§. 321.

Ἡ ἀριθμητικὴ περιέχει καὶ τοιαῦτα πράγματα, ὧν ἡ ἐκτίμησις εἶναι συνθεμένη ἀπὸ περισσοτέρων ἄλλων πραγμάτων. Π. χ. τὸ ἀγώγιον εἶναι ἓν πρᾶγμα, τὸ ὁποῖον δὲν δύναται ἄλλως νὰ διωρισθῇ, εἰμὴ διὰ τοῦ βάρος καὶ τοῦ διαςήματος τῆς ὁδοῦ, ὅπου κομισθήσεται αὐτὸ τὸ βάρος. Ἐντεῦθεν λοιπὸν συνάγεται, ὅτι δὲν δυνάμεθα νὰ ἐρωτήσωμεν ἁπλῶς, φέρ' εἰπεῖν, πόσον ἀγώγιον πληρωθήσεται διὰ 15 καντάρια, ἢ φορτία πράγματός τινος, ἐὰν δὲν διορίσωμεν ἐν ταυτῷ εἰς πόσον διάςημα ὁδοῦ κομισθήσονται. Καὶ τ' ἀνάπαλιν· ἀπὸ τοῦ διδομένου διαςήματος τῆς ὁδοῦ μόνον, δὲν δύναται νὰ διωρισθῇ τὸ ἀγώγιον· διότι δι' ἓν μεγαλήτερον βάρος, κομιζόμενον, φέρ' εἰπεῖν, εἰς 15 μίλλια, πρέπει νὰ πληρωθῇ περισσότερον ἀγώγιον, ἢ δι' ἕτερον μικρότερον βάρος, φερόμενον καὶ αὐτὸ εἰς 15 μίλλια. Ὅθεν τὸ ἀγώγιον εἶναι ἓν πρᾶγμα, τὸ ὁποῖον κρέμαται ἐν ταυτῷ ἀπὸ δύο ἀχωρίςων πραγμάτων, τοῦτ' ἔςιν, ἀπὸ τὸ μεγαλεῖον τοῦ βάρους, καὶ ἀπὸ τοῦ διαςήματος τῆς ὁδοῦ, ὅπου κομισθήσεται τὸ βάρος.

§. 322.

Παρομοίως εἰς πολλὰς πτώσεις κρέμαται ἡ ἐκτίμησις ἀπὸ τοῦ μάκρους, πλάτους, πυκνότητος, ὕψους ἢ βάθους, τὰ ὁποῖα εἰσὶν ἀχωρίςως ἡνωμένα. Π. χ. ἐρώτησέ τις· πόσα φορτία πλίνθοι ἐπιζητοῦνται πρὸς οἰκοδομὴν οἱουδήποτε τοίχου· ἐνταῦθα εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ὁρισθῇ ἐν ταυτῷ τὸ μάκρος, ἡ πυκνότης, καὶ τὸ ὕψος τοῦ τοίχου, ἐπειδὴ ἐκ τούτων τῶν τριῶν διωρισθήσεται ἡ ποσότης τῶν πλίνθων.

§. 323.

Ταὐτὸν ἐννοητέον καὶ διὰ τὸν τόκον τῶν δανειζομένων χρημάτων, οὗ ἡ ἀξία κρέμαται ἐν ταυτῷ ἀπὸ τὸ μεγαλεῖον τῆς χρηματικῆς ποσότητος, καὶ ἀπὸ τοῦ διαςήματος τοῦ και-

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

ροῦ, ὅσον ςαθήσεται ἡ ποσότης. Διότι οὐδεὶς δύναται εἰπεῖν τινι, δάνεισόν μοι, φέρ' εἰπεῖν, γρόσ. 600. χωρὶς νὰ προσθέσῃ ἐν ταὐτῷ καὶ εἰς πόσον διάςημα καιροῦ, καθὼς δὲν δύναται εἰπεῖν· δάνεισόν μοι χρήματα, π. χ. εἰς διάςημα 2 μηνῶν, χωρὶς νὰ προσθέσῃ καὶ τὴν τῶν χρημάτων ποσότητα. Ὅθεν ὁ τόκος εἶναι ἓν πρᾶγμα, τοῦ ὁποίου ὁ διορισμὸς κρέμαται ἀπὸ δύο ἀχωρίςων πραγμάτων, εἴτουν ἀπὸ τὸ μεγαλεῖον τῆς δανειζομένης χρηματικῆς ποσότητος, καὶ ἀπὸ τοῦ διαςήματος τοῦ καιροῦ, ὅσον ςαθήσεται αὐτὴ ἡ χρηματικὴ ποσότης.

§. 324.

Ἐντεῦθεν οὖν δῆλον, ὅτι διὰ νὰ λογαριάσωμεν τὴν ἀξίαν τῶν τοιούτων πραγμάτων, πρέπει νὰ συνίςαται ἡ κατάςρωσις τοὐλάχιςον ἀπὸ 5 ὅρων, ἐπειδὴ τόσον ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς, διὰ τὴν ἐκτίμησιν τοῦ ὁποίου γίνεται ἡ ἐρώτησις, ὅσον καὶ ὁ μετ' αὐτὸν ἀριςερῶς ἑπόμενος ὅρος, ἐκ τῆς ἀξίας τοῦ ὁποίου κρινεῖται ἡ ἐκτίμησις τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ, πρέπει νὰ σημανθῶσι διὰ δύο ἀριθμῶν. Π. χ. μᾶς εἶναι γνωςὸν, ὅτι δι 6 καντάρια πρᾶγμα, τὸ ὁποῖον ἐκομίσθη εἰς 12 μίλλια, ἐπληρώθησαν γρ. 24, καὶ θέλομεν νὰ λογαριάσωμεν, πόσα πληρωθήσονται δι 8 καντάρια εἰς 18 μίλλια, ὅπου προκύπτουσιν ἐν τῇ καταςρώσει 5 ἀριθμοὶ, εἴτουν 8 καντάρια, 18 μίλλια, 6 καντάρια, 12 μίλλια, καὶ γρ. 24, οὗ ἕνεκα ὁ κανὼν τοῦ λογαριάζειν τὰ τοιαῦτα πράγματα, Μέθοδος τῶν πέντε καλεῖται.

§. 325.

Ὁ κανὼν ταύτης τῆς μεθόδου παρεκτρέπεται ἐκ τῆς φυσικῆς ἀλληλενδέτου καταςρώσεως μόνον κατὰ τοῦτο, ὅτι ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς μεθ' ὅλων τῶν ἀριθμῶν, ἐξ ὧν ἡ ἐκτίμησις αὐτοῦ εἶναι ἀχώριςος, τίθενται συνάμα, καθάπερ καὶ ὁ μετὰ ταῦτα ἀριςερὸς ἑπόμενος ὅρος, ἐκ τῆς ἀξίας τοῦ ὁ-

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

ποίου κρίνεται ἡ ἐκτίμησις τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ. Π. χ. μᾶς ἐδόθη νὰ λογαριάσωμεν, πόσον ἀγώγιον πληρωθήσεται διὲ 8 καντάρια εἰς 18 μίλλια, ἐὰν διὲ 6 καντάρια εἰς 12 μίλλια ἐπληρώθησαν γρόσ. 24, τῶν ὁποίων ἡ κατάστρωσις, κατὰ τὴν μέθοδον τῶν πέντε, τάττεται ὡς ἀκολούθως.

; Γρ΄. διὰ . . . 8 καντάρια εἰς
ἐὰν δὲ 6 καντάρια εἰς . . 18 μίλλια
μίλλια 12 ἐπληρώθησαν. . 24 Γρ΄.

Ὅπου οἱ συνδεδεμένοι ἀριθμοὶ 8 καὶ 18 ὁμοῦ, συνιστῶσι τὸν ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν, καθάπερ καὶ οἱ συνδεδεμένοι ἀριθμοὶ 6 καὶ 12 συνάμα, συνιστῶσι τὸν δεύτερον ὅρον· τοῦ λοιποῦ ἐπιτελεῖται ἡ πρᾶξις ἀπαραλλάκτως κατὰ τὸν κανόνα τῆς Ἀλύσου· δηλονότι, ἐξαλείφομεν καὶ σμυκρίνομεν τοὺς ἀριθμοὺς ἀμφοτέρων τῶν μερῶν ὅσον τὸ δυνατὸν πρὸς ἀλλήλους, εἶτα διὰ τοῦ κεφαλαίου τῶν ἀριστερῶς ἐναπολειφθέντων ἀριθμῶν, διαιροῦμεν τὸ κεφάλαιον τῶν δεξιῶς μεινάντων ἀριθμῶν. Ἐν αὐτῇ τῇ καταστρώσει τὰ 6 πρὸς τὰ 18, καθὼς καὶ τὰ 12 πρὸς τὰ 24 ἐξαλείφονται ὁλοτελῶς, ὅθεν καὶ ἐκλείπουσιν ὅλοι οἱ τοῦ διαιρέτου ἀριθμοὶ, οἱ δὲ δεξιῶς μείναντες ἀριθμοὶ 8, 3 καὶ 2, πολλαπλασιάζονται μετ᾽ ἀλλήλων, καὶ δίδουσι τὸ ζητούμενον Γρ΄. 48.

§. 326.

Κατ᾽ αὐτὸν τὸν τρόπον διδάσκεται ἡ μέθοδος τῶν πέντε παρὰ τῶν νεωτέρων ἀριθμητικῶν (α), οἵτινες ὀνομάζουσι τὴν κατάστρωσιν τοῦ ἀνωτέρω §. ἀλληλένδετον, ἡ ὁποία ὅμως δὲν εἶναι τῷ ὄντι· διότι, κατὰ τὸν κανόνα τῆς Ἀλύσου, δὲν συγχωρεῖται οὔτε ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς, ἀλλ᾽ οὔτε ὁ μετ᾽ αὐτὸν ἑπόμενος ὅρος, καὶ ἐν γένει οὐδεὶς ὅρος, νὰ συνίσταται

(α) Ὅρα ἐν τῇ προῤῥηθείσῃ Ἀριθμητικῇ τοῦ Γκούντζ, Σελ. 318.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

ἀπὸ περισσοτέρων ἀριθμῶν, ἀλλὰ μόνον ἐξ Ἑνὸς, μ' ὅλον τοῦτο αὐτοὶ οἱ ὅροι, κατὰ τὴν μέθοδον τῶν πέντε, εἰσὶ συνδεμένοι ἀπὸ περισσοτέρων ἀριθμῶν.

Αὕτη ἡ παρεκτροπὴ εἶναι αὐτὴ καθ' ἑαυτὴν, μάλιςα δὲ ἀρχαρίους, τόσον ἀσήμαντος, ὥςε ἡ μὲ συνδεδεμένους ἀριθμοὺς προτεθεῖσα κατάςρωσις, ἐδύνατο νὰ παραχωρηθῇ ὡς ἀλληλένδετος, ἐὰν δὲν ὑπεῖρχον πτώσεις, ὅπου μερικοὶ τῶν ἀριθμῶν ἐμφανίζονται εἰς ἀντίςροφον τάξιν, τὸ ὁποῖον ἐπιζητεῖ αὖθις νέαν μέθοδον, ἥτις ἀντίςροφος τῶν πέντε καλεῖται, ἐξ οὗ ἐπισωρεύονται μέθοδοι ἐπὶ μεθόδων, αἵτινες δυσκολεύουσι τὴν τέχνην τῆς ἀριθμητικῆς, καὶ ἐξαιρέτως ἡ τελευταία, καὶ ἐπομένως μᾶς παράγωσιν εἰς σφάλματα πολλά. Ὅθεν εἶναι ἀναγκαῖον ν' ἀποδείξωμεν, ὅτι καὶ εἰς τοιαύτας πτώσεις δύναταί τις νὰ πράξῃ κατὰ πᾶσαν ἀκρίβειαν τοῦ κανόνος τῆς ἀλληλενδέτου μεθόδου, χωρὶς νὰ προκύψῃ ποτέ τις συνδεδεμένος ἀριθμὸς, οὔτε οὐδεὶς ὅρος εἰς ἀντίςροφον τάξιν, διὰ τοῦ ὁποίου τρόπου ὅλαι αὗται αἱ μέθοδοι ἀποκαθίςανται παντάπασι περιτταί.

§. 327.

Τοῦτο λοιπὸν τὸ σφάλμα, ὅτι τὸ ἀγώγιον, ὁ τόκος καὶ τὰ τούτοις ὅμοια, δὲν δύνανται ἄλλως νὰ λογαριασθῶσιν, εἰμὴ μὲ συνδεδεμένους ἀριθμοὺς, προέρχεται ἐκ τούτου, ἐπειδὴ παραβλέπεται ἡ ἐρώτησις, ὅτι 8 καντάρια εἰς 18 μίλλια, κυρίως δηλοῖ, 8 καντάρια, ἐξ ὧν ἓν ἕκαςον κομισθήσεται εἰς 18 μίλλια. Ὅθεν ἐὰν ἐρωτήσῃ τις, πόσον ἀγώγιον πληρωθήσεται δὲ 8 καντάρια εἰς 18 μίλλια, πρέπει νὰ βάλλωμεν.

; ἀγώγιον δὲ . . . . . 8 καντάρια,

ἐὰν ἐξ αὐτῶν 1 καντάρι κομίζηται 18 μίλλια: ὅπου συνέχονται οἱ ὅροι καθ' ὅλην τὴν ἀκρίβειαν τῆς ἀλληλενδέτου μεθόδου, ὥσπερ νὰ ἐτίθεντο ἐν συνδεδεμένοις ἀριθμοῖς.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

§. 328.

Ἀπαραλλάκτως πράττομεν καὶ εἰς τὸν τόκον. Π. χ. ἐὰν εἰπῇ τις, Γρ. 500 εἰς 3 μῆνας, τοῦτο δηλοῖ, ὅτι ἓν ἕκαστον γρόσι ἐξ αὐτῶν τῶν 500 γροσίων, μέλλει νὰ ςαθῇ 3 μῆνας, ὅθεν ἡ κατάςρωσις τάττεται οὕτω.

; τόκου φέρουσι . 500 Γρόσια,

ἐὰν ἐξ αὐτῶν 1 γρόσι ςαθῇ. . . . . 3 μῆνας, καὶ ἐφεξῆς, ὅπου τὰ Γρ. 500 καὶ οἱ 4 μῆνες προκύπτουσι μὲν τὸν αὐτὸν τρόπον ὑπ' ἀλλήλων, ὥσπερ νὰ ἐτέθησαν ἐν συνδεδεμένοις ἀριθμοῖς· ἀλλ' ἡ συνέχεια τῶν ὅρων ἀκολουθεῖ ἐν τάξει, καὶ ἡ κατάςρωσις τάττεται ἐπ' ἀκριβὲς κατὰ τὸν κοινὸν κανόνα τῆς Ἀλύσου, καὶ οὐχὶ ἐν δυσὶν ὅροις συνάμα.

§. 329.

Ἐκ ταύτης τῆς παρατηρήσεως, ἥτις μᾶς ἀφαιρεῖ τοὺς συνδεδεμένους ἀριθμοὺς, δῆλον ἐςὶν, ὅτι τὰ εἰς διάφορα μίλλια κομιζόμενα βάρη, ὧν τὸ ἀγώγιον διὰ ταύτην τὴν διαφορὰν τῶν μιλλίων διαφέρει, εἰσὶν ἀριθμοὶ ἀνομοειδῶν μονάδων, ἐὰν τὰ πρῶτα κομισθῶσι, φέρ' εἰπεῖν, εἰς 12 μίλλια, τὰ δὲ τελευταῖα εἰς 9 μίλλια, ἐπειδὴ ἕκαςον καντάρι τῶν πρώτων ἔχει ἀγωγίου ἀξίαν 12 μιλλίων, ἕκαςον δὲ τῶν τελευταίων μόνον 9 μιλλίων· ὅθεν εἰς ταύτην τὴν πτῶσιν τὰ πρῶτα 5 καντάρια, καὶ τὰ ἕτερα 5 καντάρια δὲν δύνανται νὰ τεθῶσιν ὡς ἀλληλένδετοι ὅροι εἷς μετὰ τὸν ἕτερον. (ὡς §. 312.)

§. 330.

Ταὐτὸν ἐννοητέον καὶ περὶ τῶν κεφαλαίων τῶν ἐν διαφόροις καιροῖς δανειζομένων χρημάτων. Π. χ. Γροσ. 100 εἰς 5 μῆνας, καὶ Γρ. 100 εἰς 12 μῆνας εἰσὶν ἀριθμοὶ ἀνομοειδῶν μονάδων· διότι ἕκαςον γρόσι τῶν πρώτων ἔχει τόκου ἀξίαν 5 μηνῶν· ἕκαςον γρόσι ὅμως τῶν τελευταίων ἔχει τόκου ἀξίαν 12 μηνῶν· ἄρα καὶ τὰ κεφάλαια τῶν δανειζομένων χρημά-

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

των, διδόμενα εἰς διαφόρους καιρούς, δὲν δύνανται νὰ τεθῶσιν ὥσπερ ἀλληλένδετοι ὅροι ὁ εἰς μετὰ τὸν ἕτερον.

§. 331.

Ὅθεν, ἐὰν δώσωμεν τὴν προσήκουσαν προσοχὴν εἰς τὴν θεμελιώδη βάσιν τῶν κανόνων τῆς ἀλληλενδέτου Μεθόδου, δὲν εἶναι πλέον δύσκολον, ἵνα ταχθῇ τὸ προλεχθὲν πρόβλημα, πόσον ἀγώγιον δὲ 8 καντάρια εἰς 18 μίλλια, ἐὰν δὲ 6 καντάρια εἰς 12 μίλλια ἐπληρώθησαν Γρ΄. 24 (καθάπερ καὶ τὰ τοιαῦτα λοιπὰ προβλήματα), κατὰ τὴν τῆς Ἀλύσεως φυσικὴν συνέχειαν ἀλληλενδέτως, οἷον·

,Γρ΄. ἀγώγιον δὲ . .	8 καντάρια,
ἐξ ὧν 1 καντάρι κομίζηται εἰς . .	18 μίλλια,
εἰς μίλλια 12 ἐκομίσθη	1 καντάρι,
καὶ δὲ 6 καντάρια ἐπληρώθησαν.	24 Γρ΄. ἀγώγιον.

ἡ ὁποία κατάστρωσις ἀπεργαζομένη κατὰ τὸν κοινὸν κανόνα τῆς Ἀλύσου, προκύπτει πηλίκον Γρ΄. 48.

Κατωτέρω ἕπονται καὶ ἕτερα Ὑποδείγματα.

§. 332.

Πρόβλημα. Ἐὰν 10 ἐργάται εἰς 6 ἡμέρας τρώγωσιν 90 ὀκάδας ψωμὶ· ἄρα πόσας ὀκάδας μέλλουσι φαγεῖν 15 ἐργάται εἰς 24 ἡμέρας;

Λύσις.

; ὀκάδας μέλλουσι φαγεῖν	15 ἐργάται,	
ἐὰν ἐξ αὐτῶν 1 ἐργάτης δύναται νὰ τραφῇ	24 ἡμέρας,	4
εἰς ἡμέρας 6 ἐτράφη . . .	1 ἐργάτης,	
ἐργάται δὲ 10 ἔφαγον . . .	90 ὀκάδας.	9

Ποιοῦσιν ὀκδ. 540.

Δοκιμή.

; ὀκάδας μέλλουσι φαγεῖν 10 ἐργάται,
ἐὰν ἐξ αὐτῶν 1 ἐργάτης δύναται νὰ τραφῇ 6 ἡμέρας,
6. εἰς ἡμέρας 24 ἐτράφη . . 1 ἐργάτης,
ἐργάται δὲ 15 ἔφαγον . . 540 ὀκάδας. 36. 9.

Ποιοῦσιν ὀκδ. 90.

Ἡ δοκιμὴ τοῦ προτεθέντος προβλήματος γίνεται καὶ τοιουτοτρόπως· πόσας ἡμέρας ἐξαρκέσουσι 540 ὀκδ. ψωμὶ δὲ ἐργάτας 15, ἐὰν δὲ ἐργάτας 10 εἰς 6 ἡμέρας ἤρκησαν 90 ὀκάδες;

Λύσις. Ἐνταῦθα δὲν πρέπει νὰ παραβλέψωμεν, ὅτι ἡ ἐρώτησις, πόσον διάστημα καιροῦ ἔχουσι φαγεῖν 15 ἐργάται καὶ ἐφεξῆς, κυρίως δηλοῖ, πόσον διάστημα καιροῦ ἔχει φαγεῖν εἷς ἕκαστος ἐργάτης ἐξ αὐτῶν τῶν 15 ἐργατῶν, ὅθεν ἡ κατάστρωσις τάττεται ὡς κατωτέρω.

; ἡμέρας ἔχει φαγεῖν 1 ἐργάτης (ἐκ τῶν 15)
ἐὰν ἐργάται 15 τρώγωσι . 540 ὀκάδας, 36. 4.
ὀκάδας 90 ἔφαγον . 10 ἐργάται,
ἐξ ὧν 1 ἐργάτης ἐτράφη 6 ἡμέρας.

Ποιοῦσιν ἡμέρας 24.

§. 333.

Σημείωσις. Ἐὰν ἡ ἀνωτέρω λύσις κατεστρώνετο κατὰ τὸν κανόνα τῆς μεθόδου τῶν πέντε, εἴτουν μὲ συνδεδεμένους ἀριθμούς, ἔπρεπε νὰ ταχθῇ ὡς ἀκολούθως.

; ἡμέρας μέλλουσι φαγεῖν 15 ἐργάται
ἐὰν ἐργάται 10 ἔχοντες 540 ὀκδ.
ἔχοντες 90 ὀκδ. ἐτράφησαν 6 ἡμέρας.

ἡ ὁποία κατάστρωσις λογαριαζομένη ὡς σύνηθες, δίδει πηλίκον 54 ἡμέρας, ἐν ᾧ ἔπρεπε νὰ προκύψωσι μόνον 24 ἡμέραι· τὸ ὁποῖον ὅμως προέρχεται ἐκ τούτου, ἐπειδὴ ἐν τῇ ἀνωτέρῳ

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

καταςρώσει ἐτέθη ὁ τοῦ διαιρέτου ὅρος 15 δεξιῶς, ὁ δὲ τοῦ διαιρετέου ὅρος 10 ἀριςερῶς. Ἐξ ἐναντίας κατὰ τοὺς προηγηθέντας κανόνας τῆς Ἀλύσου, τίθενται οἱ ὅροι κατὰ φυσικὴν, ἀλληλένδετον συνέχειαν πάντοτε ὀρθῶς. Τὸ ἑπόμενον κεφάλαιον περιέχει περισσότερα τοιαῦτα ὑποδείγματα.

Πρόβλημα. Πραγματευτής τις δύναται ν' ἀγοράσῃ βαμβάκι διὰ τῶν μετρητῶν τὴν ὀκᾶν ἀνὰ Γρόσ. 4 ἐξ ἰδίων του χρημάτων, ἀπὸ τὰ ὁποῖα λαμβάνει τόκον ἀνὰ 10 τοῖς 100 τὸν χρόνον· τὸ ἴδιον βαμβάκι ὅμως δύναται ν' ἀγοράσῃ καὶ μὲ διορίαν 5 μηνῶν τὴν ὀκᾶν ἀνὰ Γρόσ. $4\frac{1}{5}$· λοιπὸν μὲ διορίαν, ἢ διὰ τῶν μετρητῶν εἶναι συμφερώτερον ν' ἀγοράσῃ τὸ πρᾶγμα;

Ἐπειδὴ ἐνταῦθα εἶναι γνωςὸν, ὅτι ὁ πραγματευτὴς λαμβάνει τόκον 10 τὰ 100, διὰ τοῦτο μένει νὰ λογαριάσωμεν, πόσον τόκον θέλει πληρώσῃ διὰ τὰ 100, ἐὰν ἀγοράσῃ τὸ πρᾶγμὲ διορίαν· ὅθεν θέττομεν.

	; Γρ. τόκον δίδουσι	.	100 Γρ. κεφάλαιον, 10. 4
ἐξ ὧν	1 γρόσι ςαθήσεται	.	12 μῆν. (1 χρόνον), 3
εἰς	5 μῆνας ,,	.	1 γρόσι,
5. καὶ διὰ	4 γρόσια πληρωθήσεται		$\frac{1}{5}$ γροσίου τόκος.

Ποιοῦσι Γρ. 12.

συμφερώτερον λοιπὸν εἶναι ν' ἀγοράσῃ τὸ πρᾶγμα διὰ τῶν μετρητῶν, ἐπειδὴ μὲ διορίαν πρέπει νὰ πληρώσῃ 2 τὰ 100 τὸν χρόνον περισσότερον τόκον. Διότι, κατὰ τὸ πρόβλημα, διὰ τὴν διορίαν τῶν 5 μηνῶν, ἀντὶ Γρόσ. 4 πρέπει νὰ πληρώσῃ Γρόσ. $4\frac{1}{5}$, λοιπὸν $\frac{1}{5}$ περισσότερον, ὅ ἐςὶ, διὰ Γρόσ. 4 εἰς διάςημα 5 μηνῶν, $\frac{1}{5}$ γροσίου τόκον, ἐξ οὗ λογαριάζεται ἔπειτα, πόσα ςαίνει ὁ τόκος τῶν 100 γροσίων εἰς 1 χρόνον, καθὼς ἐπράξαμεν ἀνωτέρω.

Πρόβλημα. Πόσον τόκον φέρουσι Γρ. 1400 εἰς $3\frac{3}{4}$

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

χρόνους, ἐὰν εἰς 1 χρόνον διὰ Γρόσ. 100 ἐπληρώθησαν Γρόσ. 4 τόκος;

; Γρ. τόκον φέρουσι	1400 Γρ. κεφάλαιον,
ἐξ ὧν 1 γρόσι ςαθήσεται	$3\frac{3}{4}$ χρόνους,
εἰς 1 χρόνον ἐςάθη	1 γρ. κεφάλαιον,
καὶ δι' 100 γρόσια κεφάλαιον ἐπληρώθησαν	4 γρ. τόκος.

Ποιοῦσι Γρ. 210 ,, —

Τὴν ἀνωτέρω κατάςρωσιν δύναταί τις εὐκόλως νὰ καταλάβῃ, δηλαδὴ, ὅτι τὰ ἐν διαφόροις καιροῖς δανειζόμενα κεφάλαια εἰσὶν ἀνομοειδεῖς μονάδες, διὸ καὶ δὲν δύνανται νὰ τεθῶσιν ὡς ἀλληλένδετοι ὅροι εἷς μετὰ τὸν ἕτερον, ὡς §. 330.

Πρόβλημα. Κηπορός τις ἠγόρασε κῆπον, περὶ τοῦ ὁποίου θέλει νὰ κτίσῃ τοῖχον 150 πόδας μακρὺν, 40 πόδας ὑψηλὸν, καὶ $2\frac{1}{3}$ πόδας χονδρὸν ἀπὸ τοιούτων πλίνθων, ἐξ ὧν ἕκαςος εἶναι $1\frac{1}{3}$ πόδ. μακρὺς, $\frac{3}{4}$ ποδ. πλατὺς, καὶ $\frac{7}{8}$ ποδ. χονδρὸς, τιμᾶται δὲ $\frac{2}{5}$ γροσίου· ἄρα πόσα θέλει πληρώσει διὰ τοὺς πλίνθους;

Λύσις.

; Γρ. πληρωθήσονται δι'	150 ποδ. μάκρος,
ἐὰν 1 ποδ. μάκρος	40 — ὕψος,
1 — ὕψος	$2\frac{1}{3}$ — χόνδρος,
τοιοῦτον $\frac{3}{4}$ — χόνδρος ἀπὸ πλίνθων	1 — μάκρος
$1\frac{1}{3}$ — μάκρος, ἔχει	1 — πλάτος
καὶ τοιοῦτον $\frac{7}{8}$ — πλάτος, τιμᾶται	$\frac{2}{5}$ γροσίου.

Ποιοῦσι Γρ. 6400.

Πρόβλημα. Τεχνουργός τις κατεσκεύασεν ἀπὸ 40 ὀκδ. μαλλὶ 5 κομμάτια ῥοῦχου, ἕκαςον 24 πηχῶν μακρὺ, καὶ $\frac{7}{4}$ πλατύ· θέλει ὅμως νὰ κατασκευάσῃ ἕτερα 12 κομμάτια ὁμοίας ποιότητος, ἕκαςον ἀνὰ 35 πήχας μάκρος, καὶ $\frac{2}{4}$ πλάτος· ἄρα πόσαι ὀκάδες ἐξαρκοῦσιν ἀπὸ τὸ ἴδιον μαλλί;

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

Λύσις. Ἐνταῦθα πρέπει νὰ ςοχασθῶμεν, ὅτι ἡ πήχη τοῦ ἑνὸς εἴδους μὲ τὴν πήχην τοῦ ἑτέρου εἴδους, διὰ τὴν διαφορὰν τοῦ πλάτους αὐτῶν, εἰσὶν ἀνομοειδεῖς μονάδες, διὸ δὲν δυνάμεθα νὰ κρίνωμεν ἀπὸ τοῦ πλάτους τοῦ ἑνὸς κομματίου διὰ τὸ πλάτος τοῦ ἑτέρου (ὡς §. 176.)· ὅθεν τὰ τοιαῦτα προβλήματα καταςρώνονται, ὡς κατωτέρω.

	; ὀκδ. μαλλί διὰ	12 κομ. ροῦχον,	
ἐὰν	1 κομ. ἐξ αὐτῶν περιέχῃ	35 πήχ. μάκρος,	5
ἐξ ὧν	1 πήχη μάκρος //	$\frac{7}{4}$ πήχ. πλάτος,	9
7.	$\frac{7}{4}$ πήχ. πλάτος δίδουσι	1 πήχ. μάκρος,	
2. τοιαῦται	24 πῆχαι δίδουσιν	1 κομμάτι,	
διὰ δὲ	5 τοιαῦτα κομ. ἐχρειάσθησαν	40 ὀκδ. μαλλί. 8.	4

Ποιοῦσιν ὀκδ. 180.

§. 334.

Σχόλιον. Ἰδοὺ ἀπεδείχθη σαφῶς ὅ,τι ἐλέχθη ἐν τῷ §. 320. περὶ τῆς παρούσης μεθόδου, ἤγουν, ὅτι τὰ προβλήματα αὐτῆς ἐπιλύονται τῷ ὄντι εὐκόλως κατὰ τοὺς κανόνας τῆς Ἀλύσου, χωρὶς νὰ προκύψῃ ποτέτις συνδεδεμένος ὅρος, ἐξ οὗ συνάγεται, ὅτι ὁ κανὼν, ὅστις διδάσκει τὴν ἀλληλένδετον κατάςρωσιν μὲ συνδεδεμένους ἀριθμοὺς, εἶναι ἐσφαλμένος, ἐπειδὴ ἀντίκειται εἰς τοὺς καθ᾽ αὐτὸ κανόνας τῆς Ἀλύσου, ἄρα εἶναι καὶ περιττὸς, καθάπερ καὶ αὐτὴ ἡ μέθοδος τῶν πέντε (ὡς §. 326.). Ἀλλ᾽ ἐπειδὴ ἡ λύσις ὅλων τῶν προβλημάτων ταύτης τῆς μεθόδου ἔγινε κατὰ τοὺς κανόνας τῆς Ἀλύσου, ἐκρίθη εὔλογον, ἵνα προςεθῇ ἐνταῦθα, πρὸς ἐπιθεώρησιν, καὶ ὁ κανὼν, καθ᾽ ὃν διδάσκεται κοινῶς ἡ ῥηθεῖσα μέθοδος τῶν πέντε.

Ὁ κανὼν ταύτης τῆς μεθόδου ἔχει σχεδὸν τὴν αὐτὴν ἔν-

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

νοιαν, ὥσπερ ἐκεῖνος τῆς εὐθείας μεθόδου τῶν τριῶν (ὡς §. 302.), διαφέρει δὲ μόνον κατὰ τοῦτο, ὅτι ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς τίθεται εἰς τὸν τέταρτον τόπον, καὶ πλησίον αὐτοῦ, εἰς τὸν πέμπτον τόπον, τίθεται ὁ ἀχώριςος αὐτοῦ ὅρος· εἰς δὲ τὸν πρῶτον τόπον, τίθεται ὁ τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ ὁμογενὴς ἀριθμὸς, καὶ πλησίον αὐτοῦ, εἰς τὸν δεύτερον τόπον, τίθεται ὁ ἀχώριςος αὐτοῦ ὅρος, καὶ τελευταῖον ἐν τῷ μέσῳ αὐτῶν, εἰς τὸν τρίτον τόπον, τίθεται ἐκεῖνος ὁ ἀριθμὸς, τοῦ ὁποίου ζητεῖται ὁ ὁμογενὴς· εἶτα πολλαπλασιάζονται οἱ τρεῖς τελευταῖοι ὅροι μετ' ἀλλήλων, καὶ δίδουσι τὸν διαιρετέον, ὁμοίως πολλαπλασιάζονται καὶ οἱ δύο πρῶτοι ὅροι μετ' ἀλλήλων, καὶ δίδουσι τὸν διαιρέτην. Π. χ. μᾶς ἐδόθη νὰ λογαριάσωμεν πόσον τόκον φέρουσι γρ'. 100 εἰς 12 μῆνας, ἐὰν γρ'. 4 εἰς 5 μῆνας ἔδοσαν $\frac{1}{5}$ γροσίου (τὸ πρῶτον ὑπόδειγμα τοῦ 333.). Ἐνταῦθα τὰ γρ'. 100 καὶ οἱ 12 μῆνες συνιςῶσιν ὁμοῦ τὸν ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν, τὰ δὲ γρ'. 4 καὶ οἱ 5 μῆνες συνιςῶσιν ὡσαύτως ὁμοῦ τὸν ὁμογενῆ ἀριθμὸν αὐτοῦ τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ, καὶ τελευταῖον τὸ $\frac{1}{5}$ γροσίου εἶναι ὁ ἀριθμὸς, τοῦ ὁποίου ζητεῖται ὁ ὁμογενὴς, ὅστις προκύπτει, μετὰ τὴν διαίρεσιν, ὡς πηλίκον. Αὐτὸ τὸ ὑπόδειγμα τάττεται καὶ λογαριάζεται, ὡς ἀκολούθως.

ἐὰν γρ'. 4 εἰς 5 μῆν. $\frac{1}{5}$ γροσίου, πόσα τὰ γρ'. 100 εἰς 12 μῆν.;

Ποιοῦσι Γρ'. 12.

ἢ καὶ τοιουτοτρόπως

4.	$\frac{1}{5}$	100
5		12
5		
1(00	τὰ	12(00

Ποιοῦσι Γρ'. 12.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008