

μείζης, τὸ μείζον τμήμα, ἔστιν ἢ υφ. καὶ ἐπει ρητὴ ἔστιν ἢ τῆς σφαίρας διάμε-  
 ρος, καὶ ἔστι δυνάμει ἑπιπλασίω τῆς τῆ κύβου πλῦρας. ρητὴ ἄρα ἔστιν ἢ υξ,  
 πλῦρα ἔσα τῆ κύβου. εἰάν δὲ ρητὴ ἄκρον καὶ μίσην λόγον τεμνῆ, ἑκάτερον πῶν  
 τμημάτων, ἀλογός ἔστιν ἢ καλυμένη ἀποτομή, ἢ υφ, ἄρα πλῦρα ἔσα τῆ δωδε-  
 καίδρου, ἀλογός ἔστιν ἢ καλυμένη ἀποτομή.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α .

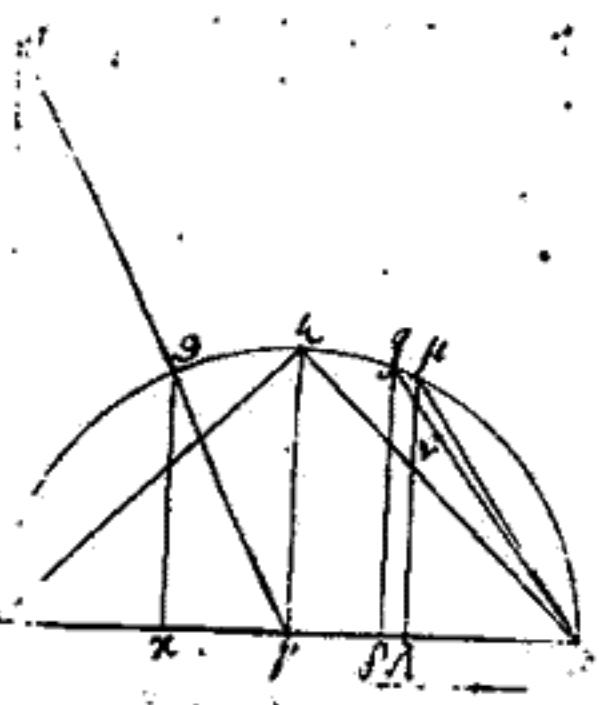
Ἐκ δὲ τῆς φαιρόν, ὅτι τῆς τῆ κύβου πλῦρας ἄκρον καὶ μίσην λόγον τεμνο-  
 μείζης, τὸ μείζον τμήμα, ἔστιν ἢ τῆ δωδεκαίδρου πλῦρα.

Πρότασις ΙΗ': Θεώρημα .

Τὰς πλῦρας τῆς πέμπε σχημάτων ἐκθέσθαι, καὶ συγκρίσαι πρὸς ἀλ-  
 λήλας.

Ἐκείδω ἢ τῆς δεθείσης σφαίρας διάμετρος ἢ αβ, καὶ πεμήσθω καὶ τὸ γ, ὡ-  
 στε ἴσῳ εἶναι τὴν αγ, καὶ γβ, καὶ δὲ τὸ δ, ὡστε διπλασίονα εἶναι τὴν αδ, τῆς  
 δβ, καὶ γεγράφω ἐπὶ τῆς αβ, ἡμικύκλιον τὸ αεβ.  
 καὶ ἀπὸ τῶν γ, δ, καὶ αβ, ἀρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ  
 γε, δζ, καὶ ἐπιζώχθωσαν αἱ αε, αζ, ζβ, εβ. καὶ  
 ἐπει διπλῆ ἔστιν ἢ αδ, τῆς δβ, ἑπιπλῆ ἄρα ἔστιν ἢ  
 αβ, τῆς βδ. ἀνασρίψαντι, ἡμιολία ἄρα ἔστιν ἢ  
 βα, τῆς αδ, ὡς δὲ ἢ βα, ἀρὸς τὴν αδ, ἔτω τὸ  
 ἀπὸ τῆς βα, ἀρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αζ, ἰσογώνιον γὰρ  
 ἐστὶ τὸ αζβ, ἑίγων τὸ αζδ, ἑίγων ἡμιόλιον ἄρα  
 ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς βα, τὸ ἀπὸ τῆς αζ, ἔστι δὲ καὶ ἢ  
 τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει ἡμιολία τῆς πλῦ-  
 ρας τῆς πυραμίδος, καὶ ἔστιν ἢ αβ, ἢ τῆς σφαίρας  
 διάμετρος, ἢ αζ, ἄρα ἴση ἔστι τῆς πυραμίδος  
 πλῦρα. Πάλιν ἐπει διπλασίον ἔστιν ἢ δα, τῆς  
 δβ, ἑπιπλῆ ἄρα ἔστιν ἢ αβ, τῆς βδ, ὡς δὲ ἢ  
 αβ, ἀρὸς τὴν βδ, ἔτω τὸ ἀπὸ τῆς αβ, ἀρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζβ, ἑπιπλασίον ἄρα  
 ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς αβ, τὸ ἀπὸ τῆς βζ, ἔστι δὲ καὶ ἢ τῆς σφαίρας διάμετρος, δυ-  
 νάμει ἑπιπλασίω τῆς τῆ κύβου πλῦρας, καὶ ἔστιν ἢ αβ, ἢ τῆς σφαίρας διάμε-  
 ρος. ἢ βζ, ἄρα τῆ κύβου ἐστὶ πλῦρα. καὶ ἐπει ἴση ἔστιν ἢ αγ, καὶ γβ, διπλῆ  
 ἄρα ἔστιν ἢ αβ, τῆς βγ, ὡς δὲ ἢ αβ, ἀρὸς τὴν βγ, ἔτω τὸ ἀπὸ τῆς αβ, ἀρὸς τὸ  
 ἀπὸ τῆς βε, διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς αβ, τὸ ἀπὸ τῆς βε, ἔστι δὲ καὶ ἢ τῆς σφαίρας διάμε-  
 ρος δυνάμει διπλασίω τῆς τῆ δωδεκαίδρου πλῦρας, καὶ ἔστιν ἢ αβ, ἢ τῆς δεθεί-  
 σης σφαίρας διάμετρος. ἢ βε, ἄρα τῆ δωδεκαίδρου ἐστὶ πλῦρα. Ἡχθῶ δὲ ἀπὸ  
 τῆ α, σημείω, καὶ αβ, εὐθεία ἀρὸς ὀρθὰς ἢ αη, καὶ κείδω ἢ αη, καὶ αβ, ἴση,  
 καὶ

Eucl. Lib.13. Fig. 19.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ  
 ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ  
 ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓ. ΓΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ ΠΕΤΡΙΟΥ  
 Ε. Π. Κ. Τ. Π.  
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

καὶ ἐπιζύχθω ἢ ηγ, καὶ ἀπὸ τῆς θ, ἐπὶ τὴν αβ, κάθετος ἢ χθω ἢ θκ. καὶ ἐπεὶ  
 διπλῆ ἐστὶ ἢ αη, τῆς αγ, ἴση γὰρ ἢ ηα, τῆς αβ, ὡς δὲ ἢ ηα, πρὸς τὴν αγ,  
 καὶ τὴν δ': τῆς ε': ὑπὸς ἢ θκ, πρὸς τὴν κγ, διπλῆ ἄρα καὶ ἢ θκ, τῆς κγ, πε-  
 ραπλασίον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς θκ, τὸ ἀπὸ τῆς κγ. τὰ ἄρα ἀπὸ τῆς θκ, κγ,  
 ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς θγ, πενταπλασίον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς κγ, ἢ δὲ θγ, ἴση ἐ-  
 στὶ τῆς γβ, πενταπλασίον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ, τὸ ἀπὸ τῆς γκ. καὶ ἐπεὶ δι-  
 πλῆ ἐστὶ ἢ αβ, τῆς βγ, ὡς ἢ αδ, τῆς δβ, ἐστὶ διπλῆ. λοιπὴ ἄρα ἢ βδ,  
 λοιπῆς τῆς δγ, ἐστὶ διπλῆ, τριπλῆ ἄρα ἢ βγ, τῆς γδ, ἑνταπλασίον ἄρα τὸ  
 ἀπὸ τῆς βγ, τὸ ἀπὸ τῆς γδ. πενταπλασίον δὲ τὸ ἀπὸ τῆς βγ, τὸ ἀπὸ τῆς  
 γκ, μείζον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς γκ, τὸ ἀπὸ τῆς γδ, μείζον ἄρα ἢ γκ, τῆς γδ.  
 Κείσθω τῆς γκ, ἴση ἢ γλ, καὶ ἀπὸ τῆς λ, τῆς αβ, πρὸς ὀρθὰς ἢ χθω ἢ λμ, καὶ  
 ἐπιζύχθω ἢ μβ. καὶ ἐπεὶ πενταπλασίον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ, τὸ ἀπὸ τῆς γκ,  
 καὶ ἐστὶ τῆς μὲν βγ, διπλῆ ἢ αβ, τῆς δὲ γκ, ἢ κλ, πενταπλασίον ἄρα ἐστὶ τὸ  
 ἀπὸ τῆς αβ, τὸ ἀπὸ τῆς κλ, ἐστὶ δὲ καὶ ἢ τῆς σφαίρας διάμετρος διωάμει πεν-  
 ταπλασίον τῆς ἐκ τῆς κέντρος τὸ κύκλου, ἀφ' οὗ τὸ εἰκοσαέδρον ἀναγράφεται, καὶ  
 ἐστὶ ἢ αβ, ἢ τῆς σφαίρας διάμετρος, ἢ κλ, ἄρα ἐξαγώνε ἐστὶ πλάρα, τὸ εἰ-  
 ρημένον κύκλου. καὶ ἐπεὶ τῆς σφαίρας ἢ διάμετρος σύγκειται, ἕκτε τῆς ἐξαγώνε,  
 καὶ δύο τῆς τὸ δεκαγώνε, τῆς εἰς τὸν εἰρημένον κύκλον ἐγγραφομένον, καὶ ἐστὶν ἢ  
 μὲν αβ, ἢ τῆς σφαίρας διάμετρος, ἢ δὲ κλ, ἐξαγώνε πλάρα, καὶ ἴση ἢ ακ,  
 τῆς λβ, ἑκατέρω τῆς ακ, λβ, τὸ δεκαγώνε ἐστὶ πλάρα, τὸ ἐγγραφομένον εἰς τὸν  
 κύκλον, ἀφ' οὗ τὸ εἰκοσαέδρον ἀναγράφεται. καὶ ἐπεὶ δεκαγώνε μὲν ἢ λβ, ἐξα-  
 γώνε δὲ ἢ μλ, ἴση γὰρ ἐστὶ τῆς κλ, ἐπεὶ καὶ τῆς θκ, ἴσον γὰρ ἀπέχουσιν ἀπὸ  
 τῆς κέντρος. καὶ ἐστὶν ἑκατέρω τῆς θκ, κλ, διπλασίον τῆς κγ, πενταγώνε ἄρα ἐ-  
 στὶν ἢ μβ, ἢ δὲ τὸ πενταγώνε ἐστὶν, ἢ τὸ εἰκοσαέδρον, εἰκοσαέδρον ἄρα ἐστὶν ἢ  
 μβ. καὶ ἐπεὶ ἢ ζβ, κύβου ἐστὶ πλάρα, τετμήσθω ἄκρον καὶ μίσον λόγον καὶ τὸ  
 ς, καὶ ἔσω μείζον τμήμα τὸ νβ, ἢ νβ, ἄρα δωδεκαέδρου ἐστὶ πλάρα. καὶ ἐπεὶ  
 ἢ τῆς σφαίρας διάμετρος ἐδείχθη τῆς μὲν αζ, πλάρα τῆς πυραμίδος διωάμει ἢ-  
 μιολία, τῆς δὲ τῆς ὀκταέδρου τῆς βε, διωάμει διπλασίον, τῆς δὲ τῆς κύβου τῆς  
 ζβ, διωάμει τριπλασίον, οἷον ἄρα ἢ τῆς σφαίρας διάμετρος διωάμει ἕξ, ποιό-  
 των ἢ μὲν τῆς πυραμίδος τεσσάρων, ἢ δὲ τῆς ὀκταέδρου ἑξῶν, ἢ δὲ τῆς κύβου δύο,  
 ἢ ἄρα τῆς πυραμίδος πλάρα, τῆς μὲν τῆς ὀκταέδρου πλάρα διωάμει ἐστὶν ἐπί-  
 ξητος, τῆς δὲ τῆς κύβου διωάμει διπλῆ. ἢ δὲ τῆς ὀκταέδρου τῆς τῆς κύβου διωάμει  
 ἢμιολία. αἱ μὲν ἔν τῃ εἰρημένῃ τῆς ἑξῶν χημάτων πλάρα, λέγω δὴ πυραμίδος  
 καὶ ὀκταέδρου, καὶ κύβου πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ἐν λόγοις ῥητοῖς, αἱ δὲ λοιπαὶ δύο,  
 λέγω δὴ, ἢ τῆς εἰκοσαέδρου, καὶ ἢ τῆς δωδεκαέδρου, ἔτε πρὸς ἀλλήλας, ἔτε πρὸς  
 τὰς εἰρημένῃς εἰσὶν ἐν λόγοις ῥητοῖς, ἢ μὲν ἐλάττων, ἢ δὲ ἀποτομή. Ὅτι δὲ  
 μείζον ἐστὶν ἢ τῆς εἰκοσαέδρου πλάρα ἢ μβ, τῆς τῆς δωδεκαέδρου τῆς νβ, δείξο-  
 μεν ὑπὸς. ἐπεὶ γὰρ ἰσογώνιον ἐστὶ τὸ ζδβ, ἕξγωνον τῆς ζαβ, ἕξγωνον, ἀνάλο-  
 γόν

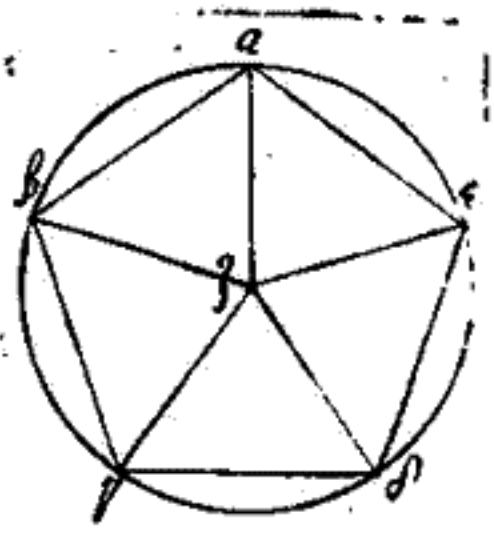
γόνεισιν, ὡς ἡ δβ, πρὸς τὴν βζ, ἔτις ἡ βζ, πρὸς τὴν βα, καὶ ἐπεὶ ἔτις δβ, δεῖαι ἀνάλογόνεισιν, ἔτις ὡς ἡ δβ, πρὸς τὴν γγ, ἔτις τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ββ, ἔτις ἄρα ὡς ἡ δβ, πρὸς τὴν βα, ἔτις τὸ ἀπὸ τῆς δβ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βζ. ἀνάπαλιον ἄρα ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν βδ, ἔτις τὸ ἀπὸ τῆς ζβ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βδ, ἔτις τῆς δβ, τῆς βδ, ἔτις τῆς αβ, τῆς βδ, ἔτις τῆς ζβ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δβ, ἔτις δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αδ, τῆς δβ, πεξαπλάσιον, διπλῆ γὰρ ἡ αδ, τῆς δβ, μείζων ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς αδ, τῆς δβ, μείζων ἄρα καὶ ἡ αδ, τῆς βζ, πολλῶν ἄρα ἡ αλ, τῆς ζβ, μείζων ἔστι, καὶ ἡ μὲν αλ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται καὶ τὸ κ, καὶ τὸ μείζων αὐτῆς τμήμα ἡ κλ, ἐπειδήπερ ἡ μὲν λκ, ἐξαγώνη ἔστιν, ἡ δὲ κλ, δεκαγώνη. τῆς δὲ ζβ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμημένης, τὸ μείζων τμήμα, ἔστιν ἡ νβ, μείζων ἄρα ἡ κλ, τῆς νβ, ἴση δὲ ἡ κλ, τῆς λμ, μείζων ἄρα καὶ ἡ λμ, τῆς νβ, τῆς δὲ λμ, μείζων ἔστιν ἡ μβ, πλάρα, πολλῶν ἄρα ἡ μβ, πλάρα ἔσται τῆς εἰκοσαέδρου μείζων ἔστι τῆς νβ, πλάρας ἔσται τῆς δωδεκαέδρου.

Ἄλλως δὲ, ὅτι μείζων ἡ μβ, τῆς νβ. ἐπεὶ γὰρ διπλῆ ἔστιν ἡ αδ, τῆς δβ, ἔτις τῆς αβ, τῆς βδ, ὡς δὲ ἡ αβ, πρὸς τὴν δβ, ἔτις τὸ ἀπὸ τῆς αβ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βζ, δια τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ ζαβ, ἔτις τῆς ζβδ, ἔτις τῆς βδ, ἔτις τῆς αβ, τῆς βδ, ἔτις τῆς ζβ, εἰδείχθη δὲ τὸ ἀπὸ τῆς αβ, τῆς κλ, πεξαπλάσιον, πρὸς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς κλ, ἔτις τῆς ζβ, ἴσά ἔστιν. ἀλλὰ ἔτις τῆς ζβ, ἔτις τῆς νβ, μείζων ἔστιν, ὡς καὶ τὸ ἀπὸ τῆς κλ, εἶδος τῆς νβ, μείζων ἔστι, μείζων ἄρα ἡ κλ, τῆς νβ, ἴση δὲ ἡ κλ, τῆς λμ, μείζων ἄρα ἡ κλ, τῆς νβ, πολλῶν ἡ μβ, τῆς νβ, μείζων ἔστιν, ὅπερ εἶδει δεῖξαι. Ὅτι δὲ ἔτις τῆς ζβ, ἔτις τῆς νβ, μείζων ἔστι, δεῖξομεν ἔτις. Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἔστιν ἡ νβ, τῆς νζ, τὸ ἄρα ὑπὸ πῶν ζβ, νβ, μείζων ἔστι τῆς ὑπὸ πῶν βζ, ζν, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῆς βζ, βν, μὲν τῆς ὑπὸ τῆς βζ, ζν, μείζων ἔστιν, ἡ διπλάσιον τῆς ὑπὸ τῆς βζ, ζν, ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῆς βζ, ζν, ἴσόν ἔστι τῆς ὑπὸ τῆς νβ, ἄκρον γὰρ καὶ μέσον λόγον τέτμηται ἡ βζ, κατὰ τὸ ν, καὶ τὸ ὑπὸ πῶν ἄκρων ἴσον τῆς ἀπὸ τῆς μίσης, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ζβ, μείζων ἔστι τῆς ἀπὸ τῆς βν, ἡ διπλάσιον. ἔτις ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ζβ, δύο πῶν ἀπὸ πῶν βν, μείζων ἔστι. Λέγω, ὅτι παρὰ τὰ εἰρημύα πρὸς γήματα, ἔσονται θήσεται ἔτερον γήμα, περιχόμενον ὑπὸ ἰσοπλάρων καὶ ἰσογωνίων ἴσων ἀλλήλοις, ὑπὸ μὲν γὰρ δύο ἔτις γωνίων, ἀλλ' ἔτις ἄλλων δύο ἐπιπέδων σειρὰ γωνία οὐ συσταθήσεται, ὑπὸ δὲ ἔτις γωνίων ἡ τῆς πυραμίδος, ὑπὸ δὲ τεσσάρων ἡ τῆς οκταέδρου, ὑπὸ δὲ πρὸς ἡ τῆς εἰκοσαέδρου, ὑπὸ δὲ ἔτις γωνίων ἰσοπλάρων καὶ ἰσογωνίων πρὸς ἑὶ σημείω συρισαμένων ἔτις ἔσται σειρὰ γωνία, ἔσται γὰρ τῆς τῆς ἰσοπλάρου ἔτις γωνίου γωνίας διμοίρε ὀρθῆς, ἔσονται αἱ ἔτις τεσσαρσιν ὀρθαῖς ἴσαι, ὅπερ ἀδυνάτον, πᾶσα γὰρ σειρὰ γωνία ὑπ' ἐλασσόνων, ἡ τεσσάρων ὀρθῶν περιχόμενα. Δια τὰ αὐτὰ δὲ ἔτις ὑπὸ πλείονων, ἡ ἔτις γωνίων ἐπιπέδων σειρὰ γωνία



γωνία σωλίσσεται. ὑπὸ δὲ πένταγώνων ἑξῶν ἢ πᾶν κύβη γωνία περιέχεται, ὑπὸ δὲ πωάρων ἀδωάτων, ἔσσονται γὰρ πάλιν τέσσαρις ὀρθαί, ὑπὸ δὲ πενταγώνων ἰσοπλάρων τε καὶ ἰσογωνίων, ὑπὸ μὲν ἑξῶν, ἢ τῷ δωδεκαέδρῳ, ὑπὸ δὲ πωάρων ἀδωάτων, ἕσσης γὰρ πῆς τῷ ἰσοπλάρῳ πενταγώνῳ γωνίας ὀρθῆς, καὶ πέμπτης. ἔσσονται αἱ τέσσαρις γωνίαι, πωάρων ὀρθῶν μείζους, ὅπερ ἀδωάτων. εἰ δὲ μὴ ὑπὸ πολυγώνων ἑτέρων σχημάτων περιεχθήσονται σφιστὰ γωνία, διατὸ ἄτοπον. ἔκ τε ἄρα παρὰ τὰ εἰρημεία σχήματα ἔπρον σφιστὸν συσταθήσεται ὑπὸ ἰσοπλάρων καὶ ἰσογωνίων περιεχόμεσων. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Eucl. Lib. 13. Fig. 20.



Λ Η Μ Ν Α.

Ὅτι δὲ ἢ τῷ ἰσοπλάρῳ τε καὶ ἰσογωνίῳ πενταγώνῳ γωνία ὀρθῆς τε καὶ πέμπτης, οὕτω δεικτέον. Ἐἴσω γὰρ πεντάγωνον ἰσοπλάρῳ τε καὶ ἰσογωνίῳ τὸ αβγδε, καὶ περιγραφθήτω περὶ αὐτὸ κύκλος ὁ αβγδε, καὶ εἰλήθῃω αὐτῷ τὸ κέντρον, καὶ ἔσω τὸ ζ, καὶ ἐπιζώχθῃωσιν αἱ ζα, ζβ, ζγ, ζδ, ζε, δίχα: ἄρα πέμπτησιν πρὸς τῆς α, β, γ, δ, ε, πενταγώνῳ γωνίας. καὶ ἐπεὶ αἱ πρὸς τῆς ζ, πρὸς γωνίαι τέσσαρισιν ὀρθαῖσιν ἴσαι, μία ἄρα αὐτῶν, ὡς ἢ ὑπὸ αζβ, μιᾶς ὀρθῆς ἔστι παρὰ πέμπτης, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ ζαβ, αβζ, μιᾶς εἰσιν ὀρθῆς καὶ πέμπτης, ἴση δὲ ἢ ὑπὸ ζαβ, τῇ ὑπὸ ζβγ, καὶ ὅλη ἄρα ἢ ὑπὸ αβγ, τῷ πενταγώνῳ γωνία μιᾶς ὀρθῆς ἔστι καὶ πέμπτης. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τέλος τῷ Δεκάτῳ βίβῳ τῷ Εὐκλείδου Στοιχείων:



ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΩΝ ΠΡΟΤΑΣΕΩΝ  
 ΤΟΥΤΟΥ ΔΕΚΑΤΟΥ ΤΕΤΑΡΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ  
 ΤΟΥΤΟΥ ΚΑΙ ΞΤΕΡΕΟΥ ΤΕΤΑΡΤΟΥ,  
 ΤΩΝ ΤΟΥΤΟΥ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ,

Ὡς τισι δοκεῖ, ὡς ἄλλοις δὲ, ΤΨικλέης Ἀλεξανδρέως περὶ τῆς πέμπε  
 σωμάτων πρώτου.

Π Ρ Ο Ο Ϊ Μ Ι Ο Ν .

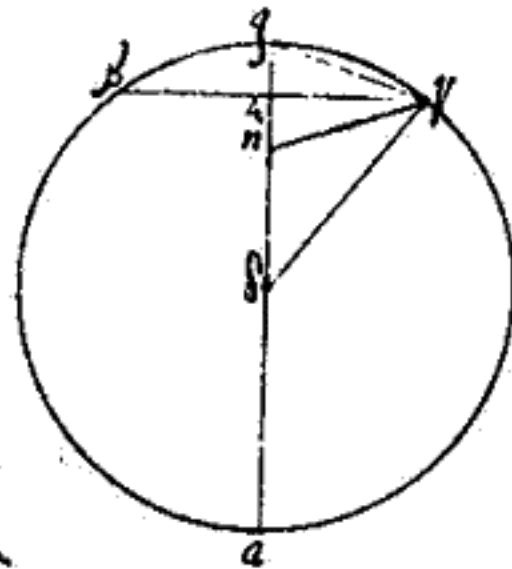
**Β** Ασιλείδης ὁ Τύμιος, ὁ Πρόταρχος, παραγεννηθεὶς εἰς Ἀλεξάνδρειαν, καὶ  
 συσθεὶς τῆς πειρῆς ἡμῶν διὰ τὴν ἀπὸ τοῦ μαθήματος συγγενείας συνδι-  
 ξίψεν αὐτῆς τὸν πλείστον τῆς ἐπιδημίας χρόνον. καὶ ποτε διαπλῆρης τὸ ὑ-  
 πὸ Ἀπολλωνίου γραφῆς πειρῆς τῆς συγκελεύσεως τῆς δωδεκάεδρου, καὶ εἰκοσαέδρου, τῆς  
 εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖρας ἐγγραφομένης, τίνα λόγον ἔχει ταῦτα πρὸς ἄλληλα, ἴδο-  
 ξαν ταῦτα μὴ ἐρῶς γιγραφέναι τὸν Ἀπολλώνιον. αὐτοὶ δὲ ταῦτα διακαθάρατος  
 ἔγραψαν, ὡς ἡμεῖς ἀκρίβως παρῶς. ἐγὼ δ' ὕστερον περιέπισον ἐπὶ τῆς βιβλίου ὑπὸ  
 Ἀπολλωνίου ἐκδομένης, καὶ περιέχοντι ἀπέδειξιν ὑγειῶς πειρῆς τῆς ὑποκειμένης, καὶ  
 μεγάλως ἐψυχαγωγηθῆναι τῆς τῆς ἀποβλήματος ζητήσεως. τὸ μὲν ὑπὸ Ἀπολλωνίου ἐκ-  
 δοθέν ἔοικε κοινῇ σκοπεῖν, καὶ γὰρ περιφέρεται, τὸ δ' ὑφ' ἡμῶν δοκῆν ὕστερον γι-  
 γραφέναι φιλοπόνως, ὅσα δοκεῖν ὑπομνηματισάμενος ἔκριναι προσφωνῆσαι σοὶ διὰ  
 τὴν ἐν ἅπασιν μαθήμασι, μάλιστα ἐν Γεωμετρίας προκοπῆς, ἐμπείρως κρίνοντι τὰ  
 ῥηθησόμενα. διὰ τὴν πρὸς τὸν παρασυνήθειαν, καὶ τὴν πρὸς ἡμᾶς εὐνοίαν ἀ-  
 μενῶς ἀκρομένης τῆς πραγματείας. καιρὸς δ' αὖ εἶναι προοιμίᾳ μὲν παύσασθαι,  
 τῆς δὲ συντάξεως ἀρχαδαί.

## Πρότασις Α': Θεώρημα.

Ἡ ἀπὸ κέντρου κύκλου τιμὸς, ἐπὶ τῷ τῷ πενταγώνῳ πλάτρου, τῷ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένῳ, κάθετος ἀγομένη, ἡμίσειά ἐστι σωμαμφοτέρῳ, τῆς τε ἐκ τῷ κέντρου, ἔ τῆς τῷ δεκαγώνῳ, τῷ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένῳ.

Ἐστω κύκλος ὁ  $\alpha\beta\gamma$ , καὶ ἐν αὐτῷ πενταγώνῳ ἰσοπλάτρου πλάτρου ἢ  $\beta\gamma$ , καὶ εἰ λήθω τὸ κέντρον τῷ κύκλου τὸ  $\delta$ , καὶ ἐπὶ τῷ  $\beta\alpha$ , κάθετος ἢ  $\chi\theta\omega$  ἢ  $\delta\epsilon$ , καὶ ἐκ βιβλίδῳ ἐπ' ἀδείας τῆς  $\delta\epsilon$ , ἀδεία ἢ  $\alpha\epsilon\zeta$ . Λέγω, ὅτι ἢ  $\delta\epsilon$ , ἡμίσειά ἐστι τῆς τῷ ἑξαγώνῳ καὶ δεκαγώνῳ πλάτρου τῷ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων. ἐπιζέχθωσαν αἱ  $\delta\gamma$ ,  $\delta\zeta$ , καὶ κείθω τῇ  $\epsilon\zeta$ , ἴση ἢ  $\eta\epsilon$ , καὶ ἀπὸ τῷ  $\eta$ , ἐπὶ τὸ  $\gamma$ , ἐπιζέχθω ἢ  $\eta\gamma$ . Ἐπεὶ πενταπλασία ἐστὶν ὅλου τῷ κύκλου ἢ περιφέρειας τῆς  $\beta\zeta\gamma$ , περιφέρειας, καὶ ἐστὶ τῆς μὲν ὅλας τῷ κύκλου περιφέρειας ἡμίσεια ἢ  $\alpha\gamma\zeta$ , τῆς δὲ  $\beta\zeta\gamma$ , ἡμίσεια ἢ  $\zeta\gamma$ , καὶ ἢ  $\alpha\gamma\zeta$ , ἄρα περιφέρεια πενταπλασία ἐστὶ τῆς  $\zeta\gamma$ , περιφέρειας, πεξαπλῆ ἄρα ἐστὶν ἢ  $\alpha\gamma$ , τῆς  $\zeta\gamma$ , ὡς δὲ ἢ  $\alpha\gamma$ , πρὸς τῷ  $\zeta\gamma$ , ἔπως ἢ ὑπὸ  $\alpha\delta\gamma$ , πρὸς τῷ ὑπὸ  $\zeta\delta\gamma$ , γωνία, πεξαπλῆ ἄρα ἐστὶ καὶ ἢ ὑπὸ  $\alpha\delta\gamma$ , τῆς ὑπὸ  $\zeta\delta\gamma$ , διπλῆ δὲ ἢ ὑπὸ  $\alpha\delta\gamma$ , τῆς ὑπὸ  $\epsilon\zeta\gamma$ , διπλῆ ἄρα καὶ ἢ ὑπὸ  $\epsilon\zeta\gamma$ , τῆς ὑπὸ  $\eta\delta\gamma$ . ἐστὶ δὲ ἢ ὑπὸ  $\epsilon\zeta\gamma$ , ἴση τῇ ὑπὸ  $\epsilon\eta\gamma$ , διπλῆ ἄρα ἢ ὑπὸ  $\epsilon\eta\gamma$ , τῆς ὑπὸ  $\eta\delta\gamma$ , ἴση ἄρα ἢ  $\delta\eta$ , τῇ  $\eta\gamma$ . ἀλλ' ἢ  $\eta\gamma$ , τῇ  $\zeta\gamma$ , ἴση, ἄρα καὶ ἢ  $\delta\eta$ , τῇ  $\zeta\gamma$ , ἴση, ἐστὶ δὲ καὶ ἢ  $\eta\epsilon$ , τῇ  $\epsilon\zeta$ , ἴση, ἴση ἄρα καὶ ἢ  $\delta\epsilon$ , σωμαμφοτέρῳ τῇ  $\epsilon\zeta$ ,  $\zeta\gamma$ , κοινῇ προσκείθω ἢ  $\delta\epsilon$ , σωμαμφοτέρος ἄρα ἢ  $\delta\zeta$ ,  $\zeta\gamma$ , διπλῆ ἐστὶ τῆς  $\delta\epsilon$  καὶ ἐστὶν ἢ μὲν  $\delta\zeta$ , ἴση τῇ τῷ ἑξαγώνῳ, ἢ δὲ  $\zeta\gamma$ , ἴση τῇ τῷ δεκαγώνῳ, ἢ  $\delta\epsilon$ , ἄρα ἡμίσειά ἐστι τῆς τῷ ἑξαγώνῳ, καὶ δεκαγώνῳ, τῷ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων. φανερόν δὲ ἐκ τῷ ἐν τῷ ἑρισκαδεκάτῳ βιβλίῳ θεωρημάτων, (κατὰ  $\epsilon\beta'$ : θεωρήματι) ὅτι ἢ ἀπὸ τῷ κέντρου τῷ κύκλου ἐπὶ τῷ πλάτρου τῷ ἑξαγώνῳ τῷ ἰσοπλάτρου κάθετος ἀγομένη, ἡμίσειά ἐστι τῆς ἐκ τῷ κέντρου τῷ κύκλου.

Eucl. Lib.14. Fig. 1.



## Πρότασις Β': Θεώρημα.

Ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τὸ, τε τῷ δωδεκαέδρῳ πεντάγωνου, καὶ τὸ τῷ εἰκοσαέδρῳ τρίγωνου τῷ εἰς τῷ αὐτῷ σφαίρα ἐγγραφομένῳ.

Τῷτο δὲ γράφεται ὑπὸ μὲν Ἀρείτου, ἐν τῷ ἐπιγραφομένῳ, πέντε χημάτων σύγκρισις, ὑπὸ δὲ Ἀπολλωνίου ἐκ τῷ β': ἐκδόσει τῆς συγκεύσειως τῷ δωδεκαέδρῳ

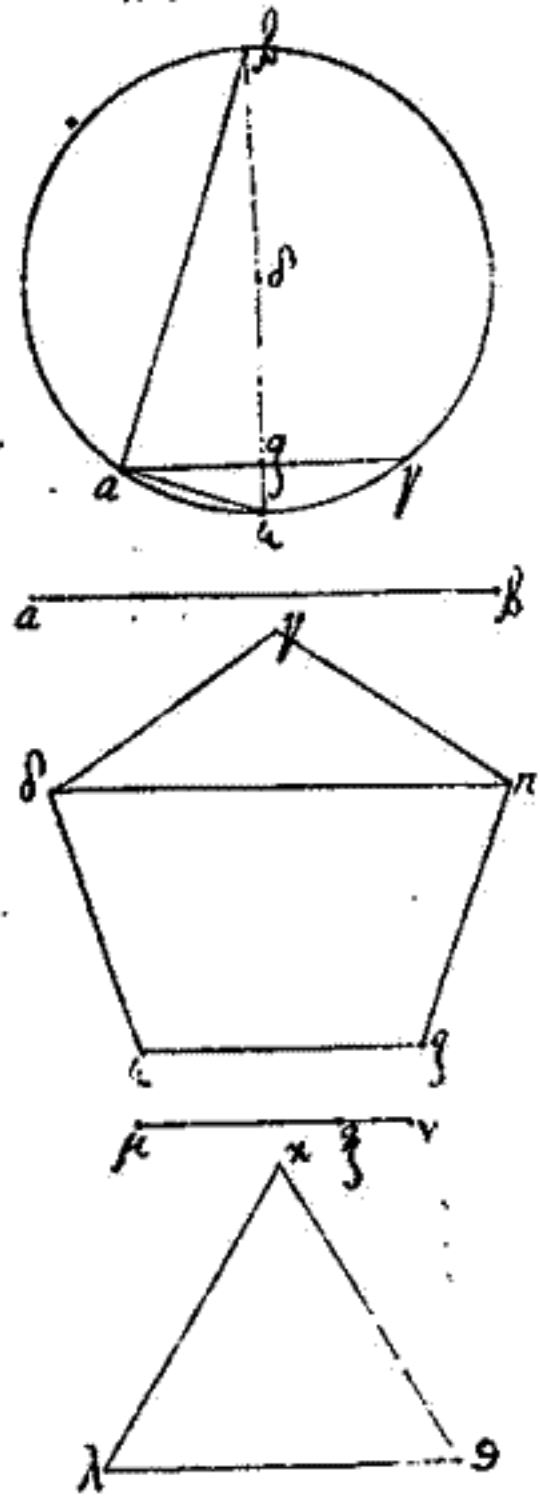


## ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ. 337

δρου πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ τῷ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τῷ εἰκοσάεδρου ἐπιφάνειαν, ὥτε καὶ αὐτὸ τὸ δωδεκαέδρον, πρὸς τὸ εἰκοσάεδρον. διὰ δὲ τῆν αὐτὴν εἶναι κἀκεῖτον ἀπὸ τῆς κέντρους τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ τῷ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τῷ εἰκοσάεδρου τρίγωνον. Γραπτέον δὲ καὶ ἡμῖν αὐτοῖς, ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τὸ, τε τῷ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τῷ εἰκοσάεδρου τρίγωνον, τῷ εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων. Προγραφέντος τοῦδε ἔαν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῆ, τὸ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ πενταγώνου καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ὑπὸ δύο πλευρῶν τῷ πενταγώνου ὑποτείνουσας ὀρθείας, πενταπλάσιον ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τῆς κέντρους τῷ κύκλου.

Eucl. lib. 14. Fig. 2.

Ἐἴτω κύκλος ὁ  $αβγ$ , καὶ ἐν τέρτῳ πενταγώνου πλευρᾶ ἔστω ἡ  $αγ$ , καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῷ κύκλου τὸ  $δ$ , καὶ ἐπὶ τῆς  $αγ$ , κἀκεῖτος ἡ  $δζ$ , καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ  $β$ , καὶ  $ε$ , καὶ ἐπιζείχθω ἡ  $αβ$ . Λέγω, ὅτι τὰ ἀπὸ τῆς  $βα$ ,  $αγ$ , τῆς ἄνω πενταπλάσια εἶναι τὰ ἀπὸ τῆς  $δε$ , τῆς ἄνω. ἐπιζείχθω ἡ  $αε$ , πλευρᾶ δεκαγώνου ἄρα ἡ  $αε$ . καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστὶν ἡ  $βε$ , τῆς  $δε$ , πενταπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς  $βε$ , τῷ ἀπὸ τῆς  $δε$ , τῆς δὲ ἀπὸ τῆς  $βε$ , ἴσα ἐστὶ τὰ ὑπὸ τῷ  $βα$ ,  $αε$ , πενταπλάσια ἄρα καὶ τὰ ἀπὸ τῷ  $βα$ ,  $αε$ , τῷ ἀπὸ τῆς  $δε$ , πενταπλάσια ἄρα τὰ ἀπὸ τῷ  $αβ$ ,  $αε$ , καὶ  $δε$ , τῷ ἀπὸ τῆς  $δε$ , τὰ δὲ ἀπὸ πῶν  $δε$ ,  $αε$ , ἴσα τῷ ἀπὸ τῆς  $αγ$ , τῆς  $ι$ : τῷ  $ιγ$ : πενταπλ.: ἄρα ἐστὶ τὰ ἀπὸ τῷ  $βα$ ,  $αγ$ , τῷ ἀπὸ τῆς  $δε$ . Τύπε δεδειγμένον, δεικτέον, ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος λαμβάνει τότε τὸ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τῷ εἰκοσάεδρου τρίγωνον τῷ εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων. Κείθω ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος ἡ  $αβ$ , καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν δωδεκαέδρον τε καὶ εἰκοσάεδρον, καὶ ἐν μὲν τὸ τῷ δωδεκαέδρου πεντάγωνον τὸ  $γδϵζη$ . εἰκοσάεδρου δὲ τρίγωνον τὸ  $κλθ$ . Λέγω, ὅτι ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τὸ, τε  $γδϵζη$ , πεντάγ.: καὶ τὸ  $κλθ$ , τρίγ.: Ἐπιζείχθω ἡ  $δη$ , κύβη ἄρα πλευρᾶ ἡ  $δη$ . ἐκκείθω δὴ τις ὀρθεία ἡ  $μν$ , ὥστε πενταπλάσιον εἶναι τὸ ἀπὸ τῆς  $αβ$ , τῷ ἀπὸ τῆς  $μν$ , ἔστι δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος διωάμει πενταπλάσια τῆς ἐκ τῆς κέντρους τῷ κύκλου, ἀφ' ἧς τὸ εἰκοσάεδρον ἀναγίγρῃται: τμηθῆτω ἡ  $μν$ , καὶ τὸ  $ξ$ , καὶ ἔστω μείζον τμημα ἡ  $μξ$ , δεκαγώνου ἄρα ἡ  $μξ$ . καὶ ἐπεὶ πενταπλάσιον τὸ ἀπὸ τῆς  $αβ$ , τῷ ἀπὸ τῆς  $μν$ , τῆς πλάσιον δὲ τῷ ἀπὸ τῆς  $δη$ , τῆς  $ι$ : τῷ  $ιγ$ : τῆς ἄρα τὰ ἀπὸ τῆς  $δη$ , ἴσα πέντε τῶν ἀπὸ τῆς



V u

Ε. Π. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ  
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

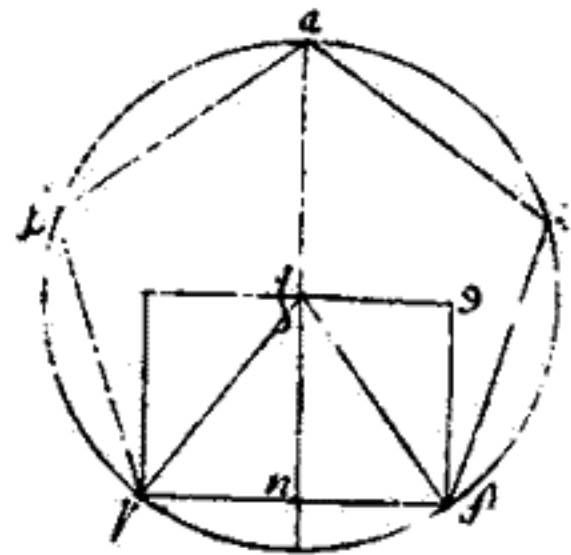
πῆς μν, ὡς δὲ ἕξια τὰ ἀπὸ τῆς δη, ὡρὸς πρῶτε τὰ ἀπὸ τῆς μν, ἕτως ἕξια τὰ ἀπὸ τῆς γη, ὡρὸς πρῶτε τὰ ἀπὸ τῆς μξ. ἕξια τοι γάρτοι τὰ ἀπὸ τῆς γη, πρῶτε τοῖς ἀπὸ τῆς μξ, ἰσαῖ ἐσι, πρῶτε δὲ τὰ ἀπὸ τῆς κλ, πρῶτε τοῖς ἀπὸ τῆς μν, καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τῆς μξ, ἐσὶν ἰσα, πέντε ἄρα τὰ ἀπὸ τῆς κλ, ἰσαῖ ἐσι ἕξισι τοῖς ἀπὸ τῆς δη, καὶ ἕξισι τοῖς ἀπὸ τῆς γη, ἕξια δὲ ἀπὸ τῆς δη, καὶ ἕξια ἀπὸ τῆς γη, ἰσαῖ ἐσι δέκα καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τῆς ἐκ τῷ κέντρῳ τῷ περιγραφομένῳ κύκλῳ περὶ τὸ γδεζη, ἀποδείχθη γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς δη, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς γη, πενταπλάσια τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῷ περιγραφομένῳ περὶ τὸ πεντάγωνον τὸ γδεζη. ἀλλὰ πέντε μὲν τὰ ἀπὸ τῆς κλ, ἰσαῖ ἐσι δέκα καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τῆς ἐκ τῷ κέντρῳ τῷ περιγραφομένῳ περὶ τὸ κλθ, ἕξιγωνον κύκλου. ἐδείχθη δὲ τὸ ἀπὸ τῆς κλ, ἕξιπλάσιον τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τῷ κέντρῳ τῷ περιγραφομένῳ περὶ τὸ κλθ, ἕξιγ: κύκλου, δεκαπρῶτε ἄρα τὰ ἀπὸ τῆς ἐκ τῷ κέντρῳ ἰσα εἰσι τῷ ἀπὸ τῆς ἐκ τῷ κέντρῳ. ἢ ἄρα διάμετρος, ἴση ἐσὶ τῇ διαμέτρῳ, ὁ αὐτὸς ἄρα κύκλος περιλαμβάνει τότε τῷ δωδεκαῖδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τῷ εἰκοσαῖδρου ἕξιγωνον, καὶ τὰ ἐξῆς.

Πρότασις Γ': Θεώρημα.

Ἐὰν ἡ πεντάγωνου ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, ἔ περὶ αὐτὸ κύκλος, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετος ἐπὶ μίαν πλευράν ἀχθῆ, τὸ ἑξακοντάκις ἑξάκις ἑξῆς τῆς πλῆρωσιν καὶ τῆς καθέτου, ἰσόμεσι τῇ τῷ δωδεκαῖδρου ἐπιφάνειᾳ.

Ἐστω πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον τὸ αβγδε, καὶ περὶ τὸ πεντάγωνον κύκλος, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον αὐτοῦ τὸ ζ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὴν γδ, κάθετος ἔχθω ἡ ζη. λέγω, ὅτι τὸ ἑξακοντάκις ὑπὸ τῆς γδ, ηζ, ἰσὸν δώδεκα πενταγώνοις τοῖς αβγδε. Ἐπιζεύχθωσαν αἱ γζ, ζδ. ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῆς γδ, ηζ, διπλάσιόν ἐστι τῷ γδζ, (1) ἕξιγώνῳ, τῷ ἄρα πεντάκις ὑπὸ τῆς γδ, ηζ, δέκα ἕξιγωνα ἴσα, τὰ δὲ δέκα ἕξιγωνα, δύο ἐσὶ πεντάγωνα, \* καὶ πρῶτε ἑξάκις, τὸ ἄρα ἑξακοντάκις ὑπὸ τῆς γδ, ηζ, ἰσὸν ἐσὶ δώδεκα πενταγώνοις, δώδεκα δὲ πεντάγωνα ἢ τῷ δωδεκαῖδρου ἐπιφάνειά ἐστι, τὸ ἄρα ἑξακοντάκις ὑπὸ τῆς γδ, ηζ, ἰσὸν ἐσὶ τῇ τῷ δωδεκαῖδρου ἐπιφάνειᾳ.

Eucl. Lib.14. Fig. 3.



Ὀμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ εἰὰν ἡ ἕξιγωνον ἰσόπλευρόν, ὡς τὸ αβγ, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος, καὶ τὸ κέντρον αὐτοῦ τὸ δ, κάθετος ἡ δε, τὸ ἑξακοντάκις ὑπὸ τῆς βγ, βγ,

(1) Οἷον τὸ γθ, καὶ τὴν μά: τῷ α:

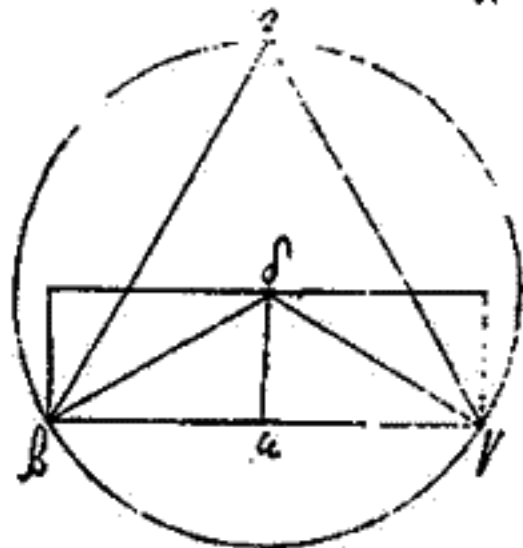


βγ, δε, Ισόνεσι τῆ τῷ εἰκοσαέδρου ἐπιφανείᾳ. ἐπεὶ γὰρ πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν δε, βγ, διπλασίονεσι τῷ δ' βγ, τῆ αὐτῆ δύο ἄρα τρίγ: Ισά εἰσι τῆ ὑπὸ τῶν δε, βγ, δεκαπέντε τρίς. ἔξ ἄρα τρίγωνα τὰ δ' βε, Ισά εἰσι τρίσι τοῖς ὑπὸ τῶν δε, βγ, ἔξ δὲ τρίγωνα, ὡς τὰ δεβ, Ισά εἰσι δύο τοῖς αβγ, καὶ πεντεδεκάκις, τὸ ἄρα τριακοντάκις ὑπὸ τῶν δε, βγ, Ισόνεσιν εἰκοσι τοῖς αβγ, τρίγωνοις, κατέστι τῆ τῷ εἰκοσαέδρου ἐπιφανείᾳ, ὡς εἶσαι ὡς ἡ τῷ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ πρὸς τῷ τῷ εἰκοσαέδρου ἐπιφανείᾳ, ἔπω τὸ ὑπὸ τῶν γδ, ζη, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν βγ, δε,

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α .

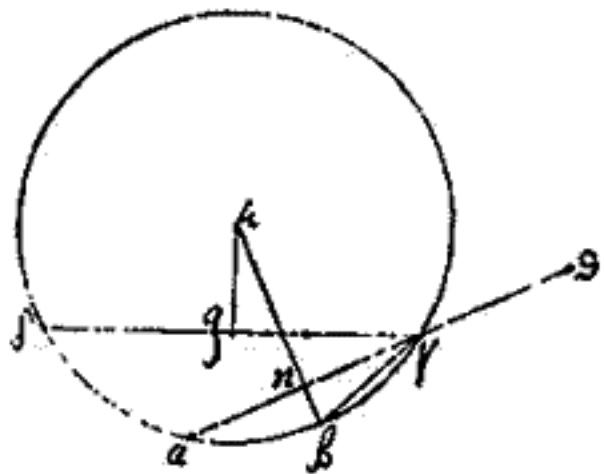
Ἐκ δὲ τῶν φανερῶν, ὅτι ὡς ἡ τῷ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ πρὸς τῷ τῷ εἰκοσαέδρου ἐπιφανείᾳ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τῷ πενταγώνῳ καὶ τῆς ἐκ τῷ κέντρῳ τῷ περιτῷ πεντάγωνου κύκλου ἐπ' αὐτῷ καθέτω ἀγομμένης, πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τῷ εἰκοσαέδρου καὶ τῆς ἀπὸ τῷ κέντρῳ τῷ περιτῷ τρίγωνου κύκλου, ἐπ' αὐτῷ καθέτω ἀγομμένης, τῶν εἰς τῷ αὐτῷ σφαιρῶν ἐγγραφομένων, εἰκοσαέδρου, καὶ δωδεκαέδρου.

Eucl. Lib. 14. Fig. 4.



Πρότασις Δ': Θεώρημα.

Τῆς δὲ ἡμῶν ὄψης, δεικτέον, ὅτι εἶσαι, ὡς ἡ τῷ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ πρὸς τῷ τῷ εἰκοσαέδρου, ἔπως ἡ τῷ κύβου πλευρᾷ πρὸς τῷ τῷ εἰκοσαέδρου πλευρᾷ.



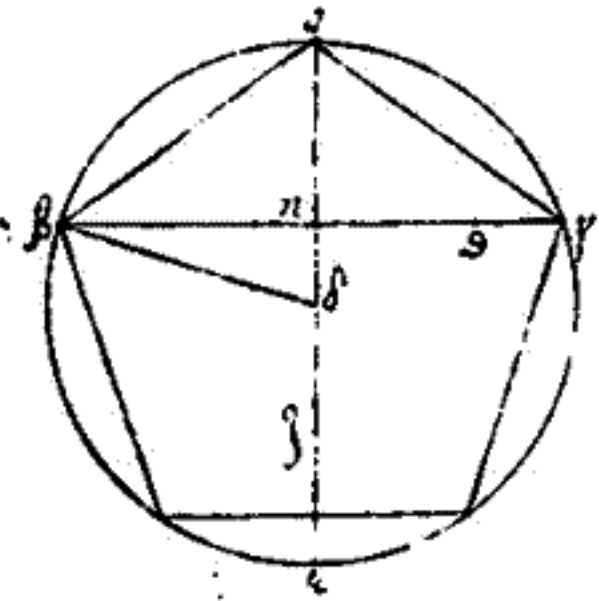
Ἐκείδω κύκλος περιλαμβανῶν τὸ, τε τῷ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τῷ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, τῶν εἰς τῷ αὐτῷ σφαιρῶν ἐγγραφομένων, ὁ δ' αβγ, καὶ ἐγγραφῶ εἰς αὐτὸν τρίγωνον μὲν ἰσοπλευρῆ πλευρᾷ ἢ γδ, πενταγώνῳ δὲ ἢ αγ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῷ κύκλου τὸ ε, καὶ ἀπὸ τῷ ε, ἐπὶ πρὸς γδ, γα, κάθετοι ἢ χθωσαν αὐτῶν εζ, ηε, καὶ ἐκβεβλήθω ἐπ' εὐθείας τῆς εη, εὐθεῖα ἢ ηβ, καὶ ἐπιζόχθω ἢ βγ, καὶ ἐκείδω κύβου πλευρᾷ ἢ αθ. Λέγω, ὅτι εἶσαι ὡς ἡ τῷ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ πρὸς τῷ τῷ εἰκοσαέδρου, ἔπως ἢ αθ, πρὸς τῷ τῷ γδ. ἐπεὶ γὰρ συσσωμαφοτέρη τῆς εβγ, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμημένης τὸ μείζον τμημα, εἶσιν ἢ βε, καὶ ἔτι συσσωμαφοτέρου μὲν τῆς εβγ, ἡμίσεια ἢ εη, τῆς δὲ βε, ἡμίσεια ἢ εζ, καὶ τῆς εη, ἄρα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμημένης τὸ μείζον τμημα, εἶσιν ἢ εζ, ἔτι δὲ καὶ τῆς θγα, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμημένης τὸ μείζον τμημα ἢ γα, ὡς ἐν τῇ δωδεκαέδρῳ εδείχθη, ὡς ἄρα ἢ θα, πρὸς πρὸς τῷ τῷ γα, ἔπως ἢ εη, πρὸς τῷ τῷ εζ, ἴσων ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς θα, ζε, τῷ ὑπὸ τῆς γα, εη, καὶ ἐπει εἶσαι ὡς ἢ θα, πρὸς τῷ τῷ γδ, ἔπω τὸ ὑπὸ τῆς θα, εζ, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

γ δ, ζ ε, τῶ δὲ ὑπὸ θ α, ε ζ, ἰσόν ἐστι τὸ ὑπὸ πῶν γ α, η ε, ὡς ἄρα ἢ θ α, ἄρως τὴν γ δ, ἔπω τὸ ὑπὸ τῆς γ α, η ε, ἄρως τὸ ὑπὸ τῆς γ δ, ζ ε, κατέστιν ὡς ἢ τῷ δωδεκαίδρῳ ἐπιφάνεια ἄρως τὴν τῷ εἰκοσαίδρῳ ἐπιφάνεια, ἔπος ἢ θ α, ἄρως τὴν γ δ.

Ἄλλως. Δείξαι, ὅτι ἐστὶν ὡς ἢ τῷ δωδεκαίδρῳ ἐπιφάνεια ἄρως τὴν τῷ εἰκοσαίδρῳ ἐπιφάνεια, ἔπος ἢ τῷ κύβῳ πλάρα, ἄρως τὴν τῷ εἰκοσαίδρῳ πλάρα. Προγραφέντος τῆδε. Ἐῶ κύκλος δ α β γ, καὶ ἐγγεγράφω εἰς αὐτὸν πενταγώνῳ ἰσοπλάρῳ πλάρα αἱ α β, α γ, καὶ ἐπιζώχθω ἢ β γ. καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῷ κύκλου τὸ δ, καὶ ἀπὸ τῷ α, ἐπὶ τὸ δ, ἐπιζώχθω δὲ θεία ἢ α δ, καὶ ἐκβεβλήθω ἐπ' αὐθείας τῆς α δ, δὲ θεία ἢ δ ε. καὶ κείθω τῆς μὲν σ δ, δὲ θείας ἢμισεία ἢ δ ζ. ἢ δὲ η γ, τῆς γ θ, τριπλῆ ἔσω. Λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ τῆς α ζ, β θ, ἴσον εἶναι τῷ πενταγώνῳ, ἀπὸ γὰρ τῷ β, ἐπὶ τὸ δ, ἐπιζώχθω ἢ β δ. ἐπεὶ διπλῆ ἐστὶν ἢ α δ, τῆς δ ζ, ἢμιολία ἄρα ἐστὶ τῆς α δ, ἢ α ζ. πάλιν ἐπεὶ τριπλῆ ἐστὶν ἢ η γ, τῆς γ θ, διπλῆ δὲ ἢ η θ, τῆς θ γ, ἢμιολία ἄρα ἐστὶν ἢ η γ, τῆς θ η. κατὰ τὴν ε': ἄρα τῷ ε': ὡς ἢ ζ α, ἄρως τὴν α δ, ἔπος ἢ γ η, ἄρως τὴν η θ, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῆς α ζ, θ η, τῷ ὑπὸ τῆς δ α, γ η, ἢ δὲ γ η, ἴση ἐστὶ τῷ β η, τὸ ἄρα ὑπὸ πῶν α δ, β η, ἰσόν ἐστι τῷ ὑπὸ πῶν α ζ, θ η, τὸ δὲ ὑπὸ πῶν α δ, β η, δύο ἐστὶ τρίγωνοι: ὡς τὰ α β δ, καὶ τὸ ὑπὸ πῶν α ζ, η θ, ἄρα δύο ἐστὶν, ὡς τὰ α β δ. πέντε ἄρα τὰ ὑπὸ πῶν α ζ, η θ, δέκα τρίγωνά ἐστι, δέκα δὲ τρίγωνα δύο ἐστὶ πεντάγωνα, πέντε ἄρα τὰ ὑπὸ πῶν α ζ, η θ, δύο πενταγώνοις ἴσά ἐστι. καὶ ἐπεὶ διπλῆ ἐστὶν ἢ η θ, τῆς θ γ, τὸ ὑπὸ πῶν α ζ, η θ, διπλὸν ἐστὶ τῷ ὑπὸ πῶν α ζ, θ γ, δύο ἄρα τὰ ὑπὸ πῶν α ζ, θ γ, ἴσά ἐστὶν ἐνὶ τῷ ὑπὸ πῶν α ζ, θ η, πέντε τοῖς ὑπὸ πῶν α ζ, η θ, κατέστι δύο πεντάγωνα. ὡςτε πέντε τὰ ὑπὸ πῶν α ζ, θ γ, ἴσά ἐστὶν ἐνὶ πενταγώνῳ, πεντάκις δὲ τὰ ὑπὸ πῶν α ζ, θ γ, ἴσά ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῆς α ζ, θ β. ἐπειδὴ πενταπλῆ ἐστὶν ἢ θ β, τῆς θ γ, καὶ κοινὸν ὕψος ἐστὶν ἢ α ζ, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς α ζ, β θ, ἰσόν ἐστὶν ἐνὶ πενταγώνῳ.

Eucl. Lib. 14. Fig. 5.

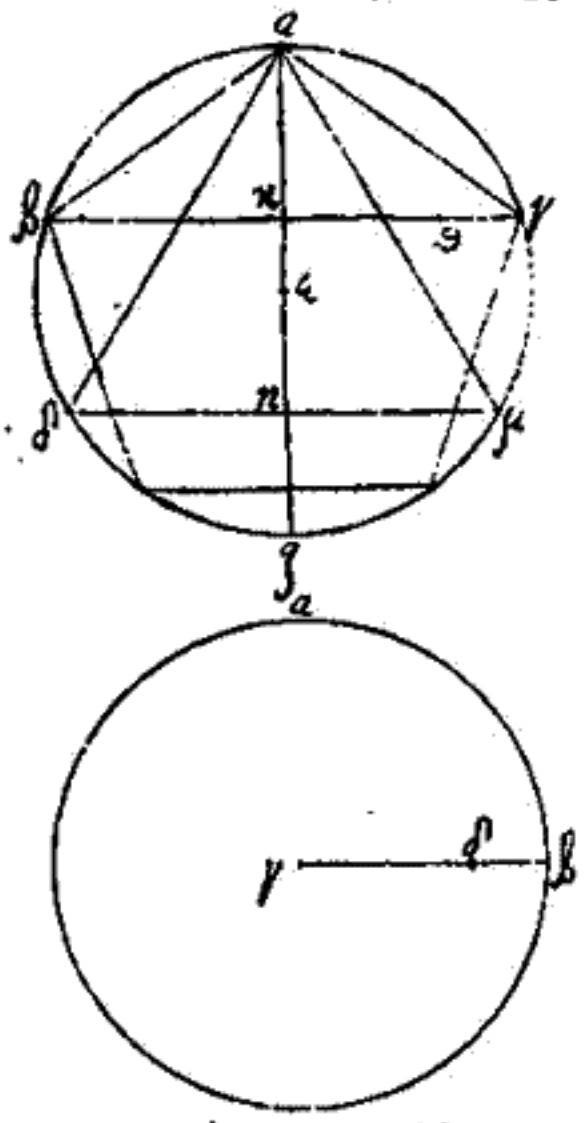


Τέτω δήλα ὄντος, συῶ ἐκείθω κύκλος, ὁ περιλαμβανών τὸ, τε τῷ δωδεκαίδρῳ πεντάγωνον, καὶ τὸ τῷ εἰκοσαίδρῳ τρίγωνον ἢ εἰς τὴν αὐτὴν σφαιρῶν ἐγγεγραμμένῳ, καὶ ἐγγεγράφωσα εἰς τὸν α β γ, κύκλον πενταγώνῳ ἰσοπλάρῳ πλάρα αἱ β α, α γ, καὶ ἐπιζώχθω ἢ β γ, καὶ εἰλήφθω τὸ κέντρον τῷ κύκλου τὸ ε, καὶ ἀπὸ τῷ α, ἐπὶ τὸ ε, ἐπιζώχθω ἢ α ε, καὶ ἐκβεβλήθω ἢ α ε, ἐπὶ τὸ ζ. καὶ ἔσαι ἢ α ε, τῆς ε η, διπλῆ, τριπλῆ δὲ ἢ κ γ, τῆς γ θ, καὶ ἀπὸ τῷ η, τῆς α ζ, ἄρως ὀρθῆς ἢ δ μ, τρίγωνον ἄρα ἐστὶν ἰσοπλάρῳ ἢ δ μ, ἰσοπλάρῳ ἄρα ἐστὶ τὸ α δ μ, τρίγωνον. καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν ὑπὸ πῶν α η, θ β, ἰσόν ἐστὶ τῷ πενταγ: τὸ δὲ ὑπὸ πῶν α η, η δ, τῷ α δ μ, τρίγωνῳ. ἴσιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ πῶν α η, θ β, ἄρως τὸ ὑπὸ πῶν δ η, η α, ἔπω τὸ πεντάγ: ἄρως τὸ τρίγωνο: ὡς δὲ τὸ ὑπὸ πῶν β θ, α η, ἄρως τὸ ὑπὸ πῶν δ η, η α, ἢ β θ, ἄρως

# ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΚΑΤΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ. 341

πρὸς τὴν δ'η, καὶ ὡς ἄρα δώδεκα αἰ βθ, πρὸς εἴκοσι γδ, ἔτι δώδεκα πεντά-  
 γωνα, πρὸς εἴκοσι τετράγωνα, τῶν ἢ τὴν δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τῆ  
 εἰκοσαίδρου. καὶ ἔστι δώδεκα μὲν αἰ βθ, δέκα δὲ αἰ βγ, ἢ μὲν γὰρ βθ, τῆς  
 θγ, ἐστὶ πενταπλῆ, ἢ δὲ βγ, τῆς θγ, ἑξαπλῆ, δώδεκα ἄρα αἰ βθ, ἰσαὶ  
 εἰσι δέκα ταῖς βγ, εἴκοσι δὲ αἰ δη, δέκα εἰσὶν αἰ δμ, διπλῆ γὰρ ἢ δμ, τῆς  
 δη. ὡς ἄρα δέκα αἰ βγ, πρὸς δέκα τὰς δμ, τῶν ἢ βγ, πρὸς τὴν δμ,  
 ἔτι ἢ τὴν δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τῆ εἰκοσαίδρου ἐπιφάνειαν. καὶ ἔστιν ἢ  
 μὲν βγ, ἢ τὴν κύβου πλάρᾳ, ἢ δὲ δμ, ἢ τὴν εἰκοσαίδρου πλάρᾳ, καὶ ὡς ἄρα  
 ἢ τὴν δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τῆ εἰκοσαίδρου ἐπιφάνειαν, ἔτι ἢ βγ,  
 πρὸς τὴν δμ, τῶν ἢ τὴν κύβου πλάρᾳ πρὸς τὴν τῆ εἰκοσαίδρου πλάρᾳ. Δεικ-  
 νῶν δὴ, ὅτι καὶ διδείας, οἷα σθηποτῶν τμηθείσης ἄ-  
 κρον καὶ μέσον λόγον, ὅν λόγον ἔχει ἢ διωαμμένη τὸ  
 ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος τμήματος,  
 πρὸς τὴν διωαμμένη τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀπὸ  
 τῆς ἐλάττονος τμήματος, τῶν ἔχει τὸν λόγον ἢ τοῦ  
 κύβου πλάρᾳ πρὸς τὴν τῆ εἰκοσαίδρου πλάρᾳ. Ἐ-  
 σω κύκλος ὁ αβ, περιλαμβάνων τὸ, τε τὴν δωδεκαέ-  
 δρου πεντάγωνον, καὶ τὴν τῆ εἰκοσαίδρου τρίγωνον, καὶ εἰς  
 τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένον, καὶ εἰλήφθω τὸ  
 κέντρον τῆς κύκλου τὸ γ, καὶ προσεκεβλήθω τις δι-  
 δεῖα, ὡς ἔτυχῃ, ἀπὸ τῆς γ, ἢ βγ, καὶ πετμήσθω  
 ἄκρον καὶ μέσον λόγον καὶ τὸ δ, καὶ τὸ μείζον τμήμα  
 εἰσὶν ἢ γδ, διαγώνου ἄρα ἐστὶ πλάρᾳ ἢ γδ, τῆ  
 εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένη. Ἐκβεβλήθω δὴ  
 εἰκοσαίδρου πλάρᾳ ἢ ε, δωδεκαέδρου δὲ ἢ ζ, κύβου  
 δὲ ἢ η. ἢ μὲν ἄρα ε, τρίγωνον ἰσοπλάρου ἐστὶ πλάρ-  
 ρᾳ, ἢ δὲ ζ, πενταγώνου, τῆ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγ-  
 γραφομένη. ἢ δὲ ζ, τῆς η, μείζον ἐστὶ τμήμα, καὶ  
 ἐπεὶ ἢ ε, ἴση ἐστὶ τῆ τῆ ἰσοπλάρου τρίγωνον πλάρᾳ,  
 ἢ δὲ τῆ τρίγωνον τῆ ἰσοπλάρου πλάρᾳ διωαμει τρί-  
 πλασία ἐστὶ τῆς βγ, τρίπλασιον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ  
 τῆς ε, τὸ ἀπὸ τῆς βγ, ἴση δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ,  
 βδ, τρίπλασια τὸ ἀπὸ γδ, καὶ ἐναλλάξ ἄρα ὡς τὸ  
 ἀπὸ τῆς ε, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ, βδ, ἔτι τὸ ἀπὸ  
 τῆς γβ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς  
 γβ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γδ, ἔτι ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς η, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ, μείζον  
 γὰρ ἐστὶ τμήμα ἢ ζ, τῆς η, καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ε, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ, βδ,  
 ἔτι τὸ ἀπὸ τῆς η, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ζ, καὶ ἐναλλάξ καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἄρα τὸ  
 ἀπὸ

Eust. Lib. 14. Fig. 6.



- ε πλάρᾳ ἑικοσαίδρου.
- ζ δωδεκαέδρου.
- η κύβου.



ἀπὸ τῆς η, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ε, ἔπω τὸ ἀπὸ τῆς ζ, πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν γ β, β δ,  
 τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ζ, ἴσα ἐστὶ τὰ ἀπὸ β γ, γ δ, ἢ γὰρ τὰ πενταγώνων πλάρα δυνάται  
 τὴν τε τὴν ἑξαγώνων πλάρα, καὶ τὴν τὴν δεκαγώνων, ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς η, πρὸς  
 τὸ ἀπὸ τῆς ε, ἔπω τὰ ἀπὸ τῶν β γ, γ δ, πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν γ δ, δ β, ὡς δὲ τὰ ἀ-  
 πὸ τῶν β γ, γ δ, πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν γ δ, δ β, ἔπως δὲδείξαι, οἷα σδηποῦν ἄκρον καὶ μέ-  
 σον λόγον τετραμοχῆς, ἢ δυναμοχῆ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος  
 τμήματος, πρὸς τὴν δυναμοχῆ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς ἐλάττονος τμήματος, καὶ  
 ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς η, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ε, ἔπως δὲδείξαι οἷα σδηποῦν ἄκρον καὶ μέ-  
 σον λόγον τετραμοχῆς, ἢ δυναμοχῆ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος τμή-  
 ματος, πρὸς τὴν δυναμοχῆ τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ τῆς ἐλάττονος τμήματος, καὶ  
 ἔστιν ἢ μὲν η, κύβου πλάρα, ἢ δὲ ε, εἰκοσαίδρου. Ἐὰν ἄρα δὲδείξαι ἄκρον καὶ  
 μέσον λόγον τετραμοχῆς, ἔσαι ὡς ἢ δυναμοχῆ τὴν ὅλην καὶ τὸ μείζον τμήμα πρὸς  
 τὴν δυναμοχῆ τὴν ὅλην καὶ τὸ ἐλάττον τμήμα, ἔπως ἢ τὴν κύβου πλάρα πρὸς τὴν  
 τὴν εἰκοσαίδρου, πῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων. Δεικτέον δὲ, ὅτι ὡς  
 ἢ τὴν κύβου πλάρα πρὸς τὴν τὴν εἰκοσαίδρου, ἔπω τὸ περιὸν τῆς δωδεκαίδρου πρὸς  
 τὸ περιὸν τῆς εἰκοσαίδρου. Ἐπεὶ γὰρ ἴσοι κύκλοι περιλαμβάνουσι τὸ, τε τῆς δωδε-  
 καίδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τῆς εἰκοσαίδρου ἑξάγωνον πῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγ-  
 γραφομένων, ἐν δὲ ταῖς σφαῖραις οἱ ἴσοι κύκλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τῆς κέντρης.  
 αἱ γὰρ ἀπὸ τῆς κέντρης τῆς σφαίρας ἐπὶ τὰ πῶν κύκλων ἐπίπεδα κάθετοι ἀγόμε-  
 ναί ἴσαί τε εἰσὶ, καὶ ἐπὶ τὰ κέντρα πῶν κύκλων πίπτουσιν. ὡς αἱ ἀπὸ τῆς κέντρης  
 τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τὸ, τε τοῦ εἰκοσαίδρου  
 ἑξάγωνου καὶ τῆς δωδεκαίδρου πεντάγωνου, ἴσαί εἰσιν, κατέστιν αἱ κάθετοι, ἰσοῦ-φείς  
 ἄρα εἰσὶν αἱ πυραμίδες, αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τῆς δωδεκαίδρου πεντάγωνα, καὶ  
 αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ εἰκοσαίδρου ἑξάγωνα. αἱ δὲ ἰσοῦ-φείς πυραμίδες πρὸς  
 ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις, ὡς ἄρα τὸ πεντάγωνον πρὸς τὸ ἑξάγωνον, ἔπως ἢ  
 πυραμίδες, ἢς βάσεις μὲν τὸ τοῦ δωδεκαίδρου πεντάγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον  
 τῆς σφαίρας πρὸς τὴν πυραμίδα ἢς βάσεις μὲν τὸ τῆς εἰκοσαίδρου ἑξάγωνον, κορυ-  
 φὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, ὡς ἄρα δώδεκα πεντάγωνα πρὸς εἰκοσι ἑξάγωνα,  
 ἔπω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνων βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἰκοσι πυραμίδας ἑξαγώ-  
 νων βάσεις ἔχουσαι. καὶ δώδεκα πεντάγωνα, ἢ τῆς δωδεκαίδρου ἐπιφάνειά ἐστιν,  
 εἰκοσι δὲ ἑξάγωνα ἢ τῆς εἰκοσαίδρου ἐπιφάνεια, ἔστιν ἄρα ὡς ἢ τῆς δωδεκαίδρου ἐ-  
 πιφάνεια πρὸς τὴν τῆς εἰκοσαίδρου, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνων βάσεις  
 ἔχουσαι πρὸς εἰκοσι πυραμίδας ἑξαγώνων βάσεις ἔχουσαι, καὶ εἰσὶ δώδεκα μὲν  
 πυραμίδες πενταγώνων βάσεις ἔχουσαι τὸ περιὸν τῆς δωδεκαίδρου. εἰκοσι δὲ πυ-  
 ραμίδες ἑξαγώνων βάσεις ἔχουσαι τὸ περιὸν τῆς εἰκοσαίδρου, καὶ ὡς ἄρα ἢ τῆς δω-  
 δεκαίδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαίδρου, ἔπω τὸ περιὸν τοῦ δωδεκαίδρου  
 πρὸς τὸ περιὸν τοῦ εἰκοσαίδρου, ὡς δὲ ἢ ἐπιφάνεια τοῦ δωδεκαίδρου πρὸς τὴν ἐ-  
 πιφάνειαν τῆς εἰκοσαίδρου, ἔπως εἰδείχθη καὶ ἢ τῆς κύβου πλάρα πρὸς τὴν τῆς εἰκο-  
 σαίδρου.

σαίδρου, καὶ ὡς ἄρα ἢ τῆ κύβη πλόρα πρὸς τὴν τῆ εἰκοσαίδρου, ἔτω τὸ σεριὸν τῆ δωδεκαίδρου πρὸς τὸ σεριὸν τῆ εἰκοσαίδρου.

Λ Η Μ Μ Α.

Ὅτι δὲ, εἰάν δύο εἰδείαι ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῶσιν, ἐν ἀναλογίᾳ εἰσὶ τῆ ὑποκειμένη, δείξομεν ἔτω. Τετμήθω γὰρ ἢ μὲν αβ, εἰδεία ἄκρον καὶ μέσον λόγον καὶ τὸ γ, μείζον δὲ τμήμα αὐτῆς ἔστω ἢ αγ. ὁμοίως δὲ καὶ ἢ δε, ἄκρον καὶ μέσον τετμήθω λόγον κατὰ τὸ ζ, τὸ δὲ μείζον αὐτῆς τμήμα ἔστω ἢ δζ. λέγω, ὅτι ὡς ἢ ὅλη αβ, πρὸς τὸ μείζον τμήμα πὴν αγ, ἔπως ἢ ὅλη δε, πρὸς τὸ μείζον τμήμα πὴν δζ. ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ τῆ αβ, βγ, ἰσόν ἐστι τῆ ἀπὸ τῆς αγ, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς δε, εζ, τῆ ἀπὸ τῆς δζ, ἔστι δ' ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ αβ, βγ, πρὸς τὸ ἀπὸ αγ, ἔτω τὸ ὑπὸ δε, εζ, πρὸς τὸ ἀπὸ δζ, καὶ ὡς ὁ τετραγώνιος ἄρα ὑπὸ πῶν αβ, βγ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αγ, ἔτω τὸ τετραγώνιος ὑπὸ τῆς δε, εζ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δζ. καὶ συνθεῖται, ἔστιν, ὡς τὸ τετραγώνιος ὑπὸ τῆς αβ, βγ, μὲν τῆ ἀπὸ τῆς αγ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αγ, ἔτω τὸ τετραγώνιος ὑπὸ τῆς δε, εζ, μὲν τῆ ἀπὸ τῆς δζ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δζ. ὡςτε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς δε, εζ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δζ, οὕτω τὸ ἀπὸ συναμφοτέρων τῆς αβ, βγ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αγ. καὶ μήκει ὡς συναμφοτέρος ἢ αβ, βγ, πρὸς τὴν αγ, ἔτω συναμφοτέρος ἢ δε, εζ, πρὸς τὴν δζ. συνθεῖται, ὡς συναμφοτέροι αἱ αβ, βγ, μὲν τῆς αγ, πρὸς τὴν αβ, ἔτω συναμφοτέροι αἱ δε, εζ, μὲν τῆς δζ, πρὸς τὴν δζ, κατέστι δύο αἱ αβ, δε, πρὸς τὴν αγ, δζ, καὶ πῶν ἡγεμονίων τὰ ἡμισυ, κατέστιν ὡς ἢ αβ, πρὸς τὴν αγ, ἔπως ἢ δε, πρὸς τὴν δζ. Δεικνύμεν, ὅτι εἰδείαι οἰασθησομένων ἄκρον καὶ μέσον τμηθείσης λόγον, ὅν ἔχει λόγον ἢ δυναμένη τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος τμήματος πρὸς τὴν δυναμένην τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς ἐλάσσονος τμήματος, ταῦτον ἔχει ἢ τῆ κύβη πλόρα πρὸς τὴν τῆ εἰκοσαίδρου πλόραν. Δεικνύμεν δὲ τῷδε, ὅτι ὡς ἢ τῆ κύβη πλόρα πρὸς τὴν τῆ εἰκοσαίδρου πλόραν, ἔπως ἢ τῆ δωδεκαίδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τῆ εἰκοσαίδρου ἐπιφάνειαν, πῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων. Προσενλίγειμεν δὲ καὶ τῷδε, ὅτι ὡς ἢ τῆ δωδεκαίδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τῆ εἰκοσαίδρου ἐπιφάνειαν καὶ αὐτὸ τὸ δωδεκαίδρον πρὸς αὐτὸ τὸ εἰκοσαίδρον, διὰ τὸ ὑπὸ τῆ αὐτῆς κύκλου περιλαμβάνεσθαι τὸ, τε τῆ δωδεκαίδρου πεντάγωνον καὶ τὸ τῆ εἰκοσαίδρου ἑξάγωνον.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Α': Δῆλον, ὅτι εἰάν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφῆ δωδεκαίδρον τε καὶ εἰκοσαίδρον, λόγον ἔξουσιν εἰδείας οἰασθησομένων ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθείσης, ἢ δυναμένη τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος τμήματος πρὸς τὴν δυναμένην τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος τμήματος.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Τῶν δὲ πάντων γνωρίμων ἡμῖν γενομένων, δῆλον, ὅτι εἰάν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖ-

Ε. Π. Π. Κ. Τ. Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

σφαῖραν ἐγγραφήν δωδεκάεδρον καὶ εἰκοσαέδρον, τὸ δωδεκάεδρον πρὸς τὸ εἰκοσαέδρον λόγον ἔξει, ὃν ὁμοίας οἰασθηποτῶν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθείσης ἢ δυναμένης τὴν ὅλην καὶ τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὴν δυναμένην τὴν ὅλην καὶ τὸ ἔλαττον τμήμα. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν, ὡς τὸ δωδεκάεδρον πρὸς τὸ εἰκοσαέδρον, ἕτως ἢ τὰ δωδεκάεδρα ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, πῶς ἢ τὸ τοῦ κύβου πλάρᾳ πρὸς τὴν τῆς εἰκοσαέδρου πλάρᾳ, ὡς δὲ ἢ τῆς κύβου πρὸς τὴν τῆς εἰκοσαέδρου πλάρᾳ, ἕτως ἐστὶν ὁμοίας οἰασθηποτῶν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμημένης ἢ δυναμένης τὴν ὅλην καὶ τὸ μείζον τμήμα, πρὸς τὴν δυναμένην τὴν ὅλην καὶ τὸ ἔλαττον τμήμα, ὡς ἄρα τὸ δωδεκάεδρον πρὸς τὸ εἰκοσαέδρον, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, ἕτως ὁμοίας οἰασθηποτῶν ἄκρον καὶ μέσον λόγον τετμημένης ἢ δυναμένης τὴν ὅλην καὶ τὸ μείζον τμήμα, πρὸς τὴν δυναμένην τὴν ὅλην καὶ τὸ ἔλαττον τμήμα. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τέλος τῆς Δεκάτης τετάρτης τῆς τῆς Εὐκλείδου Στοιχείων.

