ΣΥΝΤΟΜΩΤΕΡΑ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΩΝ ΟΡΩΝ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ.

Ὅρος Πρῶτος. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

Τὸ μὲν Σημεῖον παρὰ τοῖς Γεωμέτραις ποσότητος ὅλως ἀνεπίδεκτον ὑποτίθεται καὶ ἀμέτοχον. διὸ καὶ ἀμερὲς παρ' Εὐκλείδῃ ὑπογραφόμενον εἶναι λέγεται, καὶ τὴν πρώτην τῶν ὅρων ἔλαχε τάξιν. τίνος δὲ χάριν τοιοῦτον λαμβάνεται; ἢ ὅτι ἐστὶν ἀρχὴ πρωτίστη. τὴν δὲ τοιαύτην ἀρχὴν ἁπλουστάτην δεῖ εἶναι, καὶ παντὸς πάθους ἐκτός· ὡς πάντων μὲν εἰς αὐτὴν διαλυομένων, ἐξ ἧς καὶ συνίστανται· αὐτὴ δὲ εἰς οὐδὲν ἕτερον. Ἐπεὶ οὖν ἡ Μαθηματικὴ ἐπιστήμη, μᾶλλον δὲ ἡ Γεωμετρία ἐπιστητὸν ἔχει ὑποκείμενον τὸ συνεχὲς ποσόν, τοῦτο δὲ δεκτικόν ἐστι πάντων τῶν ὑπ' αὐτῆς θεωρουμένων παθῶν, αὐξήσεώς φημι, τομῆς τῆς ἐπ' ἄπειρον, μεταμορφώσεώς τε τῆς εἰς ἄλληλα τῶν σχημάτων, καὶ τῶν λοιπῶν. δεῖ ἄρα πάντως καὶ τὴν ἀρχὴν ταύτης ἀνεπίδεκτον εἶναι τῶν τοιούτων παθῶν, τούτου ἕνεκα καὶ ἀμερὴς ὑποτίθεται. Ἔτι ἐφ' ἑκάστης ἐπιστήμης τὰ μὲν πάθη πάντα καὶ ἰδιώματα, περὶ ἃ καταγίνεται, ἐκ τῆς ἰδίας ἀρχῆς τὴν γένεσιν ἔχει· ἡ δὲ ταύτης ἀρχὴ οὐδέν ἐστι τῶν παθῶν. Εἰ οὖν καὶ τῆς Γεωμετρίας τὰ πάθη καὶ ἰδιώματα ἄνευ ποσότητος οὐχ ὑφίστανται, καὶ πρώτη τούτων ἀρχὴ τὸ Σημεῖον· τὸ Σημεῖον ἄρα ἀμερὲς δεῖ εἶναι ὅλως καὶ ἄποσον. εἰ γὰρ καὶ τὸ Σημεῖον ἐν ποσότητι τὴν ὕπαρξιν εἶχε, πάθος, οὐ μὴν δὲ ἀρχὴ τῆς Γεωμετρίας ἂν εἴη, αὐτὸ δὲ, τούτων οὐδέν ἐστιν, ὡς ἤδη εἴρηται, καὶ πᾶσιν ὁμολογεῖται. ὅθεν καὶ Εὐκλείδης ἀποφατικῶς αὐτὸ ὑπέγραψεν, αὐτὸ τοῦτο δηλῶσαι βουλόμενος, τὸ πάντων μὲν, περὶ ἃ ἡ Γεωμετρία καταγίνεται, ἀρχὴν εἶναι, μηδενὸς δὲ τούτων μετέχειν. ὁ δ' Ἀριστοτέλης ἐν τῷ γ'. τοῦ περὶ ψυχῆς ἀδιαίρετον δι' ἔλλειψιν

ὄτο.

ὀνομάζει. Ἀνάλογον δὲ τὸ παρὰ τοῖς Γεωμέτραις Σημεῖον τῇ μονάδι, τῇ παρὰ τοῖς Ἀριθμητικοῖς, ὡς ἀρχῇ λαμβανομένῃ. ὥσπερ οὖν ἐκ τῆς μονάδος πάντες οἱ ἀριθμοὶ παράγονται, αὐτὴ δὲ οὐδείς ἐστιν ἀριθμός· οὕτω κἀκ τοῦ Σημείου ἡ γραμμὴ, καὶ διὰ τῶν γραμμῶν τὰ παντοῖα εἴδη τῶν σχημάτων ἀποτελεῖται. αὐτὸ δὲ καθ᾽ αὑτὸ οὔτε σχῆμά ἐστιν, οὔτε μῆκος μόνον, ἀλλ᾽ ὅρος καὶ ἀρχή. παραστατικὸν δὲ τούτου, ἢ κρεῖττον εἰπεῖν εἰκὼν, τὸ ἐνταῦθα αἰσθητὸν Σημεῖον α.

Δεύτ. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

Ἡ δὲ Γραμμὴ τὰ δευτερεῖα τοῦ σημείου ἔχουσα παρὰ τοῖς Μαθηματικοῖς, ὡς ἀρχὴ καὶ αὕτη λαμβάνεται. Τριῶν δὲ ὄντων τῶν τῆς διαστάσεως εἰδῶν, μήκους δηλαδὴ, πλάτους, καὶ βάθους, τοῦ μήκους μόνον δεκτική ἐστιν, ἀνεπίδεκτος δ᾽ ὅλως πλάτους, καὶ πολλῷ μᾶλλον βάθους· διὸ καί τινες οὑτωσὶ ταύτην ὡρίσαντο· Γραμμή ἐστι μέγεθος ἐφ᾽ ἓν διαστατόν. Εὐκλείδης δὲ μῆκος ἀπλατὲς ὑπέγραψε, προσεπινοῶν καὶ τὸ ἀβαθές· ἀνάλογος δ᾽ ἐστὶ τῇ δυάδι. ὅθεν δὴ, ὥσπερ ἡ δυὰς παρὰ τῆς μονάδος τὴν γένεσιν ἔχει, οὕτω καὶ Γραμμὴ παρὰ τοῦ σημείου. Σημείου γὰρ ῥυέντος, καὶ ἴχνος ἐγκαταλιμπάνοντος, * κατὰ τὸν εἰπόντα, Γραμμὴ ἀποτελεῖται. Λαμβάνεται δὲ τοιαύτη, ὅτι παρ᾽ αὐτῆς μὲν πάντα συνίσταται τὰ σχήματα· αὐτὴ δὲ παντὸς τύπου καθαρεύουσά ἐστι. καὶ ἀρχῆς μὲν λόγον ἔχει πρὸς πάντα τὰ σχῆμα, οὐδὲν δὲ αὕτη σχῆμά ἐστιν. ὥσπερ καὶ ἡ δυὰς, ἀρχὴ μὲν πάντων τῶν ἀριθμῶν ὑπάρχει, αὐτὴ δὲ καθ᾽ αὑτὴν οὐδείς ἐστιν ἀριθμός. εἰκονίζει δὲ ταύτην ἡ β γ, αἰσθητὴ Γραμμή.

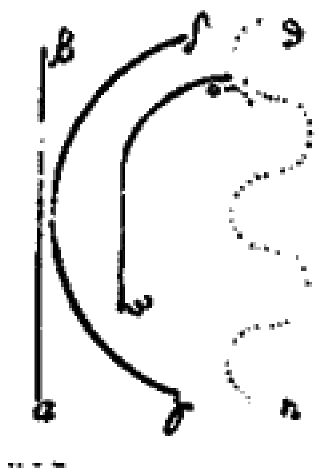
β ——————— γ

Τρίτ. Γραμμῆς δὲ πέρατα Σημεῖα.

Ἐπεὶ δὲ ἡ Γραμμὴ μῆκός ἐστιν ἀπλατὲς, δῆλον, ὅτι καθ᾽ ἑαυτὴν μὲν ἄπειρός ἐστιν καὶ ἀόριστος, περατοῦται δὲ καὶ ὁρίζεται παρὰ τοῦ σημείου. διὸ καὶ Εὐκλείδης πέρατα Γραμμῆς τὰ σημεῖα λέγει, καὶ τοῦτο εἰκότως. τῶν γὰρ συνθέτων τὰ ἁπλᾶ εἰσιν ὅροι, καὶ τῶν μεριστῶν τὰ ἀμερῆ. Ἐπεὶ τοίνυν συνθετόν τί ἐστι καὶ ἡ Γραμμὴ, ὡς μήκους μετέχουσα, καὶ ἐπ᾽ ἄπειρον διαιρεῖσθαι δυναμένη· τὸ δὲ σημεῖον ἁπλοῦν τε καὶ ἀμερὲς, πάντως γε τὸ σημεῖον πέρας ἐστὶ τῆς γραμμῆς καὶ ὅρος, ὥσπερ καὶ καὶ τῆς δυάδος ἡ μονάς. Ἔτι τῶν γεννητῶν, ἐξ οὗ τὴν γένεσιν ταῦτα ἔχει, ἐκεῖνο καὶ ἀρχὴ καὶ πέρας ἐστίν· ἀλλ᾽ ἡ Γραμμὴ ἐκ τοῦ σημείου γεννᾶται, ὡς ἤδη εἴρηται. ἄρα τὸ σημεῖόν ἐστιν ἀρχὴ καὶ πέρας τῆς Γραμμῆς.

Τέτ. **Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.**

Lib. 1. Fig. 1.

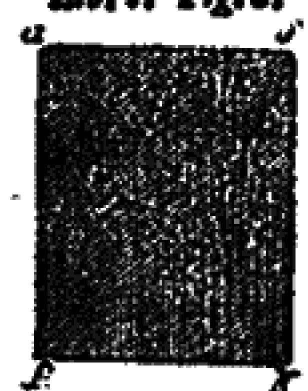


Δοκεῖ μὲν διὰ τούτου Εὐκλείδης πολλὰ εἶναι τὰ εἴδη τῆς Γραμμῆς ὑπαινίττεσθαι. ἵνα δὲ τοῦτο σαφέστερον γένηται, φέρε δὴ πρότερον περὶ τῆς διαιρέσεως τῆς Γραμμῆς εἴπωμεν. διαιρεῖται μὲν οὖν πρῶτον ἡ γραμμὴ εἰς εὐθεῖαν καὶ περιφερῆ, ἥτις καὶ καμπύλη καὶ κυρτὴ λέγεται. διαιρεῖται δὲ δεύτερον εἰς ἁπλῆν καὶ μικτήν. καὶ ἁπλῆ μὲν λέγεται ἡ ἡ εὐθεῖα μόνη, οἷα ἡ α β, ἢ ἡ κυρτὴ μόνη, οἷα ἡ γ δ. μικτὴ δὲ, ἡ ἔκ τε εὐθείας καὶ κυρτῆς συγκειμένη, οἷαί εἰσιν αἱ ε ζ, η θ, καὶ ἄλλαι. τούτων μὲν δὴ τῶν διαιρέσεων μέμνηται ὁ Πρόκλος τῷ τε Πλάτωνι καὶ Ἀριστοτέλει ἑπόμενος. Ἕτεροι δὲ τριχῶς τὴν γραμμὴν διαιροῦσιν εἰς εὐθεῖαν, κυρτὴν, καὶ ἑλικοειδῆ, ἀλλ' αὕτη ἡ διαίρεσις οὐκ ἔστιν ὑγιὴς, οὐδὲ τοῖς πᾶσιν ἀρέσκει. ἡ γὰρ ἑλικοειδὴς μικτή ἐστιν, διὰ τὸ ἐκ δύο γεννᾶσθαι κινήσεων. καὶ γὰρ τῆς εὐθείας κύκλῳ κινουμένης περὶ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου παραλλήλως τούτῳ κειμένης, καὶ τοῦ σημείου ἐπὶ τῆς εὐθείας φερομένου, ἡ κυλινδρικὴ ἕλιξ ἀποτελεῖται. καὶ ταῦτα μὲν περὶ τῆς διαιρέσεως τῆς γραμμῆς. ἐπεὶ δὲ οὐ περὶ πάντων εἰπεῖν τῶν ταύτης εἰδῶν τοῦ παρόντος ἐστὶ σκοποῦ, φέρε δὴ περὶ μόνης τῆς εὐθείας βραχέα διέλθωμεν.

Εὐθεῖα τοίνυν κατὰ τὸν Εὐκλείδην ἐστὶν, ἡ ἴσον κατέχουσα διάστημα, τὸ μεταξὺ τῶν ὁριζομένων αὐτὴν σημείων, τουτέστιν, ὅτε τις γραμμὴ τοσοῦτον μέγεθος ἔχει, ὅσον ἐστὶ τὸ διάστημα τῶν ἄκρων αὐτῆς σημείων, εὐθεῖα λέγεται. καὶ τοῦτό ἐστι τὸ ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖσθαι. ὥστε τὴν κυρτὴν οὐ δυνάμεθα εὐθεῖαν λέγειν. δύναται γὰρ μείζων εἶναι, ἢ ὅσον τὰ ὁρίζοντα αὐτὴν σημεῖα ἀλλήλων ἀφίσταται. ἡ γὰρ γ δ, μείζων ἐστὶν, ἢ ὅσον τὸ γ, τοῦ δ, ἀφίσταται. καὶ τοιοῦτος μὲν ὁ παρὰ τοῦ Εὐκλείδου τῆς εὐθείας Ὁρισμός. Οἱ δὲ πάλαι ποικίλους πως ταύτῃ ὁρισμοὺς ἀποδεδώκασιν, οἵτινες οἱ αὐτοὶ τῷ παρὰ τοῦ Εὐκλείδου εἰσίν. ὁ γὰρ Ἀρχιμήδης οὑτωσὶ τὴν εὐθεῖαν ὡρίσατο. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν ἡ ἐλαχίστη τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν. ὁπηνίκα γὰρ δύο γραμμαὶ ὑποτεθῶσιν, ἡ μὲν εὐθεῖα, ἡ δὲ κυρτὴ, ὥστε τὰ αὐτῶν πέρατα ἴσον ἀλλήλων ἀφίστασθαι, ὡς ἡ α β, καὶ γ δ, ἡ εὐθεῖά ἐστιν ἐλάττων, ἡ ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς κειμένη σημείοις. Ἄλλοι δὲ εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, λέγουσιν, ἡ ἐπ' ἄκρον τεταμένη. καὶ ἄλλοι εὐθεῖά ἐστιν, ἧς μέρος μὲν οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δὲ ἐν τῷ μετεώρῳ, καὶ ἧς τὰ μέρη πάντα πᾶσιν ὁμοίως ἐφαρμόζει. καὶ ἄλλοι ἄλλως, οὓς διὰ τὸ σύντομον παρατρέχομεν.

Πέμπ. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Lib. 1. Fig. 2.



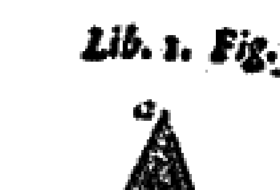
Καὶ ἡ Ἐπιφάνεια δὲ τρίτη οὖσα ἀρχὴ, οὐ πάσας τὰς διαστάσεις ἔχει, ἀλλὰ δύο μόνας, τὸ μῆκος δηλ. καὶ πλάτος. ἔχει δὲ τὴν αὐτῆς γένεσιν ἐκ τῆς γραμμῆς, ὥσπερ γραμμὴ ἐκ τοῦ σημείου. γραμμῆς τοίνυν ῥυείσης, Ἐπιφάνεια ἀποτελεῖται. Ἀναλογεῖ δὲ, κατὰ τοὺς Πυθαγορείους, τὸν Τριαδικὸν ἀριθμόν. ὥσπερ γὰρ ὁ Τριαδικὸς ἀριθμὸς πρῶτός ἐστι τῶν ἄλλων ἀριθμῶν, οὕτω καὶ ταῖς Ἐπιφανείαις πρῶτον παρίσταται τὰ διάφορα σχήματα. δυνάμεθα δὲ αἴσθησίν τινα τῆς Ἐπιφανείας ἔχειν εἰς τὰς σκιὰς ἀποβλέποντες, αἳ βάθος οὐκ ἔχουσιν, ἀλλὰ μῆκος μόνον μετὰ πλάτους. Τινὲς δὲ ταύτην ὡρίσαντο μέγεθος διχῆ διαστατὸν, ἕτεροι δὲ καὶ πέρας σώματος, καὶ ἄλλοι ἄλλως, ἀλλ᾽ ἅπαντες διαφόροις λέξεσι τὸ αὐτὸ παριστάνειν σπουδάζουσι. παραστατικόν πως ταύτης ἐστὶ τὸ α β γ δ, σχῆμα.

Ἑκτ. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα Γραμμαί.

Ὥσπερ ἐπὶ τῆς γραμμῆς φθάσαντες ἔφημεν, ὅτι τὰ ἁπλᾶ τῶν μικτῶν, καὶ τὰ ἀμερῆ τῶν μεριστῶν ἀρχαὶ καὶ ὅροι, καθέστηκε. τοῦτ᾽ αὐτὸ καὶ ἐπὶ τῆς Ἐπιφανείας εἰπεῖν δέον. ἐπεὶ γὰρ ἡ γραμμὴ ἁπλουστέρα ταύτης ἐστὶν, γραμμὴ γὰρ μέγεθος ὑφ᾽ ἓν διαστατὸν, Ἐπιφάνεια δὲ μέγεθος διχῆ διαστατὸν. διὰ τοῦτο αἱ γραμμαὶ τῆς Ἐπιφανείας πέρατα λέγονται· μᾶλλον δὲ αἱ γραμμαὶ πέρατα Ἐπιφανείας εἰσὶ, διὰ τὸ, τὴν Ἐπιφάνειαν ἐκ τῶν γραμμῶν τὴν γένεσιν ἔχειν.

Ἑβδ. Ἐπίπεδος Ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

Lib. 1. Fig. 3.

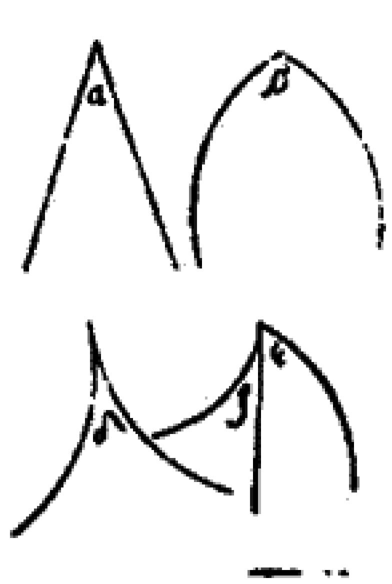


Καθάπερ ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἡ πρώτη καὶ ὑγιὴς γέγονε διαίρεσις εἰς εὐθεῖαν καὶ περιφερῆ· οὕτω καὶ ἐπὶ τῆς Ἐπιφανείας, εἰς ἐπίπεδον καὶ σφαιρικὴν τὴν ὑγιῆ διαίρεσιν ποιητέον. Αὖθις ὥσπερ ἐκείνην ἐπιδιαιροῦντες, τὴν μὲν ἁπλῆν, τὴν δὲ μικτὴν ἔφημεν· οὕτω καὶ τὴν Ἐπιφάνειαν εἰς τὰ αὐτὰ ἐπιδιαιρετέον· καὶ ἁπλῆ μέν ἐστιν, ἢ ἡ μόνη ἐπίπεδος, ἢ ἡ μόνη σφαιρική· μικτὴ δὲ, ἡ ἐκ τε ἐπιπέδου καὶ σφαιρικῆς συνισταμένη· ὥσπερ ἡ τοῦ α β γ, κώνου, οὗ ἡ μὲν βάσις ἐπίπεδος, τὸ δὲ ἐπὶ τῆς βάσεως, κυρτόν. Τῆς Ἐπιφανείας τοίνυν οὕτωσὶ διαιρεθείσης, καὶ ἐπιδιαιρεθείσης, τὴν ἐπίπεδον, ὡς καὶ τὴν εὐθεῖαν γραμμὴν ὁριστέον. Ἐπίπεδος τοίνυν Ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἴσον διάστημα κατέχει, τὸ μεταξὺ ξὺ τῶν περιεχουσῶν αὐτὴν γραμμῶν. ἔοικε γὰρ ἡ Ἐπιφάνεια καὶ μῆκος τοσοῦτον διάστημα, ἢ καὶ πλάτος ἔχει· ὅσον ἀφίστανται ἀλλήλων καὶ αἱ περιέχουσαι αὐτὴν γραμμαὶ κατά τε μῆκος, καὶ πλάτος, ἐπίπεδος λέγεται. καὶ τοῦτό ἐστι τὸ ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς κεῖσθαι γραμμαῖς. ἢ οὕτως ἐπίπεδος Ἐπιφάνειά ἐστιν, ἡ ἐπ' ἄκρον τεταμένη, ἢ ἧς τὰ μέρη πάντα πᾶσιν ἐφαρμόζει, καὶ τὰ ὅμοια.

Η'. **Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων, πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.**

Τῶν γωνιῶν αἱ μὲν ἐπίπεδοί εἰσιν, αἱ δὲ στερεαί· καὶ ἐπίπεδοι μὲν, αἱ ἐν ἐπιφανείαις συνιστάμεναι, καὶ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμεναι· στερεαὶ δὲ, αἱ ἐν τοῖς στερεοῖς σώμασι, καὶ ὑπὸ ἐπιφανειῶν περιεχόμεναι. αὖθις τῶν γωνιῶν τῶν τε ἐπιπέδων καὶ στερεῶν, αἱ μέν εἰσιν ἁπλαῖ, αἱ δὲ μικταί. καὶ ἁπλαῖ μὲν, αἱ ὑπὸ ὁμοειδῶν γραμμῶν περιεχόμεναι. αἱ μὲν γὰρ ἁπλαῖ ἐπίπεδοι γωνίαι, ἢ ὑπὸ δύο γραμμῶν εὐθειῶν, ὡς ἡ α, ἢ ὑπὸ δύο κυρτῶν, περιέχονται, ὡς ἡ β. αἱ δὲ ἁπλαῖ στερεαὶ, ἢ ὑπὸ τριῶν γραμμῶν εὐθειῶν περιέχονται, ἢ ὑπὸ τριῶν κυρτῶν. μικταὶ δὲ, αἱ ὑπὸ ἀνομοειδῶν γραμμῶν, τῆς μὲν εὐθείας, τῆς δὲ κυρτῆς, περιεχόμεναι. τῶν δὲ ἐπιπέδων ἁπλῶν γωνιῶν, ὅσαι ὑπὸ εὐθειῶν γραμμῶν περιέχονται μονοειδεῖς τέ εἰσι, καὶ εὐθύγραμμοι καλοῦνται. τῶν δὲ ὑπὸ κυρτῶν καὶ περιφερειῶν, δύο τὰ εἴδη· αἱ μὲν γὰρ καλοῦνται ἀμφίκυρτοι, αἱ δὲ ἀμφίκοιλοι. ἀμφίκυρτοι μὲν, ὅτε αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν περιφερεῖς γραμμαὶ, ἐκτὸς τὸ κυρτὸν ἔχουσιν, ὡς ἡ β· ἀμφίκοιλοι δὲ, ὅτε τὸ κοῖλον ἐκτὸς ἔχουσιν, ὡς ἡ δ. ὡσαύτως δὲ καὶ τῶν μικτῶν δύο τὰ εἴδη, ἢ γὰρ σύγκειται ἡ γωνία ἐξ εὐθείας γραμμῆς καὶ περιφερείας, ἐκτὸς τὸ κυρτὸν ἐχούσης, ὡς ἡ ε, ὥστε δύνασθαι καλεῖσθαι εὐθύκυρτος· ἢ ἐξ εὐθείας καὶ περιφερείας, ἐκτὸς τὸ κοῖλον ἐχούσης, ὡς ἡ ζ, καὶ καλεῖται εὐθύκοιλος. Τοσούτων δ' ὄντων τῶν τῆς γωνίας εἰδῶν, περὶ τίνος ὁ Εὐκλ. τὸν λόγον ποιεῖται, ἐν τῷ ἑξῆς ὀφθήσεται ὅρῳ. Ἔφη δὲ τὰς εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων, μὴ ἐπ' εὐθείας κεῖσθαι, ὅτι αἱ ἁπτόμεναι ἀλλήλων καὶ ἐπ' εὐθείας κείμεναι, οὐχὶ μόνον γωνίαν οὐ ποιοῦσιν, ἀλλὰ καὶ εἰς εὐθεῖαν μίαν καταντῶσι. κλίσιν δ' εἰπὼν τὸ γένος ταύτης ἐδήλωσε.

Lib. 1. Fig. 4.



Θ'. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

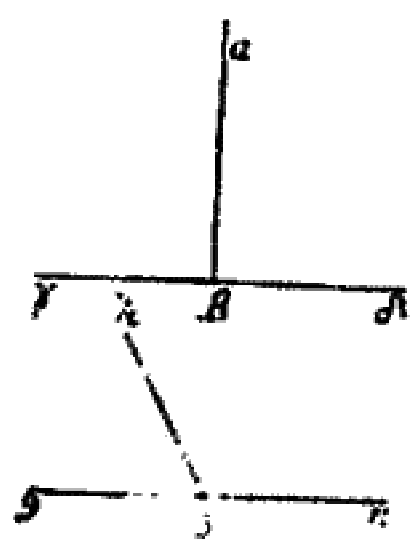
Ἐκ τοῦ παρόντος τούτου δῆλον, ὅτι καὶ Εὐκλ. εὐθύγραμμον γωνίαν λέγει, τὴν ὑπὸ δύο εὐθειῶν περιεχομένην, περὶ ἧς καὶ τὸν λόγον ποιεῖται.

Ι'. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

ΙΑ'. Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

ΙΒ'. Ὀξεῖα δὲ, ἡ ἐλάττων ὀρθῆς.

Lib. 1. Fig. 5.



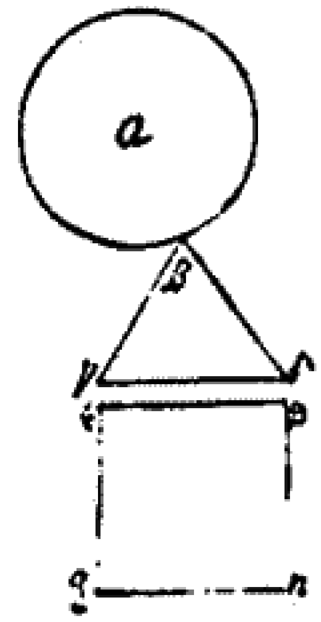
Τρία τῆς εὐθυγράμμου γωνίας τὰ εἴδη, ἡ μὲν γὰρ ὀρθὴ λέγεται, ἡ δὲ ἀμβλεῖα, ἡ δὲ ὀξεῖα. καὶ τῆς μὲν ὀρθῆς γνῶσιν ἔχομεν, ὁπηνίκα τις εὐθεῖα, ὡς ἡ αβ, ἐπ' εὐθείας τινὸς, δὸς εἰπεῖν, τῆς γδ, σταθεῖσα, τὰς ἐφεξῆς γωνίας, τήν τε ὑπὸ αβγ, καὶ αβδ, ἴσας ποιῇ· ἑκατέρα γὰρ τούτων ὀρθή ἐστιν, ὡς τὸ ἴσον τηροῦσα. ἡ δὲ αβ, κάθετος λέγεται ἐπὶ τῆς γδ. ἀμβλεῖα δὲ, ἡ μείζων ὀρθῆς, οἷα ἡ ὑπὸ εζη. ὀξεῖα δὲ, ἡ ἐλάττων ὀρθῆς, ὡς ἡ ὑπὸ εζθ. ταύτην ἤδη τὴν διαίρεσιν πάντες οἱ γεωμέτραι ἀποδέχονται· πολλοὶ δὲ τὸν λόγον τοῖς ἐρωτῶσιν οὐκ ἔχουσιν ἀποδιδόναι. οἱ δέ γε μέντοι τοιόνδε τινὰ λόγον τῆς διαιρέσεως ταύτης ἀποδιδοῦσιν. Ἐπεί φασι, τῶν ἀρχῶν ἡ μὲν κατὰ πέρας, ἤτοι ἁπλουστάτη, καὶ ἀνεπίδεκτος ὅλως αὐξήσεως, ἢ μειώσεώς ἐστιν, ὡς ἡ μονὰς, καὶ αἰτία πᾶσι τοῖς ἀποτελέσμασι τοῦ ὅρου, ταυτότητός τε καὶ ἰσότητος· ἡ δὲ ἄπειρος, ὡς ἡ δυαδικὴ, καὶ αἰτία τῆς ἐπ' ἄπειρον προόδου, αὐξήσεώς τε καὶ μειώσεως, ἔτι δὲ καὶ ἀνισότητος, καὶ παντοίας ἑτερότητος τοῖς γινομένοις ὑπ' αὐτῆς. διὰ ταῦτα καὶ τῶν γωνιῶν ἡ μὲν ὀρθὴ, ὡς πρώτη ἀρχὴ, τῶν γωνιωδῶν σχημάτων τὸ ἴσον τηρεῖ, καὶ ἀνεπίδεκτός ἐστιν ὅλως αὐξήσεως ἢ μειώσεως. αἱ δὲ λοιπαὶ δύο, ὡς ἀόριστοι, καὶ τῇ δυάδι ἀνάλογοι, ἡ μὲν κατὰ τὸ μεῖζον, ἡ δὲ κατὰ τὸ ἔλαττον τῆς ὀρθῆς διεστήκασιν. ὅθεν δὴ κυρίως καὶ ὡρισμένως γωνία ἐστὶν ἡ ὀρθὴ, αἱ δὲ λοιπαὶ ἀόριστοι· ὁ λόγος δὲ ἐνταῦθα περὶ τῶν εὐθυγράμμων μόνον.

ΙΓ'. Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

Ὅρος κυρίως καὶ τοὺς γεωμέτρας τὰ τῶν χωρίων λέγονται πέρατα, καθὸ ταῦτα περιορίζουσι, καὶ ἀσύγχυτα φυλάττουσιν, ἡ λέξις αὕτη οἰκεία Γεωμετρίᾳ. ὅθεν δὲ καὶ Εὐκλ. ἐνταῦθα ὅρον λέγει, οὐχ ἁπλῶς ἅπαν πέρας, ἀλλὰ μόνον τὸ τῶν χωρίων καὶ ἐμβαδῶν, τὸ περιορίζον ἅμα καὶ περατοῦν. τὰ γὰρ ἄκρα τῆς γραμμῆς σημεῖα, πέρατα μὲν λέγονται, οὐμὴν δὲ καὶ ὅροι, ὅτι οὐ περιορίζουσί τι χωρίον, περατοῦσι δὲ μόνον τὴν γραμμήν.

ΙΔ'. Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἢ τινῶν ὅρων περιεχόμενον.

Lib. 1. Fig. 6.



Πολλαχῶς τοῦ σχήματος λαμβανομένου, καὶ γὰρ τῶν τε φυσικῶν ἁπάντων αἱ μορφαὶ σχήματα λέγονται, καὶ τῶν παρὰ τῆς τέχνης γινομένων, φέρ' εἰπεῖν, ἀνδριαντοποιητικῆς καὶ ἄλλης, αἱ μορφαὶ ὡσαύτως σχήματα ἤκουσαν. δίδονται δ' ἔτι καὶ ψυχῇ σχήματα, ἐνταῦθα μόνον περὶ τῶν παρὰ τοῖς γεωμέτραις σχημάτων ὁ λόγος, ἰδίως δὲ περὶ τῶν ἐν ἐπιπέδῳ. Ἔστι τοίνυν σχῆμα χωρίον τι ὑπὸ μιᾶς, ἢ πολλῶν γραμμῶν περιεχόμενον καὶ ὁριζόμενον. ὑπὸ μιᾶς μὲν, ὡς ὁ α, κύκλος, πλειόνων δὲ, ὡς τὰ τριγωνοειδῆ, τετραγωνοειδῆ, οἷα τὰ β γ δ, ε ζ η θ, καὶ λοιπά. ὧν τὸ μὲν περιέχον ὅρος λέγεται, τὸ δὲ περιεχόμενον ἐμβαδὸν, τὸ σύνθετον δὲ ἐκ τοῦ ὅρου καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ σχῆμα. Ἰστέον δὲ, ὅτι εἰ καὶ ὁ Γεωμέτρης ἐν τοῖς αἰσθητοῖς ἐνασχολεῖται σχήμασιν, ἀλλ' οὖν τὴν ἀκριβῆ θεωρίαν περὶ τῶν ἀΰλων καὶ νοερῶν, καὶ εἰκόνων τῶν αἰσθητῶν ποιεῖται σχημάτων, καὶ περὶ ἐκείνων τὰς ἀποδείξεις μηχανᾶται, καὶ τοὺς λόγους ἀποδίδωσι. τίς γὰρ μηχανὴ εὑρεῖν σχῆμα οὕτως ἐντελὲς, ὥστε τοὺς νοεροὺς δέχεσθαι λόγους, καὶ τὴν θεωρίαν περὶ αὐτὸ ἄπταιστον γίνεσθαι;

ΙΕ'. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια. πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

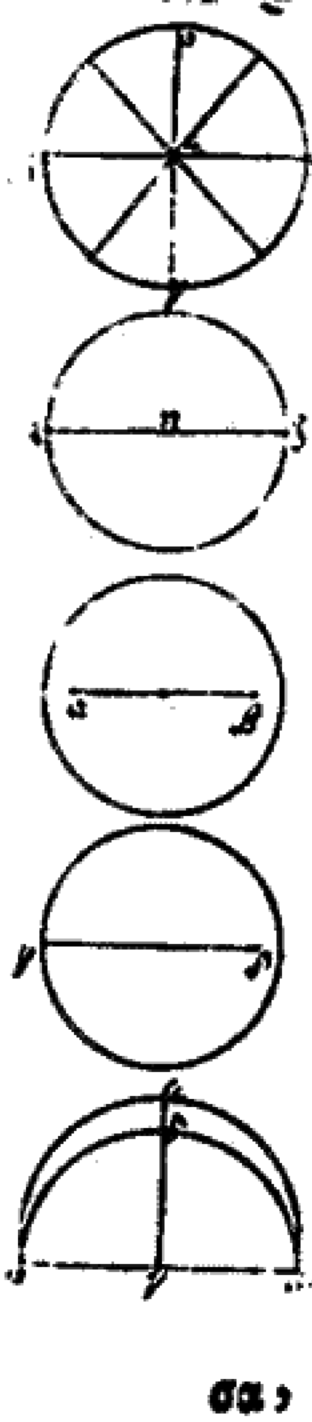
Τῶν σχημάτων ἁπάντων τὸ πρώτιστον καὶ ἁπλούστατον, ἅμα δὲ καὶ τελειότατον, ὁ κύκλος ἐστί. καὶ γὰρ τῶν μὲν στερεῶν πάντων ὑπερφέρει, τῷ ἐν ἁπλουστέρᾳ τάξει τὴν ὕπαρξιν ἔχειν. μέγεθος γάρ ἐστι διχῇ διαστατὸν, ἐκείνων ἐν τρισὶ συνισταμένων διαστάσεσι. τῶν δὲ ἐν ἐπιπέδοις ὑφισταμένων τῇ τε ὁμοιότητι καὶ τῇ ταυτότητι ὑ-

περι-

περιέχει, καὶ ἔστιν ἀνάλογον τῷ πέρατι καὶ τῇ μονάδι. λέγεται μὲν οὖν σχῆμα, διὰ τὸ πεπεράσθαι. ἐπίπεδον δὲ, εἰς διαφορὰν τῶν στερεῶν σχημάτων. ὑπὸ μιᾶς δὲ γραμμῆς περιεχόμενον, ἅτε μὴ τὴν ποικιλίαν τῶν ἔξω δεχόμενον ὅρων, ὡς τὰ λοιπὰ σχήματα. καλεῖται δὲ ὁ τούτου ὅρος περιφέρεια, εἰς διαφορὰν τῶν εὐθυγράμμων σχημάτων. οὐδὲν γὰρ τῶν εὐθυγράμμων ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιορίζεται. εἴρηται δὲ, ὅτι πρὸς τὴν περιφέρειαν αὐτοῦ πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἀφ' ἑνὸς σημείου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ὅτι γε καὶ αἱ ἐλλείψεις ὑπὸ μιᾶς πως περιφερείας ὁρίζονται, οὐ μὴν δὲ αἱ πρὸς αὐτὴν προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, εἰσὶν ἴσαι. τὸ δὲ τῶν ἐντὸς κειμένων προσετέθη, ὅτι κἀν τῇ σφαίρᾳ τοῦ περιγραφομένου κύκλου, ἔστι τι κέντρον ὁ πόλος, ἀλλ' οὐκ ἐντὸς τοῦ κύκλου ἐστὶν, μᾶλλον δ' ἐκτός. τὸ δὲ ἀφ' ἑνὸς, ὅτι ἓν εἶναι τὸ κέντρον ὀφείλει. εἰκὼν τούτου τὸ α β γ δ, σχῆμα, οὗ κέντρον τὸ ε.

Ιϛ'. **Διάμετρος δὲ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.**

Lib. 1. Fig. 7.

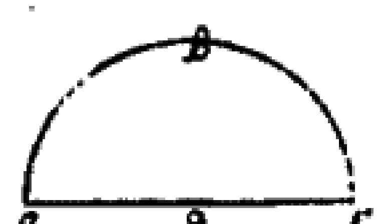


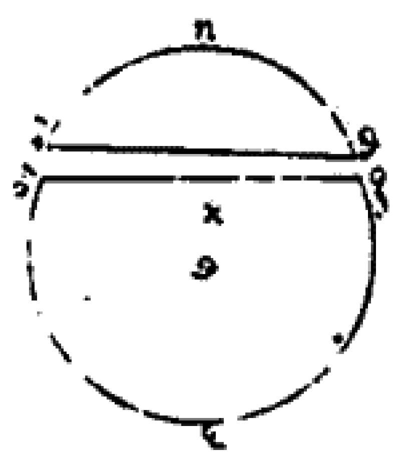
Τῆς φωνῆς ταύτης διαμέτρου ἐν πολλοῖς σχήμασι λαμβανομένης, καὶ γὰρ κἀν τοῖς παραλληλογράμμοις, κἀν ταῖς ἐλλείψεσι καὶ σφαίραις, διάμετρός ἐστιν. ἰδίως διάμετρον τὴν ἐν κύκλῳ δέον καλεῖν. ἡ μὲν γὰρ τῶν παραλληλογράμμων διάμετρος, διαγώνιος μετὰ προσθήκης ὀνομάζεται. ἡ δὲ τῶν ἐλλείψεων καὶ σφαιρῶν, ἄξων λέγεται. μόνη δὲ τῶν κύκλων διάμετρος ἄνευ προσθήκης καλεῖσθαι κεκλήρωται. Τὸ μὲν οὖν εὐθεῖα γένους χώραν ἐπέχει. ἐπεὶ δὲ πολλαὶ εὐθεῖαι δύνανται ἐντὸς τοῦ κύκλου ἄγεσθαι, μόνη ἐκείνη διάμετρος λέγεται, ἡ διὰ τοῦ κέντρου. ὥσπερ καὶ πολλῶν σημείων ἐντὸς τοῦ κύκλου ὄντων, ἓν καὶ μόνον κέντρον λέγεται, τὸ μεσαίτατον. Ἐπεὶ δὲ πάλιν καὶ διὰ τοῦ κέντρου δύναταί τις εὐθεῖα ἄγεσθαι, οὐ μὴν δὲ καὶ περατοῦσθαι, ὡς ἡ α β, ἢ καθ' ἓν μόνον περατοῦσθαι μέρος, ὡς ἡ γ δ, οὐχὶ δὲ καὶ κατὰ τὸ ἕτερον, καὶ διάμετρος οὐκ ἔστι. διὰ τοῦτο προσέθηκε καὶ τὸ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ὡς ἡ ε η ζ, καὶ ταῦτα μὲν διαφορῶν ἀναπληροῦσι τόπον. Τὸ δὲ δίχα τὸν κύκλον τέμνειν τὴν διάμετρον, πρῶτόν φασι τὸν Θαλῆν ἀποδεῖξαι, διὰ τοῦ εὐθεῖαν εἶναι, καὶ διὰ τοῦ κέντρου διέρχεσθαι, καὶ περατοῦσθαι. Δείκνυται δὲ καὶ διὰ μαθηματικῆς ἀποδείξεως. εἰ γὰρ τοῦ κύκλου εἰς δύο διῃρημένου ὑπὸ τῆς διαμέτρου, θάτερον τῶν μερῶν ἐπὶ τοῦ λοιποῦ ἐφαρμοσθῇ, πάντως γε εἰ ἐστὶν ἴσσα, ἐφαρμοσθήσεται θάτερον θατέρῳ, ὥστε μηδ' ἕτερον ἐλλείπειν τοῦ λοιποῦ, ἢ ὑπερέχειν. εἰδ' ἄνισα, τὸ μὲν ἐντὸς, τὸ δὲ ἐκτὸς πεσεῖται. τούτου δὲ γενομένου ἄτοπόν τι ἔσται. καὶ γὰρ ἐπεὶ αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσαι εἰσιν, μὴ ἐφαρμοττομένων τῶν αὐτῶν τοῦ κύκλου μερῶν, ἔσται ἡ ἐλάττων ἴση τῇ μείζονι, ἡ γδ, τῇ γε, ὅπερ οὐκ ἄτοπον μόνον, ἀλλὰ καὶ ἀδύνατον.

ΙΖ'. Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ΙΗ'. Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

Lib. 1. Fig. 8.





Εἰ καὶ τὸ ἡμικύκλιον καὶ τμῆμα κύκλου κοινωνεῖν ἀλλήλοις δοκεῖ, καθ' ὃ ἕκαστον αὐτῶν ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας περιέχεται, διενήνοχεν ὅμως· ὅτι τὸ μὲν ἡμικύκλιον ὑπὸ ὡρισμένης περιέχεται εὐθείας, τῆς διαμέτρου. τὸ δὲ τμῆμα ὑπὸ τῆς τυχούσης, ἥτις καὶ χορδὴ λέγεται. καὶ τὸ μὲν τμῆμα καθολικώτερόν ἐστι, τὸ δὲ ἡμικύκλιον μερικώτερον. διὸ καὶ λέγεται μὲν τὸ ἡμικύκλιον καὶ τμῆμα, οὐ μὴν δὲ καὶ ἀνάπαλιν, τὸ τμῆμα καὶ ἡμικύκλιον. Ἔτι τὸ μὲν ἡμικύκλιον ἐπὶ τῆς διαμέτρου ἔχει τὸ κέντρον, οἷον τὸ θ, τοῦ αβγ, ἡμικυκλίου. τὸ δὲ τμῆμα, εἰ μὲν μεῖζον ἐντὸς, ὡς τὸ θ, ἐντὸς ὂν τῆς περιμέτρου τοῦ δεζ. εἰδ' ἔλαττον ἐκτὸς, οἷον τὸ δηθ, ἔχον τὸ κέντρον κ, ἐν τῷ ἐμβαδῷ τοῦ μείζονος. ὥστε τρεῖς ἐκ τούτου δυνάμεθα συναγαγεῖν τοῦ κέντρου τοὺς τόπους. ἢ γὰρ ἐπὶ τῆς περιμέτρου ἔσται τοῦ σχήματος, ἢ ἐντὸς ταύτης, ἢ γοῦν ἐκτὸς, ὡς εἴρηται. διὸ καὶ τρία τοῦ τμήματος τοῦ κύκλου εἴδη, ἡμικύκλιον, μεῖζον τμῆμα, καὶ ἔλαττον. ἑκάτερον δέ τό, τε ἡμικύκλιον καὶ τμῆμα κύκλου δυοειδές ἐστι. καὶ γὰρ ἕκαστον τῶν σχημάτων, ἢ μονοειδές ἐστιν, ὡς ὁ κύκλος ἐν τοῖς ἐπιπέδοις, καὶ ἡ σφαῖρα ἐν τοῖς στερεοῖς. ἢ δυοειδὲς, ὡς τὸ ἡμικύκλιον καὶ τὰ τοῦ κύκλου τμήματα ἐν τοῖς ἐπιπέδοις, ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς τὸ ἡμισφαίριον, καὶ τὰ τῆς σφαίρας τμήματα. ἢ γοῦν πολυειδὲς, ὡς τὰ τρίγωνα, τετράγωνα, καὶ λοιπὰ ἐπίπεδά τε καὶ στερεά. εἰδ' ἀδύνατον σχῆμα ὑπὸ δύο εὐθειῶν περιέχεσθαι, τοῦτο ἐπὶ τῶν εὐθυγράμμων ἀληθεύει, δύο γὰρ εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι. τὸ δὲ ἡμικύκλιον καὶ κύκλου τμῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ περιφερείας περιέχεται, διὸ καὶ δυοειδὲς λέγεται.

ΙΘ΄. Εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Κ΄. Τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν.

ΚΑ΄. Τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

ΚΒ΄. Πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων, ἢ τεσσάρων πλευρῶν περιεχόμενα.

Καθάπερ ἐν τοῖς ἀριθμοῖς ἡ μονὰς πρώτη οὖσα ἀρχὴ ἀμερὴς ὑποτίθεται, ἡ δὲ δυὰς μέσον μονάδος τε καὶ ἀριθμῶν, ὡς δέδειται· ἀπὸ δὲ τῆς τριαδικῆς ἡ ἐπ' ἄπειρον τῶν ἀριθμῶν ἄρχεται αὔξησις· οὕτω κἀν τοῖς σχήμασιν, ὁ μὲν κύκλος, ὡς ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενος, μονάδος τόπον ἐπέχει· τὸ ἡμικύκλιον δὲ δυάδος, ὡς ὑπὸ δύο περιεχόμενον· τὸ δὲ τρίγωνον ἀρχὴν λαμβάνει τῆς ἐπ' ἄπειρον τῶν σχημάτων προόδου. Τίνος δὲ χάριν οἱ ἀριθμητικοὶ τοιαύτην τάξιν ὡρίσαντο; ἢ ὅτι ἡ μὲν μονὰς ἐφ' ἑαυτὴν, ἢ καὶ πρὸς ἄλλον πολλαπλασιαζομένη ἀριθμὸν, οὐδὲν αὔξει, προστιθεμένη δὲ αὔξει· ὁ ἀριθμὸς δὲ τοὐναντίον, πολλαπλασιαζόμενος μᾶλλον αὔξει ἢ προστιθέμενος· ἐπεὶ δὲ ἡ δυὰς πολλαπλασιαζομένη καθ' ἑαυτὴν τὸ αὐτὸ ποιεῖ, ὅπερ καὶ προστιθεμένη, τούτου ἕνεκα τὴν μέσην χώραν ἔχει. ταύτης οὖν τῆς τάξεως κἀν τοῖς σχήμασι τηρουμένης, πρῶτον μὲν ὁ Στοιχειωτὴς περὶ τοῦ κύκλου διαλαβὼν, μετὰ δὲ τὸν κύκλον περὶ τοῦ ἡμικυκλίου, ἐπὶ τοῦ παρόντος, ἤδη ὅπως ἕκαστον τῶν σχημάτων δέον καλεῖσθαι διὰ τριῶν διδάσκει ὅρων, καὶ τοῦτ' αὖθις ἐκ τῶν ἀριθμῶν ἐρανιζόμενος. Ὅσα τοίνυν τῶν ἐπιπέδων σχημάτων τρισὶ περιέχονται ὅροις, τρίπλευρα καλεῖ· ὅσα δὲ τέσσαρσι, τετράπλευρα· ὅσα δὲ πλείοσι τῶν τεσσάρων πολύπλευρα. τοῦ δ' ἕνεκα τῶν τριπλεύρων μόνων καὶ τετραπλεύρων τὴν ἰδίαν εἰπὼν προσηγορίαν, τῶν δὲ λοιπῶν τῆς κοινῆς ἐμνήσθη, τὴν ἰδίαν ἑκάστῳ ἀποσιωπήσας; ὅτι κἀν τοῖς ἀριθμοῖς ὁ τριαδικὸς ἀριθμὸς καὶ τετραδικὸς πρώτιστοι, ὁ μὲν ἐν τοῖς περιττοῖς, ὁ δὲ ἐν τοῖς ἀρτίοις. διὸ καὶ Εὐκλείδης τὰ δύο πρώτιστα τῶν σχημάτων τρίγωνόν φημι καὶ τετράγωνον εἰς μνήμην λαβὼν, τὰ λοιπὰ πάντα τῇ κοινῇ περιέλαβε προσηγορίᾳ. Ἰστέον δὲ, ὅτι ἐνταυθοῖ περὶ τῶν εὐθυγράμμων μόνον τὸν λόγον ποιεῖται. Ἐπιστάσεως δὲ καὶ τοῦτο ἄξιον, ὅτι ὥσπερ τῶν γραμμῶν αἱ μέν εἰσιν ἁπλαῖ, αἱ δὲ μικταί· οὕτω καὶ τῶν σχημάτων, τὰ μὲν ἁπλᾶ λέγονται, τὰ δὲ μικτά. καὶ ἁπλᾶ μὲν τὰ ὑπὸ ἁπλῶν περιεχόμενα γραμμῶν· τούτων δὲ τὰ μὲν ὑπὸ ὁμοειδῶν περιέχεται, τὰ δὲ ὑπ' ἀνομοειδῶν· τῶν δὲ ὑπὸ τῶν ὁμοειδῶν αὖθις, τὰ μὲν ὑπὸ εὐθειῶν γραμμῶν περιέχεται, τὰ δὲ ὑπὸ περιφερῶν. μικτὰ δὲ τὰ ὑπὸ μικτῶν γραμμῶν περιεχόμενα, ὡς τὰ ἑλικοειδῆ, ἢ κισσοειδῆ καὶ ἄλλα.

ΚΓ'. Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

ΚΔ'. Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

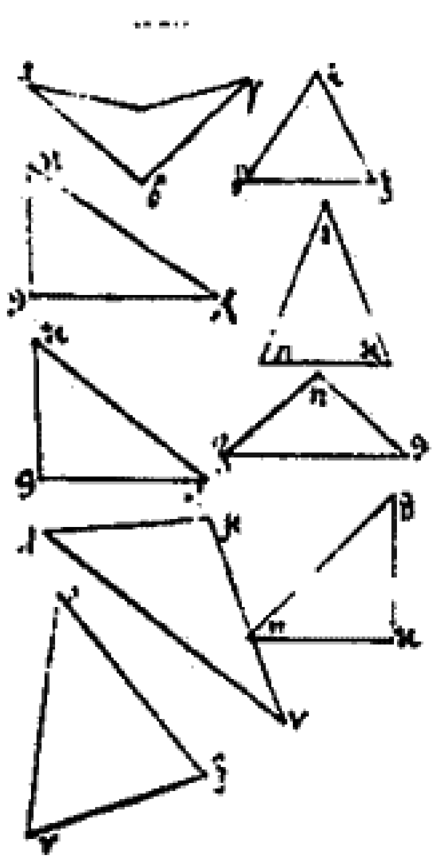
ΚΕ'. Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Κϛ'. Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ μίαν ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

ΚΖ'. Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ μίαν ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

ΚΗ'. Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

Eucl. Lib. 1. Fig. 9.



Ἄρχεται δὲ καὶ τῆς τῶν σχημάτων διαιρέσεως Εὐκλ. ἀπὸ τῶν τριπλεύρων. ὅτι τὸ τρίγωνον τὴν πρώτην ἐν τοῖς εὐθυγράμμοις ἐπέχει τάξιν, ὡς εἴρηται. λαμβάνεται δὲ ἡ τῶν τριπλεύρων διαίρεσις, ὁτὲ μὲν ἀπὸ τῶν πλευρῶν, ὁτὲ δ' ἀπὸ τῶν γωνιῶν. καὶ τοῦτο οὐκ ἀλόγως. πᾶν γὰρ τὸ τρίπλευρον, ἐστὶ καὶ τρίγωνον, οὐ μὴν δὲ καὶ ἀντιστρόφως, πᾶν τὸ τρεῖς γωνίας ἔχον, ἔχει καὶ τρεῖς τὰς πλευράς. τὸ γὰρ α β γ, φέρ' εἰπεῖν, σχῆμα ἔχει μὲν τρεῖς γωνίας, πλευρὰς δὲ τέσσαρας. Ἀπὸ τῶν πλευρῶν μὲν οὖν διαιρεῖται τὰ τρίγωνα, εἰς ἰσόπλευρα, ἰσοσκελῆ, καὶ σκαληνά. καὶ ἰσόπλευρα μέν ἐστιν, ἅπερ τὰς τρεῖς αὐτῶν πλευρὰς ἴσας ἔχει, ὡς τὸ δ ε ζ. ἰσοσκελῆ δὲ, ἃ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχει, ὡς τὸ η θ κ, καὶ σκαληνὰ, ἅπερ καὶ τὰς τρεῖς αὐτῶν πλευρὰς ἀνίσους ἔχει, ὡς τὸ λ μ ν. Ἀπὸ δὲ τῶν γωνιῶν διαιρεῖται αὖθις εἰς ὀρθογώνια, ἀμβλυγώνια, καὶ ὀξυγώνια. Ὀρθογώνια μὲν οὖν ἐστι, τὰ ἔχοντα μίαν τῶν αὐτῶν γωνιῶν ὀρθήν. οὐ γὰρ δύναται τρίγωνον δύο ὀρθὰς πώποτ' ἔχειν γωνίας, ὡς δειχθήσεται. Ἀμβλυγώνια δὲ, ἃ τὴν μίαν ἀμβλεῖαν ἔχει. καὶ ὀξυγώνια, ἅπερ καὶ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχει. ὥστε ἐκ τούτων συνάγεται ἑπτὰ τὰ εἴδη τῶν τριγώνων εἶναι. τοῦ γὰρ ἰσοπλεύρου μονοειδοῦς ὄντος καὶ τὰς γωνίας, ποιοῦσιν ὀξυγωνίου. τῶν δὲ λοιπῶν δύο, τοῦ ἰσοσκελοῦς, φημὶ, καὶ σκαληνοῦ τριαχῶς ἑκάστου λαμβανομένου καὶ τὰς γωνίας, ἑπτὰ τὰ πάντα τῶν τριγώνων ἀποτελεῖται εἴδη. Πρῶτον τὸ ἰσόπλευρον ἰσογώνιον δ ε ζ. δεύτερον τὸ ἰσοσκελὲς ὀρθογώνιον η θ κ. τρίτον τὸ ἰσοσκελὲς ἀμβλυγώνιον ζ η θ. τέταρτον τὸ ἰσοσκελὲς ὀξυγώνιον η ι κ. πέμπτον τὸ σκαληνὸν ὀρθογώνιον θ κ λ. ἕκτον τὸ σκαληνὸν ἀμβλυγώνιον λ μ ν. καὶ ἕβδομον τὸ σκαληνὸν ὀξυγώνιον ν ο ξ. καὶ περὶ μὲν τῆς τῶν τριπλεύρων, διαιρέσεως ἅλις. ἑπόμενον δέ ἐστιν εἰπεῖν καὶ περὶ τῆς τῶν τετραπλεύρων.

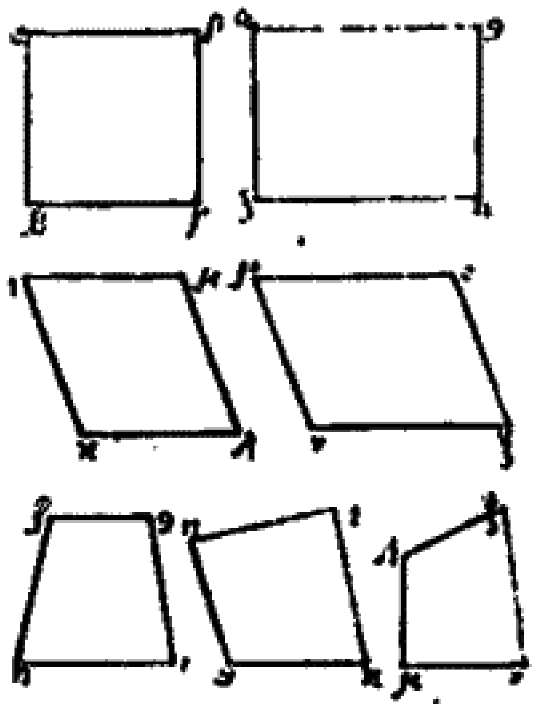
ΚΘʹ. Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τε καὶ ὀρθογώνιον.

Λʹ. Ἑτερόμηκες δὲ, τὸ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

ΛΑʹ. Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

ΛΒʹ. Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον. τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

Eucl. Lib. 1. Fig. 10.



Πενταχῶς τοῦ Στοιχειωτοῦ τὸ τετράπλευρον ἤδη διαιροῦντος, ἑπτάχως ἐστιν ἡμῖν καὶ τὴν παρ᾽ ἄλλοις ταύτην διαίρεσιν λαβοῦσιν, ἑπταχῶς καὶ τὰ τετράπλευρα, ὡς καὶ τὰ τρίγωνα διαιρεῖν. τῶν γὰρ τετραπλεύρων τὰ μὲν, παραλληλόγραμμά ἐστι, τὰ δ᾽ οὔ. καὶ τῶν παραλληλογράμμων αὖθις τὰ μὲν, ἰσόπλευρα ἅμα τε καὶ ὀρθογώνια, ὡς τὰ τετράγωνα. τὰ δὲ, οὐδέτερα τούτων, ὡς τὰ ῥομβοειδῆ. τὰ δὲ ἰσόπλευρα μὲν, οὐκ ὀρθογώνια δὲ, ὡς οἱ ῥόμβοι. τὰ δὲ, ὀρθογώνια μὲν, οὐκ ἰσόπλευρα δὲ, ὡς τὰ ἑτερομήκη. τῶν δὲ μὴ παραλληλογράμμων τὰ μὲν, τὰς δύο μόνας τῶν πλευρῶν ἔχει παραλλήλους, οὐμενοῦν δὲ καὶ τὰς λοιπὰς, καὶ καλεῖται τραπέζια. τὰ δὲ, οὐδ᾽ ὅλως ἔχει τῶν πλευρῶν τινας παραλλήλους, καὶ καλεῖται τραπεζοειδῆ. τῶν δὲ τραπεζίων τὰ μὲν, ἴσας ἔχει τὰς συναπτούσας τὰς δύο παραλλήλους, καὶ καλεῖται τραπέζια ἰσοσκελῆ. τὰ δὲ, ἀνίσους, καὶ καλεῖται τραπέζια σκαληνά. ὥστε ἑπτά εἰσι τὰ εἴδη καὶ τῶν τετραπλεύρων σχημάτων. Τετράγωνον, ὡς τὸ α β γ δ. Ἑτερόμηκες, ὡς τὸ ε ζ η θ. Ῥόμβος, ὡς τὸ ι κ λ μ. Ῥομβοειδὲς, ὡς τὸ μ ν ξ ο. Τραπέζιον ἰσοσκελὲς, ὡς τὸ ζ η ι θ. Τραπέζιον σκαληνὸν, ὡς τὸ η θ κ ι. καὶ τραπεζοειδὲς ὡς τὸ λ μ ν ξ.

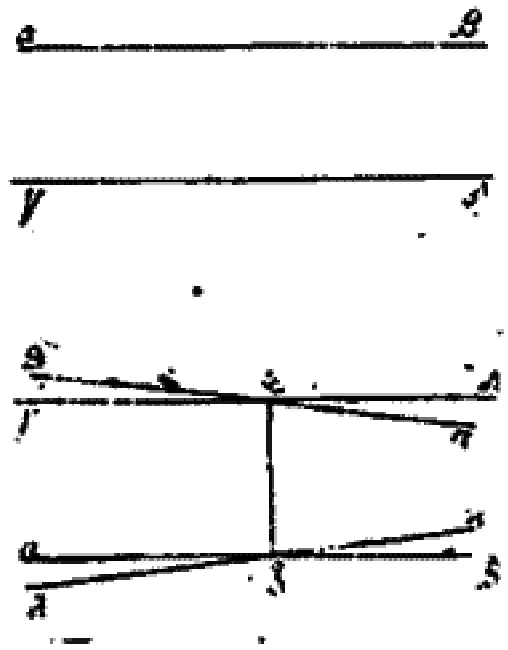
ΛΓʹ. Παράλληλοι εὐθεῖαί εἰσιν, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Πληρώσας τὴν τῶν τριπλεύρων τε καὶ τετραπλεύρων σχημάτων ἑρμηνείαν, καθ᾽ ὅσον εἰς λόγον ὅρων συμβάλλεται, προτάξας τὴν τοῦ μονοειδοῦς καὶ τῶν τούτου μερῶν, προτίθησι νῦν καὶ τὴν τῶν παραλλήλων εὐθειῶν ὁριστικὴν διδασκαλίαν. ἐπ[illegible] ἀκριβῶς εὐθεῖαί τινες παράλληλοι εἶεν, τὰ τρία ταυτί, φησι, δεῖ [illegible], τὸ ἐν τῷ αὐτῷ εἶναι ἐπιπέδῳ, τὸ ἐκβάλλεσθαι ἐπ᾽ ἄπειρον, καὶ τὸ

ἐφ᾽

ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη μηδὲ συμπίπτειν, ὡς αἱ α β, γ δ. εἰδὸς γὰρ ἐλλείποντος, τὸ παραλλήλους εἶναι οὐχ ἕξουσι. καὶ περὶ μὲν τῆς τῶν ὅρων ἑρμηνείας κατὰ Πρόκλον τὸν διάδοχον ἀρκείσθω ἡμῖν. Τὰ Αἰτήματα δὲ καὶ Ἀξιώματα ἐκκείσθωσαν ἐπὶ τοῦ παρόντος, ὡς καὶ παρὰ τοῦ Εὐκλείδου διάκεινται. τὰ μὲν γὰρ καθ' αὑτὰ τὸ γνωστὸν ἔχει, τὰ δὲ λαμβάνονται μόνον, ὡς εἰς κατασκευὴν τινων συμβάλλοντα, ὡς προείρηται. μετὰ δὲ τὰ Αἰτήματα, καὶ Ἀξιώματα, ἡ τῶν προτάσεων ἑρμηνεία ἀμέσως τεχθήσεται. συνεκτικωτέρα μέντοι τῆς παρὰ τοῦ Εὐκλείδου· σεσημειωμένων ἐν ἑκάστῃ προτάσει, τῶν τε ὅρων, ἀξιωμάτων, καὶ προτάσεων, δι' ὧν δείκνυται. καὶ τοῦτο εἰς ῥᾳοτέραν τῶν ἀρχομένων κατάληψιν.

Eucl. Lib. 1. Fig. 11.



ΑΙΤΗΜΑΤΑ.

Α'. Ἠτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Β'. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

Γ'. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

Κοιναὶ ἔννοιαι, ἤτοι Ἀξιώματα.

Α'. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Β'. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

Γ'. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

Δ'. Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

Ε'. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

ς'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Ζ'. Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Η'. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Θ'. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι.

Ι'. Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

ΙΑ'. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας (οἷον τὰς η θ, κ λ,) εὐθεῖα ἐμπίπτουσα (ἡ ε ζ.) τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ὡς τὰς ὑπὸ η ε ζ, κ ζ ε. ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

ΙΒ'. Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι.

ΙΓ'. Καὶ δύο εὐθεῖαι κοινὸν τμῆμα οὐκ ἔχουσιν.