Δ'. Τρόπος.

Καὶ τὸν σύμμικτον ἀριθμὸν Γρ'. 10,, 8 παρ. δυνάμεθα ν' ἀποφύγωμεν, ἐὰν ἐπανάξωμεν τοὺς 8 παρ'. εἰς κλάσμα Γροσίου $\frac{8}{40}$, ἤτοι $\frac{1}{5}$, ὅθεν ἀντὶ Γρ'. 10,, 8 παρ'., θέττομεν ἐν τῇ καταστρώσει Γρ'. $10\frac{1}{5}$, ὡς.

; Γρ'. διὰ . . $\frac{3}{64}$ 'Οκδ.
ἐὰν 'Οκδ. $2\frac{1}{8}$ . . $10\frac{1}{5}$ Γρ'.

εἶτα μεταβάλλομεν τοὺς μικτοὺς ἀριθμοὺς εἰς νόθα κλάσματα, καὶ μεταθέττομεν τοὺς παρονομαστὰς αὐτῶν, ἔπειτα λογαριάζομεν ὡς σύνηθες, καὶ οὕτω προκύπτει ταχύτερον τὸ ζητούμενον, παρ' ὡς προέκυψεν εἰς τὰς προτέρας Λύσεις. Ἰδοὺ δέπως.

; . . . $\frac{3}{64}$ 'Οκδ. . 3
$\cancel{17}$. 'Οκδ. $2\frac{1}{8}$. $10\frac{1}{5}$ Γρ'. . $\cancel{51}$. 3
8 . $\cancel{64}$. $\cancel{8}$
5

40 . τὰ . . 9

Ποιοῦσι $\frac{9}{40}$ Γρ'., ἤτοι Παρ'. 9.

Ἑρμηνεία. Ἀφ' οὗ μετεβλήθησαν οἱ σύμμικτοι ἀριθμοί, καὶ μετετέθη ἕκαστος παρονομαστὴς αὐτῶν εἰς τὸ ἀντικείμενον μέρος, προέκυψαν δεξιῶς οἱ ἀριθμοὶ 3, 51, 8, καὶ ἀριστερῶς οἱ ἀριθμοὶ 17, 64, 5, ἀλλὰ τὰ δεξιῶς κείμενα 8 ἐξαλείφονται πρὸς τὰ ἀριστερῶς ἰσάμενα 64, καὶ μένουσιν 8, ὁμοίως καὶ τὰ ἀριστερῶς κείμενα 17 πρὸς τὰ δεξιῶς ἰσάμενα 51, καὶ μένουσι 3, τὰ ὁποῖα πολλαπλασιαζόμενα μὲ τὰ ἕτερα 3, δίδουσι τὸν διαιρετέον 9, ὡσαύτως καὶ τὰ 5 × 8, καὶ δίδουσι τὸν διαιρέτην 40, δι' οὗ διαιρούμενα τὰ 9, προκύπτει τὸ ζητούμενον $\frac{9}{40}$, ἤτοι Παρ. 9, ὡς ἀπέναντι.

§. 293.

Σχόλιον. Πότε, καὶ ποῦ ἐκλέγεται ὁ εἷς ἢ ἕτερος τρόπος τῶν ῥηθέντων λύσεων, δὲν δύναται νὰ ὁρισθῇ ῥητῶς εἰς τὴν κατάστρωσιν τῆς τῶν τριῶν Μεθόδου, ἐπειδὴ κατὰ τὴν ἰδιότητα τοῦ προβλήματος μᾶς ὁδηγεῖ εἰς τὸ ζητούμενον ἐνίοτε ὁ εἷς, ἄλλοτε δὲ ὁ ἕτερος τρόπος, τὸ ὁποῖον πληροφορεῖταί τις ἐξ ἰδίας ἀσκήσεως πάνυ ταχέως· εἰς τὴν κατάστρωσιν περισσοτέρων ὅρων ὅμως, πρέπει νὰ διατηρηθῇ σχεδὸν διαπαντὸς ἡ Ἐπαναγωγή, καθὼς ἐν καιρῷ δέοντι σαφηνισθήσεται ὁ περὶ τούτου λόγος.

§. 294.

Ὑποδείγματα πρὸς Ἄσκησιν.

Ἐὰν Ὀκᾶ 1,, 100 δρ. τιμῶνται διὰ παρ. 33, πόσα τὰ δρ. 150;

Α'. Λύσις διὰ τῆς Ἀναλύσεως.

Ὀκᾶ 1,, 100 δρ.	; παρ.	.	.	150 δρ.	.	3
400	δρ. 500	.	.	35 παρ.		7
Ποιοῦσι 500 δρ.	10					
	2					
	2	.	τὰ	.	.	21
	Ποιοῦσι παρ. $10\frac{1}{2}$.					

Β΄. Διὰ τῆς Ἐπαναγωγῆς.

Δρ΄. 150 ποιοῦσι $\frac{1}{4}\frac{5}{0}\frac{0}{0}$ Ὀκδ., ἐλαττωθέντα δὲ $\frac{3}{8}$ Ὀκδ. ὅθεν.

	; παρ. . . .		$\frac{3}{8}$ Ὀκδ.	.	3
5 . Ὀκδ.	$1\frac{1}{4}$ . . .		35 παρ.	.	7
	2 . 8		4		
	2 . . .	τὰ	. . .		21

Ποιοῦσι παρ. $10\frac{1}{2}$.

Εἰς τὴν πρώτην λύσιν ἐξαλείψαμεν ἓν 0 ἐκ τῶν 500, καὶ ἓν ἐκ τῶν 150, εἶτα ἐσμικρύναμεν τὰ μείναντα 50 καὶ 15 διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν διαιρέτου 5, καὶ ἔμεινον 10 καὶ 5, ἔπειτα τὰ 10 καὶ 35 διὰ τοῦ ἰδίου κοινοῦ διαιρέτου 5, καὶ ἔμεινον 2 καὶ 7, ὕστερον πολλαπλασιάσαντες 3 × 7, καὶ διαιρέσαντες τὸ κεφάλαιον αὐτῶν 21 διὰ τῶν 2, προέκυψε τὸ ζητούμενον Παρ΄. $10\frac{1}{2}$.

Εἰς τὴν δευτέραν λύσιν ἐξαλείψαμεν τὰ 5 καὶ 35 διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν διαιρέτου 5, καὶ ἔμεινον δεξιῶς 7, ὁμοίως καὶ τὰ 4 καὶ 8 διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν διαιρέτου 4, καὶ ἔμεινον ἀριστερῶς 2, εἶτα πολλαπλασιάσαντες 3 × 7, καὶ διαιρέσαντες τὸ κεφάλαιον αὐτῶν 21 διὰ τῶν 2, προέκυψε τὸ ζητούμενον Παρ΄. $10\frac{1}{2}$.

Πρόβλημα. Ἐὰν ἓν Καντάρι (ἀνὰ ℔ 100) ὁποιουδήποτε Πράγματος, τιμᾶται διὰ καισαροβασιλικὰ Φιορ΄. 224,,–, πόσα τὰ ℔ 31,, 28 λότια; (1 ℔ ἀνὰ 32 λότια)

Λύσις.

; Φιορ. . . .	$31\frac{7}{8}$ ℔ .		255
ἐὰν ℔ 100 . . .	~~224~~ Φιορ.		28
8			
	Ποιοῦσι Φιορ. 71		40
			60
	Κράϊτζ. 24		00

Ἑρμηνεία. Ἀφ' οὗ μετεβλήθησαν τὰ $31\frac{7}{8}$, καὶ μετετέθη ὁ παρονομαστὴς 8 εἰς τὸ ἕτερον μέρος, ἐξαλείφθη πρὸς τὰ 224, εἶτα πολλαπλασιασθέντα 255 μὲ 28, διῃρέθη τὸ κεφάλαιον αὐτῶν διὰ τῶν 100, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖται διὰ τῆς τομῆς δύο ψηφίων (ὡς §. 112.), διὰ τοῦτο ὅταν προκύπτῃ διαιρέτης 100, δὲν σμικρύνεται ποτὲ, ἐπειδὴ γίνεται ἡ διαίρεσις ἐν εὐκολίᾳ, ἐκτὸς, ἐὰν δύναται νὰ ἐξαλειφθῇ ὁλοτελῶς.

§. 295.

Διὰ τοῦτο λοιπὸν εἰς τὰς τοιαύτας πτώσεις, ὅπου προκύπτει, ἵνα διαιρέσωμεν ἁπλῶς δι' 100, 1000 κ. τ. λ., χάριν συντομίας, δὲν συνεθίζεται ἡ Μέθοδος τῶν τριῶν, ἀλλὰ πολλαπλασιάζονται εὐθὺς οἱ τοῦ διαιρετέου ὅροι μετ' ἀλλήλων, καὶ τέμνονται ἀπ' αὐτὸν τόσα ψηφία, ὅσα μηδενικὰ ὑπάρχουσιν εἰς τὸν διαιρέτην. Τὸ πρόβλημα οὖν τοῦ τελευταίου §. πόσα τιμηθήσονται 31 ℔ 28 λότια, ἐὰν ἓν καντάρι τιμᾶται διὰ Φιορ. 224, λογαριάζεται συντομώτερον κατὰ τοὺς ἀκολούθους ἐμπορικοὺς τρόπους.

ὡς. Φιορ. 224
$31\frac{7}{8}$
6944
112
56
28
Ποιοῦσι Φιορ. 71 | 40
60
κραιτζ. 24 | 00

Δηλονότι, πρῶτον πολλαπλασιάζομεν τὰ 224 μὲ 31, καὶ προκύπτουσιν 6944, εἶτα λαμβάνομεν ἐκ τῶν $\frac{7}{8}$ τὰ $\frac{4}{8}$, ὅ ἐςὶν $\frac{1}{2}$, διαιροῦμεν τὰ 224, καὶ προκύπτουσιν 112, ἔπειτα τὰ $\frac{2}{8}$ ἐκ τῶν $\frac{4}{8}$, ποιοῦσι $\frac{1}{2}$, δι' οὗ διαιροῦντες τὰ 112, προκύπτουσι 56, τελευταῖον τὸ $\frac{1}{8}$ ἐκ τῶν $\frac{2}{8}$, ποιεῖ $\frac{1}{2}$, δι' οὗ διαιροῦντες τὰ 56, προκύπτουσιν 28, μετὰ ταῦτα ἀθροΐζομεν, καὶ προκύπτει κεφάλαιον 7140, ὃ διὰ τῶν 100 διαιρεθὲν, προκύπτουσι Φιορ. 71, τὰ δὲ ὑπόλοιπα 40 πολλαπλασιάζομεν μὲ 60, καὶ διαιροῦμεν αὖθις διὰ τῶν 100, καὶ οὕτω προκύπτουσι καὶ κραϊτζάρια 24.

Ἔτι ταχύτερον ἐκτελεῖται ἡ ἄνωθεν πρᾶξις, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὰ 224 μὲ 32, καὶ ἀφαιρέσωμεν ἐκ τοῦ Κεφαλαίου $\frac{1}{8}$, ὡς.

Φιορ. 224
32
7168
ἀφαιρεθήτω $\frac{1}{8}$ ἐκ τῶν 224. . . . 28
Φιορ. 71 | 40
60
κρτζ. 24 | 00

§. 296.

Αὐτοὺς τοὺς πρακτικοὺς τρόπους μεταχειριζόμεθα εἰς τοὺς Τόκους τῶν χρημάτων, εἰς τὰς Πραγματείας καὶ Ἀγώγια, καὶ εἰς τὰ τούτοις ὅμοια, κατ' ἐξοχὴν δὲ ὅταν λογαριάζωμεν εἰς Καντάρια ἀνὰ ℔ 100, καθὼς ἀκολούθως θέλει δείξομεν σαφέςερον· ἐν τῷ μεταξὺ ὅμως ἂς χρησιμεύσῃ τὸ ἑπόμενον ὑπόδειγμα. Π. χ. μᾶς ἐδόθη νὰ λογαριάσωμεν πόσα φέρει τὸ ἀγώγιον ποσότητός τινος Φουντίων, συμπεφωνημένον εἰς γροσίκια, ἐξ ὧν 20 ποιοῦσιν 1 φιορίνι. Ἐνταῦθα πολλαπλασιάζομεν τὰ ℔ μὲ τὰ γροσίκια, δηλαδὴ μὲ ὅσα συνεφωνήθησαν διὰ ℔ 100, εἶτα διαιροῦμεν διὰ τῶν 2, ἔπειτα κόπτομεν ἐξ αὐτοῦ τοῦ κεφαλαίου τρία ψηφία δεξιῶς, φέρ' εἰπεῖν, πρόκειται ἵνα λογαριάσωμεν, πόσα πληρωθήσονται διὰ καντάρια 5 καὶ ℔ 34, ἐὰν δὲ ἓν καντάρι, εἴτουν διὰ ℔ 100, ἐπληρώθησαν γροσίκια 46, αὐτὴ ἡ πρᾶξις γίνεται, ὡς κατωτέρω.

℔ 534 (Καντάρια 5 ποιοῦσι ℔ 500, καὶ ℔ 34, ποιοῦσιν ὁμοῦ ℔ 534)
πολλαπλασιασθέντ. μὲ 46 Γροσίκια.
2. τά. 24564
Ποιοῦσι Φιορ. 12 | 282
60
κρτζ. 13 | 720
4
φένιγ. 2 | $\frac{880}{1000}$ ἤτοι $\frac{22}{25}$

Δεῖξις. Ἐπειδὴ διὰ ℔ 100 πληρωθήσεται ἀγώγιον γροσίκια 46, διὰ τοῦτο πρέπει νὰ διαιρεθῶσι 534-κις 46 διὰ τῶν 100· ἀλλ' ἐπειδὴ ἔπειτα προκύπτει ἡ χρηματικὴ ποσότης εἰς γροσίκια, πρέπει νὰ διαιρεθῇ αὕτη διὰ τῶν 20, ἵνα προκύψωσι φιορίνια, ἄρα ἔπρεπε νὰ διαιρέσωμεν τὰ 534κις 46 γροσίκια (ἢ ὁποιανδήποτε ἄλλην ποσότητα ℔ καὶ γροσικίων) διὰ τῶν 100, καὶ ἔπειτα διὰ τῶν 20, ὅπερ τ' αὐτὸν ἐςὶν, ὥσπερ νὰ διαιρέσωμεν ἐν μιᾷ διὰ 2000 (ὡς §. 138.), ἢ κατ' ὀλίγον πρότερον διὰ τῶν 2, καὶ ὕςερον διὰ τῶν 1000 (ὡς §. 139.), ἀπαραλλάκτως οὕτω, καθὼς ἐλογαριάσαμεν ἀνωτέρω, δηλαδὴ τὰ ℔ πολλαπλασιάζονται μὲ τὰ γροσίκια, καὶ διαιροῦμεν διὰ τῶν 2, καὶ τελευταῖον κόπτομεν 3 ψηφία δεξιῶς, τὸ ὁποῖον δηλοῖ, ὅτι διαιρέσαμεν διὰ 1000.

§. 297.

Ἐν τῷ §. 223. εἴπομεν, ὅτι οἱ κανόνες τοῦτε πολλαπλασιασμοῦ καὶ τῆς διαιρέσεως εἰσὶ καθ' αὑτὸ περιττοὶ, ἐπειδὴ ὅλα τὰ προβλήματα αὐτῶν ἐπιλύονται κατὰ τὸν ἴδιον κανόνα, διὰ τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν, τὸ ὁποῖον ἰδοὺ ἀποδεικνύεται νῦν ἐνταῦθα. Π. χ. μᾶς ἐδόθη νὰ πολλαπλασιάσωμεν $\frac{2}{5}$ μὲ $\frac{3}{5}$, ὅθεν θέττομεν.

; δίδουσι . . $\frac{2}{5}$

ἐὰν 1 ἔδωκε . . $\frac{3}{5}$, τὸ ὁποῖον ἐννοεῖται οὕτω· πόσον ἔσεται τὸ πηλίκον τῶν $\frac{2}{5}$, ἐὰν ἀντὶ ἅπαξ ληφθῶσι μόνον $\frac{3}{5}$ μόρια; ἢ σαφέστερον· πόσα πληρωθήσονται διὰ $\frac{2}{5}$ ὀκάδος, ἐὰν δι' ὀκᾶν 1 ἐπληρώθησαν $\frac{3}{5}$ Γροσίου; ἡ πρᾶξις ἐκτελεῖται καθὼς καὶ εἰς τὰς προτέρας καταστρώσεις, εἴτουν, μετατίθενται οἱ ἀριθμηταὶ πλησίον τῶν κλασμάτων αὐτῶν, οἱ δὲ παρονομαςχὶ μεταφέρονται εἰς τὰ ἀντικείμενα μέρη, εἶτα τὸ κεφάλαιον τῶν δεξιῶς ἱσταμένων ἀριθμῶν, διαιρεῖται διὰ τοῦ κεφαλαίου τῶν ἀριστερῶς κειμένων, ὡς κατωτέρω.

; . . . . $\frac{2}{5}$. 2

1 . . . . $\frac{3}{5}$. 3

3 . 5

5 . τὰ . 2

Ποιοῦσι $\frac{2}{5}$.

Σημείωσις. Προείπομεν ἤδη, ὅτι ὅπου δὲν ὑπάρχει ἀκέραιος ἀριθμὸς παρὰ τῷ κλάσματι, μετατίθεται ὁ ἀριθμητὴς πλησίον τοῦ κλάσματος αὐτοῦ, ὁ δὲ παρονομαστὴς μεταφέρεται εἰς τὸ ἀπέναντι μέρος, ἐπειδὴ ἡ πρᾶξις μένει ἡ αὐτὴ διαπαντός· διότι, ἐὰν ἴσαντο, φέρ' εἰπεῖν $4\frac{2}{5}$, τότε ἠθέλαμεν εἰπεῖ 3×4 ποιοῦσι 12, καὶ 2 (ὁ ἀριθμητὴς) ποιοῦσιν ὁμοῦ 14· ἤδη ὅμως ἵσανται μόνον $\frac{2}{5}$ ἄνευ ἀκεραίου ἀριθμοῦ, ὅθεν διὰ νὰ πράξωμεν καθ' ὁμοιότητα, ἰδεαζόμεθα ἀντὶ τοῦ ἀκεραίου τὸ 0, καὶ λέγομεν· 3×0 ποιοῦσι 0, καὶ 2 ποιοῦσι 2, ἄρα μετατίθεται ὁ ἀριθμητὴς πλησίον τοῦ κλάσματος αὐτοῦ, ὁ δὲ παρονομαστὴς μεταφέρεται εἰς τὸ ἀπέναντι μέρος, ὡς συνήθως.

§. 298.

Προκειμένου κλάσματος καὶ ἀκεραίου ἀριθμοῦ, ἢ κλάσματος μετὰ κλάσματος, ἢ ἀκεραίου ἀριθμοῦ σὺν κλάσματι, καὶ ἑτέρου ἀκεραίου ἀριθμοῦ σὺν κλάσματι, ἵνα πολλαπλασιασθῶσι μετ' ἀλλήλων, φέρ' εἰπεῖν, $\frac{3}{4}$ μὲ 5, $\frac{4}{5}$ μὲ $\frac{2}{3}$, $3\frac{1}{5}$ μὲ $4\frac{3}{8}$ καὶ ἕτερα τοιαῦτα, τάττεται ἡ κατάστρωσις, καὶ ἡ πρᾶξις αὐτῶν γίνεται, ὡς ἀκολούθως.

; . . . $\frac{3}{4}$. 3
1 . . . 5
4
4 . τὰ . 15
Ποιοῦσι $3\frac{3}{4}$.

; . . . $\frac{4}{5}$. 4
1 . . . $\frac{2}{3}$. 2
3 . 5
15 . τὰ : 8
Ποιοῦσιν $\frac{8}{15}$.

; . . . $3\frac{1}{5}$. 16 . 2
1 . . . $4\frac{3}{8}$. 35 . 7
8 . 5
Ποιοῦσι 14.

τὰ ὁποῖα ὑποδείγματα ἔχουσι τὴν αὐτὴν ἔννοιαν, ὡς τὸ ἀπέναντι.

§. 299.

Ἀπαραλλάκτως ἐπιλύονται καὶ τὰ προβλήματα τῆς διαιρέσεως τῶν κλασμάτων. Π. χ. $\frac{5}{6}$ νὰ διαιρέσωσι τὰ $\frac{2}{3}$, θέττομεν. ; . . . $\frac{2}{3}$

ἐὰν $\frac{5}{6}$. δίδωσιν . 1, τὸ ὁποῖον ἐννοεῖται οὕτω· πόσον ἔσεται τὸ πηλίκον τῶν $\frac{2}{3}$, ἐὰν τὰ $\frac{5}{6}$ δίδωσι πηλίκον 1; ἢ σαφέστερον· ἐὰν μὲ $\frac{5}{6}$ Γροσίου ἠγοράσθη Ὀκᾶ 1, πόσα διὰ $\frac{2}{3}$ Γροσίου; ἡ δὲ πρᾶξις γίνεται ὡς σύνηθες· οἷον.

; . . . . . $\frac{2}{3}$. 2
5 . $\frac{5}{6}$ 1
3   6 . 2
5 . τὰ . 4
Ποιοῦσι $\frac{4}{5}$.

Περὶ Δοκιμῆς τῆς τῶν τριῶν Μεθόδου.

§. 300.

Πρὸς ἐκτέλεσιν τῆς δοκιμῆς τῶν τοιούτων προβλημάτων, λαμβάνομεν τὸ προκύψαν πηλίκον ὥσπερ δοθέντα ὅρον τοῦ προβλήματος, ἀφίνοντες ὡς ἄγνωςον ἕνα τῶν προτέρων, ὁ ὁποῖος πρέπει νὰ προκύψῃ ὡς πηλίκον ἐν τῇ δοκιμῇ, ἐὰν ἡ πρώτη πρᾶξις ἔγινεν ὀρθῶς. Διότι ἐὰν εἶναι ἀληθὲς, ὅτι, φέρ' εἰπεῖν, διὰ 1 πῆχυν ἐπληρώθησαν Γρόσια 3, διὰ πῆχας 2 πληρωθήσονται Γρόσια 6, ἄρα διὰ Γρόσια 6 πρέπει ν' ἀγορασθῶσι πῆχαι 2, καὶ διὰ Γρόσια 3 πῆχη 1. Ἰδοὺ καὶ ὑπόδειγμα μετὰ δοκιμῆς.

Πρόβλημα. Πόσα πληρωθήσονται διὰ πῆχας $6\frac{3}{4}$, ἐὰν διὰ πῆχας 3 ἐπληρώθησαν Γρόσια 4;

Λύσις.

; Γρ. . . $6\frac{3}{4}$ πῆχαι 27 . 9
4 πῆχαι 3. . . 4 Γρ.
Ποιοῦσι Γρ. 9.

Δοκιμή.

; πῆχαι δὶ . . 9 Γρ.
ἐὰν διὰ Γρ. 4 . . . 3 πῆχαι
4 . τὰ . 27
Ποιοῦσι πῆχας $6\frac{3}{4}$.

Ἐὰν λοιπὸν ἡ λύσις τοῦ προβλήματος πέπρακται ὀρθῶς, ὅτι διὰ 3 πήχας ἐπληρώθησαν Γρόσια 4, καὶ διὰ πήχας $6\frac{3}{4}$ πληρωθήσονται Γρόσια 9, πρέπει ἀφεύκτως ἐν τῇ δοκιμῇ, (πόσαι πῆχαι ληφθήσονται διὰ Γρόσια 9, ἐὰν δηλ. διὰ 3 τοιαύτας πήχας ἐπληρώθησαν Γρόσια 4), νὰ προκύψωσι πῆχαι $6\frac{3}{4}$, καθὼς τῷ ὄντι προέκυψαν ἐν τῇ δευτέρᾳ καταςρώσει· ἄρα ἡ δευτέρα πρᾶξις εἶναι ἡ δοκιμὴ τῆς πρώτης.

§. 301.

Σχόλιον. Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον γίνεται ἡ δοκιμὴ δἰ ἑκάςου ὅρου, διὰ τὴν ἄμεσον πληροφορίαν ὅμως ἐκλέγεται ὁ πρῶτος, καθὼς ἐγένετο ἀπέναντι.

Δεῖξις. Ἐκτὸς τῶν, ὅσα εἴπομεν εἰς τὸν τελευταῖον §, δυνάμεθα νὰ ἐννοήσωμεν σαφέςερον τὴν βάσιν, ἀρκεῖ νὰ ςοχασθῶμεν μόνον, ὅτι κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἐκλείπει σχεδὸν ἡ πρώτη κατάςρωσις, καὶ ἑπομένως οἱ ὅροι αὐτῆς, οἱ ὁποῖοι ἦσαν πολλαπλασιασμοῦ ὅροι, ἀποκαθίςανται ἐν τῇ δευτέρᾳ καταςρώσει διαιρέσεως ὅροι, διὸ ἀναγκαίως πρέπει νὰ προκύψῃ ἐν τῇ δοκιμῇ ὁ ἀφεθεὶς ὅρος ὡς πηλίκον.

Ἀλλ' ἐν τοσούτῳ ἡ ἀσφαλεςάτη δοκιμὴ εἶναι αὕτη. Ἑκάςη πρᾶξις ν' ἀποδειχθῇ αὖθις κατ' ἄλλον τρόπον (ἐπειδὴ εἰς κάθε πτῶσιν προκύπτουσι μεταβολαί), ἵνα εἰς τὴν δευτέραν προκύψωσιν ἄλλοι πολλαπλασιασμοῦ, καὶ διαιρέσεως ἀριθμοί, ἢ ἐκεῖνοι, οἵτινες προέκυψαν εἰς τὴν πρώτην, δἰ οὗ εἶναι ἀδύνατον νὰ περιπέσωμεν αὖθις εἰς τὸ ἴδιον σφάλμα, εἰς ὃ ἴσως περιεπέσαμεν εἰς τὴν πρώτην πρᾶξιν.

§. 302.

Ἰδιαίτερον. Μέχρι τοῦδε ἀπεδείξαμεν διὰ κανόνων καὶ ἑρμηνειῶν τίνι τρόπῳ καταςρώνονται τὰ προβλήματα τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν κατὰ τὴν μέθοδον τῆς Ἀλύσου, ἤδη δὲ πρὶν ἢ ἀρχήσωμεν τὰς ἑρμηνείας αὐτῆς, εἶναι ὠφέλιμον διὰ τοὺς Ἀρχαρίους νὰ φανερώσωμεν καὶ τὸν τρόπον, καθ' ὃν καταςρώνονται τὰ τοιαῦτα προβλήματα εἰς τὰ περισσότερα ἀριθμητικὰ Βιβλία· εἶτα νὰ δώσωμεν καί τινα πληροφορίαν περὶ τῆς εὑρέσεως τῆς Ἁλύσου, ἵνα ἐκ τούτων προχωρήσωσιν ὁπωσοῦν εὐκολώτερον εἰς τὴν ἔννοιαν καὶ βάσιν αὐτῆς· διὸ καὶ ἀρχόμεθα.

Π. χ. μᾶς ἐδόθη νὰ λογαριάσωμεν, πόσα πληρωθήσονται δι' Ὀκδ. 45, ἐὰν δι' Ὀκδ. 12 ἐπληρώθησαν Γρόσια 28. Αὐτὸ τὸ πρόβλημα, καθὼς καὶ ὅλα τὰ ἐπίλοιπα ταύτης τῆς Μεθόδου, καταςρώνονται, ὡς ἀκολούθως.

Ἐὰν Ὀκδ. 12 δίδωσι Γρ. 28, πόσα αἱ Ὀκδ. 45; ἤγουν κατὰ τὸν κανόνα αὐτῆς, ὅστις διαττάτει, ὅτι ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς (ὁ ἄνωθεν 45) νὰ τίθηται εἰς τὸν τρίτον τόπον, καὶ ὁ ὁμώνυμος αὐτοῦ (ὁ ἄνω 12) εἰς τὸν πρῶτον, εἰς δὲ τὸν δεύτερον ἐκεῖνος (τ' ἄνωθεν Γρόσια 28), τοῦ ὁποίου ζητεῖται ὁ ὁμοειδὴς, εἶτα νὰ πολλαπλασιάζωνται οἱ δύο τελευταῖοι ὅροι μετ' ἀλλήλων, δηλαδὴ τὰ 28 μετὰ τῶν 45, καὶ νὰ διαιρῆται τὸ κεφάλαιον αὐτῶν διὰ τοῦ πρώτου ὅρου, ἤτοι διὰ τῶν 12, τοῦ ὁποίου γινομένου, προκύπτει τὸ πηλίκον, ὅμοιον τοῦ δευτέρου ὅρου, εἴτουν τῶν Γροσ. 28· ὥςε εἰς ἕκαςον πρόβλημα πρέπει πρῶτον νὰ ζητηθῇ ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς, ἔπειτα ὁ ὁμώνυμος αὐτοῦ, καὶ τελευταῖον ὁ ὁμοειδὴς τοῦ πηλίκου, καὶ οὕτω νὰ γίνῃ ἡ κατάςρωσις. Αὐτὸς ὁ κανὼν καίτοι ἄσφαλτος κατὰ τὴν ἔννοιαν καὶ πρᾶξιν, μ' ὅλον τοῦτο δὲν εἶναι εὔχρηςος διὰ τοὺς Ἀρχαρίους, ἐπειδὴ τοὺς προξενεῖ δυσκολίαν· ἄρα εἶναι ὠφελιμώτερον νὰ προτιμήσωμεν ἐκεῖνον τῆς Ἁλύσου, μιμούμενοι τὸν Εὑρετὴν αὐτῆς, ὅστις διὰ τῆς εὑρέσεως ταύτης τῆς Μεθόδου, ἠλάφρωσεν ἐπὶ πολὺ τὴν Ἀριθμητικὴν ἀπὸ διαφόρους ἄλλας δυσκολίας, καθὼς ἀποδειχθήσεται ἐξῆς· τίνι δὲ τρόπῳ ἐπενόησεν αὐτὴν, ἰδοὺ ἕπεται ἡ πειθανολογία.