Κατὰ τὸν ἀπέναντι κανόνα τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν, πρέπει ὁ πρῶτος αὐτῆς ὅρος νὰ εἶναι ὁμώνυμος τοῦ τρίτου, καὶ ὁ δεύτερος ὡσαύτως ὁμώνυμος τοῦ τετάρτου, εἴτουν τοῦ πηλίκου. Αὐτὴν λοιπὸν τὴν τῶν ὅρων ἀλληλομωνυμίαν παρατηρήσας ἀκριβῶς ὁ τῆς Ἀλύσου Εὑρετὴς ἐγνώρισεν, ὡς φαίνεται, ἐκ τούτου, ὅτι αὕτη ἡ Μέθοδος εἶναι συνδεδεμένη ὥσπερ ἡ Ἄλυσις, καὶ οὕτως ἐπενόησε τὴν ἐδικήν του, καλέσας αὐτὴν Ἄλυσον, τὴν ὁποίαν καὶ διαίρεσεν εἰς δύο Στήλας, δηλονότι εἰς ἀριστερὰν, καὶ δεξιὰν, ἐκ τῆς ὁποίας τελευταίας ἄρχεται ἡ τοῦ προβλήματος κατάστρωσις μὲ τὴν κατάθεσιν τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ, ὑπὸ τὸν ὁποῖον τίθενται καὶ οἱ ἐπίλοιποι ὅροι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ἐν δὲ τῇ ἀριστερᾷ τίθενται οἱ τῆς διαιρέσεως ὅροι, διὰ τοῦ κεφαλαίου τῶν ὁποίων διαιρεῖται τὸ κεφάλαιον τῶν τῆς δεξιᾶς ὅρων, τοῦτ' ἔστιν, ἡ ἀριστερὰ στήλη εἶναι διαπαντὸς διαιρέτης, ἡ δὲ δεξιὰ διαιρετέος (ὡς §. 279.). Ἀπαραλλάκτως σχεδὸν ὥσπερ εἰς τὴν ἀπέναντι κατάστρωσιν τῆς τῶν τριῶν Μεθόδου, κατὰ τὸν κανόνα τῆς ὁποίας, οἱ δεξιῶς κείμενοι δύο τελευταῖοι ὅροι, πολλαπλασιάζονται μετ' ἀλλήλων, καὶ προκύπτει ὁ διαιρετέος, εἶτα διαιρεῖ αὐτὸν ὁ ἀριστερῶς κείμενος ὅρος, ὁ ὁποῖος ἀείποτε εἷς ὑπάρχει, ἐπειδὴ αὕτη ἡ μέθοδος συνίσταται μόνον ἀπὸ τριῶν ὅρων.

Ἐκ τούτων συνάγεται λοιπὸν, ὅτι κατὰ τοὺς κανόνας ἀμφοτέρων τῶν Μεθόδων, πολλαπλασιάζονται πάντοτε οἱ αὐτοὶ ὅροι μετ' ἀλλήλων, ὧν τὸ κεφάλαιον διαιρεῖται δι' ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ διαιρέτου, ἐκτὸς μόνον, ὅτι διαφέρουσι κατὰ τὴν κατάστρωσιν, ἡ ὁποία κατὰ μὲν τὴν Μέθοδον τῶν τριῶν ἄρχεται ἐξ ἀριστερῶν ἐν σειρᾷ, ὡς ἀπέναντι, κατὰ δὲ τὴν Ἄλυσον ἐκ δεξιῶν, καὶ ἔπειτα ἐξ ἀριστερῶν, ὡς κατωτέρω.

; Γρ'. πληρωθήσονται διὰ . 45 Ὀκδ.
ἐὰν δι' Ὀκδ'. 12 ἐπληρώθησαν . . . 28 Γρ'.

Αὕτη ἡ κατάςρωσις εἶναι πλέον σαφεςέρα, τὴν ὁποίαν ἐννοεῖ καὶ ἀντιλαμβάνει ἕκαςος πολὺ εὐκολώτερον, ἢ τὴν ῥηθεῖσαν τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν, ἐπειδὴ ἄρχεται καὶ τελειώνει κατὰ τὴν ἔννοιαν τοῦ προβλήματος, δηλονότι ἀπὸ τοῦ προσήκοντος ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ (ἐνταῦθα αἱ 45 ὀκδ.), ὅστις ἐτέθη πρῶτος ἐν τῇ δεξιᾷ ςήλῃ, εἶτα ἐν τῇ ἀριςερᾷ ὁ ὁμώνυμος αὐτοῦ (αἱ 12 Ὀκδ.), καὶ ἀπέναντι, ὑπὸ τὸν ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν, ἐτέθη ἡ ἀξία τῶν 12 ὀκδ. (τὰ Γρόσ. 28.), καὶ οὕτως ἔλαβε τέλος ἡ κατάςρωσις, ἐπειδὴ ἐν τῷ τέλει τῆς δεξιᾶς ςήλης προέκυψαν γρόσια, καθὼς ἐζητήθησαν ἐν ἀρχῇ ἀριςερῶς.

Ὅθεν ἐξ αὐτῶν γίνεται δῆλον, ὅτι ἡ βάσις τῆς Ἁλύσου θεμελιοῦται εἰς τὸ, νὰ εὕρωμεν μόνον τὸν ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν τοῦ προτιθεμένου προβλήματος, εἶτα δυνάμεθα νὰ καταςρώσωμεν ἐν εὐκολίᾳ τοὺς λοιποὺς ὅρους (ὡς §. 280.), οἱ ὁποῖοι ἀφ' οὗ ἐξαλειφθῶσι καὶ ἐλαττωθῶσι κατὰ τὸν §. 282, πολλαπλασιάζομεν ἔπειτα τοὺς ἐν τῇ ἀριςερᾷ ςήλῃ μείναντας ὅρους μετ' ἀλλήλων, καθὼς καὶ τοὺς ἐν τῇ δεξιᾷ, ὕςερον δὲ διαιροῦμεν, ὡς καὶ μέχρι τοῦδε, καὶ οὕτω προκύπτει τὸ ζητούμενον. Ὅθεν ἐπειδὴ βλέπομεν ἀναφανδὸν, ὅτι ὁ τῆς Ἁλύσου τρόπος εἶναι πάνυ εὐχερέςερος καὶ ἀντιληπτικώτερος, ἢ ἐκεῖνος τῆς τῶν τριῶν Μεθόδου, διὰ τοῦτο ἂς μεταχειριζώμεθα ἀείποτε αὐτὸν, ἀποδοκιμάζοντες ἑτέρας τινὸς Μεθόδους, αἵτινες προξενοῦσι μᾶλλον δυσκολίαν ἢ ὄφελος, καθὼς εἰς τὸ Α'. Β'. καὶ Γ'. κεφάλαιον τοῦ ἐπομένου Πέμπτου Μέρους ἀποδειχθήσονται σαφῶς.

ΚΕΦ. Γ'.

Περὶ Θέσεως περισσοτέρων Ὅρων, εἴτουν περὶ τῆς καλουμένης Ἀλύσου.

§. 303.

Μέχρι τοῦδε εἴπομεν καὶ ἐξηγήθημεν ἁπλῶς περὶ τῆς καταςρώσεως τριῶν ὅρων· νῦν δὲ ἂς ὁμιλήσωμεν καὶ περὶ περισσοτέρων· ἐπειδὴ ὑπάρχουσι καὶ τοιαῦτα ἀριθμητικὰ προβλήματα, τὰ ὁποῖα εἰσὶ τοιουτοτρόπως συνθεμένα, ὥςε διὰ τῆς καταςρώσεως μόνον τριῶν ἀριθμῶν, δὲν δύναται νὰ προκύψῃ τὸ ζητούμενον, ἀλλὰ διὰ τῆς ἐπέκεινα χρήσεως αὐτῆς. Π. χ. μᾶς ἐδόθη νὰ λογαριάσωμεν πόσα γρόσια πληρωθήσονται δὲ ὀκδ. 360, ἐξ ὧν ὀκᾶ 1 τιμᾶται διὰ 2 ἄσπρα, λοιπὸν ἀπὸ μόνης τῆς καταςρώσεως·

; Γρ'. διὰ . . 260 ὀκδ.

ἐὰν ὀκᾶ 1 τιμᾶται . . ' 2 ἄσπρα, προκύπτει μόνον ἡ ποσότης εἰς ἄσπρα, δηλ. 360 κὶς 2 ἄσπρα, ἥτις εἶναι ἡ πρώτη ἐρώτησις· πόσα ὅμως ςαίνουσιν εἰς γρόσια, μένει ἄλυτον.

§. 304.

Ἀλλ' ἐπειδὴ μᾶς εἶναι γνωςὸν, ὅτι 3 ἄσπρα ποιοῦσιν 1 παρᾶν, καὶ 40 παράδ. ποιοῦσιν 1 Γρόσι, διὰ τοῦτο δυνάμεθα, διὰ τῆς ἐπαναλήψεως τριῶν ἀριθμῶν, νὰ εὕρωμεν βαθμηδὸν τὴν τῶν γροσίων ζητηθεῖσαν ποσότητα, δηλονότι, ἐὰν λάβωμεν τὴν τῶν ἄσπρων ποσότητα ὡς ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν, καὶ διὰ τῶν τῆς συνθήκης ὅρων, 3 ἄσπρα ποιοῦσιν 1 παρᾶν, σχηματίσωμεν δευτέραν κατάςρωσιν τριῶν ὅρων, καὶ τελευταῖον, ἐὰν λάβωμεν αὖθις τὴν τῶν παράδων ἤδη προκύψασαν ποσότητα ὡς ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν, καὶ διὰ τῶν τῆς συνθήκης ὅρων, 40 παράδ. ποιοῦσιν 1 Γρόσι, σχηματίσωμεν καὶ τρίτην κατάςρωσιν τριῶν ὅρων, τότε προκύπτει τέλος πάντων ἡ ζητηθεῖσα ποσότης τῶν Γροσίων. καθὼς φαίνεται κατωτέρω.

Α΄. Κατάςρωσις.			Β΄. Κατάςρωσις.		
; ἄσπ. διὰ	.	360 ὀκᾶ.	; παρ΄.	.	720 ἄσπ.
ἐὰν ὀκᾶ 1 τιμᾶτ.	.	2 ἄσπ.	ἐὰν ἄσπ. 3 ποιῶσ.		1 παρ΄.
Ποιοῦσιν ἄσπρα 720.			Ποιοῦσι Παρ΄. 240.		

Γ΄. Κατάςρωσις.

; Γρ΄.	. .	240 παρ΄.
ἐὰν παρ΄. 40. ποιῶσιν		1 Γρ΄.
Ποιοῦσι Γρ΄. 6.		

§. 305.

Ἀλλ᾿ ὅμως δὲν εἶναι ἀναγκαῖον ποσῶς, ἵνα λογαριάζωμεν ἑκάςην κατάςρωσιν ἰδιαιτέρως, ποιοῦντες τὸ γινόμενον αὐτῆς δὲ ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν τῆς ἑπομένης καταςρώσεως, καθάπερ ἐπράξαμεν ἀνωτέρω, ἀλλὰ λαμβάνομεν εὐθὺς τὸν τρίτον ὅρον ἑκάςης τελεσθείσης καταςρώσεως, πρὸ τῆς πράξεως αὐτῆς, ὡς ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν τῆς ἑπομένης καταςρώσεως, καὶ οὕτω διατελοῦντες, προσθέττομεν ἀδιαλείπτως ὅλους τοὺς πρὸς τὴν λύσιν ἀπαιτουμένους ὅρους, ἄχρις οὗ νὰ προκύψῃ ἐν τῷ τέλει δεξιῶς ἕνας ἀριθμὸς, ὅστις νὰ ἔχῃ τοιαύτην ὀνομασίαν, οἷα ἐσημάνθη ἐν ἀρχῇ ἀρεςερῶς, καὶ εἰς ἣν μέλλει νὰ προκύψῃ ἡ ἀπόκρισις, εἴτουν τὸ πηλίκον· διὰ τοῦ ὁποίου τρόπου ὅλαι αἱ ἰδιαίτεραι καταςρώσεις συνάπτονται εἰς μίαν συνιςαμένην ἀπὸ περισσοτέρων ὅρων, ὡς ὧδε.

; Γρ΄.		. .	360 ὀκᾶ.
ἐὰν ὀκᾶ	1.	. .	2 ἄσπρα.
ἄσπρα δὲ	3.	. .	1 παρᾶν.
καὶ παρ΄.	40.	. .	1 Γρόσι.

ἡ ὁποία λογαριάζεται ἐν μιᾷ ἀπαραλλάκτως, ὥσπερ ἡ συνιςαμένη ἀπὸ τριῶν ὅρων, δηλονότι, σμικρύνομεν ὅσον τὸ δυνατὸν τοὺς ὅρους πρὸς ἀλλήλους, εἶτα διὰ τοῦ κεφαλαίου τῶν ἀριςερῶς μεινάντων ἀριθμῶν, διαιροῦμεν τὸ κεφάλαιον τῶν δεξιῶς ἐναποληφθέντων· διότι ταὐτὸν ἐςί, κἂν πολλαπλασιάσωμεν, ἢ διαιρέσωμεν διὰ μοναδικῶν ἀριθμῶν, ἢ διὰ τοῦ κεφαλαίου αὐτῶν ἐν μιᾷ. (ὡς §. 138.)

§. 306.

Ἡ ἀπὸ περισσοτέρων ὅρων λοιπὸν συνιςαμένη κατάςρωσις, εἶναι μία σύνθεσις ὅλων τῶν πρὸς λύσιν ἀπαιτουμένων ὅρων ἑνὸς πολυσυνθέτου προβλήματος, ἥτις συνάπτει ἐν φυσικῇ τάξει ὅλας τὰς ἰδιαιτέρας ἀπὸ τριῶν ὅρων συνιςαμένας καταςρώσεις εἰς Ἓν, ἵνα αἱ κατ᾽ ἰδίαν αὐτῶν πράξεις ἀπεργασθῶσιν ἐν μιᾷ. Αὐτὸ τὸ ἐφεύρημα συντέμνει πολὺ τὴν τοῦ λογαριασμοῦ πρᾶξιν, ἐπειδὴ δι᾽ αὐτοῦ τοῦ τρόπου ὅλοι οἱ πρὸς λύσιν κατὰ μικρὸν προκύπτοντες ὅροι τοῦτε πολλαπλασιασμοῦ καὶ τῆς διαιρέσεως ἐμφανίζονται συνάμα, ἐξ ὧν ἐκεῖνοι, οἵτινες ἐξαλείφονται πρὸς ἀλλήλους, ἐκλείπουσιν ὁλοτελῶς· ἐξ ἐναντίας δὲ, ἐὰν λογαριάσωμεν ἑκάςην κατάςρωσιν ἰδιαιτέρως, συμβαίνει πολλάκις νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἐν μιᾷ τῶν καταςρώσεων μὲ τὸν ἴδιον ἀριθμὸν, δι᾽ οὗ ἐν τῇ ἑπομένῃ ἔπρεπε νὰ διαιρέσωμεν, ἢ καὶ τ᾽ ἀνάπαλιν. Ὅθεν ἐπειδὴ ἡ λύσις ἑνὸς πολυσυνθέτου προβλήματος δύναται νὰ ἐκτελεσθῇ συντομώτερον μόνον διὰ μιᾶς καταςρώσεως, δι᾽ ἧς ἀποφεύγομεν καὶ τὸ νὰ πολλαπλασιάζωμεν καὶ νὰ διαιρῶμεν μὲ τοὺς ἰδίους ἀριθμοὺς, διὰ τοῦτο εἶναι ὠφελιμώτερον νὰ λείψωσιν αἱ ἰδιαίτεραι καταςρώσεις.

§. 307.

Πρὸς περισσοτέραν διασάφησιν ὅλων τῶν, ὅσα ἐλέχθησαν περὶ τῆς καταςρώσεως περισσοτέρων ὅρων, ἂς ἐκτελέσωμεν τὴν πρᾶξιν τοῦ ἑπομένου ὑποδείγματος, πρότερον δι ἰδιαιτέρων ἀπὸ τριῶν ὅρων καταςρώσεων, καὶ ἔπειτα διὰ τῆς συνάψεως αὐτῶν ἐν μιᾷ καταςρώσει.

Πρόβλημα. Πόσα καισσαροβασιλικὰ κρόνταλληρα (ἀργυροῦν νόμισμα ἀνὰ Φιορ. 2 „ 15 κραϊτζ. τὸ ἕν) πληρωθήσονται διὰ ῥίφια 810 τοῦ Γράτζου, ἐὰν διὰ ῥίφια 9 Βιέννης (ἐξ ὧν 11 εἰσὶ τόσον πλατέα, ὅσον 10 ῥίφια τοῦ Γράτζου), ἐπληρώθησαν Φιορ. 10;

Α΄. Ἡ δι ἰδιαιτέρων καταςρώσεων Λύσις, καὶ Ἑρμηνεία.

Ἐπειδὴ ἡ τοῦ νομίσματος τιμὴ δὲν ἐδόθη ἐπὶ τῶν ῥιφίων τοῦ γράτζου, ἀλλ᾿ ἐπὶ τῶν τῆς βιέννης, διὰ τοῦτο πρέπει νὰ λογαριάσωμεν πρότερον, πόσα ῥίφια βιέννης φέρουσι τὰ 810 ῥίφια γράτζου, διὰ τῆς ἀναλογίας, 10 ῥίφια γράτζου ποιοῦσιν 11 ῥίφια βιέννης, ἐπομένως δὲ καὶ τὴν τῶν φιορινίων ποσότητα αὐτῶν διὰ τῶν τῆς συνθήκης ὅρων, 9 ῥίφια βιέννης δίδουσι φιορ. 10, καὶ τελευταῖον τὴν τῶν φιορινίων ποσότητα, πόσα κρόνταλληρα ποιοῦσι διὰ τῆς ἀναλογίας, $2\frac{1}{4}$ φιορ. ποιοῦσιν ἕν, ὧν ἡ δι ἰδιαιτέρων καταςρώσεων πρᾶξις, πρέπει νὰ γένῃ ὡς ἀκολούθως.

Α΄. ; ῥίφια βιέννης δίδουσιν 810 ῥίφια Γράτζου.
ἐὰν τοῦ Γράτζου ῥίφια 10 ςαίνωσιν . . 11 ῥίφια Βιέννης.
Ποιοῦσι βιέννης ῥίφια 891.

Β΄. ; Φιορ. πληρωθήσοντ. δι 891 ῥίφια Βιέννης.
ἐὰν διὰ Βιέννης ῥίφια 9 ἐπληρώθησαν . 10 Φιορ.
Φέρουσι Φιορ. 990.

Γ΄. ; κρόνταλληρα φέρουσιν 990 Φιορ.
ἐὰν Φιορίνια . 9 . $2\frac{1}{4}$ δίδωσιν . . . 1 Κρόνταλληρον.
Ποιοῦσι κρόνταλληρα 440.

Εἰς τὴν Α΄. διαιρέσαμεν διὰ τῶν 10, καὶ εἰς τὴν Β΄. ἐπολλαπλασιάσαμεν μὲ 10· εἰς τὴν Β΄. καὶ Γ΄. ἐπολλαπλασιάσαμεν μὲ 891 καὶ 990, καὶ διαιρέσαμεν εἰς ἀμφοτέρας διὰ τῶν 9, οἱ ὁποῖοι πολλαπλασιασμοὶ καὶ διαιρέσεις ἦσαν πάντη περιτταί· ἐπειδὴ ὅλοι αὐτοὶ οἱ ἀριθμοὶ ἐξαλείφονται πρὸς ἀλλήλους. Ἀλλ' ἐνταῦθα ἔπρεπε νὰ τελεσθῇ ἡ πρᾶξις οὕτως, ἐπειδὴ εἰς τὴν πρᾶξιν τῆς πρώτης καταςρώσεως δὲν εἴχομεν ἔτι πρὸ ὀφθαλμῶν τοὺς εἰς τὴν ἑπομένην κατάςρωσιν προκύψαντας ἀριθμούς, καὶ ἑπομένως δὲν ἠξεύραμεν, ἂν αὐτοὶ οἱ ἴδιοι τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ὅροι, ἔμελλον νὰ γένωσι τῶν ἑπομένων καταςρώσεων διαιρέσεως ὅροι, ἢ καὶ τ' ἀνάπαλιν.

Β΄. Ἡ διὰ μιᾶς καταςρώσεως Λύσις.

Ἐξ ἐναντίας δὲ, ἐὰν, πρὸ τῆς πράξεως ἑκάςης καταςρώσεως, λάβωμεν τὸν τρίτον ὅρον αὐτῆς ὡς ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν τῆς ἑπομένης καταςρώσεως, καὶ προσθέσωμεν ἀκολούθως κατὰ τὸν τρόπον τοῦ §. 305. ὅλους τοὺς ὅρους τῶν ἰδιαιτέρων καταςρώσεων εἰς τὴν αὐτὴν τάξιν ὑπ' ἀλλήλους, τότε ὅλοι οἱ εἰς αὐτὰς τὰς ἰδιαιτέρας καταςρώσεις τοῦτε πολλαπλασιασμοῦ καὶ τῆς διαιρέσεως προκύψαντες ἀριθμοὶ ἐμφανίζονται πρὸ ὀφθαλμῶν, ἐξ ὧν σβένομεν ἐκείνους, οἵτινες ἐξαλείφονται πρὸς ἀλλήλους, ὡς κατωτέρω.

; Κρουτάλληρα διὰ 810 ῥίφια γράτζ. 90. 10.
ἐὰν τοῦ γράτζου ῥίφια 10 ποιῶσιν 11 ῥίφια βιέννης.
καὶ διὰ βιέννης ῥίφα 9 ἐπληρώθησ. 10 φιορίνια.
φιορίνια δὲ . 1 . 9 . $2\frac{1}{4}$ δίδουσιν 1 κρουτάλληρον.

4

Ποιοῦσι Κρουτάλληρα 440.

Εἰς αὐτὴν τὴν ὁλομερῆ κατάςρωσιν ἠκολουθήσαμεν τὰ ἴδια ἴχνη τῶν προτεθέντων ἰδιαιτέρων καταςρώσεων, ἐκτὸς μόνου, ὅτι ἀνεβάλλομεν τὰς κατ' ἰδίαν αὐτῶν πράξεις, μέχρι τῆς προσθέσεως ὅλων τῶν τοῦ προβλήματος ὅρων. Ἐπειδὴ λοιπὸν τὰ ἀριςερῶς κείμενα 9, καὶ τὰ ἐκ τῶν μεταβληθέντων $2\frac{1}{4}$ προκύψαντα ἕτερα 9, ὡσαύτως καὶ τὰ 10 ἐξαλείφονται ὁλοτελῶς πρὸς τὰ δεξιῶς ἱςάμενα 810, 90 καὶ 10, διὰ τοῦτο ἐξέλιπον ἅπαντες οἱ τοῦ διαιρέτου ὅροι, πλὴν τοῦ 1 (ὡς §. 283.)· δεξιῶς ὅμως ἔμεινον τοῦ διαιρετέου ὅροι μόνον 11, 10 καὶ 4, οἵτινες πολλαπλασιασθέντες μετ' ἀλλήλων, προέκυψε τὸ ζητούμενον, εἴτουν Κρόντάλληρα 440, ὡς ὄπισθεν.

§. 308.

Ὁσάκις λοιπὸν καταςρωθῶσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ δὲν προκύψει ἐν τῷ τέλει δεξιῶς ἡ τοῦ προβλήματος ζητηθεῖσα ἀπόκρισις, δηλονότι, ἐὰν ὁ τρίτος ἀριθμὸς δὲν συνίςαται ἀπὸ τοιούτων μονάδων, οἷαι ἐζητήθησαν πρὸς ἀπόκρισιν, πρέπει νὰ ἐξακολουθήσωμεν εἰσαῦθις τὴν κατάςρωσιν, καὶ νὰ προσθέσωμεν ἐν αὐτῇ καὶ τοὺς τοῦ προβλήματος ὑπολοίπους ὅρους (οἱ ὁποῖοι ἐδόθησαν, ἢ προϋποθέτονται ὡς γνωςοὶ), ἄχρις οὗ νὰ προκύψῃ δεξιῶς εἷς τοιοῦτος ἀριθμὸς, ὅστις νὰ σαφηνίζῃ τὴν ὁμωνυμίαν τῆς ζητηθείσης ἀποκρίσεως, καθὼς ἐξηκολουθήσαμεν εἰς τὴν τελευταίαν κατάςρωσιν, ἕως οὗ ἐν τῷ τέλει δεξιῶς προέκυψεν ὁ ἀριθμὸς εἰς κρόντάλληρα, ὥσπερ ἐζητήσαμεν ἐν ἀρχῇ ἀριςερῶς.

§. 309.

Ἐπειδὴ λοιπὸν τῆς ἀπὸ περισσοτέρων ὅρων συνιςαμένης καταςρώσεως ἕκαςος δεξιὸς ὅρος θεωρεῖται ὡς ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς τῆς ἐπομένης καταςρώσεως, ὅστις, ὡς ἦν γνωςὸν, πρέπει νὰ εἶναι ὁμοειδὴς καὶ ὁμώνυμος τοῦ μετ' αὐτὸν ἀριςερῶς ἑπομένου ὅρου (ὡς §. 277.), ἕπεται ἐκ τούτου, ὅτι ἕκαςος ἀριςερὸς ὅρος πρέπει νὰ συνίςαται ἀπὸ τοιούτων μονάδων, ὥσπερ ὁ δεξιὸς πλησίον αὐτοῦ προηγηθεὶς ὅρος, διὸ καὶ οἱ ἀμοιβαδὸν ἐπακολουθοῦντες ὅροι συνέχονται ἀλληλενδέτως, ἄχρις οὗ καὶ ὁ τελευταῖος δεξιὸς ὅρος (ὁ ὁποῖος, ὡς ἐῤῥέθη, πρέπει νὰ σαφηνίζῃ τοιαύτας μονάδας, οἷαι ἐσημάνθησαν ἀριςερῶς παρὰ τῷ ἐρωτηματικῷ σημείῳ), νὰ ἐφαρμοσθῇ τῷ ἐρωτηματικῷ σημείῳ, ἢ ὡς εἰπεῖν, νὰ συναφθῇ ἡ ἄλυσος, καθὼς θεωρῆται ὀφθαλμοφανῶς ἐν τῇδε τῇ καταςρώσει.

	3 Κρόνταλληρα φέρουσιν	.	810 ῥίφια Γράτζου.
ἐὰν τοῦ Γράτζου ῥίφια	10 ποιῶσιν.	. .	11 ῥίφια Βιέννης.
Βιέννης δὲ ῥίφια	9 τιμῶνται	. .	10 Φιορίνια.
καὶ Φιορίνια	$2\frac{1}{4}$ ποιῶσιν	. .	1 Κρόνταλληρον.

δι' ἣν αἰτίαν ἡ τοιαύτη κατάςρωσις Ἄλυσος, ἢ ἀλληλένδετος Μέθοδος καλεῖται.

§. 310.

Αὕτη ἡ παρατήρησις, ἥτις ἀπαγγέλει, ὅτι τῆς τῶν περισσοτέρων ὅρων ὀρθῶς ταχθείσης καταςρώσεως πρέπει νὰ εἶναι οἱ ὅροι αὐτῆς ἀλληλένδετοι, ὅ ἐςὶν, ἕκαςος ἀριςερὸς ὅρος νὰ εἶναι φύσει καὶ ὀνομασίᾳ ὅμοιος τοῦ πλησίον αὐτοῦ δεξιῶς προηγηθέντος ὅρου, μᾶς φέρει εἰς τὴν ἀνάπαλιν ἔννοιαν, ἤγουν, ὅτι ἑκάςη ἀφ' ὁσωνδήποτε ὅρων συνιςαμένη κατάςρωσις, μόνον τότε εἶναι τεταγμένη ὀρθῶς, ἐὰν ὦσιν οἱ ἀμοιβαῖοι ὅροι αὐτῆς ἀλληλενδέτως ἐφαρμοσμένοι, ἥτις διὰ τὴν ἀκριβῆ κατάςρωσιν τῶν περισσοτέρων ὅρων, μᾶς χειραγωγεῖ τὸν τοσοῦτον ἁπλοῦν καὶ ἀλάνθαςον ἑπόμενον κανόνα (ὅστις εἶναι ὄντως μία συνέχεια τῆς τῶν τριῶν Μεθόδου), καὶ διαλαμβάνει οὕτως.

Κανών.

Δοθέντος ὁποιουδήποτε προβλήματος, ζητηθήτω πρῶτον ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς καὶ ἡ ὀνομασία ἐκείνου τοῦ πράγματος, εἰς τοῦ ὁποίου τὴν ὕλην ζητεῖται νὰ προκύψῃ ἡ τίμησις αὐτοῦ τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ, ἐξερχομένου τοῦ πηλίκου, εἶτα ἀρξάσθω ἡ τοῦ προβλήματος κατάςρωσις τοιουτοτρόπως.

Ἐν ἀρχῇ τῆς ἀριςερᾶς ςήλης τεθήτω τὸ ἐρωτηματικὸν σημεῖον (;) σὺν τῇ ὀνομασίᾳ τῆς τιμήσεως τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ, καὶ κατ' εὐθεῖαν ἀπέναντι αὐτοῦ τοῦ ἐρωτηματικοῦ σημείου, ἐν τῇ δεξιᾷ ςήλῃ, τεθήτω ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμός, ὕςερον ἐν τῇ ἀριςερᾷ ςήλῃ, τεθήτω (ὑπὸ τὸ ἐρωτηματικὸν σημεῖον) ἐκεῖνος ὁ ἀριθμὸς ἐκ τοῦ προβλήματος, ὅςτις εἶναι καθ' ὅλα ὁμοειδὴς καὶ ὁμώνυμος τοῦ πρὸ αὐτοῦ δεξιῶς ἤδη τεθέντος ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ, καὶ μετὰ ταῦτα κατ' εὐθεῖαν ἀπέναντι, ἐν τῇ δεξιᾷ ςήλῃ, τεθήτω (ὑπὸ τὸν ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν) ἡ ἀξία τοῦ ἀριςερῶς νῦν τεθέντος δευτέρου ὅρου. Ἀπαραλλάκτως, καὶ κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ἄρχεται πάλιν ἡ κατάςρωσις ἀπὸ τῆς ἀριςερᾶς ςήλης, ἐν ᾗ τίθεται ἐκ τοῦ προβλήματος ἐκεῖνος ὁ ἀριθμός, ὅςτις σύγκειται ἀπὸ τοιούτων ὁμοειδῶν καὶ ὁμωνύμων μονάδων, ἀφ' ὧν συνίςαται ὁ πρὸ αὐτοῦ δεξιῶς τεθεὶς τρίτος ὅρος, καὶ οὕτως ἐφεξῆς, καὶ ἐπὶ τοσοῦτον, ἄχρις οὗ τεθῶσιν ἐν τῇ καταςρώσει ὅλοι οἱ δοθέντες καὶ ὑποθετικοὶ ὅροι τοῦ προβλήματος, καὶ νὰ προκύψῃ ἐν τῷ τέλει τῆς δεξιᾶς ςήλης εἷς τοιοῦτος ἀριθμὸς, ὅστις νὰ εἶναι φύσει καὶ ὀνομασίᾳ ὅμοιος τῆς τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ τιμήσεως, ἥτις ἐσημάνθη παρὰ τῷ ἐρωτηματικῷ σημείῳ, ἐν ἀρχῇ τῆς ἀριςερᾶς ςήλης, διὰ τοῦ ὁποίου αὐτοῦ ἀριθμοῦ πληροφορούμεθα, ὅτι ἡ τοῦ προβλήματος κατάςρωσις ἐτάχθη ἐντελῶς· ἐπειδὴ ἅπαντες οἱ ὅροι αὐτῆς ἐφαρμόσθησαν ἀλληλενδέτως.

§. 311.

Διὰ τὴν χρῆσιν αὐτοῦ τοῦ κανόνος ἕπεται ὑπόδειγμα, τὸ ὁποῖον σαφηνίζει πληρέςερον τὰ λεχθέντα.

Πραγματευτής τις ἀπὸ Κωνςαντινουπόλεως ἔγραψε διὰ Βιένναν πρός τινα φίλοντου, καὶ τῷ ἐψώνησε ῥοῦχα ἀνὰ φιορ'. 2 τὸ 1 ῥίφι (α), τὰ ὁποῖα καὶ τῷ ἀπέςειλε κατὰ τὸν διορισμόν του. Ὁ πραγματευτὴς λοιπὸν, ὅστις μέλλει νὰ πωλήσῃ αὐτὰ τὰ ῥοῦχα εἰς Κωνςαντινούπολιν, θέλει νὰ ἠξεύρῃ πόσην ἀξίαν ἔχει μία πήχη, τὸ ὁποῖον γίνεται διὰ τῆς ἀναλογίας τῶν 86 ῥιφίων βιέννης πρὸς 100 πήχας τουρκίας, καὶ φιορ'. 1 βιέννης πρὸς Γρ'. 3· ἄρα πόσων γροσίων ἀξίαν ἔχει 1 πήχη τούρκίας;

Λύσις καὶ Ἑρμηνεία.

Κατὰ τὸν ἄνωθεν κανόνα πρέπει νὰ ζητήσωμεν ἤδη τὸν ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν τοῦ προκειμένου προβλήματος, ἐν ᾧ βλέπομεν φανερῶς, ὅτι ἡ ἐρώτησις γίνεται, πόσων γροσίων

(α) Ὅρα ἐν τῷ Πίνακι τῶν μέτρων.

ἀξίαν ἔχει μία πῆχη τουρκίας, ἄρα ἡ 1 πῆχη εἶναι ὁ του προβλήματος ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς, ἡ δὲ ὀνομασία τῆς τιμήσεως αὐτοῦ, γρόσια· διὰ τοῦτο λοιπὸν ἄρχεται ἡ κατάςρωσις ἀπὸ τῆς ἀριςερᾶς ςήλης, ὅπου θέττομεν, κατὰ τὸν κανόνα, τὸ ἐρωτηματικὸν σημεῖον καὶ τὴν τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ ὀνομασίαν, γρόσια, καὶ κατ' εὐθεῖαν ἀπέναντι, ἐν τῇ δεξιᾷ ςήλῃ, αὐτὸν τὸν ἐρωτηματικὸν ἀριθμὸν, εἴτουν τὴν 1 πῆχην, οὑτωσί.

;Γροσίων ἀξίαν ἔχει. . . 1 πῆχη τουρκίας.

Εἶτα, ἐπειδὴ κατὰ τὸν αὐτὸν κανόνα, πρέπει ν' ἀρχήσωμεν ἀπὸ τῆς ἀριςερᾶς ςήλης μὲ τοιοῦτον ἐκ τοῦ προβλήματος ἀριθμὸν, οἷος εἶναι ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς, διὰ τοῦτο ζητοῦμεν αὐτὸν ἐν τῷ προβλήματι, ὅπου εὑρίσκομεν, ὅτι ῥίφια 86 ποιοῦσι πηχ. 100, ἄρα αἱ πῆχαι 100 εἶναι ὁ ὁμοειδὴς καὶ ὁμώνυμος ἀριθμὸς τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ, εἴτουν τῆς 1 πήχης, τὰ δὲ ῥίφια 86, εἶναι ἡ ἀξία αὐτῶν τῶν 100 πηχῶν· θέττομεν λοιπὸν, καθὼς διδάσκει ὁ κανὼν, ἐν τῇ ἀριςερᾷ ςήλῃ, τὸν τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ ὁμώνυμον ἀριθμὸν πηχ. 100, καὶ ἀπέναντι αὐτῶν, ἐν τῇ δεξιᾷ ςήλῃ, τὴν ἀξίαν αὐτοῦ ῥίφια 86· ὅθεν ἰδοὺ ἡ ἀπ' ἀρχῆς μέχρι τοῦδε κατάςρωσις.

	;Γρόσια.	1 πῆχη,
ἐὰν πῆχαι 100	ποιῶσι	86 ῥίφια.

Ἐν αὐτῇ βλέπομεν ὅμως, ὅτι τὰ ἐν τῷ τέλει τῆς δεξιᾶς ςήλης προκύψαντα ῥίφια 86, δὲν εἶναι ὁ ζητούμενος ὁμώνυμος ἀριθμὸς τῆς ἐν ἀρχῇ τῆς ἀριςερᾶς ςήλης, παρὰ τῷ ἐρωτηματικῷ σημείῳ, σημανθείσης ὀνομασίας, ἥτις δηλοῖ γρόσια· ἄρα ἡ κατάςρωσις εἰσέτι δὲν ἐκτελέσθη, διὸ πρέπει νὰ προχωρήσωμεν, καὶ ν' ἀρχήσωμεν πάλιν, κατὰ τὸν κανόνα, ἀπὸ τῆς ἀριςερᾶς ςήλης, θέττοντες ἐν αὐτῇ ἐκ τοῦ προβλήματος ἐκεῖνον τὸν ἀριθμὸν, ὅστις εἶναι καθ' ὅλα ὅμοιος τοῦ πρὸ αὐτοῦ δεξιῶς τεθέντος τρίτου ὅρου· διὰ τοῦτο ζητοῦμεν αὐτὸν ἐν τῷ προβλήματι, ἐν ᾧ εὑρίσκομεν, ὅτι διὰ φιορίνια 2 ἠγοράσθη ἓν ῥίφι, ἄρα τὸ 1 ῥίφι εἶναι ὁμοειδὴς καὶ ὁμώνυμος ἀριθμὸς τοῦ τρίτου ὅρου, εἴτουν τῶν ῥιφίων 86, τὰ δὲ φιορίνια 2 εἶναι ἡ τιμὴ αὐτοῦ τοῦ 1 ῥιφίου, θέττομεν λοιπὸν ἐν τῇ ἀριστερᾷ στήλῃ τὸ 1 ῥίφι, καὶ ἀπέναντι αὐτοῦ, ἐν τῇ δεξιᾷ στήλῃ, τὴν τίμὴν αὐτοῦ, φιορίνια 2· ὅθεν ἰδοὺ καὶ ἡ ἕως ὧδε κατάστρωσις.

	; Γρόσια	. .	1	πήχη,
ἐὰν πῆχαι 100	. ποιῶσιν	. .	86	ῥίφια,
ῥίφι δὲ . 1	. ἠγοράσθη διὰ	.	2	φιορίνια.

Πλὴν καὶ ἐν αὐτῇ τῇ καταστρώσει δὲν βλέπομεν τὸ τέλος αὐτῆς, ἐπειδὴ ἐν τῷ τέλει δεξιῶς προέκυψαν 2 φιορίνια, τὰ ὁποῖα δὲν εἶναι ὁμώνυμα τῆς παρὰ τῷ ἐρωτηματικῷ σημείῳ, ἐν ἀρχῇ τῆς ἀριστερᾶς στήλης, σημανθείσης ὀνομασίας, ὅθεν ἕπεται νὰ προχωρήσωμεν ἔτι πρόσω, καὶ νὰ προσθέσωμεν ἐν τῇ καταστρώσει καὶ τοὺς ὑπολοίπους ὅρους τοῦ προβλήματος, ἐν ᾧ εὑρίσκομεν, ὅτι 3 γρόσια φέρουσιν ἓν φιορίνι, ἄρα τὸ 1 φιορίνι εἶναι φύσει καὶ ὀνομασίᾳ ὅμοιος ἀριθμὸς τοῦ πέμπτου ὅρου, εἴτουν τῶν φιορινίων 2, τὰ δὲ γρόσια 3 εἶναι ἡ ἀξία αὐτοῦ τοῦ 1 φιορινίου· θέττομεν λοιπὸν ἐν τῇ ἀριστερᾷ στήλῃ τὸ 1 φιορίνι, καὶ ἀπέναντι, ἐν τῇ δεξιᾷ στήλῃ, τὴν ἀξίαν αὐτοῦ, γρόσια 3, τὰ ὁποῖα ὄντα ὁμοειδῆ καὶ ὁμώνυμα τῶν παρὰ τῷ ἐρωτηματικῷ σημείῳ, ἐν ἀρχῇ τῆς ἀριστερᾶς στήλης, ζητηθέντων γροσίων, πληροφορούμεθα ἐκ τούτου, ὅτι ἡ τοῦ προβλήματος κατάστρωσις ἔλαβεν ἤδη πέρας, ἐπειδὴ ἐν τῷ τέλει τῆς δεξιᾶς στήλης προέκυψε, κατὰ τὸν κανόνα, τοιοῦτος ἀριθμὸς, ὅστις εἶναι καθ᾽ ὅλα ὅμοιος τῆς τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ ζητηθείσης τιμήσεως, δι᾽ οὗ ἅπαντες οἱ τῆς καταστρώσεως ὅροι ἐφαρμόσθησαν ἀλληλενδέτως, ὥσπερ τὰ μέλη τῆς ἀλύσου, ἄρα ἐτάχθη ἐντελῶς· ἰδοὺ λοιπὸν καὶ ἡ ἐντελὴς κατάςρωσις.

	; Γροσίων ἀξίαν ἔχει	.	1 πήχη τουρκίας,
ἐὰν πῆχαι	100 ποιῶσιν	. . .	86 ρίφια βιέννης,
ρίφι δὲ . .	1 ἠγοράσθη διὰ	.	2 φιορίνια,
καὶ φιορίνι	1 τιμᾶται	. . .	3 γρόσια.

Ἥτις δεικνύει σαφῶς τὴν διαδοχικὴν ἀλληλένδετον συνέχειαν ὅλων τῶν ὅρων αὐτῆς· λογαριαζεται δὲ (καθὼς ἤδη ἐδείξαμεν ἐν τῷ §. 305.) ὥσπερ ἡ τῶν τριῶν ἁπλῆ μέθοδος, δηλονότι, μεταβάλλομεν πρῶτον τοὺς ἐν αὐτῇ τυχόντας μικτοὺς ἀριθμοὺς εἰς νέθα κλάσματα, καὶ μεταφέρομεν τοὺς παρονομαςὰς εἰς τὰ ἀντικείμενα μέρη (ὡς §. 289), καὶ ἂν παρευρεθῶσιν ἐν αὐτῇ καὶ κλάσματα, μεταφέρομεν καὶ αὐτῶν τοὺς παρονομαςὰς εἰς τὰ ἀντικείμενα μέρη (ὡς §. §. §. 297. 298. 299.), εἶτα ἐξαλείφομεν καὶ σμικρύνομεν τοὺς ἀμοιβαίους ὅρους αὐτῆς ὅσον τὸ δυνατὸν (ὡς §. 282.), καὶ μετὰ ταῦτα διαιροῦμεν τὸ κεφάλαιον τῶν ἐν τῇ δεξιᾷ ςήλῃ εναπολειφθέντων ἀριθμῶν, διὰ τοῦ κεφαλαίου τῶν τῆς ἀριστερᾶς, καὶ οὕτω προκύπτει τὸ ζητούμενον.