ἙΡΜΗΝΕΙ͂Α ΤΩ͂Ν ὉΡΩΝ

ΤΟΥ͂ ΤΡΙ͂ΤΟΥ ΒΙΒΛΙ͂ΟΥ

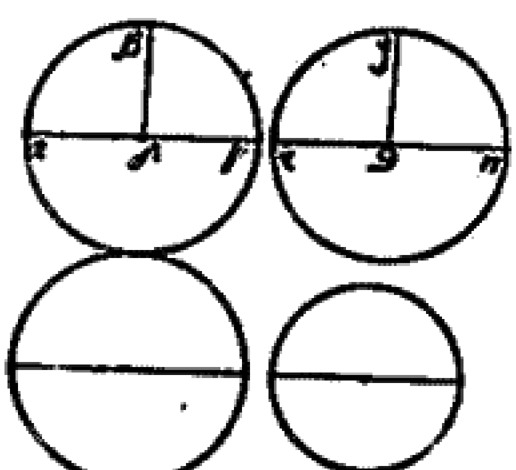
ΤΩ͂Ν ΤΟΥ͂ ΕΥ͂ΚΛΕΙ͂ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΩΝ.

Ὅρος Πρῶτος.

Ἴσοι κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσί.

Διαλαβὼν ἐν τοῖς πρότερον δυσὶ βιβλίοις Εὐκλείδης, ὁ τὰς κλεῖς τῆς Μαθηματικῆς ἁπάσης εὐμεθόδως παραδοὺς, περί τε τῶν τριπλεύρων, τετραπλεύρων σχημάτων, καὶ τῶν πρὸς ἄλληλα τούτων σχέσεων· ἐνταῦθα ἤδη, ὡς περὶ τῶν ἐν κύκλῳ θεωρουμένων διαληψόμενος, ὅσα γε τοῦ κύκλου ὑποθετέα, οἱονεὶ ὅρους καὶ προγνώσεις εὐμαρείας χάριν προτάττει. Ἐπεὶ δὲ τὸν τοῦ κύκλου ὁρισμὸν ἐν τῷ πρώτῳ ἐκδέδωκε βιβλίῳ, ἐπὶ τοῦ παρόντος γε τὰς σχέσεις τῶν κύκλων, καὶ τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν καὶ γωνιῶν, καὶ τὸν τοῦ κύκλου ἔτι μερῶν ὁριστικῶς διερμηνεύει. Ἐπεὶ δὲ πάλιν ἡ ἰσότης πρώτη ἐστὶ τῶν σχέσεων, τούτου χάριν καὶ τίνες ἴσοι κύκλοι πρῶτον ὁρίζεται. τοῦ δὲ κύκλου τό, τε μῆκος καὶ πλάτος ἴσον ἔχοντος, καὶ τούτων ἑκάτερον ἀδιόριστον, καὶ τῇ διαμέτρῳ μόνῃ παριστανόμενον, τὴν τῶν διαμέτρων ἰσότητα γνώρισμα τῆς τῶν κύκλων ἰσότητος τίθησι, λέγων, Ἴσοι κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι, ἢ αἱ ἐκ τῶν κέντρων, ἤτοι αἱ ἡμιδιάμετροι ἴσαι εἰσὶ, ὡς οἱ α β γ, ε ζ η, κύκλοι· ὧν αἵ τε α γ, ε η, διάμετροι ἴσαι εἰσὶ, καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων δ, καὶ θ, δηλονότι αἱ δ α, δ β, δ γ, καὶ θ ε, θ ζ, θ η, ὁμοίως ἴσαι εἰσίν· ὥστε τοὐναντίον, ὧν αἱ διάμετροι, ἢ ἡμιδιάμετροι ἄνισοι, καὶ αὐτοὶ ἄνισοί εἰσιν· οὗ δὲ μείζων ἡ διάμετρος ἢ ἡμιδιάμετρος, κἀκεῖνος μείζων. τίνος δὲ χάριν τῶν ἀνίσων οὐκ ἐμνήσθη; ἢ ὅτι τῶν ἐναντίων ἡ αὐτή ἐστιν ἐπιστήμη.

Eucl. Lib. 3. Fig. 1.



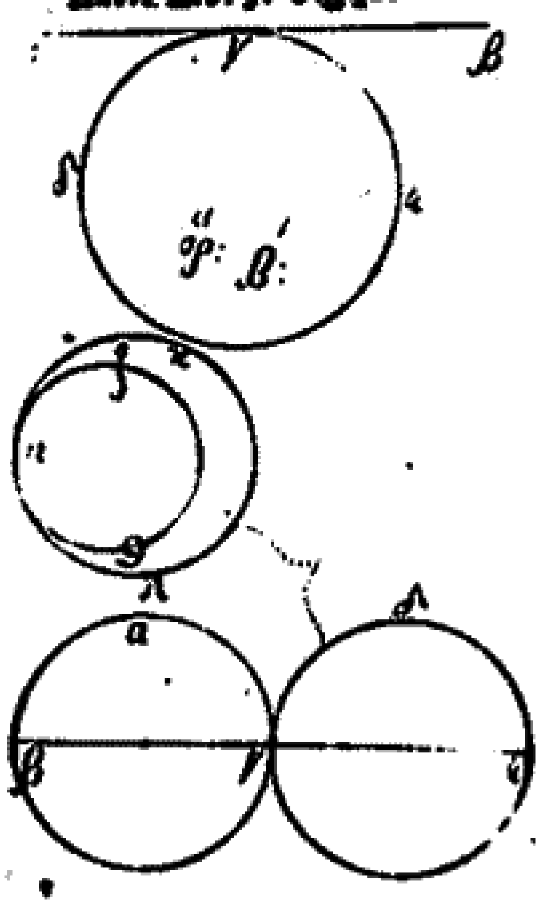
Β΄. Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

Τῆς σχέσεως δὲ δεκαχῶς θεωρουμένης, κατ' οὐσίαν δηλονότι, ὡς ἐν τοῖς σωματικοῖς ἢ ἀσωμάτοις· κατὰ ποσὸν, ὡς ἐν τοῖς μεγέθεσι καὶ ἀριθμοῖς· κατὰ

ποιὸν,

ποιὸν, ὡς ἐν ταῖς ποιότησι χρώμασί τε καὶ τοῖς ὁμοίοις. καὶ τὰ πρός τι, ὡς ἐν τοῖς αἰτίοις καὶ αἰτιατοῖς. κατὰ τὸ ποῦ, ὡς ἐν τοῖς κατὰ τὸν αὐτὸν ἢ διαφόρους κειμένοις τόπους. κατὰ τὸ ποτὲ, ὡς ἐν τοῖς κατὰ τὸν αὐτὸν ἢ διαφόρους γενομένοις χρόνους. καὶ τὸ κεῖσθαι, ὡς ἐν τοῖς κοινωνοῦσι καὶ διαφέρουσι τὴν θέσιν. κατὰ τὸ ποιεῖν, ὡς ἐν τοῖς ἐνεργοῦσι. κατὰ τὸ πάσχειν, ὡς ἐν τοῖς πάσχουσι. καὶ κατὰ τὸ ἔχειν, ὡς ἐν τοῖς περικειμένοις τε καὶ περιτιθεμένοις. Ἐπεὶ κατ' οὐδὲν ἄλλο, ἢ τὸ ποσὸν μόνον οἱ κύκλοι διαφέρουσιν ἀλλήλων, καὶ ἡ κατὰ τοῦτο μόνον ἐν αὐτοῖς διαφορὰ ἐπιστάσεως ἀξία, κατ' ἄλλον δέ τινα τῆς σχέσεως τρόπον οὐκ ἀναγκαῖον γινώσκειν, εἴτε διαφέρουσιν οἱ κύκλοι, εἴτε καὶ μή. τούτου χάριν περὶ τῆς ἰσότητος τῶν κύκλων μόνον εἰπὼν, εὐθὺς εἰς τὰς σχέσεις μεταβαίνει, τὰς μεταξὺ εὐθειῶν καὶ κύκλων θεωρουμένας, καὶ μετὰ ταῦτα τὸ τοῦ κύκλου ὁρίζων τμῆμα, τὴν διαφορὰν, ἣν ἔχουσιν αἱ τῶν τμημάτων γωνίαι, καὶ αἱ ἐν τοῖς τμήμασι, διασαφεῖ. καὶ τοῦτο εἰκότως, τό, τε γὰρ τμῆμα καὶ αἱ γωνίαι ἐκ γραμμῶν ὁμοίων ἢ ἀνομοίων συνίστανται. Ἐπεὶ δ' αὖθις ἡ σχέσις μεταξὺ κύκλων καὶ εὐθειῶν κατὰ τὸ ποιεῖν καὶ ἔχειν, ἢ πάσχειν μόνον θεωρεῖται. καὶ γὰρ τὸν κύκλον ἔχειν τὴν εὐθεῖαν φαμὲν ἐντὸς ἢ ἐκτὸς, καὶ τὴν εὐθεῖαν τέμνειν τὸν κύκλον, ἢ τούτου ἅπτεσθαι, τὸ δὲ τέμνειν ἀκριβέστερον τοῦ ἅπτεσθαι, διότι τοῦτο τὸ ἅπτεσθαι διὰ τοῦ μὴ τέμνειν διασαφεῖ. Ἡνίκα τοίνυν εὐθεῖά τις κύκλου τινὸς ἐφάπτηται, καὶ ἐκβαλλομένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη οὐ τέμνει τὸν κύκλον, τηνικαῦτα τοῦ κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται ἡ εὐθεῖα, ὡς ἡ α β, τοῦ γ δ ε, κύκλου ἁπτομένη κατὰ τὸ γ, καὶ ἐκβαλλομένη κατὰ τὰ α β, οὐ τέμνει τὸν γ δ ε, κύκλον.

Eucl. Lib. 3. Fig. 2.



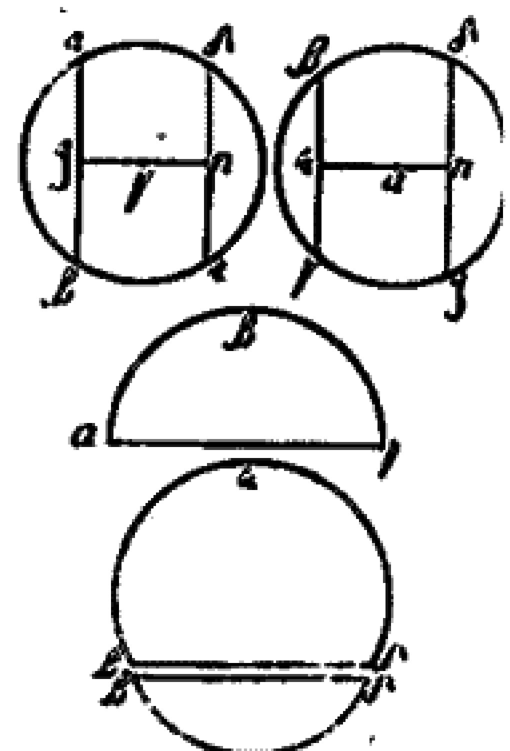
Γ'. Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Ὥσπερ ἡ γραμμὴ διττήν πως κέκτηται πρὸς τὸν κύκλον σχέσιν, ἢ γὰρ ἅπτεται τούτου, ἢ τέμνει αὐτόν. οὕτω γε καὶ κύκλος πρὸς κύκλον διττὴν ἔχει τὴν σχέσιν, ἢ γὰρ ἀλλήλων ἅπτονται οἱ κύκλοι, ἢ τέμνουσιν ἀλλήλους. ὥσπερ δὲ πάλιν ἐν τῇ τῆς γραμμῆς πρὸς τὸν κύκλον σχέσει, τὸ μὴ τέμνειν τὴν γραμμὴν τὸν κύκλον γνώρισμα τοῦ ἅπτεσθαι αὐτοῦ ταύτην πεποίηκεν, οὕτω κἀνταῦθα διὰ τοῦ μὴ τέμνειν ἀλλήλους τοὺς κύκλους, ὡς γνωριμωτέρου, τὸ ἅπτεσθαι ἀλλήλων δεδήλωκεν. Ἐπεὶ δὲ τοῦτο διχῶς συμβῆναι ἐνδέχεται, ἢ γὰρ ἐντὸς κύκλος κύκλου ἅπτεται, ἢ γοῦν ἐκτός. ὡς ὁ α β γ, τοῦ δ γ ε, ἐκτός. καὶ ὁ ζ η θ, τοῦ κ η λ, ἐντός, καθ' ἑκάτερον τὸν τρόπον ὁ αὐτὸς ἔσται λόγος. ὅσοι μὲν οὖν τῶν κυκύκλων ἐγγίζοντες ἀλλήλοις ἐ τέμνουσιν ἀλλήλους, ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, ἡ ἐκτὸς μενόντι, ἡ ἐντός.

Δʹ. Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι, μεῖζον δ' ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

Τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν αἱ μὲν διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου διέρχονται, αἱ δὲ ἐκτὸς τούτου, διὸ καὶ ἀπέχειν τοῦ κέντρου λέγονται. ἀλλ' ἐκεῖναι μὲν πᾶσαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ὁπωσδήποτοῦν διὰ τοῦ κέντρου ἀγόμεναι. αὗται δὲ ὅτε μὲν ἴσαι, ὅτε δὲ ἄνισοι. καὶ τοῦτο, ἐκ τοῦ μὴ τὴν αὐτὴν ἀεὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τηρεῖν ἀπόστασιν. Ἔστι δὲ μέτρον τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τῶν ἐν κύκλῳ εὐθειῶν ἀποστάσεως αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὰς εὐθείας ἀγόμεναι κάθετοι. ὅθεν δὴ ἡνίκα ἂν αἱ τοιαῦται κάθετοι ἴσαι ὦσιν, ἴσον καὶ αἱ εὐθεῖαι, ἐφ' ἃς αἱ κάθετοι πίπτουσιν, ἀπέχειν τοῦ κέντρου λέγονται, ὡς αἱ α β, δ ε, ἐφ' ἃς ἴσαι πεπτώκασι κάθετοι αἱ γ ζ, γ η. ὅτε δὲ ἡ κάθετος μείζων, μεῖζον ἀπέχειν λέγεται καὶ ἡ εὐθεῖα τοῦ κέντρου, ὥσπερ καὶ τοὐναντίον. ἡ μὲν γὰρ β γ, μεῖζον ἀπέχειν λέγεται τοῦ α, κέντρου, ἐφ' ἣν ἡ α ε, κάθετος πίπτει, ἔλαττον δὲ ἡ δ ζ, ἐφ' ἣν ἡ α η, ὅτι ἡ α ε, μείζων ἐστὶ τῆς α η.

Eucl. Lib. 3. Fig. 3.



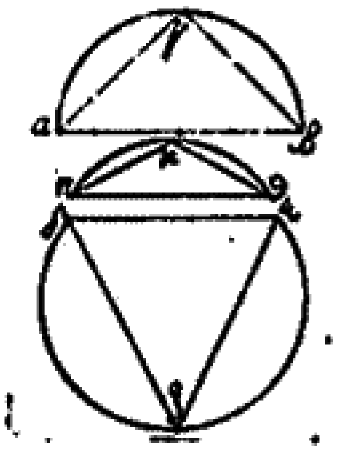
Εʹ. Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

Ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ κύκλος, ὡς τῶν δύο μετέχων διαστάσεων, διαιρεῖσθαι δύναται εἰς μέρη ἴδια. ἡ δὲ τοῦ κύκλου διαίρεσις διχῶς ἐνδέχεται γενέσθαι, ἢ κατὰ τὴν αὐτοῦ περιφέρειαν, ἢ κατὰ τὸ ἐμβαδόν. καὶ κατὰ μὲν τὴν πρώτην, εἰς μοίρας λέγεται διαιρεῖσθαι, κατὰ δὲ τὴν δευτέραν εἰς μέρη. διόπερ τοῦτο ἐδέησεν αὐτῷ καὶ τὸ τοῦ κύκλου ὁρίσασθαι μέρος. Τμῆμα δὲ κύκλου λέγεται οὐ τὸ τυχόν, ἀλλὰ τὸ ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας περιεχόμενον, ὡς τὸ β α δ, περιέχεται γὰρ ὑπό τε τῆς β δ, εὐθείας, καὶ τῆς β α δ, περιφερείας. ἐπεὶ δὲ ἡ ἐν κύκλῳ εὐθεῖα, ἢ διὰ τοῦ κέντρου, ἢ μή, διέρχεται. τρία πάντως ἐστὶ τὰ τοῦ κύκλου τμήματα, ἡμικύκλιον, μεῖζον τμῆμα, καὶ ἔλαττον. Καὶ ἡμικύκλιον μέν ἐστι τὸ ἐπὶ τῆς περιεχούσης αὐτὸ εὐθείας τὸ κέντρον ἔχον, ὡς τὸ α β γ. μεῖζον δὲ τμῆμα τὸ ἐντὸς τῆς τε εὐθείας καὶ περιφερείας, ὡς τὸ β ε δ. καὶ ἔλαττον τὸ ἐκτὸς αὐτοῦ τὸ κέντρον ἔχον, ὡς τὸ β α δ. περὶ ὧν εὐκρινέστερον εἴρηται, ἐν τῷ ιζʹ. καὶ ιηʹ. ὅρῳ τοῦ αʹ.

ϛʹ. Τμήϛʹ. **Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.**

Ὑπογράψας ἤδη τὸ τοῦ κύκλου τμῆμα, καὶ ἐνὶ τὰ τρία τούτου εἴδη ἐμπεριλαβὼν ὅρῳ, βούλεται ἐπὶ τοῦ παρόντος καὶ τοῦ ἑξῆς δεῖξαι, καὶ πόσα τὰ εἴδη τῆς ἐπὶ τοῦ τμήματος τοῦ κύκλου περιεχομένης γωνίας. Δύο δὲ ταῦτα, ἡ μὲν γὰρ λέγεται τμήματος γωνία, ἡ δὲ ἐν τμήματι. Τίς μὲν οὖν ἡ τοῦ τμήματος γωνία, ἐνταῦθα δείκνυσι, λέγων· Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας. ὥστε ἡ τοῦ τμήματος γωνία τοῦ μικτοῦ ἐστιν εἴδους· περιέχεται γὰρ ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας, τοιαύτη δὲ ἡ πρὸς τῷ α, καὶ β. Ἐπεὶ δὲ ὁ κύκλος τριχῆ δύναται διαιρεῖσθαι, εἰς ἡμικύκλιον, εἰς μεῖζον τμῆμα, καὶ ἔλαττον· τρεῖς πάντως γε καὶ τὰς τῶν τμημάτων δυνάμεθα ἐννοεῖν τὰς γωνίας· καὶ τὴν μὲν ἡμικυκλίου γωνίαν καλεῖν χρεών· τὴν δὲ τοῦ μείζονος τμήματος· καὶ τὴν λοιπὴν ἐλάττονος. Ἡμικυκλίου μὲν οὖν γωνία ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ α, ἢ πρὸς τῷ β, ἥτις ὑπό τε τοῦ α γ β, ἡμικυκλίου περιέχεται, καὶ τῆς α β, διαμέτρου· μείζονος δὲ τμήματος ἡ πρὸς τῷ δ, ἢ ε, ἡ ὑπό τε τῆς δ ε, περιεχομένη χορδῆς, καὶ τῆς δ ζ ε, περιφερείας μείζονος τοῦ ἡμικυκλίου· τοῦ δὲ ἐλάττονος τμήματος ἡ πρὸς τῷ η, ἢ θ, ὑπό τε τῆς η θ, χορδῆς περιεχομένη καὶ τῆς η κ θ, περιφερείας ἐλάττονος ἡμικυκλίου.

Eucl. Lib. 3. Fig. 4.



Ζʹ. **Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ὑπὸ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.**

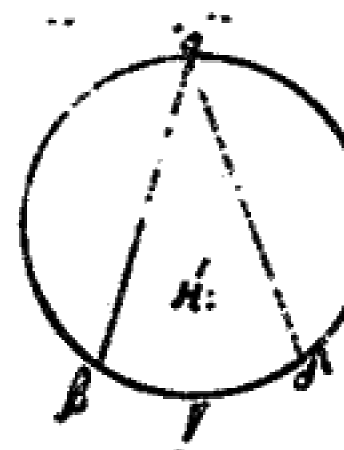
Δεδειχὼς ἐν τῷ ἀνωτέρω τίς ἡ τοῦ τμήματος γωνία, ἐπὶ τοῦ παρόντος, καὶ τίς ἡ ἐν τμήματι, διασαφεῖ, γωνία. Ἔστι δὲ ἡ ἐν τμήματι γωνία τοῦ ἁπλοῦ εἴδους, ὑπὸ εὐθειῶν μόνον περιεχομένη γραμμῶν, οἷα ἐστὶν ἡ ὑπὸ α γ β, ἢ η κ θ, ἢ δ ζ ε· ἡ μὲν ὑπὸ τῶν α γ, γ β, εὐθειῶν περιεχομένη, ἡ δὲ ὑπὸ τῶν η κ, κ θ, ἡ δὲ ὑπὸ τῶν δ ζ, ζ ε. Ἄγονται δὲ αἱ τὴν ἐν τμήματι γωνίαν περιέχουσαι γραμμαὶ ἀπὸ τοῦ τυχόντος ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος σημείου, ὡς αἱ α γ, γ β, ἀπὸ τοῦ γ· περατοῦνται δὲ τοῖς πέρασι τῆς βάσεως τοῦ αὐτοῦ τμήματος, ὡς αἱ α γ, γ β, αἵγε ἀρχὴν μὲν ἔχουσι τὸ γ, τυχὸν σημεῖον τῆς α γ β, περιφερείας, πέρατα δὲ τὰ α, καὶ β, σημεῖα, πέρατα ὄντα καὶ τῆς α β, βάσεως τοῦ α γ β, τμήματος. ἀλλ᾽ ἐπεὶ κἀνταῦθα τρία δυνάμεθα ἐννοεῖν τὰ τοῦ κύκλου τμήματα, ὡς εἴρηται ἐν τῷ ε. ὅρῳ, τρεῖς δήπουθεν εἰσὶ καὶ αἱ ἐν τμήματι γωνίαι, ἡ ἐν ἡμικυκλίῳ, οἷα ἡ ὑπὸ α γ β· ἡ ἐν ἐλάττονι τμήματι, οἷα ἡ ὑπὸ η κ θ, καὶ ἡ ἐν μείζονι, οἷα ἡ ὑ-

πὸ

τὸ δζε. καὶ ἡ μὲν ἐν ἡμικυκλίῳ ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν ἐλάττονι τμήματι μείζων ὀρθῆς, καὶ ἡ ἐν μείζονι τμήματι, ἐλάττων, ὡς δειχθήσεται προτάσει λα΄. τοῦ παρόντος.

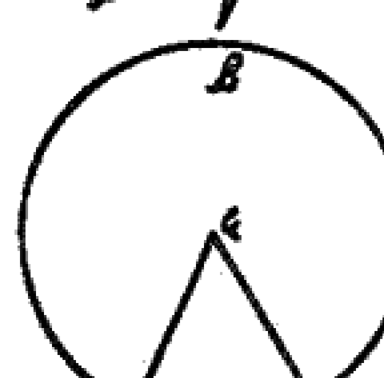
Η΄. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ᾽ ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

Ἐπεὶ τῆς ἐν κύκλῳ γωνίας παρὰ τὰς περιεχούσας αὐτὴν εὐθείας, καὶ βάσιν τῆς αὐτῆς θεωρεῖν δέον τῷ τῶν μαθηματικῶν γευομένῳ ἡδυσμάτων, διά τοι τοῦτο ἐπὶ τοῦ παρόντος διδάσκει, καὶ τίς ἡ τῆς ἐν κύκλῳ γωνίας βάσις. Ἔστι δὲ βάσις τῆς ἐν κύκλῳ γωνίας ἡ ἀπολαμβανομένη τοῦ κύκλου περιφέρεια ὑπὸ τῶν περιεχουσῶν τὴν γωνίαν εὐθειῶν, οἷον ἐπὶ τοῦ αβδ, κύκλου, βάσις τῆς ὑπὸ δαβ, γωνίας ἐστὶν ἡ δγβ, περιφέρεια, ἐφ᾽ ἧς καὶ βεβηκέναι λέγεται ἡ αὐτὴ γωνία. διὰ τὸ τὰς αδ, αβ, περιεχούσας αὐτὴν εὐθείας ἀπολαμβάνειν τὴν δγβ, περιφέρειαν. Eucl. Lib.3. Fig.5.

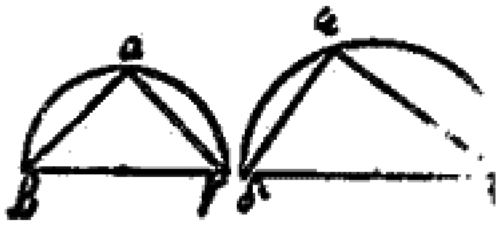


Θ΄. Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστίν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῶν περιφερείας.

Καὶ ὁ τομεὺς μέρος κύκλου ἐστίν, διενήνοχε δὲ τοῦ τμήματος τοῦ κύκλου· ὅτι τὸ μὲν τμῆμα ὑπό τε μιᾶς εὐθείας, καὶ περιφερείας κύκλου περιέχεται, ὁ δὲ τομεὺς περιέχεται ὑπό τε δύο εὐθειῶν, καὶ κύκλου περιφερείας, οἷον τὸ αδγε, σχῆμα. δεῖ δὲ ἀεὶ τὰς δύο τοῦ τομέως εὐθείας ἐν μὲν τῷ τοῦ κύκλου κέντρῳ ἀλλήλαις συνάπτεσθαι, περατοῦσθαι δὲ ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.



Ι΄. Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.



Ἐπειδήπερ δύο ἄνισοι κύκλοι εἰς τμήματα ἄνισα μέν, ὅμοια δὲ διαιρεθῆναι δύνανται, τούτου ἕνεκα διδάσκει ἡμᾶς ἐπὶ τοῦ παρόντος, καὶ ὅπως ἔχωμεν διαγινώσκειν καὶ τίνα τῶν τοῦ κύκλου τμημάτων ὅμοια, τίνα δ᾽ ἀνόμοια. Ὅμοια τοίνυν τμήματα κύκλου ἐστίν, ὅσα δέχεται γωνίας ἴσας, ἢ τὰ ἐν οἷς γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, οἷα τὰ αβγ, εδζ. εἴρηκε δὲ τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, οὐχὶ δὲ ὧν αἱ γωνίαι ἴσαι, ὅτι ἄλλο μέν ἐστι γωνία τμήματος, καὶ

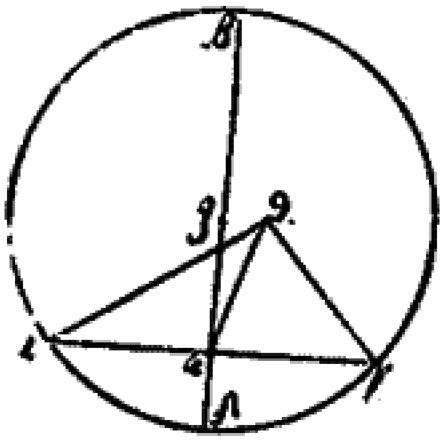
ἄλλο

ἄλλο δὲ γωνία ἐν τμήματι, διὸ προσέθηκε καὶ τὸ, ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Πρότασις Α΄. Πρόβλημα.

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Ἔστω κύκλος ὁ α β γ δ, καὶ ζητείσθω τὸ κέντρον αὐτοῦ. Ἀχθείσθω δὴ ἡ α γ, εὐθεῖα, ὡς ἔτυχεν, ἐντὸς τοῦ κύκλου, καὶ τμηθείσης δίχα τῆς α γ, κατὰ τὸ ε, ἀνεστάθω ἐπ᾽ αὐτῆς κάθετος ἡ ε β, ἀπὸ τοῦ ε, σημείου, περαιωμένη ἑκατέρωθεν ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. τῆς ὅλης δὲ β δ, δίχα τμηθείσης κατὰ τὸ ζ, τὸ ζ, λέγω κέντρον εἶναι τοῦ δοθέντος κύκλου. εἰ γὰρ μὴ, ἔστω κέντρον τὸ θ, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ θ α, θ ε, θ γ. Ἐπεὶ οὖν αἱ α ε, ε γ, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. κατὰ τὴν κατασκευήν· τῆς θ ε, κοινῆς λαμβανομένης, αἱ δύο α ε, ε θ, ἴσαι εἰσὶ ταῖς δυσὶ ταῖς θ ε, ε γ, ἔστι δὲ καὶ ἡ α θ, βάσις ἴση τῇ θ γ, κατὰ τὸν ιε΄. ὅρον τοῦ α΄. ἄρα κατὰ τὴν η΄. τοῦ αὐτοῦ τὰ α ε θ, θ ε γ, τρίγωνα ἴσα ἐστὶ, καὶ ἡ ὑπὸ α ε θ, γωνία ἴση τῇ ὑπὸ θ ε γ, καὶ ἑκατέρα ὀρθὴ κατὰ τὸν ι΄. ὅρον τοῦ αὐτοῦ. ὥστε ἡ ὑπὸ θ ε γ, ὀρθή ἐστιν, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ζ ε γ, ὀρθὴ, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ζ ε γ, τῇ ὑπὸ θ ε γ, ἡ μείζων τῇ ἐλάττονι, ὅπερ ἄτοπον, οὐκ ἄρα τὸ θ, ἀλλὰ τὸ ζ, κέντρον ἐστὶ τοῦ α β γ δ, δοθέντος κύκλου· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. *Eucl. Lib. 3. Fig. 6.*

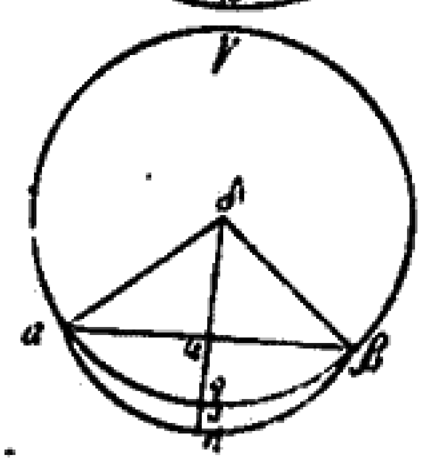


ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις εὐθεῖάν τινα δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνῃ, ἐπ᾽ αὐτῆς ἔσται τὸ κέντρον. κἂν δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλας τέμνωσιν, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ ἔσται τὸ κέντρον.

Πρότασις Β΄. Θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.



Ἐπὶ τῆς περιφερείας ἤδη τοῦ α γ β, κύκλου ληφθείτωσαν, ὡς ἔτυχε, τὰ α, καὶ β, σημεῖα. Λέγω, ὅτι ἡ ἐπὶ τὰ α β, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς τοῦ κύκλου πίπτει. εἰ γὰρ δυνατὸν πιπτέτω ἐκτὸς, ὡς ἡ α η β, καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ δ α, δ β. τῆς δὲ α η β, δίχα τμηθείσης κατὰ τὸ η, ἐπιζεύχθω ἡ δ η. καὶ ἐπεὶ αἱ δ α, δ β, ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὸν ιε΄. ὅρον τοῦ α΄. πάντως γε κατὰ τὴν ε΄. τοῦ αὐτοῦ αἱ ὑπὸ δ α β, δ β α, γωνίαι ἴσαι εἰσὶν, ἰσοσκελὲς γὰρ τὸ α δ β, τρίγωνον. ἀλλ᾽ ἐπεὶ κατὰ τὴν ις΄. τοῦ αὐτοῦ ἡ ὑπὸ δ η α, γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ δ β η, μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ αὐτὴ δ η α, γωνία καὶ τῆς ὑπὸ δ α η, ὥστε κατὰ τὴν ιθ΄. τοῦ α΄.

ἡ δα, ἡ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνουσα μείζων ἐστὶ τῆς δη, ἴση δὲ τῇ δα, ἡ δζ, ὡς ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κέντρου, ἄρα καὶ ἡ δζ, μείζων ἐστὶ τῆς δη, τὸ μέρος τοῦ ὅλου, ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου ἡ αβ. Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα καὶ τὰ ἑξῆς.

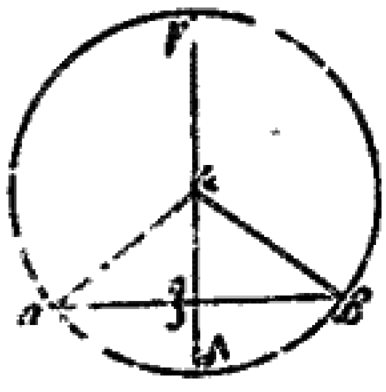
Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι ἡ κατὰ πλείονα σημεῖα, ἡ ἐν ἁπτομένη τοῦ κύκλου εὐθεῖα τέμνει τὸν κύκλον, καὶ οὐχ ἅπτεται αὐτοῦ.

Πρότασις Γ′. Θεώρημα.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖαν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ. καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Ἐν κύκλῳ ἤδη τῷ αγβδ, εὐθεῖα ἡ γδ, διὰ τοῦ ε, κέντρου σημείου τεμνέτω τὴν αβ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ πρῶτον δίχα κατὰ τὸ ζ, σημεῖον. Λέγω, ὅτι καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ ε, κέντρου αἱ αε, εβ, καὶ ἐπεὶ αἱ αε, εβ, ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὸν ιε. ὅρον τοῦ α. κοινὴ δὲ ἡ εζ, πάντως γε αἱ δύο αε, εζ, ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς βε, εζ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ αζ, βάσις τῇ βζ, βάσει ἴση, ἄρα καὶ ὅλον τὸ αεζ, τρίγωνον ἰσόν ἐστι τῷ βεζ, τριγώνῳ κατὰ τὴν η. τοῦ α. καὶ ἑπομένως ἡ ὑπὸ εζα, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ εζβ. κατὰ τὸν ι. ἄρα ὅρον τοῦ α. ἑκατέρα τῶν ὑπὸ εζα, εζβ, ὀρθή ἐστι, καὶ ἡ γδ, κάθετος ἐπὶ τῆς αβ. ὅπερ ἔδει τὸ α′.



Eucl. Lib.3. Fig.7.

Τεμνέτω δὲ β′. ἡ γδ, τὴν αβ, πρὸς ὀρθάς. Λέγω, ὅτι καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει. τῶν γὰρ αὐτῶν κατασκευασθέντων, ἐπεὶ αἱ αε, εβ, εὐθεῖαι ἴσαι εἰσίν, ἔσονται πάντως ἴσαι καὶ αἱ ὑπὸ εαζ, εβζ, γωνίαι. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ εζα, εζβ, ἴσαι ἀλλήλαις, ἄρα τῶν αεζ, ζεβ, τριγώνων αἱ δύο γωνίαι ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσαι εἰσίν, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ εα, ἴση τῇ εβ, ἄρα καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς εἰσὶν ἴσαι κατὰ τὴν κϛ′. τοῦ α. ὥστε ἡ αζ, ἴση ἐστὶ τῇ ζβ, ὅπερ ἔδει τὸ β′. Ἐὰν ἄρα ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου εὐθεῖαν, καὶ τὰ ἑξῆς.

Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Α′. Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι ἐν παντὶ ἰσοσκελεῖ τριγώνῳ ἡ τὴν βάσιν δίχα τέμνουσα κάθετός ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς. καὶ τὸ ἔμπαλιν, καὶ ἡ κατὰ κορυφὴν αὐτοῦ γωνία δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς καθέτου.

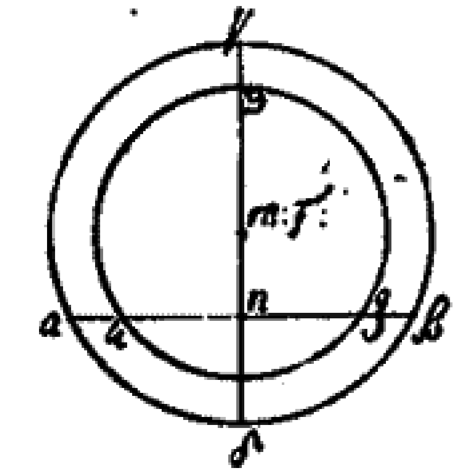
Π Ο Ρ Ι Σ Μ Α.

Β′. Ἔτι συνάγεται, ὅτι ἐν τοῖς ὁμοκέντροις κύκλοις τὰ μεταξὺ τῶν περιφερειῶν τμήματα τῆς τεμνούσης αὐτοὺς εὐθείας ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶν, ἐπεὶ γὰρ τῶν

αγβδ,

αγβδ, καὶ εθζ, ὁμοκέντρων κύκλων, ἐπεὶ τῆς αβ, τεμνούσης τὰ αη, ηβ, μέρη ἴσα ἀλλήλοις εἰσί, καὶ τῶν λοιπῶν. ὡσαύτως καὶ τὰ εη, ηζ, ἐὰν τὰ ἴσα εη, ηζ, παρὰ τῶν ἴσων αη, ηβ, ἀφαιρεθῶσιν, ἐναπολειφθήσονται τὰ αε, ζβ, τμήματα, τὰ μεταξὺ τῶν περιφερειῶν τῶν ὁμοκέντρων κύκλων ἴσα, καὶ τὸ γ'. ἀξίωμα.

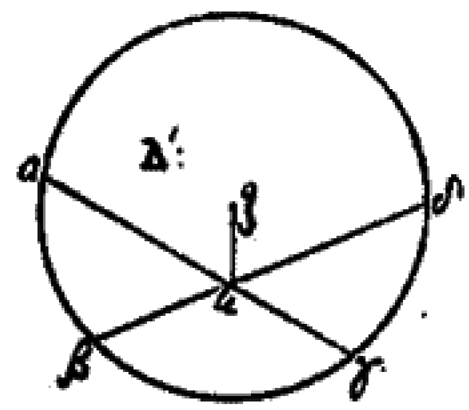
Eucl. Lib. 3. Fig.8.



Πρότασις Δ'. Θεώρημα.

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

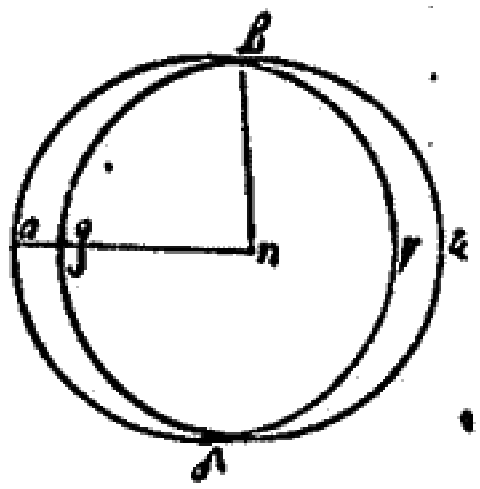
Ἐν κύκλῳ ἤδη τῷ αβγδ, τεμνέτωσαν ἀλλήλας αἱ αγ, δβ, εὐθεῖαι κατὰ τὸ ε, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι. Λέγω ταύτας μὴ τέμνειν ἀλλήλας δίχα. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἡ μὲν βε, ἴση τῇ εδ, ἡ δὲ αε, τῇ εγ. καὶ ἀχθήτω διὰ τοῦ κέντρου ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἡ ζε. κατὰ τῶν λοιπῶν ἄρα ἔσται ἥτε ὑπὸ ζεγ, γωνία, καὶ ἡ ὑπὸ ζεδ, ὀρθαί, καὶ ἑπομένως ἴσαι, τὸ ὅλον δηλονότι τῷ μέρει, ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Πρότασις Ε'. Θεώρημα.

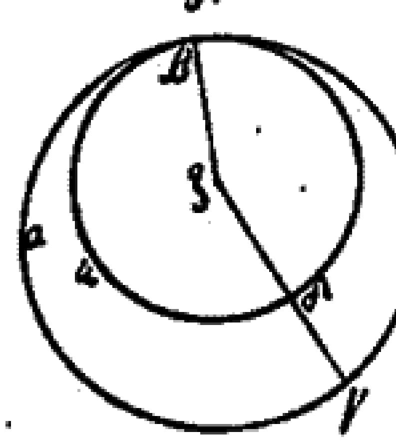
Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Δύο ἤδη κύκλοι οἱ αβγδ, καὶ βεδζ, τεμνέτωσαν ἀλλήλους κατὰ τὰ β, καὶ δ, σημεῖα. Λέγω τούτων μὴ εἶναι τὸ αὐτὸ κέντρον. εἰ γὰρ δυνατὸν ἔστω ἑκατέρου τὸ αὐτὸ κέντρον τὸ η. καὶ ἤχθωσαν αἱ βη, ηζα, εὐθεῖαι. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν αη, ζη, εὐθειῶν ἴση ἐστὶ τῇ βη, κατὰ τὸν ιε. ὅρον τοῦ α. πάντως γε καὶ ἀλλήλαις ἴσαι εἰσίν, ἴση ἄρα ἡ αη, τῇ ζη, ἡ μείζων τῇ ἐλάττονι, ὅπερ ἄτοπον. Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Πρότασις ϛ'. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.



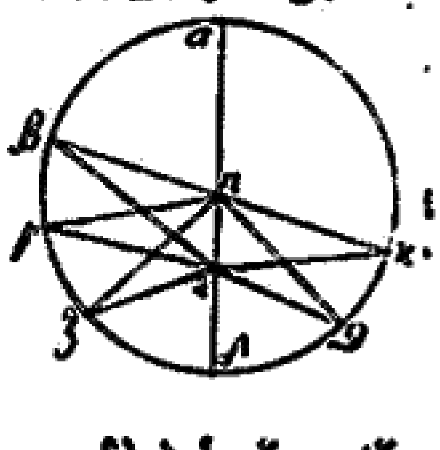
Δύο ἤδη κύκλοι οἱ αβγ, βδε, ἁπτέσθωσαν ἀλλήλων ἐντὸς κατὰ τὸ β. Λέγω μὴ εἶναι τὸ αὐτὸ ἀμφοῖν κέντρον. εἰ γὰρ δυνατὸν ἔστω ἑκατέρου τῶν κύκλων τὸ αὐτὸ κέντρον τὸ ζ. καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ βζ, ζδγ. ἐπεὶ οὖν κατὰ τὸν ιε. ὅρον τοῦ α. ἑκατέρα τῶν ζδ, καὶ ζγ, ἴση ἐστὶ τῇ βζ. πάντως γε κατὰ τὸ α. ἀξίωμα ἡ ζδ, ἴση ἐστὶ τῇ ζγ, ἡ ἐλάττων τῇ μείζονι, ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα τὸ αὐτὸ κέντρον ἀμφοῖν ἐστιν. Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις Ζ′. Θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσται, ἐφ᾽ ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή, τῶν δ᾽ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν, δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Ἐπὶ τῆς διαμέτρου ἤδη τοῦ αβγ, κύκλου, τῆς αδ, ληφθήτω τυχὸν σημεῖον τὸ ε, καὶ προσπιπτέτωσαν ἀπὸ τοῦ ε, σημείου αἱ εβ, εγ, εζ, εὐθεῖαι. Λέγω, ὅτι ἡ μὲν εα, ἡ διὰ τοῦ η, κέντρου μεγίστη ἐστίν, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπὴ εδ, τῶν δ᾽ ἄλλων ἡ μὲν εβ, μείζων τῆς εγ, ἡ δὲ εγ, τῆς εζ. ἐπιζευχθεισῶν γὰρ τῶν βη, γη, ζη, ἐπεὶ αἱ εη, ηβ, μείζονές εἰσι τῆς εβ, κατὰ τὴν κ′. τοῦ α. ταῖς δὲ εη, ηβ, ἴση ἐστὶν ἡ εα, ἡ γὰρ ηα, ἴση ἐστὶ τῇ ηβ, κατὰ τὸν ιε. ὅρον τοῦ α. καὶ κοινὴ ἡ ηε, μείζων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ εα, τῆς εβ. Αὖθις τῶν εηβ, καὶ εηγ, τριγώνων αἱ δύο μὲν πλευραὶ εη, ηβ, ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς εη, ηγ, ἴση γὰρ ἡ ηβ, τῇ ηγ, κατὰ τὸν αὐτὸν ὅρον, καὶ κοινὴ ἡ εη, ἡ δὲ ὑπὸ εηβ, γωνία μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ εηγ, ὥστε καὶ βάσις ἡ εβ, βάσεως τῆς εγ, μείζων ἐστὶ κατὰ τὴν κδ′. τοῦ α. τὸν αὐτὸν τρόπον δειχθήσεται καὶ ἡ εγ, μείζων τῆς εζ. ἐπεὶ δὲ αἱ ζε, εη, μείζονές εἰσι τῆς ζη, τῇ δὲ ζη ἴση ἐστὶν ἡ ηδ, μείζονες ἄρα εἰσὶν αἱ ζε, εη, καὶ τῆς ηδ, κοινῆς δὲ ἀφαιρουμένης τῆς ηε, ἐναπολειφθήσεται ἡ εζ, μείζων τῆς εδ. Εἰ οὖν ἡ μὲν εα, μείζων δέδεικται τῆς εβ, αὕτη δὲ τῆς εγ, ἡ δὲ εγ, μείζων ἐστὶν ὁμοίως τῆς εζ, δέδεικται δὲ καὶ ἡ εζ, μείζων τῆς εδ, ἄρα ἡ μὲν εα, μεγίστη ἐστίν, ἡ δὲ εδ, ἐλαχίστη, τῶν δ᾽ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν· ὅπερ ἦν τὸ πρῶτον.

Eucl. Lib. 3. Fig. 9.



Λέγω δ᾽ ὅτι καὶ ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς εδ, δύο μόνας εὐθείας ἴσας προσπίπτειν. γινέσθω δὴ τῇ ὑπὸ ζηδ, γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ δηθ, κατὰ τὴν κγ. τοῦ α. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εθ. καὶ ἐπεὶ ἡ ζη, ἴση ἐστὶ τῇ ηθ, ὡς ἐκ τοῦ κέντρου ἄμφω, κοινὴ δὲ ἡ ηε, πάντως γε αἱ δύο ζη, ηε, ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς θη, ηε, γέγονε δὲ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ζηε, ἴση τῇ ὑπὸ θηε, καὶ βάσις ἄρα ἡ ζε, βάσει τῇ εθ, ἴση ἐστὶ κατὰ τὴν δ′. τοῦ αὐτοῦ. ὅτι δὲ οὐδεμία ἄλλη εὐθεῖα δύναται προσπεσεῖν ἴση τῇ εζ,

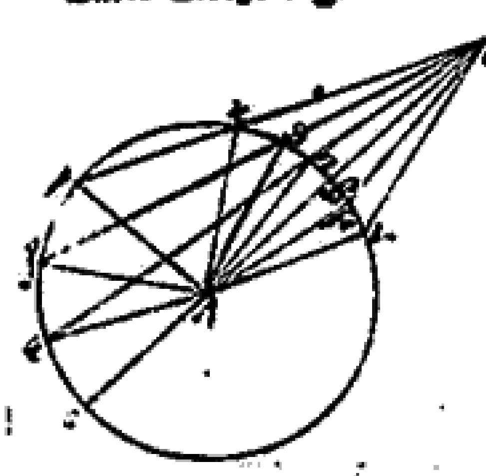
Πλὴν

πλείων τῆς ε θ, δῆλον. προσπιπτέτω γάρ, εἴγε δυνατὸν, ἡ ε κ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ η κ. καὶ ἐπεὶ αἱ ζ η, η ε, ἴσαι εἰσὶ ταῖς κ η, η ε, ἡ γὰρ ζ η, ἴση ἐστὶ τῇ η κ, κατὰ τὸν ιε, ὅρον τοῦ α. καὶ κοινὴ ἡ η ε, ἔστι δὲ καὶ ἡ ζ ε, ἴση τῇ ε κ, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ζ η ε, γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ κ η ε, κατὰ τὴν η. τοῦ αὐτοῦ, ἀλλὰ τῇ ὑπὸ ζ η ε, ἴση γέγονεν ἡ ὑπὸ θ η ε, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ θ η ε, τῇ ὑπὸ κ η ε, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι, ὅπερ ἄτοπον. Ἐὰν ἄρα κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὅμοιόν ἐστι καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις Η'. Θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ, ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστὶ, τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων, δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Ἐκτὸς ἤδη τοῦ α β γ, κύκλου, ληφθήτω σημεῖον τὸ δ, ἀφ' οὗ διαχθήτωσαν εὐθεῖαι πρὸς τὸν κύκλον, αἱ δ α, δ ε, δ ζ, δ γ, ὧν ἡ μὲν δ α, ἔστω διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ ἄλλαι, ὡς ἔτυχε. Λέγω δὴ α. ὅτι τῶν πρὸς τὴν α ε ζ γ, κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν μεγίστη μέν ἐστιν ἡ α δ, τῶν δὲ ἄλλων ἡ δ ε, μείζων τῆς δ ζ, καὶ ἡ δ ζ, μείζων τῆς δ γ. Ἀχθήτωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ λ, κέντρου αἱ λ γ, λ ζ, λ ε, καὶ ἐπεὶ αἱ ε λ, λ δ, μείζονές εἰσι τῆς ε δ, κατὰ τὴν κ'. τοῦ α'. ταῖς δὲ ε λ, λ δ, ἴση ἐστὶν ἡ α δ, ἴση γὰρ ἡ α λ, τῇ ε λ, κατὰ τὸν ιε'. ὅρον τοῦ αὐτοῦ, καὶ κοινὴ ἡ λ δ, πάντως γε καὶ ἡ α δ, μείζων ἐστὶ τῆς ε δ. αὖθις ἐπεὶ αἱ ε λ, λ δ, ἴσαι εἰσὶ ταῖς ζ λ, λ δ, ἴση γὰρ ἡ ε λ, τῇ ζ λ, καὶ κοινὴ ἡ λ δ, ἡ δὲ ὑπὸ ε λ δ, γωνία



Eucl. Lib. 3. Fig. 10.

μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ζ λ δ, δῆλον, ὅτι καὶ βάσις ἡ ε δ, μείζων ἐστὶ τῆς ζ δ, κατὰ τὴν κδ'. τοῦ αὐτοῦ. Διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσεται καὶ ἡ ζ δ, μείζων τῆς γ δ, ἐπεὶ οὖν ἡ α δ, μείζων δέδεικται τῆς ε δ, αὕτη δὲ τῆς ζ δ, ἡ δὲ ζ δ, τῆς γ δ, ἄρα ἡ μὲν α δ, μεγίστη ἐστὶν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν ἄλλων δὲ ἡ ἔγγιον ταύτης τῆς ἀπώτερον μείζων. ὅπερ ἐστὶ τὸ α.

Λέγω δ' ἔτι, ὅτι τῶν πρὸς τὴν β η θ κ, κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ δ β, ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου δ, καὶ τῆς διαμέτρου β α,

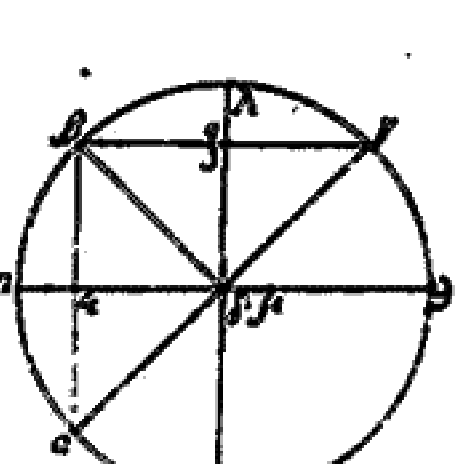
τῶν

τῶν δ' ἄλλων ἡ δη, ἐλάττων τῆς δθ, καὶ ἡ δθ, τῆς δκ. Ἀχθήτωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ λ, κέντρου αἱ λη, λθ, λκ, καὶ ἐπεὶ αἱ λη, ηδ, μείζονές εἰσι τῆς λδ, κατὰ τὴν κ'. τοῦ α'. ἡ δὲ λη, ἴση ἐστὶ τῇ λβ, κατὰ τὸν ιε'. ὅρον τοῦ αὐτοῦ, ἐγκαταλείπεται πάντως ἡ ηδ, μείζων τῆς βδ. Πάλιν ἐπεὶ ἐντὸς τοῦ λθδ, τριγώνου ἐπὶ τῆς λδ, πλευρᾶς δύο εὐθεῖαι συνεστάθησαν αἱ λη, ηδ, πάντως γε κατὰ τὴν κα'. τοῦ αὐτοῦ, αἱ δύο αὗται συσταθεῖσαι εὐθεῖαι, ἐλάττονές εἰσι τῶν λθ, θδ, ἀλλ' ἡ λη, ἴση ἐστὶ τῇ λθ, κατὰ τὸν ιε'. ὅρον τοῦ αὐτοῦ, ἄρα ἀφαιρεθεισῶν τῶν λη, λθ, ἐγκαταλείπεται ἡ ηδ, ἐλάττων τῆς θδ. Διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσεται καὶ ἡ θδ, ἐλάττων τῆς κδ, ὥστε ἐπεὶ ἡ βδ, ἐλάττων δέδεικται τῆς ηδ, ἡ δὲ ηδ, τῆς θδ, καὶ αὕτη τῆς κδ· ἡ βδ, δήπουθεν ἐλαχίστη ἐστὶν, καὶ ἡ ἔγγιον ταύτης τῆς ἀπώτερον μείζων, ὅπερ ἦν τὸ β'.

Λέγω γ'. ὅτι ἐφ' ἑκάτερα τῆς βδ, δύο μόναι εὐθεῖαι ἴσαι πίπτουσι. γινέσθω δὲ τῇ ὑπὸ ηλβ, γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ βλμ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ δμ, καὶ ἐπεὶ ἡ λη, ἴση ἐστὶ τῇ λμ, κοινὴ δὲ ἡ λδ, πάντως γε αἱ δύο ηλ, λδ, δυσὶ ταῖς μλ, λδ, ἴσαι εἰσι, γέγονε δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ηλβ, γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ μλβ, ἄρα καὶ βάσις ἡ δη, βάσει τῇ δμ, ἴση ἐστὶ κατὰ τὴν δ'. τοῦ α'. Ὅτι δὲ οὐδὲ δυνατὸν ἑτέραν τινὰ προσπίπτειν ἴσην τῇ δη, πλὴν τῆς δμ, δῆλον. Πιπτέτω γὰρ ἡ δν, εἴγε δυνατόν· καὶ ἐπιζεύχθω ἡ λν, καὶ ἐπεὶ ἡ δν, ἴση ἐστὶ τῇ δη, πάντως γε ἴση ἐστὶ καὶ τῇ δμ, κατὰ τὸ α'. ἀξίωμα· ἔστι δὲ καὶ ἡ λμ, ἴση τῇ λν, καὶ βάσις ἡ αὐτὴ δλ, ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ δμλ, ἴση ἐστὶ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δνλ, κατὰ τὴν η'. τοῦ α'. ἡ ἐντὸς τῇ ἐκτὸς, ὅπερ ἄτοπον κατὰ τὴν κα'. τοῦ αὐτοῦ. Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον καὶ τὰ ἑξῆς.

Πρότασις Θ'. Θεώρημα.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους, ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου. *Eucl. Lib. 3. Fig. 11.*



Τοῦ αβγ, ἤδη κύκλου ἐντὸς ληφθήτω σημεῖον τὸ δ, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἀχθήτωσαν ἴσαι εὐθεῖαι αἱ δα, δβ, δγ. Λέγω, ὅτι τὸ δ, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου. Ἐπιζεύχθωσαν γὰρ αἱ αβ, βγ, καὶ τμηθήτωσαν δίχα κατὰ τὰ ε, καὶ ζ, σημεῖα, καὶ ἀχθήτωσαν αἱ εδ, ζδ, περαιούμεναι κατὰ τὰ ηθ, καὶ κλ, σημεῖα. καὶ ἐπεὶ αἱ αε, εβ, ἴσαι εἰσι, καὶ κοινὴ ἡ εδ, δύο δὴ, αἱ αε, εδ, ἴσαι εἰσι δυσὶ ταῖς βε, εδ, ἔστι δὲ καὶ βάσις ἡ αδ, βάσει τῇ βδ, ἴση, ἄρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ αεδ, ἴση ἐστὶ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ βεδ, κατὰ τὴν η'. τοῦ α'. κάθετος ἄρα ἡ ηθ, ἐπὶ τῆς βα. Ἐπεὶ δ' αὖθις ἡ βα, τέμνεται ὑπὸ τῆς ηθ, δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς, πάντως γε κατὰ τὴν γ'. τοῦ παρόν-

τος

τῆς ἐπὶ τῆς $\eta\theta$, ἐςὶ τὸ κέντρον. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς $\kappa\lambda$, ὁμοίως ἐςὶ τὸ κέντρον. ἀλλὰ τῶν $\eta\theta$, $\kappa\lambda$, κοινὴ τομή ἐςι τὸ δ, σημεῖον, τὸ δ, ἄρα σημεῖόν ἐςι τὸ κέντρον τοῦ $\alpha\beta\gamma$, κύκλου. Ἐὰν ἄρα κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον καὶ τὰ ἑξῆς.

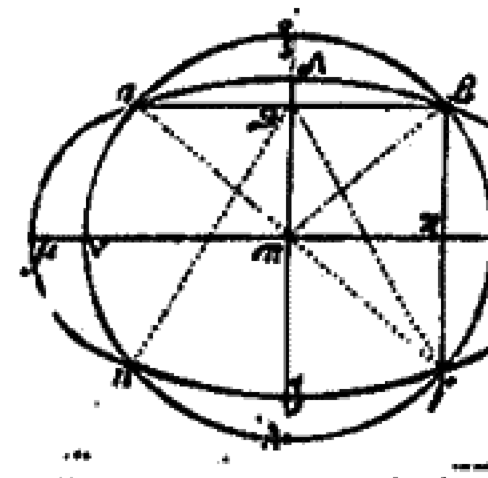
Ἄλλως. Ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σχήματος τῶν αὐτῶν ὑποτιθεμένων, λέγω, ὅτι τὸ δ, σημεῖον, ἐςὶ τὸ κέντρον τοῦ $\alpha\beta\gamma$, κύκλου. εἰ γὰρ μὴ, ἔςω τὸ μ. καὶ διήχθω διὰ τοῦ δ, καὶ μ, ἡ $\eta\theta$. καὶ ἐπεὶ ἡ $\theta\eta$, διάμετρός ἐςι, καὶ ἐπ' αὐτῆς εἴληπται τυχὸν σημεῖον τὸ δ, ἀφ' οὗ αἱ $\delta\theta$, $\delta\gamma$, $\delta\beta$, πρὸς τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου προσπίπτουσι, πάντως γε ἡ $\delta\theta$, ἐφ' ἧς τὸ κέντρον μεγίςη ἐςὶ κατὰ τὴν ζ'. τοῦ παρόντος, ἡ δὲ $\gamma\delta$, μείζων ἐςὶ τῆς $\delta\beta$, ἀλλ' ὑπετέθη καὶ ἴση, ἄτοπον ἄρα. Ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλο τι σημεῖον κέντρον ἐςὶ παρὰ τὸ δ. τὸ δ, ἄρα ἐςὶ τὸ κέντρον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις Ι'. Θεώρημα.

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο.

Εἰ γὰρ δυνατὸν τεμνέτω ὁ $\alpha\beta\gamma$, κύκλος τὸν $\delta\epsilon\zeta$, κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο, τὰ α, β, γ, η. καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, ὧν δίχα τεμνομένων κατὰ τὰ θ, καὶ κ, διὰ τῆς ι. τοῦ α. ἤχθωσαν πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ θ, καὶ κ, τῇ μὲν $\alpha\beta$, ἡ $\theta\lambda$, τῇ δὲ $\beta\gamma$, ἡ $\kappa\nu$, περατούμεναι κατὰ τὰ ξ, καὶ o. καὶ ἐπεὶ τὰς $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, εὐθείας μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνουσιν αἱ $\xi\lambda$, $o\nu$, εὐθεῖαι, πάντως γε κατὰ τὴν γ'. τοῦ παρόντος ἐφ' ἑκατέρας τῶν $\xi\lambda$, $o\nu$, ἐςὶ τὸ τοῦ $\alpha\beta\gamma$, κύκλου κέντρον. αἱ δὲ $\xi\lambda$, $o\nu$, κατ' οὐδὲν ἄλλο ξυμβάλλουσιν ἀλλήλαις, ἢ τὸ π, τὸ π, ἄρα κέντρον ἐςὶ τοῦ $\alpha\beta\gamma$, κύκλου. Διὰ τὰ αὐτὰ δειχθήσεται τὸ αὐτὸ π, σημεῖον κέντρον εἶναι καὶ τοῦ $\delta\epsilon\zeta$, ἄρα δύο κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τὸ αὐτό ἐςι κέντρον, ὅπερ ἄτοπον, κατὰ τὴν ε. τοῦ παρόντος. οὐ τέμνει ἄρα κύκλος κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο. ὅπερ ἔδει δεῖξαι. ἢ καὶ οὕτως. Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ $\alpha\beta\gamma$, κύκλου, καὶ ἔςω τὸ π, ἀφ' οὗ ἀγόμεναι εὐθεῖαι πρὸς τὴν περιφέρειαν τοῦ αὐτοῦ κύκλου αἱ $\pi\alpha$, $\pi\beta$, $\pi\gamma$, ἴσαι ἔσονται κατὰ τὸν ιε. ὅρον τοῦ α. ἀλλ' ἐπεὶ ἐντὸς τοῦ $\delta\epsilon\zeta$, κύκλου εἴληπται τὸ αὐτὸ π, σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὴν τοῦ $\delta\epsilon\zeta$, κύκλου περιφέρειαν ἤχθησαν πλείονες, ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι αἱ $\pi\alpha$, $\pi\beta$, $\pi\gamma$, τὸ π, ἄρα κατὰ τὴν ἀνωτέρω κέντρον ἐςὶ καὶ τοῦ $\delta\epsilon\zeta$, κύκλου. δύο ἄρα κύκλων τεμνόντων ἀλλήλους τὸ αὐτό ἐςι κέντρον, ὅπερ ἀδύνατον κατὰ τὴν ε, τοῦ παρόντος. κύκλος ἄρα κύκλον οὐ τέμνει καὶ τὰ ἑξῆς.

Eucl. Lib. 3. Fig. 12.



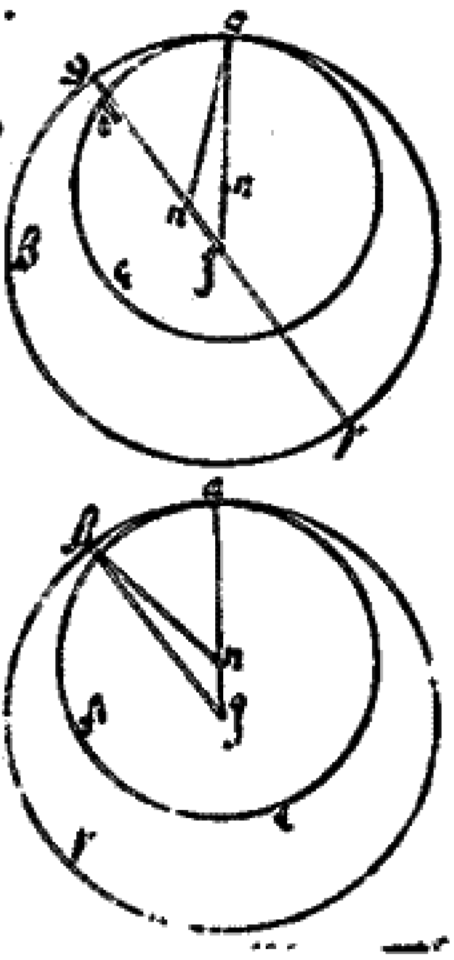
Πρό-

Πρότασις ΙΑ'. Θεώρημα.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

Δύο ἤδη κύκλοι οἱ αβγ, αδε, ἀπτέσθωσαν ἐντὸς ἀλλήλων κατὰ τὸ α, τοῦ μὲν αβγ, ἔστω κέντρον τὸ ζ, τοῦ δὲ αδε, τὸ η. Λέγω, ὅτι ἡ ἐπὶ τὰ η, ζ, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐπὶ τὸ α, πεσεῖται ἐκβαλλομένη. εἰ γὰρ δυνατὸν, πιπτέτω ἐπί τινος ἄλλου σημείου, ὥσπερ εἰπεῖν τοῦ θ, ὡς ἡ ζηθ· καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ αη, αζ, καὶ ἐπεὶ αἱ ζη, ηα, τῆς αζ, μείζονές εἰσι, κατὰ τὴν κ'. τοῦ α. τῇ δὲ ζα, ἴση ἐστὶν ἡ ζθ, κατὰ τὸν ιε, ὅρον, ἄρα καὶ αἱ ζη, ηα, μείζονές εἰσι καὶ τῆς ζθ'. κοινῆς δὲ ἀφαιρουμένης τῆς ζη, ἐγκαταλείπεται ἡ ηα, μείζων τῆς ηθ, τῇ δὲ ηα, ἴση ἐστὶν ἡ ηδ, τὸ γὰρ η, κέντρον ἐστὶ τοῦ αδε, κύκλου κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἄρα καὶ ἡ ηδ, μείζων ἐστὶ τῆς ηθ, ἡ ἐλάττων τῆς μείζονος, ὅπερ ἄτοπον. ἢ καὶ οὕτω. Τοῦ ζ, ὄντος κέντρου τοῦ αβγ, κύκλου, καὶ τοῦ η, τοῦ αδε, λέγω τὴν ἐπὶ τὰ ζ, η, ἐπιζευγνυμένην εὐθεῖαν ἐπὶ τὸ α,. πίπτειν. εἰ γὰρ μὴ, πιπτέτω ἐπὶ τὸ β, ὡς ἡ ζηβ, καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ζβ, καὶ ἐπεὶ τὸ ζ, κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ, κύκλου, ἡ ζα, ἴση ἐστὶ τῇ ζηβ, τῇ δὲ ζα, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ζβ, ἄρα ἡ βζ, ἴση τῇ ζηβ, ὅπερ ἀδύνατον, κατὰ τὴν κ'. τοῦ α. Ἔτι ἐὰν τὴν ζηβ, κατὰ τὸ ἐναντίον, εὐθεῖαν εἶναι ὑποθῶμεν, καὶ ἡ βζ ἐπιζευχθῇ, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν, ὅπερ πολλῷ μᾶλλον ἄτοπον κατὰ τὸ ιβ, ἀξίωμα. ἢ δύο εὐθεῖαι κοινὸν ἕξουσι τμῆμα αἱ ζηβ, ζηα, ὅπερ ἀδύνατον, κατὰ τὸ ιγ'. ἀξίωμα. Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ τὰ ἑξῆς.

Eucl. Lib. 3. Fig. 13.



ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι δύο κύκλων ἀλλήλων ἀπτομένων ἐντὸς ἡ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς ἐπὶ τὸ τοῦ ἑνὸς κέντρον ἀγομένη εὐθεῖα ἐλεύσεται καὶ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ ἑτέρου κύκλου.

Πρότασις ΙΒ'. Θεώρημα.

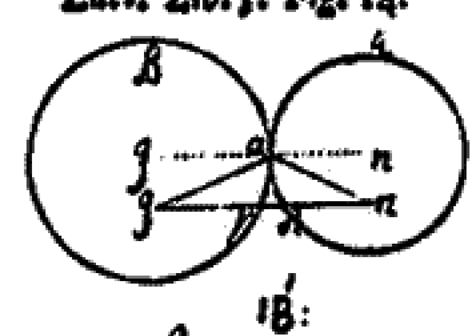
Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Δύο ἤδη κύκλοι ὁ αβγ, οὗ κέντρον τὸ ζ, καὶ ὁ αδε, οὗ κέντρον τὸ η, ἀπτέσθωσαν ἀλλήλων κατὰ τὸ α. Λέγω, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ ζ, ἐπὶ τὸ η, ἐπιζευγνυμένη εὐ-

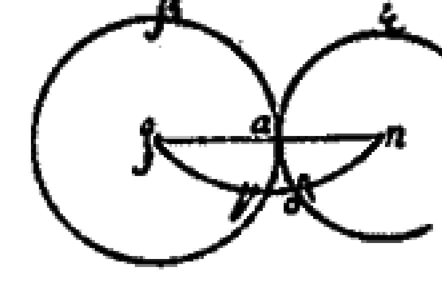
θεῖα

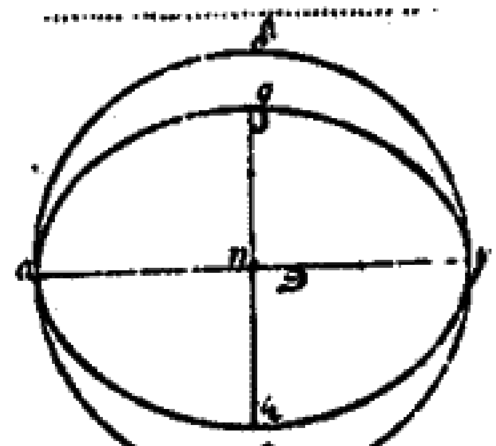
θεῖα διὰ τοῦ α, διελεύσεται. εἰ γὰρ δυνατὸν, διελθέτω ὡς ἡ ζγδη, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ζα, ηα. καὶ ἐπεὶ τὸ ζ, κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγ, κύκλου, ἡ ζα, πάντως ἴση ἐστὶ τῇ ζγ. ὡσαύτως καὶ ἡ ηα, ἴση ἐστὶ τῇ ηδ, ὥστε αἱ ζα, αη, ἴσαι εἰσὶ ταῖς ζγ, δη. κοινῆς δὲ προσκειμένης τῆς γδ, ἔσται ἅπασα ἡ ζγδη, μείζων τῶν ζα, αη, ὅπερ ἀδύνατον κατὰ τὴν κ΄. τοῦ α΄. ἢ καὶ οὕτω. Διελθέτω, εἰ δυνατὸν, ἡ ἀπὸ τοῦ η, ἐπὶ τὸ ζ, μὴ διὰ τοῦ α, ἀλλὰ διὰ τῶν γ, καὶ δ, ὡς ἡ ζγδη, ἐπὶ τοῦ β΄. σχήματος, ἥτις εὐθεῖα ὑποκείσθω. καὶ ἀπὸ τῶν ζ, η, κέντρων ἀχθήτωσαν αἱ ζα, αη. εἰ μὲν καὶ ἡ ζαη, εὐθεῖά ἐστιν, ἐπεὶ εὐθεῖα ὑπόκειται καὶ ἡ ζγδη, πάντως γε δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέχουσιν, ὅπερ ἄτοπον. εἰ δὲ ἡ ζαη, οὐκ ἔστιν εὐθεῖα, τὸ ζαη, σχῆμα τρίγωνον ἔσται, οὗ βάσις ἡ ζγδη, πλευραὶ δὲ αἱ ζα, αη, καὶ δειχθήσεται ὡς ἀνωτέρω ἡ ζγδη, βάσις, μείζων τῶν ζα, αη, πλευρῶν, ὅπερ ἀδύνατον κατὰ τὴν κ΄. τοῦ α΄. Ἐὰν ἄρα δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα καὶ τὰ ἑξῆς.

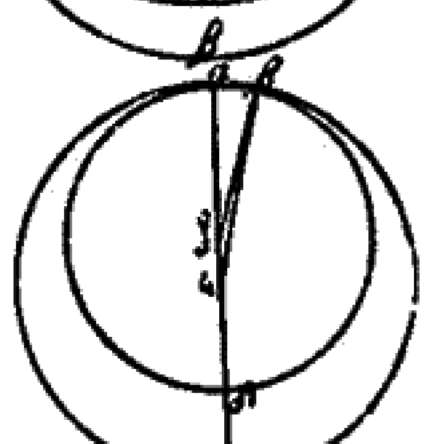
Eucl. Lib. 3. Fig. 14.



ιβ:







Πρότασις ΙΓ΄. Θεώρημα.

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ καθ᾽ ἓν, ἐάν τε ἐντὸς, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Κύκλος γὰρ ὁ αβγδ, οὗ κέντρον τὸ η, ἁπτέσθω, εἰ δυνατὸν, τοῦ αεγζ, κύκλου, οὗ κέντρον τὸ θ, ἐντὸς κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ ἐν, τὰ α, γ. ἡ διὰ τῶν ηθ, ἄρα διερχομένη, ἐπὶ τὰς ἐπαφὰς πεσεῖται τῶν κύκλων, κατὰ τὴν ια΄. τοῦ παρόντος, ὡς ἡ αγ, καὶ ἐπεὶ τὸ η, κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγδ, κύκλου, πάντως γε ἡ ηα, ἴση ἐστὶ τῇ ηγ, ἡ δὲ ηγ, μείζων ἐστὶ τῆς θγ. ἄρα καὶ ἡ αη, μείζων ἐστὶ τῆς θγ, ἡ δὲ αθ, πολλῷ μείζων τῆς αὐτῆς θγ. Ἐπεὶ δ᾽ αὖθις τὸ θ, κέντρον ἐστὶ τοῦ αεγζ, κύκλου, πάντως γε ἡ θα, ἴση ἐστὶ τῇ γθ. δέδεικται δὲ καὶ πολλῷ μείζων ταύτης, ὅπερ ἄτοπον. Εἰ δέ τις εἴποι τὰ τῶν ἀφῶν σημεῖα ἐγγὺς ἀλλήλων εἶναι, καὶ μὴ κατὰ διάμετρον. ἁπτέσθω οὕτως ὁ αβγ, τοῦ αβδ, κατὰ τὰ α, καὶ β. καὶ τοῦ μὲν αβγ, ἔστω κέντρον τὸ ε, τοῦ δὲ αβδ, τὸ ζ. πάντως γε ἡ διὰ τῶν ε, ζ, διαβαίνουσα, ἐπὶ μίαν τῶν ἀφῶν, εἰ μὴ καὶ ἐπὶ τῶν δύο, πεσεῖται, κατὰ τὴν ια΄. τοῦ παρόντος. πιπτέτω δὴ ἐπὶ τὸ α, ὡς ἡ αγ. καὶ ἐπιζεύχθωσαν αἱ βζ, βε. ἄρα αἱ εζ, ζβ, μείζους εἰσὶ τῆς εβ,