

Π Ι Ν Α Ξ.

Τῆ Τετάρτῃ τῆς τῷ Εὐκλείδου Στοιχείω.

- Ὅρος Α'. Σχήμα ἀθύγραμμον εἰς γῆμα ἀθύγραμμον ἐγγράφεται λέγεται, ὅταν ἐκάστη τῆς τῷ ἐγγραφομένου γήματος γωνιῶν ἐκάστης πλεύρᾳς τῷ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἄπτηται. 91
- β'. Σχήμα δὲ ὁμοίως περὶ γῆμα περιγράφεται λέγεται, ὅταν ἐκάστη πλεύρᾳ τῷ περιγραφομένου ἐκάστης γωνίας τῷ, περὶ ὃ γράφεται, ἄπτηται. 91
- γ'. Σχήμα δὲ ἀθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεται λέγεται, ὅταν ἐκάστη γωνία τῷ ἐγγραφομένου ἄπτηται πῶς τῷ κύκλῳ περιφέρειας. 92
- δ'. Σχήμα δὲ ἀθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεται λέγεται, ὅταν ἐκάστη πλεύρᾳ τῷ περιγραφομένου πῶς τῷ κύκλῳ περιφέρειας ἄπτηται. 92
- ε'. Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς γῆμα λέγεται ἐγγράφεται, ὅταν ἢ τῷ κύκλῳ περιφέρειᾳ ἐκάστης πλεύρᾳς τῷ, εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἄπτηται. 92
- ς'. Κύκλος δὲ περὶ γῆμα περιγράφεται λέγεται, ὅταν ἢ τῷ κύκλῳ περιφέρειᾳ ἐκάστης γωνίας τῷ, περὶ ὃ περιγράφεται, ἄπτηται. 92
- ζ'. Εὐθεία εἰς κύκλον ἐναρμόζειται λέγεται, ὅταν πᾶς πέρατος αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφέρειας ῥ τῷ κύκλῳ. 93

Π Ρ Ο Τ Α Ξ Ε Ι Σ.

- α'. Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῆ δοθείσῃ εὐθείᾳ, μὴ μείζονι ἢ τῇ πῶς τῷ κύκλου διαμήτρῳ, ἴσῳ εὐθείᾳ ἐναρμόσαι. 93
- β'. Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῆς δοθέντι ῥιγώνῳ ἰσογώνιον ῥιγῶνον ἐγγράψαι. 94
- γ'. Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τῆς δοθέντι ῥιγώνῳ ἰσογώνιον ῥιγῶνον περιγράψαι. 94
- δ'. Εἰς τὸ δοθὲν ῥιγῶνον κύκλον ἐγγράψαι. 95
- ε'. Περὶ τὸ δοθὲν ῥιγῶνον κύκλον περιγράψαι. 95
- Πόρισμα. Ἐκ τῆς δῆλον, ὅτι ὅταν τῆς δύο τῷ ῥιγῶνον πλεύρῶν δίχα πενομήτων, αἱ ἐπ' αὐτῆς ἀγόμεσαι κάθετοι ἐντὸς τῷ ῥιγῶνον συμπέσωσιν, ἢ ὑπὸ τῆς ἀτμήτου ὑποτεινομένη γωνία, ἐλάττω ἐστὶν ὀρθῆς, καὶ τῷ πεπαλιν, ἐκ μείζονι γὰρ ἐστὶ τμήματι, ὅταν δὲ ἐπὶ τῆς ἀτμήτου, ὀρθῆς, καὶ τῷ πεπαλιν, ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ. ὅταν δὲ ἐκτὸς τῷ ῥιγῶνον, μείζων ὕρθῆς, ἐν ἐλάττωι γὰρ ἐστὶ τμήματι κύκλῳ. 96
- ς'. Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τριγῶνον ἐγγράψαι. 96
- ζ'. Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον τριγῶνον περιγράψαι. 96
- η'. Εἰς τὸν δοθὲν τριγῶνον κύκλον ἐγγράψαι. 97
- θ'. Περὶ τὸ δοθὲν τριγῶνον κύκλον περιγράψαι. 97

f

Πε.

Πόρισμα . Ἐκ δὲ τῶν φαιρῶν , ὅτι παντὸς πρῶτον αἰ διὰ μέρους δίχα πρῶτον
ται . 98

ι . Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι ἔχειν ἑκατέρω τῶν ἑπὶ τῆς βάσεως γωνιῶν διπλα-
σίουα τῆς λοιπῆς . 98

ι α . Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον περιγράψαι ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι . 99

ι β . Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον περιγράψαι ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον περιγρά-
ψαι . 100

Πόρισμα . Ἐκ δὲ τῶν φαιρῶν , ὅτι ἐν ταῖς ἰσογωνίοις καὶ ἰσοπλευροῖς πεντα-
γώνοις τῶν πλευρῶν δίχα τμηθεῖσιν , καὶ ἐπ' αὐτῶν καθέτων ἀγομῆσιν , αἰ
ἀπὸ τῆς συνδρομῆς τῶν καθέτων ἐπὶ τῆς γωνίας ἀγόμεναι διθῆναι , δίχα τῆς
γωνίας τέμνεται . 101

ι γ . Εἰς τὸν δοθέντα περιγράψαι ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον ἔστι , κύκλον ἐγ-
γράψαι . 101

ι δ . Περὶ τὸν δοθέντα περιγράψαι ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον , κύκλον
περιγράψαι . 101

ι ε . Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον ἐξάγωγε ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι . 102

Πόρισμα . Ἐκ τῶν συναγεται , ὅτι ἢ τῶ ἑξαγώγε πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῆ ἢ τῶ κέν-
τρον τῶ κύκλου . 103

ι ς . Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον περιττικαυδικάγωγε ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγ-
γράψαι . 103

Π Ι Ν Α Ξ .

Τὸ Πέμπτον τῶν τῆ Εὐκλείδου Στοιχείων .

Ὅρος Α' . Μείζον ἐστὶ μείζους μεγέθους , τὸ ἔλαττον τῶ μείζονος , ὅταν καταμι-
ξῆται τὸ μείζον . 106

β' . Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μείζον τῶ ἔλαττονος , ὅταν καταμιξῆται ὑπὸ τῶ ἔλατ-
τονος . 106

γ' . Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογεμῶν , ἢ κατὰ πηλικιότητα ἑπὶ ἀλλήλα ποιαί-
χίσις . 107

δ' . Λόγον ἔχειν ἑπὶ ἀλλήλα μεγέθη λέγεται , ἂ δυνάται πολλαπλασιαζόμε-
να ἀλλήλων ὑπερίχειν . 108

ε' . Ἐν τῆ αὐτῆ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι ἑπὶ ἄλλων ἑπὶ δάπρον , καὶ ἔστιν ἑπὶ
πίπρον , ὅταν τὰ τῶ ἑπὶ καὶ ἔστιν ἰσάκεις πολλαπλάσια τῶ δάπρον καὶ π-
πίπρον ἰσάκεις πολλαπλάσιον καθ' ὅποιον πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέ-
ρον , ἢ ἄμα ἑπὶ ἑπὶ , ἢ ἄμα ἰσάκεις , ἢ ἄμα ὑπερίχειν , ληφθεῖται κατὰ ἄλλα .
108

- Πρόσμημα . Ωςτι δυνάμειθα ἐκ πέντε συναγαγείν καὶ ἀνάπαλιν , ὅτι εἰς ἀπὸ πρῶτον
 πρὸς δεύτερον πὺν αὐτὸν ἔχει λόγον , καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον , καὶ τὰ ἰσάκεις
 πολλαπλασία τῷ πρῶτῳ καὶ τρίτῳ , τῷ ἰσάκεις πολλαπλασίῳ τῷ δευτέρῳ καὶ τε-
 τάρτῳ καθ' ὅποιον πολλαπλασιασμὸν ἐκάτερον ἐκατέρῳ , ἢ ἅμα ἐλείπει ,
 ἢ ἅμα ὑπερίχει , ἢ ἅμα ἰσάκεις ληφθέντα κατέλληλα . 109
- ς'. Τὰ δὲ πὺν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον , ἀλόγου καλείθω . 109
- ζ'. Ὄταν δὲ πὺν ἰσάκεις πολλαπλασίῳ , τὸ μὲν τῷ πρῶτῳ πολλαπλασίον ὑπε-
 ρίχει τῷ δευτέρῳ πολλαπλασίῳ , τὸ δὲ τῷ τρίτῳ πολλαπλασίον μὴ ὑπερίχει τῷ
 πρῶτῳ πολλαπλασίῳ , τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν
 λέγεται , ἢ πρὸς τὸ γ'. πρὸς τὸ δ'. 110
- η'. Ἀναλογία δὲ εἶσιν , ἢ πὺν λόγων ὁμοίους . 110
- θ'. Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις εἶσιν . 111
- ι'. Ὄταν δὲ τρία μεγέθη ἀλόγου ἢ , τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον διπλασίονα λό-
 γον ἔχειν λέγεται , ἢ πρὸς πρὸς τὸ δεύτερον . 111
- ια'. Ὄταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀλόγου ἢ , τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον τριπλα-
 σίονα λόγον ἔχειν λέγεται , ἢ πρὸς πρὸς τὸ δεύτερον , καὶ δεῖ ἕξ ἑς εἶ πλείον ,
 ἕως αὖ ἢ ἀναλογία ὑπάρχει . 111
- ιβ'. Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι , τὰ μὲν ἡγόμενα τοῖς ἡγυμένοις , τὰ δὲ
 ἐπόμενα τοῖς ἐπομένοις . 112
- ιγ'. Ἐναλλάξ λόγος , εἶσιν ληΐεις τῷ ἡγυμένῳ πρὸς τὸ ἡγυμένον , καὶ τῷ ἐπομένῳ
 πρὸς τὸ ἐπόμενον . 113
- ιδ'. Ἀνάπαλιν λόγος εἶσιν ληΐεις τῷ ἐπομένῳ , ὡς ἡγυμένῳ , πρὸς τὸ ἡγυμέ-
 νον , ὡς ἐπόμενον . 114
- ιε'. Συώθισις λόγου εἶσιν ληΐεις τῷ ἡγυμένῳ μὴ τῷ ἐπομένῳ , ὡς εἰς , πρὸς αὐτὸ
 τὸ ἐπόμενον . 114
- ισ'. Διαίρισις λόγου εἶσιν ληΐεις πῆς ὑπεροχῆς , ἢ ὑπερίχει τὸ ἡγυμένον τῷ ἐπο-
 μένῳ πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον . 115
- ιζ'. Ἀντιστροφή λόγου εἶσιν ληΐεις τῷ ἡγυμένῳ πρὸς τὸ ὑπεροχῆ , ἢ ὑπερίχει
 τὸ ἡγυμένον τῷ ἐπομένῳ . 115
- ιη'. Δι' ἴσου λόγος εἶσιν , πλείονων ὄντων μεγεθῶν , καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ
 πλῆθος συὸ δύο λαμβανομένων , καὶ ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ , ὅταν ἢ , ὡς ἐν τοῖς
 πρῶτοις μεγέθεσι , τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔχατον , ἕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέ-
 θεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔχατον . καὶ ἄλλως . ληΐεις τῷ ἄκρων καθ' ὑπερβαίρι-
 σιν τῷ μίσων . 115
- Τίνα τὰ ἴδια ἐκάστῳ εἶδους τῷ ἐν μεγέθεσι λόγου . 116
- κθ'. Τετραμένη ἀναλογία εἶσιν , ὅτ' αὖ ἢ , ὡς ἡγυμένον πρὸς ἐπόμενον , ἕτως
 ἡγυμένον πρὸς ἐπόμενον , ἢ δὲ καὶ ὡς ἐπόμενον πρὸς ἄλλοτι , ἕτως ἐπόμενον
 πρὸς ἄλλοτι . 118

κ'. Τετραγώνη δὲ ἀναλογία ἐστίν, ὅταν τρίων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος, γίνηται, ὡς μὲν ἐν τοῖς ἀνώτοις μεγέθεισι ἠγόμενον ἀρὸς ἐπόμενον, ἔτι ἐν τοῖς δυνάμεισι μεγέθεισι ἠγόμενον ἀρὸς ἐπόμενον, ὡς δὲ ἐν ἀνώτοις μεγέθεισι ἐπόμενον ἀρὸς ἄλλοτι, ἔτι ἐν τοῖς δυνάμεισι μεγέθεισι ἠγόμενον ἀρὸς ἄλλοτι.

118

Π Ρ Ο Τ Α Ξ Ε Ι Σ.

Α'. Ἐὰν ἢ ὅπερ αὐτὸν μεγέθει ὅπερ αὐτὸν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον ἑκάστῃ ἰσάκῃ πολλαπλάσιον, ἢ ἀπλάσιόν ἐστιν ἐν τῷ μεγεθῶν εἶδος, πσαυταπλάσια ἴσαι πᾶντα τῷ πάσιον.

118

Β'. Ἐὰν ἀνώτων δυνάμει ἰσάκῃ ἢ πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τιάρῃ, καὶ συνηθῶν ἀνώτων καὶ τιάρῃ δυνάμει ἰσάκῃ ἔσαι πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τιάρῃ.

119

Γ'. Ἐὰν ἀνώτων δυνάμει ἰσάκῃ ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τιάρῃ, λεγθῆ δὲ ἰσάκῃ πολλαπλάσιον πᾶν ἀνώτων καὶ τρίτον, καὶ δὲ ἴσων τῷ λεγθῶν ἑκάστηρον ἑκάστῃ ἰσάκῃ ἔσαι πολλαπλάσιον, τὸ μὲν πᾶν δυνάμει, τὸ δὲ πᾶν τιάρῃ.

119

Δ'. Ἐὰν ἀνώτων ἀρὸς δυνάμει πᾶν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τρίτον ἀρὸς τιάρῃ, καὶ πᾶν ἰσάκῃ πολλαπλάσιον πᾶν ἀνώτων καὶ τρίτον, ἀρὸς πᾶν ἰσάκῃ πολλαπλάσιον πᾶν δυνάμει καὶ τιάρῃ καθ' ὅποιον πολλαπλασιασμὸν πᾶν αὐτὸν ἔχει λόγον, λεγθῶντα κατὰ ἄλλα.

120

Πέμπτη. Ὅτι εἰ καὶ ἀνάπαλις ὡς τὸ β, ἀρὸς τὸ ε, τὸ θ, ἀρὸς τὸ ζ, φαιρόν.

121

ε'. Ἐὰν μίγεθαι μεγέθει ἰσάκῃ ἢ πολλαπλάσιον, ὅπῃ ἀραιρῶν ἀραιρῶν, καὶ τὸ λοιπὸν πᾶν λοιπὸν ἰσάκῃ ἔσαι πολλαπλάσιον, ὅπῃ τὸ ὅλον πᾶν ὅλον.

121

ς'. Ἐὰν δύο μεγέθει δύο μεγεθῶν ἰσάκῃ ἢ πολλαπλάσιον, καὶ ἀραιρῶντι τινὲ τῷ αὐτῷ ἰσάκῃ ἢ πολλαπλάσιον, καὶ πᾶν λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἔπει ἰσάκῃ, ἢ ἰσάκῃ αὐτῷ πολλαπλάσιον.

121

ζ'. Τὰ ἴσα ἀρὸς τὸ αὐτὸ πᾶν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ ἀρὸς πᾶν ἴσα.

122

η'. Τῶν ἴσων μεγεθῶν τὸ μείζον ἀρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πῃ τὸ ἔλαττον, καὶ τὸ αὐτὸ ἀρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πῃ πρὸς τὸ μείζον.

122

θ'. Τὰ ἀρὸς τὸ αὐτὸ πᾶν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν, καὶ ἀρὸς αὐτὸ πᾶν αὐτὸν ἔχει λόγον, κατὰ ἄλλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

124

ι'. Τῶν ἀρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντων, τὸ πᾶν μείζονα λόγον ἔχει, ἐκείνο μείζον ἐστίν, πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκείνο ἔλαττον ἐστίν.

124

ια'. Οἱ πᾶν αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοῖ, καὶ ἀλλήλοις εἰπὲν οἱ αὐτοῖ.

124

ιβ'.

- β'. Ἐὰν ᾖ ὁποσαῦν μιγίθη ἀνάλογον, ἔσαι ὡς ἐν τῷ ἡγεμένῳ πρὸς ἐν τῷ ἐπομένῳ, ὅπως ἅπαντα τὰ ἡγεμένα πρὸς ἅπαντα τὰ ἐπόμενα. 125
- γ'. Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον. τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχη, ἢ περπέμπτου πρὸς ἕκτου, καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἔξει, ἢ περπέμπτου πρὸς ἕκτου. 126
- δ'. Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τῷ τρίτῳ μείζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τῷ τέταρτῳ μείζον ἔσαι, καὶ ἴσον, ἴσον. καὶ ἔλασσον, ἔλασσον. 126
- ε'. Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατὰ ἄλλα. 127
- ς'. Ἐὰν τίσασα μιγίθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσαι. 127
- ζ'. Ἐὰν συγκείμενα μιγίθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιριθέντα ἀνάλογον ἔσαι. 128
- η'. Ἐὰν διηρημένα μιγίθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ σωτεθέντα ἀνάλογον ἔσαι. 129
- θ'. Ἐὰν ᾖ, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, ὅπως ἀφαιριθεὶς πρὸς ἀφαιριθεὶς, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσαι, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον. 129
- Πόρισμα. Ἐκ δὴ πάντων φανερὸν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μιγίθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀντιστροφεὶ ἀνάλογον ἔσαι. 129
- α'. Ἐὰν ᾖ τρία μιγίθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σωδὸν δύο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τῷ τρίτῳ μείζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τῷ ἕκτῳ μείζον ἔσαι, καὶ ἴσον, ἴσον. καὶ ἔλασσον, ἔλασσον. 130
- α'. Ἐὰν ᾖ τρία μιγίθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σωδὸν δύο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ, ᾖ δὲ παραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τῷ τρίτῳ μείζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τῷ ἕκτῳ μείζον ἔσαι. καὶ ἴσον, ἴσον. καὶ ἔλασσον, ἔλασσον. 130
- β'. Ἐὰν ᾖ ὁποσαῦν μιγίθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σωδὸν δύο λαμβανόμενα ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ ἔσαι. 131
- γ'. Ἐὰν ᾖ τρία μιγίθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σωδὸν δύο λαμβανόμενα ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ, ᾖ δὲ παραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ ἔσαι. 132
- δ'. Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχη δὲ καὶ πέμπτου πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτου πρὸς τέταρτον, καὶ σωπεθεὶς πρῶτον καὶ πέμπτου πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτου πρὸς τέταρτον. 133
- ε'. Ἐὰν τίσασα μιγίθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον τῶν λοιπῶν δύο, μείζονά ἐστιν. 233

- αὐτὴν παραλλήλως ἀχθεῖν, ὅν κ' ἑκατέρα τῶν λοιπῶν τῶν τρίγωνων πλάρῶν ἔχει
 πρὸς τὰ μέρη αὐτῆς. 146
- εἰ. Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλάρας ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, κ'
 ἴσας ἔξει τὰς γωνίας, ὑφ' αἷς αἱ ὁμόλογοι πλάραι ὑποτείνουσιν. 147
- ς'. Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾶ γωνίᾳ ἴσῳ ἔχῃ, πλεὶ δὲ τὰς ἴσας γω-
 νίας τὰς πλάρας ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἔξει τὰς
 γωνίας, ὑφ' αἷς αἱ ὁμόλογοι πλάραι ὑποτείνουσιν. 147
- ζ'. Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾶ γωνίᾳ ἴσῳ ἔχῃ, πλεὶ δὲ τὰς ἄλλας
 γωνίας τὰς πλάρας ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέρῃν ἅμα ἦτοι ἐλάσσονα,
 ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, κ' ἴσας ἔξει τὰς γωνίας,
 πλεὶ δὲ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλάραι. 148
- η'. Ἐὰν ἐν ὀρθογώνῳ τρίγωνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπιπέτῳ βάσει καθί-
 πος ἀχθῆ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα, ὁμοιάσιν καὶ τὸ ὅλον καὶ ἀλλήλοις.
 149
- Πόρισμα.** Α'. Ἐὰν δὴ πῶς φανερὸν, ὅτι ἢ ἐν πῆς ὀρθογωνίῳ τρίγωνῳ ἀπὸ πῆς
 ὀρθῆς γωνίας ἐπιπέτῳ βάσει πίπτουσα καθέτος, μίση ἀνάλογός ἐστιν τῶν πῆς
 βάσεως τμημάτων. 150
- β'. Ἐν τῆς βάσει κ' ὁποτιρῶν τῶν τμημάτων ἢ πρὸς τῇ τμήματι πλάρα,
 μίση ἐστὶν ἀνάλογος. 150
- γ'. Τῆς δοθείσης ἀθείας τὸ προσεχθεὶ μέρος ἀφιλῆν. 150
- δ'. Τῶν δοθεισῶν ἀθείων ἄτμητον τῇ δοθείσῃ ἀθείᾳ τιμημένη ὁμοίως τιμεῖν.
 150
- εἰ. Δύο δοθεισῶν ἀθειῶν, τρίτῳ ἀνάλογον προσόρεῖν. 151
- εἰβ'. Τριῶν δοθεισῶν ἀθειῶν, τετάρτῳ ἀνάλογον προσόρεῖν. 151
- εἰγ'. Δύο δοθεισῶν ἀθειῶν μίσῳ ἀνάλογον προσόρεῖν. 152
- εἰδ'. Τῶν ἴσων κ' μίαν μιᾶ ἴσῳ ἔχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων ἀντιπι-
 πόνθασιν αἱ πλάραι, αἱ πλεὶ τὰς ἴσας γωνίας. κ' ὅν παραλληλογράμμων
 μίαν μιᾶ ἴσῳ ἔχόντων γωνίαν ἀντιπιπόνθασιν αἱ πλάραι, αἱ πλεὶ τὰς ἴ-
 σας γωνίας, ἴσά ἐστιν ἐκεῖνα. 152
- εἰε'. Τῶν ἴσων, κ' μίαν μιᾶ ἴσῳ ἔχόντων γωνίαν τρίγωνων ἀντιπιπόνθασιν αἱ
 πλάραι, αἱ πλεὶ τὰς ἴσας γωνίας. κ' ὅν μίαν μιᾶ ἴσῳ ἔχόντων γωνίαν ἀν-
 τιπιπόνθασιν αἱ πλάραι, αἱ πλεὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσά ἐστιν ἐκεῖνα. 153
- εἰς'. Ἐὰν πᾶσαι ἀθείαι ἀνάλογον ᾖσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιχόμενον ὀρθο-
 γώνιον, ἴσόν ἐστι τῇ ὑπὸ τῶν μίσεων περιχόμενῳ ὀρθογώνῳ, κ' εἰ τὸ ὑπὸ τῶν
 ἄκρων περιχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἢ τῇ ὑπὸ τῶν μίσεων περιχόμενῳ ὀρ-
 θογώνῳ, αἱ πᾶσαι ἀθείαι ἀνάλογον ἴσονται. 154
- εἰζ'. Ἐὰν ἄλλαι ἀθείαι ἀνάλογον ᾖσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιχόμενον ὀρθογώ-
 νιον, ἴσόν ἐστι τῇ ἀπὸ τῆς μίσης τριγώνῳ. κ' εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περι-

- χόμενον ὀρθογωνιον ἴσον ἢ τῆ ἀπὸ τῆς μίσης τετραγώνου, αἱ ἑῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἴσονται. 155
14. Ἀπὸ τῆς δευτέρας εὐθείας τῆ δευτέρι εὐθυγράμμου, ὁμοίον τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι. 155
15. Τὰ ὅμοια ἑῖγματα εὐθὺς ἀλλήλα ἐν διπλασίοσι λόγῳ ἐστὶ τῶν ἐμολόγων πλῆρῶν. 156
16. Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τὰ ὅμοια ἑῖγματα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα πρὸς ὅλοις, καὶ τὸ πολύγωνον εὐθὺς πρὸς τὸ πολύγωνον διπλασίοσι λόγῳ ἔχει, ἢ πρὸς τὸ ὁμόλογον πλῆρῶς εὐθὺς πρὸς τὸ ὁμόλογον πλῆρῶς. 157
- Πόρισμα. α. Τὸν αὐτὸν τρόπον διαγινώσκονται, καὶ τὰ ὅμοια πρὸς ἀπλάρα γήματα ἐν διπλασίοσι λόγῳ εἶναι τῶν ἐμολόγων πλῆρῶν, ὡς δίδεικται καὶ ἐπὶ τῶν ἑῖγμάτων. ὡς ἐκ τῶν ἐχομεν σιωπηραγίῳ καθόλου, ὅτι τὰ ὅμοια εὐθύγραμματα ἐν διπλασίοσι λόγῳ ἐστὶ τῶν ἐμολόγων πλῆρῶν. 158
- β. Ἐπεὶ δὲ ἴαν ἑῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾖσιν, τὸ ἀπὸ τῆς α. εὐθὺς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς β. ἔχει, ὡς ἡ πρώτη εὐθεῖα πρὸς τὴν ἑῖπυ. 158
17. Τὰ τῆ αὐτῆς εὐθυγράμμου ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια. 159
18. Ἐὰν πένταρις εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾖσιν, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμματα ὁμοία τε καὶ ὁμοίως ἀναγγραμμέτα ἀνάλογον ἴσται, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμματα ὁμοία τε καὶ ὁμοίως ἀναγγραμμέτα ἀνάλογον ἢ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἴσονται, 159
- Πόρισμα. Ἐκ τῶν δῆλον, ὅτι τῶν ἴσων τε καὶ ὁμοίων εὐθυγράμμων αἱ ὁμόλογα πλῆρῶς, ἴσαί εἰσι. 160
19. Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα εὐθὺς ἀλλήλα λόγῳ ἔχει τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν πλῆρῶν. 160
20. Πρὸς παραλληλογράμμου πρὸς τὴν πρὸς τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὁμοία ἐστὶ τῆς ὅλης καὶ ἀλλήλοις. 161
21. Τῷ δευτέρῳ εὐθυγράμμου ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῆ δευτέρῳ ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι. 162
22. Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀκριβῆ, ὁμοίον τε τῷ ὅλῳ, καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινῶν γωνίῳ ἔχει αὐτῆ, πρὸς τὴν αὐτῶν διάμετρον ἐστὶ τῆ ὅλης. 163
23. Πάντων ἑῖς πρὸς τὴν αὐτῶν εὐθεῖαν παραβαλλομένης παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἶδισι παραλληλογράμμοις, ὁμοίαις τε καὶ ὁμοίως κειμέναις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφόμενῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον δὲ τῷ ἐλλείματι. 163
24. Παρὰ τῆς δευτέρας εὐθείας τῆ δευτέρι εὐθυγράμμου ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐλλείπει εἶδει παραλληλογράμμου, ἐμείνῃ ὅτι τῷ δευτέρῳ. διὲ δὲ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ὃ διὲ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μείζον εἶναι

είναι τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῷ ἐλλείμματι, τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τῷ, ὃ δὲ ὁμοιον ἐλλείπειν, παραλληλογράμμη.

164

κθ'. Παρὰ τῷ δοθεῖσαν εὐθείαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμη ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἶδει παραλληλογράμμη ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

166

λ'. Τῷ δοθεῖσαν εὐθείαν περιτρασμεύω ἄκρον, καὶ μίσην λόγον τιμῆν.

167

λα'. Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις ἑξηγῶσι τὸ ἀπὸ τῆς τῷ ὀρθῷ γωνίας ὑποτείνουσας πλάρᾳς εἶδος, ἴσον εἶσι τοῖς ἀπὸ τῶν τῷ ὀρθῷ γωνίας περιχυσῶν πλάρῶν εἶδισι, τοῖς ὁμοίοις καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοισι.

167

λβ'. Ἐὰν δύο ἑξήγωνα συνηθῆ καὶ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλάρᾳς ταῖς δυοῖς πλάρᾳς ἀτάλογον ἔχοντα, ὡς τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλάρᾳς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν ἑξηγῶν πλάρᾳς ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

168

λγ'. Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βιβήκασιν, εἰς τὸ ἀπὸ τοῖς κέντροις, εἰς τὸ ἀπὸ τοῖς περιφερείαις ἀσὶ βιβηκῆαι, εἶτι δὲ καὶ οἱ τομῆς, ἀπὸ τοῖς κέντροις συωισάμενοι.

169

Πόρισμα. Ἐὰν δὲ τὸς φανερὸν, ὅτι καὶ ὡς ὁ τομῆς ἀπὸ τὸν τομῆς, ἔτω καὶ ἡ γωνία ἀπὸ τῷ γωνίαν.

171

Π Γ Ν Α Ξ.

Τῷ ἑβδόμῳ τῷ τῷ Εὐκλείδου Στοιχείων.

Ἔρες Α'. Μονὰς εἶσι, καθ' ἑκάστην ἑκάστην ἑκάστην ἑκάστην ἑκάστην.

172

β'. Αἰριθμὸς εἶσι τὸ εἰς μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

172

γ'. Μίρος εἶσι ἀριθμῶν, ὃ ἐλάσσων τῷ μείζονος, ὅταν καταμειρῆ τὸν μείζονα.

173

δ'. Μίρη δὲ, ὅταν εἰ καταμειρῆ.

173

ε'. Πολλαπλάσιος δὲ ὁ μείζων τῷ ἐλάσσονος, ὅταν καταμειρῆται ὑπὸ τῷ ἐλάσσονος.

173

ς'. Ἄρτιος δὲ ἀριθμὸς εἶσι, ὃ δίχα διαιρέμενος.

173

ζ'. Πειρασὸς δὲ, ὃ μὴ διαιρέμενος δίχα, ἢ ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου.

173

η'. Ἀρτιάκις ἀρτίος ἀριθμὸς εἶσι, ὃ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμῶν μετρήμενος, καὶ ἀρτίον ἀριθμῶν.

173

θ'. Ἀρτιάκις δὲ πειρασὸς εἶσι, ὃ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμῶν μετρήμενος, καὶ πειρασὸν ἀριθμῶν.

174

ι'. Πειρασάκις δὲ πειρασὸς εἶσι ἀριθμὸς, ὃ ὑπὸ πειρασῶν ἀριθμῶν μετρήμενος καὶ πειρασὸν ἀριθμῶν.

174

κδ'. Πρῶτος ἀριθμὸς εἶσι, ὃ μονάδι μόνῃ μετρήμενος.

174

ε

15.

Π Ι Ν Α Ξ.

- β'. Πρώτοι εφ' ἑαυτοῖς ἀλλήλους ἀριθμοὶ εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρήμενοι κοινῷ μέρει. 174
- γ'. Συώθεις ἀριθμοὶ εἰσιν, ὃ ἀριθμῶ τινι μετρήμενος. 174
- δ'. Συώθεις δὲ εφ' ἑαυτοῖς ἀλλήλους ἀριθμοὶ εἰσιν, οἱ ἀριθμῶ τινι μετρήμενοι κοινῷ μέρει. 174
- ε'. Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζων λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδεις, ποσαυταῖς συναριθμῶ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, ἢ γινώσκαι τις. 175
- ς'. Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιασάσων ἀλλήλους ποιῶσιν τινα, ὃ γινόμενος ὁ ἐπίπιδος καλεῖται. πλήραι δὲ αὐτῷ οἱ πολλαπλασιασάσων ἀλλήλους ἀριθμοί. 175
- ζ'. Ὅταν τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιασάσων ἀλλήλους ποιῶσιν τινα, ὃ γινόμενος τριπλῆς καλεῖται, πλήραι δ' αὐτῷ οἱ πολλαπλασιασθέντες ἀλλήλοις. 175
- η'. Τετράγυνος ἀριθμὸς εἰσιν, ὃ ἰσάκις ἴσος, ἢ ὃ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος. 175
- θ'. Κύβος δὲ, ὃ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις, ἢ ὃ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος. 176
- κ'. Ἀριθμοὶ ἀλόγονοι εἰσιν, ὅταν ὁ α': τῷ β': ἢ ὁ γ': τῷ δ': ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ᾖσι. 176
- κα'. Ὅμοιοι ἐπίπιδοι καὶ τριπλοὶ ἀριθμοὶ εἰσιν, οἱ ἀλόγονοι ἔχοντες τὰς πλήραις. 176
- κβ'. Τέλειος ἀριθμὸς εἰσιν, ὃ τοῖς αὐτῷ μέρεισι ἴσος ᾖν. 176

Π Ρ Ο Τ Α Ξ Ε Ι Σ.

- Α'. Ἐὰν δύο ἀριθμῶν αἰσῶν ἐκκενμένον, ἀποτραυμαμένον δὲ τῷ ἐλάττωτος ὑπὸ τῷ μείζονος, ὃ ἐλλειπόμενος μηδέποτε καταμείρει τὸν εφ' αὐτῷ, ἕως ἢ ληθῆναι μονάδας, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ εφ' ἑαυτοῖς ἀλλήλους ἴσονται. 177
- β'. Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ εφ' ἑαυτοῖς ἀλλήλους, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέρος εἶναι. 177
- Πόρισμα. Ἐκ τούτου δὲ δὴλον, ὅτι ἔαν ἀριθμὸς δύο ἀριθμῶν μετρήσῃ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέρος μετρήσῃ. 178
- γ'. Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, μὴ εφ' ἑαυτοῖς ἀλλήλους τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέρος εἶναι. 178
- δ'. Πᾶς ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ, ὃ ἐλάττω τῷ μείζονος, ἢ τοῖς μέρει εἰσὶν, ἢ μέρη. 179
- ε'. Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμῶ μέρος ἢ, καὶ ἔπρος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἢ, καὶ συναμφοτέρως συναμφοτέρως τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἰς τῷ εἰός. 179
- ς'. Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμῶ μέρος ἢ, καὶ ἔπρος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἢ, καὶ συναμφοτέρως συναμφοτέρως τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ὅπερ ὁ εἰς τῷ εἰός. 180

ζ'. Ἐάν

- ζ'. Εάν ἀριθμὸς ἀριθμῶν μέρος ἦ , ὅπῃ ἀφαιρθεῖς ἀφαιρθεῖς , καὶ ὁ λοιπὸς τῶ λοιπῷ τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται , ὅπῃ ὁ ὅλος τῷ ὅλῳ . 180
- η'. Εάν ἀριθμὸς ἀριθμῶν , μέρος ἦ , ἀπῇ ἀφαιρθεῖς ἀφαιρθεῖς , καὶ ὁ λοιπὸς τῶ λοιπῷ τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται , ἀπῇ ὁ ὅλος τῷ ὅλῳ . 181
- θ'. Εάν ἀριθμὸς ἀριθμῶν μέρος ἦ , καὶ ἕτερος ἐτέρῃ τὸ αὐτὸ μέρος , καὶ ἐναλλάξ ὁ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ α' : τῷ γ' : τὸ αὐτὸ μέρος ἢ μέρη ἔσται καὶ ὁ β' : τῷ δ' : 181
- Πόρισμα . Ἐκ τῆς συνάγεται , ὅτι εάν ἀριθμοὶ ἀριθμῶν ἴσων τὸ πλῆθος τὸ αὐτὸ μέρος ᾖσιν , ἐκάτερος χωρὶς ἐκατέρῃ , ὅπῃ ἕτερός τις ἀριθμὸς ἐτέρῃ τινὸς ἀριθμῶν , καὶ πάντες ὁμοῦ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πάντων τῶν λοιπῶν ἀριθμῶν ἴσονται τὸ αὐτὸ μέρος , ὅπῃ ὁ ῥηθεὶς τῷ ῥηθέντος . 182
- ι'. Εάν ἀριθμὸς ἀριθμῶν μέρος ἦ , καὶ ἕτερος τὰ αὐτὰ μέρη , καὶ ἐναλλάξ , α' μέρη ἐστὶν ὁ πρώτος τῷ τρίτῳ , ἢ μέρος , τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται , καὶ ὁ δεύτερος τῷ τετάρτῳ , ἢ μέρος . 182
- ιβ'. Εάν ἦ ὡς ὅλος πρὸς ὅλον , ἕτερος ἀφαιρθεῖς πρὸς ἀφαιρθεῖς , καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται , ὡς ὅλος πρὸς ὅλον . 182
- ιγ'. Εάν ᾖσιν ὁποσοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον , ἔσται ὡς εἰς τῶν ἡγυμένῳ πρὸς εἰς τῶν ἰπομένῳ , ἕτερος ἀπαντὶς οἱ ἡγυμένοι πρὸς ἀπαντὶς τῶν ἰπομένῳ . 183
- ιδ'. Εάν ἴσῃς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾖσιν , καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἔσονται . 183
- ιε'. Εάν ᾖσιν ὁποσοῦν ἀριθμοὶ , καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος συνὸ δύο λαμβανόμενοι , καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ , καὶ δι' ἴσῃς , ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται . 183
- Πόρισμα . Ἐκ τῆς δῆλον , ὅτι καὶ πέναντίον , εάν ᾖσιν ὁποσοῦν ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τῷ πλῆθει δι' ἴσῃς λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ , καὶ συνὸ δύο λαμβανόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται . 184
- ις'. Εάν μονὰς ἀριθμὸν τινὰ μιθῆ , ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μιθῆ , καὶ ἐναλλάξ ἰσάκις ἢ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν μιθῆσιν , καὶ ὁ β' : τὸν δ' : 184
- ις'. Εάν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσιν τινὰς , οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται . 184
- Πόρισμα δ'. Ἐκ τῆς δῆλον , ὅτι εάν ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῆ τινὰ , ὁ μὲν πολλαπλασιάζων μιθῆ τὸν γινόμενον καὶ τὰς ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι μονάδας , ὁ δὲ πολλαπλασιαζόμενος τὸν αὐτὸν , καὶ τὰς ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι . 185
- Πόρισμα β'. Ἐστὶν ὡς ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῆ τινὰ , ἔσται ὡς ἢ μονὰς πρὸς τὸν πολλαπλασιάζοντα , ὁ πολλαπλασιαζόμενος πρὸς τὸν γινόμενον . ὡςτὶ εάν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσῃ , ἔσται ὡς ἢ μονὰς πρὸς τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν , ἕτερος ὁ αὐτὸς πρὸς τὸν γινόμενον . 185
- ιζ'. Εάν ἀριθμὸς δύο ἀριθμὸς πολλαπλασιάσας ποιῆ τινὰς , οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τῶν πολλαπλασιασθεῖσιν . 185

- ιβ. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόντινα πολλαπλασιάσωνται ποιῶσί τινος, οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶ τῶν αὐτῶν ἔξωσι λόγον πῶς πολλαπλασιάσασσι. 185
- ιβ'. Ἐὰν πέντε ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾦσιν, ὁ ἐκ τῶ α': καὶ δ': γινόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ἔσται πρὸς ἐκ τῶ β': καὶ γ': γινόμενῶ ἀριθμῶ, καὶ ἰὰν ὁ ἐκ τῶ α': καὶ δ': γινόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ᾖ πρὸς ἐκ τῶ β': καὶ γ': οἱ πέντε ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. 186
- ιγ. Ἐὰν ἔξι ἀριθμοὶ ἀνάλογον ᾦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσός ἐστι πρὸς ἀπὸ τῶ μέσου. ἰὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ᾖ πρὸς ἀπὸ τῶ μέσου, οἱ ἔξι ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται. 186
- ιγ'. Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τῶν αὐτῶν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς, μίξῃσι πρὸς τὸν αὐτῶν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκει, ὥστε ὁ μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττω τὸν ἐλάττωτα. 187
- ιγ'. Ἐὰν ᾖσι ἔξι ἀριθμοὶ, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλεῖστον σὺν δύο λαμβανόμενοι καὶ ἐκ τῶ αὐτῶ λόγῳ, ἢ δὲ πηραγωγείᾳ ἢ ἀναλογίᾳ, καὶ δὲ ἴσος ἐκ τῶ αὐτῶ ἔσονται λόγῳ. 187
- ιγ'. Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοί ἐστι τῶν τῶν αὐτῶν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς. 188
- ιδ. Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τῶν αὐτῶν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν. 188
- ιδ'. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾦσιν, ὁ τῶν εἰς αὐτῶν μίξῃν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται. 189
- ιδ'. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς τινὰ ἀριθμὸν πρῶτοι ᾦσιν, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γινόμενος πρὸς τὸν αὐτῶν πρῶτος ἔσται. 189
- ιε. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾦσιν, ὁ ἐκ τῶ εἰς αὐτῶν γινόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται. 190
- ιε'. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾦσιν, καὶ ἑκάστῳ πρῶτοι ᾦσιν, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. 190
- ιε'. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾦσιν, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάστῳ ἑαυτὸν ποιῆ τινὰ, οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἐάν σὶ ἐξ ἀρχῆς πρὸς γινόμενους πολλαπλασιάσωντας ποιῶσί τινος, καὶ αἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἀεὶ πλεὺς πρὸς ἀπὸ τῶν συμβαίνει. 190
- ις. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ᾦσιν, καὶ σωμαμέτρος πρὸς ἑκάστῳ αὐτῶν πρῶτος ἔσται, καὶ ἰὰν σωμαμέτρος πρὸς εἰς αὐτῶν, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. 191
- ις'. Ἄπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμοὺς, ὅν μὴ μίξῃ, πρῶτός ἐστι. 192
- ις'. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσωντας ἀλλήλους ποιῶσί τινος, τὸν δὲ γινόμενον ἐξ αὐτῶν μίξῃ τις πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ εἰς αὐτῶν ὁ ἐξ ἀρχῆς μίξῃσει. 192

E.γ.Δ της Κ.τ.Π
IOANNINA 2006

λγ'. Ἄπας σωθῆτος ἀριθμὸς, ὑπὸ πρώτῃ τιτὸς ἀριθμῷ μετρίται. 192
 λδ'. Ἄπας ἀριθμὸς ἢτοι πρώτῳ ἐστίν, ἢ ὑπὸ πρώτῃ τιτὸς ἀριθμῷ μετρίται.

193

λε'. Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνῦν ἄρειν πῶς ἐλάχιστες τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς. 193

λς'. Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἄρειν ὃν ἐλάχιστον μετῆσιν ἀριθμὸν. 194

λζ'. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμῶν τινα μετῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετῆ-
 μνος, τὸν αὐτὸν μετῆσει. 195

λη'. Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων ἄρειν, ὃν ἐλάχιστον μετῆσιν ἀριθμὸν. 195

λθ'. Ἐὰν ἀριθμὸς ὑπὸ τινος ἀριθμῷ μετρίται, ὁ μετῆμνος, ὁμῶνυμον μέ-
 ρος ἔξει τῷ μετῆντι. 196

μ'. Ἐὰν ἀριθμὸς μέρος ἔχη ὁ, τινῶν, ὑπὸ ὁμῶνυμον ἀριθμῷ μετρηθήσεται τῷ
 μέρει. 196

μα'. Ἀριθμὸν ἄρειν, ὃς ἐλάχιστος ὢν, ἔξει πᾶς δοθέντα μέρος. 197

Π Ι Ν Α Ξ:

Τῷ Ὀγδοῦ Εὐκλείδειου Στοιχείου.

Π Ρ Ο Τ Α Ξ Ε Ι Σ.

Α'. Ἐὰν ὄσιν ὁσοιδηποτῶν ἀριθμοὶ ἔξῃς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρώτοι
 πρὸς ἀλλήλους ὄσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς. 198

β'. Ἀριθμῶς ἄρειν ἔξῃς ἀνάλογον ἐλάχιστες, ὄσους ἐπιτάξῃ τις, ἐν τῷ δοθέν-
 τι λόγῳ. 198

Πόρισμα. Α'. Ἐκ δὲ τῆς φαιρόν, ὅτι εἰς ἄν τρεῖς ἀριθμοὶ ἔξῃς ἀνάλογον, ἔ-
 λάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς ὄσιν, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι
 τοί εἰσιν. εἰς δὲ πᾶσαι, κύβοι. 199

β'. Ἐπεὶ εἰς ἀν ἀριθμὸς ὁσοιδηποτοῦ ἔξῃς ἀνάλογον ἀριθμῶς πολλαπλασιασάσας
 ποιῆ τινας, οἱ γινόμενοι ἔξῃς ἀνάλογον ἔσονται, καὶ ὁ, ἔξῃς ἀνάλογον
 εἰσι οἱ πολλαπλασιασθέντες, λόγον. 199

γ'. Ἐπεὶ εἰς ὄσι δύο ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς,
 πολλαπλασιασάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν χωρὶς, καὶ ὅτε ἀλλήλους, ποιήσασι τρεῖς
 ἐλάχιστες ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. 199

δ'. Ἐὰν ὄσι ὁποσοιοῦ ἀριθμοὶ ἔξῃς ἀνάλογον, ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λό-
 γον ἔχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρώτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσιν. 200

ε'. Λόγων δοθέντων ὁποσωνῦν ἐν ἐλάχιστοις ἀριθμοῖς, ἀριθμῶς ἄρειν ἔξῃς
 ἐλάχιστες, ἐν τοῖς δοθένσι λόγοις. 220

Δῆμμο. Ἐὰν ὄσι ὁποσοιοῦ ἀριθμοὶ ἔξῃς ἀνάλογον, εἴτε ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ, εἴ-
 τε ἐν

- π ἐν διαφόροις , ὁ ἀνώτερος ἀπὸς τὸν ἑχάτην , λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν ἐν αὐτοῖς λόγων . 201
- ι. Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι , τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλάτων . 202
- ς. Ἐὰν ὅσιν ὁποσοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον , ὁ δὲ ἀνώτερος τὸν δώτερον μὴ μίξει , εἰδ' ἄλλος εἰδὲς εἰδένα μίξει . 203
- ζ. Ἐὰν ὅσιν ὁποσοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον , ὁ δὲ ἀνώτερος τὸν ἑχάτην μίξει , καὶ τὸν δώτερον μίξει . 203
- η. Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ καὶ τὸ σωμαχὲς ἀνάλογον ἐμπέτωσιν ἀριθμοὶ , ὅσοι εἰς αὐτὸς μεταξὺ καὶ τὸ σωμαχὲς ἀνάλογον ἐπίπτωσιν ἀριθμοὶ , ποῦτοι καὶ εἰς τὴν αὐτὸν λόγον ἔχοντες αὐτοῖς μεταξὺ καὶ τὸ σωμαχὲς ἐμπέτωσιν . 204
- θ. Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀνώτερος ἀπὸς ἀλλήλους ὄσιν , καὶ εἰς αὐτὸς μεταξὺ καὶ τὸ σωμαχὲς ἀνάλογον ἐμπέτωσιν ἀριθμοὶ , ὅσοι εἰς αὐτὸς μεταξὺ καὶ τὸ σωμαχὲς ἀνάλογον ἐμπέτωσιν ἀριθμοὶ , ποῦτοι καὶ ἑκατέρω αὐτῶν καὶ μονάδος ἐξῆς μεταξὺ καὶ τὸ σωμαχὲς ἀνάλογον ἐμπέτωσιν . 204
- ι. δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ καὶ τὸ σωμαχὲς ἀνάλογον ἐμπέτωσιν ἀριθμοὶ , ὅσοι ἑκατέρω αὐτῶν καὶ μονάδος ἐξῆς μεταξὺ καὶ τὸ σωμαχὲς ἀνάλογον ἐμπέτωσιν ἀριθμοὶ , ποῦτοι καὶ εἰς αὐτὸς μεταξὺ καὶ τὸ σωμαχὲς ἀνάλογον ἐμπέτωσιν . 205
- ιδ. Δύο πῆγάγων ἀριθμῶν εἰς μίση ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμὸς , καὶ ὁ πῆγάγωνος ἀπὸς τὸν πῆγάγωνον διπλασίασα λόγον ἔχει , ἤπιρ ἢ πλάρα ἀπὸς τὴν πλάρα . 206
- Πόρισμα . Ἐκ τῶν δῆλον , ὅτι ὅν λόγον ἔχει ἢ πλάρα πῆ ἐνός πῆγάγωνος ἀπὸς τὸν πῆγάγωνον , τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ὁ ἀνώτερος πῆγάγωνος ἀπὸς τὸν μίση ἀνάλογον , καὶ ὁ μίση ἀνάλογος ἀπὸς τὸν βῆγάγωνον . 207
- ιβ. Δύο κύβων ἀριθμῶν , δύο μίση ἀνάλογόσιν ὄσιν ἀριθμοὶ , καὶ ὁ κύβος ἀπὸς τὸν κύβον ἑξπλασίασα λόγον ἔχει , ἤπιρ ἢ πλάρα ἀπὸς τὴν πλάρα . 207
- Πόρισμα . Ἐκ τῶν δῆλον , ὅτι μεταξὺ δύο κύβων , δύο μίση ἀνάλογων πιπῶντων , οἱ πῆγάγωνος ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογόν ἐστιν ἐν τῆ λόγῳ τῶν πλάτων . 208
- ιγ. Ἐὰν ὄσιν ὁποσοῦν ἀριθμοὶ ἐξῆς ἀνάλογον , καὶ ποῦπλασιάσας ἑκατέρωσιν αὐτῶν ποιῆσιν τινὰς , οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν , ἀνάλογον ἔσονται , καὶ εἰάν οἱ ἐξ ἀρχῆς τὴν γινόμενους ποῦπλασιάσασιν ποιῶσιν τινὰς , καὶ αὐτὸ ἀνάλογον ἔσονται . καὶ εἰ πρὸς τὴν ἀκρὴν τῶν συμβαίνει . 208
- ιδ. Ἐὰν πῆγάγωνος πῆγάγωνον μίξει , καὶ ἢ πλάρα τὴν αὐτὴν πλάρα μίξει , καὶ εἰάν ἢ πλάρα τὴν πλάρα μίξει , καὶ ὁ πῆγάγωνος τὸν πῆγάγωνον μίξει . 208
- ιε. Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μίξει , καὶ ἢ πλάρα τὴν πλάρα μίξει . 208

σει, καὶ εἰάν ἢ πλάρᾳ τὴν πλάρᾳ μίξῃ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μίξῃσει. 209
 ε'. Εἰάν τετραγώνος ἀριθμὸς τετραγώνον ἀριθμὸν μὴ μίξῃ, εἰδὲ ἢ πλάρᾳ τὴν
 πλάρᾳ μίξῃσει. καὶ ἢ πλάρᾳ τὴν πλάρᾳ μὴ μίξῃ, εἰδὲ ὁ τετραγώνος τὸν
 τετραγώνον μίξῃσει. 209

εζ'. Εἰάν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μίξῃ, εἰδὲ ἢ πλάρᾳ τὴν πλάρᾳ
 μίξῃσει. καὶ ἢ πλάρᾳ τὴν πλάρᾳ μὴ μίξῃ, εἰδὲ ὁ κύβος τὸν κύβον μι-
 ξῃσει. 210

εη'. Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν, εἰς μίσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμὸς, καὶ ὁ ἐ-
 πίπεδος ἀρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ ὁμόλογος πλά-
 ρᾳ ἀρὸς τὴν ὁμόλογον πλάρᾳ. 210

Πόρισμα. Ἐκ δὲ τῆς φαιρῶς, ὅτι δύο ὁμοιοὶ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ μὴ τῷ μίσσει
 αὐτῶν ἀνάλογον ἔξῃς εἰσιν ἀνάλογον, ὡς τῷ λόγῳ τῶν ὁμολόγων αὐτῶν πλά-
 ρῶν. 211

εθ'. Δύο ὁμοίων σφαιρῶν, δύο μίσσει ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, καὶ ὁ σφαιρὸς
 ἀρὸς τὸν ὁμοιον σφαιρὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἢ ὁμόλογος πλάρᾳ
 ἀρὸς τὴν ὁμόλογον πλάρᾳ. 211

κ'. Εἰάν δύο ἀριθμῶν εἰς μίσος ἀνάλογος ἐμπίπτῃ ἀριθμὸς, ὁμοιοὶ ἐπίπεδοι
 ἔσονται οἱ ἀριθμοί. 212

κα'. Εἰάν δύο ἀριθμῶν δύο μίσσει ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοὶ, ὁμοιοὶ σφαι-
 ροὶ εἰσιν οἱ ἀριθμοί. 213

κβ'. Εἰάν τρεῖς ἀριθμοὶ ἔξῃς ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ ἀρῶτος τετραγώνος ᾧ, καὶ
 ὁ τρίτος, τετραγώνος ἔσται. 214

κγ'. Εἰάν τεσσαρὶς ἀριθμοὶ ἔξῃς ἀνάλογον ᾧσιν, ὁ δὲ ἀρῶτος κύβος ᾧ, καὶ
 ὁ τέταρτος κύβος ἔσται. 214

κδ'. Εἰάν δύο ἀριθμοὶ ἀρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετραγώνος ἀριθμὸς ἀρὸς
 τετραγώνον ἀριθμὸν, ὁ δὲ ἀρῶτος τετραγώνος ᾧ, καὶ ὁ δεύτερος τετραγώνος ἔ-
 σται. 214

κε'. Εἰάν δύο ἀριθμοὶ ἀρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς ἀρὸς
 κύβον ἀριθμὸν, ὁ δὲ ἀρῶτος κύβος ᾧ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται. 214

κε'. Οἱ ὁμοιοὶ ἀριθμοὶ ἀρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετραγώνος ἀριθμὸς ἀρὸς
 τετραγώνον ἀριθμὸν. 215

κεζ'. Οἱ ὁμοιοὶ σφαιροὶ ἀριθμοὶ ἀρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς
 ἀρὸς κύβον ἀριθμὸν. 215