

Π Ι Ν Α Ξ.

Τοῦ Δεύτερου τῆς Σφαιρικῶν.

Ὅρος. Α'. Κύκλοι ἐν σφαίρᾳ παράλληλοί εἰσι, ὡς καὶ ἐπίπεδα ἀσύμπτωτα.

373

β'. Κύκλοι ἐν σφαίρᾳ ἀλλήλων ἐφάπτεται λέγονται, ὅτε ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων τῶν κύκλων ἐφάπτεται ἑκατέρω τῶν κύκλων καὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον, καθ' ὃ καὶ οἱ κύκλοι ἐφάπτεται.

373

γ'. Κύκλος πρὸς κύκλον ἐγκλίθειν λέγεται, ὅταν ἡ περιχομῆ γωνία ὑπὸ τῶν πρὸς ἐφθὰς τῆ κοινῆ τομῆ ἀγομῶν ἀθροῶν πρὸς τῆ αὐτῆς σημείῳ ἐν τῆς ἐπιπέδου ἑκατέρω τῶν κύκλων ὀξεῖα ᾖ, ἥτις καὶ κλίσις τῶν αὐτῶν κύκλων πρὸς ἀλλήλους λέγεται.

373

δ'. Κύκλος πρὸς κύκλον ὁμοίως κεκλιθεὶς λέγεται, καὶ ἔπρος πρὸς ἔπρος, ὅταν αἱ τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἴσι.

373

ε'. Κλίσιως δύο κύκλων πρὸς ἀλλήλους μέτρον ἐστὶ τὸ ἕξον μίγιστον κύκλου διὰ τῶν πόλων ἑκατέρω τῶν κύκλων διαρχομῆ, τὸ μεταξὺ τῶν κύκλων ἐναπολαμβανόμενον.

373

Π Ρ Ο Τ Α Ξ Ε Ι Σ.

Α'. Οἱ παράλληλοι ἐν σφαίρᾳ κύκλοι τῶς αὐτῆς ἔχουσι πόλους, καὶ οἱ τῶς αὐτῆς ἐν σφαίρᾳ πόλους ἔχοντες κύκλοι, παράλληλοί εἰσι.

373

β'. Ἐὰν δύο ἐν σφαίρᾳ κύκλοι τῆ αὐτῆς συμπίσωσι σημείῳ, μίγιστον τινὸς κύκλου διὰ τῶν πόλων ἑκατέρω αὐτῶν διαρχομῆ, οἱ κύκλοι ἀππνται ἀλλήλων.

374

γ'. Ἐὰν δύο ἐν σφαίρᾳ κύκλοι ἀππνται ἀλλήλων, ὁ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν διαρχόμενος μίγιστος κύκλος, καὶ διὰ τῆς ἀφῆς αὐτῶν διέρχεται.

375

δ'. Ἐὰν ὡσιν ἐν σφαίρᾳ δύο κύκλοι ἀπτόμενοι ἀλλήλων, καὶ διὰ τῶν πόλων τῆ εἶδος τῆ κοινῆς αὐτῶν ἀφῆς μίγιστος δειλθῆς κύκλος, διελείσεται καὶ διὰ τῶν πόλων τῶ ἑτέρου.

376

ε'. Ἐὰν μίγιστος ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἀππνται ἐλάσσονος ἐν τῆ αὐτῆ σφαίρᾳ κύκλου, δυνάται ὁ αὐτὸς καὶ ἑτέρω ἀππνθαι κύκλου ἴσου τε καὶ παραλλήλου τῆ προτέρῃ.

377

Πόρισμα. α'. Ἐὰν ὡσιν δὲλλον, ὅτι ἔὰν μίγιστος ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἀππνται ἑκατέρω δύο ἐλασσόνων κύκλων ἴσου τε καὶ παραλλήλων, τὸ τῆς ἀφῆς σημεῖον καὶ διὰ μίτρον ἀντίκειται.

378

Πόρισμα. β'. Ἐὰν ἔὰν μίγιστος ἐν σφαίρᾳ κύκλος ἐλασσόνων δύο ἀππνται κύκλων, οἱ ἐλάσσονες κύκλοι ἴσοί τε καὶ παράλληλοί εἰσι.

378

γ'. Ἐὰν

ε'. Ἐὰν ὄσιν ἐν τῇ αὐτῇ σφαίρᾳ δύο κύκλοι ἐλάσσονες ἴσοί τε καὶ παράλληλοι, ὁ πῶ ἐνὸς ἀπτόμενος μέγιστος κύκλος καὶ τῷ ἐπέρι ἀππεται. 378

Πόρισμα. Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι ἂν διώκεται ἐν τῇ αὐτῇ σφαίρᾳ πλείονες, ἢ δύο ἐλάσσονες κύκλοι ἴσοί τε καὶ παράλληλοι εἶναι. 379

ζ'. Ἐὰν κύκλος μέγιστος κύκλον τινὰ ἐν τῇ αὐτῇ σφαίρᾳ πλαγίως τέμνῃ, διώκεται ὁ αὐτὸς δύο κύκλων ἀππιδεῖται ἴσων τε ἀλλήλοις καὶ παραλλήλων τῶν εἰρημίνων κύκλων. 379

η'. Ἐὰν δύο ἐν σφαίρᾳ κύκλων ἀλλήλοις τιμνομένων διὰ τῆς πόλων ἑκατέρου κύκλος μέγιστος διέλθῃ, δίχα τὰ τμήματα ἑκατέρου τῶν αὐτῶν κύκλων τίμνει. 380

θ'. Ἐὰν κύκλοι μέγιστοι ἐν τῇ αὐτῇ σφαίρᾳ διὰ τῆς πόλων παραλλήλων κύκλων διέλθωσι, τὰ μὲν τῶν παραλλήλων τόξα τὰ ὑπὸ τῆς μεγίστων περιλαμβανόμενα κύκλων, ὁμοιάεισι, τὰ δὲ τῶν μεγίστων τόξα τὰ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἴσάεισι. 381

ι'. Ἐὰν ἐπὶ τῶν διαμέτρων τῶν ἴσων κύκλων ἴσάει καὶ ὁμοία τμήματα κύκλων ἐπισηθῶσιν, ὡς ὁρθὰ εἶναι ἀπὸς τὰ τῶν κύκλων ἐπίπεδα, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἀφαιρήσῃ τόξα ἴσα ἀλλήλοις ὑπερίχοντα, ἢ ἐλλείποντα τῷ ἡμίσει τῶν τμημάτων, ἀπὸ δὲ τῶν τομῶν ἀφαιρήσῃ ἴσαι ἐπὶ τὰς τῶν κύκλων περιφέρειας ἀχθῶσι, τὰ ἐναπολαμβανόμενα τῶν κύκλων τόξα μεταξὺ τῶν διαμέτρων, καὶ τῶν ἀγομίνων ἀφαιρῶν ἴσα ἴσονται. 382

ια'. Ἐὰν ἐπὶ τῶν διαμέτρων τῶν ἴσων κύκλων ἴσάει καὶ ὁμοία τμήματα κύκλων ἐπισηθῶσιν, ὡς ὁρθὰ εἶναι ἀπὸς τὰ τῶν κύκλων ἐπίπεδα, ἀπὸ δὲ τῶν τμημάτων τε καὶ κύκλων ἴσα τόξα ἀφαιρήσῃ, αἱ τὰς τομὰς τῶν τόξων ἐπιζῶν γύρῃσαι ἀφαιρῶν, ἴσαι ἀλλήλαις ἴσονται. 385

Ἄημμα. Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλάρὰς ταῖς δυσὶ πλάρᾳ ἴσας ἔχῃ ἑκατέρου ἑκατέρα, καὶ γωνίαν ὁποιαδήποτε γωνία ὁποιαδήποτε ἴσῃ, καὶ ἡ λοιπὴ πλάρᾳ τῇ λοιπῇ ἴση ἴσῃ, καὶ ὅλον τὸ τρίγωνον ὅλον τῷ τρίγωνῳ, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἴσονται, ὑφ' αἷς αἱ ἴσαι πλάρᾳ ὑποτείνουσιν. 386

ιβ'. Ἐὰν δύο μέγιστοι κύκλοι, πολλῶν ὄντων παραλλήλων ἐν τῇ αὐτῇ σφαίρᾳ τῷ μὲν ἐλάσσονος ἀππωνται, τὸς δὲ λοιπὸς τέμνωσι, τὰ τῶν μεγίστων τόξα, τὰ τε ὑφ' ἑκάστου τῶν παραλλήλων περιχόμενα, καὶ τὰ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐναπολαμβανόμενα, ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶν, ὡσαύτως δὲ καὶ τὰ τῶν παραλλήλων τὰ ὑπὸ τῶν μεγίστων περιχόμενα ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶν, καὶ τῶν αὐθις ὅσα μὲν διὰ τῆς τομῆς τῶν μεγίστων διέρχεται κύκλων αὐθις τινὸς προθήκης, ἢ ἀφαιρίσεως ὁμοιάεισι τῆς μεταξὺ τῶν ἀφῶν τόξου, τῷ ὑπὲρ οἱ μέγιστοι παράλληλοι ἀππωνται, ὅσα δὲ διὰ τῶν καθ' αἷ οἱ κύκλοι τέμνονται μισῶν διέρχεται μὴ ἀφαιρίσεως, ὅσα δὲ διὰ τῶν πρὸς αἷ ἂν τέμνονται οἱ κύκλοι διαβαίνουσι μὴ ἀφαιρίσεως ἐκείνων ὁμοιάεισιν. 387

ιγ'. Κλ.

- ι γ'. Κύκλος ἐλάττωτος ἐν σφαίρᾳ δοθέντος κύκλου μίγιστον καταγράφαι ἀπτόμινον
 τῷ ἐλάττωτος καὶ τὸ δοθέν σημεῖον. 389
- ι δ'. Δοθέντος σημείου ἐν σφαίρᾳ μεταξὺ δύο κύκλων παραλλήλων τε καὶ ἴσων, κύ-
 κλον μίγιστον διὰ τῷ δοθέντος γράφαι σημεῖον ἀπτόμινον ἑκατέρω τῶν παραλλή-
 λων. 389
- ι ε'. Δύο μίγιστοι ἐν σφαίρᾳ κύκλοι, ἐὰν ὁμοία τόξα παραλλήλων κύκλων ἐναπο-
 λαμβάνωσιν, ἢ ἄμφω διὰ τῶν πόλων διέρχονται τῶν παραλλήλων, ἢ τῷ αὐ-
 τῷ ἑκάτερος ἀπτεται, ἢ γὰρ πῶς παραλλήλους ἑκάτερος τέμνει. 391
- ι ς'. Τῶν ἐν σφαίρᾳ παραλλήλως κειμένων κύκλων μίγιστον τινὶ ἐν τῇ αὐτῇ σφαί-
 ρᾳ κύκλῳ, οἱ εἴς ἴσιν τῷ μίγιστον ἀφιστάμενοι κύκλοι, καὶ ὡς μεταξὺ καὶ τῷ μι-
 γίστῳ τὰ τόξα ἴσά εἰσιν, ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν, ὁ δὲ ἐλάττωτος ἀφιστάμενος, καὶ
 ἢ μεταξὺ καὶ τῷ μίγιστον ἐλάττωτος ἐμπεριλαμβανόμενος τόξον, μείζων ἐστίν, ἢ δὲ
 μεταξὺ μείζων ἐμπεριλαμβανόμενος τόξον, ἐλάττωτος ἐστίν. 392
- ι ζ'. Ἐὰν ὅσοι ἴσοι κύκλοι παράλληλοι μίγιστον τινὶ ἐν σφαίρᾳ κύκλῳ, τὰ πῶ
 μίγιστον κύκλοι τόξα τὰ μεταξὺ αὐτῶν τε καὶ τῷ, ἀπὸς ὅν παραλλήλως ἔχουσι,
 μίγιστον κύκλοι ἐναπολαμβάνομενα ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν. 394
- ι η'. Ἐὰν κύκλος μίγιστος ἐν σφαίρᾳ ἐλάττωτος καὶ παραλλήλους τέμνη κύκλους μὴ
 διὰ τῶν πόλων αὐτῶν διέρχόμενος, ἢ τέμνει αὐτῶς δίχα, καὶ τὰ τῶν παραλλή-
 λων μείζονα τμήματα ἀπὸς τὸν ἐγγύτερον ἀφορῶσι πόλον. 394
- ι θ'. Ἐὰν κύκλοι παράλληλοί τε καὶ ἐλάττωτοι ἐν σφαίρᾳ ὑπὸ μίγιστον τέμνονται
 κύκλοι, μὴ διὰ τῶν πόλων αὐτῶν διέρχόμενοι, ὁ ἐγγύτερος τῷ πόλῳ μᾶλλον
 ἀίσως τέμνεται. 395
- ι κ'. Ἐπὶ τῶν ἴσων σφαιρῶν κύκλος κύκλῳ μᾶλλον ἐγκλιόμενός ἐστιν, ἢ ὁ πόλος
 ἐλάττωτος ἀφίσταται τῷ πόλῳ τῷ, ὃ ἐγκλίνεται, κύκλοι, ὡς δὲ οἱ πόλοι εἴς
 ἴσιν ἀφίστανται ἴσας καὶ πῶς ἐγκλίσεις ἔχουσιν. 396
- Πόρισμα. Ἐκ τῶν ἀφιστάμενων δὴλον, ὅτι ἐὰν διὰ τῶν πόλων τῶν ἐγκλινομένων,
 καὶ τῷ, ὃ ἐγκλίνεται ὁ αὐτῶς, μίγιστος διάλθῃ κύκλος, τὸ ἐναπολαμβάνομε-
 νον τόξον τῷ μίγιστον κύκλῳ ὑπὸ πῶ ἐγκλινομένῳ, καὶ ὃ ἐγκλίνεται, μίγιστον
 ἐστὶ πῶς τῷ κύκλῳ κλίσιως. 398
- ι δ'. Ἐὰν ἐπὶ πῶς ἐπιφανείας πῶς σφαίρας λαβῆται σημεῖον μὴ ὄν πόλος κύκλου
 τινός, καὶ ἀπ' αὐτῷ ἀφαιρῶσιν ἀχθῶσιν ἐπὶ πῶς περιφέρειας τῷ κύκλῳ μι-
 γίστον μὴ εἶναι ἢ ὑπὸ τὸν πόλον τῷ κύκλῳ, ὡς δὲ αὐτῷ ἀγομένῳ, ἐλαχίστη δὲ
 ἢ καὶ διάμεινον πύση ἀντικειμένη, τῶν δ' ἄλλων αἰεὶ ἢ ἐγγιον πῶς ὑπὸ τὸν
 πόλον πῶς ἀπώτερον μείζων ἐστὶ, δύο δὲ μόναι ἴσαι σφραπισσύνται ἀπὸ τῷ
 αὐτῷ σημείου ἐφ' ἑκάτερα πῶς τε μίγιστος καὶ ἐλαχίστος. 398
- ι ε'. Ἐὰν ἐπὶ πῶς ἐπιφανείας πῶς σφαίρας λαβῆται σημεῖον μὴ ὄν κύκλου τινός
 πόλος, καὶ ἀπ' αὐτῷ ἐπὶ πῶς περιφέρειας τῷ κύκλῳ τόξα μίγιστων κύκλων ἀχ-
 θῶσι, μίγιστον μὴ εἶναι τὸ διὰ τῷ πόλῳ τῷ κύκλῳ, ἐλαχίστον δὲ τὸ λοιπὸν,
 πῶς

πῶν δ' ἄλλων φεῖ τὸ ἔγγιον τῆ διατὰ τῶ πόλυ τῶ ἀπώτερον μεῖζόν ἐσι, δύο δὲ μόνα ἴσα ἀχθῆσονται ἀπὸ τῶ αὐτῶ σημεῖα ἐφ' ἑκάτερα τῆτε μίγισα ἔλαχίσα. 399
 κ γ'. Ἐὰν κύκλος μίγιστος ἀππται μὲν τῶ ἐλάσσονος τῶ ἐν τῆ αὐτῆ σφαίρα παραλλήλων, τῆμνη δὲ τὸν μεῖζονα, ὡσε τὸν πόλον αὐτῶ μεταξὺ εἶναι τῶ αὐτῶ παραλλήλων, ἀππωνται δὲ κὲ τῶ μεῖζονος τῶ παραλλήλων κύκλοι μίγιστοι ὁσοιδηποῦν, οἱ πόλοι τῶ ἀππομέων τῶ μεῖζονος τῶν παραλλήλων ἐν τῆ περιφεία τῶ αὐτῶ εἶσι κύκλυ, παραλλήλυ ὄντος κὲ αὐτῶ τοῖς ἐξ ἀρχῆς παραλλήλοισ, ἐλάττονος δὲ ἑκατέρω, κὲ ἀρὸς τὸν ἀπτόμιον τῶ ἐλάττονος τῶν ἐξ ἀρχῆς παραλλήλων, ὁ μὲν τῶ μεῖζονος ἀπτόμιος, καθ' ὃ τὸ ἐλαττον αὐτῶ τμήμα δίχα τέμνεται, μίγιστῶ ἔχει κὲ τῶ κλίσει, ὁ δὲ, καθ' ὃ τὸ μεῖζον αὐτῶ τμήμα δίχα τέμνεται ἀπτόμιος, ἐλαχίστῶ ἔχει τῶ κλίσει ἀρὸς τὸν αὐτῶν, πῶν δ' ἄλλων ὁ ἐγγύτερον τῶ τῶ μίγιστῶ ἔχοντος κλίσει τῶ ἀπώτερον μᾶλλον ἐγκλιόμενος ἐσι. 400

Πόρισμα. Ἐκ τῆτε δῆλον, ὅτι οἱ ἐξ ἴσου ἀφισάμενοι τῶ τῶ μίγιστῶ ἔχοντος κλίσει, ἐξ ἴσου ἐγκλιόμενοι εἶσι. 402

κ δ'. Ἐὰν κύκλυ ἐλάσσονος ἐν σφαίρα ὑπὸ μίγισα τομομένη κύκλυ κύκλοι μίγιστοι ἀππωνται, κὲ τὰ τῶν ἀππομέων τόξα τὰ μεταξὺ τῶν ἀρῶν κὲ κοινῶν τομῶν αὐτῶν τε κὲ τῶ τέμνοντος ἐμπιραλαμβανόμενα ἴσα ὡσιν, οἱ μίγιστοι ἐκείνοι κύκλοι ἐξ ἴσου εἶσιν ἐγκλιόμενοι τῶ τέμνοντι κύκλυ. 403

Π Γ Ν Α Ξ.

Τῶ Τρίτῳ τῶ τῶ Θεοδοσίῳ Σφαιρικῶν.

Π Ρ Ο Τ Α Ξ Ε Ι Σ.

Α'. Ἐὰν τμήμα κύκλυ ὀρθόν ἢ ἐγκλιόμενον ἢ ἀρὸς τὸ ἐπίπεδον ἑτέρω τευδὸς κύκλυ, τέμνον τὸν αὐτῶν κύκλον εἰς δύο αἷσα, ληφθῆ δέ τι σημεῖον ἐπὶ τῆς τῶ τμήματος περιφείας, ὡσε τὸ τμήμα εἰς δύο κατ' αὐτὸ αἷσα τέμνιθαι, κὲ ἀπ' αὐτῶ ἀρὸς τῶ τῶ κύκλυ μεῖζονα περιφείαν δίδεῖαι ἀχθῶσιν, ἐλαχίστη ἐσὶν ἢ τὸ ἐλαττον τῶ τμήματος ὑποτεινῶσα τόξον, ἀφ' ἧς αὖξονται μὲν ἀχθῆ τῆς διαμῆτε τῆς διηχομένης διατὰ τῶ σημεῖα, καθ' ὃ ἢ ἀπὸ τῶ ληφθῆντος σημεῖα κἀθαιος πίπτει, ἐλαττεῖται δὲ ὡς ὡ ἀρὸς τὸν αὐτῶ ἀποκατασταθῶσι. 404

β'. Ἐὸν δύο μίγιστοι κύκλοι ἐν τῆ αὐτῆ σφαίρα ὡσι, κὲ ἀπὸ τῆς κοινῆς αὐτῶν τομῆς ἴσα ἐν ἑκατέρω τόξα ληφθῶσιν, αἱ τὰ τόξα αὐτῶν ἐπιζέγγυῖσαι δίδεῖαι ἴσαι ἔσονται. 405

Λήμμα, Α'. Ἐὰν ἐπὶ τῆς ὑποτεινῆς τῶ τυχόντος τόξου δίχα τμηθείσης δύο ἑκατέρωθεν ληφθῶσι σημεῖα, ἐξ ἴσου τῶ μίση ἀφισάμενα, καὶ ἀπὸ τῶ σημεῖων

μείων κείνοι ἐπ' αὐτῆς ἀνασταθῶσι τὰ ἐναπολαμβανόμενα μικρὰ ἢ καθί-
των τόξα ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ. 406

Δημμ, β'. Ἐὰν ἐπὶ τῆς ὑποκειμένης τριγώνου τῆς δίχα τμηθείσης κείνου ἀπὸ
τῆς τομῆς ἀνασταθῆ, ληφθῆ δὲ ἐκατέρωθεν δύο σημεῖα ἐξ ἴσου τῷ μίσει ἀφι-
στάμω, καὶ ἀπ' αὐτῶν παράλληλοι ἀχθῶσιν ἀθείαι, καὶ ὧτων ἢ μὲν συμπί-
ση τῇ καθεύτῳ ἐκβαλλομένη, ἢ δὲ μὲν συμπίση, ἢ συμπίπτωσα ἔλαττον ἀ-
φαιρῆται τόξον. 407

γ'. Ἐὰν ὧσιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς σφαίρας δύο κύκλοι μέγιστοι, καὶ ἐπὶ τῷ κέντρῳ δύο
σημεῖα ληφθῶσιν, ἐξ ἴσου τῆς κοινῆς αὐτῶν ἀφιστάμω τομῆς, διὰ δὲ τῶν
ληφθέντων σημείων ἐπίπεδα παράλληλα διέλθωσι τέμνοντα τὸν ἔπρον τῶν μι-
γίστων κύκλων, καὶ ὧτων τὸ μὲν ἐκβαλλόμενον συμπίση τῇ διὰ τῷ κέντρῳ τῆς
σφαίρας, καὶ κοινῆς τομῆς τῶν μεγίστων κύκλων ἐκβαλλομένη ἀθεία, τὸ δὲ
μὲν, τὸ συμπίπτωσα ἔλαττον ἀφαιρῆται τόξον ἀπὸ τῷ περιμέτρου μεγίστου κύ-
κλου. 407

δ'. Ἐὰν ὧσιν ἐν τῇ αὐτῇ σφαίρῳ δύο κύκλοι μέγιστοι ἐπὶ ὁρθῶν ἀλλήλοις περιμέ-
τρου, καὶ ἐπὶ μὲν τῆς τῷ κέντρῳ περιμετρίας τόξα ἴσα ληφθῶσιν, ἐπὶ δὲ τῆς
τῷ ἑτέρῳ σημείῳ, ὃ μέγιστος πόλος τῷ ὑπ' αὐτῷ περιμέτρου, καὶ ἀπὸ τῶν λε-
φθέντων σημείων κύκλοι παράλληλοι διὰ τῶν περιμέτρων τῶν ληφθέντων τόξων ἐ-
πὶ τῆς τῷ ἑτέρῳ περιμετρίας γραφῶσιν, οἱ κύκλοι ὅσοι τόξα αἴσα ἀφαιρῆσου-
σιν ἐπὶ τῆς περιμετρίας τῷ αὐτῷ κύκλῳ, ἐφ' ἧς τὸ σημῖον εἴληπται, καὶ ὃ
μείζονι γραφόμενος διαστήμανι, μείζον καὶ τὸ τόξον ἀφαιρῆσει. 409

ε'. Ἐὰν δύο κύκλοι μέγιστοι πλαγίως ἀλλήλοις τέμνονται, καὶ ἐπὶ μὲν τῆς τῷ
κέντρῳ περιμετρίας τόξα ἴσα ληφθῶσιν, διὰ δὲ τῶν πόλων τῶν ἑτέρῳ κύκλῳ καὶ τῶν
περιμέτρων τῶν εἴλημμένων τόξων κύκλοι μέγιστοι γραφῶσιν, οἱ κύκλοι ὅσοι αἴ-
σα τόξα ἀφαιρῆσουσιν ἀπὸ τῆς περιμετρίας, ὃ πόλος ἐστὶ τὸ εἴλημμένον ση-
μεῖον, καὶ τὸ ἐναπολαμβανόμενον μικρὰ ἢ τῶν διὰ τῶν περιμέτρων τῶν ἐγγύπερον
τῷ πόλῳ τμήματος ἀγομῆων μεγίστων κύκλων μείζον ἐστὶ. 410

ς'. Ἐὰν ὧσιν ἐν τῇ αὐτῇ σφαίρῳ κύκλοι παράλληλοι δύο, καὶ τῷ μὲν ἐλάττωτος
κύκλῳ μέγιστος ἀπται, τὸν δὲ μείζονα τέμνη, καὶ τῷ περιμέτρου αὐτῆς ἑπ-
ρες κύκλος μέγιστος ἀπται, καθ' ὃ τέμνεται σημῖον, ληφθῆ δὲ ἐπὶ τῆς
περιμετρίας τῷ ἀπτομένῳ τῷ μείζονι τῶν παραλλήλων τόξα ἴσα, ὧσα ἐν τῇ
αὐτῇ εἶναι ἡμισφαίρῳ, καὶ διὰ τῶν σημείων τῶν ληφθέντων τόξων παράλληλοι
κύκλοι πῶς ἐξ ἀρχῆς ἀχθῶσιν, οἱ κύκλοι ὅσοι αἴσα τόξα ἀφαιρῆσουσιν ἀπὸ
τῆς περιμετρίας τῷ ἀπτομένῳ τῷ ἐλάττωτος τῶν ἐξ ἀρχῆς παραλλήλων, καὶ τὸ
ἐγγύπερον τῷ πόλῳ τῶν παραλλήλων ἔλαττον ἴσται. 411

ζ'. Ἐὰν ὧσιν ἐν τῇ αὐτῇ σφαίρῳ κύκλοι παράλληλοι δύο, καὶ τῷ μὲν ἐλάττωτος
κύκλῳ μέγιστος ἀπται, τὸν δὲ μείζονα τέμνη, καὶ τῷ περιμέτρου αὐτῆς ἑπ-
ρες κύκλος μέγιστος ἀπται, καθ' ὃ τέμνεται σημῖον. ληφθῆ δὲ ἐπὶ τῆς

περι-

περιφέρειας τῆ ἀπτομέου τῆ μείζονος τῶν παραλλήλων τόξα ἴσα, ὥστε ἐν τῇ αὐτῇ εἶναι ἡμισφαίρειον, καὶ διὰ τῶν σημείων τῶν ληφθέντων τόξων κύκλοι μίγιστοι ἀχθῶσιν ἀπτόμενοι τῆ ἐλάττωτος τῶν παραλλήλων, οἱ κύκλοι ὅτοι αἰσα τόξα ἐναπολήφονται ἐπὶ τῆς περιφέρειας τῆ μίγιστε τῶν παραλλήλων, τῶν ἐν τῇ αὐτῇ σφαίρᾳ, καὶ τὸ ἐναπολαμβανόμενον ὑπὸ τῶν διερχομένων κύκλων διὰ τῶν περάτων τῆ ἐγγύπερον τῆ πόλυ ὄντος τόξου μείζον ἴσαι. 413

Λήμμα. Δύο αἰσων μιγιστῶν δοθέντων, μίσον τέτων εἶρεῖν, σύμμιξον ἐτέρῳ τινὶ, μὴ ἴσῳ ὄντι τῇ τῆ μείζονος τῶν δοθέντων πρὸς τὸ ἐλαττον διαφορᾷ.

414

η. Ἐὰν ἐπὶ μίγιστε κύκλω περιφέρειας ὁ πόλος ἢ τῶν παραλλήλων, καὶ τῆτον τέμνωσι δύο μίγιστοι κύκλοι πρὸς ὀρθὰς, ὧν ὁ μὲν εἰς τῶν παραλλήλων, ὁ δ' ἕτερος λοξὸς πρὸς τὰς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τῆ λοξῆ ἴσαι περιφέρειαι ἀποληφθῶσι, μὴ ἴσαι εἶναι, ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ μέρη τῆ μίγιστε τῶν παραλλήλων κύκλω. διὰ δὲ τῶν γενομένων σημείων, καὶ τῆ πόλυ μίγιστοι κύκλοι γραφῶσιν, αἰσων ἀπολήφονται περιφέρειας τῆ μίγιστε τῶν παραλλήλων τὰς μεταξὺ αὐτῶν, καὶ μείζονα εἶναι τὴν ἐγγιον τῆ ἐξ ἀρχῆς μίγιστε κύκλου τῆς περὶ αὐτῶν. 415

θ. Ἐὰν ἐπὶ μίγιστε κύκλω περιφέρειας ὁ πόλος ἢ τῶν παραλλήλων, καὶ τῆτον τέμνωσι δύο κύκλοι πρὸς ὀρθὰς, ὧν ὁ μὲν εἰς τῶν παραλλήλων, ὁ δ' ἕτερος λοξὸς πρὸς τὰς παραλλήλους, ἀπὸ δὲ τῆ λοξῆ ληφθῆ δύο τυχόντα σημεῖα ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆ μίγιστε τῶν παραλλήλων, διὰ δὲ τῶν σημείων καὶ τῆ πόλυ τῶν παραλλήλων μίγιστοι κύκλοι γραφῶσιν, ἴσαι ὡς ἢ τῆ μίγιστε τῶν παραλλήλων περιφέρεια, ἢ μεταξὺ τῆ ἐξ ἀρχῆς μίγιστε κύκλω, καὶ τῆ ἐξῆς διὰ τῆ πόλυ, πρὸς τὴν τῆ λοξῆ κύκλω περιφέρειαν, τὴν μεταξὺ τῶν αὐτῶν κύκλων, ὅπως ἢ ἐξῆς τῆ μίγιστε τῶν παραλλήλων, ἢ μεταξὺ τῶν διὰ τῆ πόλυ καὶ τῶν ληφθέντων σημείων, μίγιστων κύκλων, πρὸς ἐλάττωτάτινα περιφέρειαν πῶς τῆ λοξῆ κύκλω περιφέρειας, πῶς μεταξὺ τῶν ληφθέντων σημείων. 417

Λήμμα. Ἐὰν ἀπὸ ὀξείας γωνίας ὀρθογωνίᾳ τινὸς ἕξωθεν εἰσθεῖα ἀχθῆ ἐπὶ τὴν ἀπινωτικὴν αὐτῆ πλάρᾳ, ὅλη αὐτῆ πλάρᾳ, ἐφ' ἣν πίπτει ἢ ἀχθεῖσα εἰσθεῖα, μείζονα λόγον ἔχει πρὸς τὸ καὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν μέρος, ἢ πρὸς τὴν γωνίαν πρὸς τὴν γωνίαν. 419

ι. Ἐὰν ἐπὶ μίγιστε κύκλω ὁ πόλος ἢ τῶν παραλλήλων, καὶ τῆτον τέμνωσι δύο κύκλοι μίγιστοι πρὸς ὀρθὰς, ὧν ὁ μὲν εἰς τῶν παραλλήλων, ὁ δ' ἕτερος λοξὸς πρὸς τὰς παραλλήλους, ἄλλος δὲ τις μίγιστος κύκλος διὰ τῶν πόλων τῶν παραλλήλων διερχόμενος, τέμνη τὸν λοξόν, μεταξὺ τῆ μίγιστε τῶν παραλλήλων, καὶ ἢ ὁ λοξὸς ἀπτεται, ἢ πῶς σφαίρας διάμιξον πρὸς τὴν τῆ κύκλω διάμιξον, ἢ ἐφάπτεται ὁ λοξὸς, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς τὴν μίγιστε τῶν παραλλήλων περιφέρειαν, ἢ μεταξὺ τῆ ἐξ ἀρχῆς μίγιστε κύκλω, καὶ τῆ ἐξῆς διὰ

διὰ πῶν πόλων, ἄρδς τῶν τῷ λοξῷ κύκλου περιφέρειας, τῶν μεταξὺ πῶν αὐτῶν κύκλων. 420

α. Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μίγιστοι κύκλοι τῷ αὐτῷ πῶν παραλλήλων ἐφάπτονται, ὁμοίας ἀφαιρῶντες περιφέρειας πῶν παραλλήλων κύκλων μεταξὺ αὐτῶν. ἄλλος δὲ τις μίγιστος κύκλος λοξὸς ὢν ἄρδς τῶν παραλλήλων, μείζονων ἐφάπτεται, ἢ ὢν οἱ ἐξ ἀρχῆς ἐφάπτοντο, ἢ ἔμνη τῶν αὐτῶν ἐφαπτομένων μεταξὺ τῶν μίγιστων πῶν παραλλήλων, ἢ ἢ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἐφάπτοντο, ἢ διπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς σφαίρας ἄρδς τῶν κύκλων διάμετρον, ἢ ἐφάπτεται ὁ λοξὸς, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς τῶν μίγιστων πῶν παραλλήλων κύκλων περιφέρειαν, ἢ μεταξὺ πῶν τῷ αὐτῷ κύκλῳ ἐφαπτομένων, ἄρδς τῶν τῷ λοξῷ κύκλῳ περιφέρειαν, τῶν μεταξὺ πῶν αὐτῶν κύκλων. 422

β. Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι ἴσας περιφέρειας ἀφαιρῶσι μίγιστου τινὸς κύκλου ἄρδς πῶν μίγιστων πῶν παραλλήλων, διὰ δὲ πῶν γινομένων σημείων γραφῶσι μίγιστοι κύκλοι, ἢ διὰ πῶν πόλων πῶν παραλλήλων διηρχόμενοι, ἢ τῷ αὐτῷ πῶν παραλλήλων ἐφαπτόμενοι, ἴσας ἀπολέθονται περιφέρειας ἀπὸ τῶν μίγιστων πῶν παραλλήλων τῆς μεταξὺ αὐτῶν. 423

γ. Ἐὰν ἐν σφαίρᾳ μίγιστος κύκλος κύκλῳ τινὸς πῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐφάπτεται, ἄλλος δὲ τις μίγιστος κύκλος, λοξὸς ὢν πρὸς τῶν παραλλήλων, μείζονων ἐφάπτεται, ἢ ὢν ὁ ἐξ ἀρχῆς ἐφάπτετο, ὁμοίας ἀπολέθονται περιφέρειας πῶν παραλλήλων κύκλων, τῆς μεταξὺ αὐτῶν, ἢ μείζονες, ἢ ὁμοίαι ἴσονται αἶ, αἱ ἔγγιστοι ὁποτιμῶν πῶν πόλων τῆς περὶ ἑαυτῶν. 424





ΕΚΘΕΣΙΣ

ΑΚΡΙΒΕΣΤΕΡΑ ΤΩΝ ΤΟΥ

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.



ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.



ΣΠΕΡ τῆς βυλομένης εἰσιλθεῖν εἰς πολυωνυμῆτινα λειμῶνα, Πρῶτοι-
 κῆ λαβυρινθώδη ταῖς φρασῖαις, καὶ τὰ ἐν αὐτῇ ποικίλα τῶν ^{μικτ.}
 ἀνθῶν εἶδη αὐτοψῆς ἐπιμελῶς διάσαθαι, καὶ ἐκάστῳ τῶν
 τῷ κάλλος, τῷ μέγεθος, τῷ χροίῳ, τῷ ποικιλίῳ, τῷ
 ὄσμῳ, καὶ τ' ἄλλα, ὅσα τοῖς ἀνδρῶσι συμφύεται δὴ καὶ ἐπιφύεται, διαγνώ-
 ναι ζητῶντι, προσήκει πρῶτον εἰδεῖναι τῷ εἰς τὸν αὐτὸν φέρουσαν λειμῶ-
 να, καὶ τῷ ἐν τῇ περιβάλλῳ τούτῳ θύρῳ μαθεῖν, καὶ ἀφειδῶς ταύτῳ κῆ-
 ψαθαι. πῆς δὲ ἀνοιχθείσης, εἰσιλθόντι ὁδῶν τῇ κηποῦ χησαθαι, καὶ
 εἶδ' μικρὸν εἶδον ἐνδιαξίψαι. Οὕτω τοι καὶ τῇ ποθῶντι πῆς μαθηματικῆς
 ἤδη ἐπιστήμης μέγξι μυχῶν γενέθαι, καὶ τὰ ἀδύτα ταύτης ὁδύσαι, καὶ τὰ
 ὄργια μυηθῆναι, καὶ στυλιόντι φαῖναι, ὡς εἶκος τῇ μαθηματικῶν λόγων
 ἐγκρατεῖ γενέθαι, ἀμήχανον αὐτῷ μὴ φρότερον ἐν τῇ ταύτης προφυλαίῳ
 ἀκρεβῶς ἀσκηθέντι, καὶ τῇ εἰδήμονι τῇ μαθηματικῶν ἀρχῶν τε καὶ ἀποδεί-
 ξιῶν ποδηγητικῶν, καὶ βαθμυδόν πως ἀφ' ἐνὸς πρὸς ἕτερον τῇ ἐκείνης εἰ-
 δῶν μεταβαίνοντι καὶ σκοπὸν βάλλειν. Πολυωνυμῆς μὲν γὰρ ἡ Μαθηματι-

Λ

κῆ

2 Π Ρ Ο Ο Ύ Μ Ι Ο Ν .

καὶ Ἐπιστήμη πείθει ἔχ ἕντων , ἢ πολυειδῆς , αἷτις δὲ περὶ πολλῶν καὶ παντοδαπῶν θεωρημάτων τε καὶ προβλημάτων , καὶ μὲν καὶ μηχανῶν ἐπιρμιωδέσσια , καὶ ἐπιστημονικὰς γὰρ καὶ ἐξαιρετικὰς ἀπὸ γνωριματέρων τε καὶ πισωτέρων τὰς ἀποδείξεις ποιῶσα . διὸ καὶ ἀθάλας ἀκῶσαι , ἔχ ὅλας πάντη ἀέκειον . Λαβυρινθώδης δὲ τῆ πολυπλίετω σειρᾷ τῶν εἰδῶν , καὶ τῶν τὰ ἀρόπρα τῶν ἐγγύς , ἀρόδοις τινὰς , ἢ μᾶλλον εἰσόδους εἶναι . καὶ μὴ δυνάσθαι τὸν πάντες ἐρασιῶ ἐσπελῶς γὰρ τῷ ποδυμείου τυχεῖν , ἢ ὅλας ἀσροσκοπίας ἐπὶ τῶ ἀρόρω χωρῆσαι , εἰμὲν γὰρ ἀρόπρον ἐν ἄλλοις ἀροπαίεσσιν .

Ἀμίλει τοι τὸν ἀύλοις ποσὶν ἀσροσκοπίας τε , καὶ ἀπλαίσιν τῶν μαθηματικῶν ἐπιστήμῶν περιπαλιῦσαι ἐθέλοντα , καὶ ἰδυπόροις πέρυξιν καὶ ἀκμήτις εἰς τὸν κολορῶτα πάντης ἀσάδραμειν , καὶ ἰδύλω θυσίως τῆ Ἀρχαίον , διατῶ τῶ τὸς γεσταιότητις τῆ ἀρότη καὶ περικαλλεῖ πάντης θυγατρὶ γνωθῆται , καὶ δι' αὐτῶς ὡς Δαιδαλίε τινὸς ὕσρησίως δυνάσθαι εἰσεῖσαι , ἢ μόνον εἰς τὰ ἐσδέσπαι τῶς Μαθηματικῆς , καὶ τοῖς πολλοῖς ἔδη ἀθίπαι , ἀλλά γὰρ τῶ ὄντι καὶ τῶς κορυφᾶς τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν ἐπίπαισαι , ἢ χαλιπὸν αὐτῶ εἶσαι . ὁ δὲ μίγισον , ὅτι καὶ τοῖς ἔτοι δι' ἀθίνων τὸς , ἢ ἀποτυχίαν ὄδου , ἢ ἄλλω τινὰ αἰτίαν εἰσελθεῖν μὴ δυνάσθαι , τῶς ὄδῶ οἴός τε ἔγῆσασθαι .

Τὸ χρίσιμα τῶ τῶ Εὐκλ. τοχίω. Προπύλαιον ἔδη τῶς Μαθηματικῆς ἀπάσης ἐπιστήμης εἶτι τὸ κυριώτατον καὶ κατωδίστατον πείθει . ὅπιν Εὐκλείδης , ὁ Δαιδάλο ἀμχανώπτορος , τῶς τοῖς πάλαι σοιχειώδεις ἀριθείσας ἀροπίσεις , καὶ ἀκρῶς ἀσάπτουχθείσας , ἀσδ' ὕλης συλλέξας , οὐκ ὀλίγας δὲ καὶ ἐξ αὐτῶ ἀροθείς , τῶς μαθηματικὰς ἀρχὰς ἀροπίξας , ἔπος ἐξυφάσαστο , ἔπο κατιρῆσθμίσαστο ὡς μιᾶς μόνης ἀσφαιρμείης , ἢ γῶν παριωραμείης , ἀπασ τὸ ὕφασμα ἀπλῆς εἶσαι τε καὶ γνωσκειθαι . διὸ καὶ σοιχειῖα Εὐκλείδου παρονομάζονται , οἶονεῖ τινε ἀρχαὶ καὶ βάσεις τῶς Μαθηματικῆς κατὸν ἀπάσης ἐπιστήμης καὶ ἀροπύλαιον . Ταῦτα καὶ θυγάτηρ ἀρότη , καὶ περικαλλῆς τῶς αὐτῶς καθεῖσαι . Ταῦτα Δαιδάλιον μηχανῶν εἰπὼν ἔκ ἀσ ἀμάρτης . Εἰδέισσι καὶ κλεινὸν ἀριστὸν μαθηματικῆς ἀπάσης πάντα ὀνομάσαι , ἀρόδοις καὶ ἔπο τοῖς λοιποῖς αὐτῶ ὀνομάσαι . Καὶ ἔπριν τι τῶ ἀρμοδιώπρον αὐτῶς ἔπριν ὀνομα , μὴ φθορίσας εἰπῶν . Καὶ γὰρ μὴ μόνον ταῖς περὶ τὰ ἀσδύγραμματα τῶν καμάτων ἀσολυμείαις ἀσραγματείαις , ἀλλά καὶ ταῖς περὶ τῶς ἀσθμῆς , καὶ τὰς σεριατῶν σωματῶν σοιχειώδεις καθεῖσαι .

Διῶσις τῶ τῶ Εὐκλ. τοχίω. Τεσσῶν μὲν τὸ κατωδίσ τῶ τῶ Εὐκλείδου σοιχειῶν . Διῶρηται δὲ ταῦτα εἰς πεσπκαίδικα τὰ πάντα βιβλία . ὡς ἔξ μὲν περὶ τῶ ἐν ἐπιπέδῳ καταγραφομείων καμάτων διαλαμβάσαι . Τῶν δὲ τὸ πέμπτον καὶ μόνον τῶς τῶν κατωδίσ ἀσθμῆς ἀλληλα καίσεις καὶ λόγου ἀσάπτουσαι . Τα δὲ λοιπα

πὰ πλεῖ τῶ ἑπιπλάρων , τῶ ἀππλάρων τε , καὶ ἄλλων τινῶν σχημάτων , καὶ ὅτι πλεῖ κύκλων ἐπιρμυνάει . Μιτὰ δὲ τὰ ἐξ ταῦτα , ἑία τῶ λοιπῶν βιβλία τὰς τῶ ἀειθμῶν χάσεις ἀποθησαυρίζει . Τὸ δὲ γε δέκατον πλεῖ τῶ χάσιων τῶ περιχυσῶν τὰ σχήματα πλάρων , καὶ μὴ , καὶ τῶ ἐκ τύπων χωρίων , καὶ ἄλλων τινῶν πολυπραγμονεῖ . διὸ καὶ περιργωδέστερον μάλλον , καὶ ὑψηλοτέρη νοῶς δόμειον . Τὰ λοιπὰ δὲ πρὸς Στοιχεῖα σφαιρῶν σωματικῶν ἐπιγράφεται , ἅπερ δὴ τὰ ἀήκουτα τοῖς σφαιροῖς ἀνιχνύοντα σώμασιν .

Σύγκειται δὲ ταῦτα εἰς ἑκ μισθῶν , ἐξ ὄρων , Ἀξιώματων , Αἰτημάτων ^{Τίμα δὲ, πόσα τὰ μέρη τῶν αὐτῶν.} τῶν τε καὶ Προτάσεων . Καὶ τῶν δὲ τῶ μισθῶν τὰ μὲν εἰσὶν ἀρχαὶ ἀναπόδεικτοι , τὰ δὲ ἀποδείξεως δόμεινα . καὶ ἀναπόδεικτοι μὲν εἰσὶν οἱ ὄροι , τὰ Αἰτήματα , καὶ Ἀξιώματα . ἀποδείξεως δὲ αἱ Προτάσεις δόμονται . Ἀλλ' ἵνα ὁ λόγος καθ' ὁδὸν βαδίζῃ , ἐκ τῶ ἀναποδείκτων σφῶτον πρὸς ἐρμηνείας ἀρχόμεθα . Ὅσα γὰρ τῶ ποιῶν τὸ πιστὸν οἰκοδοῦν ἔχουσιν , οἷς γνώριμα μὴ μόνον τῶ διδάσκοντι , ἀλλ' ἔδωκ ἦτον καὶ τῶ μαθησάοντι , καὶ εἰς ἀρχῆς τάξιν λαμβάνονται , ταῦτα εἰσὶ τὰ Ἀξιώματα , οἷον τὸ , τὰ τῶ αὐτῶ ἴσα , καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν ἴσα . ὅσα δ' ἔκ ἑκ ἔχει ἐξ αὐτῶ τὸ πιστὸν , οἷς μὴ καθ' αὐτὰ γνώριμα τῶ μαθησάοντι , συγχωρεῖται δὲ τῶ λαμβάνοντι , ἔποθέσεις τὰ τοιαῦτα καλεῖται . οἷον Κύκλος εἰσὶ σχῆμα ἐπίπιδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιχόμενον , ἢ καλεῖται περιφέρεια . καὶ τὰ ὁμοία . Καὶ εἰσὶ εἰσὶν οἱ ὄροι . Ἀ' δὲ εἴτε γνωστὰ καθ' ἑαυτὰ ὑπάρχουσιν , οὔτε μὲν συγχωρεῖται παρὰ τῶ μαθησάοντος , λαμβάνεται δ' ὁμοῦς εἰς κατασκευάσις προσήκοντα , καλεῖται Αἰτήματα . Καὶ ταῦτα μὲν καὶ Πρόκλον . Δυνάμεθα δὲ καὶ ἡμεῖς ἐκ τῶ εἰρημεσίων εἴπωσι ταῦτα δεῖσαθαι , ἀπὸ τῶ ὄρου ἀρχόμενοι .

Ὅρος μὲν εἰσὶ γνώσις ἀναπόδεικτος καθ' ὑπόθεσιν , μὴ καθ' αὐτῶ γνώριμος , εἰς ἀρχῶν λαμβανομένη .

Αἴτημα δὲ , γνώσις ἀναπόδεικτος , οὔτε καθ' αὐτῶ γνώριμος , οὔτε μὲν παρὰ τῶ μαθησάοντος διχομένη , λαμβανομένη δὲ εἰς κατασκευάσις τῶ καὶ ἀρχῶν .

Ἀξίωμα δὲ , γνώσις ἀναπόδεικτος , γνώριμος , καὶ καθ' ἑαυτῶ τὸ πιστὸν ἔχουσα , εἰς ἀρχῶν λαμβανομένη . καὶ ταῦτα μὲν ἴκανα πλεῖ τῶ Ἀναποδείκτων .

Τῶν δὲ Προτάσεων τῶ ἀποδείξεως δόμεινων , ὅσαι μὲν εἰσὶ τὰς γενέσεις τῶ σχημάτων , τὰς τομαῖς , τὰς ἀφαιρίσεις , ἢ προσθέσεις , καὶ ὅλως τὰ τῶν τύπων παθήματα περιέχουσι , Προβλήματα λέγονται . οἷς τὰς ποιητικαῖς ἀναλογεῖσαι ἔχουσιν . οἷον εἰσὶ τὸ σφῶτον , καὶ δεύτερον πρόβλημα τῶ δ. βιβλίου . καὶ τὰ παραπλήσια .

Ὅσαι δὲ τὰ ἐν τοῖς σχήμασι συμβαίνοντα ἐπισημονικῶς ἀποδεικνύουσι ;

4 Π Ρ Ο Ο Ϊ Μ Ι Ο Ν .

Διωρήματα καλεῖται , ὡς οικειότεραι ταῖς Διωρητικαῖς ἐπιστήμαις . οἷόν ἐστι τὸ πῆρτον , πέμπτον κὲ ἕκτον τῶ ἀρώτι βιβλίῳ , καὶ τὰ ὅμοια . ὡς ἐπιπέδου καὶ ὄβριστα , ἢ ὑπογράψαι δυνάμιθα .

Πρόβλημά ἐστι γινῶσις , δι' ἀποδείξιος τὰ τῶ γνημάτων παθήματα ἐρά- νωσα , κὲ τὸ ἀναστρέψασθαι ποιῶσα .

Θιώρημα δι' γινῶσις , δι' ἀποδείξιος τὰ ἐν τοῖς γήμασι συμβαίοντα ἐπιστημονικῶς ἀποδεικνύοντα , κὲ πῶς ἀρὸς ἄλλα τῶν λόγων ζητῶσα .

Τοιαύτη μὲν ἔστι ἡμῖν ἡ τῶ ἀρώσιαν ἀπλουτέρως κὲ συμπομπῶρα διαί- ρισις .

Τιτὲς δι' τῶ πάλαι Διωρήματα πάντα καλεῖν ἠξίωσαν , ὡς περὶ τῶ ἀίδιων κὲ ἀύλων πῶς Διωρίας ποιῶμεθα . πῶς γὰρ τῶ γνημάτων γνήσις κὲ τ' ἄλλα , ἢ πεπεικῶς , ἀλλὰ γνωστικῶς καθαρῶμεν , κὲ ἐπιστημονικῶς ἀ- ποδεικνύμεν .

Ἐπειδὴ δὲ τὰ πάντα ἀποδείγματα τῆ αὐτῆ ἀναστοχασίας ἔκαλον . Τὴν δὲ ἀναστοχασίαν διττῶν εἶναι ἔλεγον . ἐπὶ μὲν δὲλεγοῖτο τὸ ζητούμενον πορίσασθαι σπουδάζειν , ἐπὶ δὲ ὠρισμένον λαβόντας ζητῶν εἰδέναι , εἰ τί ἐστι , ἢ ποῦ ἐστὶν , ἢ πῶς ἐστὶν , ἢ τίνας ἔχει ἀρὸς ἄλλο τῶς γνήσις . ἀλλ' εἰ καὶ ἑκάστης πῶς μετὰ εἰ ἀρώσιαν οὐδὲν λέγειν δεκῶσιν , ἡμῖν μὲν περὶ διὰ τὸ ἀσύγχυτον κὲ σαφές τῶ πῶς χαίρειν ἔωντες , τὴν ἀρώσιαν εἶναι ἀσπασώμιθα διαίρισις .

Τίτὲς δὲ τὰ πῶς ἀρώσιαν καὶ ἀποδείγματα καλεῖν ἠξίωσαν . Ἔστιν ἔτι ἕκαστος τῶ ἀρώσιαν ἀποδείγματα κὲ Διωρημάτων πάντα ταυτὶ ἐν ἑαυτῇ γνημάτων ἔχει , Πρότασις , Ἐκθεσις , Διαορισμὸς , Κατασκευὴ , Ἀπόδειξις , κὲ Συμπέρασμα . ὡς ἢ μὲν ἀρώσιαν τὶ τὸ ζητούμενον τῶ οἰδομίῳ λέγει , ἢ τί τὸ ἐκ πῶς πιαῖς δε , ἢ πιαῖς δε ὑποδείξιος συμπερασματικῶν .

Ἡ Ἐκθεσις δὲ ἀπὸ καθ' αὐτὸ τὸ δίδόμενον , κὲ ὑποτιθέμενον τῆ ζη- τῶσι ἀναστρέφει , κὲ τί τὸ συμπερασματικῶν ἀναστρέφει .

Ὁ δὲ Διαορισμὸς τὸ ζητούμενον , ἢ συμπερασματικῶν χωρὶς οὐκ εἶναι , κὲ οἷοι ἐπιπέδου γνήσις .

Ἡ δὲ Κατασκευὴ τὰ εἰς ἀπόδειξιν τῶ δίδόμενον συμβαίοντα ἀναστρέφει περὶ , κὲ εἰς τίς ἀναστοχασίας ἀποδείξιος ἐστὶ .

Ἡ Ἀπόδειξις δὲ ἐπιστημονικῶς , καὶ ὑπεκρίβωμῶς ἀπὸ τῶ ὁμολογη- θῶτων κὲ γνωστικῶν συνάγει τὸ ζητούμενον , ἢ τὸ ἀναστοχαστικῶν .

Τὸ δὲ Συμπέρασμα ὡς ἔχον , ἢ ἐπὶ τὴν ἀρώσιαν ἑπαναστρέφει , ἢ πῶς διεξιδοῦν ἀναστοχαστικῶν , βιβαιοὶ τὸ συταχθεῖ .

Καὶ πάντα μὲν ἀπλῶς ἑκάστης ἀρώσιαν μίρη . Ἀναστοχαστικῶν δὲ , Πρό- τασις , Ἀπόδειξις , κὲ Συμπέρασμα . διὰ συμπομπῶν χάριν πῶς μὲν ἢ Ἐκ- θεσις πῶς διαορισμῶν εἶναι , πῶς δὲ ἢ Κατασκευὴ , ὡς μὴ συμβαίοντα πα- ρεῖναι .

ρορᾶται . δια δὲ τὸ ἀληπτότερον , φέρε δὴ καὶ ἐπὶ παραδείγματος τὰ ῥη-
θῶτα ἀπατύξωμεν .

Τὸ μὲν εἶναι ἀ. προβλήματος τὸ ἐν τῆ ἀ. τῷ Εὐκλείδ. Βιβλίῳ Πρότασις Τίς ὁ
Πρότα-
σις .
66
λέγεται , ἢ ἀνάκειναι ἐν αὐτῇ περίοδος , ἔπειτα λέγουσα , ἐπὶ τῆς δοθείσης
ἀθείας πιπιρασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι .

Ἐξῆσις δὲ , τὸ λέγον , ἔστω ἡ δοθείσα πιπιρασμένη ἀθεία , ἢ α β .
Διορισμός δὲ , τὸ , δεῖ δὲ ἐπὶ τῆς α β , ἀθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συ-
στήσασθαι . τὸ δὲ ἀπὸ τῆς , κεντρῶ μὲν τῆς α , διαστήματι δὲ τῆς β . μίξι
τῆς , ἐπιζεύχθωσαν ἀθείαι αὐτῶ γ α , γ β , κατασκευὴ λέγεται . τὸ δὲ ἀπὸ
αὐτῶ , μίξι τῆς , αὐτῶς ἄρα γ α , α β , β γ , ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν , ἀπό-
δείξις . καὶ τὸ λοιπὸν , Συμπέρασμα . Ἐπεὶ δὲ τῶν ἐμνησθῆμεν , ἕκαστο
σκοπῶ πάντως γὰρ καὶ περιετῶν ἄλλων τῶντοις συνηρημένων βραχίονα διελ-
θεῖν . καὶ ἀνάκειναι μὲν , τί Λῆμμα , τί Πῶσις , τί Πόρισμα , τί Ἐνστα-
σις , τί Ἐπαγωγή , εἴπωμεν . πῶσις δὲ καὶ τί ἢ Ἐπαγωγή , τῆς εἰς ἀδύ-
νατον Ἐπαγωγῆς διενόησι , καὶ ἔστω πῆρας τῆς λόγῳ δώσομεν .

Λῆμμα μὲν εἶναι πρότασις ἀποδοξασμένη , ἢ μὴ , ἀποδείξιως δὲ Τί λῆμ-
μα .
καὶ λόγῳ διομένη , εἰς κατασκευὴν , ἢ ἀπόδειξιν ἄλλης τινὸς ἀνάκειναι
λαμβανόμενῃ . διενόησι δὲ τῷ Ἀξιώματι , ὅτι ἐκεῖνο μὲν ἀπόδεικτον ,
ἀνάκειναι δὲ , ἀποδείξιως καὶ λόγῳ διομένη .

Πῶσις δὲ εἶναι διάφορος κατασκευῆς ἔστω , καὶ ἐξαλλαγῆς θέσεως , ἢ τῆς Τί Πῶ-
σις .
τῆς σημειῶν , ἢ τῆς γραμμῶν , ἢ τῆς ἐπιπέδων , ἢ τῆς σφαιρῶν , διὸ καὶ
πῶσις καλεῖται , οἷα μιτάθισις τῆς κατασκευῆς .

Πόρισμα δὲ εἶναι θωρήμα ἕκαστου προβλήματος , ἢ θωρήματος ἀνα- Τί Πό-
ρισμα .
φανόμενον , ἢ καὶ συναγόμενον , καλεῖται δὲ πόρισμα , ὡς τὸ κέρδος οὗ
τῆς ἐπισημονικῆς ἀποδείξιως παρίργον .

Ἐνστασις δὲ διακοπή εἶναι τῷ λόγῳ , καὶ ἐπὶ πάντων μιτάθισις , ἢ ἀνάκειναι Τί Ἐ-
στασις .
τῷ κατασκευῆν , ἢ ἀνάκειναι τῷ ἀπόδειξιν ἀπυκνωσά . δεῖ δὲ τὸν ἀναδεί-
μενον , ἀνάκειναι μὲν τῷ ἐνστασιν , δεῖξαι δὲ τὸν κῶμενον αὐτῇ ψάδδ-
μενον .

Ἐπαγωγή δὲ εἶναι μιτάθισις ἀπ' ἄλλου προβλήματος , ἢ θωρήματος Τί Ἐ-
παγωγή .
ἐπ' ἄλλο ὁμοίως πρόβλημα , ἢ θωρήμα . οὐ γνωστός , ἢ πορευτός ,
καὶ τὸ ἀποκείμενόν εἶναι καταφανές .

Ἡ δὲ εἰς ἀδύνατον Ἐπαγωγή λῆψις εἶναι τῷ μαχομένῳ τῆς ζητούμενης . Τί εἰς
ἀδύνα-
τον Ἐπα-
γωγή .
καταπῶσα δὲ εἰς ἄπονον ὁμολογούμενον , διαβιβαστοὶ τὸ ζητούμενον .

Ταῦτα μὲν οὐδὲν ἐπὶ τῷ παρόντι συνηρημένως ἤδη ἀποσημαίνονται τῆς
βυλομένων χάριν τῆς μαθηματικῆς ἡδύτης γίνεσθαι . ὅπως ὁδῶ καὶ τῆς
ξείας κησάμενοι , ἐπὶ τῷ ἀπόσω ἀποσκοπῶς χωρήσασιν , καὶ τοῦ ποθη-
μένου ἀπόσω τυχῶσι . Διήρηται δὲ πάντα τῷ Εὐκλείδου Στοιχείῳ , καὶ αὐτῶ
Προ-

6 Π Ρ Ο Ο Ϊ Μ Ι Ο Ν .

Προπάσεις. καὶ τὸν προσήκοντα ὄρισμὸν αἱ ἀρχαὶ, αἱ ἀποπάσεις, καὶ τὰ ἐ-
πόμενα ταύταις ἐδίδξαντο. ἵνα μή τις ἀκρίως πᾶς διαφοράς τῶν μισθῶν τῶν
ἀποπάσεων ἀρρογορίας, ἢ τῶν ταύταις ἀπικτημένων ζῆνιζται. ἢ περὶ
τῶν ἐρωτώμενων ἐρυθμῶν, μὴ εἰδὼς ἀκριβῶς τί τοῖς ἐρωπῶσι δεῖον
ἀποκρίθῃ. ὦρα δὲ πᾶς τῶν ὄρων ἐρμηνείας κατὰ Πρόκλον ἄρ-
ξασθαι.



Σ Τ Ν .

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ