

πτος, ἀλλά γε καὶ διπλασίαισι, ἢ τριπλασίαισι πῆς πολλαπλασιάσεως πῆς αὐτῆς πληκτότης.

ΙΒ': Ομόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγόμενα τοῖς ἡγούμενοις, τὰ δὲ ἐπόμενα τοῖς ἐπομένοις.

Ἐπεὶ εἰς λόγον ἀρχῆς ἔχῃ ἦτον καὶ τὰ Ομόλογα λαμβάνεται, ἢ τὰ ἀνάλογα, διάτοι πῶπο ἐπὶ τῷ παρόντος διδάσκει, καὶ τίνα χρὴ Ομόλογα καλεῖν, λίγων, Ομόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγόμενα καὶ τὰ ἐξῆς. ἴσα δὲ καὶ πῶπο σαφέστερον γίνονται, ἀναγκαῖον εἶδέναι τίνα πῶν μεγεθῶν ἡγόμενα, καὶ τίνα ἐπόμενα λέγεται. πῶπων γὰρ ἀγνοουμένων, εἰδὲ τὰ Ομόλογα γνωθῆσινται. πῶν ἐν τῷ αὐτῷ ὄντων λόγῳ μεγεθῶν, τὰ μὲν προσλαμβανόμενα, ἢ γῶν ἀναφαιρόμενα, ὁποῖα ἀφ' ἑαυτῶν, ἡγόμενα λέγεται, τὰ δὲ προσλαμβανόμενα, ἢ ἀφ' ἑαυτῶν ἀναφαιρόμενα, ἐπόμενα καλεῖται. οἷον ἔσῳσαν πῶσαρξ μεγέθη τὰ α β, γ δ, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, πῶσις ὡς τὸ α, ἀφ' ἑαυτῶν τὸ β, τὸ γ, ἀφ' ἑαυτῶν τὸ δ. τὰ γομῶ α γ, καὶ πῶν ὑπερίχουσι πῶν β δ, καὶ πῶν ἐλλείπωσιν, ἡγόμενα καλεῖται, ὡς ἀναφαιρόμενα ἅμα καὶ προσλαμβανόμενα. τὰ δὲ β, καὶ δ, ἐπόμενα, ὡς ὑποκαττόμενα. Ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τὰ α β, τοῖς γ δ. εἰσὶν μὲν τὰ δύο ὁμοῦ α β, τοῖς δυοῖν γ δ, παραβάλλονται, ἀνάλογα καλεῖται, καὶ πῶν ε': τῷ παρόντος ὄρον, ὡς ἀναλογίαν τινὰ ἀφ' ἑαυτῶν ἔχουσι. εἰσὶν δὲ τὸ α, χωρὶς τῷ γ, παραβάλλονται, καὶ τὸ β, τῷ δ, Ομόλογα καλεῖται. ὅν γὰρ τὸ α, ἀφ' ἑαυτῶν τὸ β, πῶν αὐτῶν καὶ τὸ γ, ἀφ' ἑαυτῶν τὸ δ, λόγον ἔχει. καὶ ἀνάπαλιον, ὅν λόγον ἔχει τὸ β, ἀφ' ἑαυτῶν τὸ α, πῶν αὐτῶν ἔχει καὶ τὸ δ, ἀφ' ἑαυτῶν τὸ γ. εἰσὶν δὲ συνηχῆς ἢ ἀναλογία β, ὡς ἐπὶ τῷ ζ η. ἐπεὶ τὸ ζ, δις λαμβάνεται, ὡς γὰρ τὸ ε, ἀφ' ἑαυτῶν τὸ ζ, ἕως ἔχει καὶ τὸ αὐτὸ ζ, ἀφ' ἑαυτῶν τὸ η, τὸ ζ, ἐπόμενον τῷ εἶσι, καὶ ἡγόμενον, ἐπόμενον μὲν ἀφ' ἑαυτῶν τὸ ε, ἡγόμενον δὲ ἀφ' ἑαυτῶν τὸ η. ὡς τὰ μὲν ε ζ, ὡς ἡγόμενα, τὰ δὲ ζ η, ὡς ἐπόμενα, Ομόλογα εἶσι.

Eucl. Lib. 5. Fig. 8.



ΙΓ': Ἐναλλάξ λόγος ἐστὶ, λήψις τῶν ἡγόμενων πρὸς τὸ ἡγόμενον, καὶ τῶν ἐπομέμων πρὸς τὸ ἐπόμενον.

Δεικνύει μίχρη πῶδι, τίς πῶ ὁ λόγος τῶν μεγεθῶν, καὶ τίνα μεγέθη λόγον ἀφ' ἑαυτῶν ἔχουσιν δυνάται, τίνα δὲ ἐν τῷ αὐτῷ εἶσι λόγῳ, καὶ πῶς τὰ πῶν αὐτῶν ἔχουσι λόγον καλεῖται, τίνα τὰ ἡγόμενα, καὶ τίνα τὰ ἐπόμενα, καὶ ἄλλα, ὅσα εἰς ἀκρῆβῆ πῆς ἀναλογίας συστήνεται γινῶσιν, ἀρχεται ἐπιτύθεο δεικνύει, καὶ πῶσα τὰ πῶ λόγου εἶδη. Ὁ Λόγος μὲν οὐδὲ τῶν ὁμογενῶν μεγεθῶν, ἢ κατὰ πληκτότητα δηλον: ἀφ' ἑαυτῶν ποιαὶ χείσις, ὡς γῶος λαμβάνεται. εἶδη δὲ τῶν ἑξ, τὸ Ἐναλλάξ, τὸ Ἀνάπαλιον, ἢ Συμπίσεις, ἢ Διαίσεις, ἢ Ἀνατροπῆ, καὶ

ρ

τὸ Δί' ἴσα. τινὲς δὲ πᾶ ἐξ αὐτὰ τῷ λόγῳ εἶδη, καὶ ἐπιχειρήματα καλεῖν γεω-
 μετρικὰ εἰώθασιν, ὡς χρησιμώτατα εἰς δεῖξιν τῆς γεω- Eucl. Lib. 5. Fig. 9.
 μετρικῶν ἀποβλημάτων. Ἐταλλαξ' ἔν λόγος τότε λέγεται,
 ὅταν ἢ σύγκρισις τῷ ἠγόμενῳ ἀρὸς τὸ ἠγόμενον, καὶ τῷ
 ἐπομένῳ ἀρὸς τὸ ἐπόμενον γίνηται, οἷον περᾶρον ὄντων
 μεγέθων ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ, τῶ αβγδ, ἐπεὶ ἔστιν ὡς τὸ
 α, ἠγόμενον ἀρὸς τὸ β, ἐπόμενον, ἔτω τὸ γ, ἠγόμε-
 νον ἀρὸς τὸ δ, ἐπόμενον. εἰδὲ εἴπωμεν καὶ ὡς τὸ α, ἠγ-
 ομένον πρὸς τὸ γ, ἠγόμενον, ἔτω καὶ τὸ β, ἐ-
 πόμενον ἀρὸς τὸ δ, ἐπόμενον, ὁ λόγος ἔπος Ἐταλλαξ' λέ-
 γεται. ἀλλάττεται γὰρ ἢ τῶ ὄρων θέσει. ὅτι δὲ πάντα μεγέθη ἀνάλογον ὄν-
 τα, καὶ Ἐταλλαξ' ἀνάλογον ἔσονται, δεχθήσεται ἐν τῇ ιε': τῷ παρόντι προ-
 σέει.

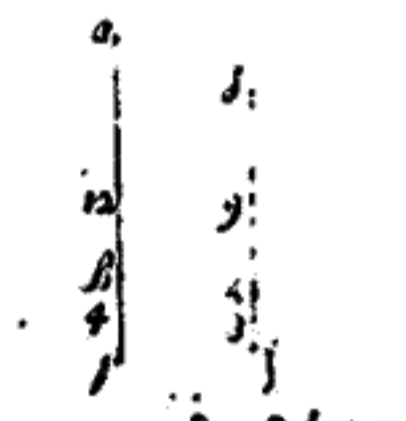


ΙΔ': Ἀνάπαλιον λόγος ἐστὶ λήψικ τῷ ἐπομένῳ, ὡς ἠγόμενον, πρὸς τὸ
 ἠγόμενον, ὡς ἐπόμενον.

Ἐπὶ τῷ αὐτῷ ὑποδείγματι καὶ πρὶ τὸ δώτερον τῷ λόγῳ εἶδος ἀναπτύσσεται.
 ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ α, ἀρὸς τὸ β, τὸ γ, ἀρὸς δ, καὶ τὴν εὐτακτον αὐτῶν ἀρὸς
 ἀλλήλα ἀναφορὰν, εἰδὲ εἴπωμεν, καὶ ὡς τὸ δ, ἀρὸς τὸ γ, τὸ β, ἀρὸς τὸ α,
 Ἀνάπαλιον λόγος λέγεται. ἀναπτύσσει γὰρ πῶς ἢ ἀναλογία, ὅτι δὲ πάντα μι-
 γέθη ἀνάλογον ὄντα, καὶ ἀνάπαλιον ἀνάλογον ἔσονται, δελεωθήσεται ἐν τῇ πε-
 εἰσμάτι πῶς δ': τῷ παρόντι.

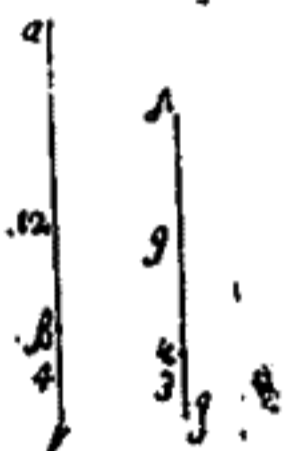
ΙΕ': Σωθήσεις λόγος ἐστὶ λήψικ τῷ ἠγόμενῳ μετὰ τῷ ἐπομένῳ, ὡς ὅμοις,
 πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

Τρίτον πρὶ τῷ λόγῳ εἶδος, ὃ εἰς ἀνάπτυξιν ἔσωσαν ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ πῶς.
 σαρα μεγέθη πᾶ αβ, βγ, καὶ δε, εζ. καὶ ἐπεὶ, κατὰ Eucl. Lib. 5. Fig. 10.
 τὴν ὑπόθεσιν, ἔστιν ὡς τὸ αβ, πρὸς τὸ βγ, ἔτω
 τὸ δε, πρὸς τὸ εζ. εἰδὲ συνεισάγοντες τὸ αβ, τῆ
 βγ, καὶ τὸ δε, τῆ εζ, εἴπωμεν, ὡς τὸ ὅλον α γ, ἢ
 γόμενον δηλαδὴ καὶ ἐπόμενον ὡς εδ, ἀρὸς τὸ βγ, ἐ-
 πόμενον, ἔτω καὶ ὅλον τὸ δεζ, ἠγόμενον καὶ ἐπόμενον
 ὡς εδ, ἀρὸς τὸ εζ, ἐπόμενον, ὁ λόγος ἔπος Σωθήσεις
 λέγεται, συμπίθεται γὰρ ἀπάλτοις πᾶ μεγέθη. ὅτι δὲ
 πάντα μεγέθη ἀνάλογον ὄντα, καὶ σωθήσεις ἀνάλογον ἔσονται, δελεωθήσεται
 προσησει ιε': τῷ παρόντι.



Ιζ': Διαίρεσις λόγου ἐστὶ λήψις τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑπερέχει τὸ ἠγόμενον πρὸς τὸ ἐπόμενον πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

Ἐπὶ τῷ αὐτῷ ὑποδείγματι, καὶ τὸ πῆμαρον κατὰ τὴν λόγῳ εἶδος ἀναπτύσσεται. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ α γ, ἠγόμενον πρὸς τὸ β γ, ἐπόμενον, ἔτω τὸ δ ζ, ἠγόμενον πρὸς τὸ ε ζ, ἐπόμενον, ἔστι πάντως τὸ μὲν α γ, ἢ ἠγόμενον ὑπεροχῆ, ἢ ὑπερέχει τῷ β γ, ἐπόμενον, τὸ α β, μίγξις. τὸ δὲ δ ζ, ἠγόμενον, ἔστι ὁμοίως ὑπεροχῆ, ἢ ὑπερέχει τῷ ε ζ, ἐπόμενον, τὸ δ ε, μίγξις. εἰδὼ οὖν διαδοικῶντες εἰπωμεν, καὶ ὡς τὸ α β, ὑπεροχῆ, πρὸς τὸ β γ, ἐπόμενον, ἔτω τὸ δ ε, ὑπεροχῆ πρὸς τὸ ε ζ, ἐπόμενον, ὁ λόγος ἔτος Διαίρεσις λέγεται. διαίρεται γὰρ τὰ μίγξις. ὅτι δὲ πᾶσα μίγξις ἐν συνθέσει ἀνάλογον ὄντα, καὶ διαίρεσις ἀνάλογον ἴσονται, ἀρίσμενον ἀρῶντες ι ζ'.



Ιζ': Ἀντιστροφή λόγου ἐστὶ λήψις τῆς ἠγόμενον πρὸς τὴν ὑπεροχῆν, ἢ ὑπερέχει τὸ ἠγόμενον πρὸς τὸ ἐπόμενον.

Ἐπὶ τῷ αὐτῷ ὑποδείγματι, ἐπειδὴ ἐστιν, ὡς τὸ α γ, ἠγόμενον πρὸς τὸ β γ, ἐπόμενον, ἔτω τὸ δ ζ, ἠγόμενον πρὸς τὸ ε ζ, ἐπόμενον. εἰδὼ εἰπωμεν, καὶ ὡς τὸ α γ, ἠγόμενον πρὸς τὸ α β, ὑπεροχῆ, ἔτω τὸ δ ζ, ἠγόμενον πρὸς τὸ δ ε, ὑπεροχῆ, ἢ λήψις αὕτη, Ἀντιστροφή λόγου λέγεται. ἀντιστρέφει γάρ πως τὸ ἠγόμενον πρὸς ἑαυτό. ὅτι δὲ συγκείμενα μίγξις ἀνάλογον ὄντα, καὶ ἀντιστροφή ἀνάλογον ἴσονται, ὁψόμεθα ἐν τῇ ποσίσματι πρὸς ι θ': τὸ παρόντος.

ΙΗ': Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος συν δύο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ἢ, ὡς ἐν ταῖς πρώταις μεγεθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, ἔτος ἐν ταῖς δευτέροις μεγεθεσι τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον. καὶ ἄλλως. λήψις τῶν ἄκρων κατὰ ὑπαξαίρεσιν τῶν μέσων.

Eucl. Lib. 5. Fig. 22.

Ἴσα δὲ καὶ τὸ ἔσχατον κατὰ εἶδος, τὸ Δι' ἴσου, φημὶ, δια παραδειγμάτων, ὡς καὶ τὰ πρὸ αὐτῶ ἀναπτυχθῆ, ἴσων πλείων, ἢ δύο μίγξις πρὸς α β γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος πρὸς δ ε ζ, συν δύο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, κατέστιν ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ δ, πρὸς τὸ ε, καὶ ὡς τὸ β, πρὸς τὸ γ, τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. τύπων οὖν ἔτω ἔτω κειμένων, εἰδὼ εἰπωμεν, καὶ ὡς τὸ α, πρῶτον πρὸς τὸ γ, ἔσχατον, ἔτω τὸ δ, πρῶτον πρὸς τὸ ζ, ἔσχατον, ὑπαξαίρεσιν τὰ μέσα, ἢ λήψις αὕτη, Δι' ἴσου λόγος λέγεται. κατ' αὐτὸ ἔτος, καὶ



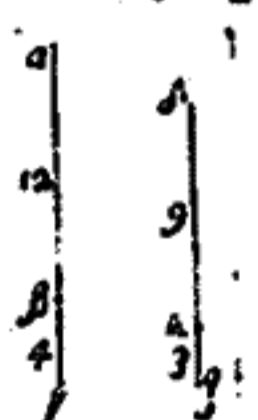
κἄν πλείονα ὄσι τὰ μεγέθη . ὅτι δὲ πλείονα μεγέθη , καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σωὸ δύο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῇ αὐτῇ λόγῳ , καὶ δὲ ἴσου ἀνάλογον ἴσονται , δεχθήσεται ὁποῖασι α β' : τὸ παρόντες .

Τίμα τὰ ἴδια ἐκάστῃ εἶδὸς τῶ ἐν μεγέθεσι λόγῳ .

Ὡσπερ ἐπελὰς γινώσκεις ἐν τῶν ὀρισμὸν ἐκάστῃ οἰδεῖαι , ἔπειτα καὶ ἐκάστῃ ἴδια καὶ πάθη ἐρῶντῃ ἀκριβῆς διδασκαλία καθίσταται . Μαθητότης ἔν καὶ ἡμεῖς τῶν ὀρισμὸν ἐκάστῃ εἶδὸς τῶ ἐν τῶν μεγέθεσι λόγῳ , εἴρη δὲ καὶ τὰ πάθη τῶν καὶ ἴδια διὰ φρασίων ἐκδηλώσωμεν . Τὸ μὲν ἔν α' : Εἶδὸς , δηλ. τὸ Ἐναλλαξ λόγῳ , ἴδου , τὸ τὰ πῶσαρτα μεγέθη , τὰ τῶν αὐτῶν ἔχοντα λόγον τῶ αὐτῶ γένους εἶται . εἴθαρ ἴπρη ὄσι γένους , ὄδς εἰπεῖν , τὰ δύο μὲν γραμμαὶ , τὰ δὲ λοιπὰ δύο , ἐπιφάνειαι , κἄν β' , ὡς γραμμὴ ἀρὸς γραμμῶν , ἔπειτα ἐπιφάνειαι ἀρὸς ἐπιφάνειων , ἐναλλαξ μὲντοι ἔκ ἴσαι , ὡς γραμμὴ ἀρὸς ἐπιφάνειων , ἔπειτα γραμμὴ ἀρὸς ἐπιφάνειων . γραμμὴ γὰρ καὶ ἐπιφάνεια ἐπρωγεῖται εἶσι , τῶ δὲ ἐπρωγεῖται λέγος ἔκ ἴσαι , καὶ τῶ γ' : Ὅρον .

Τὸ δὲ δάπτειν , καὶ τῶ Ἀνάπαλιον λόγῳ , τὸ τὰ πῶσαρτα μεγέθη καὶ ὁμογεῖται εἶται , καὶ ἐπρωγεῖται , κἄν γὰρ τὰ μὲν δύο α β , ἀρῶτα , γραμμαὶ ὄσι , τὰ δὲ δύο γ δ , δάπτειν ἐπιφάνειαι , ἢ ὄ , τι ἔν ἄλλο μέγεθος . ἐπεὶ εἶσι ὡς ἢ α , γραμμὴ ἀρὸς γραμμῶν τῶ β . ἔπειτα ἢ γ , ἐπιφάνεια ἀρὸς ἐπιφάνειων τῶ δ , ἢ ὄ , τι ἔν ἄλλο μέγεθος ἀρὸς ὄ , τι ἔν ἄλλο , ὅγιως πάντως συναχθήσεται καὶ Ἀνάπαλιον , ὡς ἢ β , γραμμὴ , ἢ ἔπομεν ἀρὸς πρὸν λόγον ἔχουσα , ἀρὸς γραμμῶν τῶ α , ἀτὲ ἔπομεν ἀρὸς πρὸν λαμβανομένη , ἔπειτα ἢ δ , ἐπιφάνεια , ἢ ὡς ἔπομεν ἀρὸς πρὸν λαμβανομένη , ἀρὸς τῶ γ , ἐπιφάνειων , τῶ ὡς ἔπομεν ἀρὸς πρὸν λαμβανομένη .

Τὸ ἔπειτα δὲ , τὸ καὶ Συμῶσιον δῆλον λόγῳ ἴδιον , τὸ καὶ τὰ πῶσαρτα μεγέθη ὁμογεῖται εἶται καὶ ἐπρωγεῖται , ὅπερ καὶ τὸ δάπτειν , καὶ τὸ τῶν σύγκρισιν καὶ ἄλλως πως δεχθῆναι . ὅτι μὲν γὰρ καὶ ἐν τῶν ἐπρωγεῖται ὁ EucI. Lib. 5. Fig. 13. κατὰ Συμῶσιον εἰσάγεται λόγος , δῆλον . Ἐπεὶ γὰρ ἢ σωῶσιον ἐν τῶν πρώτοις δύο μεγέθεσι , καὶ ἐν τῶν δάπτειν χωρὶς γίνονται , ἢ δ' ἔχει τινὰ σύγκρισιν , διὰ τῶν σωῶσιον , τὰ πρῶτα μεγέθη ἀρὸς τὰ δάπτειν , ἀλλ' ὡσπερ πρὸ τῶν σωῶσιον πρὸς ἄλλα χωρὶς περιβάλλοντο , τῶ πρῶτα καὶ δάπτειν μεγέθη , ἔπειτα καὶ μῶ τῶν σωῶσιον ἔδῃν κωλύσει , τὰ μὲν ἀρῶτα ἔνδς εἶται γένους , εἴθ εἰπεῖν , γραμμαὶ , τὰ δὲ δάπτειν ἴπρη , ὄδς εἰπεῖν ἐπιφάνειας . ὅτι δὲ καὶ ἄλλως πως τῶν σύγκρισιν δεχεται , ἢ χαλιπὸν συναγαγεῖν . ἢ γὰρ δυναμένη λαβεῖν τὸ ἔπομεν μῶ τῶ ἔπομεν πρὸς αὐτὸ τὸ ἔπομεν . οἴον ἐπεὶ εἶσι ὡς τὸ α β , ἔπομεν πρὸς τὸ β γ , ἔπομεν , ἔπειτα τὸ δ ε , ἔπομεν πρὸς τὸ ε ζ , ἔπομεν , ἔπειτα κωλύει εἰπεῖν , καὶ



καὶ ὡς τὸ α γ, ἠγύμενον καὶ ἐπόμενον, ὡς εἶν, πρὸς τὸ α β, ἠγύμενον, ἔτω τὸ δ ζ, ἠγύμενον καὶ ἐπόμενον πρὸς τὸ δ ε, ἠγύμενον. ἢ διωάμιθα λαβεῖν τὸ ἐπόμενον πρὸς τὸ ἠγύμενον μὴ τῷ ἐπομένῳ, οἶον ὡς τὸ β γ, ἐπόμενον τῶν πρώτων ὄρων πρὸς τὸ α γ, ἠγύμενον ἅμα καὶ ἐπόμενον τῶν αὐτῶν, ἔτω τὸ ε ζ, ἐπόμενον τῶν δότιρων ὄρων πρὸς τὸ δ ζ, ἠγύμενον ὁμῶ καὶ ἐπόμενον τῶν αὐτῶν. ἢ πλάταϊον ἔξις λαβεῖν τὸ ἠγύμενον πρὸς τὸ ἠγύμενον μὴ τῷ ἐπομένῳ. οἶον ὡς τὸ α β, ἠγύμενον τῶν πρώτων ὄρων πρὸς τὸ α γ, ἠγύμενον ὁμῶ καὶ ἐπόμενον τῶν αὐτῶν, ἔτω τὸ δ ε, ἠγύμενον τῶν δότιρων ὄρων πρὸς τὸ δ ζ, εἰς ἠγύμενον καὶ ἐπόμενον τῶν αὐτῶν συγκείμενον.

Τῷ δὲ πέμπτῳ, δηλον: τῷ καὶ Διαίρισιν λόγῳ, καὶ τῷ αὐτῷ καὶ ἐτέρῳ γένεσι ἄμφω τὰς συζυγίας εἶναι, δι' ἧς ἀνωτέρῳ ἔφημιν λόγῳ. καὶ τὸ τὴν σύγκρισιν καὶ ἄλλως πως δίχιδαι, ὅπιρ καὶ τῷ πρὸ αὐτῷ. Ἐἴτω γὰρ ἐπὶ τῷ ἀνωτέρῳ παραδείγ: συγκείμενα μιγείθῃ ἀναλογῶν τὰ α β γ, δ ε ζ, κατέσιν ὡς τὸ α γ, πρὸς τὸ α β, τὸ δ ζ, πρὸς τὸ δ ε. καὶ ἐπειεῖς, διαίρισιν, ὡς τὸ β γ, ὑπεροχὴ πρὸς τὸ α β, ἐπόμενον, ἔτω τὸ ε ζ, ὑπεροχὴ πρὸς τὸ δ ε, ἐπόμενον. διωάμιθα εἰπεῖν καὶ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ α β, ἐπόμενον πρὸς τὸ β γ, ὑπεροχὴν, ἔτω τὸ δ ε, ἐπόμενον πρὸς τὸ ε ζ, ὑπεροχὴν. ὅπιρ δὲ ἔφημεν γίγνηθαι, ἠνίκα τὸ ἠγύμενον ὑπερίχει τῷ ἐπομένῳ, τὸ αὐτὸ γενέθαι διωατὸν, καὶ ὅτι τὸ ἐπόμενον ὑπερίχει τῷ ἠγύμενῳ. ὡσπιρ γὰρ ἐν ἐκείνοις, πρῶτον μετ' ἐλαμβάνετο ἢ τῷ ἠγύμενῳ ὑπεροχὴ πρὸς τὸ ἐπόμενον, καὶ δὲ τὴν δότιραν ἀναλογίαν, τὸ ἐπόμενον πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἔτω καὶ τῷ τῷ, πρῶτον μετ' ἔξις λαβεῖν τὴν ὑπεροχὴν τῷ ἐπομένῳ πρὸς τὸ ἠγύμενον, ἐν δὲ τῇ δότιρα ἀναλογίᾳ, τὸ ἠγύμενον πρὸς τὴν ὑπεροχὴν.

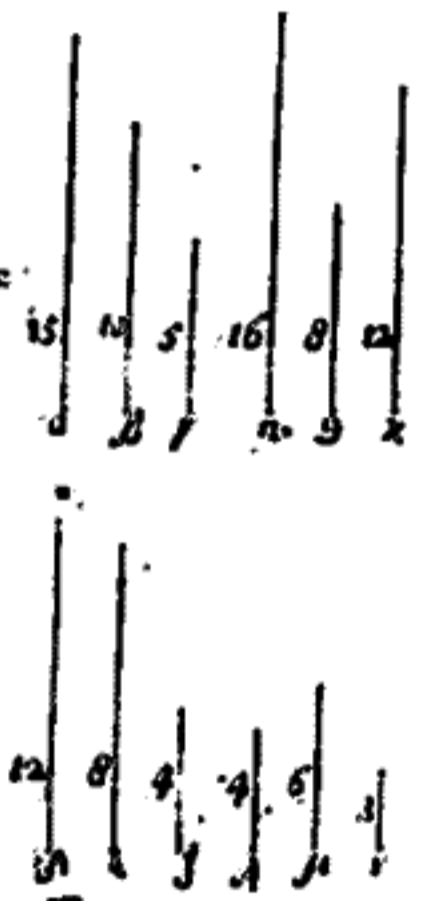
Τῷ δὲ πέμπτῳ, τῷ καὶ Ἀντιστροφῶν δηλον: λόγῳ, ὁμοίως τῷ αὐτῷ καὶ ἐτέρῳ γένεσι εἶναι ἄμφω τὰς συζυγίας τῶν μιγείθῶν. ἐπὰν δὲ τὸ ἐπόμενον ὑπερίχη τῷ ἠγύμενῳ, διωάμιθα λαβεῖν τὸ ἐπόμενον πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπερίχει τῷ ἠγύμενῳ, ὡσεὶ εἶναι τὴν τῷ τῷ ἀντιστροφῶν, λῆψιν τῷ ἐπομένῳ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπερίχει τῷ ἠγύμενῳ.

Τῷ ἕκτῳ δὲ καὶ πλάταϊν, δηλον: τῷ Δι' ἴσιν λόγῳ, τὰ πρότερα καὶ ὕστερα μιγείθῃ τῷ αὐτῷ καὶ ἐτέρῳ εἶναι γένεσι. ἐπεὶ δὲ ὁ δι' ἴσιν λόγος, λῆψίς ἐστι τῶν ἄκρων καθ' ὑπιζαίρισιν τῶν μίσεων, ὡσπιρ λαμβάνομεν τὸ ἠγύμενον πρὸς τὸ ἐπόμενον, ἔτω διωατὸν λαβεῖν καὶ τὸ ἐπόμενον πρὸς τὸ ἠγύμενον, καὶ τὸν Ἀνάπαλιν λόγον.

ΙΘ': Τετραγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅτ' αὖ ἢ, ὡς ἠγύμενον πρὸς ἐπόμε-
 μου, ἕτας ἠγύμενον πρὸς ἐπόμενον, ἢ δὲ καὶ ὡς ἐπόμενον πρὸς
 ἄλλοτι, ἕτας ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι.

Κ': Τετραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὁμῶν μεγεθῶν, ἢ
 ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος, γίνηται, ὡς μὲν ἐν ταῖς πρώταις
 μεγέθεσι ἠγύμενον πρὸς ἐπόμενον, ἕτας ἐν ταῖς δευτέροις μεγέ-
 θεσι ἠγύμενον πρὸς ἐπόμενον, ὡς δὲ ἐν ταῖς πρώταις μεγέθεσι
 ἐπόμενον πρὸς ἄλλο τι, ἕτας ἐν ταῖς δευτέροις μεγέθεσι ἠγύ-
 μενον πρὸς ἄλλο τι.

Ὡς περ ἐν ταῖς ἀνωτέρω προτάξει τὸν λόγον τῆς Ἀναλογίας, ὡς μέρος ὅλου,
 ἔγω κἀπαυῖθα προπίπτει πρὸς τὸ λόγῳ εἶδη πῶς τῆς Ἀναλογίας εἶδῶν. Δύο δὲ πρὸς
 τῆς Ἀναλογίας εἶδη, ἢ Τετραγμένη δὲλ: Ἀναλογία καὶ ἢ Τετραγμένη. ἔστι δὲ Τε-
 τραγμένη μὲν, ὅταν ἢ τάξις, ἢ πρὸς ἀ: μιγίθη πρὸς ἄλλαλα ἔχει, τῶν αὐτῶν
 ταύτην καὶ τὰ β': φυλάττωσι. Τετραγμένη δὲ, ὅταν τῶν Eucl. Lib. 5. Fig. 14.
 ἐν ταῖς πρώταις μιγίθεσι τάξις, πρὸς β': μιγαθάνται. Ἐῴσω-
 σαν γὰρ πᾶσι αβγ, δεζ, καὶ ηθκ, λμν, εἰ μὲν οὖν
 ἐστὶν ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ δ, πρὸς τὸ ε, καὶ ὡς τὸ β,
 πρὸς τὸ γ, τὸ ε, πρὸς τὸ ζ, ἢ Ἀναλογία αὐτῶν Τετραγμί-
 νη ἐστὶν. εἰδὲ ἐστὶν ὡς τὸ η, πρὸς τὸ θ, τὸ μ, πρὸς τὸ
 ς, καὶ ὡς τὸ θ, πρὸς τὸ κ, τὸ λ, πρὸς τὸ μ, ἢ Ἀνα-
 γία αὐτῶν Τετραγμένη ἐστὶν. ἴδιον δὲ ἀμφοῖν πᾶσι πρό-
 πρα, καὶ ἕτερα μιγίθη, καὶ ὁμογενῆ εἶναι, καὶ ἐπιογενῆ. εἰ
 γὰρ πρὸς πᾶσι γραμμαὶ, εἴη ἰπέων, ὄσι, πρὸς δὲ δέ-
 πρα ἐπιράναι, ἕδω κωλύσει τὸν ἀναλογίας γινίθαι.
 ἐτι δὲ καὶ τὸν δι' ἴσων λόγον ἰκατέρα δίχεται. ὅτι δὲ τῶν
 ἕτας ἔχει, διηχθέσεται προπίσει α β': α γ': καὶ ἄλλαις.
 καὶ πρὸς μὲν τῆς πῶν ὄρων διασχεσίως ἄλλαις καὶ παύ-
 πα. ἐπόμενον δ' ἐστὶν ἀψαθαι καὶ τῆς πῶν προπίσιων
 διαρείας.



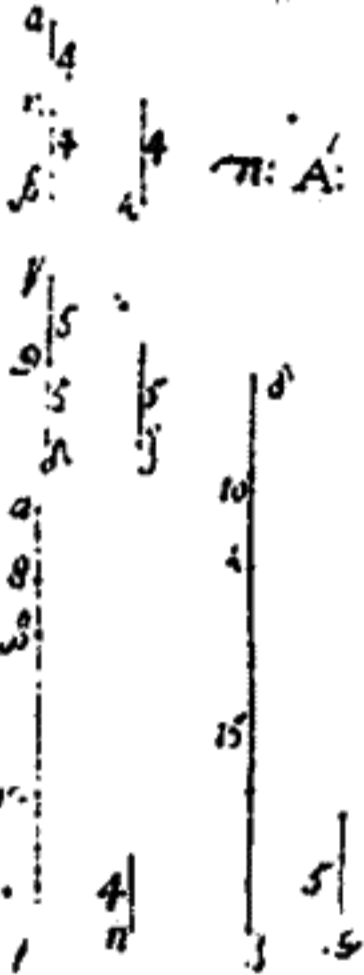
Πρότασις Α': Θεώρημα.

Ε'α' ἢ ὅποσαῦν μεγέθη ὅποσωνῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος ἕκαστον
 ἕκαστος ἰσάκις πολλαπλασίον, ὅσαπλασίον ἐστὶν ὅμ τῆν μεγεθῶν
 ἑμὸς, τσαυταπλασία ἔσαι πρὸς πᾶσι τῆν ταύτων.

Ἐῴσωσαν ἢδε ὅποσαῦν μιγίθη πρὸς αβ, γδ, ὅποσωνῦν μιγίθων ἴσων τὸ
 πλῆθος, τῆν ε, ζ, ἕκαστον ἕκαστος ἰσάκις πολλαπλασίον, πρὸς τὸ αβ, πρὸς
 τὸ ε, τὸ γδ, πρὸς τὸ ζ. Λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ αβ, πρὸς τὸ ε, ἔγω πρὸς αβ, γδ,
 πρὸς τὸ ζ.

αὐτὸς πᾶσι ε, ζ. ἐπεὶ γὰρ ὁσαπλασίονές ἐστι τὸ αβ, τῷ ε, ποσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ γδ, τῷ ζ. διηρημένῳ τῷ μὲν αβ, εἰς τὰ ἴσα τῶν ε, καὶ τὸ π. τῷ δὲ γδ, εἰς τὰ ἴσα τῶν ζ, καὶ τὸ θ, πάντως γὰρ τὸ πλῆθος τῶν αη, ηβ, ἴσόν ἐστι τῶν πλήθει τῶν γθ, θδ. ἀλλὰ τὸ μὲν αη, ἴσον γίνεται τὸ ε, τὸ δὲ γθ, τῶν ζ, ἄρα ἴσά ἐστιν καὶ σωμαμερότερα τὰ αη, γθ, σωμαμερότεροις τοῖς ε, ζ. διὰ τὰ αὐτὰ ἔτι καὶ τὰ ηβ, θδ, ἴσά ἐστι τοῖς αὐτοῖς ε, ζ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν τῶν αβ, ἴσα τῶν ε, ποσαυτά ἐστι καὶ ἐν τοῖς αβ, γδ, ἴσα τοῖς ε, ζ. καὶ ἐπομένως ὁσαπλασίονές ἐστι τὸ αβ, τῷ ε, ποσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ αβ, γδ, τῶν ε, ζ. ὡς τὸ αβ, ἄρα αὐτὸς τὸ ε, ἔπω καὶ τὰ αβ, γδ, αὐτὸς τῷ ε, ζ, ὅπερ ἠὲ τὸ ὑποχρεῖται. ἴσά ἄρα ἢ ὁποσαῦν μίγνῃ καὶ τὰ ἐξῆς.

Eucl. Lib. 5. Fig. 15.



Πρότασις Β': Θεώρημα.

Εἰ πρῶτον δούτερον ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτην, ἢ δὲ καὶ πέμπτον δούτερον ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτην, καὶ σωμαμερότερον πρῶτον καὶ πέμπτον δούτερον ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτην.

Πρῶτον ἦδη τὸ αβ, δούτερον τῷ η, καὶ τρίτον τὸ δε, τετάρτην τῷ θ, ἰσάκις ἔσωσαν πολλαπλάσια, ἔτι δὲ καὶ πέμπτον τὸ βγ, δούτερον τῷ η, καὶ ἕκτον τὸ εζ, τετάρτην τῷ θ. Λέγω, ὅτι καὶ σωμαμερότερον αὐτῶν καὶ πέμπτον διηρημένον: τὸ α γ, ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον τῷ η, δούτερον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον, ἔπω τὸ δε, τῷ θ, τετάρτην. Ἐπεὶ γὰρ τὸ αβ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῷ η, καὶ τὸ δε, τῷ θ, πάντως γὰρ ὅσα ἐστὶν ἐν τῶν αβ, ἴσα τῶν η, ποσαυτά ἐστι καὶ ἐν τῶν δε, ἴσα τῶν θ. ὁσαύτως καὶ ὅσα ἐστὶν ἐν τῶν βγ, ἴσα τῶν η, ποσαυτά ἐστι καὶ ἐν τῶν εζ, ἴσα τῶν θ. ὅσα ἄρα ἐστὶν ἐν ὅλῳ τῶν α γ, ἴσα τῶν η, ποσαυτά ἐστι καὶ ἐν ὅλῳ τῶν δε, ἴσα τῶν θ. ὁσαπλασίονές ἐστι καὶ τὸ δε, τῷ θ. ἴσά ἄρα αὐτῶν δούτερον ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτην, καὶ τὰ ἐξῆς.

Πρότασις Γ': Θεώρημα.

Εἰ πρῶτον δούτερον ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτην, καὶ ἕκτον δὲ ἰσάκις πολλαπλάσιον τῷ πρῶτῳ καὶ τρίτῳ, καὶ δὲ ἴσῳ τῶν ληθόμενον ἑκάτερου ἑκατέρῃ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν τῷ δούτερον, τὸ δὲ τῷ τετάρτῳ.

Πρῶτον ἦδη τὸ α, δούτερον τῷ β, καὶ τρίτον τὸ γ, τετάρτην τῷ δ, ἰσάκις ἔσται πολ.

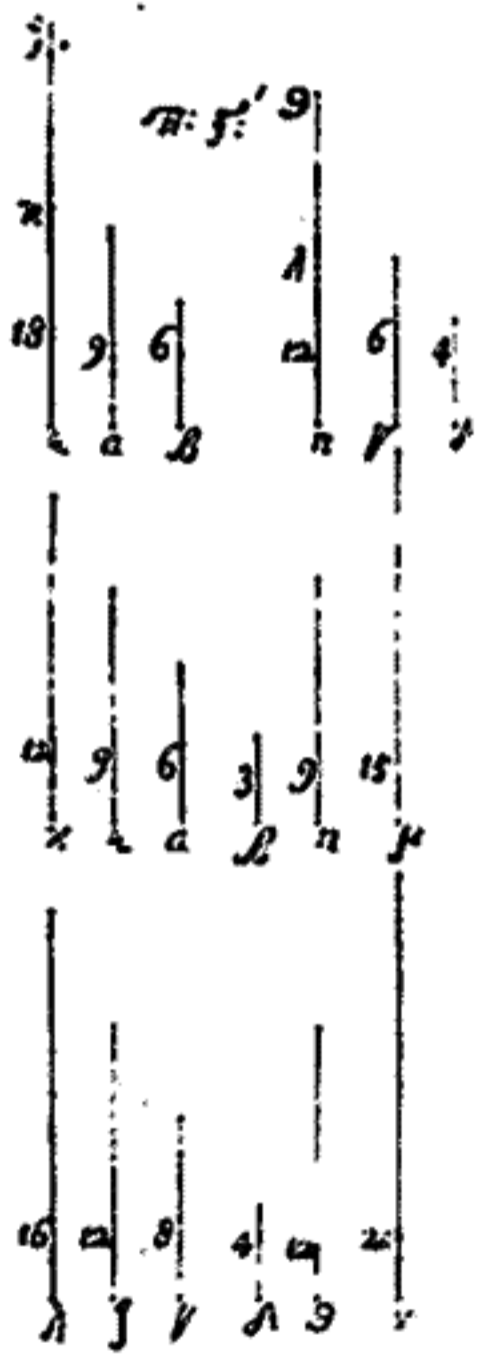
πολλαπλάσιον. ληφθέντων δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τῷ μὲν α, τὸ εζ, τῷ δὲ γ, τὸ ηθ. Λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσων, τὸ μὲν εζ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῷ β, τὸ δὲ ηθ, τῷ δ. Ἐπεὶ γὰρ τῷ μὲν α, ἰσάκις εἴληπται πολλαπλάσιον τὸ εζ, τοῦ δὲ γ, τὸ ηθ, πάντως γε διαιρητότος τῷ μὲν εζ, εἰς τὰ ἴσα τῷ α, τὰ εκ, εκζ. τῷ δὲ ηθ, εἰς τὰ ἴσα τῷ γ, τὰ ηλ, λθ, ἰσός ἐστιν ὁ ἀριθμὸς τῷ εκ, εκζ, τῷ ἀριθμῷ τῷ ηλ, λθ. ἀλλὰ τὸ μὲν εκ, ἰσόν ἐστι τῷ α, ἐκ τῆς κατασκευῆς, τὸ δὲ ηλ, τῷ γ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ μὲν α, τῷ β, τὸ δὲ γ, τῷ δ, ἰσάκις πολλαπλάσιον, ἄρα καὶ τὸ εκ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῷ β, καὶ τὸ ηλ, τῷ δ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τὸ εκζ, τῷ β, καὶ τὸ λθ, τῷ δ. Ἐστὶ δὲ ἀνάγωγον τὸ εκ, δύνειται τῷ β, ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕξαι τὸ ηλ, τιτάρων τῷ δ. πέμπτον δὲ τὸ εκζ, καὶ ἕκτον τὸ λθ, ἰσάκις πολλαπλάσια τῷ αὐτῷ β, καὶ δ. καὶ συντιθεσά ἄρα ἀνάγωγον καὶ πέμπτον τὸ εκζ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον δύνειται τῷ β, καὶ ἕξαι τῷ δ. καὶ ἕκτον τὸ ηθ, τιτάρων τῷ δ, καὶ τῷ αὐτῷ β. Ἐὰν ἄρα ἀνάγωγον δύνειται καὶ τὰ ἕξαι.

Eucl. Lib. 9. Fig. 12.

Πρώτησις Δ': Θεώρημα.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τῶν αὐτῶν ἔχη λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τῷ πρῶτῳ καὶ τρίτῳ, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τῷ δευτέρῳ ἢ τετάρτῳ καθ' ὅποιον πολλαπλασιασμῶν τῶν αὐτῶν ἔξει λόγον, ληφθέντων κατάλληλα.

Πρῶτον ἔστω τὸ α, ἀπὸς δευτέρου τὸ β, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον, καὶ τρίτον τὸ γ, ἀπὸς τέταρτον τὸ δ. Ἐστὶσαν δὲ πῶν μὲν α, γ, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ εκζ, πῶν δὲ β, δ, τὰ ηθ. Λέγω, ὅτι καὶ ὡς τὸ εκ, ἀπὸς τὸ η, ὅπως ἐστὶ τὸ εκ, πρὸς τὸ θ. εἰληφθέντων γὰρ πῶν μὲν εκζ, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ηλ, πῶν δὲ ηθ, τὰ μν, καὶ ἐπεὶ τὰ εκζ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια πῶν α, γ, εἴληπται δὲ πῶν εκζ, ἀνάγωγον δὲ εἰπῶν καὶ ἕξαι, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ηλ, πάντως γε καὶ τὸ εκ, τῷ α, δύνειται ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον, καὶ τὸ ηλ, τῷ γ, τιτάρων, καὶ τῷ αὐτῷ β. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ μν, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῷ β. καὶ τὸ ν, τῷ δ. ἀλλ' ὡς τὸ εκ, ἀνάγωγον, καὶ τῷ α: ὑπόθισιν, ἀπὸς τὸ β, δύνειται, ἐστὶ καὶ τὸ γ, ἕξαι ἀπὸς τὸ δ, πέμπτον, καὶ πῶν μὲν α, γ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ εκζ, πῶν δὲ β, δ, τὰ μν, εἰ ἄρα τὸ εκ, ὑπερίχη τῷ μ, ὑπερίχηται.



ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ. 121

πάλιν καὶ τὸ λ, πῶς, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἕλασσον, ἕλασσον, καὶ τὸ πόρισμα πῶς εἶ: ὄρου. εἴληπται δὲ πᾶ μὲν κ λ, ἰσάκις πολλαπλάσια πῶν ε ζ, καὶ δὲ μ ν, πῶν η θ. ἄρα, καὶ τὸν αὐτὸν ὄρου, ὡς τὸ ε, αὐτὸν ἀρὸς τὸ η, δίδυρον, ἔτω καὶ τὸ ζ, τρίτον ἀρὸς τὸ θ, τρίτον. ὅπερ ἠὲ τὸ ὑποχρισθέν.

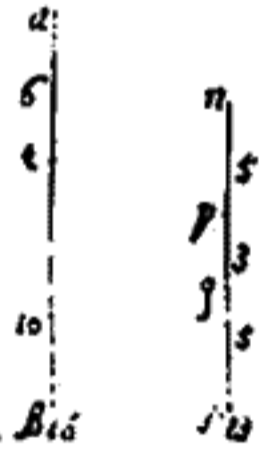
Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α .

Ὅτι δὲ καὶ ἀνάπαλιν ὡς τὸ η, ἀρὸς τὸ ε, τὸ θ, ἀρὸς τὸ ζ, φαίνεται. ὡσπερ γάρ, εἰ τὸ κ, ὑπερέχει πῶ μ, ὑπερέχει καὶ τὸ λ, πῶς, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἕλασσον, ἕλασσον, ἀληθῆς. ἔτι καὶ ἴσαι ἀληθῆς αἰεὶ καὶ ἀνάπαλιν. εἰ δὲ λευγόντι τὸ μ, ὑπερέχει πῶ κ, ὑπερέχει καὶ τὸ ν, πῶ λ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἕλασσον, ἕλασσον.

Πρότασις Ε': Θεώρημα.

Ἐὰν μέγεθος μέγεθος ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθῆναι ἀφαιρεθῆναι, καὶ τὸ λοιπὸν πῶς λοιπὸν ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, ὅπερ τὸ ὅλον πῶς ὅλον.

Μέγεθος ἦδη τὸ α β, μέγεθος πῶ γ δ, ἰσάκις ἔσω πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθῆναι τὸ α ε, ἀφαιρεθῆναι πῶ γ ζ. Λέγω, ὅτι καὶ τὸ λοιπὸν ε β, πῶς λοιπὸν ζ δ, ἰσάκις ἔσι πολλαπλάσιον, ὅπερ ὅλον τὸ α β, ὅλον πῶ γ δ. ὅσαπλάσιον γάρ εστι τὸ α ε, πῶ γ ζ, ποσαυταπλάσιον ἔσω καὶ τὸ ε β, πῶ γ η. *Euc. Lib. 5. Fig. 17.* καὶ ἐπὶ ἀνάπαλιν ἄρα πῶ παρόντος, ὅσαπλάσιόν εστι τὸ α ε, πῶ γ ζ, ποσαυταπλάσιόν εστι καὶ τὸ α β, πῶ η ζ. ἀλλὰ καὶ ὅσαπλάσιόν εστι τὸ α ε, πῶ γ ζ, ποσαυταπλάσιον ὑπέκειτο καὶ τὸ α β, πῶ γ δ. ἄρα τὸ α β, ἰσάκις πολλαπλάσιόν εστιν ἑκάστῳ πῶν η ζ, γ δ. ὡς πῶ η ζ, γ δ, ἰσάκις. κοινὸν δὲ πῶ γ ζ, ἀφαιρεθῆναι, ἐγκαταλείπεται τὸ γ η, ἴσον τῷ ζ δ. ἀλλὰ πῶ γ η, ἰσάκις πολλαπλάσιον γέγονε τὸ ε β, ὅπερ τὸ α ε, πῶ γ ζ. ἄρα τὸ αὐτὸ ε β, ἰσάκις πολλαπλάσιόν εστι καὶ τὸ ζ δ, ὅπερ τὸ α ε, πῶ γ ζ. ὑπέκειτο δὲ τὸ α ε, πῶ γ ζ, ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὅπερ τὸ α β, ὅλον, πῶ γ δ, ὅλον. ἄρα καὶ τὸ ε β, πῶ ζ δ, ἰσάκις πολλαπλάσιόν εστιν, ὅπερ τὸ ὅλον α β, πῶ ὅλον γ δ. ὅπερ ἠὲ τὸ ὑποχρισθέν.



Πρότασις ς': Θεώρημα.

Ἐὰν δύο μέγεθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ἢ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθῆναι τιμὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ἢ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς, ἦτοι ἰσάκις, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Δύο ἦδη μέγεθη πῶ α β, γ δ, ἰσάκις ἔσω πολλαπλάσια πῶν ε, ζ. καὶ ἀφαιρεθῆναι πῶ α η, γ θ, ἰσάκις ἔσω καὶ αὐτὰ πολλαπλάσια πῶν ε, ζ. Λέγω, ὅτι

E. γ. Δ. της Κ. τ. Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ἔτι πὲρ ἀπολεγεσθε τὸ β, γ δ, ἢ ἰσάεσι πῖς ε, ζ, ἢ ἰσάεις αὐτῶν πολλαπλάσια. Ἐγὼ δὲ τὸ β, ἴσον τῷ ε· δείκνυμι, ὅτι καὶ τὸ γ δ, ἴσόν εστι τῷ ζ. γινώσκω γάρ τῷ ζ, ἴσον τὸ γ κ. καὶ ἐπεὶ ὁσαπλάσιόν εστι τὸ α β, τῷ ε, πσαυταπλάσιόν εστι καὶ τὸ γ δ, τῷ ζ. ἴσον δὲ τὸ β, τῷ ε, καὶ τὸ γ κ, τῷ ζ, ὁσαπλάσιον ἄρα εστι τὸ α β, ὅλοι τῷ ε, πσαυταπλάσιόν εστι καὶ τὸ κ δ, ὅλον τῷ ζ. ὁσαπλάσιον δὲ εστι τὸ α β, τῷ ε, πσαυταπλάσιον ὑπέκειτο καὶ τὸ γ δ, τῷ ζ. ἐκάπερον ἄρα πῶν α β, γ δ, ἰσάεις εστι πολλαπλάσιον πῶν ζ. καὶ ἰσομεύως τὸ κ δ, ἴσόν εστι τῷ γ δ. κοιτοῦ δὲ ἀφαιρουμένῳ πῶν γ δ, ἔγκαστα. *Eucl. Lib. 5. Fig. 18.* λείπεται τὸ κ γ, ἴσον τῷ δ δ. τὸ δὲ κ γ, ἴσον γίγνηται τῷ ζ, ἄρα καὶ τὸ δ δ, ἴσόν εστι τῷ αὐτῷ ζ. ἐπιπέδει δεῖξαι. Ὀμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ πολλαπλάσιον ἢ τὸ β, τῷ ε, πσαυταπλάσιον εστι καὶ τὸ γ δ, τῷ ζ. Ἐὰν ἄρα δύο μεγέθη, καὶ πᾶ ἐξῆς.

Πρότασις Ζ': Θεώρημα.

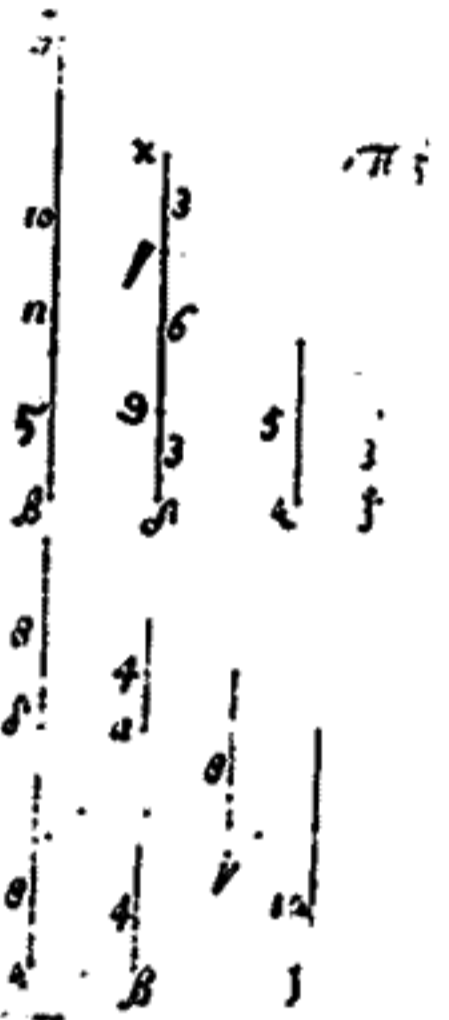
Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τῶν αὐτῶν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Ἐγώστω δὲ ἴσα μεγέθη τὰ α β. καὶ ἄλλο, ὃ ἔτυχε τὸ γ. Λέγω, ὅτι ἐκάπερον πῶν α β, πρὸς τὸ γ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ γ, πρὸς ἐκάπερον πῶν α β. Εἰλήφθωστω γάρ πῶν α β, ἰσάεις πολλαπλάσια πᾶ δ ε, τῷ δὲ γ, ἄλλο, ὃ ἔτυχε πολλαπλάσιον τῷ ζ. καὶ ἐπεὶ πᾶ α β, ἰσάεσι, πάντως καὶ πᾶ ἰσάεις αὐτῶν πολλαπλάσια πᾶ δ ε, ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν, εστι δὲ καὶ τὸ ζ, πολλαπλάσιον τῷ γ. εἰ ἄρα τὸ δ, ὑπερίχη τῷ ζ, ὑπερίχει καὶ τὸ ε, τῷ αὐτῷ ζ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλασσον, ἔλασσον. ὡς, καὶ τὸν ε: ὄρον, ὡς τὸ α, πρὸς τὸ γ, ἔχει καὶ τὸ β, πρὸς τὸ αὐτὸ γ. Τὸν αὐτὸν τρόπον δεῖχθήσεται, ὅτι καὶ τὸ γ, πρὸς ἐκάπερον πῶν α β, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. εἰ γάρ τὸ ζ, ὑπερίχη τῷ δ, ὑπερίχει πάντως καὶ τῷ ε, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλασσον, ἔλασσον. Τὰ ἴσα ἄρα πρὸς τὸ αὐτὸ, καὶ πᾶ ἐξῆς.

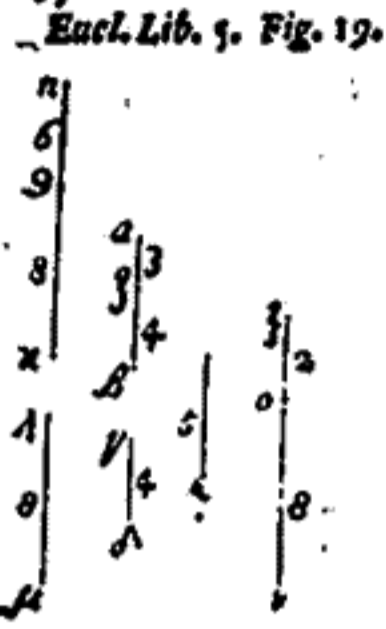
Πρότασις Η': Θεώρημα.

Τῶν ἀρίστων μεγεθῶν τὸ μείζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περ τὸ ἔλαττον, ἔ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περ πρὸς τὸ μείζον.

Ἐγώστω δὲ ἀρίστα μεγέθη πᾶ α β, γ δ, ἄλλο δὲ, ὃ ἔτυχε τὸ ε. Λέγω, ὅτι τὸ μείζον α β, πρὸς τὸ ε, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περ τὸ ἔλασσον γ δ, πρὸς τὸ αὐτὸ ε. Ἀφαιρέσω γάρ παρὰ τῷ α β, μείζονος τὸ ζ β, ἴσον πᾶ γ δ, ἔλάττωι. καὶ ἐπεὶ



ἢ ἐπεὶ τὰ $\alpha\beta$, ϵ , ὁμογενῆ εἰσι, πάντως γὰρ καὶ τὸν σίτατον ὄρον τῆ παρόντος, τὸ ἔλαττον τῶν $\alpha\zeta$, $\zeta\beta$, διώεται πολλαπλασιαζόμενον τῷ ϵ , ὑπερέχειν. Ἐῴω φρώ-
 τος τὸ $\alpha\zeta$, ἔλαττον τῷ $\zeta\beta$. καὶ πολλαπλασιασθέντος ἄλλοις οὐ τὸ γινόμενον, μείζον
 γένεται τῷ ϵ , καὶ ἔσω τὸ $\eta\theta$. ὁσαπλάσιον δὲ τὸ $\eta\theta$, τῷ $\alpha\zeta$, τσαυταπλάσιον
 γινώσκω καὶ τὸ $\theta\kappa$, τῷ $\zeta\beta$, καὶ τὸ $\lambda\mu$, τῷ $\gamma\delta$. πολλα-
 πλασιασθέντος δὲ καὶ τὸ ϵ , ἄλλοις ἢ γένεται τὸ $\nu\zeta$, φρώτως
 ὑπερέχον τῷ $\lambda\mu$, (λέγεται δὲ τὸ $\nu\zeta$, φρώτως ὑπερέχειν
 τῷ $\lambda\mu$, ὅταν μὴ ὑπερέχη τῷ αὐτῷ $\lambda\mu$, μείζονι τῷ ϵ , ὡς
 τὸ $\sigma\zeta$, μὴ εἶναι μείζον τῷ ϵ .) εἴτα ἀφαιρήσθω ἀπὸ τῷ $\nu\zeta$,
 τὸ $\nu\sigma$, ἴσον τῷ $\lambda\mu$. Ἐπεὶ τίνων ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλά-
 σιον τὸ $\eta\theta$, τῷ $\alpha\zeta$, καὶ τὸ $\theta\kappa$, τῷ $\zeta\beta$. ἄρα ἰσάκις ἐστὶ
 πολλαπλάσιον καὶ τὸ $\eta\theta$, τῷ $\alpha\zeta$, καὶ τὸ $\eta\kappa$, τῷ $\alpha\beta$, καὶ
 τὸ $\delta\epsilon$ τῷ παρόντος. ὁσαπλάσιον δὲ ἐστὶ τὸ $\eta\theta$, τῷ $\alpha\zeta$,
 τσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ $\lambda\mu$, τοῦ $\gamma\delta$, ἄρα ἰσάκις ἐστὶ
 πολλαπλάσιον καὶ τὸ $\eta\kappa$, τῷ $\alpha\beta$, καὶ τὸ $\lambda\mu$, τῷ $\gamma\delta$. Πα-
 λιν ἐπεὶ ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ $\theta\kappa$, τῷ $\zeta\beta$, τσαυταπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ $\lambda\mu$, τῷ $\gamma\delta$,
 τὸ δὲ $\zeta\beta$, ἴσον ἐστὶ τῷ $\gamma\delta$, πάντως γὰρ καὶ τὸ $\theta\kappa$, ἴσον ἐστὶ τῷ $\lambda\mu$. ἀλλὰ τὸ $\lambda\mu$,
 ἴσον ἐστὶ τῷ $\nu\sigma$, ἄρα καὶ τὸ $\theta\kappa$, ἴσον ἐστὶ τῷ $\nu\sigma$. γέγονε δὲ τὸ μὲν $\eta\theta$, μείζον τῷ
 ϵ , τὸ δὲ $\xi\sigma$, ἕκ ἐστὶ μείζον τῷ αὐτῷ ϵ . ἀφαιρήσθω ἄρα τοῖς $\theta\kappa$, $\sigma\nu$, ἴσοις
 μιγέσθωσι τῶν $\eta\theta$, $\xi\sigma$, τὸ $\eta\kappa$, ἐν ᾧ τὸ $\eta\theta$, μείζον ἀφαιρέσθω, μείζον ἐστὶ τοῦ
 $\nu\zeta$, ἐν ᾧ τὸ $\xi\sigma$, ἔλαττον ἀφαιρέσθω. τὸ δὲ $\lambda\mu$, ἢ μόνον ἔχ ὑπερέχει τῷ $\nu\zeta$.
 ἀλλὰ δὲ καὶ ἔλαττον αὐτῷ ἐστὶν. ἀλλὰ τὸ μὲν $\eta\kappa$, ἰσάκις πολλαπλάσιόν ἐστι τοῦ
 $\alpha\beta$, τὸ δὲ $\lambda\mu$, τῷ $\gamma\delta$, καὶ τὸ $\nu\zeta$, πολλαπλάσιον τῷ ϵ . τὸ $\alpha\beta$, ἄρα μείζονα λό-
 γον ἔχει ἀπὸς τὸ ϵ , ἢ πρὸς τὸ $\gamma\delta$, ἀπὸς τὸ αὐτὸ ϵ , καὶ τὸν ζ : ὄρον τῷ παρόντος.



Λέγω δὲ, ὅτι καὶ τὸ ϵ , ἀπὸς τὸ $\gamma\delta$, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς τὸ $\alpha\beta$.
 τῶν αὐτῶν γὰρ κατασκευασθέντων διηχθήσεται, κατὰ τὸ ἀνωτέρω, τὸ $\xi\nu$, πολλα-
 πλάσιον ὅν τῷ ϵ , ὑπερέχειν τῷ $\lambda\mu$, καὶ μὴ ὑπερέχειν τῷ $\eta\kappa$, ὡν τὸ μὲν $\lambda\mu$, ἰσά-
 κεις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῷ $\gamma\delta$. τὸ δὲ $\eta\kappa$, τῷ $\alpha\beta$.

Εἰδὲ τὸ $\zeta\beta$, ἔλαττον ἢ τῷ $\alpha\zeta$. Ἐπεὶ τῷ αὐτῷ γένεσι ἐστὶ τὰ $\zeta\beta$, ϵ , πολλα-
 πλασιασθέντος τὸ $\zeta\beta$, χωρὶς, ἄλλοις ἢ γένεται μείζον τῷ ϵ , καὶ ἔσω τῷ $\theta\kappa$. ὁσαπλάσιον δ' αὖ γένεται τὸ $\theta\kappa$, τῷ ϵ , τσαυταπλάσιον ἔσω καὶ
 τὸ $\eta\theta$, τῷ $\alpha\zeta$, καὶ τὸ $\lambda\mu$, τῷ $\gamma\delta$. καὶ εἰλήσθω τὸ $\nu\zeta$, πολλαπλάσιον τῷ ϵ , καὶ
 φρώτως ὑπερέχον τῷ $\lambda\mu$. καὶ κατὰ τὸ ἀνωτέρω, διηχθήσεται τὸ μὲν $\eta\kappa$, ὑπερέχειν
 τῷ $\xi\nu$. τὸ δὲ $\lambda\mu$, μὴ ὑπερέχειν τῷ αὐτῷ $\xi\nu$, καὶ ἰσομέσως τὸ $\alpha\beta$, μείζονα λόγον
 ἔχειν ἀπὸς τὸ ϵ , ἢ πρὸς τὸ $\gamma\delta$, ἀπὸς τὸ αὐτὸ ϵ . ὅπρις ἴσθαι τὸ ὑποχρεῖται.

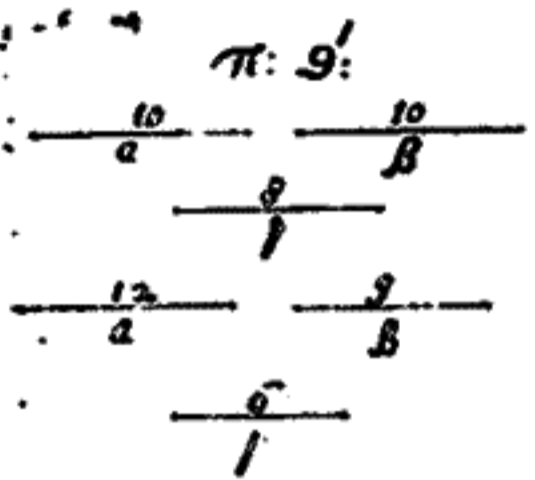
Πρότασις Θ': Θεώρημα.

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τῶν αὐτῶν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοισ ἐστίν, ἢ πρὸς τὸ αὐτὸ τῶν αὐτῶν ἔχει λόγον, καὶ ἐκάθε ἴσα ἀλλήλοισ ἐστίν.

Ἐχέτωσαν πᾶ α, β, τὸν αὐτὸν λόγον πρὸς τὸ γ, μέγεθος, ἢ τὸ γ, πρὸς ἐκάπερον τῶ α, β, ὁμοίως τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον. Λέγω, ὅτι κατὰ τὴν εὐθείαν ὑπόθεσιν, ἢ κατὰ τὴν ἀνωτέρω πᾶ α, β, ἴσα ἀλλήλοισ ἐστίν. εἰ γὰρ μὴ, ἴσαι τὸ εὖ μείζον. ἢ κατὰ τὴν ἀνωτέρω, ὅτι πᾶ α, β, πρὸς τὸ γ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἢ πρὸς τὸ γ, πρὸς ἐκάπερον τῶ α, β. ὅπρι ἀντίκειται Euccl. Lib. 5. Fig. 20.
ἢ ὑποθέσιν. ἴσα ἄρα. ὅπρι εἶδει δεῖξαι.

Πρότασις Ι': Θεώρημα.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγου ἔχόντων, τὸ τῶν μείζονα λόγου ἔχον, ἐκάθε μείζον ἐστίν, πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγου ἔχει, ἐκάθε ἐλαττώμ ἐστίν.



Τῶν α, β, εἶδη μεγεθῶν, τὸ μὲν α, ἔχοντα μείζονα λόγον πρὸς τὸ γ, τὸ δὲ β, ἐλαττώμα. Λέγω τὸ α, μείζον ἐστίν τῷ β. εἰ γὰρ μὴ, ἢ ἴσον ἴσαι τὸ α, τῷ β, ἢ ἐλαττώμα. ὅτι δὲ ὑπίπερον, δεῖλον. εἰ γὰρ ἴσον ἴσαι τὸ α, τῷ β, τὸν αὐτὸν αὖ ἔχει λόγον ἐκάπερον τῶ α, β, πρὸς τὸ γ, κατὰ τὴν ἀνωτέρω. εἰ δὲ ἐλαττώμα, ἐλαττώμα λόγον εἶχε τὸ α, πρὸς τὸ γ, ἢ πρὸς τὸ β, πρὸς τὸ αὐτὸ γ, ἔχει δὲ μείζονα, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἄρα τὸ α, μείζον ἐστίν τῷ β. Ἐχέτω δὲ καὶ τὸ γ, μείζονα λόγον πρὸς τὸ β, ἢ πρὸς τὸ α. Λέγω καὶ ὅτι τὸ β, ἐλαττώμα ἐστίν τῷ α. εἰ γὰρ μὴ, ἢ ἴσον ἴσαι τὸ β, τῷ α, ἢ ἐλαττώμα. ὅτι δὲ ὑπίπερον δεῖλον καὶ ἴσον. εἰ μὲν γὰρ ἴσον, τὸν αὐτὸν αὖ ἔχει λόγον τὸ γ, πρὸς ἐκάπερον τῶ α, β, κατὰ τὴν ἀνωτέρω, εἰ δὲ μείζον ἴσαι τὸ β, τῷ α, τὸ γ, πρὸς τὸ α, μείζονα λόγον εἶχε, ἢ πρὸς τὸ β, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν. ἔχει δὲ μείζονα μὲν λόγον πρὸς τὸ β, ἐλαττώμα δὲ πρὸς τὸ γ. τὸ β, ἄρα ἐλαττώμα ἐστίν τῷ α. ὅπρι ἴσαι τὸ ὑποκείμεν.

Πρότασις ΙΑ': Θεώρημα.

Οἱ τῶν αὐτῶν λόγοι οἱ αὐτοί, εἰ ἀλλήλοισ ἐστίν οἱ αὐτοί.

Ἐστω δὲ ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ γ, πρὸς τὸ δ, καὶ ὡς τὸ γ, πρὸς τὸ δ, τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. Λέγω, ὅτι ἐστίν ἢ ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. Εἰ λήθωσαν γὰρ τῶ μὲν α, γ, ε, ἡγεμείων ἴσαις πολλαπλάσια πᾶ η, θ, κ. τῶ δὲ β, δ, ζ, ἡγεμείων ἄλλα, ἢ ἔτυχον ἴσαις πολλαπλάσια πᾶ λ, μ, ν. καὶ ἔπειτα ἴσαι ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, ὅπρι τὸ γ, πρὸς τὸ δ, πάσις γα, κατὰ τὸν εἶδρον

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ. 125

ὄρον τῆ παρόντος, εἰ τὸ τῆ α, ἀνάτω ἰσάκεις πολλαπλάσιον, δηλον: τὸ η, ὑπε-
 ρίχη τῆ λ, ὀπίρξει τῷ β, δάπερ ἰ-
 σάκεις πολλαπλάσιον, ὑπερίξει καὶ τὸ
 τῆ γ: δηλ: τὸ θ, τῆ μ, ὀπίρξει τῷ
 δ: ἰσάκεις πολλαπλ: καὶ ἴσον, ἴσον.
 καὶ ἔλασσον, ἔλασσον. Δια τὰ αὐτὰ
 εἰς τὸ θ, ὑπερίχη τῷ μ, ὑπερίξει καὶ
 τὸ κ, τῆ ν, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλασσ-
 σον, ἔλασσον. Ἀλλ' εἰ τὸ θ, ὑπερίχη
 τῷ μ, ὑπερίξει, ὡς δίδηκται, καὶ τὸ
 η, τῷ λ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ τὰ ἑξῆς.
 ἄρα εἰς τὸ η, ὑπερίχη τῷ λ, ὑπερί-
 χη καὶ τὸ κ, τῆ ν, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλασσον, ἔλασσον. τὰ δὲ η, καὶ κ, ἰσά-
 κεις εἰς πολλαπλάσια τῷ α, ε, καὶ τὰ λ, ν, τῷ β, ζ. ἄρα ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β,
 ἔπω τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. ὀπιρ ἡ τὸ ὑποχρεῖται.

Euc. Lib. 5. Fig. 21.

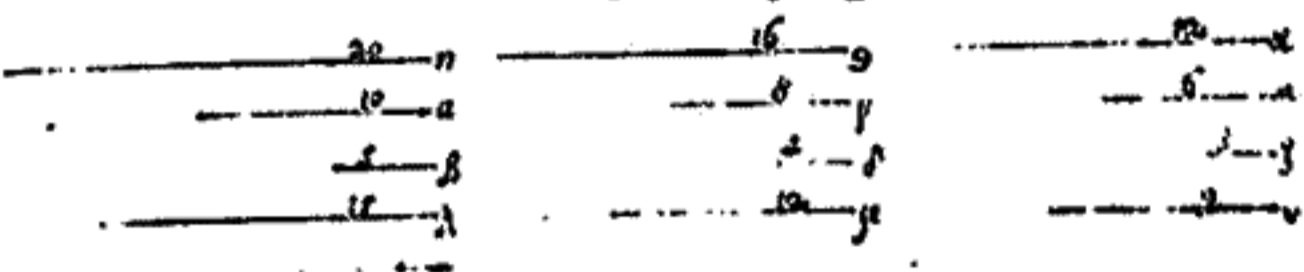


Πρότασις ΙΒ': Θεώρημα.

**Ἐὰν ἡ ὀποσαῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσαι ὡς ἐν τῷ ἡγούμενων πρὸς ἐν
 τῷ ἐπομέμων, ὡς τὰς ἀπαυτα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἀπαυτα τὰ ἐπό-
 μωνα.**

Ἐγώστω ἡδη τὰ α β, γ δ, ε ζ, μνηίθη ἀνάλογον, ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, τὸ
 γ, πρὸς τὸ δ,
 καὶ τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. Λέγω,
 ὅτι ἔστιν καὶ ὡς
 τὸ α, πρὸς τὸ
 β, ἔπω τὰ α, γ, ε,
 πρὸς τὰ β, δ, ζ. εἰλήφθωσαν γάρ τῷ μὲν α, γ, ε, ἰσάκεις πολλαπλάσια τὰ η, θ, κ.
 τῷ δὲ β, δ, ζ, ἄλλα, ἃ ἔτυχον τὰ λ, μ, ν. καὶ ἐπεί εἰσιν ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, ἔπω
 τὸ γ, πρὸς τὸ δ, καὶ τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. ἄρα καὶ τὸν εἰς ὄρον, εἰ τὸ η, ὑπερίχη
 τῷ λ, ὑπερίξει καὶ τὸ θ, τῷ μ, καὶ τὸ κ, τῆ ν, καὶ ἴσον ἴσον, καὶ ἔλασσον ἔ-
 λασσον. ὡς εἰ ὑπερίχη τὸ η, τῷ λ, ὑπερίξουσι καὶ τὰ η θ κ, ὁμῶ τῷ λ μ ν, ὁμῶ,
 καὶ ἴσον, ἴσα. καὶ ἔλασσον, ἔλασσονα. ἀλλὰ τὰ η, καὶ λ, πολλαπλάσια εἰς
 τῷ α β, ἀνάτω δηλον: καὶ δάπερ, τὰ δὲ η, θ, κ, καὶ λ, μ, ν, τῶν α γ ε, καὶ β δ ζ,
 ἴσως δηλ: καὶ πᾶρτω, ἄρα καὶ τῶν α: τῆ παρόντος, ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, ἔστι καὶ
 τὰ α γ ε, πρὸς τὰ β δ ζ, καὶ τὸν εἰς ὄρον. Ἐὰν ἄρα ἡ ὀποσαῦν, καὶ τὰ ἑξῆς.

Euc. Lib. 5. Fig. 22.



Πρό:

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Πρότασις ΙΓ΄: Θεώρημα.

Εἰ πρώτου πρὸς δεύτερου τῶν αὐτῶν ἔχη λόγος, καὶ τρίτου πρὸς τέταρτου. τρίτου δὲ πρὸς πέμπτου μείζονα λόγος ἔχη, ἥπερ πέμπτου πρὸς ἕκτου, καὶ πρώτου πρὸς δεύτερου μείζονα λόγος ἔξει, ἥπερ πέμπτου πρὸς ἕκτου.

Ἐστω ἔδῃ ὡς πρῶτον τὸ α, πρὸς δεύτερον τὸ β, οὕτως τρίτον τὸ γ, πρὸς τέταρτον τὸ δ, τὸ δὲ τρίτον γ, πρὸς πέμπτου τὸ ε, μείζονα ἔχοντα λόγος, ἥπερ πέμπτου πρὸς ἕκτου τὸ ζ. Λέγω, ὅτι καὶ πρῶτον τὸ α, πρὸς δεύτερον τὸ β, μείζονα λόγος ἔχει, ἥπερ πέμπτου πρὸς ἕκτου τὸ ζ. Εἰλήφθωσαν γάρ πῶν μετὰ α, γ, ε, ἕξουμείων ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ κ, θ, κ. πῶν δ' ἕξουμείων ἄλλα, ἃ ἔτυχῃ τὰ λ, μ, ν. καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ α, πρῶτον πρὸς τὸ β, δεύτερον, οὕτως ἐστὶ τὸ γ, τρίτον πρὸς τὸ δ, τέταρτον. καὶ πῶν μετὰ α, γ, εἰληπται ἰσάνεις πολλαπλάσια τὰ κ, θ.

Eucl. Lib. 5. Fig. 23.



πῶν δὲ β, δ, τὰ λ, μ πάντως γὰρ εἰ τὸ κ ὑπερέχη τῷ θ, ὑπερέχει καὶ τὸ λ, τῷ μ, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον, καὶ τὸ πῶν μετὰ ε: ὅρου τῷ κ. Ἐπεὶ δὲ πάλιν τὸ γ, πρὸς τὸ δ, μείζονα λόγος ἔχει, ἥπερ τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. πῶν δὲ γ, δ, ὡς εἴρηται, ἰσάνεις εἰληπται πολλαπλάσια τὰ θ, μ. πῶν δὲ ε, ζ, τὰ κ, ν. εἰ ἄρα τὸ θ, ὑπερέχη τῷ μ, τὸ κ, ἔχ ὑπερέχει τῷ ν, κατὰ τὸν ζ: ὅρου, ἀλλ' εἰ ὑπερέχη τὸ θ, τῷ μ, ὑπερέχει καὶ τὸ κ, τῷ λ, ὡς δίδεται. ἄρα εἰ ὑπερέχη καὶ τὸ κ, τῷ λ, τὸ κ, ἔχ ὑπερέχει τῷ ν. κατὰ τὸν αὐτὸν ἄρα ζ: ὅρου, τὸ α, πρὸς τὸ β, μείζονα λόγος ἔχει, ἥπερ τὸ ε, πρὸς τὸ ζ. ὁμοίως καὶ τὸ ὑποχρεῖται.

Πρότασις ΙΔ΄: Θεώρημα.

Εἰ πρώτου πρὸς δεύτερου τῶν αὐτῶν ἔχη λόγος, καὶ τρίτου πρὸς τέταρτου, τὸ δὲ πρῶτον πρὸς τρίτου μείζονα ἢ, καὶ τὸ δεύτερον πρὸς τέταρτου μείζονα ἔξει, καὶ ἴσον, ἴσον. καὶ ἔλαττον, ἔλαττον.

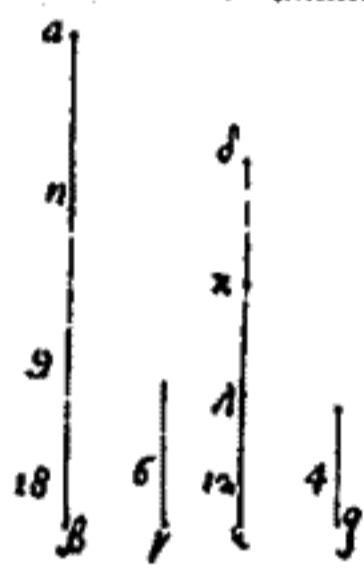
Πρῶτον ἔδῃ τὸ α, πρὸς δεύτερον τὸ β, πῶν αὐτῶν ἔχοντα λόγος, καὶ τρίτου τὸ γ, πρὸς τέταρτον τὸ δ. τὸ δὲ α, τῷ γ, μείζονα ἔστω. Λέγω, ὅτι καὶ τὸ β, τῷ δ, μείζονα ἔσται. Ἐπεὶ γάρ τὸ α, τῷ γ, μείζονα ἔστιν, ἔστω δ' ἄλλο, ὃ ἔτυχῃ τὸ β. πάντως γὰρ τὸ α, πρὸς τὸ β, μείζονα λόγος ἔχει, ἥπερ τὸ γ, πρὸς τὸ αὐτὸ β, καὶ τῷ δ: τῷ κ. Ἐπεὶ ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, ὑπόκειται τὸ γ, πρὸς τὸ δ, ἄρα τὸ β, τῷ δ, μείζονα ἔσται.

αὐτὸ γ, ἀπὸς τὸ δ, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ πρὸς τὸ β. ἀπὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστι, καὶ τὴν εἰς τὸ παρ: α. *Eucl. Lib. 5. Fig. 24.*
 ἢ τὸ δ, ἔλαττόν ἐστι τὸ β, καὶ ἀνάπαλιν τὸ β, μείζον τὸ δ. Οὐμοίως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ τὸ α, ἴσον ἢ τῷ γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ β, τῷ δ, καὶ ἔλαττον, ἔλαττον. Ἐὰν ἄρα πρῶτον ἀπὸς δῶκεται, καὶ τὰ ἕξῃς.

Πρότασις ΙΕ': Θεώρημα.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τῶν αὐτῶν ἔχει λόγου, ληφθέντα κατάλληλα.

Ἐστωσαν ἤδη ἰσάκις πολλαπλάσια τὸ αβ, τῷ γ, καὶ τὸ δε, τῷ ζ. Λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ γ, πρὸς τὸ ζ, τὸ αβ, ἀπὸς τὸ δε. Ἐπεὶ γὰρ τὸ αβ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τῷ γ, καὶ τὸ δε, τῷ ζ, διηρημένον ἄρα τῷ αβ, εἰς τὰ ἴσα τῷ γ, τὰ αν, ηθ, θβ. καὶ τῷ δε, εἰς τὰ ἴσα τῷ ζ, τὰ δε, κλ, λε, ἴσόν ἐστι τὸ πλῆθος τῶν αν, ηθ, θβ, τῷ πλῆθει τῶν δε, κλ, λε. ἀλλὰ τὰ αν, ηθ, θβ, ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν, ὡσπερ καὶ τὰ δε, κλ, λε, ἄρα ὡς τὸ αν, ἀπὸς τὸ δε, ὕπως ἐστὶ τὸ ηθ, ἀπὸς τὸ κλ, καὶ τὸ θβ, ἀπὸς τὸ λε. καὶ ὅτι ὡς τὸ αν, ἀπὸς τὸ δε, ὕπω τὰ αν, ηθ, θβ, ἀπὸς τὰ δε, κλ, λε, καὶ τὴν ἑκάστην τῶν παρόντων. τὸ δὲ αν, ἴσόν ἐστι τῷ γ, καὶ τὸ δε, τῷ ζ. ἄρα καὶ ὡς τὸ γ, ἀπὸς τὸ ζ, ὕπω τὰ αν, ηθ, θβ, ἴσται τὸ αβ, ἀπὸς τὰ δε, κλ, λε, δηλ: τὸ δε. τὰ μέρη ἄρα τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, καὶ τὰ ἕξῃς.



Πρότασις Ις': Θεώρημα.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ἢ, καὶ ἐμβαλαῖξ ἀνάλογον ἔσται.

Ἐστωσαν ἤδη τέσσαρα μεγέθη τὰ αβ, γδ, ἀνάλογον, ὡς τὸ α, ἀπὸς τὸ β, τὸ γ, πρὸς τὸ δ. Λέγω, ὅτι ἐστὶ καὶ ὡς τὸ α, πρὸς τὸ γ, τὸ β, πρὸς τὸ δ. εἰλείψωσαν γὰρ τῷ μὲν αβ, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ εζ, τῷ δὲ γδ, ἄλλα, ἃ ἔτυχον τὰ ηθ. καὶ ἐπεὶ τὰ εζ, ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια τῷ αβ, ἄρα καὶ τὴν ἑκάστην, ὡς τὸ α, πρὸς τὸ β, ὕπως ἐστὶ τὸ ε, πρὸς τὸ ζ, ὡ-

