

ΑΡΧΕΙΟΝ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ

ΚΑΙ

ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΡΙΜΗΝΙΑΙΟΝ ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΟΝ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΝ

«Τὸ γὰρ αὐτὸ νοεῖν ἐστὶν τε καὶ εἶναι»
ΠΑΡΜΕΝΙΔΗΣ

ΤΑΚΤΙΚΟΙ ΣΥΝΕΡΓΑΤΑΙ

Heinrich Rickert τακτ. καθ. τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Heidelberg.
— Karl Joël τακτ. καθ. τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Basel. — Ernst Hoffmann τακτ. καθ. τοῦ Πανεπιστημίου Heidelberg. — Erich Frank, τακτ. καθ. τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Marburg. — Guido Calogero τακτ. καθ. τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Φλωρεντίας. — Ραφ. Δήμου, καθ. τοῦ Πανεπιστημίου Παριεῖ τῶν Ἰν. Πολ. τῆς Ἀμ. — Κ. Τριανταφυλλόπουλος τακτ. καθ. τοῦ Πανεπιστημίου τῶν Ἀθηνῶν. — August Faust ὑφηγ. τοῦ Πανεπιστημίου τῆς Heidelberg. — Μιχ. Τσαμιδὸς σύμβουλος ἐπικρατείας. — Χ. Ἰζωρεζόπουλος τακτ. καθ. τοῦ Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης. — Franz Brehm ὑφηγ. τοῦ Πανεπιστημίου Heidelberg. — Παν. Κανελλόπουλος καθ. Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν. — Κωνσταντῖνος Τσάτσος ἐκτ. καθ. Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν. — Ἰωάν. Θεοδορακόπουλος τακτ. καθ. Πανεπιστημίου Θεσνίκης. — Θεμ. Τσάτσος ὑφηγ. Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν.

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ

ΤΥΠΟΙΣ: Κ. Σ. ΠΑΠΑΔΟΓΙΑΝΝΗ

ΨΑΡΡΩΝ 41

1934

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ ΚΑΙ ΚΡΙΤΙΚΑ ΣΗΜΕΙΩΜΑΤΑ

Krise und Neuaufbau in den exakten Wissenschaften.
(Franz Deuticke, Leipzig—Wien 1933).

(Συνέχεια ἐκ τοῦ 2ου τεύχους)

Γ'. Hans Hahn: Ἡ κρίσις τῆς ἐποπτείας.

Τὸ θέμα τῆς διαλέξεως ταύτης εἶνε, ὅπως ὁ ἴδιος ὁ διμλητῆς ἀναφέρει «Γεωμετρία καὶ ἐποπτεία». Ἐν ταύτῃ ἐκτίθεται πῶς ἡ ἐξέλιξις ἤγαγε εἰς τὸν κλονισμόν τῆς ἐμπιστοσύνης πρὸς τὴν ἐποπτείαν καὶ ἐπ' αὐτοῦ τοῦ γεωμετρικοῦ πεδίου καὶ τέλος εἰς τὴν παντελῆ ἐκδίωξιν αὐτῆς.

Διὰ τριῶν παραδειγμάτων καμπύλων, καμπύλης μὴ ἐχούσης ἐφαπτομένην εἰς οὐδέν σημεῖον τῆς, καμπύλης διερχομένης διὰ πάντων τῶν σημείων ἑνὸς τετραγώνου καὶ καμπύλης μὲ ἀπεριόριστον ἀριθμὸν κυματισμῶν ἐντὸς πεπερασμένου μέρους τοῦ ἐπιπέδου καταδεικνύεται τὸ ἀβάσιμον τῶν παλαιτέρων ἐπὶ τῆς ἐποπτείας στηριζομένων ἀντιλήψεων περὶ καμπύλης καὶ ἐκτίθεται πῶς ἡ ἀνεπάρκεια τῆς ἐποπτείας ὠδήγησεν εἰς τὴν πλήρη «λογικοποίησιν» τῶν Μαθηματικῶν καὶ δὴ τῆς Γεωμετρίας.

Τέλος ἀναφέρονται μερικὰ ἐκ τῶν ἀποτελεσμάτων τῶν νεωτέρων «λογικῶν» γεωμετρικῶν ἐρευνῶν ὡς τὸ περὶ τοῦ ὀρισμοῦ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν διαστάσεων, τοῦ διαστήματος καὶ τῆς ἐννοίας τῆς καμπύλης καὶ τονίζεται ὅτι ὅλαι αἱ Γεωμετρίαι εἶνε λογικαὶ κατασκευαί, τὸ δὲ γεγονός ὅτι μία ἐξ αὐτῶν (ἡ εὐκλείδειος) θεωρεῖται ἐποπτικῆ, αἱ δὲ ἄλλαι ὄχι, εἶνε ἀπλῶς ζήτημα συνηθείας.

Δ'. Georg Nöbeling: Ἡ τετάρτη διάστασις καὶ τὸ καμπύλιον διάστημα.

Ἡ διάλεξις αὕτη ἀποτελεῖ βραχείαν ἀλλὰ περιληπτικὴν καὶ λίαν σαφῆ ἐκθεσιν τῶν βάσεων τῆς Γεωμετρίας (πολυδιαστάτου καὶ μὴ εὐκλείδειου). Κατ' ἀρχὰς δίδεται ὁ ἀναλυτικὸς ὀρισμὸς τῆς τριδιαστάτου εὐκλείδειου Γεωμετρίας καὶ τοῦ τριδιαστάτου εὐκλείδειου διαστήματος. Οὗτος ἐπεκτείνεται εἰς τὰς τέσσαρας διαστάσεις καὶ ὀρίζεται οὕτω

ή τετραδιάστατος εὐκλείδειος Γεωμετρία (καί τὸ ἀντίστοιχον διάστημα). Ἐκ ταύτης ἀναφέρονται παραδείγματα καὶ ἐξετάζεται συντόμως ἡ σχέση τῆς πρὸς τὴν ἐμπειρίαν καὶ ἡ χρησιμότης τῆς εἰς τὴν φυσικὴν.

Ἡ μὴ εὐκλείδειος Γεωμετρία εἰσάγεται ἀφοῦ προηγουμένως δοθῇ ὁ ἀξιωματικὸς ὀρισμὸς τῆς Γεωμετρίας (εὐκλείδειου τριδιαστάτου) καὶ χαρακτηρισθῇ ἡ θέσις τοῦ ἀξιώματος τῆς παραλληλίας ἐν αὐτῇ καὶ ἐκτίθεται ἡ ἀντιστοιχία τῶν θεωρημάτων τῆς μὴ εὐκλείδειου πρὸς τὰ τῆς εὐκλείδειου Γεωμετρίας (ἐκ τῆς ὁποίας ἔπεται ὅτι ἂν ἡ τελευταία εἶνε ἀπηλλαγμένη ἀντιφάσιν τὸ αὐτὸ συμβαίνει καὶ διὰ τὴν πρώτην), τονίζεται δὲ ἰδιαιτέρως τὸ γεγονός ὅτι ὅλα αἱ Γεωμετρίαι εἶνε λογικὰ συστήματα ἀνεξάρτητα τῆς ἐμπειρίας. Μετὰ ταῦτα ἐκτίθεται ὁ τρόπος κατὰ τὸν ὁποῖον ἡ ἀναλυτικὴ καὶ εἰδικῶς ἡ διαφορικὴ Γεωμετρία μελετᾷ τὸ εὐκλείδειον καὶ μὴ εὐκλείδειον διάστημα καὶ ὀρίζεται τὸ διάστημα τοῦ Riemann, εἰδικώτερον τὸ καμπύλιον διάστημα.

Τέλος ἐξετάζεται ἡ σχέση τοῦ ἀφηρημένου ὁρισμοῦ πρὸς τὸ διάστημα τῆς ἐμπειρίας καὶ ἐξηγείται ἡ ἀκριβὴς σημασία τῶν ἀποτελεσμάτων τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος ὡς πρὸς τὸ καμπύλιον τῶν διαστημάτων καὶ τὸ κλειστὸν αὐτῶν.

Ε'. Karl Menger: Ἡ νέα Λογική.

Ἐν τῇ διαλέξει αὐτῇ ἐκτίθενται μερικὰ ἀπὸ τὰ ἀποτελέσματα τῶν νεωτέρων ἐρευνῶν ἐπὶ τῶν βάσεων τῆς μαθηματικῆς σκέψεως. Ἡ μετεπίστασις τῆς Γεωμετρίας καὶ τῆς Ἀριθμητικῆς ὡς καθαρῶς λογικῶν συστημάτων ἤγαγε εἰς τὴν μελέτην τῶν κανόνων τῆς σκέψεως, οἱ ὅποιοι ἐφαρμόζονται κατὰ τὴν ἀπόδειξιν τῶν μαθηματικῶν θεωρημάτων ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ἀξιωμάτων, ἡ μελέτη δὲ αὐτῆ ἀπέδειξεν, ὅτι ἡ παλαιὰ, ἀριστοτελικὴ Λογικὴ δὲ εἶνε εἰς μέσιν νὰ ἐκσυρῆται τὰς ἀπαιτήσεις τῆς νεωτέρας Μαθηματικῆς. Παρέστη λοιπὸν ἀνάγκη ὡς ἡ Λογικὴ αὕτη μεταρρυθμισθῇ καὶ διευρυνθῇ, τὸ ἔργον δὲ τοῦτο ἐπετελέσθη κυρίως ὑπὸ μαθηματικῶν, μελετητικῆς τῆς καλουμένης «Λογιστικῆς».

Τὸ πρῶτον βῆμα ὑπῆρξεν ἡ ἀνάπτυξις τοῦ «Λογισμοῦ τῶν κλάσεων» (κατὰ τὸ ζὸν ἡμισυ, τοῦ παρελθόντος αἰῶνος) (Klassenkalkül) ὑπὸ τῶν Boole, Peirce καὶ Schröder, ὅστις ἀποτελεῖ θεωρίαν τῶν σχέσεων ὅσωνδήποτε κλάσεων πραγμάτων μεταξὺ τῶν, ἐν ἀντιθέσει μὲ τὴν παλαιὰν Λογικὴν ἣτις ὡς κύριον ἔργον εἶχε τὴν εὑρεσιν σχέσεων μεταξὺ δύο κλάσεων ἐκ σχέσεων γνωστῶν τῶν δύο τούτων πρὸς τινὰ τρίτην.

Τὸ δεύτερον βῆμα ἦτο ἡ ἀνάπτυξις τοῦ Λογισμοῦ τῶν ἀποφάνσεων ἢ κατηγοριῶν (Aussagekalkül) ἐκ τῶν Peirce καὶ Schröder καὶ τὸ τρίτον ἡ ἀνάπτυξις τοῦ Λογισμοῦ τῶν συναρτήσεων (Funktionalkalkül) τοῦ γενικοποιημένου Λογισμοῦ τῶν συναρτήσεων (Peirce καὶ Frege).

(1) Λογισμὸς τῶν ἀποφάνσεων διδάσκει κατὰ ποῖον τρόπον δύναται

ται αποφάνσεις να συνδεθούν δια λέξεων όπως «και», «ή», «δέν» κ.λ.π. Ούτως να αποτελέσουν συνθετωτέρας αποφάνσεις αληθείς, είνε δέ δυνατόν να θεμελιωθῆ ἐπὶ ὀλίγων ἀπλῶν προτάσεων. Ὁ Λογισμὸς τῶν συναρτήσεων ἀσχολεῖται μὲ αποφάνσεις περὶ ὑπάρξεως καὶ αποφάνσεις περιεχούσας τὴν λέξιν «πᾶς» καὶ τέλος ὁ γενικοποιημένος Λογισμὸς τῶν συναρτήσεων δὲν μελετᾷ μόνον τὰς σχέσεις μεταξὺ κλάσεων ἀντικειμένων ἀλλὰ καὶ κλάσεων οἰωνδῆποτε κλάσεων καὶ κλάσεων κλάσεων κ.λ.π. Οὗτος εἶνε ἀρκετὸς (ἀλλὰ καὶ ἀνάγκαιος) διὰ τὴν θεμελίωσιν ὁλοκλήρου τῆς Μαθηματικῆς.

Κατὰ τὸ 1901 ὄμως ἀνεκαλύφθη ὑπὸ τοῦ Russell ὅτι ὁ γεν. Λογισμὸς τῶν συναρτήσεων ὀδηγεῖ εἰς λογικὰ παράδοξα (ὅτι δηλ. μία καὶ ἡ αὐτὴ πρότασις δὲν εἶνε οὔτε ἀληθὴς οὔτε ψευδής).

Ἡρὸς ὑπερνίκησιν τῆς δυσκολίας ταύτης ἐδοκιμάσθησαν τρεῖς διαφοροὶ μέθοδοι: Ἡ θεωρία τῶν τύπων (Typentheorie) τῶν Russell, ἡ μεταλογικὴ μέθοδος τοῦ Hilbert καὶ ἡ μέθοδος τῆς διαισθήσεως (Intuitionismus). Ἡ θεωρία τῶν τύπων ἀποφεύγει τὰ μέχρι τοῦδε παράδοξα ἀλλὰ δὲν δίδει καμμίαν ἐγγύησιν ὅτι εἰς τὸ μέλλον δὲν θὰ παρουσιασθῶν νέα.

Διὰ τῆς μεταλογικῆς μεθόδου ἐπετεύχθησαν μεγάλαι προόδου, αὗται ὄμως εἶνε ἀρνητικαί. Οὕτω ἀπεδείχθη ὑπὸ τοῦ Gödel (1930) ἡ γενικὴ πρότασις: Εἶνε ἀδύνατον νὰ ἀποδειχθῆ ὅτι ἡ Μαθηματικὴ καὶ ἡ Λογικὴ εἶνε ἀπηλλαγμένα ἀντιφάσεων τῆ βοήθειᾳ ἐνὸς μόνου μέρους τῆς Μαθηματικῆς ἢ Λογικῆς.

Καὶ ἀκόμη: Διὰ νὰ ἀποδειχθῆ ὅτι ἐν μέρος τῶν Μαθηματικῶν εἶνε ἀπηλλαγμένον ἀντιφάσεων, πρέπει γενικῶς νὰ γίνῃ χρῆσις ἐνὸς μεγαλύτερου μέρους αὐτῶν.

Τέλος ἡ μέθοδος τῆς διαισθήσεως ἀποτελεῖ κατὰ τὸ μάλλον καὶ ἤττον αὐθαίρετον προσδιορισμὸν τῶν κανόνων τοῦ σκέπτεσθαι τῶν κλασσικῶν καὶ τὰ ἐπ' αὐτῆς στηριζόμενα Μαθηματικὰ ἀπεδείχθη (Gödel) ὅτι ἀποτελοῦν μέρος τῶν κλασσικῶν Μαθηματικῶν.

Τὸ συμπέρασμα ἐκ τῆς διαλέξεως ταύτης εἶνε ὅτι ἡ Λογικὴ καὶ τὰ Μαθηματικὰ οὔτε ἀκλόνητα καὶ ἀμετάβλητα εἶνε οὔτε καὶ ἐξησφαλισμένα ἀπὸ τῶν ἀντιφάσεων.

I. Γρατσιᾶτος