

ἐξίσωσις, ἢ θέλωμεν νὰ συμπεράνωμεν ἐκ τῆς τὴν ἐκκεντρότητα, τὸ εὐκολότατον εἶναι νὰ μεταχειρισθῶμεν μίαν μέθοδον ψευδῆς θέσεως, ἢ νὰ ὑποθέσωμεν πρῶτον ἐγνωσμένην τὴν ἐκκεντρότητα τὴν ζητούμενην, διὰ νὰ συμπεράνωμεν ἀπ' αὐτῆς τὴν μεγίστην ἐξίσωσιν (497). "Ἄν εὐρεθῇ αὕτη πολλὰ μεγάλη, θέλωμεν μειώσῃ τὴν ὑποθεθεῖσαν ἐκκεντρότητα, ἢ θέλωμεν ξαναρχίσῃ τὸν λογαριασμόν· αὕτη ἡ μέθοδος τῆ προσδιορισμῆ τῆς ἐκκεντρότητος διὰ τῆς μεγίστης ἐξίσωσεως, εἶναι συχνὰ εὐκολωτέρα ἀπὸ ἐκείνην ὅπῃ ἐμεταχειρίσθη ὁ Καπλέρος, διὰ νὰ εὕρῃ τὴν ἐκκεντρότητα τῆ Ἄρεος (468).

§. 504. Ἡ μέθοδος, ὅπῃ ἐγὼ ἐμεταχειρίσθη νὰ εὕρω τὴν ἐκκεντρότητα τῆ Ἑρμῆ, συνίσταται εἰς τὸ νὰ ὑποθέσωμεν τὸν τόπον τῆς ἀφηλιότητος ἐγνωσμένον (509)· τότε δύο παρατηρήσεις, ἀπέχεται σχεδὸν ἢ μία ἀπὸ τὴν ἄλλην καθ' ἡμιπεριφορᾶν, ἢ πρῶτῳ ἔσαι ἀπὸ τὰς ἀψίδας, ἀρκῶν εἰς εὕρεσιν τῆς ἐκκεντρότητος. Διότι, ἂν ἰξεύρωμεν καλὰ τὸν τόπον τῆς ἀφηλιότητος, ἔχομεν δύο ἀληθινὰς ἀνωμαλίας, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἰκανῶς γνωσαί· αὗται μεταβάλλονται εἰς μέσας ἀνωμαλίας· αἱ ὁποῖαι δὲν ἤμπορῶν νὰ εἶναι ἀκριβεῖς, ἂν ἢ ἐκκεντρότης, ὅπῃ μεταχειρίζονται διὰ νὰ κάμῃ τὴν μεταβολὴν, δὲν εἶναι βεβαίως γνωσῆ· ἢ μία θέλει εἶναι πολλὰ μεγάλη, ἢ ἢ ἄλλη πολλὰ μικρά· ἐπειδὴ εἶναι μία ἐξίσωσις προθετέα ἢ μία ἀφαιρετέα. "Ἄν λοιπὸν ἢ διαφορὰ τῶν δύο μέσων εὐρεθεῖσῶν ἀνωμαλιῶν δὲν εἶναι ἴση μὲ ἐκείνην, ὅπῃ εἶναι γνωσῆ διὰ τῆς διάρκειας τῆς περιφορᾶς, ἢ διὰ τῆ

διαστήματος τῶν δύο παρατηρήσεων, συμπερινομεν, ὅτι ἡ ἐκκεντρότης ὅπῃ ἐμεταχειρίσθημεν εἶναι ἑλλειπῆς, καὶ κάμνομεν μίαν δευτέραν ὑπόθεσιν· διὰ τοιούτων πειραμάτων καταπτῶμεν εὐκόλα εἰς τὸ νὰ εὕρωμεν τὴν ἐκκεντρότητα, ὅπῃ εἶναι ἰκανὴ εἰς τὰς δύο παρατηρήσεις τὰς ἐκλεχθεῖσας, δίδόντες ἀκριβῶς τὴν διαφορὰ τῆς μέσης ἀνωμαλίας, ὅπῃ πρέπει νὰ ἔχωμεν.

§. 505. Ὡσαύτως μεταχειρίζονται καὶ τὰς μεγίστας παρεκβάσεις τῆ Ἑρμῆ, καὶ τῆς Ἀφροδίτης, διὰ νὰ εὕρω τὴν ἐκκεντρότητα· ἂν ἡ Γῆ εἶναι εἰς τὸ Θ (χ. 50.) καὶ ὁ Ἑρμῆς εἰς τὸ Κ εἰς τὴν

μεγίστην τε παρέκβασιν, ἢ ὅταν μᾶς φαίνεται πορρωτάτω ἀπὸ τὸν ἥλιον ἐπάνω εἰς τὴν ἐφαπτομένην ΘΚ, καὶ εἰς τὴν ἀφιλιότητά τε, ἂν ἡ γωνία ΗΘΚ παρατηρηθῇ ἀκριβῶς, καὶ ἡ γωνία Η ἦναι ἐγνωσμένη ὡς ἕγγυς, ἢμποροῦμεν νὰ συμπεράνωμεν τὸ ἀφῆλιον ἀπό-

| | Ἐκκεντρότητες. | Ἐξισώσεις | | |
|---|----------------|-----------|----|----|
| | | ο | ' | " |
| ♁ | 7955 | 23 | 40 | 40 |
| ♂ | 498 | 0 | 47 | 20 |
| ☉ | 1681 | 1 | 55 | 36 |
| ♂ | 14184 | 10 | 40 | 40 |
| ♃ | 25013 | 5 | 30 | 38 |
| ♄ | 53640 | 6 | 26 | 42 |
| ♅ | 89556 | 5 | 21 | 3 |
| ♆ | 0,0547 | 6 | 18 | 32 |

σημα ΗΚ τῆ Ἑρμῆ ἀπὸ τὸν ἥλιον· ὁμοίως χωροῦμεν εἰς μίαν ἄλλην παρέκβασιν, ὅπῃ ὁ Ἑρμῆς εὕρεσκαται εἰς τὴν περιηλιότητά τε, καὶ εὕρισκομεν ὁμοίως τὸ περιήλιόν τε ἀπόσημα· ἡ διαφορὰ τῶν δύο ἀποσημάτων εἶναι τὸ διπλῶν τῆς ἐκκεντρότητος. Ἐγὼ ἐμεταχειρίσθη ταύτην τὴν μέθοδον εἰς τὴν τῆ Ἑρμῆ θεωρίαν μὲν· (Ἔπομ. τῆς Ἀκαδ. 1767 καὶ 1786) (1). Ο' ἀνω-

(1) Ἡ ἐκκεντρότης τῆ Ὀλβερ εἶναι 0,2463. ἡ δὲ μεγίστη ἐξίσωσις 28° 25' (ὁ συγγραφεύς.)

τέρω πίναξ είναι τὸ συμπέρασμα ἀπὸ ὅλης τῆς λο-
γαριασμῆς, ὅπῃ ἔκαμα διὰ τῆς πλανήτας, καὶ ἀπὸ
τῆς τῆ Δελαπέρτ· ἔτος ὁ πίναξ ὑποθέτει τὸ ἀπὸ
τὸν ἥλιον μέσον ἀπόστημα τῆς γῆς 100000· ἐκτὸς
τῆ τῆς σελήνης, τῆς ὁποίας τὸ μέσον ἀπόστημα ἀπὸ
τὴν γῆν ὑποτίθεται ὡς μονάς· τὰ μέσα ἀποστήματα
τὰ εἶδομεν ἀνωτέρω (450).

§. 506. Αὗται αἱ ἐξισώσεις ὑπόκεινται εἰς μετα-
βολὰς ἀπὸ ἑνα αἰῶνα εἰς ἄλλον, διὰ τὴν ἀμοιβαίαν ἔλ-
ξιν τῶν πλανητῶν. Ἡ τῆ Κρόνου αὐξάνει 1° 50" τὸν
αἰῶνα, διὰ τῆς ἐνεργείας τῆ Διός, αὕτη ὁμως ἢ αὐ-
ξησις δέλει μεταβληθῆ ὕστερα εἰς μίαν μείωσιν. (Λα-
γράγιος ὑπομνήματα τῆς Ἀκαδ. τῆ Βερολίνου, 1782.)

Διορισμὸς τῶν Ἀφηλίων.

§. 507. Ἡ ἀφηλιότης ἑνὸς πλανήτε, διορίζεται
κατὰ διαφόρους μεθόδους· ἡ εὐθύτερα εἶναι ἡ ἐξῆς, ἡ
ὁποία ἐχρησίμευσε μάλις εἰς τὸν ἥλιον, ἀλλ' ἢ ἡ-
πορεῖ ὁμοίως νὰ χρησιμεύσῃ καὶ εἰς τῆς ἀνωτέρους πλανή-
τας. Ὄταν ἔχωμεν πολλάς παρατηρήσεις ἑνὸς πλαν-
ήτε, γενομένας εἰς διάφορα σημεῖα τῆς τροχιάς τε,
καὶ ἀναχθεῖσας εἰς τὸν ἥλιον, πρέπει νὰ ζητήσωμεν
ἐκεῖνας, ὅπῃ δίδον δύο μήκη ἡλιοκεντρικὰ κατὰ διά-
μετρον ἀντικείμενα· καὶ ἂν οἱ χρόνοι αὐτῶν τῶν παρα-
τηρήσεων διαφέρουν ἀκριβῶς κατὰ μίαν ἡμιπεριφορὰν,
δέλομεν εἶσθαι βέβαιοι, ὅτι αὗται αἱ δύο παρατηρήσεις
εἶναι ἢ μία εἰς τὴν ἀφηλιότητα, καὶ ἢ ἄλλη εἰς τὴν περι-
λιότητα· ἂν λοιπὸν συγκρίνης ἀπὸ δύο δύο πρὸς ἀλλήλας

ἓνα μεγάλου ἀριθμὸν παρατηρήσεων, θέλομεν εὐρεῖ βεβαίως ἐκείνας, ὅπῃ δείχνουν τὸν τόπον τῶν ἀψίδων.

"Ἐσω ἡ ἀφηλιότης ἐνὸς πλανήτε εἰς τὸ Α (9. 59.), καὶ ἡ περιηλιότης εἰς τὸ Β, τὸ μέρος ΑΘΒ τῆς ἐλλείψεως εἶναι ἴσον μὲ τὸ μέρος ΑΕΒ· διατρέχονται δὲ καὶ τὸ ἓνα καὶ τὸ ἄλλο εἰς τὸ διάστημα τῆς χρόνου τῆς ἡμιπεριφορᾶς· λ. χ. εἰς 1824 15^ο 6' 59", ἂν εἶναι λόγος διὰ τὸν ἥλιον. Ἐδὼ λαμβάνομεν τὴν ἀνωμαλικὴν περιφορὰν (515), ὃ ἐστίν, ὡς πρὸς τὴν ἀπογειότητα· ἀλλ' εὐθὺς ὅπῃ ἔλθωμεν ὅτι ἔγγιστα εἰς τὸ λογαριασμὸν ἠθέλαμεν εὐχαριστηθῆ μετὰ τὴν τρεπικὴν περιφορὰν (454), ἂν ὑποθέσωμεν ἀκίνητον τὴν ἀφηλιότητα εἰς μίαν ἡμιπεριφορὰν.

"Ἄν ληφθῆ ἓνα ἄλλο ὁποιοῦν σημεῖον Κ ὁμῶς μετὰ τὸ σημεῖον τὸ ἀντικείμενον τε, τὸ μέρος ΚΘΙ τῆς ἐλλείψεως θέλει χρειασθῆ ὀλιγώτερον καιρὸν ἀπὸ τὸ μέρος ΚΕΙ, ἐπειδὴ τὸ πρῶτον περιέχει τὴν περιηλιότητα, ὃ ἐστίν, τὸ μέρος, ὅπῃ ἡ κίνησις τῆς πλανήτε εἶναι ταχυτάτη, εἰς καιρὸν ὅπῃ, ἐξ ἐναντίας τὸ μέρος ΕΙ, εἰς τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἡ ἀφηλιότης, πρέπει καὶ διατρεχθῆ μετὰ μίαν κίνησιν βραδυτέραν, καὶ πολυχρονιωτέραν.

"Ἐπειδὴ λοιπὸν τὰ σημεῖα Α καὶ Β τῶν δύο ἀψίδων εἶναι τὰ μόνα, τὰ ὁποῖα, ὄντα ἐκ διαμέτρου ἀντικείμενα ὡς πρὸς τὴν ἐσλίαν Η τῆς ἐλλείψεως, διορίζουν καὶ δύο χρονικὰ διαστήματα ἴσα· ὅθεν θέλομεν εἶδαι βέβαιοι, ὅτι γνωρίζομεν τὸν τόπον τῶν ἀψίδων, ἂν εὐρίσκωμεν δύο μήκη, τὰ ὁποῖα, ὄντα ἐκ διαμέτρου ἀντικείμενα, ὡς τὸ Α καὶ τὸ Β, συστοιχῶν καὶ εἰς

τὰς χρόνους τῆς ἀπομακρυσμένης μιᾶς ἡμιπεριφορᾶς, ὅσαι, τῷ ἡμίσει τῷ χρόνῳ, ὅπῃ χρειάζεται ὁ πλανήτης διὰ τὴν φθάσιν εἰς τὴν ἀψίδα τε· ἀρκεῖ ἄρα νὰ ἐκλέξωμεν ἀπὸ ἀριθμὸν τῶν παρατηρήσεων ἑνὸς πλανήτου, τὰς δύο, ὅπῃ ἐκπληρῶν ἐν ταύτῳ ταύτην τὴν διπλὴν ὑπόθεσιν. Τὸν τρόπον τῆς διορισμῶ τῆς τόπου τῆς ἀφελιότητος ἑνὸς πλανήτου τὸν ἐμεταχειρίσθη πρώτη φορά ὁ Κεπλέρος. (468)

§. 508. Ἡμποροῦμεν πρὸς τέτοις νὰ εὐρωμεν τὴν ἀφελιότητα, ἂν λάβωμεν δύο παρατηρήσεις, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἢ μία ἔγινε πρὸς τὰς ἀψίδας, ἢ ἡ ἄλλη πρὸς τὰ μέσα ἀποσήματα, ἂν μόνον ὑποθέσωμεν τὴν ἐξίσωσιν τῆς κέντρου ἀκριβῶς ἐγνωσμένην· διότι, ἂν ὑποθέσωμεν τὸν τόπον τῆς ἀφελιότητος, ἢ μεταβάλλομεν τὰς δύο ἀληθινὰς ἀνωμαλίας, ὅπῃ προκύπτει ἐκ τούτου, εἰς μέσας ἀνωμαλίας, δὲν θέλει προκύψει ἡ διαφορὰ, ὅπῃ νὰ εἶναι ἴση μὲ τὴν μέσιν κίνησιν, τὴν ἄλλοθεν ἤδη ἐγνωσμένην, ἂν ἡ ἀφελιότης δὲν ὑπετέθη καλὰ.

§. 509. Ἡ τρίτη μέθοδος τῆς νὰ εὐρωμεν τὸν τόπον τῆς ἀφελιότητος ἑνὸς πλανήτου ἔχει χώραν διὰ τὸν Ἑρμῆν, ἢ διὰ τὴν Ἀφροδίτην, τὴν ὁποίαν ἐξέδωκα ἐγὼ, ἢ ὅπῃ μὲ ἔκαμε νὰ εὐρω ἀκριβῶς τὸν τόπον τῆς ἀφελιότητος τῆς Ἑρμῆ. Ἐγὼ ὑποθέτω ὅτι ἐπαρατήρησαν τὴν μεγίστην τε παρέκβασιν, ὅταν εἶναι ἐν τῷ μέσῳ ἀποσήματι ἀπὸ τὸν ἥλιον ἐπιβατική, καὶ ὅτι τὸ ἀπόσημα, ἢ ἡ ἀκτίς μεταβάλλεται λίαν ταχέως· ἂν γνωρίζωμεν ἤδη τὸ μέσον ἀπόσημα ἢ τὴν ἐκκεντρότητα, θέλομεν λογαριάσει εὐκόλα, εἰς ποῖον

μέρος πρέπει να δέσωμεν τὴν ἀφηλιότητα διὰ να εἶναι ἡ ἀκτίς, ἐπάνω εἰς τὴν ὁποίαν εὐρίσκεται ὁ πλανήτης, ἀκριβῶς τόσον μακρὰν, ὅσον ἀρμόζει εἰς τὴν παρατηρηθεῖσαν παρέκβασι.

„Ἐσω Ε (σχ. 59.) ὁ τόπος τῆ Ἑρμῆ εἰς τὸ μέσον τε ἀπέσιμα, βλεπόμενος ἀπὸ τὴν γῆν Γ ἐπάνω εἰς τὴν ἀκτίνα ΓΕ, ὅπῃ ἄπτεται τῆς τροχιάς ἢ μεγέθη παρέκβασι, ἢ ἀπόστασι εἶναι τότε ἡ γωνία ΗΓΕ, καὶ τὸ ἀπὸ τὴν ἀφηλιότητα ἀπέσιμα ΑΗΕ. Ἄν εἰς τῆς πίνακας, ὅπῃ μεταχειριζόμεθα, ὁ τόπος τῆς ἀφηλιότητος δέν ἦτον ὀρθῶς ἀποδεδομένος, ὥστε ἡ ἀφηλιότης να εἶναι εἰς τὸ Κ· διὰ τῆς προόδου τῆ σημεία Α εἰς τὸ Κ, ἡ γραμμὴ ΗΟ ἤθελεν ἔλθῃ εἰς τὴν ΗΔ, καὶ ἡ παρέκβασι τῆ Ἑρμῆ ἤθελεν εἶναι ἴση μετὰ τὴν γωνίαν ΗΓΛ, μικροτέρα ἀκολούθως ἀπὸ τὴν ἀπόστασι ΗΓΕ. Ἄν λοιπὸν εὐρεθῇ διὰ τῆ λογαριασμῆ τῶν πινάκων, μία παρέκβασις παρὰ πολλὰ μεγάλη, ἀπομάκρυνον μόνον τὴν ἀφηλιότητα ἀπὸ τὸν τόπον τῆς παρατηρήσεως, ἀφίνοντας πάντοτε τὸν Ἑρμῆν εἰς τὸ αὐτὸ μῆκος, ἢ ἐπάνω εἰς τὴν αὐτὴν γραμμὴν ΗΕ (ἢ, ἂν θέλῃς, φυλάττωντας τὸ αὐτὸ μέσον μῆκος), ἀλλ' εἰς τὸ Δ, ὥστε ἡ παρέκβασις ΗΓΛ να γένηται μικροτέρα.

Εἰς τὰς 13 μαῖα 1764, εἰς τὰς 8^ω 7' 50'', μέσθ χρόνῃ, ἐπαρατήρησα τὸ μῆκος τῆ Ἑρμῆ 22° 51' 12" ἀπὸ τὸν ἥλιον· ἡ ὀπτικήμας ἀκτίς ἤπτετο τῆς τροχιάς τε εἰς τὸ μέσον ἀπέσιμα πρὸς 9^ω 8^ω ἀνωμαλίας· τῆτο τὸ μῆκος τὸ ἐλογαρίαστα διὰ τῶν πινάκων τῆ Ἀλλεϋ, καὶ τὸ εὐρῆκα παρὰ πολὺ μεγαλύτερον 1' 14".

ἀφ' ἧ ἀύξησα ὁμοίως εἰς αὐτὰς τὰς πίνακας τὸ μῆκος τῆς ἀφελιότητος $14' \frac{1}{2}$, χωρὶς νὰ ἀλλάξω τὸ ἡλιοκεντρικὸν μῆκος τῆ Ἑρμῆ, ἢ ἀνωμαλία ἐγένετο μικροτέρα, καθὼς ἔξ ἡ εποχὸς ἀκτίς· ἔξ ἡ παρεμβασίς τῆ Ἑρμῆ ἐγένετο μικροτέρα, ἔξ τὸ μῆκος τῆ Ἑρμῆ συνερῶνει μὲ τὴν παρατήρησιν. (Τπομ. τῆς Ἀκαδ. 1766.) Ἐντεῦθεν ἀκολοθεῖ, ὅτι τὸ μῆκος τῆς ἀφελιότητος ἦτον παρὰ πολλὰ μικρὸν εἰς τὰς πίνακας τῆ Ἀλλεῦ· διὰ τῆτο τὸ αὔξησα $10'$ εἰς τὰς ἐδικὰς μὲ πίνακας, ἔξ τὸ ὑπέδεισα $82^{\circ} 13' 47''$ εἰς τὰ 1764.

§. 510. Τέλος πάντων εὐρήκα τὸν τόπον τῆς ἀφελιότητος τῆ Ἑρμῆ μὲ μίαν ἄλλην μέθοδον, τὴν ἑποῖαν δὲν τὴν εἶχεν ἀκόμι σοχαδῆ τινὰς, ἔξ διὰ τῆς ὁποίας ἔτυχον τῆ σκοπῆ μὲ. Ἀφ' ἧ ἐδιόρισα τὴν ἐκεντρούτητα μὲ παρεμβάσεις ἀφῆλιον, καὶ περιήλιον (505), ἐξήτησα ποῖος ἦτον ὁ τόπος τῆς ἀφελιότητος, ὅπῃ περιεῖχε τὸν ἀποχρῶντα λόγον τῶν διαβάσεων τῆ Ἑρμῆ ἐπάνω εἰς τὸν Ἥλιον παρατηρηθεῖσων εἰς τὰ δύο ἀντικείμενα σημεῖα τῆς τροχιάς τε, καὶ ποῖαι εἴηαι αἱ ἀκριβέστεραι παρατηρήσεις· τῆτο μὲ ἔκαμε νὰ εὐρω ἀκριβῶς, τὸσον τὸν τόπον τῆς ἀφελιότητος, ὅσον ἔξ τὴν κίνησίν τε ἀπὸ τὰ 1661. (Τπομ. τῆς Ἀκαδ. 1786.)

Ἡ μέθοδος τῆ τῶς ἤμπορῶν νὰ διορθωθῶν ἐν ταῦτῳ τὰ τρία σοιχεῖα μιᾶς τροχιάς.

§. 511. Ἀφ' ἧ εἶδομεν ξεχωριστὰ τὰς μεθόδους, ὅπῃ ἤμπορῶμεν νὰ μεταχειρισθῶμεν, διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν ἐξίτωσιν, ἔξ τὰς ἀψίδας ἐνὸς πλανῆτε (498, 507).

I. B.

Z

ἤδη μέλλομεν νὰ συνάψωμεν τὸν ἑσιῶδες τῶν τῶν μεθόδων, ἢ νὰ συνάξωμεν ἐκ τῆς τῶν τρόπου τῆ νὰ εὐρίσκωμεν μὲ τρεῖς παρατηρήσεις τὰ τρία στοιχεῖα μιᾶς τροχιάς, δηλαδή, τὴν ἐκκεντρότητα, τὸν τόπον τῆς ἀφελιότητος, καὶ τὴν ἐποχὴν τῆ μέσα τόπου, τὴν προκύπτουσαν ἐκ τῆς ἀναγκαίως. Ἐγὼ ὑποδέτω τὰς τρεῖς παρατηρήσεις ἀναχθεῖσαι εἰς τὸν ἥλιον, ἢ λογαριαθεῖσαι ἐπάνω εἰς τὴν ἰδίαν τροχίαν τῆ πλανήτου· ὑποδέτω ἀκόμη ὅτι ἢ τὰ στοιχεῖα εἶναι σχεδὸν ἔγνωσμένα.

Διὰ νὰ κάμωμεν πολλὰ καταληπτὴν ταύτην τὴν μέθοδον, πρέπει νὰ ἀνακαλέσωμεν ἀκόμη μία φορά τὰ τρία πράγματα, τὰ ὅποια πρέπει νὰ εἶναι γνωστὰ ἐκ ὅλης ἐκείνης ὅπῃ ἐνεχολῶνται εἰς τὸν ἀστρονομικὸν λογαριασμὸν (496). Θέλομεν σημειώσαι ἀκόμη ὅτι ἢ μέση κίνησις ἐνὸς πλανήτου, εἰς τὸ διάστημα μιᾶς, ἢ δύο περιφορῶν, γνωρίζεται ἀκριβῶς, ὡς νὰ ἡμπερῶμεν πάντοτε νὰ τὴν ὑποδέτωμεν ἀκριβῶς· διότι τὰ μέσα ἀποσήματα διορίζονται διὰ τῆς συγκρίσεως τῶν ἀρχαιοτέρων παρατηρήσεων· ὡς εἰς τὸ διάστημα τινῶν ἐνιαυτῶν ἢ ἀπάτη θέλει εἶναι ἀνεπαίσθητος· ὅθεν ἵπεται, ὅτι ἂν ἢ ἀπάτη τῆς ἐποχῆς, ἢ τῆ μέσα μήκει ἐνὸς πλανήτου εἶναι ἔγνωσμένη εἰς ἕνα ἀπὸ τὰ σημεῖα τῆς τροχιάς τε, εἶναι ἐξ ἴσου ἔγνωσμένη ἢ αὐτῆ· ἢ, κάλλιον, εἶναι ἢ ἰδία εἰς ὅλα τὰ ἄλλα θῆμεῖα· συνάπτεται δὲ μόνον μὲ τὰς ἀπάτας, ὅπῃ προσέρχονται ἀπὸ τὰ ἄλλα στοιχεῖα, χωρὶς αὐτῆ ἢ ἀπάτη τῆς ἐποχῆς, θεωρουμένη καθ' ἑαυτήν, νὰ εἶναι διαφορετικὴ.

Ἐάν εἶχομεν δύο παρατηρήσεις γενομένας ἀκριβῶς

εἰς τὰ μέσα ἀποσήματα, ὁ ἔστιν, εἰς τρία ζώδια μέσης ἀνωμαλίας ἢ εἰς ἐννέα ζώδια, ἢ θελεν εἶναι εὐκόλον νὰ διορθώσωμεν δι' αὐτῶν τῶν δύο παρατηρήσεων ἢ τὴν ἐποχὴν τῶν μέσων κινήσεων, ἢ τὴν ἐξίσωσιν τῆς τροχιάς· διότι, ἂν ἡ ἐξίσωσις εἶναι καλὴ, ὁ ἔστιν, ἂν ἐκείνη, ὅπῃ ἐμεταχειρίσθησαν εἰς τὸν λογαριασμόν τῶν πινάκων εἶναι ἀκριβής, θέλει εἶναι μεταξύ τῶ λαγαριασμῶν, ἢ τῆς παρατηρήσεως ἢ διαφορὰ ἢ τῆς ἐποχῆς τῶν μέσων κινήσεων· ἐπειδὴ ὁ τόπος τῆς ἀφῆλιότητος δὲν ἔχει τελείως ἐπιρροὴν εἰς τὸν λογαριασμόν τῶν μηκῶν, τῶν πρὸς τὰ μέσα ἀποσήματα ληφθέντων· ἂν δὲν εἶναι ἄλλη ἀπάτη ἀπὸ τῆς ἐποχῆς, θέλει εἶναι ἴση εἰς τὰς δύο παρατηρήσεις, ἐπειδὴ ἡμεῖς ὑποθέτομεν τὴν μέσην κίνησιν ἀκριβῶς ἐγνωσμένην. Λοιπὸν, ἂν ἡ ἀπάτη τῶν πινάκων εὐρεθῆ ἴση μὲ 3ξ ἢ μὲ 9ξ ἀνωμαλίας, θέλει εἶναι τῆτο δείξει, ὅτι ἡ ἐξίσωσις εἶναι ἀκριβής· ἢ ἀπάτη ὁμοίως τῶν δύο λογαριασμῶν προέρχεται μόνον καὶ μόνον ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῶ μήκους, ἢ ὁποῖα δὲν ἀπεδόθη ὀρθῶς.

ξ. βία. Ἄν ἢ ἡ ἐξίσωσις τῆς τροχιάς εἶναι ἑλλειπῆς, ἢ ἀπάτη θέλει εἶναι μείζων, ἢ ἐλάσσων· ἐπειδὴ εἰς 3ξ ἀνωμαλίας, ἡ ἐξίσωσις τῶ κέντρα ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὸ μέσον μήκος, διὰ νὰ εὐρεθῆ ἢ ἀληθινή, εἰς 9ξ, ὁμοίως προσίδεται· ὅθεν εἰς τὴν μίαν ἀπὸ τὰς δύο παρατηρήσεις ἢ ἀπάτη τῆς ἐξίσωσεως τῶ κέντρα θέλει αὐξήσει τὴν τῆς ἐποχῆς, εἰς δὲ τὴν ἄλλην παρατήρησιν θέλει τὴν ὀλιγαεῦσει· διὰ τὰτα ὅλη ἢ ἀπάτη θέλει εἶναι μεγαλητέρα εἰς μίαν παρατήρησιν

παρὰ εἰς ἄλλην, ἢ τόσον, ὅσον ἀποτελεῖ ἡ διπλῆ ἀπάτη, ὅπῃ ἦτον εἰς τὴν ἐξίσωσιν τῆς κέντρος.

Ἐὰν π. χ., ἡ ἀπάτη τῆς ἐποχῆς εἴηαι — 5', ὅ εἰςιν, εὐρίσκονται εἰς τὴν ἐποχὴν τῶν πινάκων 5' ὑπὲρ τὸ δεῖον, ἢ ἡ ἀπάτη τῆς μεγίστης ἐξισώσεως εἴηαι — 2', τότε αὐταὶ αἱ δύο ἀπάται θέλουν σωρευθῆναι εἰς 9ξ ἀνωμαλίας, ἐπειδὴ προστίθεται ἡ ἐξίσωσις ὡς θέλουν προστίσει 2' ὑπὲρ ὃ δεῖ, διὰ τὴν ἐξίσωσιν, ὅπῃ εἶναι παρὰ πολλὰ μεγάλη, καὶ 5' ὑπὲρ ὃ δεῖ, διὰ τὴν ἐποχὴν τὴν προχωρήσαντα πολλὰ μακρὰν, τὸ λογαριασθὲν ἄρα μῆκος θέλει ἔχει 7' ὑπὲρ ὃ δεῖ· ἐκ τῆς ἐναντίας, πρὸς τὰ 3ξ ἀνωμαλίας, θέλει εἶναι μόνον 3' παρὰ πάνω, ὅ εἰςιν, ἡ ἀπάτη τῶν πινάκων θέλει εἶναι μόνον 3', ἐπειδὴ ἡ ἐξίσωσις, ἡ ὅποιά εἶναι ὑπὲρ ὃ δεῖ μεγάλη 2', ἀφαιρεῖται, ἢ τότε ἐφείλομεν 2' παρὰ πάνω· ἢ ἐπειδὴ ἡ ἐποχὴ ἔχει 5' περισσότερο, παρὰ ὅπῃ πρέπει νὰ ἔχη, μένει ἡ ἀπάτη μόνον 3'. Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τούτων τῶν δύο ἀπατῶν τῶν πινάκων 7' ἢ 3' εἶναι ἄρα 4', ἢ αὕτη ἡ διαφορὰ, μεριοθεῖσα εἰς δύο μέρη, δώσει 2' ἀπάτην τῆς ἐξισώσεως· διὰ τούτου θέλομεν γνωρίσει τὴν ἀπάτη τῆς ἐξισώσεως, ἢ τὴν τῆς ἐποχῆς· εὐκόλως θέλομεν εὐρεῖ τὴν τῆς ἀφηλιότητος, ἂν λογαριάσωμεν μίαν παρατήρησιν γείτονα τῆς ἀφηλιότητος, ἢ διορθώσωμεν τὸν λογαριασμόν, ὡς νὰ μὴ μένη πλέον ἄλλη διαφορὰ, εἰμὴ ἐκείνη ὅπῃ προέρχεται ἀπὸ τὴν ἀπάτην, ὅπῃ ἔγινεν εἰς τὴν θέσιν τῆς ἀφηλιότητος.

Καὶ ἂν αἱ ἐκλογθεῖσαι πρὸς παρατηρήσεις δὲν ἤθελαν πίπτει ἀκριβῶς εἰς τὰ σημεῖα, ὅπῃ ἐδείξαμεν,

δίλει εἶναι εὐκόλον, διὰ μέση μεταβολῶν τινῶν, γε-
νεμένων εἰς κάθε ἓνα ἀπὸ τὰ τρία στοιχεῖα, νὰ εὐρω-
μεν τὰ ἀναγκαῖα μεγέθη, τὰ ἀρκούντα εἰς τὰς τρεῖς
παρατηρήσεις. Ἐγὼ εἶδεσα λεπτομερῶς αὐτὰς τὰς
τρόπας εἰς τὴν **Αερονομίαν** μκ.

§. 513. Μὲ τῆτο τὸ μέσον εὐρίσκομεν ἐνταυτῷ
τὴν ἕξισωσιν, τὴν ἀφελιότητα, ἢ τὸ μέτρον μῆκος
τῶ πλανήτου, εἰς κάθε μίαν τῶν ἡμερῶν τῶν παρατη-
ρήσεων, καὶ συμπεραίνομεν εὐκόλα ἐκ τούτου αὐτὸ τὸ
μῆκος διὰ τῆς ἄλλης ἐνιαυτός. Ὁ ἕξης πίναξ περιέ-
χει τὰ μῆκη διὰ τὴν εἰκοσὴν Δεκεμβρίαν 1799; εἰς τὸ
μέσον μεσημέρι τῆ Παρίσις οἱ ἀερόνομικοὶ πίνακες, οἱ
ἐκδοθέντες εἰς τὴν Ἄερονομίαν μκ, περιέχουν τὰ
μῆκη ὅλων τῶν ἐνιαυτῶν, ὅλων τῶν ἡμερῶν, μὲ τὰς
ἕξισώσεις, ὅπερ συστοιχῶν εἰς κάθε μοίραν ἀνωμάλιας
μὲ τὸ μέσον τας εὐρίσκομεν εὐκόλα τὸν τόπον ἐνὸς
πλανήτου εἰς ἓνα ὁποιοῦν χρόνον· εὐρίσκονται παρό-
μοιοι πίνακες, ὅπερ ἔγιναν ἀπὸ τὸν Πτολεμαῖον, τὸν
Κοπέρνικον, τὸν Κεπλέρον, τὸν Ἀλλεῦ, τὸν Κασ-
σίνιον, ἢ ἀπὸ ἐμέ· οἱ νέοι ὅμως εἶναι πολὺ ἀκριβέστε-
ροι· εἶναι δὲ οἱ τῆ Μαύερ, τῆ Δελαμβρέρτ, ἢ ἐμῶ.

§. 514. Αἱ ἀψίδες ἐνὸς πλανήτου δὲν εἶναι πάντο-
τε εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆ ἕρανῶ, ἢ αἱ παρατηρήσεις
τῆ Ἄρεος τὸ δείχνουν μάλιστα μὲ ἓνα ἀναντιρρήτον τρό-
πον. Αἱ παλαιαὶ ἢ νέα παρατηρήσεις, ἢ ἡ θεωρία
τῆς ἕλξεως, ἔδωκαν τὴν αἰωνικὴν πρόοδον τῶν ἀψί-
δων, καθὼς εἰς τόνδε τὸν πίνακα, κάθε ἀφελιότης ἤ-
ξελεν ἦναι $1^{\circ} 23' 30''$, ἂν αἱ ἀψίδες ἦσαν τῷ ὄντι
πάγια, ἢ ἂν δὲν εἶχον ἄλλην μεταβολὴν μήκεος ἀπὸ

| | Μήνας τῆς ἀφελιότητος εἰς τὰ 1800 | Διημερινὴ κίνησις τῆς ἀφελιότητος | Μέση μῆκος εἰς τὰ 1800 | Ἡμερησίαι κινήσεις |
|----------|-----------------------------------|-----------------------------------|------------------------|--------------------|
| Ἑρμῆς | 8 14 20 51 | 1 33 45 | 3 18 10 38 | 4 5 32.57 |
| Αφροδίτη | 10 8 56 12 | 1 21 0 | 4 25 9 1 | 1 36 7.81 |
| Ἡὺς | 9 9 29 3 | 1 43 35 | 3 9 54 0 | 0 59 8.33 |
| Ἰουπ | 5 2 24 14 | 1 51 40 | 7 22 34 9 | 0 31 26.66 |
| Πλάτης | 10 26 40 27 | 3 28 20 | 11 29 5 59 | 0 12 51.50 |
| Ζεύς | 6 11 8 25 | 1 34 33 | 2 21 48 46 | 0 4 59.26 |
| Κόρης | 8 29 4 10 | 1 50 7 | 4 3 5 10 | 0 2 0.59 |
| Ἑσθέρ | 11 17 20 49 | 1 28 0 | 5 23 29 12 | 0 0 42.31 |

ἐκείνην ὅτε προέρχεται ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τῶν ἰσημερινῶν σημεῖων, ἢ ἡ ὅποια εἶναι μόνον φαινομένη.

§. 515. Ἡ περιφορὰ ἐνὸς πλανήτη ὡς πρὸς τὴν ἀψίδα τε, ὁ χρόνος, ὅτε χρειάζεται εἰς τὸ νὰ ἔλθῃ πάλιν ἐκεῖ, ἢ τὸ χρονικὸν διάστημα μιᾶς διαβάσεως διὰ τῆς ἀφελιότητος εἰς εἰς τὴν ἀκόλουθον διάβασιν, ὀνομάζεται ἀνωμαλικὴ περιφορὰ, ἐπειδὴ ἡ ἀνωμαλία ἀρχίζει πάλιν εἰς κάθε διάβασιν διὰ τῆς ἀψίδος· αὕτη ἡ ἀνωμαλικὴ περιφορὰ εἶναι ὀλίγοι μακροτέρα ἀπὸ τὴν ὡς πρὸς τὰς ἰσημερίας ἀναφορὰν, ἐπειδὴ ἡ κίνησις τῶν ἀψίδων γίνεται κατὰ τὴν τάξιν τῶν ζωδίων.

Ἐάν ὁ τόπος τῆς ἀψίδος τῆς γῆς ἦτον ἀκριβῶς σάγιος εἰς τὸν ἔρανον, ἡ ἀνωμαλικὴ περιφορὰ ἦθελεν εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀστρικήν περιφορὰν, τῆς ὅποιας εἶδομεν τὸν διορισμὸν (312)· ἀλλ' ἐπειδὴ ἡ ἀπογυϊότης τῆς τῆς ἡλίου ἔχει μίαν μικρὰν κίνησιν κατὰ τὴν τάξιν τῶν ζωδίων, πρέπει καὶ συγκρίνωμεν δύο διαβάσεις τῆς γῆς διὰ τῆς ἀφελιότητος, ἢ ὄχι δύο ἐπι-

εροφὰς εἰς τὸν αὐτὸν ἄερα, μήτε δύο διαβάσεις διὰ τῆς ἰσημερίας (454)· μὲ τῦτον τὸν τρόπον θέλωμεν εὐρεῖ τὴν ἀνωμαλικὴν περιφορὰν τῆ ἡλίου 365η 6η 13' 58" μεγαλητέραν κατὰ 4' 46" ἀπὸ τὴν ἀσερικὴν περιφορὰν, ἂν ὑποθέσωμεν τὴν κίνησιν τῆς ἀπογυιότητος 62" κατ' ἐνιαυτὸν, ἢ 11" ὡς πρὸς τὰς Ἀσέρας.

Περὶ τῶν Δεσμῶν τῶν Πλανητῶν.

§. 516. Ὄταν ἓνας πλανήτης δὲν ἔχη κανένα πλάτος, βλεπόμενος ἀπὸ τὴν γῆν, ὁμοίως ἔ ἀπὸ τὸν ἥλιον βλεπόμενος δὲν ἔχει, ἔ τότε εἶναι εἰς τὸν δεσμὸν τε, ἐπειδὴ εἶναι εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ἐκλειπτικῆς· ἀρκεῖ λοιπὸν νὰ παρατηρήσωμεν τὸ γεωκεντρικὸν μῆκος τῆ πλανήτε, ὅταν δὲν ἔχη τελείως πλάτος· ἐκ τῦτου θέλωμεν συμπεράνει τὸ μῆκος τε βλεπόμενον ἀπὸ τὸν ἥλιον (442), ἔ τῦτο θέλει εἶναι ὁ τόπος τῆ δεσμῆ.

Ἐμπορῆμεν ὁμοίως νὰ μεταχειρισθῶμεν εἰς ἔρευναν τοῦ τόπου τῆ δεσμῆ παρατηρήσεις, ὅπῃ ἔγειναν εἰς ἴσα ἀποσῆματα ἀπὸ τῆς δεσμῆς, ὅταν τὸ ἡλιοκεντρικὸν πλάτος ἐνὸς πλανήτε ἦτον τῆ αὐτῆ μεγέθους, διότι τότε τὸ μέσον μεταξὺ τῶν ἡλιοκεντρικῶν μηκῶν τῶν εὐρεθέντων θέλει εἶναι ὁ τόπος τῆ Δεσμῆ, ἂν τὸν ὑποθέσωμεν ὡς πάγιον εἰς τὸ χρονικὸν διάστημα τῶν δύο παρατηρήσεων.

§. 517. Ὁ δεσμὸς τῆ Ἑρμῆ, ἔ ὁ τῆς Ἀφροδίτης διορίζονται ἀπὸ τὰς διαβάσεις των διὰ τῆ Ἠλίου, αἱ δ-

ποῖαι συμβαίνουν ἀναγκαίως πολλά κοντὰ εἰς τὴν δεσμὴν (736.)

§. 518. Παρατηρῦντες τὴν Δεσμὴν τῶν πλανητῶν μὲ προσοχὴν, ἐγνώρισαν ὅτι ἔχουν ὅλοι μίαν ὀριζωντικὴν κίνησιν, ἀνεπαύθητον εἰς τὸ διάστημα μερικῶν ἐνιαυτῶν, ἢ ὅποια ὁμοίως εἰς τὸ διάστημα ἐνός αἰῶνος δὲν ἠμπόρουν νὰ μείνῃ κρυμμένη εἰς τὴν ἀστρονόμῳ αὐτῇ ἢ κίνησις εἶναι ἐν ἀναγκαῖον ἐπόμενον τῆς ἕλξεως τῶν ἄλλων πλανητῶν, καθὼς τὰ εἰδείξει πολλὰ λεπτομερῶς. (Τρομν. τῆς Ἀκαδ. 1761.) τὴν Λόγῳ τῆς Δείξω τῆς ἀναφέρει, ὅταν ὁμιλήσω διὰ τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἕλξεως (1062). Ἴδὲ παρατίθημι τὸ μέγεθος τῆς κινήσεως ταύτης κατὰ τὰς νέας πίνακας τῆ Δελαβέρτ, καὶ τὴν ἐδικῆς μου μὲ τὴν Δείξω τῆ δεσμῆ τῆ 1800.

| | Δείξω τῆ 1800 | Ἀστρο- νόμῳ. |
|----------|------------------|-----------------|
| Ἑρμῆς. | 1 15 56 48 | 1 12 10 |
| Ἀφροδ. | 2 14 52 8 | 0 51 40 |
| Ἄρης. | 1 18 1 58 | 0 46 40 |
| Πιάττης. | 2 21 5 35 | 1 23 30 |
| Ζεὺς. | 3 8 24 7 | 0 59 30 |
| Κροῖος. | 3 21 56 40 | 0 52 35 |
| Ἑρως. | 2 12 50 58 | 0 26 10 |

§. 519. Ἡ κίνησις τῆ δεσμῆ ἐνός πλανῆτη εἶναι τὸ ἐπόμενον τῆς ἑλκτικῆς δυνάμεως ὅλων τῶν ἄλλων πλανητῶν· ἐπειδὴ δὲν εἶναι κἀνέναντι, ὅπῃ νὰ μὴν ἐπιρρέῃ μᾶλλον, ἢ ἥττον εἰς τὸν δεσμὸν ὅλων τῶν ἄλλων πλανητῶν. Ἐπειδὴ ὁμοίως αὐτῇ ἢ κίνησις εἶναι ὁμοειδῆς εἰς τὴν τροχίαν τῆ ταύτην παράγοντος πλανῆτη, καὶ εἰς τὴν πίνακάς μας, πρέπει νὰ παραβληθῇ εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ἑλκτικῆς, εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἀναχθῶν εἰς αὐτὸ ὅλαι αὐταὶ αἱ κινήσεις, ὅπῃ γίνονται εἰς διαφορετικὰς τροχιάς, διὰ νὰ συντεθῇ μία

μόνη κίνησις εἰς τὴν ἐκλειπτικὴν· αὐτὴ ἢ ἀναγωγὴ
 κάμνει ἐπίστα ἐμπροσθοβατικόν τὸν δεσμὸν ἐνὸς πλα-
 νήτε, ὅστις ἤθελεν εἶναι φυσικᾶ ὀπισθοβατικὸς εἰς τὴν
 τροχίαν τῆ πλανήτε ὅπῃ εἶναι ἡ αἰτία τότε, γίνεται
 ὁμοῦ ἐμπροσθοβατικὸς, ὅταν ἀναχθῆ εἰς τὴν ἐκλειπτι-
 κήν. Ἐγὼ θέλω ἐξηγήσαι ἐδῶ τὰς λόγους τούτων τῶν
 μεταβολῶν, διὰ τῶν ὁποίων ἠμπόρεσα νὰ εὕρω εἰς τὰς
 τροχιάς τῶν δορυφόρων τῆ Διὸς τὴν αἰτίαν τῶν φαινο-
 μένων, ὅπῃ εἴωσι τῶρα εἶχαν φανῆ ἀνεξήγητα (858).

§. 520. Ἐσω ΚΘ (9. 60) ἢ ἐκλειπτικὴ ΚΑ ἢ
 τροχιά τῆ Διὸς· ΘΑ ἢ τροχιά τῆ Κρόνου· ὁ δεσμὸς τῆ
 Διὸς εἰς τὸ Κ, ἢ ὁ τῆ Κρόνου εἰς τὸ Θ· ἡ διαφορὰ ΚΘ
 εἶναι $13^{\circ} 33'$. Ἡ ἔγκλισις Κ τῆς τροχιάς τῆ Διὸς
 εἶναι $1^{\circ} 19'$, ἢ ἡ ἔγκλισις Θ τῆς τροχιάς τῆ Κρό-
 νου εἶναι $2^{\circ} 30'$. Λύοντες τὸ τρίγωνον ΑΘΚ, εὕρισ-
 κομεν ΑΚ ἢ τὴν γωνίαν Α, ἢ τὴν ἔγκλισιν τῆς τρο-
 χιάς τῆ Διὸς εἰς τὴν τῆ Κρόνου. Διὰ τῆ φυσικῆ ἀπο-
 τελέσματος τῆς ἔλξεως τῆ Κρόνου εἰς τὸν Δία, τὸ ση-
 μεῖον τῆς τομῆς Α τῆς τροχιάς τῆ Διὸς μετὰ τὴν τοῦ
 Κρόνου πρέπει νὰ ὀπισθοβαθῆ εἰς τὸ ἐναντίον μέρος
 τῆς κινήσεως τῆ Διὸς, καθὼς θέλομεν τὸ ἰδεῖ εἰς τὴν
 θεωρίαν τῆς ἔλξεως· ἡ γωνία ὁμοῦ Α τῶν δύο τρο-
 χιῶν δὲν μεταβάλλεται ποσῶς ἀπὸ τὴν κίνησιν τοῦ
 δεσμῆ· ὁ δεσμὸς λοιπὸν θέλει κινηθῆ ἀπὸ τὸ Α εἰς
 τὸ α, ἢ ἡ τροχιά τῆ Διὸς ΑΚ θέλει διαβῆ εἰς τὴν
 θέσιν α κ, χωρὶς νὰ δοκιμάσῃ κάμμιαν μεταβολὴν ἢ
 γωνία Α· οἱ κύκλοι ΑΚ ἢ α κ θέλουν μείνει παράλ-
 ληλοι εἰς τὰ μέρη αὐτῶν τὰ πλησίον κείμενα Αα,
 ἢ ἡ τομὴ των Δ θέλει ἀπέχει ἀπὸ τὸ σημεῖον Α

90°· διότι οἱ μεγάλοι κύκλοι γίνονται παράλληλοι εἰς τὰς 90° τῆς τομῆς των, τῆ λαχίσον εἰς ἓνα μικρὸν διάστημα. Λοιπὸν τὸ τρίγωνον ΑΘΚ θέλει μεταβληθῆ εἰς ἓνα τρίγωνον αθκ, ἐπειδὴ αἱ γωνίαι Α θ Θ μένου ἀμετάβλητοι, καὶ ὁ δεσμὸς Κ τῆς τροχίαι τῆ Διὸς ἐπάνω εἰς τὴν ἐκλειπτικὴν θέλει πηγαίνει εἰς τὸ κ· θέλει ἔχει ἀρα μίαν ἐμπροσθοβατικὴν κίνησιν Κκ, με ὅλον ὅπῃ ἡ κίνησις Αα ἦτον ὀπισθοβατικὴ· καὶ λύοντες τὸ τρίγωνον αθκ, θέλομεν εὑρεῖ τὴν κίνησιν Κκ διὰ μέση τῆς κινήσεως Αα.

§. 521. Λοιπὸν με ὅλον ὅπῃ ἡ ἐνέργεια τῶν πλανητῶν τῆ ἑνὸς εἰς τὸν ἄλλον, γίνεται παρακτικὴ εἰς τὰς δεσμὸς μιᾶς ὀπισθοβατικῆς κινήσεως εἰς τὴν τροχίαν τῆ ἐνεργῆντος πλανήτε· ἢ τῆ πλανήτε τοῦ προξενῆντος ταύτην τὴν κίνησιν διὰ τῆς ἐλακτικῆς ταδυναμείως, με ὅλον τῆτο ἡ κίνησις τῶν δεσμῶν ἐπάνω εἰς τὴν ἐκλειπτικὴν γίνεται ἐνίοτε ἐμπροσθοβατικὴ, ἢ κατὰ τὴν τάξιν τῶν ζωδίων, καθὼς γίνεται εἰς τὸν δεσμὸν τῆ Διὸς διὰ τῆς ἐνεργείας τῆ Κρόνου. Ἡ κίνησις ἐν γένει τῆ δεσμῶ τῆ πάχοντος πλανήτε εἶναι ἐμπροσθοβατικὴ εἰς τὴν ἐκλειπτικὴν, ὅταν ὁ ἐνεργῶν πλανήτης ἔχη τὴν ἐγκλιτικὴν τε γωνίαν Θ μεγαλητέραν ἀπὸ τὴν γωνίαν Κ τῆ πάχοντος πλανήτε. Κατὰ δεῦτερον τρόπον δὲ, ὡς ἐν τῷ σχήμ. 61, ἡ κίνησις τῆ δεσμῶ Α, ἐπειδὴ γίνεται πάντοτε εἰς τὰ δεξιά, ἢ πρὸς τὴν δύσιν, ἡ κίνησις Κκ, ὅπῃ προκύπτει ἐκ τῆτε, εἰς τὴν ἐκλειπτικὴν ΚΘ, εἶναι ὀπισθοβατικὴ, καθὼς καὶ ἡ κίνησις Αα, διότι ἡ ἔγκλισις Θ τῆ ἐνεργῆντος πλανήτε εἶναι ἡ ἐλαχίστη.

Περὶ τῶν Ἐγκλίσεων.

522. Ἡ ἔγκλισις ἐνὸς πλανήτου εἶναι ἡ γωνία ὅπου κάμνει τὸ ἐπίπεδον τῆς τροχιάς τε μὲ τὸ ἐπίπεδον τῆς ἐκλειπτικῆς (427)· τὸ ἡλιοκεντρικὸν πλάτος (437) αὐτῷ τῷ πλανήτῃ, ὅταν εἶναι 90° λοφθεῖν ἀπὸ τῆς δεσμύτης, εἶναι ἴσον μὲ αὐτὴν τὴν ἔγκλιν· ἐπεὶ δὲ ὁ πλανήτης τότε ἀπέχει τόσον, ὅσον ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον τῆς ἐκλειπτικῆς. Λοιπὸν διὰ νὰ εὐρώμεν τὴν ἔγκλιν μιᾶς τροχιάς, ἀρκεῖ νὰ παρατηρήσωμεν τὰ πλάτος τῷ πλανήτῃ, ὅταν ἀπέχη 90° ἀπὸ τῆς δεσμύς, καὶ νὰ ἀνάξωμεν αὐτὸ τὸ πλάτος τὸ παρατηρηθεῖν, ἢ τὸ γεωκεντρικὸν εἰς τὸ πλάτος τὸ ἡλιοκεντρικόν, ἢ τὰ βλεπόμενον ἀπὸ τὸν ἥλιον.

523. Ἄλλ' ἐπεὶ αὐτὴ ἡ ὑπεριπὴ ἀναγωγὴ ὑποθέτει ἐγνωσμένην τὴν παράλλαξιν τῆς μεγάλης τροχιάς, σκευάζομεν νὰ ἀποφύγωμεν αὐτὴν τὴν ὑπόθεσιν μὲ τὴν ἐξῆς μέθοδον. Ἐκλέγομεν τὸν χρόνον, ἐν ᾧ ὁ ἥλιος εἶναι εἰς τὸν δεσμόν τῷ πλανήτῃ, ὅςτι, μᾶς φαίνεται εἰς τὸ αὐτὸ μῆκος μὲ τὸν πλανήτην, ὅταν εἶναι εἰς τὸν δεσμόν τε· ἐπεὶ δὲ τότε ἡ γῆ διαβαίνει εἰς τὸ Γ ἐπάνω εἰς τὴν γραμμὴν τῶν δεσμῶν ΒΗΓ (9. 62), τὸ ὁποῖον κάμνει τὸν λαγαριασμόν τῆς ἔγκλίσεως πολλὰ ἀπλῆν. Ἄς ὑποθέσωμεν πρῶτον, ὅτι ὁ πλανήτης εὐρίσκειται τότε εἰς τὸ σημεῖον Α τῆς τροχιάς τε, καὶ ὅτι κατάγεται ἡ κάθετος ΑΘ ἐπάνω εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ἐκλειπτικῆς, ἢ τῆς τροχιάς τῆς γῆς προσεκβαλλομένης ἕως εἰς τὸν πλανή-

την· ὅτι ἡ γραμμὴ ΓΘ, ὁπῶς σημειώνει τὸν τόπον τε, ἀναχθίεντα εἰς τὴν ἐκλειπτικὴν, εἶναι κάθετος εἰς τὴν γραμμὴν ΓΗΒ, εἰς τὴν ὅποσαν εὐρίσκονται ὁ Δεσμὸς, καὶ ὁ Ἥλιος· ἐπειδὴ ἡ γωνία τῆς ἀπομνηκύνσεως ΘΓΗ εἶναι 90° , αἱ γραμμαὶ ΑΓ, καὶ ΘΓ εἶναι κάθετοι εἰς τὴν κοινὴν τομὴν ΓΒ, ἡ μία εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς τροχιάς, καὶ ἡ ἄλλη εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ἐκλειπτικῆς· καί μιν ἄρα ἀναμεταξύτων τὴν αὐτὴν γωνίαν, ὁπῶς καὶ τὰ δύο ἐπίπεδα, ὅ ἐστι, μίαν γωνίαν ἴσην μετὰ τὴν ζητημένην ἔγκλισιν (425)· ἄλλαι μὲν ἡ γωνία ΑΓΘ εἶναι τὸ πλάτος τὸ ἴδιον τῷ πλανήτῃ, βλεπόμενον ἀπὸ τὴν γῆν (427)· ἄρα τὸ παρατηρηθεὶς πλάτος θέλει εἶναι ἡ ἴδια ἔγκλισις τῆς τροχιάς.

Εἶναι ὁμοίως σπάνιον νὰ ἀπαντήσωμεν αὐτὰς τὰς δύο περιπτώσεις μαζι, ὅ ἐστι, τὸν ἥλιον εἰς τὸν δεσμὸν, καὶ τὸν πλανήτην 90° ἀπὸ τὸν ἥλιον· καὶ χωρὶς ταῦτα αὐτὴ ἡ ὑπερινὴ ὑπόθεσις ἀπαντᾷ μόνον εἰς τὰς ἀνωτέρους πλανήτας· λοιπὸν ἔχομεν χρεῖαν ἑνὸς κανόνος γενικωτέρου διὰ τὸν διορισμὸν τῶν ἔγκλισεων.

§. 524. Ὑποθέτω, ὅτι ἐπαρατήρησαν τὸ πλάτος ἑνὸς πλανήτου, βλεπόμενον ἀπὸ τὴν γῆν, ὅποιον καὶ ἂν εἶναι, ἂν ὁ Ἥλιος εἶναι εἰς τὸν δεσμὸν, ἢ πλησίον αὐτοῦ. Ἐστω Π ὁ Πλανήτης εἰς ἕνα ὁποιοῦν σημεῖον Π τῆς τροχιάς τε, ἐπειδὴ ἡ γῆ εἶναι πάντοτε εἰς τὸ Γ εἰς τὴν γραμμὴν τῶν δεσμῶν ΓΗΒ· καταχθῆτω ἡ κάθετος ΠΣ ἀπὸ τὴν τροχιάν τῷ πλανήτῃ ἐπάνω εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ἐκλειπτικῆς, καὶ ἀχθῆτωσαν ἀπὸ τὰ σημεία Π καὶ Σ αἱ κάθετοι ΠΡ καὶ ΣΡ ἐπάνω εἰς τὴν κοινὴν τομὴν τῶν δύο ἐπιπέδων, ἡ γωνία ΠΡΣ τῶν

δύο τέτων καθέτων, ἔσαι ἴση τῇ γωνίᾳ τῶν δύο ἐπιπέδων, ὅεςιν, εἰς τὴν ἐγκλισιν τῆς τροχιάς ἐπάνω εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ἐκλειπτικῆς (425). ἡ γωνία ΣΓΠ θέλει εἶναι ἴση μὲ τὸ γεωκεντρικὸν πλάτος τῆς πλανήτου, ἢ ἡ γωνία ΡΓΣ ἴση μὲ τὴν ἀπομήκυσσιν τῆς πλανήτου (442). τότε ἡ ἰδιότης ἢ ἐγνωσμένη τῶν εὐθυγράμμων τριγώνων, οἷά εἰσι ΡΓΣ ἢ ΠΓΣ ὀρθογωνίων εἰς τὸ Ρ ἢ Σ, θέλει δώσει τὰς ἐξῆς δύο ἀναλογίας:

ΓΣ:ΡΣ::Α: ἡμ. ΡΓΣ. ζ Ἄρα ΡΣ : ΠΣ :: ἡμ. ΡΓΣ:
ΓΣ:ΠΓ::Α: ἑφ. ΣΓΠ. ζ ἑφ. ΣΓΠ.

Ἄλλ' εἰς τὸ τρίγωνον ΠΡΣ ὀρθογώνιον εἰς τὸ Σ, πάρεσιν αὐτῇ ἡ ἀναλογία ΡΣ : ΠΣ :: Α : ἑφ. ΠΡΣ. Ἄρα συγκρίνοντες τὴν τρίτην ἀναλογίαν μετὰ τὴν τὴν ἐσχάτην, ἔχομεν ἡμίτ. ΡΓΣ:ἑφ. ΣΓΠ :: Α : ἑφ. ΠΡΣ. ὅεςιν, ὅτι τὸ ἡμίτονον τῆς ἀπομήκυνσεως εἶναι πρὸς τὴν ἀκτῖνα, ὡς ἡ ἐφαπτομένη τῆς γεωκεντρικῆς παρατηρηθέντος πλάτους, πρὸς τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἐγκλίσεως.

§. 525. Ὅταν διορισθῇ ὁ τόπος τῆς δεσμῆς ἑνὸς πλανήτου διὰ τῶν δύο ἡλιοκεντρικῶν ἴσων πλατῶν (516). πρὸ, ἢ μετὰ τὴν διάβασιν διὰ τῶν ὀρίωντε, ἢ πρὸ ἢ μετὰ τὴν διάβασιν διὰ τῆς δεσμῆς, αἱ αὐταὶ παρατηρήσεις ἡμποροῦν νὰ διορίσθω ἐν ταύτῳ ὄχι μόνον τὸν δεσμόν, ἀλλὰ ἢ τὴν ἐγκλισιν τῆς τροχιάς· διότι εἰς τὸ σφαιρικὸν τρίγωνον ΠΑΣ, ὀρθογώνιον εἰς τὸ Σ (σχ. 49) εἶναι γνωσταὶ αἱ πλευραὶ ΣΑ ἢ ΠΣ, ὅεςιν, τὸ ἀπὸ τὸν δεσμόν ἀπόσημα, ἢ τὸ πλάτος.

βλεπόμενον ἀπὸ τὸν ἥλιον· ζήτησον τὴν γωνίαν Δ, καὶ εἰς τὴν ἐγκλισιν τὴν ἀληθινήν τῆς τροχιάς.

§. 526. Αὕτη ἡ μέθοδος, ὅπῃ διορίζει ἐν ταύτῃ τὴν ἐγκλισιν, καὶ τὸν δεσμόν ἐνὸς πλανήτου μετὰ δύο παρατηρήσεις ἴσων πλατῶν, εἶναι ὀλιγώτερον ἀκριβὴς ἀπὸ ἐκείνην ἔπε διορίζονται τὰ δύο χωριστὰ, ἂν μεταχειρισθῶμεν μίαν παρατήρησιν γενομένην εἰς τὸν δεσμόν εἰς διορισμὸν τοῦ δεσμοῦ, καὶ μίαν παρατήρησιν γενομένην εἰς ἕνα ἀπὸ τὰ ὅρια, διὰ τὸ ἔχωμεν τὴν ἐγκλισιν τῆς τροχιάς. Διότι ἂν αἱ δύο παρατηρήσεις αἱ σύσειχοι εἶναι κοντὰ εἰς τὸν δεσμόν, διορίζεν κατὰ τὴν ἐγκλισιν τῆς τροχιάς, ἐπειδὴ τότε τὸ πλάτος εἶναι μικρὸν, καὶ δὲν πρέπει νὰ διορίζωμεν μίαν ποσότητα μεγαλητέραν διὰ μικροτέρας ἐκ τῶ ἐναντίου, ἂν αἱ δύο αὐταὶ παρατηρήσεις ἀπέχων παρὰ πολὺ ἀπὸ τὸν δεσμόν, εἶναι ὀλίγον ἀρμόδιαι εἰς διορισμὸν τῆς θέσεως αὐτῆ, διότι, ἐπειδὴ ἡ μεταβολὴ τοῦ πλάτους ἀπὸ μίαν ἡμέραν εἰς ἄλλην εἶναι ὀλίγον αἰσθητὴ, ἢ μικροτέρα ἀπάτη εἰς τὸ πλάτος προξενεῖ μίαν μεγαλητέραν εἰς τὸν δεσμόν. Ἴδὲ ὁ πίναξ τῶν παρατηρηθεισῶν ἐγκλίσεων ὅλων τῶν πλανητῶν.

§. 527. Εἶπον, ὅτι ἡ ἑλκτικὴ δύναμις καὶ δε πλανήτου κάμνει νὰ ὀπισθοβατῶν εἰς τὴν τροχιάν τε οἱ δεσμοὶ ὅλων τῶν ἄλλων πλανητῶν (§. 9, καὶ ὅτι τὸ ἀποτέλεσμα αὐτῆς τῆς κινήσεως εἶναι τὸ νὰ ἐκτοπί-

| | | | |
|----------|----|----|----|
| Ἐρμης | 7° | 0' | 0" |
| Ἀφροδίτη | 8 | 23 | 35 |
| Ἄρης | 1 | 31 | 0 |
| Πιάτης | 10 | 36 | 12 |
| Ζεὺς | 1 | 19 | 2 |
| Κρόνος | 2 | 29 | 55 |
| Ἐρχέλ | 0 | 46 | 26 |
| Σελήνη | 5 | 8 | 52 |

ζῆ δὲ τὰς ἄλλας τροχιάς, θέλει προκύψει ἀναγκασίως ἀπὸ τῆτο μία μεταβολὴ εἰς τὰς ἐγκλίσεις των, περὶ τὴν ἐκλειπτικὴν. Ἐξω $K\Theta$ ἡ ἐκλειπτικὴ (σχ. 60.) $\Lambda\Theta$ ἡ τροχιά τῷ Κρόνῳ· ΛK ἡ τῷ Διός· Ἄρα ἡ κίνησις τῷ δεσμῷ τῷ Διός ἐπάνω εἰς τὴν τροχίαν τῷ Κρόνῳ· αὐτὴ ἡ κίνησις τῷ δεσμῷ γίνεται χωρὶς καμμίαν μεταβολὴν τῆς γωνίας Λ , ὅ ἐστι, τῆς ἀμοιβαίας ἐγκλίσεως τῶν δύο τροχιῶν· τὸ τρίγωνον $\Lambda\Theta K$ μεταβάλλεται εἰς ἓνα τρίγωνον $\alpha\beta\gamma$; αἱ γωνίαι Λ καὶ Θ μένου ἀμετάβλητοι, ὅχι ὁμοίως καὶ ἡ γωνία K , ἡ δὲ γωνία α εἶναι μείζων, ἢ ἐλάσσων ἀπὸ τὴν γωνίαν K . Ἄρα ἡ ἐγκλίσις τῷ Ἄρειος ὀλιγορεύει $13''$ εἰς ἓνα αἰῶνα διὰ μόνης τῆς ἐνεργείας τῷ Διός.

§. 528. Τῆτο τὸ ἀποτέλεσμα, ὅπερ ἐξακολουθεῖται ἀπὸ αἰῶνα εἰς αἰῶνα διὰ τῆς κινήσεως τῶν δεσμῶν, θέλει κάμῃ εἰς τὸ ἐξῆς μίαν μεγάλην διαφορὰν εἰς τὰς ἐγκλίσεις τῶν τροχιῶν· καὶ εἶναι σχεδὸν διὰ τὸν Δία περισσότερον ἀπὸ 6 λεπτά ἀπὸ τὸν καιρὸν τοῦ Πτολεμαίου, μία ποσότης, ὅπερ δὲν πρέπει νὰ παραβλεφθῆ εἰς τὴν σύγκρισιν τῶν διαφορῶν παρατηρήσεων, τὴν ὁποίαν ὁμοίως οἱ λογαριασμοὶ μόνοι τῆς ἐλκτικῆς δυνάμεως ἤμπορῶσαν νὰ δείξουν, τελάχιστον ὅσον διὰ τὸ ἐνεσῶς. Αὐταὶ αἱ μεταβολαὶ εἶναι ἐν γένει αἰσθηταὶ εἰς τὰς δορυφόρους τῷ Διός, ὅπερ προξενεῖν ἀλλοιώσεις ἰδιαιτέρας, τὰς ὁποίας ἦτον πολλὰ συμφέρον νὰ τὰς γνωρίσων (858).