



Π Ι Γ Ν Α Ξ
Τ Ω Ν Ο Ρ Ω Ν :
ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΩΝ ΕΚΑΣΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Τῶν περιχομένων ἐν τῷ παρόντι πρώτῳ τόμῳ,

Οἱ ὅροι τῆ πρώτης βιβλίας τῆ Στοιχειωτῆς .

Ὄρος Α΄: Σημεῖόν ἐστιν, ὃ μέρος ἔχει.	Φύλλα 7
Β΄. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατῆς.	8
γ΄. Γραμμῆς δὲ πέρατα Σημεῖα.	8
δ΄. Εὐθεία γραμμὴ ἐστίν, ἣτις ἐξ ἴσου τῆς ἐφ' ἑαυτῆς συμμείσις κεῖται.	9
ε΄. Ἐπιφάνεια δὲ ἐστίν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.	10
ς΄. Ἐπιφωείας δὲ πέρατα Γραμμαί.	10
ζ΄. Ἐπίπεδος Ἐπιφωεία ἐστίν, ἣτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς ἄθεταίς κεῖται.	10
η΄. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστίν, ἢ ἐκ ἐπιπέδων δύο γραμμῶν ἀπομείνων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' ἀθείας κειμένων, πρὸς ἀλλήλους τῶν γραμμῶν κλίσις.	11
θ΄. Ὄταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ ἀθείαι ὦσιν, ἀθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.	12
ι. Ὄταν δὲ ἀθεία ἐπ' ἀθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφ' ἐξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστίν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ ἡ ἐπίσηκῆα κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἧν ἐπίσηκον.	12
ι α. Ἀμβλεία γωνία ἐστίν, ἢ μείζων ὀρθῆς.	12
ι β. Ὄξεα δὲ, ἢ ἐλάττω ὀρθῆς.	12
ι γ. Ὄρος ἐστίν, ὃ τινός ἐστι πέρας.	13
ι δ. Σχήμα ἐστὶ τὸ ὑπότινος ἢ τινῶν ὄρων περιχόμενον.	13
ι ε. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιχόμενον, ἢ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἧν ἀφ' ἐνός σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ ἀρροπίπνυται ἀθείαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ. κέντρον δὲ τὸ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.	13
ι ς. Διάμετρος δὲ κύκλου ἐστὶν ἀθεταί τις διὰ τὸ κέντρον ἡγμένη, καὶ περατωμένη ἐφ' ἑκατέρᾳ τῶν μέρων ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἣτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.	14
ι ζ.	

ιζ'. Ημικύκλιον δι' ἔστι τὸ περιχόμενον γῆμα ὑπὸ πῆς διαμέτρου, ἢ πῆς ἀπο-
 λαμβανομένης ὑπὸ πῆς κύκλου περιφερείας. 15

ιβ'. Τμήμα κύκλου ἔστι τὸ περιχόμενον ὑπὸ τῆς ἀΐθειας ἢ κύκλου περιφερείας. 15

ιδ'. Εὐθύγραμμα γῆματι ἔστι τὸ ὑπὸ ἀΐθειῶν περιχόμενον. 16

ε'. Τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν. 16

εα'. Τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων. 16

εβ'. Πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων, ἢ τεσσάρων πλείονε περιχόμενα. 16

εγ'. Τῶν δὲ τριπλῶρων γῆματων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἔστι, τὸ πῆς τρεῖς ἴ-
 σας ἔχον πλευράς. 17

εδ'. Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ πῆς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς. 17

εε'. Σκαλιῶν δὲ, τὸ πῆς τρεῖς αἰσους ἔχον πλευράς. 17

ες'. Ἐστὶ δὲ τῶν τριπλῶρων γῆματων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἔστι, τὸ μίαν
 ἔχον ὀρθὴν γωνίαν. 17

εζ'. Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ μίαν ἔχον, ἀμβλείαν γωνίαν. 17

εη'. Ὄξυγώνιον δὲ, τὸ πῆς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας. 17

εθ'. Τῶν δὲ τετράπλευρων, τετράγωνόν ἔστι, ὃ ἰσόπλευρόν τε ἢ ὀρθογώνιον. 18

λα'. Ἐπιτόμικες δὲ, τὸ ὀρθογώνιον μὲν, ἢ ἰσόπλευρον δὲ. 18

λαβ'. Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, ἢ ὀρθογώνιον δὲ. 18

λαβγ'. Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ πῆς ἀπεναντίον πλευράς ἢ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον,
 ὃ ἢ ἰσόπλευρόν ἔστι, ἢ ὀρθογώνιον. τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα,
 τραπεζίαι καλεῖσθαι. 18

λαγ'. Παράλληλοι ἀΐθειαι εἰσιν, αἵ τινες ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιπέδῳ ἕσθαι, ἢ ἐκβαλλόμε-
 ναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέποτε συμπέπτωσιν ἀλλήλαις. 18

Α Ι Τ Η Μ Α Τ Α .

Α'. Η'πίθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶσι σημείοις ἀΐθειαν γραμμὴν ἀγαγῆν. 19

β'. Καὶ πιπρασμῆν ἀΐθειαν ἢ τὸ συνεχὲς ἐπ' ἀΐθειας ἐκβάλλειν. 19

γ'. Καὶ παντὶ κείθῳ ἢ διαστήματι κύκλον γράφεισθαι. 19

Α Ξ Ι Ω Μ Α Τ Α .

Α'. Τὰ τῇ αὐτῇ ἴσα, ἢ ἀλλήλοις ἔστιν ἴσα. 19

β'. Καὶ ἐὰν ἴσας ἴσα ἀρῶσθῃ, τὰ ὅλα ἔστιν ἴσα. 19

γ'. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀρῶσθῃ, τὰ καταλειπόμενά ἔστιν ἴσα. 19

δ'. Καὶ ἐὰν αἰσῶσις ἴσα ἀρῶσθῃ, τὰ ὅλα ἔστιν αἰσῶσις. 19

ε'. Καὶ ἐὰν ἀπὸ αἰσῶσις ἴσα ἀρῶσθῃ, τὰ λοιπά ἔστιν αἰσῶσις. 19

ς'. Καὶ τὰ τῇ αὐτῇ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἔστι. 19

ζ'. Καὶ τὰ τῇ αὐτῇ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἔστι. 19

η'. Καὶ τὰ ἰσορρομῶσθαι; ἐπ' ἀλλήλα, ἴσα ἀλλήλοις ἔστι. 19

θ'. Καὶ τὸ ὅλον τῷ μέρει μείζον ἔστι. 19

ι'. Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ. 19

ιδ. Καί

- εδ. Καὶ εἴαν εἰς δύο ἄθροια ἄθροια ἐμπέτωσα πᾶς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῆ, ἐκβαλλόμενα αἱ δύο αὐταὶ ἄθροια ἐπ' ἄπειρον, συμπίπτουσι ἀλλήλαις, ἐφ' αἷ μέρη εἰσὶν αἱ πῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι. 19
- εβ. Καὶ δύο ἄθροια χωρὶον ἔπιπέδουσι. 19
- εγ. Καὶ δύο ἄθροια κοινὸν τμήμα ἔπιπέδουσι. 19
- εδ. Καὶ τὸ ὅλον ἴσον πῶς ἰδίοις μέρησι. 20

Π Ρ Ο Τ Α Ξ Ε Ι Σ.

- Πρότασις Α'. Ἐπὶ πῶς δοθείσης ἄθροιας πεπερασμένης ἑξήγωνου ἰσόπλευρου συγείσασθαι. 21
- β'. Πρὸς τῆς δοθείσης σημείῳ τῆς δοθείσης ἄθροιας, ἴσως ἄθροια θείσθαι. 21
- γ'. Δύο δοθείσων ἄθροια ἀρίστων, ἀπὸ πῶς μείζονος τῆς ἐλάσσονος ἴσως ἄθροια ἀρίστων. 22
- δ'. Ἐάν δύο ἑξήγωνα πᾶς δύο πλευρᾶς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν, καὶ πῶν γωνίαν τῆς γωνίας ἴσως ἔχη, πῶν ὑπὸ πῶν ἴσων ἄθροια πλερομενῶν, καὶ πῶν βάσει τῆς βάσει ἴσως ἔξει, καὶ τὸ ἑξήγωνον τῆς ἑξήγωνου ἴσον εἶσαι, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἶσονται ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν, ἐφ' αἷ αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσι. 22
- ε'. Τῶν ἰσοσκελῶν ἑξήγωνων αἱ ἀπὸς τῆς βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, καὶ ἀπὸς τῆς βάσει πῶν ἴσων ἄθροια, αἱ ὑπὸ πῶν βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ. 23
- στ'. Ἐάν ἑξήγωνον αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἶσι, καὶ αἱ ὑπὸ τᾶς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἶσονται. 23
- Πόρισμα. Ἐκ τῆς δυνάμεθα συναγαγεῖν, ὅτι πᾶν ἑξήγωνον ἰσόπλευρον, καὶ ἰσογώνιον εἶσι, καὶ τὸ ἰσογώνιον, ἰσόπλευρον. 24
- ζ'. Ἐπὶ πῶς αὐτῆς ἄθροιας δυσὶ ταῖς αὐταῖς ἄθροιας, ἀλλὰ δύο ἄθροια ἴσαι ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν, ἔπιπέδουσι ἀπὸς ἀλλῶ καὶ ἀπὸς ἀλλῶ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἑξ ἀρχῆς ἄθροιας. 24
- Πόρισμα. Ἐκ τῆς δὴ τῆς φανερῶν, ὅτι δύο ἑξήγωνα ἴσα, ἰσόπλευρα, ἢ ἰσοσκελῆ ἔπιπέδουσι συναθῶναι ἐπὶ πῶς αὐτῆς βάσει, καὶ τὰ αὐτὰ μέρη. 24
- η'. Ἐάν δύο ἑξήγωνα πᾶς δύο πλευρᾶς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχη ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν, ἔχη δὲ καὶ τὴν βάσει τῆς βάσει ἴσως, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας ἴσως ἔξει, τὴν ὑπὸ πῶν ἴσων ἄθροια πλερομενῶν. 25
- θ'. Τὴν δοθείσαν ἄθροια πεπερασμένην δίχα τεμεῖν. 25
- ι'. Τὴν δοθείσαν γωνίαν ἄθροια γραμμῶν δίχα τεμεῖν. 26
- ιδ. Τῆς δοθείσης ἄθροια ἀπὸ τῆς ἀπὸς αὐτῆς δοθείσης σημείῳ ἀπὸς ὀρθᾶς γωνίας, ἄθροια γραμμῶν ἀγαγεῖν. 26
- ιε. Ἐπὶ τὴν δοθείσαν ἄθροια πεπερασμένην ἢ ἄπειρον, ἀπὸ τῆς δοθείσης σημείῳ, ὃ μὴ εἶσιν ἐπ' αὐτῆς, κἀθίτου ἄθροια γραμμῶν ἀγαγεῖν. 26

ιγ. Ὡς

- γ'. Ως αν δ'θεία ἐπ' δ'θείω σαθεῖσα γωνίας ποιῆ, ἢτοι δύο ὀρθαῖς, ἢ δὺ.
 σὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει. 27
- δ'. Ἐὰν ἀρὸς τινι δ'θείᾳ, καὶ τῷ ἀρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο δ'θείαι μὴ περὶ τὰ
 αὐτὰ μέρη κείμεναι πρὸς ἐπιπέδου γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' δ'-.
 θείας ἴσονται ἀλλήλαις αἱ δ'θείαι. 27
- ε'. Ἐὰν δύο δ'θείαι πύκνωσιν ἀλλήλας, πρὸς κατὰ κορυφῶν γωνίας ἴσας ἀλλή-
 λαις ποιήσουσι. 28
- στ'. Παντὸς ἑξήκοντα μιᾶς τῆς πλῆρως ἐκβληθείσης, ἢ ἐκπὸς γωνία ἑκατέρως
 τῆς ἐντὸς, ἢ ἀπεναντίον μείζων ἐστὶ. 28
- Πόρισμα. Ἐκ δὲ τῶν φανερῶν, ὅτι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐπὶ τῆς αὐτῆς δ'θείας
 μὴ δύνασθαι πλείους δ'θείας ἴσας ἀγίθαι, ἢ δύο μόνας. 29
- ζ'. Παντὸς ἑξήκοντα αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντη μεταλαμ-
 βανόμεναι. 29
- Πόρισμα. α'. Ἐκ τῶν δῆλον, μὴ δύνασθαι ἐπὶ τῆς αὐτῆς δ'θείας ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ
 σημείου δύο καθέως πίπτειν. 29
- β'. Ἐἴτε παντὸς ἑξήκοντα, εἴπερ ἂν ἢ μία τῶν γωνιῶν ὀρθὴ ἢ ἀμβλεία τύχη,
 πρὸς λοιπὰς ὀξείας εἶται. 29
- γ'. Ἐἴτε ἂν ἐπὶ τινος δ'θείας δ'θεία σαθεῖσα γωνίας ἀρίσως ποιῆ, τὴν πα-
 ρά τινος σημείου τῆς ἐπιπέδου δ'θείας πίπτουσαν καθέτωσιν ἐπὶ τῆς ὑποκειμέ-
 νης, ἀρὸς τὰ τῆς ὀξείας γωνίας πίπτειν μέρη. 29
- δ'. Ἐἴτε τῷ μὲν ἰσοπλάρῳ ἑξήκοντα πᾶσας τὰς γωνίας ὀξείας εἶται, τῷ δὲ ἰσο-
 σκελῆς πρὸς δύο ἀρὸς τὴν βάσιν. 29
- ε'. Παντὸς ἑξήκοντα ἢ μείζων πλῆρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει. 30
- Πόρισμα. Ἐκ τῶν δῆλον, τῷ μὲν σκαλιῶν ἑξήκοντα πᾶσας τὰς γωνίας ἀρίσως
 εἶται, τῷ δὲ ἰσοπλάρῳ ἴσας. 30
- στ'. Παντὸς ἑξήκοντα ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἢ μείζων πλῆρὰ ὑποτείνει. 30
- Πόρισμα. α'. Ἐκ δὲ τῶν φανερῶν, ὅτι τῶν ἀρὸς ἐντὸς σημείων ἀρισπιπυῶν δ'θειῶν
 ἐπὶ τινος δ'θείας, ἢ μὲν καθέτωσιν ἐλάττωσιν ἐστὶν, ἀεὶ δὲ ἢ ἀπώτερον τῆς ἐγ-
 γύτερον μείζων. 30
- β'. Ἐἴτε ἐν μὲν πρὸς ὀρθογωνίοις ἢ τὴν ὀρθῶν ὑποτείνουσα γωνίαν μείζων ἐστὶ
 τῆς λοιπῶν, ἐν δὲ πρὸς ἀμβλυγωνίοις ἢ τὴν ἀμβλείαν. 30
- γ'. Παντὸς ἑξήκοντα αἱ δύο πλῆρὰ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβα-
 νέμεναι. 30
- Πόρισμα. Ἐκ δὲ τῶν φανερῶν, ὅτι παντὸς πρὸς ἀπλάρῳ ἢ διαγώνιος διάμετρος,
 ἐλάττωσιν ἐστὶ τῆς ἑκατέρωθεν δύο πλῆρῶν. 31
- κα'. Ἐὰν ἑξήκοντα ἐπὶ μιᾶς τῆς πλῆρῶν ἀπὸ τῶν περιέπων δύο δ'θείαι ἐντὸς συ-
 σαθεῶσιν, αἱ συσαθεῖσαι τῶν λοιπῶν τῶν ἑξήκοντα δύο πλῆρῶν ἐλάττωσιν μὲν
 ἴσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιμήξουσιν. 31

- Πόρισμα . Ε'κ τῆς συνάγειται μὴ διυιάσαι ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὀρθείας , ἀπὸ τῶν αὐτῶν πλάτων , πρὸς τὰ αὐτὰ μέρη δύο τρίγωνα ὅμοια συνίστασαι . 31
- κ β'. Ε'κ τριῶν ὀρθείων , αἱ εἰσὶν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις ὀρθείαις , τρίγωνοι συστήσασθαι . δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας , διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλάρας τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι , πάντῃ μεταλαμβανομένας . 32
- κ γ'. Πρὸς τῇ δοθείσῃ ὀρθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δοθείσῃ ἀθύγραμμῳ γωνίᾳ , ἴσῳ γωνίᾳ ἀθύγραμμοι συστήσασθαι . 32
- κ δ'. Ε'ὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλάρας ταῖς δυσὶ πλάραις ἴσας ἔχῃ ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν , τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ , τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων ὀρθείων περιχομένῳ , καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔξει . 33
- κ ε'. Ε'ὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλάρας ταῖς δυσὶ πλάραις ἴσας ἔχῃ , ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν . τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ , καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔξει , τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων ὀρθείων περιχομένῳ . 33
- κ ς'. Ε'ὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ , ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν , καὶ μίαν πλάραν μίᾳ πλάρᾳ ἴσῳ , ἢτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις , ἢ τὴν ὑποκείμενῳ ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν , καὶ τὰς λοιπὰς πλάρας ταῖς λοιπαῖς πλάραις ἴσας ἔξει , ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν , καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ . 34
- κ ζ'. Ε'ὰν εἰς δύο ὀρθείας ὀρθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ , παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ ὀρθεῖαι . 34
- κ η'. Ε'ὰν εἰς δύο ὀρθείας ὀρθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἑκτὸς μωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον , καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσῳ ποιῇ , ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ , παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ ὀρθεῖαι . 35
- κ θ'. Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους ὀρθείας ὀρθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ , καὶ τὴν ἑκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον , καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσῳ ποιῇ , καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ . 35
- Πόρισμα . Ε'κ τῆς δῆλον , παντὸς παραλληλογράμμου τὰς δύο γωνίας , τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας εἶναι , πάντῃ μεταλαμβανομένας , καὶ τὰς πένταρας πένταρσιν ἴσας . 36
- λ'. Αἱ τῇ αὐτῇ ὀρθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι . 36
- Πόρισμα . Ε'κ τῆς δῆλον , ὅτι ἐπὶ παντὸς παραλληλογράμμου ἢ τῇ μίᾳ τῶν πλάρων αὐτοῦ ἀχθεῖσα παράλληλος καὶ τῇ ἐπὶ τὴν πλάραν παράλληλος ἔσται . 36
- λ α'. Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ ὀρθείᾳ παράλληλον ὀρθεῖον γραμμῶν ἀγαγεῖν . 36
- λ β'. Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλάρων ὑποκείμενης ἢ ἑκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσῳ εἶναι , καὶ αἱ ἐντὸς τῷ τριγώνῳ τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς . 37

- Πόρισμα α. Ἐκ τῆς δὴλον, ὅτι πῶν ἰσοσκελῶν ἑξυγώνων, πῶν μετὰ ὀρθογωνίων ἑκατέρωθεν τῶν λοιπῶν ἡμίσειά ἐστιν ὀρθῆς, πῶν δὲ ἀμβλυγωνίων, ἐλάττω ἡμισείας ὀρθῆς, καὶ πῶν ὀξυγωνίων μείζων. 37
- β. Ἐστὶ πῶν ἰσοπλάρων ἑκάστη πῶν γωνιῶν δύο τρίτα μέρη περιέχει τῆς ὀρθῆς. 37
- γ. Ἐστὶ παντὸς ἑξυγώνου αἱ ἑξὶς γωνίαι ὁμῶς ἰσαίεσι ταῖς οἰκδῆποσι ἑξυγώνου ἑξὶς γωνίαις ὁμῶς λαμβανόμεναι. 37
- δ. Ἐστὶ παντὸς τετραπλάρου αἱ πέντε γωνίαι πέντε ὀρθαῖς ἰσαίεσιν. 37
- λ γ. Αἱ πέντε ἰσοσῆ καὶ παραλλήλων ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζυγύεσθαι δίδεται, ἰσαίεσι καὶ παράλληλοι εἰσιν. 38
- λ δ. Τῶν παραλληλογράμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραὶ καὶ γωνίαι ἰσαὶ ἀλλήλαις εἰσὶ, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ διχα τέμνει. 38
- λ ε. Τὰ παραλληλόγραμμα καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσει ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἰσαὶ ἀλλήλοις εἰσὶν. 39
- λ ς. Τὰ παραλληλόγραμμα καὶ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἰσαὶ ἀλλήλοις εἰσὶν. 39
- λ ζ. Τὰ ἑξυγώνου καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσει ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἰσαὶ ἀλλήλοις εἰσὶν. 40
- λ η. Τὰ ἑξυγώνου καὶ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἰσαὶ ἀλλήλοις εἰσὶν. 40
- λ θ. Τὰ ἰσα ἑξυγώνου καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσει ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις εἰσὶν. 40
- μ α. Τὰ ἰσα ἑξυγώνου καὶ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις εἰσὶν. 41
- μ β. Ἐὰν παραλληλόγραμμον ἑξυγώνου βάσει τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τῷ ἑξυγώνου. 41
- μ γ. Τῷ δοθέντι ἑξυγώνου ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ ἀθυγράμμῳ γωνίᾳ. 41
- μ δ. Παντὸς παραλληλογράμμου ἢ πρὸς τὴν αὐτὴν διάμετρον παραλληλογράμμου καὶ παραπληρώματα ἰσαὶ ἀλλήλοις εἰσὶν. 42
- μ ε. Παρὰ τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν ἀθυγῶν τῆς δοθέντι ἑξυγώνου ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ ἀθυγράμμῳ γωνίᾳ. 42
- μ ς. Τῷ δοθέντι ἀθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ ἀθυγράμμῳ γωνίᾳ. 43
- Πόρισμα. Ἐκ τῆς δυνάμει συσχετῶν, ὅτι καὶ δύο ἴσοι καὶ δοθέντα ἀθυγράμματα, καὶ ζῆτιον συσχετῶν παραλληλόγραμμον ἴσον συσχετῶν τοῖς δοθένσιν, ἔξισι διὰ τῆς αὐτῆς ἐφόδου τὸ σροσατόμενον ποιῶν, διαίρῃσι α. καὶ δοθέντα εἰς ἑξυγώνου, εἰς ὅσα αὐτὸ διαίρῃται. ὁμοίως καὶ πλείω ᾖ. 44

- μς'. Ἀπὸ τῆς δοθείσης ἄθειας τῆ ἀγωνον ἀναγράψαι . 44
- μζ'. Ἐν τῆς ὀρθογωνίαις ἔργωνοις τὸ ἀπὸ τῆς τῶν ὀρθῶν γωνίαν ὑποτεινέσης πλάρᾶς τῆ ἀγωνον ἰσόν ἐστι τῆς ἀπὸ τῆς τῶν ὀρθῶν γωνίαν περιχυσῶν πλάρᾶν τῆ ἀγωνοις . 44
- μη'. Ἐὰν ἔργωνοις τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς πλάρᾶν τῆ ἀγωνον ἰσον ἢ τῆς ἀπὸ τῆς λοιπῶν τῆ ἔργωνοις δύο πλάρᾶν τῆ ἀγωνοις, ἢ περιχομὴ γωνία ὑπὸ τῆς λοιπῶν τῆ ἔργωνοις δύο πλάρᾶν, ὀρθή ἐστιν . 45

Π Υ Ν Α Ξ .

Τὸ Δεύτερον τῆς τῆ Εὐκλείδου Στοιχείων .

- Ὅρος Α'. Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεται λέγεται ὑπὸ δύο τῆ τῶν ὀρθῶν γωνίαν περιχυσῶν πλάρᾶν . 47
- β'. Πᾶν δὲ παραλληλόγραμμον χωρὶς τῶν περι τῶν διάμειρον αὐτῶ ἐν παραλληλόγραμμον ὁποιοῦν σὺ τῆς δυσὶ παραπληρώμασι, γνῶμων καλεῖται . 47

Π Ρ Ο Τ Α Ξ Ε Ι Σ .

- α'. Ἐὰν ὄσει δύο ἄθειας, τμηθῆ δὲ ἢ ἐπὶ αὐτῶν εἰς ὁσαδηποῦν τμήματα, τὸ περιχομῶν ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο ἄθειῶν ἰσόν ἐστι τῆς ὑπὸ τῆς ἀτμήτω, ἢ ἐκάστῳ τῶν τμημάτων περιχομῶν ὀρθογωνίαις . 48
- β'. Ἐὰν ἄθεια γραμμὴ τμηθῆ, ὡς ἔτυχε, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐκάστῳ τῶν τμημάτων περιχομῶν ὀρθογώνια ἰσά ἐστι τῆ ἀπὸ τῆς ὅλης τῆ ἀγωνοις . 49
- γ'. Ἐὰν ἄθεια γραμμὴ, ὡς ἔτυχε, τμηθῆ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἐνὸς τῶν τμημάτων περιχομῶν ὀρθογώνιον ἰσόν ἐστι τῆς ὑπὸ τῆς τμημάτων περιχομῶν ὀρθογωνίᾳ, ἢ τῆ ἀπὸ τῆς ἀποκειμένης τμήματος τῆ ἀγωνοις . 49
- δ'. Ἐὰν ἄθεια γραμμὴ τμηθῆ, ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τῆ ἀγωνοις, ἰσον ἐσαι τῆς ἀπὸ τῶν τμημάτων τῆ ἀγωνοις, ἢ τῆ δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιχομῶν ὀρθογωνίᾳ . 50
- Πόρισμα . Ἐκ δὲ τῆς φανερῶν, ὅτι ἐν παντὶ τῆ ἀγωνοις τὸ περι τῶν διάμειρον αὐτῶ παραλληλόγραμμον τῆ ἀγωνοις ἐστι . 51
- ε'. Ἐὰν ἄθεια γραμμὴ τμηθῆ εἰς ἰσα καὶ ἀίσα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀίσεων τῆς ὅλης τμημάτων περιχομῶν ὀρθογώνιον μῆ τῆ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τῆ ἀγωνοις, ἰσόν ἐστι τῆ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆ ἀγωνοις . 52
- ς'. Ἐὰν ἄθεια γραμμὴ τμηθῆ δίχα, ἀποκειμένη δὲ τις αὐτῆ ἄθεια ἐπ' ἄθειας, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺ τῆ ἀποκειμένης, ἢ τῆς ἀποκειμένης περιχομῶν ὀρθογώνιον μῆ τῆ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆ ἀγωνοις ἰσόν ἐστι τῆ ἀπὸ τῆς συγκεκριμένης

- ἔκτε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφῆς τετραγώνῳ. 52
- ζ'. Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῆ, ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑσῶς πῶν τμημάτων, τὰ συναμφοτέρω τετραγώνῳ, ἰσά ἐστι τῆς δις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς εἰρημένης τμήματος περιγεγραμμένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῆς ἀπὸ τῆς λοιπῆς τμήματος τετραγώνῳ. 52
- η'. Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῆ, ὡς ἔτυχε, τὸ τετραγώνον ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ εἰδὸς πῶν τμημάτων περιγεγραμμένον ὀρθογωνίον μὴ τῆς ἀπὸ τῆς λοιπῆς τμήματος τετραγώνου, ἰσὸν ἐστι τῆς ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τῆς εἰρημένης τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφῆς τετραγώνῳ. 53
- θ'. Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῆ εἰς ἰσα καὶ αἴσια, τὰ ἀπὸ πῶν ἀρίστων τῆς ὅλης τμημάτων τετραγώνῳ διπλασιά ἐστι τὰ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τὰ ἀπὸ τῆς μετῆς πῶν τμημάτων τετραγώνῳ. 54
- ι'. Ἐὰν εὐθεία γραμμὴ τμηθῆ δίχα, ὁριζιῶς δέ τις αὐτῆς εὐθείας ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης, τὰ συναμφοτέρω τετραγώνῳ διπλασιά ἐστι τὰ ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τὰ ἀπὸ τῆς συγκεκειμένης ἔκτε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφῆς τετραγώνῳ. 55
- ια'. Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τιμῆν, ὡς τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἐπί τῶν τμημάτων περιγεγραμμένον ὀρθογωνίον ἰσὸν εἶναι τῆς ἀπὸ τῆς λοιπῆς τμήματος τετραγώνῳ. 56
- ιβ'. Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις ἑξήκοντες τὸ ἀπὸ τῆς τῆς ἀμβλείας γωνίας ὑποτείνουσας πλάγῃς τετραγώνῳ, μείζον ἐστι πῶν ἀπὸ πῶν τῆς ἀμβλείας περιγεγραμμένων πλάγῃς τετραγώνῳ, τῆς περιγεγραμμένῳ δις ὑπό τε μιᾶς πῶν περὶ τῆς ἀμβλείας γωνίας, ἐφ' ᾧ ἐκβληθεῖσαν ἢ κείσθαι πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανόμενης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς κείσθαι πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ. 57
- ιγ'. Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις ἑξήκοντες τὸ ἀπὸ τῆς τῆς ὀξείας γωνίας ὑποτείνουσας πλάγῃς τετραγώνῳ ἑλαττόν ἐστι πῶν ἀπὸ πῶν τῆς ὀξείας γωνίας περιγεγραμμένων πλάγῃς τετραγώνῳ, τῆς περιγεγραμμένῳ δις ὑπό τε μιᾶς πῶν περὶ τῆς ὀξείας γωνίας, ἐφ' ᾧ ἢ κείσθαι πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανόμενης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς κείσθαι πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ. 57
- ιδ'. Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἰσὸν τετραγώνον συστήσασθαι. 58

Π Ι Ν Α Ξ :

Τοῦ Τρίτου Εὐκλείδειου Στοιχείου.

- Ἔσθαι Α'. Ἰσοὶ κύκλοι εἶσιν, ὡς αἱ διάμετροί εἰσιν ἰσαι, ἢ ὡς αἱ ἐκ πῶν κέντρων ἰσαί εἰσι. 60
- β'. Εὐθεία κύκλῳ ἐκείσθαι λέγεται, ἣτις ἀπτομένη τῷ κύκλῳ καὶ ἐμβαλλομένη ἐπί τῳ πῶν κύκλοι. 60
- γ'. Κύ.

- γ. Κύκλοι εφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἀπτόμενοι ἀλλήλων ἔ τέρμνε-
 μουσιν ἀλλήλους. 61
- δ. Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τῷ κέντρῳ εὐθείαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρῳ
 ἐπ' αὐτὰς κείσθαι ἀγόμεναι ἴσαι ᾖσι, μείζον δ' ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ᾧ ἢ
 μείζων κείσθαι πίπτει. 62
- ε. Τμήμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιχόμενον γῆμα ὑπὸ τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφι-
 ρείας. 62
- ς. Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν ἢ περιχομένη ὑπὸ τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφι-
 ρείας. 63
- ζ. Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφείας τῷ τμήματος ληφθῆ
 τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥτις ἐστὶ βάσις τῷ τμή-
 ματος, ἐπιζέχθωσιν εὐθείαι, ἢ περιχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζέχθαι-
 σῶν εὐθειῶν. 63
- η. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθείαι ἀπολαμβάνωσι τινα περιφείαν,
 ἐπ' ἐκείνης λέγεται βιβηκείαι ἢ γωνία. 64
- θ. Τομῶς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν ἀπὸς τοῦ κέντρῳ αὐτοῦ τῷ κύκλῳ σαθῆ ἢ γωνία,
 τὸ περιχόμενον γῆμα ὑπὸ τε τῶν τῶν γωνίαν περιέχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀ-
 πολαμβάνουσῆς ὑπ' αὐτῶν περιφείας. 64
- ι. Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι
 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. 64

Π Ρ Ο Τ Α Ξ Ε Ι Σ.

- α. Τῷ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὐρεῖν. 65
- Πόρισμα. Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθείαις εὐθείαις τινα δίχα καὶ
 ἀπὸς ὁρθῆς τέρμνη, ἐπ' αὐτῆς εἶσαι τὸ κέντρον. καὶ δίχα καὶ ἀπὸς ὁρθῆς ἀλλή-
 λαις τέρμνεσιν, ἢ κοινῆ αὐτῶν τομῆ εἶσαι τὸ κέντρον. 65
- β. Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφείας ληφθῆ δύο τυχόντα σημεῖα, ἢ ἐπὶ τὰ αὐτὰ
 σημεῖα ἐπιζέχθωσιν εὐθείαι ἐντὸς πίσειται τῷ κύκλῳ. 65
- Πόρισμα. Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι ἢ καὶ πλείονα σημεῖα, ἢ ἐν ἀπτομένη τῷ κύκλου
 εὐθείαι τέρμνει τὸν κύκλον, καὶ ἔχ ἀπτιται αὐτῷ. 66
- γ. Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθείαις διὰ τοῦ κέντρῳ εὐθείαις τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρῳ δίχα
 τέρμνη, καὶ ἀπὸς ὁρθῆς αὐτῶν τιμῆ. καὶ ἐὰν ἀπὸς ὁρθῆς αὐτῶν τέρμνη. καὶ δί-
 χα αὐτῶν τιμῆ. 66
- Πόρισμα α. Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι ἐν πωτὶ ἰσοσκελεῖ τριγώνῳ ἢ τῶν βάσειν δι-
 χα τέρμνεσιν κείσθαι ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς. καὶ τῶν παλιν, καὶ ἢ κατὰ κορυφῶν αὐτοῦ
 γωνία δίχα τέρμνεται ὑπὸ τῆς κείσθαι, 66
- Πόρισμα β. Ἐστὶ συναγεται, ὅτι ἐν τοῖς ὁμοκεντροῖς κύκλοις τὰ μεταξὺ τῶν πε-
 ριφείων τμήματα τῆς τέρμνεσιν αὐτῆς εὐθείας ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶν. 66
- δ. Ἐὰν

Ε.Υ.Δ. της Κ.τ.Π.
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

- δ'. Εάν ἐν κύκλῳ δύο ὑθεῖαι πέμψωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τῆς κέντρῳ ἴσαι, οὐ τίμωσιν ἀλλήλας δίχως. 67
- ε'. Εάν δύο κύκλοι πέμψωσιν ἀλλήλας, ἢ εἶσαι αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. 67
- ς'. Εάν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐσπὸς, ἢ εἶσαι αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. 67
- ζ'. Εάν κύκλος ἐπὶ πῶς διαμέτρου ληφθῆτι σημεῖον, ὁμῆεσι κέντρον τῷ κύκλῳ, ἀπὸ δὲ τῷ σημείῳ προσπίπτωσιν ὑθεῖαι τινεὶ ἐπὸς τὸν κύκλον, μίγιστα μὲν εἶσαι, ἐξ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἢ λοιπῆ, πῶν δ' ἄλλων εἴη ἢ ἔγγιον τῆς διὰ τῆς κέντρῳ πῶς ἀπώτερον μείζων εἶσιν, δύο δὲ μέγιστον ὑθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τῶ αὐτῷ σημείῳ προσπίπτωσιν ἐπὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα πῶς ἐλαχίστης. 68
- η'. Εάν κύκλος ληφθῆτι σημεῖον ἐκπὸς, ἀπὸ δὲ τῷ σημείῳ ἐπὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν ὑθεῖαι τινεὶ, ὡς μία μὲν διὰ τῆς κέντρῳ, αἱ δὲ λοιπαὶ, ὡς ἔτυχε, τῶ μὲν ἐπὸς τὴν κοίλῳ περιφέρειῳ προσπίπτωσιν ὑθεῖων, μίγιστα μὲν ἢ διὰ τῆς κέντρῳ, τῶ δὲ ἄλλων εἴη ἢ ἔγγιον πῶς διὰ τῆς κέντρῳ πῶς ἀπώτερον μείζων εἶσαι, τῶ δὲ ἐπὸς τῶ κορυφῳ περιφέρειῳ προσπίπτωσιν ὑθεῖων ἀλαχίστη μὲν εἶσιν ἢ μεταξὺ τῶτε σημείῳ καὶ πῶς διὰ τῆς κέντρῳ, τῶ δὲ ἄλλων εἴη ἢ ἔγγιον πῶς ἐλαχίστης πῶς ἀπώτερότερον ἐλάττω, δύο δὲ μόνον ὑθεῖαι ἴσαι προσπίπτωσιν ἀπὸ τῷ σημείῳ ἐπὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα πῶς ἐλαχίστης. 69
- θ'. Εάν κύκλος ληφθῆτι σημεῖον ἐσπὸς, ἀπὸ δὲ τῷ σημείῳ ἐπὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους, ἢ δύο ὑθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθῆν σημεῖον κέντρον εἶσιν τῷ κύκλῳ. 70
- ι. Κύκλος ἢ τίμωσι κύκλον καὶ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο. 71
- ια. Εάν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐσπὸς, καὶ ληφθῆ αὐτῶν τὸ κέντρον, ἢ ἐπὶ τῷ κέντρῳ αὐτῶν ἐπιζέγγυμίνη ὑθεῖα καὶ ἐμβαλλομένη ἐπὶ τὴν συναφῶν πτεῖται τῶ κύκλων. 72
- Πόρισμα. Εάν τῶν δύο, ὅτι δύο κύκλων ἀλλήλων ἀπορρίψωσιν ἐσπὸς ἢ ἀπὸ πῶς ἐσπὸς ἐπὶ τὸ τῆς ἐσπὸς κέντρον ἀγορῆν ὑθεῖα διηλεύσονται καὶ διὰ τῆς κέντρῳ τῶ ἐπὸς κύκλου. 72
- ιβ. Εάν δύο κύκλοι ἀππῶσιν ἀλλήλων ἐσπὸς, ἢ ἐπὶ τῷ κέντρῳ αὐτῶν ἐπιζέγγυμίνη διὰ πῶς ἐπαρῆς ἐλάσσεται. 72
- ιγ. Κύκλος κύκλου ἢ εἶσαι ἐφάπτεται καὶ πλείονα σημεῖα, ἢ καθ' ἑαυτῶν, ἢ ἐπὶ ἐσπὸς, ἢ ἐπὶ ἐκπὸς ἐφάπτεται. 73
- ιδ. Εάν κύκλος αἱ ἴσαι ὑθεῖαι ἴσων ἀπέχουσιν ἀπὸ τῆς κέντρῳ, καὶ αἱ ἴσων ἀπέχουσιν ἀπὸ τῆς κέντρῳ, ἴσαι ἀλλήλαις εἶσιν. 74
- ιε. Εάν κύκλος μίγιστα μὲν εἶσιν ἢ διάμετρος, τῶ δὲ ἄλλων εἴη ἢ ἔγγιον τῆς κέντρῳ πῶς ἀπώτερον μείζων εἶσιν. 75
- Πόρισμα. Εάν τῶν ἴσων, ἐφ' ἑκάτερα πῶς α ε, δύο μόνον ἴσων συναίσαται ὑθεῖαι, εἰ γὰρ μὴ, ἴσονται αἱ ἀπώτερον πῶς ἔγγιον ἴσαι, ὅπιν ἀδυνάτων. 75
- ισ. Η'

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ι ε'. Η' τῆ διαμέτρω τῷ κύκλῳ ὀρθὰς ἀπ' ἀκρας ἀγομὴ ἐκτὸς πισεῖται τῷ κύκλῳ, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τὸπον τῆς τῆ ἀθείας καὶ τῆς περιφερείας ἐπέρα ἀθεία ἢ περιμπισεῖται, καὶ ἢ μὲν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ἀπάσης ὀξείας γωνίας ἀθουγράμμου μείζων ἐστίν, ἢ δὲ λοιπὴ ἐλάττων. 76

Πόρισμα. Ἐκ δὲ τῆς φαιρόν, ὅτι ἢ ὀρθὰς ἀγομὴ ἐπὶ τῷ πέρατος τῆς διατῆ κέρου, ἀππται τῷ κύκλῳ, εἰ γὰρ μὴ, ἐκτὸς πισεῖται, ὅππρ ἀδύατον. καὶ τῷ μπαλιν, ἢ ἀπτομὴ τῷ κύκλῳ, ὀρθὰς ἐστὶ τῆ διαμέτρω. 76

ι ζ'. Ἀπὸ τῷ δοθέντος σημείῳ τῷ δοθέντος κύκλῳ ἐφαπτομὴν ἀθείαν γραμμὴν ἀγαγῆν. 77

ι η'. Ἐὰν κύκλῳ ἐφαπταίταις ἀθεία, ἀπὸ δὲ τῷ κέρῳ ἐπὶ τῷ ἀφῶ ἐπιζώχθῃταις ἀθεία, ἢ ἐπιζώχθῃσα, κείτοις ἐστὶν ἐπὶ τῷ ἀπτομὴν. 77

ι θ'. Ἐὰν κύκλῳ ἐφαπταίταις ἀθεία, ἀπὸ δὲ τῆς ἀφῆς τῆ ἐφαπτομὴ ὀρθὰς γωνίας ἀθεία γραμμὴ ἀχθῆ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσαι τὸ κέρῳ τῷ κύκλῳ. 77

κ'. Ἐν κύκλῳ ἢ ὀρθὸς τῆ κέρῳ γωνία διπλασίῳν ἐστὶ τῆς ὀρθὸς τῆ περιφερείας, ὅταν τῷ αὐτῷ περιφῆρας βάσιν ἔχωσιν. 78

Πόρισμα. α. Ἐκ δὲ τῆς φαιρόν, ὅτι ἐν κύκλῳ πᾶσαι αἱ ὀρθὸς τῆ περιφερείας γωνία ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, καὶ τὸ ζ'. ἀξίωμα, ὅταν τῷ αὐτῷ περιφῆρας βάσιν ἔχωσιν. 78

β'. Ἐστὶ αἱ ὀρθὸς τῆ περιφερείας τῷ κύκλῳ σωισάμεσαι γωνία ἐπὶ διπλασίῳν βιβήκασιν περιφῆρων, ἢ αἱ ὀρθὸς τῆ κέρῳ ἴσαι ταῖς ὀρθὸς τῆ περιφερείας σωισάμεσαι. 79

κ α. Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῆ αὐτῆ τμήματι γωνία, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. 79

κ β'. Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις πῆραπλιύρων αἱ ἀπεναντίον γωνία δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν. 79

κ γ'. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀθείας δύο τμήματα κύκλων ὁμοια καὶ αἴσα ἢ συσαθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. 79

κ δ'. Τὰ ἐπὶ ἴσων ἀθειῶν ὁμοια τμήματα κύκλων, ἴσαι ἀλλήλοις εἰσὶν. 80

Πόρισμα. Ἐκ τῆς δῆλον, ὅτι αἱ ἴσαι ἀθείαι ἴσα τῆ καὶ ὁμοια τμήματα κύκλων ἀφαιρῶσιν, ὁπασδηποῦν ἐσαρμοζόμεσαι. 80

κ ε'. Κύκλῳ τμήματος δοθέντος, φροσαναγράψαι τὸν κύκλον, ἕπέρῃ τῆ τμήμα. 80

κ ς'. Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνία ἐπὶ ἴσων περιφῆρων βιβήκασιν, εἰά τῆ ὀρθὸς τοῖς κέρῳις, εἰά τῆ ὀρθὸς ταῖς περιφῆραις ὡσι βιβηκῆσαι. 81

κ ζ'. Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἐπὶ ἴσων περιφῆρων βιβηκῆσαι γωνία, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, εἰά τῆ ὀρθὸς τοῖς κέρῳις, εἰά τῆ ὀρθὸς ταῖς περιφῆραις ὡσι βιβηκῆσαι. 81

κ η'. Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι ἀθείαι ἴσας περιφῆρας ἀφαιρῶσιν. 82

κ θ'.

κθ'. Ἐν πῶς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ πῶς ἴσας περιφέρειας ἴσαι εὐθείαι ὑποτείνου-
σιν . 82

λ'. Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν διχα πμεῖν . 83

λα'. Ἐν κύκλῳ ἢ μὲν ἐν τῇ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν , ἢ δὲ ἐν τῇ μείζονι
τμήματι ἐλάττω ὀρθῆς , ἢ δὲ ἐν τῇ ἐλάττωι μείζων ὀρθῆς . καὶ ἔτι ἢ μὲν τῷ
μείζονος τμήματος γωνία , μείζων ἐστὶν ὀρθῆς , ἢ δὲ τῷ ἐλάττωος τμήματος
γωνία , ἐλάττω ἐστὶν ὀρθῆς . 83

Πόρισμα . Ἐκ τῶν δῆλον , ὅτι εἰὰν ἕξωθεν ἢ μία τῶν γωνιῶν ταῖς λοιπαῖς δυ-
σὶν ἴση ᾖ , ὀρθή ἐστιν . ὅτι καὶ ἢ ἐφ' ἐξῆς ἐκείνης ταῖς δυσὶν ἴση ἐστί . 84

λβ'. Εἰὰν κύκλῳ ἐφαπταίτις εὐθεία , ἀπὸ δὲ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχ-
θῆτις εὐθεία πμεῖσα τὸν κύκλον , αἱ ποιεῖ γωνίας ἀπὸς τῆς ἐφαπτομένης ,
ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλαχῶς τῷ κύκλῳ τμήμασι γωνίαις . 84

λγ'. Ἐπὶ πῶς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμήμα κύκλου διχομέσον γωνίας ἴσῳ
τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ . 85

λδ'. Ἀπὸ τῆς δοθείσης κύκλῳ τμήμα ἀφιλεῖν διχομέσον γωνίας ἴσῳ τῇ δοθεί-
σῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ . 86

λε'. Εἰὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθείαι πμεῖωσιν ἀλλήλας , τὸ ὑπὸ τῶν πῶς μιᾶς τμημά-
των περιχόμενον ὀρθογώνιον , ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν πῶς ἐπῶρας τμημάτων πε-
ριχομένῳ ὀρθογώνιῳ . 86

λς'. Εἰὰν κύκλῳ ληφθῆτι σημεῖον ἐκτὸς , καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀπὸς τὸν κύκλον ἀρσπί-
πτωσι δύο εὐθείαι , καὶ ἢ μὲν αὐτῶν πμεῖρη τὸν κύκλον , ἢ δὲ ἐφαπταίται , ἴ-
σαι τὸ ὑπὸ πῶς ὅλης τῆς πμεῖσεως καὶ πῶς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τῶν
σημείων καὶ τῆς κυρτῆς περιφέρειας , περιχόμενον ὀρθογώνιον , ἴσον τῷ ἀπὸ πῶς
ἐφαπτομένης πῆραγῶν . 87

Πόρισμα . Ἐκ τῶν δῆλον , ὅτι εἰὰν ἀφ' ἐξῆς σημεῖον ἐκτὸς ὅπως τῷ κύκλῳ ἐκατέ-
ρωθεν ἀπτόμεσαι εὐθείαι ἀχθῶσιν , ἴσαι ἀλλήλας ἐστί . τὸ γὰρ ἀφ' ἐκατέ-
ρας πῆραγῶν ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ πῶς πμεῖσεως καὶ τῆς ἐκ ἀπολαμβανομένης με-
ταξὺ τῆς κυρτῆς περιφέρειας καὶ τῶν σημείων , ὡς δίδεικται . 88

λζ'. Εἰὰν κύκλῳ ληφθῆτι σημεῖον ἐκτὸς , ἀπὸ δὲ τῶν σημείων ἀπὸς τὸν κύκλον
ἀρσπίπτωσι δύο εὐθείαι , καὶ ἢ μὲν αὐτῶν πμεῖρη τὸν κύκλον , ἢ δὲ ἀρσπί-
πτῃ , ἢ δὲ τὸ ἀπὸ πῶς ὅλης πμεῖσεως , καὶ πῶς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ
τῶν σημείων καὶ τῆς κυρτῆς περιφέρειας , ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἀρσπίπτῶσεως , ἢ
ἀρσπίπτῶσα ἐφαπταίται τῷ κύκλῳ . 88