

Κατάσρῳσις.	Πρᾶξις.
; Γρ'. . 40 πῆχ.	; Γρ'. . . 40. 5
ἐὰν πῆχ. 72 . 15 Γρ'.	<u>3. 9. 72. . . 15. 5</u>
	3 τὰ 25

Ποιοῦσι Γρ'. 8 ,, 40 ἄσπρα.

Ἑρμηνεία. Ἡ κατάσρῳσις ἐτάχθη κατὰ τὸν κανόνα τοῦ §. 279.; δηλ. αἱ πῆχαι 40, διὰ τὴν τέμνησιν τῶν ὁποίων γίνεται ἡ ἐρώτησις, εἶναι ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς, διὰ τοῦ ὁποίου ἄρχεται ἡ κατάσρῳσις δεξιῶς· εἶτα ἀκολουθεῖ ἀμέσως ἀριστερῶς, πῆχαι 72, ὡσπερ τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ ὁμῶνυμος ἀριθμὸς, καὶ κατ' εὐθείαν ἀπίναυτι, ἡ ἀξία αὐτῶν Γρόσια 15.

Ἡ δὲ πρᾶξις κατασρῳθή μόνον διὰ τοῦτο, ἵνα διακρίνωσιν οἱ Ἀρχάριοι τοὺς ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὺς ἀπὸ τῶν ἀποσβεμένων· ἄλλως ὁμως ἐξαλείφομεν καὶ σμικρύνομεν εὐθύς εἰς τὴν πρώτην κατάσρῳσιν, τὸ ὅποῖον θέλει πράττομεν σχεδὸν πάντοτε ἀκολουθῶς. Ἐνταῦθα λοιπὸν σμικρύνονται τὰ 72 καὶ τὰ 40 διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν διαιρέτου 8, ὅθεν ἐξαλείφονται αὐτοὶ οἱ ἀριθμοί, καὶ τίθεται πλησίον ἐκάστου, ὅ,τι προκύψει διαιρουμένων αὐτῶν διὰ τῶν 8, ἦγουν· παρὰ τοῖς 72, 9, καὶ παρὰ τοῖς 40, 5. Τελευταῖον τὰ 9 καὶ 12 σμικρύνονται ὡσαύτως διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν διαιρέτου 3, καὶ οὕτω μένουσιν ἵνα διαιρεθῶσι 5 κίς 5 διὰ τῶν 3, καὶ προκύπτει τὸ ζητούμενον Γρόσια 8 ,, 40 ἄσπρα, ὡς ἀνωτέρω.

§. 286.

Σχόλιον. Ἐν ἀρχῇ ἐκάστης κατασρῳσεως, ὡς ἐλέχθη πρὸ ὀλίγου, τίθεται ἀριστερῶς (ἐπ' εὐθείας γραμμῆς τοῦ ἐρωτηματικοῦ ἀριθμοῦ) τὸ ἐρωτηματικὸν Σημεῖον (;), σὺν τῇ ὀνομασίᾳ ἐκείνου τοῦ πράγματος, τὸ ὅποῖον ζητεῖται νὰ προκύψῃ ὡς πηλίκον· εἴτουν, ; Πῆχαι, ἢ ; Γρόσια, ἐὰν ἢ

14 ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ.

ἐρώτησις πρέπει νὰ προκύψῃ εἰς πῆχας ἢ γρόσια, ὥστε ὁ τῆς κατασρώσεως τελευταῖος ὄρος, νὰ χαρακτηρίξῃ ἐκεῖνο τὸ πρᾶγμα, τὸ ὁποῖον ἐν ἀρχῇ ἀριστερῶς ἐσημάνθη παρὰ τῷ ἐρωτηματικῷ σημείῳ.

§. 287.

Ἐάν ἐν τῇ κατασρώσει προκύψῃ τις ὄρος ἀπλῶς 1, εἶν πρέπει ν' ἀφεθῇ, καίπερ οὔτε πολλαπλασιάζει ἀλλ' οὔτε διαιρεῖ, ἵνα συνέχωνται οἱ ὄροι ἀδιαπαύτως κατὰ τὸν κανόνα. Γδοῦ τοιαῦτα ὑποδείγματα.

Α'. Ἐάν 1 ὀκτὼ τιμᾶται Παράδες 5, πόσα αἱ ὀκτ. 13;

Β'. Ἐάν 16 ὀκτ. τιμῶνται Γρόσια 32, 6 παράδες καὶ 2 ἄσπρα, πόσα ἢ 1 ὀκτ.;

Γ'. Πόσα πληρωθήσονται διὰ πῆχ. 90, εἰάν διὰ πῆχ. 15 ἐπληρώθησαν Γρ'. 13;

Λύσεις.

Α'. ; Γρ'. . . . 13 ὀκτ.  
ὀκτ. 1. . . . 5 παράδ.

Ποιοῦσι Γρ'. 1, 25 παράδ.

Β'. ; Γρ'. . . . 1 ὀκτ.  
ὀκτ. 16. . . . 23 Γρ'. 6 παράδ. 2 ἄσπρα.

Ποιοῦσι Γρ'. 2, — παράδ. 1¼ ἄσπρα.

Γ'. ; Γρ'. . . . 90 πῆχαι 18. 6  
1. 3. πῆχαι 15 . . . 13 Γρ'.

Ποιοῦσι Γρ'. 78.

Ἑρμηνεία. Εἰς τὸ Α. προέκυψε διαιρέτης 1, τὸ ὁποῖον ἐπειδὴ δὲν διαιρεῖ, διὰ τοῦτο πολλαπλασιάζομεν μόνον τὰς 13 ὀκτάδας μὲ τοὺς 5 παράδας λέγοντες  $3 \times 5 = 15$ , διὸ φέτομεν τὰ 5, καὶ βασιῶμεν 1, εἶτα  $1 \times 5 = 5$ , καὶ τὸ βασιχθὲν 1, ποιούσιν 6 δεκάδας, εἶτουν Γρ'. 1, καὶ 2 δεκάδας.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ. 15

Εἰς τὸ Β'. ὑπάρχει μεταξὺ τῶν ὄρων τοῦ διαιρετέου 1, τὸ ὅποιον δὲν πολλαπλασιάζει, διὸ διαιρούμεν εὐθύς διὰ τῶν 16 τὰ Γρόσια 32, 6 παράδες 2 ἄσπρα κατὰ τὸν τρόπον, ὃν εἰδείξαμεν ἐν τῇ διαιρέσει (ὡς §. §. 116. καὶ 117.)

Εἰς τὸ Γ'. σμικρύνονται τὰ ἀριστερῶς 15, καὶ τὰ δεξιῶς 90 διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν διαιρέτου 5, εἶτα τὰ προκύψαντα 3 καὶ 18 διὰ τῶν 3 (α), καὶ ἔπειτα πολλαπλασιάζομενα τὰ μείναντα 6 μὲ 13, προκύπτει τὸ ζητούμενον.

§. 288.

Ἐάν εἰς τῶν ὄρων εἶναι κλάσμα, ἢ μικτὸς ἀριθμὸς, πρῶττον ἀπαραλλάκτως κατὰ τὸν κανόνα τῆς τῶν κλασμάτων διαιρέσεως, τοῦτ' ἔστι, μεταβάλλομεν τοὺς μικτοὺς ἀριθμοὺς εἰς νόθα κλάσματα, καὶ μεταφέρομεν τοὺς παρονομασὰς αὐτῶν εἰς τὰ ἀντικείμενα μέρη· εἶτα πολλαπλασιάζομεν τοὺς ἀριστερῶς καὶ δεξιῶς κειμένους ἀριθμοὺς μετ' ἀλλήλων, καὶ μετὰ ταῦτα διαιρούμεν διὰ τοῦ κεφαλαίου τῶν ἀριστερῶν τὸ κεφάλαιον τῶν δεξιῶν. Ἐν τούτοις ὁμῶς ἐννοεῖται, ὅτι ἀφ' οὗ μεταβάλλομεν τοὺς μικτοὺς ἀριθμοὺς εἰς νόθα κλάσματα, καὶ μεταθέσωμεν τοὺς παρονομασὰς αὐτῶν εἰς τὰ ἀντικείμενα μέρη, ἐξαλείφομεν καὶ ἐλαττώνομεν τοὺς ὄρους ἀμφοτέρων τῶν μερῶν, ἵνα προκύψωσιν ἀμφότερα τὰ κεφάλαια, ὅσον τὸ δυνατόν σμικρά. Ἴδου καὶ ὑπόδειγμα.

Πρόβλημα. Ἐάν διὰ πῆχαις  $2\frac{3}{4}$  ἐπληρώθησαν Γρόσια  $6\frac{1}{2}$ , πόσα πληρωθήσονται διὰ πῆχαις  $4\frac{1}{2}$ ;

(α) Τὰ 15 καὶ 90 εἶδοντο νὰ σμικρυνθῶσιν ἐν μίᾳ διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν διαιρέτου 15· ἀλλ' ἐπειδὴ αὐτὸ δὲν προκύπτει εὐθύς εἰς τὸν νόθον τῶν Ἀρχαίων, διὰ τοῦτο ἐσμικρύνσαμεν πρῶτον διὰ τῶν 5, καὶ ὑπερὸν διὰ τῶν 3, τὸ ὅποιον ἐκ τῶν δοθέντων σημείων (ὡς §. 192. 189.) εἶναι εὐκλεον διὰ τὸν κατ' ἴνα.

## Λύσις. (α)

## Α'. Κατάσρωσις.

$$\begin{array}{l} \text{; Γρ'.} \quad . \quad . \quad 4\frac{1}{8} \text{ πηχ.} \\ \text{πηχ. } 2\frac{3}{4} \quad . \quad . \quad 6\frac{1}{2} \text{ Γρόσ.} \end{array}$$

## Β'. Παρασκευασμένη Κατάσρωσις.

$$\text{; Γρ'.} \quad . \quad . \quad 4\frac{1}{8} \cdot 33$$

$$11 \cdot 2\frac{3}{4} \quad . \quad . \quad 6\frac{1}{4} \cdot 25$$

οἱ ἀπέναντι Παρονομασαὶ  $\left\{ \begin{array}{l} 8 \\ 4 \end{array} \right.$  4 ὁ ἀπέναντι Παρονομασῆς.

## Γ'. Ἐλλαττωμένη καὶ ἀπεργασμένη Κατάσρωσις.

$$\text{; Γρ'.} \quad . \quad . \quad 4\frac{1}{8} \cdot 33 \cdot 3$$

$$22 \cdot 2\frac{3}{4} \quad . \quad . \quad 6\frac{1}{4} \cdot 25$$

8

4

4

---

 8 . . τὰ . 75
 

---

 Ποιοῦσι Γρ'.  $9\frac{3}{8}$ .

Ἑρμηνεία. Ἡ κατάσρωσις τάττεται ὡς ἐν τῷ Α', καὶ παρασκευάζεται ὡς ἐν τῷ Β', εἶπουν,  $4 \times 8 = 32$ , καὶ 1 ποιοῦσι 33, λοιπὸν σβένονται τὰ  $4\frac{1}{8}$ , καὶ μετατίθεται ὁ

(α) Πρὸς περισσοτέραν πληροφορίαν ἐτίθη ἀνωτέρω ἡ κατάσρωσις πρότερον κατὰ τὸ πρόβλημα, ἔπειτα πάλιν, ἵνα φανεῖ ὡς παρασκευασμένη, καὶ τελευταῖον ποιοὶ ἀριθμοὶ ἐμφανίζονται, ἀφ' οὗ ἐξαλειφθῶσι καὶ ἐλαττωθῶσιν οἱ ὅροι πρὸς ἀλλήλους. Ὅταν ἔμως λογαριάσῃ τις δὲ ἑαυτὸν, ἐκτελοῦνται ταῦτα ἐν τῇ πρώτῃ κατασρώσει.

παρονομασῆς 8 εἰς τὸ ἀρισερὸν μέρος. Παρομοίως μεταβάλλονται τὰ  $6\frac{1}{2}$  καὶ τὰ  $2\frac{1}{4}$ , καὶ μεταφέρονται οἱ παρονομασαὶ αὐτῶν εἰς τὰ ἀντικείμενα μέρη. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον προκύπτουσι δεξιῶς οἱ ἀριθμοὶ 33, 25, 4, καὶ ἀρισερῶς 11, 8, 4, οἱ ὅποιοι, ἐὰν ὄν σμικρύνωνται πρὸς ἀλλήλους, πολλαπλασιάζονται τὰ 33, 25 καὶ 4 μετ' ἀλλήλων, καθὼς καὶ τὰ 11, 8 καὶ 4, εἶτα διὰ τοῦ ἀρισερῶς προκύψαντος κεφαλαίου, διαιρεῖται τὸ δεξιῶς προκύψαν κεφάλαιον. Ἀλλ' ἐπειδὴ ἐνταῦθα τὰ 4 πρὸς τὰ 4, καὶ τὰ 11 πρὸς τὰ 33 ἐξαλείφονται ὀλοτελῶς, διὰ τοῦτο μένουσι μόνον  $3 \times 25$ , εἴτουν 75 νὰ διαιρεθῶσι διὰ τῶν 8, καθὼς ἐγένετο ἀπέναντι εἰς τὸ Γ'.

**Δεξιῆς.** Αὐτὸς ὁ τρόπος κεῖται κυρίως εἰς τοὺς ἤδη γνωστούς κανόνας τοῦ πολλαπλασιασμοῦ καὶ τῆς διαιρέσεως τῶν κλασμάτων. Εἰς τὸ ῥηθὲν ὑπόδειγμα πρόκεινται, ἵνα πολλαπλασιασθῶσι  $4\frac{1}{8}$  μετ'  $6\frac{1}{4}$ , ἢ μεταβαλλόμενα εἰς νόθα κλάσματα,  $\frac{3^3}{8}$  μετ'  $2\frac{5}{4}$ , τὸ ὅποιον ἐκτελεῖται, ὡς δῆλον, ἐὰν διαιρέσωμεν τὸ κεφάλαιον τῶν ἀριθμητῶν, δηλονότι  $33 \times 25$ , διὰ τοῦ κεφαλαίου τῶν παρονομασῶν  $4 \times 8$  (ὡς §. 238.), ἀφίνομεν λοιπὸν τοὺς ἀριθμητῆς 33 καὶ 25 εἰς τὸ μέρος τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, καὶ μεταφέρομεν τοὺς παρονομασὰς εἰς τὸ μέρος τῆς διαιρέσεως, ὡς παράγοντας τοῦ ἐσομένου διαιρέτου. Ἀκολουθῶς πρόκειται, ἵνα διαιρέσωμεν διὰ  $2\frac{3}{4}$ , ἢ διὰ τοῦ κλάσματος  $\frac{1}{4}$ , τὸ ὅποιον, κατὰ τὸν κανόνα τῆς διαιρέσεως, ἐκτελεῖται, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸν διαιρετὸν μετ' τὸν παρονομασὴν 4, εἶτα διαιρέσωμεν διὰ τοῦ ἀριθμητοῦ 11 (ὡς §. 257.); διὰ τοῦτο ἀφίνομεν εἰς τὸ μέρος τῆς διαιρέσεως τὸν ἀριθμητὴν, καὶ μεταφέρομεν τὸν παρονομασὴν 4 εἰς τὸ μέρος τοῦ πολλαπλασιασμοῦ. Ὅθεν οἱ ἐν δεξιᾷ κείμενοι ἀριθμοὶ 33, 25, 4, εἰσὶν οἱ παράγοντες τοῦ ἐσομένου διαιρέτου, οἱ δὲ ἐν τῇ ἀρισερᾷ ἀριθμοὶ 11, 8, 4, εἰσὶν οἱ πα-

18 ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ.

ράγοντες τοῦ ἐσομένου διαιρέτου, οἱ ἑποιοί, ὡς γνωσόν, εὐ-  
ναιται νὰ ἐξαλειφθῶσι καὶ νὰ σμικρυνθῶσι πρὸς ἀλλήλους.

Αὐτὴν τὴν πράξιν πληροφορούμεθα ἔτι σαφέστερον, ἐάν  
ἀναμνησθῶμεν τὰ ἐν τῇ δεξιῇ τοῦ §. 283. λεχθέντα, ὅτι ὁ  
διαιρετέος καὶ διαιρέτης θεωροῦνται ὡς ἀριθμητῆς καὶ παρο-  
νομασῆς· διὰ τοῦτο λοιπὸν, ὅσῳκις εἰς αὐτῶν αὐξήνθῃ, ἢ ἐ-  
λαττωθῃ, τοσάκις πρέπει ν' αὐξήνθῃ, ἢ νὰ ἐλαττωθῃ καὶ ὁ  
ἕτερος (ὡς §. 185.), καὶ πρὸς ἐνδειξιν, ἃς λάβωμεν τὸν εἰς  
τὸ ῥηθὲν ὑπόδειγμα μικτὸν ἀριθμὸν  $4\frac{1}{2}$ , ὅπου βλέπομεν, ὅτι  
μεταβληθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, προέκυψαν  
33, ὃ εἰς, ἠυξήνθη 8-κις ὁ διαιρετέος, ἄρα πρέπει ν' αὐ-  
ξήνθῃ ὡσαύτως καὶ ὁ διαιρέτης 8-κις, δι' ἣν αἰτίαν μετετέθη  
ὁ παρονομασῆς 8 εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος. Παρομοίως βλέπο-  
μεν, ὅτι διὰ τῆς μεταβολῆς τοῦ μικτοῦ ἀριθμοῦ  $2\frac{1}{2}$  ἠυξήνθη  
ὁ διαιρέτης 4-κις, ἐπειδὴ ἀντ' αὐτοῦ προέκυψαν 11, λοιπὸν  
πρέπει ν' αὐξήνθῃ ὁμοίως καὶ ὁ διαιρετέος τετράκις, οὗ ἔνεκα  
μετετέθη ὁ παρονομασῆς 4 εἰς τὸ δεξιὸν μέρος. Διὰ τοῦτο  
λοιπὸν καὶ ἀκολουθῶς πράττομεν ἀπαραλλάκτως, ὅταν με-  
ταβάλλωμεν τοὺς μικτοὺς ἀριθμοὺς εἰς νόθα κλάσματα.

§. 289.

Σχόλιον. Ἐάν οἱ εἰς ἀμφότερα τὰ μέρη εὐρισκόμε-  
νοι παρονομασῶν ὡσιν ὅμοιοι, δὲν μεταθέττομεν αὐτοὺς, ἀλ-  
λὰ τοὺς ἐξαλείφομεν εὐθὺς πρὸς ἀλλήλους· διότι ἐάν μετα-  
τεθῶσιν, ὁμοίων ὄντων, καὶ πολλαπλασιασθῶσι μετὰ τῶν ἄλ-  
λων ὄρων τοῦ διαιρέτου καὶ διαιρετέου, αὐξήνθησεται τοσά-  
κις ὁ εἰς, ὅσῳκις καὶ ὁ ἕτερος, ὥστε αὐτὸς ὁ κόπος μάτην γε-  
νήσεται· διὰ τοῦτο τοὺς εἰς τὸ τελευταῖον ὑπόδειγμα ἀριστε-  
ρῶς καὶ δεξιῶς προκύψαντας παρονομασῶν 4 ἐξαλείψαμεν ὁ-  
λοτελῶς. Ἦ αὐτὸν πράττομεν, ἐάν οἱ μέλλοντες μετατεθῆναι  
παρονομασῶν σμικρύνονται κατὰ τι πρὸς ἀλλήλους, εἴθουν,

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ. 19

ἐξαλείφομεν αὐτοὺς πρὸ τῆς μεταθέσεως. Π. χ. εἰς τὸ ἓν μέρος εὐρίσκεται εἰς παρονομασῆς 9, καὶ εἰς τὸ ἕτερον ἄλλοι 3, οἱ ὅποιοι δὲν εἶναι ἀναγκαῖον νὰ μετατεθῶσιν, ἀλλ' ἐξαλείφομεν εὐθὺς τὰ 3 πρὸς τὰ 9, καὶ οὕτω μένει νὰ μεταφέρωμεν εἰς τὸ ἀντικείμενον μέρος, μόνον τὰ ἐκ τῶν 9 ἐναποληφθέντα 3, καθὼς πολλάκις ἐδείχθη εἰς τὴν τῶν κλασμάτων διαίρεσιν. Πλὴν προσεκτέον καὶ ἐνταῦθα καλῶς, ὅτι ταῦτα πάντα δὲν ἐκτελοῦνται πρότερον, ἀλλ' ἀφ' οὗ οἱ μικτοὶ ἀριθμοὶ μεταβληθῶσιν εἰς νόθα κλάσματα, διὰ τὰ αἷτια, περὶ ὧν ἐξηγήθημεν ἐν τῷ §. 241.

§. 290.

Πρόβλημα. Ἐάν δι' Ὀκδ.  $5\frac{5}{8}$  ἐπληρώθησαν. Γρόσια  $8\frac{3}{4}$ , πόσα δι' Ὀκδ.  $12\frac{1}{3}$ ;

Λύσις.

$$\begin{array}{r}
 ; \text{ Γρ.} \quad . \quad . \quad 12\frac{1}{3} \cdot 37 \\
 45 \cdot 5\frac{5}{8} \quad . \quad . \quad 8\frac{3}{4} \cdot 35 \\
 \underline{9 \cdot 3} \quad . \quad . \quad 2 \cdot 7 \\
 27 \cdot . \quad \text{τὰ} \cdot . \quad 578
 \end{array}$$

Ποιοῦσι Γρ. 19, 7 παράδ.  $1\frac{2}{3}$  ἄσπρ.

Ἑρμηνεία. Μεταβληθέντων τῶν εἰς ἑκάτερα τὰ μέρη προκυψάντων μικτῶν ἀριθμῶν, προέκυψαν δεξιῶς 37 καὶ 35, καὶ ἀριστερῶς 45, εἶτα μετεφέραμεν ἀριστερῶς τὸν παρονομασῆν 3, τὸν δ' ἀριστερὸν παρονομασῆν 8 ἐσμικρύνσαμεν διὰ τοῦ δεξιοῦ 4, καὶ μετεφέραμεν εἰς τὸ δεξιὸν μέρος μόνον 2, ἔπειτα ἐσμικρύνσαμεν τοὺς ἀριστερῶς καὶ δεξιῶς κειμένους ἀριθμοὺς 45 καὶ 35 διὰ τοῦ κοινοῦ αὐτῶν διαιρέτου 5, καὶ ἔμεινον ἀντ' αὐτῶν 9 καὶ 7, καὶ ἐπειδὴ δὲν δυνάμεθα νὰ σμικρύνωμεν περισ-

20 ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ.

σώτερον, διὰ τοῦτο πολλαπλασιάζομεν τοὺς δεξιῶς κειμένους ἀριθμοὺς 37, 7, 2 μετ' ἀλλήλων, ἔηλ.  $37 \times 7$  δίδουσι 225, αὐτὰ δὲ πάλιν μὲ 2, καὶ προκύπτει ὁ διαιρετέος 518. ὁμοίως πολλαπλασιάζομεν καὶ τοὺς ἀριστερῶς κειμένους ἀριθμοὺς  $3 \times 9$ , καὶ προκύπτει ὁ διαιρέτης 27, δι' ὧν διαιρούμενα τὰ 518, προκύπτει τὸ ζητούμενον.

**Πρόβλημα.** Πόσα πληρωθήσονται διὰ πῆχαι 48, εἰάν διὰ πῆχην 1 ἐπληρώθησαν Γρόσια 4, 6 παράδ. 2 ἄσπρα;

Λύσις.

3 Γρ'.	. . .	48 πῆχαι.	
πῆχη 1.	. . .	4 Γρ'.	6 παράδ. 2 ἄσπρα
<hr/>			
		Γρ'.	192 ,, —
			6 ,, —
			2 ,, —
<hr/>			
		Ποιοῦσι Γρ'.	200 ,, —

**Ἑρμηνεία.** Αἱ πῆχαι 48 πολλαπλασιάζονται κατὰ τὸν τρόπον, ὃν ἐδείξαμεν εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν τῶν μικτῶν ἀριθμῶν, εἴτουν  $4 \times 48$ , εἶτα ἐκ τῶν παράδ. 6 λαμβάνομεν τοὺς 5, ποιοῦσιν  $\frac{1}{5}$ , δι' οὗ διαιροῦμεν τὰ 48, καὶ προκύπτουσι Γρόσια 6, ἔπειτα τὸ ὑπόλοιπον τῶν παράδ. 6 καὶ 2 ἄσπρων, ἔηλ. παράδ. 1, 2 ἄσπρα, ποιοῦσιν  $\frac{1}{3}$  τῶν παράδ. 5, διὸ καὶ ἐλάβομεν τὸ τρίτου ἐκ τῶν Γροσίων 6, καὶ φέρει Γρόσια 2, ὁμοῦ δὲ Γρόσια 200 ,, — ὡς ἀνωτέρω.

§. 291.

**Σημείωσις.** Ἐτε ταχύτερον ἐκτελεῖται αὐτὴ ἡ πρᾶξις, εἰάν ἐπανάξωμεν τοὺς παράδ. 6, 2 ἄσπρα εἰς Γροσίου κλάσμα, ἐπειδὴ παρ.  $6\frac{2}{3}$ , δίδουσι  $\frac{6\frac{2}{3}}{40}$ , εἴτουν  $\frac{20}{120}$ , τὸ ὅποιον διὰ τῶν 20 ἐλαττωθὲν, ποιεῖ  $\frac{1}{6}$  Γροσίου, καὶ οὕτω προκύπτουσι



ἵνα πολλαπλασιάσωμεν μὲ Γρ'.  $4\frac{1}{2}$ , ὅπου ἐκτελεῖται ἡ πράξις κατὰ δύο τρόπους, τοῦτ' ἔστιν, ἢ πολλαπλασιάζομεν τὰ 48 μὲ 4, καὶ λαμβάνομεν τὸ ἕκτον ἐκ τῶν 48, ἢ μεταβάλλομεν τὰ Γρ'.  $4\frac{1}{2}$  εἰς  $2\frac{5}{6}$ , καὶ μεταφέρομεν τὸν παρονομασὴν 6 εἰς τὸ ἄλλο μέρος, καὶ ἐπειδὴ αὐτὸς ἐξαλείφεται πρὸς τὰ 48, μένουσιν, ἵνα πολλαπλασιασθῶσι μόνον 8 μὲ 25, ὧν τὸ κεφάλαιον δίδει τὸ ζητούμενον. Ἴδου ἀμφότεραι αἱ λύσεις.

$\begin{array}{r} \text{; Γρ'.} \dots 48 \text{ πχ.} \\ \text{πχ. 1} \dots 4\frac{1}{2} \text{ Γρ'.} \\ \hline \text{Ποιοῦσι Γρ'. 200,, -} \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{; Γρ'.} \dots 48 \text{ πχ.} \quad 8 \\ \text{πχ. 1} \dots 4\frac{2}{3} \text{ Γρ'.} \quad 25 \\ \hline \text{Ποιοῦσι Γρ'. 200,,} \end{array}$
---	--

§. 292.

Ὅταν λοιπὸν εἷς, ἢ περισσότεροι ὄροι τοῦ προκειμένου προβλήματος, κατ' ἐξοχὴν τοῦ διαιρέτου, εἶναι ἐπονομασμένος μικτὸς ἀριθμὸς, τότε διὰ τὴν προκύψῃ ὁ διαιρέτης ἐξ ὁμοειδῶν μονάδων, ἢ ἀναλύομεν τὸ μεγαλύτερον εἶδος εἰς τὰς μονάδας τοῦ παρ' αὐτῷ μικροτέρου εἶδους, ἢ ἐπανάγομεν τὰ μικρότερα εἶδη εἰς κλάσμα τοῦ μεγαλητέρου αὐτῶν εἶδους, δηλονότι καθὼς ὁ εἷς ἢ ὁ ἕτερος τρόπος μᾶς ὁδηγεῖ εὐκολώτερον καὶ ταχύτερον εἰς τὸν σκοπὸν. Τὸ ἐπόμενον ὑπόδειγμα, τὸ ὁποῖον λυθήσεται καθ' ἕλκας τὰς ἐνδεχομένας μεταβολὰς, θέλει σαφηνίσει τὰ λεχθέντα.

Πρόβλημα. Ἐὰν δι' Ὀκ'. 2,, 50 δρ'. ἐπληρώθησαν Γρ'. 10,, 8 παρ', πόσα διὰ δρ'.  $18\frac{3}{4}$ ;

Α'. Τρόπος.

$\begin{array}{r} \alpha'. \text{ Ὀκ'. } 2,, \quad 50 \text{ δρ'.} \\ \text{πολλαπλασιασθῆτωσθ μὲ } 400 \\ \hline \text{Ποιοῦσι Δράμ. } \cdot 850. \\ \text{καὶ μὲ} \quad \dots \quad 4 \\ \hline \text{Ποιοῦσι } 3400 \text{ τέταρτα} \end{array}$	$\begin{array}{r} \beta'. \quad 18 \text{ δρ'.} \quad 3 \text{ τέταρτα} \\ \hline \text{Ποιοῦσι } 75 \text{ τέταρτα.} \end{array}$
---	--

## Ἴδου καὶ ἡ Κατάσρῳσις.

; Γρ. δια	. . .	75	τέταρτα
εάν τέταρτα	3400	. . .	10 Γρ. 8 παρ.
	3400	. . .	τά 765 Γρ.

Ποιοῦσι Παρ. 9.

**Ἑρμηνεία.** Ἐπειδὴ ὁ ἐρωτηματικὸς ἀριθμὸς σύγ-  
κεται ἀπὸ  $18\frac{3}{4}$  δραμ., ὁ δὲ ἐπόμενος ὄρος ἀπὸ 2 Ὀκ. καὶ  
50 δραμ., οἱ ὅποιοι ὄροι ὁμῶς, κατὰ τὴν §. 277., πρέπει  
ἵνα ὡσιν ὁμοιοεῖς καὶ ὁμώνυμοι, διὰ τοῦτο πρέπει νὰ ἀνα-  
λυθῶσιν ἀμφότεροι εἰς τέταρτα δραμίου, εἴτουν, ἀντὶ  $18\frac{3}{4}$  δρ.,  
75 τέταρτα, καὶ ἀντὶ ὀκ. 2,, 50 δρ., 3400 τέταρτα, ὡς  
ἀνωτέρω, καὶ οὕτω τάττεται ἡ κατάσρῳσις, πένσα διὰ 75 τέ-  
ταρτα, εἴαν διὰ 3400 τέταρτα ἐπληρώθησαν Γρ. 10,, 8 παρ.,  
ὧν ἡ πράξις γίνηται ὡς συνήθεις, εἴτουν, λαμβανόμενα τὰ  
Γρ. 10,, 8 παρ. 75κις, καθὼς ἐδείξαμεν εἰς τὸν πολλαπλα-  
σιασμὸν, δίδουσι Γρόσια 765,, -, τὰ ὅποια εἰς παράδες ἀνα-  
λυθέντα (ἐπειδὴ ὁ Διαιρέτης 3400 εἶν δύνάται νὰ διαιρήσῃ τὰ  
Γρ. 765.), ποιοῦσι Παρ. 30600, εἴτινις διὰ τῶν 3400  
διαιρεθέντες, δίδουσι τὸ ζητούμενον Παρ. 9, ὡς ἀνωτέρω.

## B'. Τρόπος.

Ἀντὶ 75 τέταρτα, θίττομεν δρ.  $18\frac{3}{4}$ , καὶ οὕτω προ-  
κύπτει εἰς ἀμφότερα τὰ μέρη τὸ μικρότατον εἶδος, ὅθεν μένει  
νὰ ἀναλύσωμεν μόνον τὸν τοῦ διαιρέτου ὄρον εἰς δράμμα, ἡ  
δὲ κατάσρῳσις εἶναι αὕτη.

; Γρ. δια	. . .	$18\frac{3}{4}$	δρ.
εάν δια δρ.	850	. . .	10 Γρ. 8 παρ.

ἡ ὅποια λογαριάζεται ὡς συνήθως, δηλονότι ἡ μεταβάλλο-  
μεν τὰ  $18\frac{3}{4}$  εἰς  $\frac{75}{4}$ , καὶ μεταφέρομεν τὸν παρονομασθὴν 4

εἰς τὸ ἕτερον μέρος, ἢ λαμβάνονται εὐθὺς τὰ Γρ'. 10,, 8 παρ'. 18κισ καὶ  $\frac{3}{4}$ , ἢ λαμβάνομεν τὰ Γρ'. 10,, 8 παρ'. 19κισ, καὶ ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὸ Γινόμενον  $\frac{1}{4}$  ἐκ τῶν Γρ. 10,, 8 παρ'., ἐπειδὴ ἀντὶ 18 $\frac{3}{4}$  ἐλήφθησαν 19, εἴτουν  $\frac{1}{4}$  περισσώτερον. Ἐν τῇ πρώτῃ πτώσει προκύπτει διαιρέτης καθὼς εἰς τὸν Α'. Τρόπον, 3400 νὰ διαιρέσῃσι 75κισ Γρ'. 10,, 8 παρ'., ἢ Γρ'. 765· εἰς τὰς τελευταίας δύο ὅμως προκύπτει διαιρέτης 850 εἰς Γρ'. 191,, 10 παρ'. καὶ ἐπειδὴ δὲν δύνανται νὰ διαιρέσῃσι, διὰ τοῦτο ἀναλύονται τ' ἀνωτέρω Γρόσια εἰς παρ'. 7650, οἵτινες διὰ τῶν 850 διαιρεθέντες, δίδουσι τὸ ζητούμενον Παρ'. 9.

### Γ'. Τρόπος.

Ἡ ἐπανάγομεν ὅλα εἰς Ὀκάδας, εἴτουν 18 $\frac{3}{4}$  ὀρ'. ποιοῦσι  $\frac{18\frac{3}{4}}{400}$ , ἥτοι  $\frac{3}{84}$  Ὀκάδος, ὁμοίως ποιοῦσαι καὶ 50 ὀρ'.  $\frac{1}{8}$  Ὀκάδος. Ἴδου καὶ ἡ Κατάσρωσις.

ἢ Γρόσια διὰ . . .  $\frac{3}{84}$  Ὀκ'.  
 εἰς Ὀκ'. 2 $\frac{1}{2}$  . . . . . 10 Γρ' 8 παρ.

ἡ δὲ πράξις γίνεται ὡς σύνθησις, δηλαδὴ ὁ Ἀριθμητὴς 3 τίθεται πλησίον τοῦ κλάσματος  $\frac{3}{84}$  δεξιῶς, ὁ δὲ παρονομαστὴς 64 μεταφέρεται εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος, εἶτα μεταβάλλονται τὰ 2 $\frac{1}{2}$  καὶ μεταφέρεται ὁ παρονομαστὴς 8 εἰς τὸ δεξιὸν μέρος, ὅστις καὶ ἐξαλείφεται πρὸς τὰ 64, διὸ μένουσιν, ἵνα πολλαπλασιασθῶσι 3 μὲ Γρ'. 10,, 8 παρ., καὶ ἀριστερῶς 17 X 8, ὡς ἀκολουθῶς.

ἢ Γρ'. διὰ . . .  $\frac{3}{84}$  3.  
 17 . 2 $\frac{1}{2}$  . . . . . 10 Γρ'. 8 παρ'.  
 8 . 64 . . . . . 8.