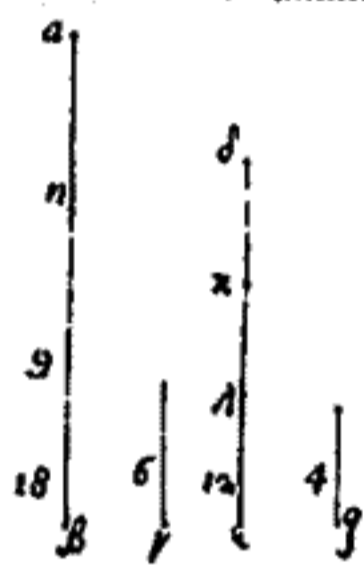


αὐτὸ γ, ἀπὸς τὸ δ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς τὸ β. ἀπὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκείνο ἔλαττόν ἐστι, καὶ τὴν εἰς τὸ παρ: α. Eucl. Lib. 5. Fig. 24.
 ἢ τὸ δ, ἔλαττόν ἐστι τὸ β, καὶ ἀνάπαλιν τὸ β, μείζον τὸ δ. Οὐμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ α, ἴσον ἢ τῆ γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ β, τῆ δ, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον. Ἐὰν ἄρα πρῶτον ἀπὸς δώτερον, καὶ τὰ ἕξῃς.

Πρότασις ΙΕ': Θεώρημα.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τῶν αὐτῶν ἔχει λόγου, ληφθέντα κατάλληλα.

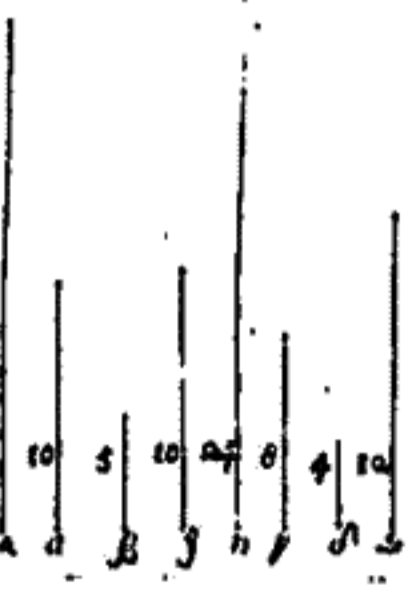
Ἐῴσασαν ἤδη ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ α β, τὴ γ, καὶ τὸ δ ε, τὸ ζ. Λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ γ, πρὸς τὸ ζ, τὸ α β, ἀπὸς τὸ δ ε. Ἐπεὶ γὰρ τὸ α β, ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσιοι τῶ γ, καὶ τὸ δ ε, τὸ ζ, διηρημένον ἄρα τὸ α β, εἰς τὰ ἴσα τῆ γ, τὰ α η, η θ, θ β. καὶ τὸ δ ε, εἰς τὰ ἴσα τῆ ζ, τὰ δ κ, κ λ, λ ε, ἴσόν ἐστι τὸ πλῆθος τῶ α η, η θ, θ β, τῆ πλῆθει τῶ δ κ, κ λ, λ ε. ἀλλὰ τὰ α η, η θ, θ β, ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν, ὡσπερ καὶ τὰ δ κ, κ λ, λ ε, ἄρα ὡς τὸ α η, ἀπὸς τὸ δ κ, ὕπως ἐστὶ τὸ η θ, ἀπὸς τὸ κ λ, καὶ τὸ θ β, ἀπὸς τὸ λ ε. καὶ ὅτι ὡς τὸ α η, ἀπὸς τὸ δ κ, ἔπω τὰ α η, η θ, θ β, ἀπὸς τὰ δ κ, κ λ, λ ε, καὶ τὴν ὡσαύτως τῶ παρόντος. τὸ δὲ α η, ἴσόν ἐστὶ τῆ γ, καὶ τὸ δ κ, τῆ ζ. ἄρα καὶ ὡς τὸ γ, ἀπὸς τὸ ζ, ἔπω τὰ α η, η θ, θ β, ἴσται τὸ α β, ἀπὸς τὰ δ κ, κ λ, λ ε, δηλ: τὸ δ ε. τὰ μέρη ἄρα τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, καὶ τὰ ἕξῃς.



Πρότασις Ις': Θεώρημα.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ἢ, καὶ ἐμβαλαῖξ ἀνάλογον ἔσται.

Ἐῴσασαν ἤδη τέσσαρα μεγέθη τὰ α β, γ δ, ἀνάλογον, ὡς τὸ α, ἀπὸς τὸ β, τὸ γ, πρὸς τὸ δ. Λέγω, ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς τὸ α, πρὸς τὸ γ, τὸ β, πρὸς τὸ δ. εἰλείψασαν γὰρ τῶ μὲν α β, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ ε ζ, τῶ δὲ γ δ, ἀλλὰ, ἂ ἔτυχεν τὰ η θ. καὶ ἐπεὶ τὰ ε ζ, ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια τῶ α β, ἄρα καὶ τὴν ἀνωτέρω, ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, ὕπως ἐστὶ τὸ ε, πρὸς τὸ ζ, ὡ-



συνίτις κὴ ὡς τὸ γ, πρὸς τὸ δ, τὸ η, πρὸς τὸ θ, ὡς δὲ τὸ α, πρὸς τὸ β, ἔστι κὴ τὸ γ, πρὸς τὸ δ. ἄρα κὴ ὡς τὸ ε, πρὸς τὸ ζ, τὸ η, πρὸς τὸ θ, κὴ τὸ ι εἰς τὴν παρέντησιν. ὥστε κὴ τὸ ι δ' αὐτῶν, εἰ τὸ ε, πρῶτον ὑπερίχη τῷ η, τὸ ζ, ὑπερίχεται κὴ τὸ ζ, δεύτερον τῷ θ, τρίτον, κἄν ἴσον, ἴσον, κἄν ἔλαττον, ἔλαττον. πᾶ δὲ ε, κὴ ζ, ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσια τῶν α β, κὴ τῶν η θ, τῶν γ δ. ἄρα κὴ τὸν εἰς ὄρον τῶν παρ: ὡς τὸ α, πρὸς τὸ γ, ὡς τὸ β, πρὸς τὸ δ, ὅπερ ἴσως τὸ ὑποχρεῖται.

Πρότασις ΙΖ': Θεώρημα.

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ἢ, κὴ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἐἴπωσθε ἄδη συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον τὰ α β, β γ, γ δ, δ ζ, πρ' ἔστι ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ β γ, τὸ γ δ, πρὸς τὸ δ ζ. λέγω, ὅτι κὴ διαιρεθέντα ἔσται, ὡς τὸ α ε, πρὸς τὸ ε β, ὡς τὸ γ ζ, πρὸς τὸ ζ δ. εἰληφθῶσθε γάρ τῶν μείζονος α ε, ε β, γ ζ, ζ δ, ἰσάμεις πολλαπλάσια τῶν η θ, θ κ, λ μ, μ ν, τῶν δὲ ε β, ζ δ, ἄλλα, ἃ ἔτυχε τὰ κ ε, ε π. ἐπειδὴ τὸ η θ, ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῶν α ε, κὴ τὸ θ κ, τῶν ε β. πάλιν γάρ, κὴ τὸ α ε, τῶν παρ: ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσιον, κὴ τὸ η θ, τῶν α ε, κὴ τὸ η κ, τῶν α β. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσιον κὴ τὸ λ μ, τῶν γ ζ, κὴ τὸ λ ν, τῶν γ δ. τὸ δὲ η θ, ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῶν α ε, κὴ τὸ λ μ, τῶν γ ζ, ἄρα κὴ τὸ η κ, ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῶν α β, κὴ τὸ λ ν, τῶν γ δ. πάλιν ἐπειδὴ τὸ θ κ, ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῶν ε β, κὴ τὸ μ ν, τῶν ζ δ, ἄλλαπται δὲ κὴ τὸ κ ε, τῶν ε β, κὴ τὸ ε π, τῶν ζ δ, ἰσάμεις πολλαπλάσια, κὴ συμπηθεῖται ἄρα ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσια, τὸ θ κ, τῶν ε β, κὴ τὸ μ π, τῶν ζ δ. ἀλλ' ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ β γ, ὡς τὸ γ δ, πρὸς τὸ δ ζ, τῶν δὲ α β, γ δ, ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσια τῶν η κ, λ ν, κὴ τῶν ε β, ζ δ, τῶν θ κ, μ π, εἰ ἄρα ὑπερίχη τὸ η κ, τῶν θ κ, ὑπερίχεται κὴ τὸ λ ν, τῶν μ π, κὴ τὸν εἰς ὄρον, κἄν ἴσον, ἴσον, κἄν ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερίχεται δὲ τὸ η κ, τῶν θ κ. κοινῶ δὲ ἀραιρυσμένῳ τῶν θ κ, ὑπερίχεται κὴ τὸ η θ, τῶν κ ε, ἀλλὰ δὲ εἰ ὑπερίχη τὸ η κ, τῶν θ κ, ὑπερίχεται κὴ τὸ λ ν, τῶν μ π, κοινῶ δὲ ἀραιρυσμένῳ τῶν μ ν, ἐξαπολείπεται πάντως τὸ λ μ, μείζον τῶν ε π. ὁμοίως δειχθήσεται, ὅτι κἄν ἴσον ᾖ τὸ η θ, τῶν κ ε, ἴσον ἔσται κὴ τὸ λ μ, τῶν ν π, κἄν ἔλαττον, ἔλαττον. ἀλλὰ τὰ η θ, λ μ, ἰσάμεις ἐστὶ πολλαπλάσια τῶν α ε, γ ζ, πᾶ δὲ κ ε, ε π, τῶν ε β, ζ δ. ἄρα κὴ τὸν εἰς ὄρον, ὡς τὸ α ε, πρὸς τὸ ε β, ὡς τὸ γ ζ, πρὸς τὸ ζ δ. Ἐὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη, κὴ τὰ ἑξῆς.



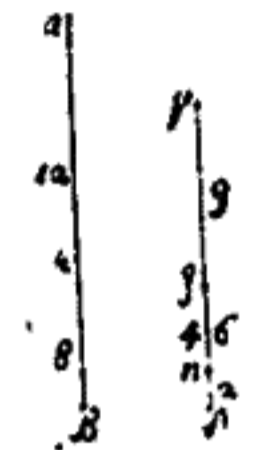
Eucl. Lib. 5. Fig. 29.

Πρότασις ΙΗ': Θεώρημα.

Ἐὰν διηρημένη μεγέθη ἀνάλογον ἦ, καὶ σωτεθέντα ἀνάλογον ἔσται:

Ἐώρασαν ἤδη διηρημένη μεγέθη πᾶ α ε, ε β, καὶ γ ζ, ζ δ, ἀνάλογον, ὡς τὸ α ε, πρὸς τὸ ε β, πρὸς τὸ γ ζ, πρὸς τὸ ζ δ. Λέγω, ὅτι καὶ σωτεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ ε β, πρὸς τὸ γ δ, πρὸς τὸ ζ δ. εἰ γὰρ μὴ, ἔσται πάντως ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ ε β, ἔπω πρὸς τὸ γ δ, πρὸς ἕλαττον πρὸς τὸ ζ δ, ἢ γουὺ πρὸς μείζον. Ἐώρα δὲ πρὸς ἕλαττον τὸ η δ, καὶ ἐπεὶ συγκείμενα μεγέθη πᾶ α β, ε β, γ δ, η δ, ἀνάλογόν ἐστι, πάντως γὰρ καὶ διαριθεύοντα ἀνάλογόν ἐστι, καὶ τὴν ἀνωτέρω, ἄρα ὡς τὸ α ε, πρὸς τὸ ε β, ἔπως ἐστὶ τὸ γ η, πρὸς τὸ η δ, ὡς δὲ τὸ α ε, πρὸς τὸ ε β, ἴση καὶ τὸ γ ζ, πρὸς τὸ ζ δ. ἄρα κατὰ τὴν ἰσότητα πᾶ παρ: ὡς τὸ γ η, πρὸς τὸ η δ, τὸ γ ζ, πρὸς τὸ ζ δ. ἀλλὰ τὸ γ η, πρῶτον, μείζον ἐστὶ τὸ γ ζ, τρίτον, ἄρα καὶ τὸ η δ, δεύτερον, μείζον ἐστὶ τὸ ζ δ, πᾶρτε, κατὰ τὴν ἰσότητα πᾶ αὐτῶν. ὑπερέθη δὲ καὶ ἕλαττον, ἄπονον ἄρα. ἄρα καὶ τὸ ε β, ἔπω πρὸς τὸ ζ δ, ἄρα ὡς τὸ α ε, πρὸς τὸ ε β, ἐστὶ καὶ τὸ γ ζ, πρὸς τὸ ζ δ. ὅπρι εἶδει δεῖξαι.

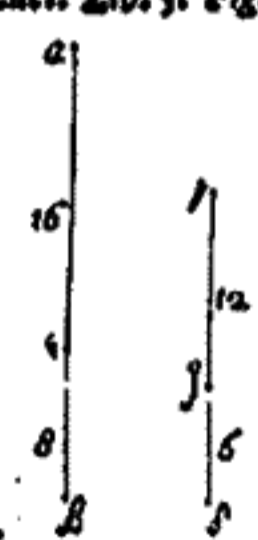
Eucl. Lib. 5. Fig. 25.



Πρότασις ΙΘ': Θεώρημα.

Ἐὰν ἦ, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, ἔπως ἀφαίρεθῆναι πρὸς ἀφαίρεθῆναι, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Ἐώρα δὲ ὡς ὅλον τὸ α β, πρὸς ὅλον τὸ γ δ, ἔπω τὸ α ε, ἀφαίρεθῆναι πρὸς τὸ γ ζ, ἀφαίρεθῆναι. Λέγω, ὅτι καὶ τὸ λοιπὸν ε β, πρὸς τὸ λοιπὸν ζ δ, ἔσται, ὡς ὅλον τὸ α β, πρὸς ὅλον τὸ γ δ. Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ γ δ, ἔπω τὸ α ε, πρὸς τὸ γ ζ, πάντως γὰρ καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ α ε, ἔπω τὸ γ δ, πρὸς τὸ γ ζ, κατὰ τὴν ἰσότητα πᾶ παρόντος. Ἐπεὶ δὲ πάλιν συγκείμενα μεγέθη πᾶ α β, α ε, γ δ, γ ζ, ἀνάλογόν ἐστι. διὸ καὶ, ὅτι καὶ διαριθεύοντα ἀνάλογόν ἐστι, καὶ τὴν ἰσότητα πᾶ αὐτῶν. ἔσται ἄρα ὡς τὸ α ε, πρὸς τὸ ε β, ἔπω τὸ γ ζ, πρὸς τὸ ζ δ. καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ α ε, πρὸς τὸ γ ζ, τὸ ε β, πρὸς τὸ ζ δ. ἀλλ' ὡς τὸ α ε, πρὸς τὸ γ ζ, ὑπερέθη καὶ τὸ α β, πρὸς τὸ γ δ. ἄρα, καὶ τὴν ἰσότητα πᾶ αὐτῶν, ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ γ δ, ἔπω τὸ ε β, πρὸς τὸ ζ δ. ὅπρι ἴση τὸ ὑποχρεῖται.



Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Ἐκ δὲ τῆς φαιρόν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ἦ, καὶ ἀντιστροφεῖ ἀνάλογον ἔσται. κειμένων γὰρ ἢ α β, α ε, γ δ, γ ζ, ἀνάλογον, ὡς εἶναι ὡς τὸ

R τὸ

τὸ α β, πρὸς τὸ α ε, τὸ γ δ, πρὸς τὸ γ ζ. ἴσαι πάντως, καὶ τὴν ε δ: τὴν πα-
 ρόντες καὶ ἐναλλαξ, ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ γ δ, τὸ α ε, πρὸς τὸ γ ζ, πάλιν, ὡς
 ὅλον πρὸς ὅλον, ἀραιρισθὲν πρὸς ἀραιρισθὲν. καὶ δὲ τὴν παρῶσαν, ὡς τὸ α β,
 πρὸς τὸ γ δ, ἔπει τὸ ε β, πρὸς τὸ ζ δ. καὶ ἐναλλαξ ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ ε β, τὸ
 γ δ, πρὸς τὸ ζ δ, ἢτοι ἕγχευον πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, καθ' ἡμὴν ὑπερίχει τὴν ἴσο-
 μέν. ἔπει δὲ, ἄντιστροφὸν λόγον εἶναι, καὶ τὸν ε ζ: ὅρον τὴν παρόντες. ἴσῳ δὲ,
 ὅτι καὶ εἰ εἶναι ὁ αὐτὸς λόγος τὴν ἕγχευον πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ὅν εἶχε τὸ αὐ-
 τὸ ἕγχευον πρὸς τὸ ἰσόμενον, καὶ γὰρ ὁ τὴν ἕγχευον λόγος πρὸς τὸ ἰσόμι-
 νον πολλαπλασιασθῆναι, ὁ τὴν αὐτὴν ἕγχευον πρὸς τὴν ὑπεροχὴν διώεται εἶναι ἰσῶν
 εἶδες, ἐπιμετρῶν εἰς εἰπεῖν, ἢ ἐπιμετρῶν.

Πρότασις Κ': Θεώρημα.

**Ἐὰν ἡ τρίτα μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐταῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σὺν δύο λαμβανό-
 μενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσων δὲ τὸ πρῶτον τῷ τρίτῳ μείζον ἢ,
 καὶ τὸ τέταρτον τῷ ἕκτῳ μείζον ἔσται, καὶ ἴσων, ἴσων. καὶ ἔλασ-
 σον, ἔλασσον.**

Ἐστωσαν ἔτι τρίτα μεγέθη τὰ α β γ, καὶ ἄλλα αὐταῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ δ ε ζ,
 σὺν δύο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, πάλιν ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ
 δ, πρὸς τὸ ε. καὶ ὡς τὸ β, πρὸς τὸ γ, τὸ ε, πρὸς
 τὸ ζ. ἴσων δὲ τὸ α, τὴν γ, μείζον. λέγω, ὅτι
 καὶ τὸ δ, τὴν ζ, μείζον εἶναι. Ἐπει γὰρ τὸ α, τὴν γ,
 μείζον εἶναι, πάντως καὶ τὴν ε: τὴν παρόντες, τὸ
 α, πρὸς τὸ β, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς τὸ γ,
 πρὸς τὸ αὐτὸ β. ὡς δὲ τὸ α, πρὸς τὸ β, ἔπει τὸ
 δ, πρὸς τὸ ε, καὶ ὡς τὸ γ, πρὸς τὸ β, ἔπει τὸ ζ,
 πρὸς τὸ ε, ἀνάπαλιν, κατὰ τὸ πόρισμα τῆς δ': ἄ-
 ρα, καὶ τὸ δ, πρὸς τὸ ε, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς
 τὸ ζ, πρὸς αὐτὸ τὸ ε. τὸ δ, ἄρα, καὶ τὴν ε: μεί-
 ζον εἶναι τὴν ζ. Ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι ἴσων τὸ α, ἴσων ἢ τὸ γ, ἴσων ἔσται καὶ τὸ
 δ, τὴν ζ. καὶ ἔλασσον ἔλασσον. Ἐὰν ἄρα ἡ τρίτα μεγέθη καὶ τὰ ἕξ.



Πρότασις ΚΑ': Θεώρημα.

**Ἐὰν ἡ τρίτα μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐταῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σὺν δύο λαμβανό-
 μενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἢ δὲ τετραγώνη αὐτῶν ἢ ἀναλο-
 γία, δι' ἴσων δὲ τὸ πρῶτον τῷ τρίτῳ μείζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τῷ ἕκτῳ
 μείζον ἔσται. καὶ ἴσων, ἴσων. καὶ ἔλασσον, ἔλασσον.**

Ἐστωσαν ἔτι τρίτα μεγέθη τὰ α β γ, καὶ ἄλλα αὐταῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ δ ε ζ,
 σὺν δύο καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ λαμβανόμενα. ἴσων δὲ τετραγώνη αὐτῶν ἢ ἀναλο-
 γία,

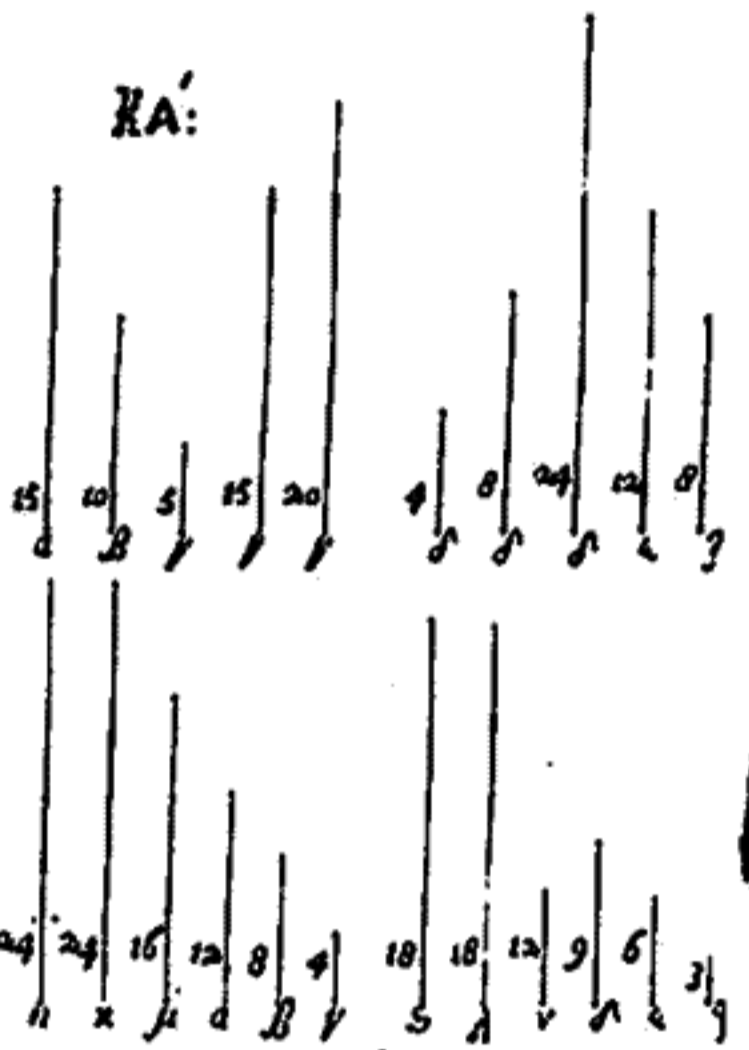
για, πάντων ὡς μετὰ τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. ὡς δὲ τὸ β, πρὸς τὸ γ, τὸ δ, πρὸς τὸ ε. ἔσω δ' ἔτι καὶ τὸ α, τῷ γ, μείζον. Λίγω, ὅτι καὶ τὸ δ, πῦ ζ, μείζον ἔσται. Ἐπεὶ γὰρ τὸ α, τῷ γ, μείζον ἔστι, πάντως γὰρ τὸ α, πρὸς τὸ β, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπιρ τὸ γ, πρὸς τὸ αὐτὸ β. ἀλλ' ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, ἔστι καὶ τὸ ε, πρὸς τὸ ζ, ὡς δὲ τὸ γ, πρὸς τὸ β, τὸ ε, πρὸς τὸ δ, ἀνάπαλιν, καὶ τὸ πόρισμα τῆς δ': ἄρα τὸ ε, πρὸς τὸ ζ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπιρ πρὸς τὸ δ, καὶ πῶν η: τῷ παρόντος, τὸ ζ, ἄρα ἔλαττόν ἐστι τῷ δ, καὶ τῷ ι: τῷ αὐτῷ, ὡς τὸ δ, μείζον ἔστι τῷ ζ. ὅπιρ ἡ τὸ ὑποχρεῖ. Ὁμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ α, ἴσον ἢ τῷ γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ δ, τῷ ζ. καὶ ἔλασσον, ἔλασσον. Ἐὰν ἄρα ἢ ἕνα μίγθῃ, καὶ τὰ ἑξῆς.

Eucl. Lib. 5. Fig. 19

Πρότασις Κ Β': Θεώρημα.

Ἐὰν ἢ ὅποσαῦν μεγάθη, καὶ ἄλλα αὐταῖς ἴσα τὸ πλῆθος σὺ δύο λαμβανόμενα ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ, καὶ οἱ ἴσοι ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ ἔσται.

Ἐῶσων ἡδὲ μίγθῃ τὰ α β γ, καὶ ἄλλα αὐταῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ δ ε ζ, σὺ δύο λαμβανόμενα ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ, πάντων ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ δ, πρὸς τὸ ε, καὶ ὡς τὸ β, πρὸς τὸ γ, τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. Λίγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ ἔσται, ὡς τὸ α, πρὸς τὸ γ, τὸ δ, πρὸς τὸ ζ. Εἰλήφθωσαν γὰρ τῶν μετὰ α δ, ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ η θ, τῶν δὲ β ε, τὰ κ λ, καὶ τῶν γ ζ, τὰ μ ν. καὶ ἔπειτα ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, ἔστι καὶ τὸ δ, πρὸς τὸ ε, καὶ ἔλατται πῶν μετὰ α δ, ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ η θ, πῶν δὲ β ε, τὰ κ λ. πάντως γὰρ κατὰ τῷ ι: τῷ παρόντος, ὡς τὸ η, πρὸς τὸ κ, τὸ θ, πρὸς τὸ λ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ὡς τὸ κ, πρὸς τὸ μ, τὸ λ, πρὸς τὸ ν. ὡς τὰ η κ μ, θ λ ν, σὺ δύο λαμβανόμενα ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ εἰσίν. ἄρα καὶ τῷ κ: τῷ αὐτῷ ἔαν δι' ἴσου τὸ η, τῷ μ, μείζον ἢ, καὶ τὸ θ, τῷ ν, μείζον ἔσται, καὶ ἴσον, ἴσον. καὶ ἔλασσον, ἔλασσον. τὰ δὲ η θ, ἰσάνεις ἔστι πολλαπλάσια τῶν α δ, καὶ τὰ μ ν, τῶν γ ζ. ἄρα, καὶ τὸν ε: ὅρον τῷ παρ: ὡς τὸ α, πρῶτον πρὸς τὸ γ, δεύτερον, ὑπὸ τὸ δ, τρίτον πρὸς τὸ ζ, τέταρτον. ὅπιρ ἡ τὸ ὑποχρεῖ.



Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Εάν η ἴα μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐταῖς ἴσα τὸ πλῆθος συνὸ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἢ δὲ τετραγυμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ εἰ ἴσος ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Ἐξασαν εἶδει ἴα μεγέθη πᾶ α β γ, καὶ ἄλλα αὐταῖς ἴσα τὸ πλῆθος πῆ δ ε ζ, συνὸ δύο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. Ἐξω δὲ ἡ αὐτῶν ἀναλογία παραγμύ. *Eucl. Lib. 5. Fig. 30.*



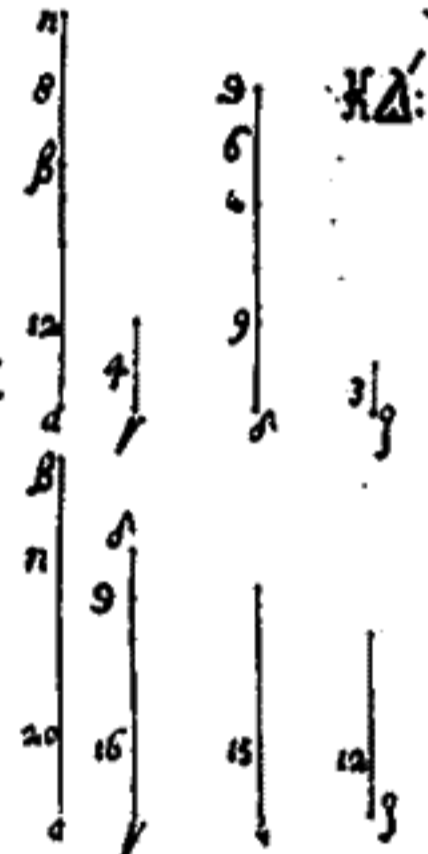
ἰη, δηλ. ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ ε, πρὸς τὸ ζ, ὡς δὲ τὸ β, πρὸς τὸ γ, τὸ δ, πρὸς τὸ ε. Λέγω, ὅτι καὶ εἰ ἴσος ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται, καί τινος ὡς τὸ α, πρὸς τὸ γ, τὸ δ, πρὸς τὸ ζ. ἐλάττωσεν γάρ τῳ μὲν α β δ, ἰσάκεις, πολλαπλάσια πᾶ η θ κ, τῳ δὲ γ ε ζ, πᾶ λ μ ν. καὶ ἐπει τῶν μὲν α β, εἴληπται ἰσάκεις πολλαπλάσια πᾶ η θ, τῶν δὲ ε ζ, πᾶ μ ν, πάντως γι καὶ τῶν ι ε: τῶ παρόντως, ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ η, πρὸς τὸ θ. καὶ ὡς τὸ ε, πρὸς τὸ ζ, τὸ μ, πρὸς τὸ ν. ὡς δὲ τὸ α, πρὸς τὸ β, ὑπόκειται καὶ τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. ἄρα, καὶ τῶν ι ε: τῶ αὐτῶ, καὶ ὡς τὸ η, πρὸς τὸ θ, τὸ μ, πρὸς τὸ ν. Πάλιν ἐπει εἶναι, ὡς τὸ β, πρὸς τὸ γ, τὸ δ, πρὸς τὸ ε, πάντως γι καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ β, πρὸς τὸ δ, τὸ γ, πρὸς τὸ ε, καὶ τῶν ι ε: τῶ παρόντως. ἀλλὰ τῶν β δ, εἴληπται ἰσάκεις πολλαπλάσια πᾶ θ κ, καὶ τῶν γ ε, πᾶ λ μ, ἄρα καὶ τῶν ι ε: ὡς τὸ β, πρὸς τὸ δ, τὸ θ, πρὸς τὸ κ, καὶ ὡς τὸ γ, πρὸς τὸ ε, τὸ λ, πρὸς τὸ μ. ὡς δὲ τὸ β, πρὸς τὸ δ, δέδεικται εἶναι καὶ τὸ γ, πρὸς τὸ ε. ἄρα καὶ τῶν ι ε: τῶ αὐτῶ, καὶ ὡς τὸ θ, πρὸς τὸ κ, τὸ λ, πρὸς τὸ μ, ὡς καὶ ἐναλλάξ ὡς τὸ θ, πρὸς τὸ λ, τὸ κ, πρὸς τὸ μ. ὡς δὲ τὸ η, πρὸς τὸ θ, δέδεικται καὶ τὸ μ, πρὸς τὸ ν, ἄρα ἴα μεγέθη πᾶ η θ λ, καὶ ἄλλα αὐταῖς ἴσα τὸ πλῆθος πᾶ κ μ ν, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ συνὸ δύο λαμβανόμενα, ἔστι δὲ ἡ αὐτῶν ἀναλογία παραγμύ. κατὰ τῶν ι ε: ἄρα τῶ παρόντως, εἰ τὸ η, ὑπερέχει τῶ λ, ὑπερέχει καὶ τὸ κ, πῶ ν, καὶ ἴσον, ἴσον. καὶ ἔλαττον, ἔλαττον. ἀλλὰ πᾶ μὲν η κ, ἰσάκεις ἐστὶ πολλαπλάσια τῶν α δ, πᾶ δὲ λ ν, τῶν γ ζ. ἄρα, καὶ τῶν ι ε: ὅροι τῶ αὐτῶ, ὡς τὸ α, πρὸς τὸ γ, τὸ δ, πρὸς τὸ ζ. ὅπρι εἶδει δεῖξαι.

Πρότασις ΚΔ': Θεώρημα.

Εάν πρώτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχη δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, ἔκτον πρὸς τέταρτον, καὶ σωτηθεὺν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξα λόγον, ἔστω καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Ἐστω ἔδει πρῶτον τὸ α β, πρὸς δεύτερον τὸ γ, ὡς τὸ δ ε, τρίτον πρὸς τέταρτον τὸ ζ. Ἐστω ἔτι καὶ πέμπτον τὸ β η, πρὸς δεύτερον τὸ γ, ὡς τὸ ε θ, ἕκτον πρὸς τέταρτον τὸ ζ. Λέγω, ὅτι καὶ σωτηθεὺν πρῶτον καὶ πέμπτον, ἦτοι τὸ α η, πρὸς δεύτερον τὸ γ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ δ θ, πρὸς τέταρτον τὸ ζ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ β η, πρὸς τὸ γ, τὸ ε θ, πρὸς τὸ ζ. πάντως γὰρ καὶ ἀνάπαλιν ὡς τὸ γ, πρὸς τὸ β η, τὸ ζ, πρὸς τὸ ε θ, καὶ τὸ πόρισμα τῆς δ': τὸ παρόντως. ὡς δὲ τὸ α β, πρὸς τὸ γ, ἔστι καὶ τὸ δ ε, πρὸς τὸ ζ. ἄρα καὶ δι' ἴσου ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ β η, τὸ δ ε, πρὸς τὸ ε θ, καὶ τὸ κ β': τὸ αὐτὸν ὡς καὶ σωτηθεὺν, ὡς τὸ α η, πρὸς τὸ β η, ἕτως ἐστὶ τὸ δ θ, πρὸς τὸ ε θ, κατὰ τὸν κ β': ἀλλ' ὡς τὸ β η, πρὸς τὸ γ, ἔστι καὶ τὸ ε θ, πρὸς τὸ ζ, ἄρα καὶ δι' ἴσου, καὶ τὸ κ β': ὡς τὸ α η, πρὸς τὸ γ, τὸ δ θ, πρὸς τὸ ζ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Eucl. Lib. 5. Fig. 31.



Πρότασις ΚΕ': Θεώρημα.

Εάν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ἦ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ελάχιστον τῶν λοιπῶν δύο, μείζονά ἐστι.

Τέσσαρα ἔδει μεγέθη τὰ α β, γ δ, ε, ζ, ἔστωσαν ἀνάλογον, ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ γ δ, ἕτω τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. καὶ τῶν μείζονος μετ' ἔστω τὸ α β, ελάχιστον δὲ τὸ ζ. Λέγω τὰ α β, ζ, μείζονα εἶναι πῶν γ δ, ε. γινώσκω γάρ ἴσον τῆς ε, τὸ α η, καὶ τῆς ζ, τὸ γ θ. καὶ ἐπίεστιν ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ γ δ, ἕτω τὸ ε, πρὸς τὸ ζ, καὶ τῆς ε, ζ, ἴσα ἕληπται τὰ α η, γ θ, πάντως γὰρ καὶ ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ γ δ, ἕτως ἐστὶ καὶ τὸ α η, πρὸς τὸ γ θ. καὶ ἐπομένως, καὶ τὸ κ β': τὸ παρόντως, ὡς τὸ α β, πρὸς τὸ γ δ, τὸ η β, πρὸς τὸ θ δ. τὸ δὲ α β, μείζονός ἐστι τῶν γ δ, μείζον ἄρα καὶ τὸ η β, τῶν θ δ. ἀλλὰ τὸ μετ' α η, ἴσόνός ἐστι τῆς ε, τὸ δὲ γ θ, τῆς ζ. ἄρα τὰ α η, ζ, ἴσά ἐστι τῆς γ θ, ε. ἵσά δὲ ἴσοις αἴσα προσεθεῖται ὅλα ἐστὶν αἴσα, προσεθεμένων ἄρα τῆς μετ' α η, ζ, τῶν η β, δὲ τῆς γ θ, ε, τῶν θ δ. δῆλον, ὅτι τὰ α β, ζ, μείζονά ἐστι πῶν γ δ, ε. Ἐάν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ἦ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ελάχιστον δύο πῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τέλος τῆς Πέμπτης τῆς τῆς Εὐκλείδους Στοιχείων.

Ε. Ρ.



ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΩΝ ΟΡΩΝ

ΤΟΥΤ' ΕΚΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

ΤΩΝ ΤΟΥΤ' ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.

Παραβαλὼν Εὐκλ: ἐν τῇ ἀρχῇ αὐτῆ βιβλίῳ, πίμπρω ὅτι τῇ τάξει, ἀπὸς ἀλλελα πὲ μινύθη, καὶ πὲς ἐν αὐταῖς χρίσεις καὶ ἀναλογίας ἀναπτύξας, καθ' ὅσον εἰς Στοιχείων λόγον, καὶ πὲ ἐν ἐκείνῳ συμβάλλουσι προβλήματα καὶ διωρήματα, ἐπὶ τῷ παρόντι Εἴκων πὲ διάφορα τῶν γεωμετρικῶν εἶδη ἀπὸς ἑαυτὰ νῦν παραβάλλει, ἐκ πὲς τῶν γεωμετρικῶν χρίσεων τῶν λόγων συνάγων, ὅν αἱ αὐτῶν πλέραι ἀπὸς ἀλλήλας ἔχουσι παραβαλλόμεναι, καὶ ἀνάλογον: τῶν φυσικῶν τε αἶμα καὶ διδασκαλικῶν κἀπαυθὰ πρῶν τάξιν. πὲς Οὐρους τῶν ἐν αὐτῇ προπύττει Προπύττειον. ἀπλῆστεροι γὰρ οἱ ὄροι, καὶ δὲ αὐτῶν ῥῆσον μινύθαισι ὁ διδασκόμενος. Τύτω Οὐροι μὲν ὡς πρὸς πρῶτον. Προπύττεισι δὲ τριτάκοντα πρὸς ταῖς τριτάκιν.

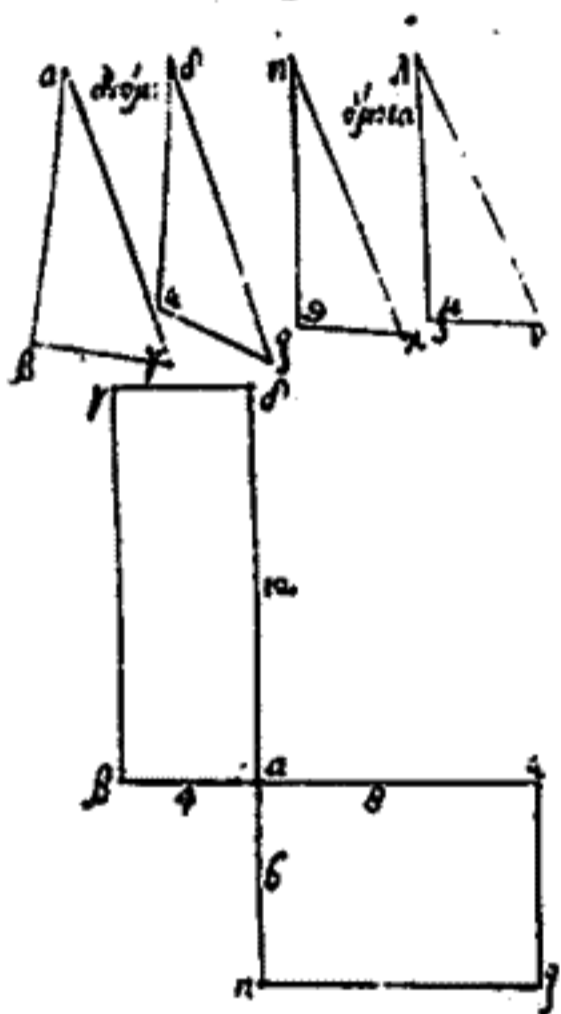
Ὁρος Πρῶτος.

Ὁμοια σχήματα εὐθύγραμμά εἰσι, ὅσα τὰς τε γωνίας ἔχει κατὰ μίαν ἴσας, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλέραις ἀνάλογον.

Καθάπερ δὲ τῷ Πρῶτῳ δύο αἱ γενικώταται διαίσεις, ὡς ἐν τοῖς περὶ τῷ Διωρητικῶν μέρει πὲς Ἀριθμητικῆς εἴρηται, Ἰσότης δηλ: καὶ Ἀνομοιότης, ἔτω δὲ καὶ πὲς γε Πειόπτες δύο εἶσιν αἱ γενικώταται διαφοραὶ, Ὁμοιότης καὶ Ἀνομοιότης. καὶ ἄσπερ ἐκείνων ἢ μὲν, ἀρισμεῖον, ἢ Ἰσότης φυσικῆ, καὶ μοιουιδῆς ἐν ἀδιαίρητον σωματικῆν, ἢ δὲ, ἀδριεσός τε καὶ πολυειδῆς, ὡς εἰς πολλὰ καὶ ποιπίλα πμικμῆση εἶδη. ἔτω καὶ τῶν, ἢ Ὁμοιότης μὲν ἀρισμεῖον εἶσι καὶ μοιουιδῆς, ἢ δ' ἰσότης ταύτη ἀδριεσός τε καὶ πολυειδῆς. διὸ δὲ καὶ Εὐκλ: τίνα τὰ Ὁμοια μόνον ἐπὶ τῷ παρόντι παραδίδωσι σχήματα. τῶν γὰρ ἔξιτι καὶ κοινόν τινα ἀποδοῦναι λόγον, ἢ γεωμῶ ὑπογραφεῖν. Τὸ μὲν οὖν, Σχήματα, γεῖους χώρων ἀναπληρῆ, πὲ δὲ λοιπὰ, διαφορῶν. καὶ τὸ μὲν, Εὐθύγραμμα, εἰς διαφορῶν τῶν Λογικῶν καὶ Φυσικῶν εἴρηται γεωμετρικῶν, καὶ πολλὰ μᾶλλον τῶν φυσικῶν. τὸ δὲ πὲς γωνίας καὶ πὲ λοιπὰ, εἰς ἀντιδιαστολῶν τῶν ἀγωνίων γεωμετρικῶν, κύκλου, ἐλλείψης, καὶ τῶν ὁμοίων. ὅσα πῖσω τῶν γεωμετρικῶν εὐθύγραμμων γεωμετρικῶν πὲς πγωμίας ἴσας ἔχει, καὶ πὲς πλέραις ἀνάλογον, ἐκεῖνα Ὁμοια εἶσι τε καὶ λέγεται. εἴρηκε

εἶρηκε δὲ καὶ μίαν γωνίαν, ἵνα μή τις νομίσῃ πάσας ὁμοῦ πρὸς τὴν ἑνὸς γωνίας γωνίας πάσας ὁμοῦ ταῖς τῷ ἐπίρου παραβάλλειν. ἔτι γὰρ αὐτὸς παρὰ τὸς εἶδους γωνίας αἱ γωνίαι, ἴσάι εἰσι ταῖς τῷ αὐτῷ εἶδους, αἱ τῷ τριπλάρου, φησὶ εἰπεῖν, ταῖς τῷ τριπλάρου, καὶ αἱ τῷ πενταπλάρου ταῖς τῷ πενταπλάρου, καὶ αἱ ἄλλου τινὸς εἶδους τῶν πολυγώνων ταῖς τῷ αὐτῷ. Τὸ δὲ πρὸς περὶ πρὸς ἴσας γωνίας προσιπέθη, ὅτι γὰρ ἐπὶ τῶν ὁμοίων σχημάτων ταῖς τῷ ἑνὸς πάσας πλάρῃς ἀπὸς ἀλλήλας παραβαλλομένης, οἱ αὐτοὶ ἐκυπάρχουσιν λόγοι, οἷον καὶ ταῖς τῷ ἐπίρου, ὡς ἐν τῇ δ': τῷ παρόντι προσιπέθη διαιχθίσεται. ἐπὶ δὲ τῶν ἀνομοίων δύο μὲν τινὰς εἰσὶν εἶρηκε τῶν τῷ ἑνὸς γωνίας πλάρῶν τῶν αὐτῶν ἔχειν λόγον δυσὶ ταῖς τῷ ἐπίρου, ἡμῶν δὲ καὶ πρὸς λοιπὰς. τῶν γὰρ αβγ, δεζ, ἀνομοίων σχημάτων αἱ αβ, βγ, καὶ δε, εζ, ἀνάλογόν εἰσι, διπλῆ γὰρ ἔστι αβ, πρὸς βγ, καὶ ἡ δε, πρὸς δε, τῆς εζ, ἔχει δὲ καὶ αἱ λοιπὰι.

Eucl. Lib. 6. Fig. 1.



Β: Ἀντιπεπονηθότα δὲ σχήματά εἰσι, ὅταν ἑκατέρω τῶν σχημάτων ἡγόμενοι τε καὶ ἐπόμενοι λόγοι ὡσι.

Ἐπογράφας ἐν τῶν ἀνωτέρω παρόμοια τῶν ἀπογραμμένων σχημάτων, ἐπεὶ καὶ τισὶ τῶν ἀνομοίων ἀρίστωται πρὸς οἱ αὐτοὶ λόγοι, βυλόμενος καὶ ταῦτα κοινῶν περιλαβεῖν ὁνόματι, Ἀντιπεπονηθότα τὰ τοιαῦτα καλεῖται σχήματα, ἕκαστος τῶν ἀντιπαθείας πρὸς τῶν πλάρῶν τῶν αὐτῶν σχημάτων ἡγίσις, τὴν παρωνυμίας ἐρασιζόμενος. Ἐν τῇ δὲ Ἀντιπαθεία πρὸς τῶν πλάρῶν τῶν σχημάτων ἡγίσις, ὅτι πρὸς μιᾶς τῶν πρὸς τὴν αὐτῶν γωνίαν πλάρῶν τῷ ἑνὸς γωνίας ἀπὸς τὴν τῷ ἐπίρου ἀπὸς ἡγόμενος εἰλημμένος, ἢ ἐπίρα τῷ αὐτῷ, ἐν τῇ ἀπὸς ἀλλήλας αὐτῶν παραβολῇ, ἀπὸς ἐπομέου λαμβάνεται. ὡς δὴλον ἐπὶ τῶν αβγδ, δεζζ, σχημάτων γίνεται. ὡς γὰρ ἡ β α, ἀπὸς τὴν α ε, ἔστι καὶ ἡ η α, ἀπὸς τὴν α δ, ἴδὲ δὲ, ἐπὶ μὲν τῷ α γ, γωνίας πρὸς β α, πλάρῃς, ἀπὸς τῶν τῷ ἐπίρου α ε, πλάρῃς ἀπὸς ἡγόμενος λαμβάνεται, ἢ ἐπίρα τῷ αὐτῷ πλάρῃς, ἢτοι ἡ α δ, ἀπὸς τὴν α η, πλάρῃς τῷ α ζ, γωνίας παραβαλλομένης, ὡς ἐπόμενος λαμβάνεται. Ἐπὶ δὲ τῷ α ζ, εἰλημμένος πρὸς η α, αὐτῷ πλάρῃς ἀπὸς τῶν α δ, τῷ ἐπίρου γωνίας πλάρῃς ἀπὸς ἡγόμενος, ἢ ἐπίρα τῷ αὐτῷ πλάρῃς α ε, ὡς ἐπόμενος ἀπὸς τὴν τῷ ἐπίρου γωνίας πλάρῃς α β, λαμβάνεται. καὶ τῷ τῷ ἔστιν, ὅπερ Εὐκλείδης φησὶν, ὅταν δηλ: ἑκατέρω τῶν σχημάτων ἡγόμενοι τε καὶ ἐπόμενοι λόγοι ὡσι. ὡσανεὶ ἔλιγαν, Ἀντιπεπονηθότα δὲ σχήματα

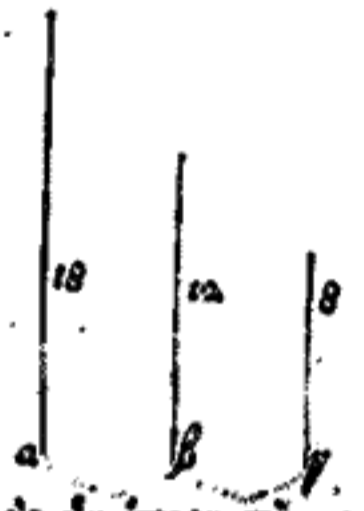
τα είναι , όταν έκαστη των γωνιών , ήμεν των πηλ τλώ αυτλώ γωνία πλάτων σφός τλώ τῷ ἑτέρῳ , ὡς ἠγύμιον λαμβάνεται ; ἢ δὲ , ὡς ἐπόμειον .

Ἐπιστάσιως μέπει ἀξιον , ὅτι ἐπὶ πῶν ἀΐθυγράμμων γωνάτων , ὡσπιρ κτὶ πῶν σφριῶν , μὴ μόνον ὁμοιότης , ἢ ἀνομοιότης κατηγορεῖσθαι δύναται , ὡς ὑπὸ τὸ πέταρον πῆς Ποιότης ὑπαγομίνων εἶδος , ἀλλ' ἔτι κτὶ ἰσότης , ἢ ἀνισότης , ὡς διασταπῶν . Οὐείσας οὖν Εὐκλείδης ἐν τῇ α' δρῳ πῆ Ομοια , ἐν τῇ β' : κτὶ πῆ Γ'σα περιμίλῃ . πῆ γάρ Ἀντιπίποινθότα γήματα , ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν , ὡς διηχ-
 δύεται προτάσει εδ' : τῷ παρόντι .

Γ' Ἄκρον κτὶ μέσου λόγου ἀΐθεια τετμηῖσθαι λέγεται , ὅταν ἢ , ὡς ἢ ὅλη πρὸς τὸ μείζον τμήμα , ὑπὸ τὸ μείζον πρὸς τὸ ἔλαστον .

Ἐπειὶ ἠχίσις μεταξὺ δύο διωρυμείν ὄρων ἀδαίριτος μεν τῆ ὑποκειμένη ἐστὶ , διαίριτῶ δὲ τῆ λόγῳ , παρὰ πῶν ὄρων λαμβάνουσα κτὶ πῆς διαφορῆς , (ἢ γάρ μεταξὺ τῷ παρῶς κτὶ ἠῦ χίσις , μία ἴσα , παρῶς μεν παρὰ τῷ παρῶς λί-
 γνται , ἠῶς δὲ παρὰ τῷ ἠῦ ,) διάπει τῷ κτὶ ὁ λόγος , ὡς ποιά τις χίσις κτὶ πῶν εὐκλ' : εἰς ὧν τῆ ὑποκειμένη , διαίριται τῆ λόγῳ εἰς εἶδη διάφορα . ὡσπιρ δὲ ἐπὶ τῷ ἀναπῶ ὄρου , παρὰ μεν τῷ ἠγυμίνῳ , ἢ Eucl. Lib. 6. Fig. 2.

γύμειος ἐλέγιο κτὶ ὁ λόγος , ἐπόμειος δὲ παρὰ τῷ ἐ-
 πομίνῳ , ὑπὸ κτὶ πῆσθαι , παρὰ μεν πῶν ἄκρων ὄρων λαμβανόμενος ὁ λόγος , ἄκρος λέγνται , παρὰ δὲ τῷ μίσει μίσει . οἷον κείθωσαν ὄροι τρεῖς εἰ α β γ , ἐν τῆ αὐτῆ λόγῳ ὄντις , ἢ μὴ . ὁ μεν οὖν τῷ α , πρὸς πῶν β , λόγος , κτὶ ἀνάπαλιον ὁ τῷ β , πρὸς πῶν α , τῷ γ , παρῶραμίνῳ . ἢ ὁ τῷ α , σφός πῶν γ , τῷ β , παρῶραμίνῳ . ἢ πλάταϊον , ὁ τῷ α , κτὶ γ , σφός πῶν β , ἄκρος λέγνται , ἢ ὡς μεταξὺ τῶν ἄκρων διωρυμείος , ἢ ὡς ἀπὸ πῶν ἄκρων παραλαβασόμενος . ὁ δὲ τῷ β , πρὸς ἑκάτερον πῶν α , γ , μίσει , ὡς τῷ μίσει ἐπὶ τῷ ἄκρῳ ἀναπῶμίνῳ . παρῶραμίνῳ δὲ ἢ χίσις , ἀφ' ἢ κτὶ παραλαμβάνεται ὄρου . κτὶ γάρ ἢ παρῶς ἀπὸ τῷ παρῶς εὐλίπῳ παρῶραμίνῳ , κτὶ παρῶραμίνῳ ἔλαχος . ὅταν οὖν ἀΐθεια γραμμὴ τμηθῆ ὑπὸς , ὡς ἐν ἔχει λόγον ἢ ὅλη πρὸς τὸ μείζον αὐτῆς τμήμα , ἔχειν κτὶ τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἔλαστον , ἢ ἀΐθεια αὐτῆ ὄρου κτὶ μίσει λόγος πτμηῖσθαι λέγνται . ἢ ὅλη γάρ κτὶ τὸ ἔλαστον αὐτῆς τμήμα , ἐν τῆ ἀναλογίᾳ ἄκρων χῶρα ἀναπῶραμίνῳ , μίσει δὲ τὸ μείζον . ὁ πῶλιον πῆς ὅλης λόγος σφός τὸ μείζον αὐτῆς τμήμα , ἄκρος λέγνται , κτὶ πῆ εἰρημεία , ὁ δὲ τῷ μείζονος πρὸ τὸ ἔλαστον , μίσει . τῆς δὲ ὁ ἠῶς πῆς πιαύτης διαίρισιως , ἀρῶραμίνῳ ἐν τῇ λ' : τῷ παρῶς .

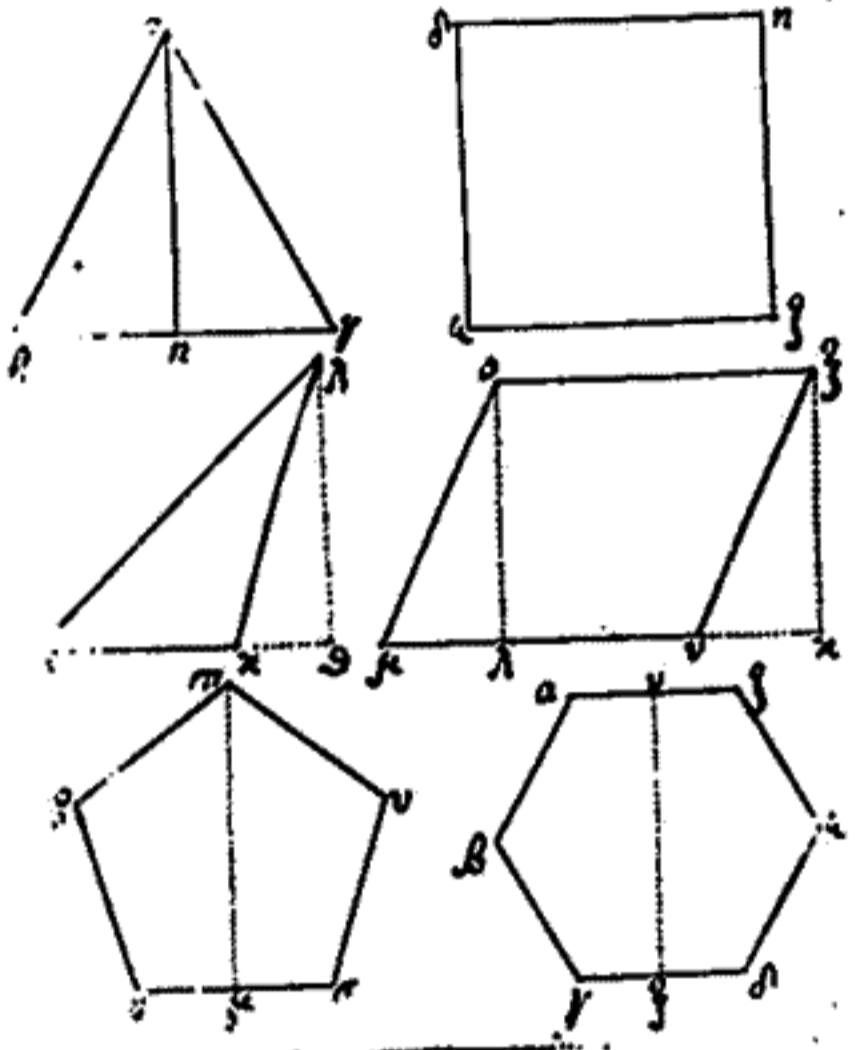


Δ' : ἰΐψος

Δ΄: Ὑψος ἐστὶ παμπὸς σχήματος ἢ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τῷ βάσει κα-
θετος ἀγομένη.

Τριῶν ἑσῶν τῶ διαστάσεων, μήκους δηλ: πλάτους, καὶ βάθους, ὃ καὶ ὕψος λέ-
γεται, καὶ μετὰ τριαδῶν τῶ σχημάτων καὶ τῶν τριῶν τῶν ἀμοιρῶν διαστάσεων, καὶ
δι' ἐπιπέδα τὰς δύο μόνας κεκλήρωται, μήκος φημι καὶ πλάτος. καὶ τῷ τριῶσι
μέτροι δίδονται πως καὶ τοῖς ἐπιπέδοις
ὕψος. ἐπεὶ καὶ βάσεις αὐτῶν, καὶ κορυφαὶ
δοιομάζομεν. τῷ μετὰ γὰρ αβγ, τρι-
γώνου, ἢ μετὰ βγ, πλάτος, βάσις
λέγεται, ἢ δὲ ἀπὸς τὸ α, γωνία, κο-
ρυφή. τῷ δὲ δεζη, τετραπλάρου,
ἐπεὶ ἢ εζ, πλάτος βάσις καλεῖται,
ἢ δη, πάντως γο, κορυφή λέγεται.
ἐπεὶ δὲ καὶ τῶν ἐπιπέδων σχημάτων,
καὶ μετὰ ὀρθιά ἐστι τῷ τριῶσι, ὡς καὶ
αβγ, δεζη. καὶ δὲ πλάγια, ὡς
καὶ θκλ, μνηο. ὀρθοῦ ἑκείνα μετὰ
ὀρθά, ταῦτα δὲ πλάγια λέγεται.
ἐὰν ἀπὸ τῆς κορυφῆς παντοῦ σχήματος
κάθετος ἀχθῆ ἐπὶ τῆς βάσει, ἢ κα-
θετος αὐτῶ ὕψος τῶ σχήματος λέγεται.
Ἐστὶ δὲ τῶ μετὰ τριγώνων ὀρθά, καὶ τῶ
ισόπλάρα καὶ ἰσοσκελῆ, ἔτι δὲ καὶ τῶ
ὀρθογώνια. τῶ δὲ τετραπλάρων,
ὅσα ἑκατέρω τῶν πλάτων, τῶν καὶ
καὶ πλάγια αὐτῶν μέρη ἀπὸς ὀρθάς κειμένον ἐπὶ τῆς βάσει ἔχουσι, ταῦτῶν δὲ
ἐστὶν εἰπεῖν, καὶ ὀρθογώνια. τῶν δὲ πολυπλάρων, ὅσα κανονικὰ, καὶ ἰσοπλά-
ρα φημι καὶ ἰσογώνια. τῶν δὲ καὶ μετὰ περιττοπλάρα τῷ ἀπεναντίον τῆς βά-
σει αὐτῶν γωνίας κορυφῆν ἔχουσι, καὶ δὲ ἀρτιόπλάρα τῷ ἀπεναντίον τῆς αὐ-
τῶν βάσει πλάτων. οἷον τῷ μετὰ πρστυ, κορυφή ἐστὶν ἢ ἀπὸς τῶ π. ἐπεὶ ἢ
στ, βάσις τῷ αὐτῷ ἐστὶ, τῷ δὲ αβγδεζ, κορυφή ἢ αζ, πλάτος. ἐπεὶ ἢ γδ,
ἀπὸ τῆς βάσει λαμβάνεται. ὅταν οὖν ἀπὸ τῆς καὶ κορυφῆς γωνίας, ἢ πλάτους ἐ-
πὶ τῆς βάσει τῶ σχήματος κάθετος ἀχθῆ, ὡς αἱ πμ, νξ, ἐπὶ τῶν πρστυ,
αβγδεζ, σχημάτων, ἢ κάθετος αὐτῶ ὕψος τῶ σχήματος λέγεται. τῷ μετὰ αβγ,
τριγώνου ὕψος ἐστὶν ἢ αη. τῷ δὲ δεζη, ἑκατέρω τῶν δε, ηζ. τῷ δὲ θκλ, ἢ
λδ. τῷ δὲ μνηο, ἢ πεξκ, καὶ ολ. τῷ δὲ πρστυ, ἢ πμ. καὶ τῷ αβγδεζ,
ἢ νξ. ἑμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Euc. lib. 6. Fig. 3.



S Ἰτίον

ΕΥΚΛΑ: ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Γινώσκοντες δὲ ὅτι ἐπὶ παντὸς μετὰ γήματις ὀρθῶν ἢ κἀθιπὸς ἀεὶ ἐπὶ πίπτει , ἐπὶ δὲ τῶν πλαγίων ἐκτὸς , ἐκβαλλομένης πῶς αὐτῶν βάσιως καὶ τὸ σωμαχῆς . τῷ μετὰ γὰρ αβγ, ὀρθῶν ὄντως , ἐπὶς ἢ α κ, κἀθιπὸς πίπτει , τῷ θ κ λ, δὲ πλαγίως ὄντως , ἐκτὸς , ὡς ἢ λ θ, πῶς θ κ, βάσιως ἐπὶ τὸ θ, ἐκβαλλομένης .

ΑΨΟΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

* Σημείωσαι, ὅτι πάντα οἱ παραλαμβανόμενοι ἐπὶ τῷ ἐπομένῳ πέντακτου ὄρου χαρακτῆρις τῷ Ἀλφαβῆτι, ὡς παρατηροῦντο τῶν ἐν αὐτῷ Ἀναλογιῶν , ἐκλαμβάνονται καὶ σημασίαν ἀριθμῶν , καὶ τὴν Ἀποσημείωσιν , τὴν ἐν τῷ πῶς πῶς ἀφορμῆς τῷ ἀφορμῆς πέντακτου Βιβλίου . καὶ τῷ καί τινες ἐνταυθὶ παρασημειῦνται τοῖς καιροῖς Ἰσοδικαῖς Ἀριθμοῖς, ἡδὼν πλερισίρας γινώσκωντες .

Ε΄ Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται , ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθῆσαι ποιῶσιν τινα .

Ὁ λόγος γήσις ἐστίν , ὡς εἴρηται , ἐν δισίον ὄροις θιωρομένη . καὶ μετὰ οἱ εἰρηκεῖ ἐκείνοι μεγέθη εἰσὶ , τὸ καὶ πηλικότητα ἐν τῇ πῶς ὑπογραφεῖ ἀντὶ διαφερέως ἀφορμασθῆναι . εἰ δὲ γ' ἀριθμοῖ , τὸ καὶ πηλικότητα . ὡς ἐν ἄλλοις εἴρηται . διὸ καὶ Εὐκλείδης ἐν τῷ γ' : τῷ ἀφορμῆς βιβλίου ὄρου ὑπογράφων τὸν λόγον , εἰσὶ , Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν , ἢ κατὰ πηλικότητα ἀφὸς ἄλληλα ποιεῖ γήσις . ὅταν δὲ πλείονες ὄροι εἴσιν ἐπιζῆς κείμενοι , δὲ εἰπεῖν ἔσιν , ἢ πῶς αρις , ἢ καὶ πλείους , ὁ τῷ α' ὄρου ἀφὸς τὸν β' : Λόγος , καὶ τῷ β' : ἀφὸς τὸν γ' : καὶ τῷ γ' : ἀφὸς τὸν δ' : καὶ ἑκάστου τῶν ἄλλων ἀφὸς τὸν ἐπιζῆς , ἀπλοῦς λέγεται . παρ' εἴνα δὲ , ἢ καὶ πλείω τῶν ὄρων παραβαλλομένων , ὁ λόγος πηλικότητα σωθῆναι λέγεται . τοῦτοις δ' ἐστίν ὁ τῷ α' ὄρου Λόγος ἀφὸς τὸν γ' : ἢ δ' : ἢ ἄλλον τινα τῶν ἐπιζῆς . σύγκειται γὰρ ἐκ τῶν μεταξὺ λόγων . εἴτε κείθωσιν μεγέθη τελεῖα τῷ α, β, γ, ἔξῃς ὅταν ἀνάλογα ἐν λόγῳ διπλασίουσι . ὁ τοῦτω Λόγος τῷ α, ἀφὸς μετὰ τὸ β, ἀπλοῦς λέγεται ; ἀφὸς δὲ τὸ γ, σωθῆναι , ὅτι σύγκειται ἐκ τῷ λόγῳ τῷ π α, ἀφὸς τὸ β, καὶ τῷ β, ἀφὸς τὸ γ . διὸ δὲ καὶ Εὐκλείδης ὑπογράφει τῶν βυλόμενοις , φησὶ , Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται , ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθῆσαι ποιῶσιν τινα . Ἰνα δὲ τῶν σαφέστερον γίνηται , ῥητόν ἡμῶν , τίνες αἱ τῶν λόγων πηλικότητες , καὶ ὅπως ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθῆσαι δύνανται .

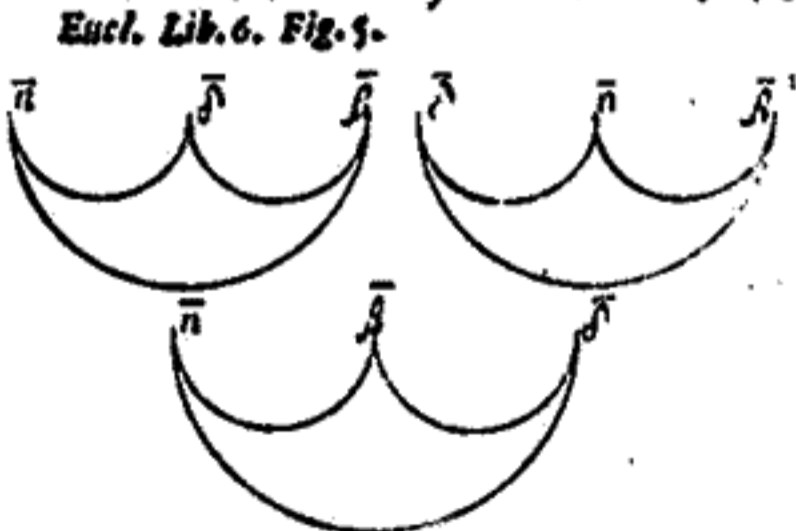
Eucl. Lib. 6. Fig. 6.



Λόγων τοῦτω πηλικότητες εἰσιν , οἱ παρωνυμοῦτες ἀριθμοῖ , ἀφ' ὧν οἱ λόγοι παραιομαζοῦνται . Ἐπειδὲ δὲ τῷ τῷ Λόγῳ εἶδη πολλα πῶς εἰσιν , καὶ διάφορα , ὡς ἐν τῷ β' : πῶς Ἀριθμητικῆς μέρη τῷ βυλομένην ἔξῃς ἰδεῖν . διάπει τῶν καὶ ἑκάστου Λόγου εἶδος ἰδίῳ τινὶ παραιομαζοῦνται ἀριθμῷ . ὁ μετὰ γὰρ τῷ διπλασίῳ Λόγος τῷ β (2) μόνον ἔχει παρωνυμοῦτα αὐτῶν , ὁ δὲ τῷ τετρασίῳ τῷ γ (3) ὁ δὲ

ὁ δὲ τῷ τετραπλασίῳ τὸν δ(4). καὶ τῶν ἄλλων τῷ πολλαπλασίῳ εἰδῶν ἕκαστον ἀφ' ἑνὸς τινος τῷ ἀναλογουῦτος αὐτῆς παρωνυμῆται ἀριθμῷ. τῶν δ' ἄλλων εἰδῶν ἕκαστον ἀπὸ τῆς ἀριθμῆς ὁλοκλήρου, καὶ μέρους τινὸς πλησίον δέχεται τὴν παρονομασίαν. ὁ μὲν γὰρ τῷ ἡμιολίῳ λόγος ἀπὸ τῆς ἑνὸς καὶ ἡμίσιως παρονομάζεται, ὁ δὲ τῷ ἐπιτέλειον ἀπὸ τῆς ἑνὸς καὶ γ' μέρους, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῷ ἐπιμορίῳ εἰδῶν ἀναλόγως. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῷ ἐπιμυρῷ, πολλαπλασιασπιμορίῳ, καὶ πολλαπλασιασπιμυρῷ.

Ἔστι δὲ Λόγος, ὡς ἐν ἄλλοις εἴρηται, πολλαπλάσιος μὲν, ὅτε ὁμείζων ὄρος ἔχη ἐν ἑαυτῇ τὸν ἐλάχιστον πλειονάκις, ἢ ἄπαξ. ὡς ὁ τῷ δ(4) ἀρὸς τὸν β(2) καὶ ὁ τῷ θ(9) ἀρὸς τὸν γ(3) καὶ οἱ ἄλλοι. ἐπιμόριος δὲ, ὅτε ὁμείζων ὄρος περιέχη τὸν ἐλάχιστον ἐν ἑαυτῇ ἄπαξ, καὶ εἴτε μέρος αὐτῷ, δύοσαν δηλον: τρίτον, πῆπτον, ἢ ἄλλοτε πλησίον, ὡς ὁ γ(3) τὸν β(2) καὶ ὁ δ(4) τὸν γ(3) καὶ οἱ ὅμοιοι. ἐπιμυρῷ δὲ, ὅτε ὁμείζων ἄπαξ τὸν ἐλάχιστον ἐν ἑαυτῇ ἔχη καὶ μέρη εἴτε τῷ αὐτῷ τινὰ, ὡς ὁ τῷ ε(5) ἀρὸς τὸν γ(3) καὶ τῷ ζ(7) ἀρὸς τὸν δ(4). πολλαπλασιασπιμόριος δὲ, ὅτε ὁ μείζων ὄρος ἔχη ἐν ἑαυτῇ τὸν ἐλάχιστον πλειονάκις, ἢ ἄπαξ, καί τε μέρος αὐτῷ πλησίον, ὡς ὁ τῷ ε(5) ἀρὸς τὸν β(2) τῷ ζ(7) ἀρὸς τὸν γ(3). πολλαπλασιασπιμυρῷ δὲ, ἐπειδὴν ὁμείζων ὄρος πλειονάκις, ἢ ἄπαξ ἐν ἑαυτῇ τὸν ἐλάχιστον ἔχη, καὶ μέρη αὐτῷ τινὰ, ὡς ὁ τῷ η(8) ἀρὸς τὸν γ(3) καὶ ὁ τῷ ια(11) ἀρὸς τὸν δ(4). καὶ περὶ ὧν πλατύπερον ἐν τῷ ῥηθέντι διηρμίνονται βιβλίῳ τῆς Ἀριθμητικῆς. ὅθεν δὲ ὁ μὲν β(2) πηλικότως λέγεται τῷ διπλασίῳ, ὁ δὲ γ(3) τῷ τριπλασίῳ. ὁ δὲ δ(4) τῷ τετραπλασίῳ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁ ἀναλόγως. ἢ δὲ μονὰς μὲν τῷ ἡμίσιως πηλικότως λέγεται τῷ ἡμιολίῳ. ὁ γὰρ ἡμιόλιος ἔχει ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν ἐλάχιστον, καὶ ἡμισυ αὐτῷ μέρος, ὡς εἴρηται. μὲν δὲ τῷ ἑνὸς τρίτου ἢ μονὰς, πηλικότως λέγεται τῷ ἐπιτέλειον. μὲν δὲ τῶν δύο τρίτων, τῆ ἐπιδιμυρῷ, ὡσπερ καὶ μὲν τῶν τρίτων, τῷ ἐπιτριμυρῷ. ὁ β(2) δὲ πάλιν μὲν ἡμίσιως μὲν, πηλικότως λέγεται τῷ διπλασιῳ ἡμίσιως, οἷος ὁ τῷ ε(5) ἀρὸς τὸν β(2) μὲν δὲ δύο τρίτων τῷ διπλασιῳ ἐπιδιμυρῷ, οἷος ὁ τῷ η(8) ἀρὸς τὸν γ(3). καὶ πᾶσα ἡ μὲν ἰκανὰ ἐπὶ τῷ παρόντι εἰς ἀνάπτυξιν τῷ, τίνας εἰσὶν αἱ τῶν λόγων πηλικότως. Πολλαπλασιαζόνται δὲ αὐταὶ ἐφ' ἑαυτῆς, καὶ τὴν τῶν ὄρων τάξιν. τριχῶς γὰρ οἱ ὄροι ποικίλισθαι δύνανται. ἢ γὰρ ὁπείκως κείνται, ἢ ὁ μείζων ἴσαι μίσος, ἢ γαυῶ ὁ ἐλάχιστον, ὡς ἐπὶ τῶν τριῶν ὄρων τῶνδε διαγραμμάτων. καὶ μὲν εἰ ὄροι ἄπακται ὡσεὶ, λάβει τῆς ἀριθμῆς, ἀφ' ὧν οἱ ὄροι τῶν λόγων



ἴσαι μίσος, ἢ γαυῶ ὁ ἐλάχιστον, ὡς ἐπὶ τῶν τριῶν ὄρων τῶνδε διαγραμμάτων. καὶ μὲν εἰ ὄροι ἄπακται ὡσεὶ, λάβει τῆς ἀριθμῆς, ἀφ' ὧν οἱ ὄροι τῶν λόγων

E.γ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

παρεσφάζονται, ὁ τῷ αἰ: δὴλον: ὄρου πρὸς τὸν μέσον, καὶ ὁ τῷ μέσῳ πρὸς τὸν γ': καὶ πολλαπλασιασμοὶ τῶν ἐφ' ἑαυτοῦ, καὶ ὁ γεόμενος παραστήσει σοι τὸν λόγον, ὃν ὁ αἰ: ὄρος ἀρὸς τὸν γ': ἔχει. οἷον κείθωσαν ἐπιξῆς. Αἰτῆκος ὁ η, δ, καὶ β, ὡς ἐπὶ τῷ αἰ: διαγράμματος. καὶ ἐπεὶ ὁ η, τῷ δ, διπλασιόσῃσιν, τῷ δὲ διπλασίῳ πυλικότως ὁ β, ὡς ἤδη εἴρηται. εἰλήφθω ὁ β, ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ δ, τῷ β, ἐμείως διπλασιόσῃσιν, εἰλήφθω αὐθις ὁ αὐτὸς β, καὶ πολλαπλασιασθήτω ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ γεόμεται πάντως ὁ δ, ὅς τις πυλικότως ἐστὶ τῷ λόγῳ, ἐν ὃ η, ἔχει ἀρὸς τὸν β. δὴλον: ἄρα ὅτι ὁ η, πῆραπλασιόσῃσιν τῷ β. κείθωσαν ἔτι ὁ ι β, δ, καὶ ε. καὶ ἐπεὶ ὁ ι β, ἑξαπλασιόσῃσιν τῷ δ, ὁ δὲ δ, τῷ β, διπλασιός. εἰλήφθω αὐτὶ τῷ ἑξαπλασίῳ μὲν ὁ γ, αὐτὶ δὲ τῷ διπλασίῳ ὁ

Euc. Lib. 6. Fig. 6.

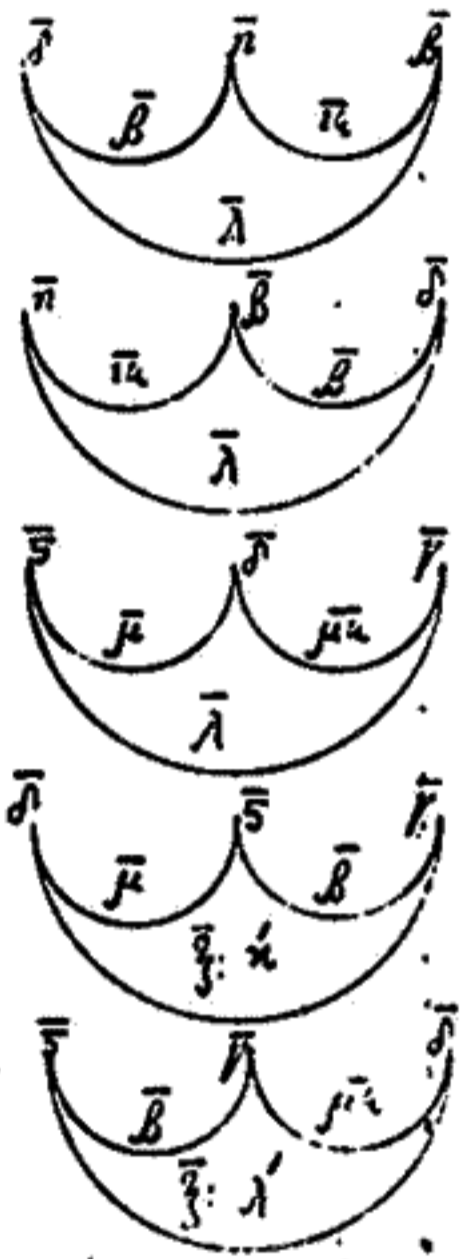


ε, καὶ πολλαπλασιασθήτωσαν ἐφ' ἑαυτοῦ, καὶ ὁ γεόμενος γ, παραστατικὸς ἔσται τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ι β, πρὸς τὸν ε. ὡς ἐπὶ ὁ ι β, τῷ β, ἐξαπλασιόσῃσιν. τῶν αὐτῶν γεόμεθω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῷ πολλαπλασίῳ εἰδῶν, πῆραπλασίῳ ἑνὶ, πενταπλασίῳ, ἑξαπλασίῳ καὶ λοιπῶν. ἔαν δὲ πλείους ᾖσιν εἰ ὄροι τῶν ἑῶν, εἰρησθήτω αἰ: ὁ τῷ αἰ: λόγος πρὸς τὸν γ': ἐφ' ὃν πολλαπλασιασθήτω ὁ παραστατικὸς τῆς πυλικότως τῷ λόγῳ, ὃν ὁ γ': ἔχει πρὸς τὸν δ': καὶ ἀνάπαλιν, καὶ ὁ γεόμενος παραστατικὸς ἔσται τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ αἰ: ὄρος πρὸς τὸν πέμπτον. Εἰδέγει ζεσθῆ ὁ λόγος, ὃν ὁ αἰ: τῶν ὄρων ἔχει πρὸς τὸν εἰ: εἰλήφθω ἡ πυλικότως τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ δ': πρὸς τὸν εἰ: καὶ πολλαπλασιασθήτω ἐπὶ τὸν ἤδη γεόμενον διὰ τῶν ἀρσπῆν πολλαπλασιαστικῶν, ἢ καὶ ἀνάπαλιν. οἷον ἔσωσαν Αἰτῆκος κείμειται ὁ η γ, μ η, ι β, δ, καὶ β. ἐπεὶ πίπτει ὁ τῷ η γ, ἀρὸς τὸν μ η, λόγος διπλασιόσῃσιν, ὁ δὲ τῷ μ η, ἀρὸς τὸν ι β, πῆραπλασιός, ὁ τῷ η γ, ἀρὸς τὸν ι β, εἰρησθήσεται, καὶ τῷ ἤδη εἰρησθέντι. ἔαν ὁ β, ἐπὶ τὸν δ, πολλαπλασιασθῆ, ἢ καὶ ἀνάπαλιν ὁ δ, ἐπὶ τὸν β, καὶ ἔσται τῶν πυλικότως ὁ η. ὡς ἐπὶ ὁ η γ, τῷ ι β, ὀκταπλασιόσῃσιν. ἔαν δὲ ζεσθῆ ὁ τῷ η γ, λόγος πρὸς τὸν δ, ἐπεὶ ὁ ι β, ἑξαπλασιόσῃσιν τῷ δ, εἰλήφθω ὁ γ, ἢ τῷ αὐτῷ λόγῳ δὴλον: πυλικότως, καὶ πολλαπλασιασθήτω ἐπ' αὐτὸν ὁ η, ὅς τις πυλικότως τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ η γ, πρὸς τὸν ι β, καὶ ὁ γεόμενος καὶ δ, πυλικότως ἔσται τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ η γ, ἀρὸς τὸν δ. Εἰδέγει πάλιν ζεσθῆ ὁ τῷ η γ, λόγος ἀρὸς τὸν β, πίπτει ὅταν τῷ τῆ τῆξαι. ἐπεὶ ὁ δ, διπλασιόσῃσιν τῷ β, εἰλήφθω ἡ τῶν πυλικότως, δὴλον: ὁ β, καὶ πολλαπλασιασθήτω ἐπ' αὐτὸν ὁ κ δ, ὅς τις πυλικότως τῷ λόγῳ, ὃν ὁ η γ, πρὸς τὸν δ, ἔχει, καὶ ὁ γεόμενος μ η, πυλικότως ἔσται τῷ λόγῳ, ὃν ὁ η γ, αἰ: ἔχει ἀρὸς τὸν β, εἰ ὡς

ὡς ὁ γ, τωαρακοντοκταπλασιός ἐστι τῷ β. τῶτον τὸν ἕξονον ἀριθμῶνται καὶ ὁ τῆ δ: ὅρου λόγος πρὸς τὸν ε': ζ': ἡ: καὶ λοιποὺς ἐν τῇ ἀπείκτῳ τῷ ὅρων τάξι.

Ὅταν δὲ οἱ ὅροι μὴ ἀπείκτως ὡς κείμενοι, εἰμὲν ὁ μείζων μίσος ἢ, ὡς ὁ γ, τῷ δ, καὶ β. εἰλήφθω ἀπὸ τῷ μείζονος λόγου, ὅν ὁ μίσος πρὸς τὸν ἐλάττονα τῷ ὅρων ἔχει, ἐπὶ ἀλόγοντις * μονάδος μέρος, δηλ: ὁ ιε, ὡσπιν γὰρ ὁ η, πῆραπλασιός ἐστι τῷ β, ἔπειτα καὶ ὁ ζ, πῆραπλασιός ἐστι τῷ ιε, ἀπὸ δὲ τῷ ἐλάττονος, ὅν ὁ μίσος ἔχει πρὸς τὸν μείζονα τῷ ὅρων, ἤτοι τὸν δ, εἰλήφθω ἢ αὐτῷ πηλικότως, ὁ β. ἔπειτα καὶ ὁ η, τῷ δ, διπλασιός ἐστι. καὶ πολλαπλασιασθήτω ὁ ιε, ἐπὶ τὸν β, καὶ ἐπειὶ ὁ γινόμενος λ, ἡμισύς ἐστι τῆς μονάδος δηλ: τῷ ζ, φαιρόν, ὅτι καὶ ὁ β, τῷ δ, ἡμισύς ἐστιν, ὁ δὲ δ, τῷ β, διπλασιός.

Eucl. Lib. 6. Fig. 7.



Τὸτ' αὐτὸ γινέσθω, καὶ ὁ ἐλάχιστος τῷ ὅρων εἴη μίσος. ἔστω γὰρ ὁ β, μίσος τῷ η, καὶ δ. καὶ ἐπειὶ ὁ η, τῷ β, πῆραπλασιός ἐστιν, εἰλήφθω τὸ δ': τῷ ζ, δηλ: ὁ ιε: ἔπειτα δὲ ὁ δ, τῷ β, διπλασιός ἐστι, λάβει τὴν τῶν πηλικότως, ἤτοι τὸν β, καὶ πολλαπλασιάσων ἐπ' αὐτὸν τὸν ιε, καὶ ὁ γινόμενος λ, πηλικότως ἐστὶ τῷ η, πρὸς τὸν δ. ὡς ὁ η, διπλασιός ἐστι τῷ δ,

Εἰδὲ ἐν λόγῳ ἐπιμορφῶν τύχασιν ὅπως οἱ ὅροι, ἔτιχως διώσονται καὶ ἔτι ποιικίλιθαι, ὡς καὶ οἱ τῷ πολλαπλασίῳ. Ἐἔστωσαν δὲ α: ἀπείκτως κείμενοι, ὡς ὁ ε, δ, καὶ γ. καὶ ἐπειὶ ὁ ε, τῷ δ, ἡμισύς ἐστιν, ὁ δὲ δ, τῷ γ, ἐπίφριτος, εἰλήφθω ὁ μ, καὶ με, ὁ γὰρ ζ, τῷ μὲν μ, ἡμισύς ἐστιν, ἐπίφριτος δὲ τῷ με. καὶ πολλαπλασιασθήτωσαν ἀλλήλοις, καὶ ὁ γινόμενος εἴξ αὐτῶν α, μιεθήτω ἐπὶ τὸν ζ. καὶ ἐπειὶ παράχεται πηλικόν ὁ λ, τῷ δὲ λ, διπλασιός ἐστιν ὁ ζ, δηλ: ὅτι ὁ ε, τῷ γ, διπλασιός ἐστιν.

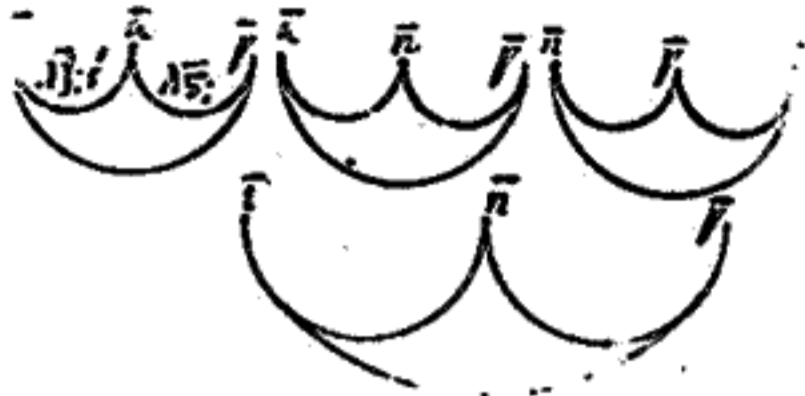
Ἐἔστω δὲ ὁ μίσος μείζων τῷ ἄκρων, ὡς ὁ ε, τῷ δ, καὶ γ. καὶ ἐπειὶ ὁ ε, τῷ μὲν δ, ἡμισύς ἐστι, τῷ δὲ γ, διπλασιός. εἰλήφθω ἀπὸ μὲν τῷ ἡμισοῦ ὁ μ, ἀπὸ δὲ τῷ διπλασίῳ ὁ β, καὶ πολλαπλασιασθήτωσαν ἀλλήλοις, καὶ ὁ γινόμενος π, μιεθήτω ἐπὶ τὸν ζ. ἐπειὶ δὲ παράχεται πηλικόν μονάς μῦ ἑξήκοσῶν κ, φαιρόν, ὅτι ὁ δ, περιέχει ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν γ, ἄπαξ, καὶ εἰ αὐτῷ γ': μέρος.

Ἐἔστω δ' ἔτι ὁ μίσος ἐλάττων ἑκατέρῃ τῶν ἄκρων, ὡς ὁ γ, τῷ ε, καὶ δ. καὶ ἐπειὶ τῷ γ, ὁ μὲν ε, διπλασιός ἐστιν, ὁ δὲ δ, ἐπίφριτος, εἰλήφθω ἀπὸ μὲν τῷ διπλασίῳ ὁ β, ἀπὸ δὲ τῷ ἐπίφριτου ὁ με, ὅτι καὶ ὁ ζ, τῷ με, ἐπίφριτός ἐστι. καὶ δὲ

* Ἐννοεῖται τὴν μονάδα διαιρεῖσθαι εἰς τὸν ἑξήκοστα.

πὲ δὲ λοιπὰ γινώσκω ὡς προσημειώδεται, καὶ ἀριθμῶνται ὁ ε, τὸ δ, ἡμιόλιος, παρίχεται γὰρ διὰ τῆς πράξεως παλίκοι ἢ μονὰς μὲν ἑξακοσῶν λ.

Τὰ αὐτὰ γινώσκω καὶ ἐπὶ τῷ ἐπιμιρῶς. Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον, κείνωσαν καὶ ἐπὶ τύπῃ εἰς ὑπόδειγμα οἱ η, ε, γ, ἀπλάτως κείμενοι. καὶ ἐπειδὴ ὁ μὲν η, τὸ ε, ἐπιμιρῶς ἐστίν, ὁ δὲ ε, τὸ γ, ἐπι-
Εκτὸ βιβλίου. Fig. 8.



μιρῶς, εἰλήθω ἀντὶ μὲν τῷ ἐπι-
 μιρῶς ὁ λζ μὲν ἡμισίως, ἀντὶ δὲ τῷ
 ἐπιμιρῶς ὁ λς, ὁ γὰρ ε, πῦ μὲν
 λζ μὲν ἡμισίως * ἐπιμιρῶς ἐστίν, πῦ
 δὲ λς, ἐπιμιρῶς, εἴτα πολλαπλασια-
 θῆτω ὁ λζ μὲν ἡμισίως ἐπὶ τὸν λς,
 καὶ ὁ γινόμενος, ἔπειτα ἐπιπλάσιον
 ἀρὸς τῆς διχίλιαις, μεριθῆναι ἐπὶ

τὸν ε, καὶ ἕξαις παλίκοι τὸν με. ἐπειδὴ δὲ ταῦτα * δάπρᾳ εἰσι, μεριθῆναι μ ε, ἐ-
 πὶ τὸν β, καὶ δώσεισι παλίκοι τὸν κ β μὲν ἡμισίως, ἢ ὁ ἑξάκοιτε διπλασιμι-
 ρῶς ἐστίν. ἔχει γὰρ ἐν ἑαυτῷ τῦπον δις, καὶ δύο αὐτῷ μέρη εἰς τρία διηρημένον.

Τῦπον δὲ τὸν τρίτον ἀριθμῶνται ὁ λόγος, ὁ ἐκ λόγων συγκείμενος, καὶ ὁ
 μίσησος ὄρος μείζων εἴη τῶν ἄλλων, ἢ γῦν ἐλάττω. (*) Διὰ μὲν δὲ τῶν ἀριθμῶν τὰς
 τῶν λόγων παλικότητας, εἰς τὸν ε, ἐπὶ τὸν μείζονα διαιρῶντες ὄρον, πσαῦτα λαμ-
 βαίνομεν, ὅσαι αἱ πῦ ἐλάττωτοι, ἀρὸς ὅν ὁ μείζων ἀναρίθμηται ὄρος, εἰσὶν αἱ
 μεταδίς, ὡς ἐπὶ τῷ συνίγγυς δῆλον καθίσταται ὑποδείγματι. ζυτῶντες γὰρ
 τὸν λόγον τῷ η, ἀρὸς τὸν ε, διαιρῶμεν τὸν ε, ἐπὶ τὸν η, καὶ ἐπειδὴ παρίχεται ὁ γ-
 ῶρον αὐτῷ μέρος ὁ ζ μὲν ἡμισίως, πολλαπλασιάζομεν τὸν ζ μὲν ἡμισίως ἐπὶ
 τὸν ε, καὶ τὸν γινόμενον λζ μὲν ἡμισίως λαμβάνομεν ἀντὶ παλικότητος πῦ λέ-
 γου, ὅν ὁ η, ἀρὸς τὸν ε, ἔχει. ὡσπερ γὰρ ὁ η, τὸ ε, ἐπιμιρῶς ἐστίν, ἔπειτα καὶ
 καὶ ὁ ε, πῦ λζ μὲν ἡμισίως, ἐπιμιρῶς ἐστίν. ζυτῶντες δ' αὖθις τὸν παλικῶτα
 πῦ ε, ἀρὸς τὸν γ, διαιρῶμεν τὸν ε, ἐπὶ τὸν ε, καὶ παρίχεται ἡμῖν παλίκοι ὁ
 ι β. εἴτα τριπλασιάζομεν τὸν ι β, καὶ τὸν γινόμενον λς, λαμβάνομεν ἀντὶ παλι-
 κότητος τῷ λόγῳ, ὅν ὁ ε, ἔχει ἀρὸς τὸν γ. ὡσπερ γὰρ ὁ ε, τῷ γ, ἐπιμιρῶς ἐ-
 στίν, ἔπειτα καὶ ὁ ε, πῦ λς, ἐπιμιρῶς ὁμοίως ἐστίν. Τὰ δὲ λοιπὰ ποιῶμεν, ὡς
 προσημειώδεται. καλῶς ἄρα εἴρηται, ὅτι λόγος ἐκ λόγων συγκείμεται λέγεται,
 ὅταν αἱ τῶν λόγων παλικότητις ἐν ἑαυτῶν πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσιν τινα.

* Ὅρα κατωτέρω, εἶδα τὸ παρὸν σημῖον (*) καὶ ἀρίθμους τῶν ἀνάπτουξιν
 τῶ, καὶ ὅν, τρίτον ὁ ἑξάκοιτε τῷ λζ μὲν ἡμισίως, εἰσὶν ἑπίτριτες.

* Ἐννοεῖται ἐκάστῳ μονάδα τῷ λζ, εἰς δύο διηρημένῳ, εἴα τῷ αὐτῷ εἶδος
 γίνονται μὲν τῷ προσότις ἡμισίως, ὡς τὰ πάντα γίνονται ἑβδομήκοιτα καὶ πέν-
 τῃ ἡμίση, αὐτὰ πολλαπλασιασθέντα ἐπὶ τὸν λς, ποιεῖ ταῦτα, 2700.