

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ

ΠΕΡΙ ΑΠΟΔΕΙΞΕΩΝ

§ 138. Γενικαὶ κρίσεις ἐν αἷς τὸ κύρος τῆς τῶν ἐννοιῶν συνδέσεως εἶναι τόσον προφανεῖς καὶ πρόδηλον, ώστε οὕτε χρειάζεται, οὕτε ἐπιδέχεται τινα προσεπιθεβαίωσιν, ὅπως γείνη ἀποδεκτὸν ὑπὸ τῆς ἀνθρωπίνης συνειδήσεως, ὃνομάζονται ἀξιώματα. Τὸ οὕτως ἀμετόν τῶν ἀξιώματων κύρος στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὅτι αἱ μεταξύ τῶν ἐν αὐτοῖς ἐννοιῶν σχέσεις εἶναι τόσον ἀπλαῖ, καὶ σαφεῖς, ώστε δὲν δύνανται ν' ἀναγθῶσιν εἰς ἔτι ἀπλουστέρας. Διὸ τοῦτο δὲ καὶ ἀρχαὶ ὄνομάζονται ταῦτα.

Τούναντίον κρίσεις τῶν ὅποιων τὸ κύρος εἶναι ἔμμεσον, ώς στηρίζομενον ἐπὶ τῆς βεβαιότητος τοῦ κύρους ἄλλων κρίσεων, ὄνομάζονται θεωρήματα. Ως τοιαῦται κρίσεις τὰ θεωρήματα ὅχι μόνον ἐπιδέχονται ἄλλα καὶ ἀναγκην ἔχουσιν ἔμπεδώσεως τῆς δι' αὐτῶν ἐκφερομένης ἀληθείας. Ἡ ἔμπεδωσις, ἦτοι αἰτιολογία τῶν θεωρημάτων γίνεται διὰ τῶν ἀπυδείξεων.

§ 139. Ἀπόδεεξες λέγεται πᾶσα συλλογιστικὴ ἔργασία, δι' ἣς βεβαιοῦμεν τὴν ἀμφισβητήσιμον ἀληθείαν κρίσεως τινος, φανερὸν ποιοῦντες ὅτι αὕτη εἶναι τὸ ἀναγκαῖον λογικὸν συμπέρασμα ἄλλων βεβαίων καὶ ἀναμφισβητήτων ἀληθείῶν. Πᾶσα λοιπὸν ἀπόδεεξες ἀποτελεῖται ἢ ἐξ ἐνὸς ἀπλοῦ συλλογισμοῦ ἢ ἐκ συστήματος συλλογιστικῶν σειρῶν, τῶν ὅποιων προκείμεναι εἶναι ποῦ μὲν ἀξιώματα καὶ δρισμοὶ μόνον, ποῦ δὲ καὶ ἀποδεδειγμένα ἥδη θεωρήματα. Αἱ τοιαῦται προκείμεναι τῶν δι' ὧν ποιούμεθα τὰς ἀπόδεεξεις συλλογισμῶν ὄνομάζονται ἀποδεεκτικοὶ λόγοι. Τὸ ἐκ τούτων τελικὸν συμπέρασμα πρέπει νὰ ἔναι αὐτὴ ἡ ἀποδεικτέα πρότασις, ἡ δποία καλεῖται θέσεις.

§ 140. Οπου ὡς ἀποδεικτικοὶ λόγοι χρησιμεύουσι μόνον ἀξιώματα καὶ δρισμοί, αἱ ἀπόδεεξεις ὄνομάζονται ἀνεπτυγμέναις, διότι ἀπλούστεραι ἀληθείαι εἰς δες ν' ἀναλυθῶσι πε-

ρωιτέρω δὲν ὑπάρχουσιν. "Οπου παρεντίθενται μεταξὺ αὐτῶν καὶ θεωρήματα, ὄνομαζονται συνεπτυγμέναις ἀποδείξεις· διότι τὰ θεωρήματα, χρησιμεύοντα ως προσεχεῖς μόνον ἀποδεικτικοὶ λόγοι, ἔχουσι τὸ καθ' αὐτὰ ἀναγκην ἀναπτύξεως, τουτέστιν ἀναγωγῆς εἰς ἀπλᾶς καὶ πρώτας ἀληθείας.

'Ἐν ταῖς συνεπτυγμέναις ἀποδείξεις τὰ θεωρήματα πρέπει ν' ἀκολουθῶσιν ἀλληλα καὶ ώρισμένην τάξιν. Πρέπει δηλαδὴ νὰ κατηγορηθεῖσαν τοῖς ἀποδεικτικοῖς λόγοις μόνον ἔκεινα, τῶν ὅποιων ἡ ἀπόδειξις ἔχει ἥδη προηγηθῆ, ἀνεξαρτήτως τῆς δι' αὐτῶν ἀποδεικτέας θέσεως. Τοιαύτη τις μέθοδος ὄνομαζεται συστηματικὴ τῶν ἀποδεικτικῶν λόγων κατάταξις. Θ

§ 141. 'Ως πρὸς τὸν τρόπον δι' οὗ ἐπιτυγχάνουσι τοῦ σκοποῦ αὐτῶν καὶ ἀποδείξεις διατροῦνται εἰς ἀμέσους καὶ ἐρμέσους.

"Αμεσος ἀπόδειξις λέγεται ἔκεινη, δι' ἣς ἀποδεικνύομεν ἀπ' εὐθείας τὴν ἀληθειαν ἢ μὴ ἀληθειαν τῆς δεδομένης θέσεως. "Εμμεσος ἢ πλαγέα ἀπόδειξις ἔκεινη, δι' ἣς ἐμπέδοῦμεν τὴν ἀληθειαν ἢ τὸ ψεῦδος τῆς θέσεως, ἀποδεικνύοντες δτι ἡ ἀντίθεσις αὐτῆς, δῆλα δὴ τὸ ἀντιφατικῶς ἀντίθετον τῆς θέσεως εἶναι ἀδύνατον.

§ 142. Τῶν ἀμέσων ἀποδείξεων ὑπάρχουσι δύο μέθοδοι· ἡ ἀπὸ τῶν γενικῶν ἐπὶ τὰ μερικὰ προχωρητικὴ ἢ ἐπισυλλογεστικὴ λεγομένη, καὶ ἡ ἀπὸ τῶν μερικῶν ἐπὶ τὰ γενικὰ ἀναδρομικὴ ἢ προσυλλογεστικὴ λεγομένη.

Τῆς ἐπισυλλογιστικῆς μεθόδου ὑπάρχουσι πάλιν δύο εἴδη. *Πρῶτον*: 'Ἀποδεικνύομεν θέσιν τινὰ ἀναγωροῦντα, απὸ τῶν αἰτίων καὶ ἀποδεικνύοντες τὴν περὶ ἣς προκειται θέσιν ως τὴν ἀναγκαῖαν αὐτῶν συγέπειαν. Πρὸς τὸν σκοπὸν τούτον ὑποτάσσομεν τὸ ὑποκείμενον τῆς θέσεως εἰς μίαν ἢ πλείονας κατὰ σειρὰν γενικὰς ἐννοίας, τῶν ὅποιων τὰ γνωστὰ κατηγορούμενα μεταβιβάζομεν διαδοχικῶς (ἴδ. § 149) εἰς τὸ ὑποκείμενον τοῦτο, οὕτως ώστε ἐπὶ τέλους παρίσταται καὶ τὸ κατηγορούμενον τῆς θέσεως ἀναγκαῖως προσιδιάζον αὐτῷ τούτῳ τῷ ὑποκειμένῳ αὐτῇ. Τὸ εἶδος τοῦτο τῶν ἀποδείξεων εἶναι

κατ' Ἀριστοτέλη τὸ ἀξιολογώτατον πάντων διὰ τὰς ἐπιστήμας, διότι παρέχει ἡμῖν συγχρόνως πλήρη τῆς θέσεως ἔξηγησιν, ἀποδεικνύον ὅχι μόνον δτ., ἀλλὰ καὶ διατὰ ἀληθεύει ἢ δὲν ἀληθεύει ἡ ἔκαστος θέσις.

§ 143. Δεύτερον διώς προχωροῦμεν ως ἀπὸ ἀφετηρίας, ἀπ' αὐτῆς τῆς δεδομένης θέσεως, τῆς ἀποίας, παραδεχόμενοι προσωρινῶς τὴν ἀληθείαν, ἀναπτύσσομεν τὰς συνεπείας. Εάν εὕρωμεν δτὶς καὶ εἴς αὐτῆς συνέπειαι δὲν ἀντιφάσκουσιν οὔτε πρὸς γενικάς τινας ἀληθείας, οὔτε πρὸς ἀναμφισβήτητα γεγονότα, συμπεραίνομεν οὐχὶ τὴν βεβαιότητα ἀλλὰ τὴν πιθανότητα τοῦ κύρους τῆς θέσεως. Τοῦτο δὲ διότι, ἀφοῦ οὐδέποτε ἀναπτύσσομεν ἀπασαὰς τὰς συνεπείας ἀποδεικτέας τινὸς θέσεως, μένει πάντοτε πιθανόν, δτὶς θὰ προσεκρούομεν εἰς τινας ἀντίφασιν, ἐάν ἔξηκολουθοῦμεν τὴν ἀνάπτυξιν αὐτῶν περαιτέρω. Διὰ τοῦτο τὸ εἶδος τοῦτο τῶν ἀποδείξεων διὰ τὰς ἐπιστημονικὰς ἀληθείας δὲν εἶναι ἀσφαλές, καὶ χρησιμοποιεῖται μόνον ως συστακτικὸν ὑπόθεσεων, τῶν δποίων τὴν περαιτέρω ἔξέλεγξιν ἐπιφυλασσόμεθα πάντοτε.

Εὑρίσκει διώς ἀληθῆ ἐφαρμογὴν ἢ ἀπόδειξις αὗτη ἐν τῷ πρακτικῷ βίῳ· διότι δι' αὐτῆς ἀποδεικνύομεν τὴν σκοπιμότητα προτάσεων, διαπάξεων, νόμων, παρασκευῶν, μηχανικῶν ἢ καὶ διοικητικῶν συστημάτων κτλ. Τούτο δὲ διότι ἡ ἀτελὴς τῶν συνεπειῶν ἀνάπτυξις ἐν τοῖς τοιούτοις δὲν ἀποτελεῖ λογικὸν τῆς παροχθῆς αὐτῶν ἐμπόδιον. Εν πάσῃ δηλαδὴ ἀνθρωπίνῃ εἰσηγήσει ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν δεποίας συνεπείας θὰ ἔχωσι προτείνομενά τινα μέτρον ἐντὸς ὑπολογιστοῦ χρονικοῦ διαστήματος, ἢ ἐντὸς μιᾶς ἐπίσης ὑπολογιστῆς βιωτικῆς σφαίρας ἐφαρμοζόμενα, διόπειρας ἀποφασίσωμεν τὸν πραγματοποίησίν των. Μικροσκοπικὰ τυχὸν μειονεκτήματα ἢ μετὰ αἰώνας πιθαναὶ βλαβεραὶ συνέπειαι δὲν μᾶς ἐμποδίζουσιν ἐν ταῖς παρούσαις ἡμῶν ἐνεργείαις, τόσῳ μᾶλλον καθ' ὃν δύνανται νὰ βίξουν δετερωθῶσιν ἐν τῷ μεταξὺ διὰ προσθέτων καταλλήλων μετρων.

Ἐὰν κατὰ τὴν ἐν τῇ ἀποδείξει ταύτῃ ἀναπτυξάντων ἔκ τῆς θέσεως ἐπομένων, συμβῆ νὰ καταντήσωμεν ἔστω καὶ εἰς μίαν μόνον συνέπειαν ἀσυμβίβαστον πρὸς γενικὰς ἀληθείας ή ἀντιφάσκουσαν πρὸς πραγματικὰ γεγονότα, συμπεραίνομεν ἀμέσως τὸ ἄκυρον τῆς θέσεως, μετά τὴν διαφορὰν ὃς εἰς διὰ τοῦτο δὲν γνωρίζομεν καὶ τὰς λόγους, δι' αὗτας ἀντιφασίες ἔκεινη συμβαίνει. Τὴν γνῶσιν ταύτην προσπορίζόμεθα μόνον ἐὰν ἀναδράμωμεν εἰς τὴν ζήτησιν τῶν γενικῶν ἀληθειῶν πρὸς ἀς η θέσις συγχρούεται. Τοῦτο γίνεται λιαν τῶν ἀγαθομικῶν ή προσνηλογιστικῶν ἀποδείξεων.

§ 144. Καὶ τῶν προσυλλογιστικῶν ἀποδείξεων ὑπάρχουσι δύο εἴδη: *Πρῶτον:* Θεωροῦμεν τὴν δεδομένην θέσιν ὡς συνέπειαν καὶ ἀπ' αὐτῆς, ὡς φρεστηρίας, ἀνατρέχομεν εἰς τοὺς ἐξ ὧν συμπεραίνεται λόγους. Ἐὰν τοις λόγοις υἱοτοι εὑρεθῶσι καθόλου σύμφωνοι πρὸς γενικὰς ἀληθείας, ἀποδεικνύομεν ἀπλῶς ὡς πιθανὸν η̄ νοητὸν τὸ κύρος τῆς θέσεως. Μόνον ἐν ἐπιστήμαις, οἷαι κι μαθηματικαὶ, ἐν αἷς καὶ δι' ας τὸ νοητὸν εἶναι καὶ ἀληθὲς τοῦτο, ἀποδεικνύεται λιαν τοῦ εἴδους τούτου αὐτὴ η̄ ἀληθεια τῆς θέσεως. Ήδη πρὸς τὰς λοιπὰς θεωρητικὰς ἐπιστήμας συμβαίνει τὸ ἀνάλογον τοῦ ἐν τῇ τελευταίᾳ προχωρητικῇ ἀποδείξει. "Οπως ἔκει δὲν δυνάμεθα νὰ ἀναπτύξωμεν ἀπάσσας τὰς συνεπείας θέσεώς τινος ἀνεξαιρέτως, οὕτως ἐνταῦθα ἀδυνατοῦμεν νὰ ἔξιχνιάσωμεν τοὺς λόγους συνεπείας τινὸς συνάπταγτας. Διὰ τοῦτο ἀρκούμεθα μόνον εἰς τὸ πιθανόν. Ἐν τῷ πρακτικῷ ὅμως βίω χρησιμοποιούμεν καὶ ταῦτην τὴν ἀπόδειξιν πρὸς ὑποστήριξιν σχεδίων, εἰσηγήσεων, πρυτάσσεων ἐν γένει, διότι αἱ προτάσσεις καθίστανται ἀποδεκταὶ. ὅχι μόνον ἔνεκα τῶν ἔξι αὐτῶν συνεπειῶν, ἀλλ' ἐπίσης καὶ διὰ τῆς ἀποδείξεως, δτιοὶ ὅροι τῆς ἐκτελέσεως αὐτῶν δὲν διαφωνοῦσιν οὔτε πρὸς κειμένους τινὰς νόμους, πρὸς τὸ δίκαιον η̄ τὴν ἡθικήν, οὔτε πρὸς τὰ ὄλικὰ μέσα τὰ δποῖα σχομεν διὰ τὴν πραγματοποίησίν των. Πλέον πολιτικὴ ἐπομένως εἰσήγησις πρέπει νὰ αἰτιολογηθεῖ τοῦτο μὲν ὑπὸ τῆς ἐκ τῶν συνεπειῶν αὐτῆς

ώφελείας, τοῦτο δὲ ὑπὸ τῆς ἀποδείξεως, ὅτι αἱ γενικαὶ ἀρχαὶ ἐφ' ᾧ στηρίζεται εἶναι σύμφωνοι πρός τε τὸ δίκαιον καὶ τὴν ἡθικήν. Τὸ αὐτὸ πρέπει νὰ γίνεται καὶ κατὰ πᾶσαν ἀξίωσιν ή ὑπεράσπιειν προνομίων (ἢ καίωμα μονοπωλίου ἔκμεταλλεύσεως κτλ.). Ἀλλὰ καὶ ἐν πάσῃ ἴδιωτικῇ ἐπιχειρήσει πρέπει νὰ λαμβάνωμεν ὅπ' ὄψιν ὅχι μόνον τὰς ἐξ αὐτῆς ὡφελείας, ἀλλὰ καὶ τὰς δαπάνας, δι' ὃν ἡ ἐπιχειρησία θὰ καταστῇ τοιαύτη, ὅστε ν' ἀποφέρῃ τὰς προσδοκωμένας ὡφελείας.

§ 145. Δεύτερην εἶδος τῶν προσυλλογιστικῶν ἀποδείξεων εἶναι ἔκεινο, ἐν ᾧ ἐναχωροῦμεν ἀπὸ δεδομένων τινῶν προτάσεων, δπως ἐκ τῆς Βεβαίωτης αὐτῶν ἐμπεδώσωμεν ἀναδρομικῶς τὸ κύρος τῆς ἀποδεικτέας θέσεως, δεικνύοντες ὅτι αὐτὴ εἶναι ὁ μόνος ἀποχρῶν λόγος τοῦ κύρους τῶν προτάσεων ἔκεινων. Οὕτως: ἔχοντες γ' ἀποδείξωμεν ὅτι ἀξίωμα ή προτασίες τις ισχύει διὰ πᾶν τρίγωνον, καὶ ἀδυνατοῦντες νὰ πράξωμεν τοῦτο γενικῶς, ἀποδεικνύομεν αὐτὴν ισχύουσαν χωριστὰ διὰ τὰ ὄρθιογώνια, χωριστὰ διὰ τὰ ὀξυγώνια καὶ χωριστὰ διὰ τ' ἀμβλυγώνια τρίγωνα· πουτέστιν ἀποδεικνύομεν αὐτὴν ισχύουσαν δι' ἔκαστον μέρυς τοῦ πλάτους τοῦ ὑποκειμένου τῆς ἀποδεικτέας θέσεως ἀκεξαιρέτως, ἐξ οὗ συμπεραίνομεν εἰτα περιληπτικῶς ὅτι ισχεῖ καὶ δι' αὐτὸ τὸ ὑποκείμενον ὡς ἐν ὅλον θεωρούμενον. Τὴν τοιαύτην τοῦ σκέπτεσθαι μέθοδον τὴν ἐφαρμόζομεν συχνότατες ἐν τῇ ζωῇ ἡμῶν, καὶ τὸ πλεῖστον μέρος τῶν γενικῶν ἡμῶν γνώσεων τὸ ἀποκτῶμεν διὰ τῶν ἀθροιστικῶν ή περιληπτικῶν τουτων ἀποδείξεων, δι' ὃν ἀπὸ τῶν μερικῶν δεδομένων ἀνερχόμεθα εἰς τὰς γενικὰς ἀρχὰς τὰς δποίας εὑρισκόμεθα ἀναγκασμένοι να παραδεχθῶμεν, δπως ἐξηγήσωμεν τὸ δυνατὸν τῆς ὑπάρξεως τῶν δεδομένων ἔκεινων.

§ 146. Η ἀπὸ οὗτων μερικῶν ἐπὶ τὰ γενικὰ προσυλλογιστικὴ μέθοδος ὄνομαζεται καὶ ἐπαγωγὴ· ταύτης διακρίνουσι δύο εἴδη: τελεέσαν καὶ ἀτελής ἐπαγωγὴν. Καὶ τελεέσα μὲν ἐπαγωγὴ λέγεται η διὰ τῆς δποίας συμπεραί-

νομεν ὅτι κατηγορούμενόν τι ἀνήκει εἰς τὸ γένος, διότι γνωρίζομεν ὅτι ἀνήκει εἰς ἐν ἔκαστον τῶν εἰδῶν αὐτοῦ ἀνεξαιρέτως. Οὕτω συμπεραίνομεν διὰ τελείας ἐπαγωγῆς ὅτι οἱ ἀρχαιότεροι τῶν πλανητῶν στρέφονται περὶ τοὺς ἔαυτῶν ἀξονας, διότι διὰ τῶν καθ' ἔκαστα καὶ κατὰ καιροὺς παρατηρήσεων τῆς περιοδικῆς ἐπανόδου τῶν ἐπὶ τοῦ δίσκου αὐτῶν κηλίδων ἐβεβαιώθημεν ὅτι δὲ 'Ερμῆς, ἡ Ἀφροδίτη, δὲ "Αρης, δὲ Ζεῦς, δὲ Ποσειδῶν ^{ΠΑΝΤΑ ΗΡΙΟΝ ΠΑΝΕΑΓΓΕΛΙΟΝ ΝΗΣΙΩΝ ΘΡΗΝΟΥΝΤΑΣ ΘΡΗΝΟΥΝΤΑΣ ΘΡΗΝΟΥΝΤΑΣ ΘΡΗΝΟΥΝΤΑΣ} ὑπόκεινται εἰς τὴν κίνησιν ταύτην· ἐπειδὴ δὲ οἱ ἀστέρες οὐτοις ἀποτελοῦσι μετὰ καὶ τῆς γῆς τὸ ὅλον πλάντος τῆς ἐννοίας «οἱ παλαιότεροι πλανῆται» διὰ τοῦτο συμπεραίνομεν: δὲ 'Ερμῆς, ἡ Ἀφροδίτη, ἡ Γῇ, δὲ "Αρης, δὲ Ζεῦς, δὲ Ποσειδῶν στρέφονται περὶ τοὺς ἔαυτῶν ἀξονας· ἀλλ' ὁ 'Ερμῆς, ἡ Ἀφροδίτη ἡ Γῇ, δὲ "Αρης, δὲ Ζεῦς, δὲ Ποσειδῶν εἶναι πάντες οἱ παλαιότεροι πλανῆται, ἀρα πάντες οἱ παλαιότεροι πλανῆται στρέφονται περὶ τοὺς ἔαυτῶν ἀξονας. Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ διὰ τὸν αὐτὸν λόγον συμπεραίνομεν ὅτι πάντα τὰ ὑπὸ τῶν παλαιοτέρων γνωστὰ μέταλλα: χρυσός, ἀργυρός, σίδηρος, χαλκὸς κτλ. εἶναι βαρύτερα τοῦ ὕδατος καὶ εἶναι καλοὶ θερμαγωγοὶ καὶ ἡλεκτραγωγοὶ — ὅτι πάντα τὰ δίχηλα μαστοφόρα: βόες, πρόβατα, αἴγες, ἔλαφοι, κάμηλοι κ.τ.λ. εἶναι ἀναμηρυκώμενα.

§ 147. Τὰ ἀνωτέρω παραδείγματα δεικνύουσιν ὅτι διὰ τῆς τελείας ἐπαγωγῆς ἐπαναλαμβάνομεν ἀπλῶς ἐν συνόλῳ πάνθ' ὅσα καθ' ἔκαστα ἐγνωρίσαμεν ἐπίσης ἀκριβῶς καὶ τελείως· ἀλλ' οὐδεμίαν προσκτώμεθα νέαν καὶ ἀγνωστὸν τέως γνῶσιν. Μολαταῦτα συχνότατα εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νὰ πρασφεύγωμεν εἰς τὸ εἶδος τοῦτο τῆς ἐπαγωγῆς, διότι δὲν εἶναι πάντοτε δυνατὸν ν' ἀποδεῖξωμεν μίαν θέσιν καθ' ὅλον τὸ πλάντος τοῦ ὑποκειμένου αὐτῆς συγχρόνως. Οὕτως ἀδυνατοῦμεν ν' ἀποδεῖξωμεν συγχρόνως καὶ διὰ μιᾶς ὅτι ἀξιωματικὴ πρότασίς τις ἴσχυει δι' ἀκέραια καὶ κλασματικά, θετικὰ καὶ ἀρνητικά, ῥητὰ καὶ ἀρρητα, πραγματικὰ καὶ νοητὰ ποσά· ἐνῷ δυνάμεθα ν' ἀποδεῖξωμεν αὐτὴν ἴσχυουσαν δι' ἔκαστον εἶδος τῶν ποσῶν τού-

των χωριστά, καὶ ἐὰν εἴμεθα βέβαιοις ὅτι ἔκτὸς αὐτῶν οὐδὲν ἄλλο εἶδος ποσῶν εἶναι δυνατὸν νὰ νοηθῇ, συμπεραίνομεν μετ' ἀποδεικτικῆς βεβαιότητος, ὅτι ἡ πρότασις ἔκεινη ἴσχύει περὶ πάντὸς ποιοῦ ἐν γένει. Ἐν τούτῳ κεῖται ἡ σπουδαία **σημασία τῆς τελείας ἐπαγωγῆς.** Ὡ

§ 148. Ἀπεναντίας οὐδεμίαν ἀποδεικτικὴν βεβαιότητα πορίζεμεθα, ἀλλ᾽ ἐπανέργομεν ὅμως τὰς γνώσεις ἡμῶν διὰ τῆς ἀτελοῦς ἐπαγωγῆς, τὴν ὅποιαν, ἀνήκουσαν διὰ τοῦτο εἰς τὸ περὶ εὑρετικῶν μεθόδων κεφάλαιον τῶν ἔκτενῶν λογικῶν, παραθέτομεν ὅμως ἐνταῦθα ως συμπλήρωμα, τόσῳ μᾶλλον, καθ' ὃσον λογίζεται καὶ ως εἶδος τι πιθανῆς ἀποδείξεως.

Ατελής ἐπαγωγὴ λέγεται ὁ συλλογιστικὸς ἔκεινος τρόπος δι' αὐτοῦ, ἐπειδὴ γνωρίζομεν ὅτι κατηγορούμενόν τι προσιδιάζει εἰς τινα εἶδη ἐνὸς γένους, συμπεραίνομεν ὅτι τὸ κατηγορούμενον τοῦτο ἀνήκει καὶ εἰς αὐτὸν τὸ γένος ως τοιοῦτον. Πρὸς τοῦτο ἀγόμεθα ἐκ τῆς συναισθήσεως ὅτι πλείονά τινα εἶδη ἔχουσιν θν καὶ τὸ αὐτὸν κατηγορούμενον, οὐχὶ ἐξ ιδιαιτέρως τινὸς τυχαίας δι' θν ἔκαστον συμπτώσεως· ἀλλ' ὅτι κοινός τις ἀποχρών λόγος καθιστᾷ τὸ κατηγορούμενον τοῦτο ἀναγκαῖον εἰς πάντα ἐξ αὐτῶν συγχρόγως· ως τοιοῦτον δ' ἀποχρῶνται λόγον ἀποδεχόμεθα τὸ γένος εἰς θ τὰ εἶδη ταῦτα ὑπάγονται, βασιζόμενοι ἐπὶ τῆς ἀρχῆς, ὅτι πᾶν τὸ ἐπὶ μέρους ῥυθμίζεται κατὰ τὸ γένος αὐτοῦ (§ 53). Ἐπειδὴ ὅμως ἐνταῦθα συλλογιζόμεθα προσυλλογιστικῶς, ἐκ τῆς ἀληθείας τῆς ὑποτασσομένης τὴν ἀληθειαν τῆς ὑποτασσούσης, διὰ τοῦτο τὸ συμπέρασμα ἡμῶν δὲν εἰμπορεῖ νὰ ἔχῃ παρὰ προβληματικὸν μόνον κύρος (§ 72). Ἐάν τινα Υ εἶναι Κ, δυνατὸν νὰ ἔναι καὶ πάντα τὰ ΥΚ, δυνατὸν ὅμως νὰ ἔναι καὶ τινα Υ οὐ Κ. Διὰ τοῦτο ἡ βεβαιότης τῶν τοιούτων ἐξ ἐπαγωγῆς συμπερασμάτων αὐξάνει ἢ ἐλαττοῦται ἀναλόγως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν εἰδῶν, περὶ ων γνωρίζομεν, ὅτι ἔχουσι τὸ κοινὸν κατηγορούμενον. Μόνον ἐὰν τὰ περὶ ων πρόκειται Υ εἶναι οὐχὶ εἶδη γένους τινός, ἀλλὰ ἄτομα ἐρδες καὶ τοῦ αὐτοῦ εἰδῶν, μόνον τότε τὸ συμπέρασμα ἡμῶν

δύναται νὰ ἔχῃ ἀποδεικτικὴν βεβαιότητα, καὶ ὅταν ἀκόμη συμπεραίνωμεν οὐχὶ ἐκ τινῶν, ἀλλ᾽ ἀπλῶς ἐξ ἑνὸς αὐτῶν περὶ πάντων. Οὕτως ἐν ταῖς φυσικαῖς ἐπιστήμαις, γνωρίζοντες τὴν χημικὴν σύνθεσιν, τὸ εἰδικὸν βάρος, τὸ τῶν κρυστάλλων σχῆμα κτλ. δειγμάτων τιγῶν τοῦ αὐτοῦ μετάλλου, συμπεραίνομεν μετὰ βεβαιότητος τὴν φύσιν δλοκλήρου τοῦ εἴδους τοῦ μετάλλου τούτου· ἐκ τῆς ἀνατομίας μερικῶν τινῶν φυτῶν ἡ ζώων, τῆς λειτουργίας τῶν ὄργανων αὐτῶν κτλ. συμπεραίνομεν τὰς χαρακτηριστικὰς ἴδιότητας τῶν εἰδῶν, εἰς ἃ τὰ παραδείγματα ταῦτα ὑπάγονται. Ἀπεναντίας ὅπου πρόκειται περὶ εἰδῶν, ἀρκεῖ ν' ἀποδειχθῇ ὅτι ἐν καὶ μόνον ἐξ αὐτῶν, ἀποτελεῖ ἐξαίρεσιν ὡς πρὸς τὸ περὶ οὖ πρόκειται κατηγορούμενον, ὅπως ἀνατραπῇ τὸ ὑποτεθὲν γενικὸν τοῦ συμπεράσματος ἡμῶν κῦρος. Τοιαύτη τις περίπτωσις ἐν τῇ ἀποδείξει καλεῖται ἔνστασις.

§ 149. Ἡ ἀτελὴς ἐπαγωγὴ, ἐφαρμοσθεῖσα εἰς τὰς φυσικὰς ἴδιας ἐπιστήμας ἀπὸ τοῦ Γαλιλαίου καὶ ἐξῆς, ἐξυπηρέτησεν αὐτὰς τὰ μέγιστα, εὐρύνασσα τὸν κύκλον τῶν ἀνθρωπίνων γνώσεων πέραν τῶν δρίων τῆς διὰ τῶν αἰσθήσεων ἀντιλήψεως. Οὕτως δὲ Νεύτων, εὑρὼν διὰ τῶν διὰ τοῦ ἐκκρεμοῦς πειραμάτων, ὅτι ἡ βαρύτης ἐπιδρᾷ ὅλως διόλου ἀπαραλλάκτως ἐπὶ τοῦ χρυσοῦ, τοῦ ἀργύρου, τοῦ μολύβδου τῆς ὑέλου, τῆς ἀρμού, τοῦ ἀλατος, τοῦ ξύλου καὶ τῶν πυρῶν, συνεπέρανε κατὰ τὴν μέθοδον τῆς ἀτελοῦς ἐπαγωγῆς, ὅτι ἡ βαρύτης ἐπιδρᾷ ἐπὶ πάντων ἀνεξαιρέτως τῶν γηίνων σωμάτων καθ' ἕτα καὶ τὸν αὐτὸν τρόπον, ἀνεξαρτήτως τῆς κατὰ ποιὸν διαφορᾶς αὐτῶν. Διὰ τῆς αὐτῆς δὲ ἐπαγωγῆς ἀπέδειξε καὶ πάσας τὰς γενικὰς φυσικὰς τῶν σωμάτων ἴδιότητας ὡς τοιαύτας. Ἐπίσης ἐπὶ τῆς ἐπαγωγῆς βασίζεται ἡ θεωρία, ὅτι ἡ βαρύτης εἶναι γενικὴ ἴδιότης καὶ τῶν οὐρανίων σωμάτων, ἀφοῦ ἀπαξίβεβαιώθη ὡς ἔξηγητικὴ αἰτία τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν καὶ τῶν δορυφόρων, τῶν κομητῶν καὶ τῶν διπλῶν ἀστέρων.

'Αλλ' ὅσον ὠφελεῖ μετὰ προσοχῆς ἐφαρμοζομένη ἐν ταῖς ἐπιστήμαις ἡ ἀτελὴς ἐπαγωγὴ τόσον ἐπικίνδυνος ἀποβαίνει

ἡ συχνοτάτη αὐτῆς χρήσις ἐν τῷ καθημερινῷ βίῳ ὑπὸ ἀνθρώπων ἐπιπολαίων καὶ ἀπερισκέπτων. Οὕτως ἐξ ὅλιγων παρατηρήσεων ἡς τινες ποιοῦσιν ἐπὶ μερικῶν προσώπων τῆς αὐτῆς κοινωνικῆς τάξεως, ^{ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΟΥ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ ΠΕΤΡΟΥ} καὶ τοῦ αὐτοῦ ἔθνους, δὲν διστάζουσι νὰ σχηματίσωσι πεποιθήσεις καὶ ἐξενέγκωσι κρίσεις περὶ τῆς ὅλης τάξεως ἢ τοῦ ἔθνους ἐκείνου. Βραχυτάτη διαμονὴ ἐν ξένῃ χώρᾳ ἀρχεῖ εἰς τινας, ὅπως διατυπώσωσι γενικὰς γνώμας περὶ πασῶν τῶν ἴδιοτάτων τῆς χώρας ταύτης. Πολλαὶ προλήψεις καὶ δεισιδαιμονίαι εἶναι τὸ προϊὸν τοιούτων ἀπερισκέπτων ἐπαγωγῶν, αἵτινες ὅχι μόνον συμπεραίνουσιν ἐξ ὅλιγων τινῶν περιπτώσεων περὶ τοῦ δυνατοῦ αὐτῶν συνόλου, ἀλλ' οὕτε θέλουσι νὰ λάβωσιν ὑπ' ὅψιν τὰς ἐναντίας περιπτώσεις, ἦτοι τὰς ἐνστάσεις, δι' ὧν καθ' ἐκάστην ἐξελέγχονται γελοῖα τὰ γενικὰ αὐτῶν συμπεράσματα.

§ 150. Εἰς τὰς πιθανὰς ἀποδείξεις συμπεριλαμβάνεται καὶ ἡ ἀναλογία.

Ἀναλογία λέγεται ὁ συλλογιστικὸς τρόπος, δι' οὗ, ἐὰν κατηγορούμενόν τι πρόσιδιάζει εἴφ τι εἶδος, συμπεραίνομεν ὅτι τὸ αὐτὸ κατηγορούμενον προσιδιάζει καὶ εἰς ἣν ἡ πλείονα δύοταγῇ τοῦ πρωτού εἶδη.

Καὶ τῆς ἀναλογίας υπάρχουσι δύο εἶδη, ἡ τελεία καὶ ἡ ἀτελής. Ἡ ἀναλογία εἶναι τελεέσσα καὶ ἔχει ἀποδεικτικὴν βεβαιότητα ὅχι μόνον ἐν τῇ μαθηματικῇ, ἀλλὰ καὶ ἐν ταῖς λοιπαῖς ἐπιστήμαις, ἀσέν, ἐπει τῆς εἰδοποιοῦ διαφορᾶς καὶ τοῦ προσεχεῖσς γένους δύο διμετρίαγῶν εἰδῶν Α καὶ Β βασιζόμενοι, συμπεραίνομεν ως ἐξῆς: Επειδὴ τὸ Α, ως εἶδος τοῦ γένους Γ, ἔχει ἐν κοινόν διὰ τοῦτο πρὸς τὸ Β κατηγορούμενον Κ, τὸ δποῖον, ἐνεκα τῆς οἰκείας τῷ Α εἰδοποιοῦ διαφορᾶς, τροποποιεῖται εἰς φάκ, διὰ τοῦτο καὶ τὸ Β, ως εἶδος τοῦ αὐτοῦ γένους καὶ ἐνεκα τῆς αὐτῷ οἰκείας διαφορᾶς Β, ἔχει τὸ αὐτὸ κατηγορούμενον, τροποποιημένον εἰς Β.

Παράδειγμα. Ὁ ἀνθρωπός (Α) καὶ τὸ ζῷον (Β) εἶναι ἔμψυχοι ὄργανισμοί (Γ). Εἰδοποιὸς διαφορὰ τοῦ μὲν ἀνθρώπου

είναι τὸ λογικόν (α), τοῦ δὲ ζώου τὸ όρμέμφυτον (β). Εἰς ἀμφότερα ὅμως τὰς εἶδη ταῦτα ἀνήκει, ως ἐκ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν γένους (ἔμψυχοι οργανικοί), τὸ κατηγορούμενον, ἵκαντης πρὸς τὸ δρᾶν (Κ). Ἀλλά εἰς τὸν θνθρωπὸν προσιδιάζει, ἔνεκα τῆς σύκείας· αὐτῷ εἰδοποιοῦ διαφορᾶς, τὸ λογικῶς δρᾶν (Κ=καὶ) δρᾶ κατ αὐτῷ πρότηράν ἀναλογίαν προσιδιάζει εἰς τὸ ζώον, ἔνεκα τῆς αὐτῷ οίκείας εἰδοποιοῦ διαφορᾶς, τὸ όρμεμφύτως δρᾶν (Κ=καὶ).

§ 151. **Απελήγει** ὄνομάζεται ἡ ἀναλογία, ἐὰν μόνον τὸ εἶδος Α ἔχει, πράγματι μὲν ἀλλ' ἀγνωστον ἡμῖν διατί, ἐν κατηγορούμενον Κ, ἡμεῖς δὲ συμπεραίνομεν ὅτι τὸ κατηγορούμενον τοῦτο πρέπει νὰ προσιδιάζῃ καὶ εἰς τὸ εἶδος Β, ἐπειδὴ τὸ τελευταῖον τοῦτο, συγγενὲς ὃν πρὸς τὸ Α, ἔχει μίαν σειρὰν δμοίων κατηγορουμένων α' β' γ' . . . κ., ἡ ὅποια ἀναλογεῖ πρὸς ἐν μέρος σειρᾶς τινος συγγενῶν κατηγορουμένων τοῦ Α: α β γ . . . ν. Οὕτως, ἐκ τῶν γνωρισμάτων τὰ ὅποια ὁ πλανῆτης "Ἄρης" ἔχει κοινὰ μετὰ τῆς γῆς, ὅτι δηλ. είναι σφαιρικὸν σῶμα, θερμαίνεται καὶ φωτίζεται ὑπὸ τοῦ ἥλιου, ἔχει φράξ τοῦ ἔτους καὶ ἡμερονύκτια, ως στρεφόμενος περὶ αὐτὸν καὶ περὶ τὸν ἀξονά του, ἔχει ἀτμοσφαῖραν καὶ ὕδωρ, ως φαίνεται ἐκ τῶν περὶ τοὺς πόλους αὐτοῦ χιόνων—— Ἐν ἐνὶ λόγῳ ἐκ τοῦ ὅτι ὁ "Ἄρης" ἔχει ἐν μέρος τῶν ὅρων ἐξ ὧν ἐξαρτᾶται ἡ βλάστησις τῶν φυτῶν ἐπὶ τῆς γῆς, συμπεραίνομεν ὅτι ἔχει πιθανῶς καὶ τὸ ὑπόλοιπον τῶν ὅρων τούτων: φυτοτρόφον γῆν, ἥλεκτροισμὸν κτλ. πρὸ πάντων ὅμως σπέρματα δυνάμενα ν ἀναπτυχθῶσιν εἰς φυτά, καὶ κατὰ συνέπειαν βλάστησιν φυτῶν ὅπως καὶ ἡ γῆ.

Ἐνταῦθα, ὅπως καὶ ἐν τῇ ἀτελῇ ἐπαγωγῇ, συμπεραίνομεν κατὰ τὴν γενικὴν ἀρχὴν: Τὸ ἰσχύον περὶ πολλῶν μερῶν ἐνὸς ὅλου ἰσχύει πιθανῶς περὶ πάντων τῶν μερῶν αὐτοῦ. Ἐνθα ἐνγοεῖται ὅτι ἡ πιθανότης πλησιάζει τόσῳ μᾶλλον εἰς τὴν δεῖναιότητα ὅσῳ περισσότερα είναι τὰ ἐξ ὧν συμπεραίνομεν μέρη.

Διαφέρει ὅμως ἡ ἀναλογία τῆς ἐπαγωγῆς, καθ' ὅσον ἐν τῇ ἐπαγωγῇ τὰ ἔξι ὡν συμπεραίνομεν μέρη εἶναι τὰ συστατικὰ τοῦ πλάτους ἐνὸς ὑποκειμένου, καὶ τὸ περὶ αὐτῶν ἴσχυον εἶναι κοινὸν αὐτῶν κατηγορούμενον. Ἐνῷ ἐν τῇ ἀναλογίᾳ τὸ ὅλον εἶναι τὸ θήρασμα τῶν κατηγορουμένων ἐνὸς ὑποκειμένου (βάθος· τὸ δὲ περὶ ἐνὸς μέρους τῶν κατηγορουμένων τούτων ἴσχυον εἶναι ἡ ὁμοιότης πρὸς κατηγορούμενα ἐνὸς ὁμοειδοῦς ὑποκειμένου. Ἐπομένως τὰ μέρη τοῦ ὅλου ἐν τῇ ἐπαγωγῇ εἶναι διεζευγμέναι, ἐν τῇ ἀναλογίᾳ διάφοροι ἔννοιαι.

§ 152. Καὶ τῶν ἐμμέσων ἀποδείξεων εἶναι δυνατὰ τέσσαρα, ἀναλογα πρὸς τὰ τῶν ἀμέσων εἶδη, δύο ἐπισυλλογιστικά καὶ δύο προσυλλογιστικά. Ἐκ τούτων ὅμως σπουδαίαν καὶ αὐτοτελὴ σημασίαν ἔχει μόνον τὸ δεύτερον ἐπισυλλογιστικόν, (ἰδ. § 143) καθ' ὃ, ἐάν θέσῃ τις ἀμφισβητεῖται, παραδεχόμενα τὴν ἀληθείαν τῆς ἀντιθέσεως αὐτῆς καὶ ἀπὸ ταύτης ἀναγκαίας αὐτῆς συνεπείας δεικνύοντες δὲ διὰ αὐταίς ἀντιρρόσκουσιν ἢ πρὸς γενικάς τινας ἀληθείας ἢ πρὸς πραγματικὰ γεγονότα, συμπεραίνομεν ἀμέσως μὲν τὸ ἀκυρον αὐτῆς τῆς ἀντιθέσεως, ἐμμέσως δὲ τὸ κῦρος τῆς θέσεως. ὡς ἀντιφατικῶς ἀντιθέτου πρὸς ἔκείνην (ἰδ. § 63).

§ 153. Τῆς πλαγίας ταύτης ἀποδείξεως γίνεται σπουδαία χρῆσις ἐν τῇ μαθηματικῇ ἴδιᾳ, ὅσακις πρόκειται νὰ δειχθῇ διὰ τὴν παραδοχὴν θέσεώς τινος συνεπάγεται συνεπίας ἀντιφασκούσας πρὸς τὰς ἀρχὰς τῆς διανοήσεως, δι' ὃ καὶ ὀνομάζεται ὑπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους ἡ εἴς τὸ ἀδύνατον ἄγουσα ἀπόδεεξεις. Οὕτως ἀποδεικνύομεν διὰ ἐπὶ εὐθείας τινὸς αὐτῷ ἐπιπέδῳ καὶ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου για μόνον μία κάθετος γδε εἶναι δυνατή· διότι ἐάν παραδεχθῶμεν τὸ ἀντιθέτον, τότε θὰ συμβῇ νὰ ἔναι τὸ μέρος τῆς ὄρθης γωνίας ἕσον πρὸς τὴν ὅλην ὄρθην, τοῦθ' ὅπερ ἀδύνατον. †

'Αλλὰ καὶ ἐν τῷ καθημερινῷ βίῳ ἐφαρμόζομεν τὰς ἀποδείξεις ταύτας, πρὸ πάντων ὅπως ἔξελέγξωμεν τὸ δεύτοπον τῶν

εύρυτέρων τοῦ δέοντος δρισμῶν κτλ. Οὕτως ἀποκρούμεν ἐν νομοσχέδιον, ἔστω τοῦτο ἐκχωρητικὸν ή ἀποστερητικὸν προνομίων τινῶν καὶ δικαιωμάτων, ἀποδεικνύοντες ὅτι τὸ γενικὸν αὐτοῦ κύρος συνεπάγεται κατ' ἀνάγκην, πλὴν τοῦ προσεχοῦς σκοποῦ, καὶ πολλὰς ἄλλας συνεπίας ἀσυμβιβάστους πρὸς τὰ γενικὰ τῆς χώρας συμφέροντα, τοὺς κειμένους νόμους, τὰ δικαιαὶ τῶν ἄλλων κτλ.

§ 154. Ἐκ τῶν μέχρι τοῦδε περὶ ἀποδείξεων εἰρημένων καταφαίνεται 1) ὅτι αἱ ἀπ' εὔθείας ἀποδείξεις εἶναι ἀποφατικαὶ ή ἀξιωματικαὶ, ἐνῷ αἱ πλάγιαι εἶναι ἀναιρετικαὶ ή ἀρνητικαὶ ἀποδείξεις· 2) ὅτι ὅπως οἱ πολυσυλλογισμοὶ οὕτω καὶ αἱ ἀποδείξεις καθ' ὅσον μὲν χωροῦσιν ἀπὸ τῶν γενικῶν πρὸς τὰ μερικὰ ή ἀπὸ τῶν αἰτίων πρὸς τὰ αἰτιατὰ εἶναι συρθετικαὶ, καθ' ὅσον δ' ἀπὸ τῶν αἰτιατῶν πρὸς τὰ αἴτια ή ἀπὸ τῶν μερικῶν πρὸς τὰ γενικά, ἀναλυτικαὶ ἀποδείξεις.

§ 155. Συγγενεῖς πρὸς τὰς ἀπαγωγικὰς εἶναι καὶ αἱ δι' ἀποκλείσεως ή ἀποκλειστικαὶ ἀποδείξεις, δι' ὃν ἀποδεικνύομεν ὅτι ἐκ πολλῶν εἰδικῶν ἐφαρμογῶν γενικῆς τινος περιπτώσεως, μόνον μία δύναται νὰ ἀληθεύῃ. Τοῦτο κατορθοῦμεν ἀνατρούντες τὰς εἰδικὰς αὐτῆς περιστάσεις, ως ἐν τῇ τελείᾳ διαζεύξει, μίαν μετὰ τὴν ἄλλην, καὶ ἀποκλείοντες τοιουτοτρόπως πάσσας, πλὴν τῆς μιᾶς ἐκείνης, ἥτις, ως τὸ μόνον ὑπολειπόμενον μέλος τῆς διαζεύξεως, εἶναι κατ' ἀνάγκην ἀληθής.

Σπουδαιοτάτη ἐφαρμογὴ τῶν ἀποδείξεων τούτων γίνεται ἐπὶ τῶν τριμελῶν διαζεύξεων ἐν τῇ μαθηματικῇ, ὅσακις θέσις τις ἔχει δύο ἀντιθέσεις συγχρόνως, ή ὅσακις ἡ ἀντίθεσις σύγκειται ἐκ δύο καὶ τούτων ἀντιθέτων μερῶν. Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτη ὁνομάζεται ἀπόδειξις δι' ἐγκλείσεως ή ἐγκλειστικὴ ἀπόδειξις μόντες, οἷον δήποτε ποσὸν Α εἶναι η μικρότερον ή ἵσον η μεγαλύτερον συγκριτοῦ τινος πρὸς αὐτὸ ποσοῦ Β. Ἐὰν λοιπὸν ἀποδείξωμεν ὅτι ώρισμένον τι ποσὸν α δὲν εἶναι οὕτε μικρότερον οὕτε μεγαλύτερον ὁμοειδοῦς αὐτῷ ποσοῦ Β, συμπεραίνομεν ἀναγκαίως ὅτι εἶναι ἵσον πρὸς αὐτό.