

τροχιάς, ἀνανεῦνται εἰς κάθε περιφορᾶν· αὐταὶ δὲ ἐμποδίζουσι τελείως τὴν ἰσότητά αὐτῶν τῶν περιφορῶν, ὅταν θεωρῶμεν τὴν ἐπιστροφὴν τῆς πλανήτης εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς τροχιάς τε. Μὲ ὅλον τῆτο ἂν συγκρίνωμεν αἱ παρατηρήσεις, ὅπῃ ἔγειναν εἰς διαφόρους αἰῶνας, εὐρίσκεται ὅτι ἡ μέση κίνησις τῆς Κρόνου γίνεται ἀργότερα, τῆ δὲ Διὸς, καὶ τῆς Σελήνης ὀφθαλμωδέστερα· ὁ Δαπλάς ὁμως λογαριάσας καλλίτερα ἀπὸ τῆς πρὸ αὐτῆς τάς ἀταξίας, ὅπῃ αἱ ἀμοιβαῖαι ἐλλείψεις τῆς Διὸς, καὶ τῆς Κρόνου πρέπει νὰ διατηρῶνται εἰς τὰς κινήσεις των, ἐγνώρισεν εἰς τὰ 1786 ἐξισώσεις, τῶν ὁποίων ἡ περίοδος εἶναι 918 ἑνιαυτῶν, καὶ αἱ ὁποῖαι εἶναι 20' εἰς τὸν Δία καὶ 48' εἰς τὸν Κρόνον· αὐταὶ κάμνουν νὰ γίνωνται ἀφανεῖς ἢ ἐπιτάχυνσις τῆς ἑνός, καὶ ἢ βράδυνσις τῆς ἄλλης· τὸ ἀποτέλεσμα των εἶναι μόνον νὰ δείχνωσι τὰς περιφορὰς μᾶλλον, ἢ ἥττον μακρὰς εἰς ἑννέα αἰῶνας.

Ἐπιστροφὰι τῶν Πλανητῶν εἰς τὰς αὐτὰς θέσεις.

§. 457. Ἡ φαινομένη θέσις ἑνός πλανήτης βλεπομένη ἀπὸ τὴν γῆν, π. χ., ἡ σύνοδος τε εἰς τὸ Ω, ἐν ᾧ ἡ γῆ εἶναι εἰς τὸ Θ, ἢ ἡ ἀνωτέρα σύνοδος τε εἰς τὸ Μ (σχ. 50), ἐξήρηται ὄχι μόνον ἀπὸ τὸν τόπον, ὅπου αὐτὸς εὐρίσκεται τῷ ὄντι, ἀλλ' ἀκόμι καὶ ἀπὸ τὸν τόπον, ὅθεν βλέπεται, ὅεσιν, ἀπὸ τὸν τόπον τῆς γῆς· ἐπειδὴ διὰ τῆς ἑνιαυσίας παραλλάξεως (441), ἕνας πλανήτης κείμενος εἰς ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν τόπον ἢμπορεῖ νὰ φανῆ ἀνατολικώτερος, ἂν ἡ γῆ εἶναι δυτι-

κωτέρα, μάλις α ἤμπορεῖ νὰ φανῆ εἰς ἓνα τόπον πάν-
 τη ἀντίθετον. Λοιπὸν διὰ νὰ ξανκέρχεται ὡς πρὸς
 ἡμᾶς ἓνας πλανήτης εἰς τὸ αὐτὸ μῆκος, ὅπερ εὐρέθη
 μίαν φοράν, πρέπει καὶ ὁ πλανήτης καὶ ἡ γῆ νὰ εὐρίσ-
 κονται εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς τροχιάς των, ὅ ἐστιν
 εἰς τὸ αὐτὸ μῆκος· τότε ὁ τόπος τῆ πλανήτε, τὸ
 πλάτος τε τὸ βλεπόμενον ἀπὸ τὴν γῆν, καθὼς καὶ ἡ
 διά τῆ μεσημβρινῆ διάβασίς τε, ἡ ἀνατολή τε, καὶ ἡ
 δύσις, εἶναι τὰ ἴδια, καθὼς καὶ πρότερον, καὶ ἀρχίζου
 πάλιν εἰς τὴν αὐτὴν τάξιν.

Ἄν ἦτον εὐκόλον νὰ εὐρωμεν εἰς τὰς πλανήτας
 παρομοίας περιόδους, ὁ κόπος ἐκείνων ὅπερ λογαριάζου
 τὰς ἐφημερίδας, καὶ τὴν Γνωσίν των καιρῶν ἤθε-
 λεν ὀλιγοσεύστη πολὺ διὰ τῆτε· αὐταὶ ὅμως αἱ πε-
 ρίοδοι εἶναι ἢ πολλὰ μακροχρόνιοι, ἢ πολλὰ ἀτελεῖς·
 ἰδὲ μὲ ὅλον τῆτο ἐξῆς ἓνα δοκίμιον, τὸ ὁποῖον ἡμ-
 πορεῖ νὰ εἶναι ὠφέλιμον εἰς μερικάς περιστάσεις εἰς
 ἐκείνας ὅπερ λογαριάζου τὰς ἐφημερίδας.

§. 458. Ὁ Ἑρμῆς πρέπει νὰ ξανκευρεθῆ σχεδὸν
 εἰς τὸν αὐτὸν πρότερον τόπον ὡς πρὸς τὴν γῆν μετὰ
 13 ἑνιαυτῆς, καὶ 3 ἡμέρας· θέλου εἶναι μόνον 13
 ἑνιαυτοὶ καὶ 2 ἡμέραι, ἂν εὐρίσκονται 4 ἐμβόλιμοι
 εἰς τὰς 13 ἑνιαυτῆς· ἐπειδὴ εἰς τῆτο τὸ διάστημα
 κάμνει 54 περιφορὰς περὶ τὸν ἥλιον καὶ 2° 49' ἀκόμι
 εἰς τὴν τροχιάν τε, καὶ ἡ γῆ 13 περιφορὰς καὶ 2° 49'
 ἀκόμι. Ἡ περίοδος 79 ἑνιαυτῶν εἶναι ὀλίγον τι ἀκρι-
 βεστέρα.

§. 459. Ἡ Ἀφροδίτη, μετὰ διάστημα 8 ἑνιαυτῶν,
 ἀπέχει μόνον 1° 32' ἀπὸ τὸν τόπον, ὅπερ ἦτον πρό-

τερον εἴη ἢ γῆ 4' μακρύτερα, ὥστε ἡ φαινομένη θέσις τῆς Ἀφροδίτης ἔρχεται πολλὰ πλησίον εἰς τὸν αὐτὸν τόπον δύο ἡμέρας προητέρα.

Λοιπὸν αἱ θέσεις τῆς Ἀφροδίτης, ὅπως ἡ λάμψις τῆς εἶναι τόσον μεγάλη, ὥστε φαίνεται τὴν ἡμέραν τὸ μεσημέρι, καθὼς τὸν Φεβρουάριον εἰς τὰ 1790, εἰς τὸν ἀπρίλιον 1793, πρέπει νὰ ξαναέλθῃν εἰς κάθε 8 ἔνιαυτὸς, εἰ μάλιστα 10 φορές εἰς τὸ διάστημα 8 ἔνιαυτῶν, δηλαδή 36 ἡμέρας πρὸ, εἰ μετὰ κάθε μίαν ἀπὸ τὰς πέντε κατωτέρας συνόδους, ὅπως συμβαίνει εἰς 8 ἔνιαυτὸς.

§. 460. Ὁ Ἄρης εἰς 15 ἔνιαυτὸς, ἀφαιρημένων 18 ἡμερῶν, εὐρίσκειται ἔχων μίαν θέσιν παρ' ἐλίγον ὁμοίαν· εἰς 15 ἔνιαυτὸς, ἀφαιρημένων 19 ἡμερῶν, ἂν ἦσαν 4 ἐμβόλιμοι, εἰς τὰς 15 ἔνιαυτὸς. Εἶναι ἀκόμι εἰς μία περίοδος ἀκριβεστέρα τῆς Ἄρεος, ἀλλὰ περιέχει 79 ἔνιαυτὸς, εἰ 4 ἡμέρας, ἢ μίαν ἡμέραν ὀλιγώτερον, ἂν ἦναι εἰς τὸ μεταξύ 20 ἐμβόλιμοι.

§. 461. Ὁ Ζεὺς ἔχει μίαν περίοδον 12 ἔνιαυτῶν, καὶ 5 ἡμερῶν· ἡ ἀκριβεστέρα ὅμως εἶναι 83 ἔνιαυτῶν, ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι εἶναι μόνον 20 ἐμβόλιμοι εἰς αὐτὸ τὸ διάστημα· ἂν εἶναι 21, ἡθέλει εἶναι 83 ἔνιαυτοὶ παρὰ μίαν ἡμέραν.

§. 462. Ὁ Κρόνος, εἰς 59 ἔνιαυτὸς εἰ 2 ἡμέρας, ἀλλάζει 1° 45', εἰ ἢ γῆ 1° 41'· διὰ τούτου, ὁ Κρόνος εἰ ἢ γῆ εὐρίσκονται, ἔτις εἰπεῖν, εἰς τὴν ἰδίαν ἀνωμαλίαν, εἰς τὸ ἴδιον ἀπόστημα ἀπὸ τὸν ἥλιον, εἰ ἀπ' ἀλλήλων· αὕτη ἡ περίοδος ἡθέλει ἔχει 59 ἔνιαυτὸς εἰ 3 ἡμέρας, ἂν ἡθέλει εὐρεθῆ εἰς τὸ μεταξύ ἕνας αἰ-

ωνικός ενιαυτός καθώς, 1700, ὁ ὁποῖος δὲν εἶναι καθόλου ἐμβόλιμος (305).

Εἰς τὴν 18ην Σεπτεμβρίου 1702 ὁ Κρόνος ἦτον εἰς τὰς 8^α $\frac{1}{2}$ τῆς ἑσπέρας μὲ οὐ 6^ο μῆκας· εἰς τὴν 20ν Σεπτεμβρίου 1761 τὸ πρῶν ξανκκευρέθη εἰς ἀντίθεσιν ἔχοντας 1^ο 55' μῆκας περισσότερον, παρὰ εἰς τὰ 1702 ἔμῃ μόνον 2' περισσότερον εἰς τὸ πλάτος· ὡσαύτως εἶχε καὶ τὴν 5' Ἰουλίου 1696, ἔμῃ τὴν 7 Ἰουλίου 1755· εἰς αὐτὴν ὅμως τὴν ὑπερινήν σύγκρισιν τὸ διάστημα εἶναι 59 ἐνιαυτοὶ, ἔμῃ τρεῖς ἡμέραι.

Στάσεις, ἔμῃ ὀπισθοβατήσεις τῶν Πλανητῶν.

§. 463. Οἱ κατώτεροι πλανῆται, ὁ Ἑρμῆς, ἔμῃ ἡ Ἀφροδίτη, γυρίζου περὶ τὸν ἥλιον εἰς ὀλιγώτερον καιρὸν, παρὰ ἡ γῆ· ἐν τῷ τῷ καιρῷ πρέπει νὰ φαίνονται εὐδυβάται εἰς τὰς ἀνωτέρας των συνόδους, ἔμῃ ὀπισθοβάται εἰς τὰς κατωτέρας των συνόδους. Ἐξω ΓΘ τροχιά τῆς γῆς (98. 50.) ἔμῃ ΑΜΔΩ τῆς Ἀφροδίτης, ἢ τῆ Ἑρμῆ· ὅταν ἡ γῆ εἶναι εἰς τὸ Θ, ἔμῃ ἡ Ἀφροδίτη εὐρίσκειται εἰς τὸ Μ εἰς τὴν ἀνωτέραν της σύνοδον, ὅ ἔστιν, ἐπέκεινα τῆ ἡλίου, φαίνεται ὅτι κινεῖται, καθὼς καὶ κινεῖται τῷ ὄντι, ἀπὸ τὸ δυτικὸν εἰς τὸ ἀνατολικὸν, ὅ ἔστι, πρὸς τὸ ἀρισερὸν, ἀπὸ τὸ Μ εἰς τὸ Δ. Εἰς τὸ ἀνώτερον αὐτῆς μέρος, ἢ εἰς τὸ ἀπώτερον, ΜΔ, ΡΕ, ὑποδέτομεν τὸν πλανήτην, καὶ τὴν γῆν ὅτι κινεῖται πρὸς τὸ ἀνατολικὸν ἔμῃ πρὸς τὸ ἀρισερὸν· ἐπειδὴ διὰ τὸ νὰ φαίνεται ὁ ἥλιος ὅτι κινεῖται πρὸς τὸ ἀνατολικὸν, πρέπει ἡ γῆ νὰ κινῆται ἀπὸ τὸ Θ εἰς τὸ Γ, διὰ νὰ παράγῃ αὐτὴν τὴν κίνησιν.

Α"ν, ἐν ᾧ ἡ γῆ εἶναι εἰς τὸ Θ, ἡ Ἀφροδίτη εὐρίσκεται εἰς τὸ Ω εἰς τὴν κατωτέραν τῆς σύνοδον, θέλει μᾶς φανῆ ὅτι κινεῖται δεξιᾶ, ἐπειδὴ κινεῖται ἀπὸ τὸ Ω εἰς τὸ Π ταχύτερον, παρὰ ὅπῃ ἡ γῆ κινεῖται ἀπὸ τὸ Θ ἀπὸ τὸ μέρος τῆ Γ· ἡ Ἀφροδίτη λοιπὴ θέλει εἶναι ὀπισθοβάτρια, κατὰ τὸ φαινόμενον, ἐκ τῆς κατωτέρας τῆς σύνοδον· ἐπειδὴ μὲ ὅλον ὅπῃ τῷ ὄντι κινεῖται ἀπὸ τὸ αὐτὸ μέρος, ἴδεν ἐκινεῖτο κ' ὅτι ἦτον εἰς τὸ Μ, κινεῖται ὡς πρὸς ἡμᾶς εἰς τὸ ἐναντίον μέρος· εἰς τὸ πρῶτον ἐπροχωρῆσε πρὸς τὸ ἀριστερὸν ἀπὸ τὸ Μ εἰς τὸ Δ, εἰς δὲ τὸ δευτερον φαίνεται ὅτι κινεῖται πρὸς τὸ δεξιὸν προχωρῆσα ἀπὸ τὸ Ω εἰς τὸ Π· ἄρα τότε φαίνεται ὅτι κινεῖται πρὸς τὸ δυτικὸν ἐναντίον εἰς τὴν τάξιν τῶν ζωδίων· ἀλλὰ τῆτο προέρχεται μόνον καὶ μόνον ἐκ τῆτος, ὅτι ἡμεῖς δηλαδὴ συγκρίνομεν κ' ἀναφέρομεν τῆς πλανήτας εἰς σημεῖα τῆς ἕκστης σφαιῖρας, τὰ ὅποια ἀπέχον περισσότερον ἀπὸ ἡμᾶς, παρὰ ἡ τροχιά τῆ πλανήτε, κ' ὅτι ἡμεῖς εἰμεθα ἔξω ἀπὸ αὐτὴν τὴν τροχίαν.

§. 464. Μεταξὺ τῆς εὐδυβατικῆς κινήσεως κ' τῆς ὀπισθοβατικῆς, εὐρίσκει ἀναγκαίως μία στιγμὴ χώραν, εἰς τὴν ὁποίαν γίνεται ἡ μεταβολή, ὅ ἐστιν, ἕνα, καιρὸς, ὅπῃ ὁ πλανήτης φαίνεται στάσιμος· ὅτε παύει ἀπὸ τῆς νὰ εὐδυβατῆ, καὶ ἄρχεται νὰ ὀπισθοβατῆ· ὅμως δὲν ἀκολουθεῖ τῷ ὄντι μήτε τὸ ἕνα μήτε τὸ ἄλλο, εἶναι δὲ εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἐνώσεως, ὅπῃ συμπίπτει τὰ τόξα τῆς εὐδυβατήσεως κ' τῆς ὀπισθοδρομῆσεως· κ' τῆτο τὸ σημεῖον πρέπει νὰ διοριδῆ, ἂν θέλωμεν νὰ εὐρωμεν τὴν ἕκτασιν τῆς ὀπισθο-

βατήσεως. Ἄν ἡ γῆ ἦτον παγία εἰς τὸ Θ, ἡ Ἀφροδίτη ἤθελε μᾶς φανῆ σάσιμος, ὅταν ἤθελεν εἶναι εἰς τὴν ἐφαπτομένην ΘΚ, ἀγομένην ἀπὸ τὴν γῆν εἰς τὴν τροχίαν τῆ πλανήτης· ἐπειδὴ εἰς τὸ σημεῖον Γ εἶναι ἓνα μικρὸν τόξον τῆς τροχιάς ὅπῃ ἐνώνεται, καὶ συμπίπτει μὲ τὴν ἐφαπτομένην ΘΚ· καὶ ἐν ᾧ ὁ πλανήτης διατρέχει τῆτο τὸ μικρὸν τόξον τῆς τροχιάς τε, μένει ὅσον διὰ ἡμᾶς εἰς τὴν αὐτὴν γραμμὴν, εἰς τὴν αὐτὴν ἡμιδιάμετρον, καὶ ἀντικρῶζει εἰς τὸ ἴδιον σημεῖον τῆ ἕρανῆ, ἂν ὑποτεθῆ ἡ γῆ παγία εἰς τὸ Θ.

§. 465. Ἐπειδὴ ἡ γῆ ἔχει μίαν κίνησιν ἀπὸ τὸ Θ εἰς τὸ Γ, ἀκολουθεῖ ἐκ τήτου τὸ, ὅτι ὁ κατώτερος πλανήτης φαίνεται ὅτι ἔχει μίαν εἰς τὸ ἐναντίον μέρος, καὶ πρὸς τὸ ἀριστερόν, μὲ ἕλον ὅπῃ εἶναι ἐπάνω εἰς τὴν ἐφαπτομένην ΘΚ· ἄρα εἶναι ἀκόμι εὐθυβατικής· ἀλλὰ μετὰ τινος χρόνου θέλει συμβῆ ἡ κίνησις ΛΟ (α. 53.) τῆ πλανήτης, καὶ ἡ κίνησις ΝΞ τῆς γῆς εἰς τὸν ἴσον καιρὸν γὰ εἶναι τέτοια, καθὼς αἱ ὀπτικά ἀκτῖνες ΝΛ, ΞΟ, τῆτέσι θέλουν εἶναι παράλληλοι ἀναμεταξύ των· τότε ὁ πλανήτης θέλει μᾶς φανῆ εἰς ὅλον αὐτὸν τὸν καιρὸν ὅτι ἀντικρῶζει εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς ἐκλειπτικῆς, θέλει μᾶς φανῆ σάσιμος, διότι εἶδομεν (419) ὅτι ὅλαι αἱ παράλληλοι εὐθεῖαι γραμμαὶ, αἱ ἀχθεῖσαι ἀπὸ τὸ ὄμμα μας εἰς τὸν ἕρανὸν εἶναι, ὅσον διὰ ἡμᾶς, ὡς μία καὶ ἡ αὐτὴ γραμμὴ, διευθυνομένη εἰς ἓνα καὶ τὸ αὐτὸ μῆκος, ἢ εἰς ἓνα καὶ τὸν αὐτὸν τόπον τῆ ἕρανῆ.

Ἐπειδὴ ἡ ἀληθῆς κίνησις τῆς Ἀφροδίτης εἶναι μόνον κατὰ $\frac{1}{2}$ μεγαλητέρα ἀπὸ τὴν τῆς γῆς, πρέπει ἡ ΛΟ

να είναι σχεδόν παράλληλος εἰς τὴν ΝΞ, διὰ τὴν εἶναι ἐκεῖνη εἰσιμος, καὶ τῆτο συμβαίνει τρεῖς ἑβδομάδας πρὸ τῆς κατωτέρας τῆς συνόδου εἰς τὸ Α.

§. 466. Ὅσον διὰ τὰς ἀνωτέρας πλανήτας, ἢ πορῶμεν να κάμωμεν τὸν αὐτὸν συλλογισμόν, θεωρῶντες τὴν γῆν, ὡς κατώτερον πλανήτην, ὡς πρὸς αὐτὴς· διότι κάθε φοράν ὅπε ἕνας πλανήτης βλέπει τὸν ἄλλον ὅτι ἀλλάζει διεύθυνσιν, ἀκολουθεῖ τὸ ἴδιον εἰς αὐτὸν, ὡς πρὸς τὸν πρῶτον.

Εἰς διορισμὸν τῆ μεγέθους τῆς εὐθυβατήσεως, καὶ τῆς ὀπισθοβατήσεως τῶν πλανητῶν, ζητεῖται ἀναγκαστικῶς να γνωρίσωμεν τὸ σημεῖον, καὶ τὴν στιγμήν ὅπε εἶναι εἰσιμοί· τῆτο τὸ πρόβλημα εἶναι δύσκολον, ἂν θεωρῶμεν τὰς ἀνισότητας τῆ πλανήτου καὶ τῆς γῆς· ἀρκεῖ ὅμως να φυλλολογήσωμεν τὰς ἐφημερίδας, ὅπε ἐλογαριάωσαν τὰ μήκη τῶν πλανητῶν εἰς ὅλας τὰς ἡμέρας, καὶ ὅπε βλέπομεν τὰ σημεῖα, ὅπε τὸ μήκος εὐρίσκεται τὸ αὐτὸ δύο ἡμέρας ἐφεξῆς· τὸ διάστημα τῆτων τῶν δύο σημείων, ἢ ὁ χρόνος, ὅπε τὰ χωρίζει, διαιρεῖ τὴν περιφορὰν εἰς δύο μέρη, τὰ ὅποια εἶναι ἢ διάρκεια τῆς εὐθυβατήσεως καὶ ἢ τῆς ὀπισθοβατήσεως· αὐτὰ διαφέρουν πολλα, κατὰ τὸ ἀπόστημα τῆ κάθε πλανήτου (392). Λύσεις τῆτε τῆ προβλήματος τῶν ὀπισθοβατήσεων εὐρίσκονται εἰς τὰ ὑπομνήματα τῆς Ἀκαδημίας τῆς Πιστρικῆς πόλεως, εἰς τὰ τῆς ἰταλικῆς ἐταιρείας ὑπὸ τῆ Κανιόλα, καὶ εἰς τὴν Ἀστρονομίαν με.

BIBΛION TPITON.

Περὶ κινήσεως τῶν Πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον.

§. 467.

Αφ' ὃ ὁ Κεπλέρος ἐκατάλαβε καλῶς τὴν βεβαιότητα τῆ συστήματος τῆ Κοπερνίκου, εὐθύς τὸ ἐμεταχειρίσθη διὰ νὰ γνωρίσῃ τὰ ἀπὸ τὸν ἥλιον ἀποσήματα τῶν πλανητῶν, καὶ τὰς νόμους τῶν κινήσεών τε περὶ τὸν ἥλιον· ἀλλ' ἡ εὐτυχὴς ἔκβασις ὑπερέβη τὰς ἐλπίδας τε, ἐπειδὴ εὗρηκε τῷ ὄντι τὰς τρεῖς ἐπισημοτάτας θέσεις τῆς ἀραβικῆ Φυσικῆς, αἱ ὁποῖαι ὀνομάζονται ἀκόμη καὶ τὴν σήμερον Νόμοι τῆ Κεπλέρου.

1^η. Ὅτι αἱ τροχιαὶ τῶν πλανητῶν εἶναι ἐλλείψεις, τῶν ὁποίων ἡ ἑστία εἶναι εἰς τὸ κέντρον τῆ ἡλίου.

2^η. Ὅτι αὐταὶ περιγράφου αὐτὰς τὰς ἐλλείψεις μὲ ταχυτῆτας τοιαύτας, ὥστε τὰ ἐλλειπτικὰ διαστήματα εἶναι πάντοτε ἀνάλογα μὲ τὰς χρόνους.

3^η. Ὅτι τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων τῶν περιφορῶν τε εἶναι ὡς οἱ κύβοι τῶν ἀπὸ τὸν ἥλιον ἀποσημάτων τε.

§. 468. Διὰ νὰ εὕρῃ τὸ σχῆμα τῶν διαβατικῶν, ἢ πλανητικῶν τροχιῶν, ὁ Κεπλέρος ἔσρεψεν ἐξόχως τὴν προσοχὴν τε εἰς τὴν τροχίαν τῆ Ἄρεος· ἐπειδὴ

αὐτὴ εἶναι πλησιεστέρα εἰς τὴν γῆν, καὶ ἐπειδὴ ἡ ἐκκεντρότης εἶναι ἐπίσημος, ἐζήτησε δὲ τὸ μέσον τῆ νὰ εὕρη τὰ ἀποσήματα τῆ "Αρεος ἀπὸ τὸν ἥλιον εἰς διάφορα σημεῖα τῆς τροχιάς τε, πέρνωντας πάντοτε τὸ ἀπὸ τὸν ἥλιον ἀπόσημα τῆς γῆς ὡς βίσιον, καὶ κοινὴν κλίμακα· εἰς τῆτο ἐμεταχειρίσθη τὴν ἐνιαυσίαν παράλλαξιν τῆ "Αρεος, ἢ τὴν γωνίαν ΗΠΓ (σχ. 52.) συναχθεῖσαν ἀπὸ παρατηρήσεις, καθὼς τὸ ἐξηγήσαμεν κατὰ τὸν Κοπέρνικον (451)· μετὰ τὸν ἴδιον τρόπον διώρισε τὸ ἀπὸ τὸν ἥλιον ἀπόσημα τῆ "Αρεος εἰς τὴν ἀφελιότητά τε, καὶ εἰς τὴν περιηλιότητά τε, τὴν μίαν 16678 μέρη, καὶ τὴν ἄλλην 13850, ὑποθέτωντας πάντοτε τὸ ἀπὸ τὸν ἥλιον μέσον ἀπόσημα τῆς γῆς 10000· ὡς τὸ μέσον ἀπόσημα τῆ "Αρεος ἦταν 15264, καὶ ἡ ἐκκεντρότης 1414. Ἐκλεξεν ὕπερ τρία ἄλλα ἀποσήματα, πρὸς τὰς πλευρὰς τῆς τροχιάς, μεταξὺ τῆς ἀφελιότητος, καὶ περιηλιότητος, καθὼς τὰ ΗΜ, ΗΔ (σχῆμ. 56.)· τὰ ὁποῖα τὰ διώρισε ἀπὸ τὰς παρατηρήσεις τῆ Τύχωνος ἀκολουθῶντας τὴν αὐτὴν μέθοδον. Αὐτὰ τὰ ἀπὸ τὸν ἥλιον ἀποσήματα τῆ "Αρεος εὐρέθησαν μικρότερα, παρὰ ὅπῃ ἤθελαν εἶναι εἰς μίαν κυκλικὴν τροχίαν τῆς αὐτῆς ἐκκεντρότητος, καὶ τῆς αὐτῆς ἡμιδιαμέτρου, καθὼς ὁ περιγεγραμμένος κύκλος ΑΒΠ· ἐκ τῆτε ἠκολούθει φυσικὰ, νὰ ἦναι ἡ τροχιά τῆ "Αρεος σενωτέρα, παρὰ ἕνας κύκλος, καὶ νὰ γίνηται εἰς τὰς πλευρὰς ἐπιπεδωτέρα, ὅ ἔστι νὰ ἦναι ὡσειδῆς· τῆτο εἶναι τὸ συμπέρασμα ὅπῃ αὐτὸς συνάγει ἐκ τῆτε εἰς τὸ μέγαλον τε, καὶ ἐξαίρετον σύγγραμμα, τὸ ἐπιγεγραμμένον Νέα Ασρονομία,

ἢ ἀκανία φυσική, ἐκδεδομένη μὲ ὑπομνήματα περὶ τῆς κινήσεως τῆ ἀστρο τῆ "Αστρος. Πράγμα. 1609. εἰς φύλλον.

§. 469. Τὰ ἀπὸ τὸν ἥλιον ἀποσημάτα τῶν πλανητῶν διορισθέντα ἔτι, ὠδήγησαν τὸν Κεπλέρον εἰς τὸ νὰ ζητήσῃ τὴν σχέσιν μεταξὺ τῶν ἀποσημάτων τῶν διαρκειῶν τῶν περιφορῶν. Διατι, ἔλεγεν, ὁ Ζεὺς ὅπῃ ἀπέχει ἀπὸ τὸν ἥλιον πέντε φοραῖς περισσότερον, παρὰ ἡ γῆ, καὶ τῆ ὁποῖα ἡ τροχιά εἶναι μόνον πέντε φοραῖς μακροτέρα, χρειάζεται 12 φοραῖς περισσότερον καιρὸν διὰ τὴν διατρέξιν, ὅ ἐσι, 12 ἐνιαυτός; αἱ σχέσεις τῶν χρόνων εἶναι μεγαλύτεραι ἀπὸ τὰς σχέσεις τῶν τροχιῶν· ἀλλὰ δὲν ἔμπορῶν τάχα νὰ εὐρεθῶν δυνάμεις, ἢ ῥίξαι τινὲς τύπων τῶν ἀριθμῶν, ὅπῃ νὰ ἔμπορῶν νὰ συμφωνῶν;

Εἰς τὰς 26 Φεβρουαρίου (8 μαρτίου) 1618 τῷ ἤλθει εἰς τὸν νῦν πρώτη φορᾶ νὰ συγκρίνῃ τὰς δυνάμεις τῶν διαφόρων ἀριθμῶν τῶν ἐκφραζόντων τὰς διαρκείας τῶν περιφορῶν τῶν πλανητῶν, καὶ τὰ ἀποσημάτων· ὅθεν ἐσύγκρινε, κατὰ τύχην, τετράγωνα, κύβους καὶ τ. μάλισα ἔκαμεν ἀπόπειραν καὶ τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων πρὸς τὰς κύβους τῶν ἀποσημάτων ἢ παρὰ πολλὴ ὁμῶς ζωηρότης, ἢ ἀνυπομονησία τὸν ἐκρήμνισεν εἰς ἓν σφάλμα τῆ λογαριασμῆ· ἀπατήθη λοιπὸν ταύτην τὴν πρώτην φορᾶν, καὶ ἐνόμισεν ὅτι εὐρήκατο μόνον τότε, ὅτι ἡ ἀναλογία αὕτη δὲν εἶχε χώραν, ὅθεν ἀπερρίψεν αὐτὴν τὴν ἐξαιρέστον ἰδέαν ὡς ψευδῆ, καὶ ἀνωφελῆ· ἀλλὰ εἰς τὰς 5 (15) τῆ ἐφεξῆς Μαΐου, τῷ ἐνέπεσε πάλιν ἡ ἰδία ἰδέα· ἐπανελάβε πάλιν τὰ δο-

κίμια, τὰ αὐτὰ καὶ τὰς αὐτὰς συγκρίσεις, ἐλογκρίασεν ἀκριβέστερον, καὶ ἐγνώρισεν ὅτι εἶναι τῷ ὄντι μία σχέσηις ἴση καὶ ἀμετάτρεπτος μεταξύ τῶν τετραγώνων τῶν περιοδικῶν χρόνων δύο ὁποιωνῶν πλανητῶν, καὶ τῶν κύβων τῶν ἀπὸ τὸν ἥλιον μέσων ἀποσημάτων τῆς. Δι' αὐτὴν τὴν ἐφεύρεσιν ἠδεδάκη τόσην ὑπερβολικὴν χαρὰν, ὡς μόλις ἔδιδε πίσιν εἰς τὰς λογκριασμάς τοῦ διότι ἐνόμιζεν, ὅτι ἠπατήθη, καὶ ὅτι ὑπέσθηκεν ἐκεῖνο ὅπερ ἔπρεπε νὰ ζητήσῃ: μόλις ἐτολμᾶτε νὰ καταπεισθῆ, ὅτι εὗρηκε τέλος πάντων μίαν ἀλήθειαν ὅπερ ἐζητᾶτε 17 ἐνιαυτὸς (Ἀρμονικά, Βιβ. Ε'). Τὴν ἡδὲ λεν εἶπῃ, ἂν ἠδελεν ἠμπορέσῃ νὰ προῖδῃ τὰ θαυμάσια συμπεράσματα, ὅπερ ἠκολούθησαν ἀπὸ τῆτον τοῦ νόμου; ἐπειδὴ ἔτος ὁ νόμος ἔδωκεν ἀφορμὴν εἰς τὸ νὰ εὗρῃν τὸν τῆς ἔλξεως (1014).

§. 470. Τὸ ἀπόσημα τῆς γῆς ἀπὸ τὸν ἥλιον εἶναι πρὸς τὸ τῆ Διὸς ἀπὸ τὸν ἥλιον ὡς 10 πρὸς 52· οἱ κύβοι τῆς εἶναι ἀκόλῃτως ὡς 1 πρὸς 141· ἄλλ' αἱ διάρκειαι τῶν περιφορῶν τῆς, εἶναι $365\frac{1}{2}$, καὶ $4532\frac{1}{2}$ ἡμερῶν, τῶν ὁποίων τὰ τετράγωνα, ἂν παραβλέψῃς τὰς ὑσερινὰς χαρακτῆρας, εἶναι καὶ αὐτὰ ὡς 1 πρὸς τὰ 141· ἡ σχέσηις ἄρα εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ ἀπὸ τὸ ἓνα μέρος καὶ ἀπὸ τὸ ἄλλο. Τὸ τετράγωνον τῆς περιοδικῆς χρόνου τῆς Διὸς εἶναι 141 φοραῖς μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ τετράγωνον τῆς περιοδικῆς χρόνου τῆς γῆς, καὶ ὁ κύβος τῆς μέσου ἀποσημάτων τῆς Διὸς ἀπὸ τὸν ἥλιον εἶναι 141 φοραῖς, μεγαλύτερον ἀπὸ τὸν κύβον τοῦ ἀποσημάτων τῆς γῆς ἀπὸ τὸν ἥλιον· καὶ εἰς τῆτο συνίσταται ἡ ἰσότης τῶν σχέσεων. "Ἄν ληφθῶν ἀκριβέ-

σερα αἱ ὑπερβαῖ περιφοραὶ (312, 455, 1100), καὶ τὰ ἀποσήματα (450), εὐρίσκεται 140, 7026 ὡς ὁ ἀκριβὴς ἀριθμὸς, ὅπῃ ἐκφράζει, ποσάκις τὸ τετράγωνον τῆς περιφορᾶς τῆ Διός, καὶ ὁ κύβος τῆ ἀποσήματός τα περιέχων ταῦτα τὰ δύο, τὸ τετρ. καὶ τὸν κ. τῆς γῆς. Οὗτος ὁ νόμος ἀληθεύει ἐξ ἴσου, καὶ ἂν συγκρίνωμεν τὰ ἀποσήματα τῶν δευτέρων τοῦ Διός καὶ τῆ Κρόνου μετὰ τὰς διαρκείας τῶν περιφορῶν τας.

§. 471. Ἐγὼ ὁ ἴδιος ἐμσταχειρίσθην καὶ τῆτον τὸν νόμον, διὰ τὰ εὐρὼ τὰ μέσα ἀποσήματα τῶν πλανητῶν, ὅπῃ εἶναι εἰς τὸν πίνακα τῆ ἀρθρα 450. τὰ ὅποια τὰ νομίζω ἀκριβέστερα ἀπὸ ἐκείνα ὅπῃ ἤθελαν συναχθῆ ἀπὸ τὰς παρατηρήσεις κατὰ τὸν τρόπον τῆ Κεπλέρη· μετὰ ὅλον ὅπῃ αὐταὶ αἱ παρατ. αὐτῆ μᾶς ἔδειξαν τὸν κανόνα· ἡμεῖς μεταχειριζόμεθα τὸν κανόνα προκρίνοντές τον ἀπὸ τὰς παρατηρήσεις.

§. 472. Ἐνας ἄλλος γενικὸς νόμος τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν περὶ τὸν ἥλιον ἐξ ἴσου ἀξιόλογος εἰς τὴν Ἀστρονομίαν εἶναι, ὅτι τὰ ἐλλειπτικὰ διαστήματα εἶναι ἀνάλογα μετὰ τοὺς χρόνους. Καὶ τῆτο εἶναι ἓνα ἐφεύρημα τῆ Κεπλέρη· ὡς τόσον δὲν ἠμπόρεσε νὰ ἀποδείξῃ ταύτην τὴν ἀλήθειαν ἐντελῶς. Οἱ Νεύτων πρῶτος ἔδειξεν ὅτι τῆτο ἔπρεπε νὰ ἀκολουθῆσῃ ἀναγκαίως ἀπὸ τῆς γενικῆς νόμου τῆς κινήσεως.

Οἱ Κεπλέρος ἦτον πληροφορημένος ὅτι ἡ κυκλικὴ κίνησις τῶν πλανητῶν ἦτον ἀποτέλεσμα μιᾶς τινὸς δυνάμεως, ἐκβλυζέσης ἀπὸ τὸν ἥλιον, ἢ ὅποια τῆς ἐβίαζε νὰ γυρίζον περὶ τὸν ἄξωνα τῆ ἥλιου, κα-

Ὡς καὶ αὐτὸς ὁ ἴδιος ἥλιος ἐγύριζε· περὶ αὐτὸν τὸν ἀξονάτε πρὸς τάτοις ἐσοχάζετο. Π ὅτι, ἐπειδὴ οἱ ἀπωτάτω πλανῆται ἐγύριζον πλέον βραδύτερον ἀπὸ τὰς πλανήτας τὰς πλησιεσάτας εἰς τὸν ἥλιον, ἔπρεπεν ἢ κινητικὴ δύναμις νὰ εἶναι μικροτέρα εἰς ἓνα μεγαλύτερον ἀπόστημα· καὶ τῆτο τὸν παρεκίνησεν εἰς τὸ νὰ ἐφεύρη ὄχι μόνον τὴν δύναμιν τῆς ἀδρανείας, διὰ τὴν ἑποῖαν ὠμίλησεν αὐτὸς πρῶτος, ἀλλ' ἀκόμη καὶ τὸν κανόνα περὶ τῶν ἐμβαδῶν ἢ ἐλλειπτικῶν διασημάτων, τῶν ἀναλόγων μὲ τὰς χρόνους.

§. 473. Ὁ Κεπλέρος ἀποδείχνει ὕστερα εἰς τὴν ἔρανίαν τὴ Φυσικὴν (468), ὅτι ἡ κίνησις τῶν πλανητῶν εἰς τὰς ἀψίδας εἶναι ἀνάλογος μὲ τὸ ἀπὸ τὸν ἥλιον ἀπόσημάτων, καὶ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ Πτολεμαίᾳ (299), ὃ ἔστιν, ἂν ληφθῆ ἓνα τόξον τῆ ἐκκεντρικοῦ κύκλου πρὸς τὴν ἀφῆλιότητα, καὶ ἓνα ἄλλο τόξον ἰσομηκες πρὸς τὴν περιηλιότητα, ὁ πλανήτης διαρκεῖ περισσότερον χρόνον εἰς τὸ ἀφῆλιον τόξον κατὰ λόγον τῆ μακροτέρου ἀποσημάτος αὐτῆ (τῆ ἀφ. τ.), ἢ τὸ ὁπίον εἶναι τὸ ἴδιον, τὰ περιγεγραμμένα ἐμβαδὰ εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, εἶναι ἴσα.

§. 474. Ἐσω I (σχ. 54.) τὸ σημεῖον, περὶ τὸ ὁπίον ἢ κίνησις τῆ πλανήτε φαίνεται ὅτι εἶναι ὁμοειδής· Ἡ ὁ ἥλιος, ἀπέχων ἐπίσης ἀπὸ τὸ κέντρον Κ ὡς καὶ τὸ σημεῖον I· ἀφ' ἧ ἀρχῶν δύο γραμμαὶ ΜΙΩ, ΒΙΠ, τὸ τόξον ΜΒ, καὶ τὸ τόξον ΩΠ διατρέχοντα εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, κατ' αὐτὴν τὴν ὑπόθεσιν, ἐπειδὴ αἱ γωνίαι εἰς τὸ I εἶναι ἴσαι. Ἐν ἀπὸ τὸ σημεῖον Η ἀρχῶσιν αἱ γραμμαὶ ΗΩ, ΗΠ, καὶ αἱ γραμμαὶ

ΗΒ, ΗΜ, θέλουν διαγράψει τομέας ἴσους ΩΗΠ, ΒΗΜ·
 διότι, ἂν ἡ ΙΤ ἦτον τριπλῆ ἀπὸ τὴν ΙΡ, ἢ ΗΤ, ἢ
 ΩΠ ἤθελεν εἶναι τριπλῆ ἀπὸ ΒΜ, ὅ εἰν, ἢ περιή-
 λια ταχυτῆς, τριπλῆ τῆς ἀφηλίας ταχυτήτος. Ἐν
 γένει, ἂν ὑποθέσῃς τὰ τόξα ΜΒ, καὶ ΩΠ εἰλάχιστα,
 θέλεις ἔχει διὰ τῶν ὁμοίων τριγώνων ΒΙΜ, ΩΠ,
 ταύτην τὴν ἀναλογίαν· $ΜΒ : ΩΠ :: ΙΡ : ΙΤ$ · ἄρα
 $ΜΒ \times ΙΤ = ΩΠ \times ΙΡ$ · ἀλλὰ $ΙΤ = ΗΡ$, καὶ $ΙΡ = ΗΤ$ ·
 ἄρα $ΜΒ \times ΗΡ = ΩΠ \times ΗΤ$ · ἄρα ὁ τομεὺς ΗΒΜ
 εἶναι ἴσος μὲ τὸν τομέα ΩΗΠ· ἄρα, καὶ εἰς τὴν ὑπό-
 θεσιν τῶν παλαιῶν, ἂν ληφθῶν δύο τάξα ΜΒ καὶ
 ΩΠ, περιγεγραμμένα ἀπὸ ἓνα πλανήτην εἰς ἴσους
 χρόνους, θέλομεν ἔχει εἰς τὸ σημεῖον Η ἴσα ἐμβαδά.

§. 475. Ἐπειδὴ ὁ πλανήτης μεταχειρίζεται πε-
 ρισσότερον χρόνον εἰς τὴν ἀφηλιότητά τε εἰς τὸ νὰ
 διατρέξῃ τὸ αὐτὸ τόξον, ὁ Κεπλέρος ἐσυμπέρανε
 γενικῶς, ὅτι ὅσω περισσότερον ὁ πλανήτης ἀπέχει
 ἀπὸ τὸ κέντρον τῆ ἡλίας, τόσο ἀσθενέστερον ἐνεργεῖ
 εἰς αὐτὸν ἡ κινήτρια δύναμις, ὅπῃ τὸν κάμνει νὰ γυρίσῃ
 περὶ τὸν ἥλιον· τὸ ὁποῖον τῆτο καὶ ἀλήθευσε μετὰ
 τὴν εὐρεσιν τῆ νόμου τῆς ἐλξως.

§. 476. Ὄταν ὁ Κεπλέρος μεταβαίῃ εἰς τὴν θεω-
 ρίαν τῶν ἑλλειπτικῶν τροχιῶν, προσαρμύζει εἰς τὴν
 ἑλλειψιν ὅλας τὰς ιδιότητες, ὅπῃ εἶχεν ἀποδείξει
 μόνον εἰς τὸν ἐκκεντρικὸν κύκλον, χωρὶς νὰ μεταχει-
 ρισθῇ εἰς τῆτο νέας ἀποδείξεις. Ὁ νόμος λοιπὸν τῶν
 ἐμβადῶν τῶν ἀναλόγων μὲ τὰς χρόνους ἀ-
 ποδείχθη ἀτελῶς· ὅθεν τότε δὲν ἤμπορεῖς νὰ νομι-
 σθῇ ἄλλο, παρὰ ὡς μία ἐγγύτης εὐχρηστος, εὐκόλος

εἰς τὸ νὰ τὴν μεταχειρισθῶμεν εἰς τὴν πράξιν· ἔ τὸν ὁποῖον παρεδέχθησαν ὡς εὐλογον διὰ τὴν συμφωνίαν τῆ λογαριασμῆ με τὴν παρατήρησιν.

Ἄλλ ὅταν θεωρῶμεν τὰς πλανητικὰς τροχιάς, ὡς διαγγραφομένας ἀπὸ τὴν συνδρομὴν δύο δυνάμεω, ἔ δύο διαφορῶν διευθύνσεων, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἡ μία εἶναι φυσικὰ ὁμοειδῆς, ἔ σαφερὰ, τότε τὰ ἐμβαλῆ, ἢ τὰ ἐλλειπτικὰ διαστήματα γίνονται ἀναγκαίως, καὶ ἀκριβῶς ἀνάλογα με τὰς χρόνας, καθὼς μετ' ὀλίγου θέλομεν τὸ ἀποδείξει (481).

§. 477. Διὰ τῆς παρατηρήσεως τῶν διαμέτρων τῆ ἡλίου δείκνυται καλῶς τὴν σήμερον, ὅτι ἡ κίνησις τοῦ ἡλίου, εἶναι τόσον βραδυτέρα, ὅσω περισσότερον ἀπέχει ἀπὸ τὴν γῆν. Ἡ φαινομένη διάμετρος τῆ ἡλίου εἶναι 31' 31" τὸ θέρος, ἔ 32' 36" τὸν χειμῶνα, κατὰ τὰς παρατηρήσεις, ὅπῃ ἐγὼ ἔκαμα· ἐκ τούτου γίνεται δῆλον, ὅτι τὸ ἀπόστημα τῆ ἡλίου τὸν χειμῶνα πρὸς τὸ ἀπόστημά τε τὸ θέρος εἶναι ὡς 31' 31" πρὸς 32' 36"· ἐπειδὴ τὰ φαινόμενα μεγέθη ἐνὸς μακροῦ ἀντικειμένου εἶναι εἰς ἀντίστροφον λόγον τῶν ἀποστημάτων τε (531). Ἡ κίνησις ἢ ὠρησία τῆ ἡλίου τὸν χειμῶνα εἶναι 2' 33"· ἀλλὰ μὴν 32' 36" : 31' 31" :: 2' 33" : 2' 28"· ἄρα ἡ ὠρησία κίνησις τῆ ἡλίου ἔπρεπε νὰ εἶναι 2' 28" τὸ θέρος, ἂν αὕτη καθ' ἑαυτὴν ἦται σαφερὰ ἔ ὁμοειδῆς, ἔ ἡ διαφορὰ τῆς ἐκρέματο μόνων ἀπὸ τὴν ἀπόστασιν τῆ ἡλίου· ὡς τόσον, διὰ τῆς παρατηρήσεως, αὕτη ἡ ὠρησία κίνησις εὐρίσκεται μόνον 2' 23"· εἶναι δὲ μικροτέρα, παρὰ ὅπῃ ἔπρεπε νὰ εἶναι κατὰ ταύτην τὴν ὑπόθεσιν· διὰ τούτο ἔξω ἀπὸ τὴν

διαφορὰν 5" ὅπῃ πρέπει νὰ εἶναι μεταξὺ τῆς ὠρησίας κινήσεως τὸ θερος, καὶ τὸν χειμῶνα, ἐξ αἰτίας τῶν διαφορῶν ἀποσημάτων τῆ ἡλίου, εἶναι ἀκόμι καὶ μία ἄλλη διαφορὰ πραγματικῆς 5", ἡ ὅποια δὲν προέρχεται ἀπὸ τὰ ἀποσηματα, ἀλλὰ εἶναι μία ἀληθινὴ βραδύτης εἰς τὴν φαινομένην κίνησιν τῆ ἡλίου· ἡ πραγματικὴ ἄρα κίνησις τῆς γῆς εἶναι τῷ ὄντι βραδυτέρα εἰς τὴν ἀφιλιότητα, παρὰ εἰς τὴν περιηλιότητα. Βλέπομεν μάλιστα, ὅτι εἶναι εἰς ἀντίστροφον λόγον τῶν ἀποσημάτων, ἐπειδὴ εὐρίσκομεν 2' 23", ἀντὶ 2' 28", ὅπῃ ἤθελεν εἶναι, ἂν ὑποθέσωμεν τὴν κίνησιν ὁμοειδῆ, ὅ ἐστι, 5" διὰ τὴν ὑπεροχὴν τῆς ὠρησίας κινήσεως τὸν χειμῶνα ὑπὲρ τὴν κίνησιν τὸ θερος, χωρὶς τῶν 5" ὅπῃ πρέπει νὰ ἔχουν χώραν ἐξ αἰτίας τῆ ἀποσηματος τῆ ἡλίου, τὸ ὅποιον εἶναι μικρότερον τὸν χειμῶνα. Οὕτω λοιπὸν ἡ ἀνισότης εἶναι διπλῆ ἀπὸ ὅτι ἤθελεν εἶναι διὰ τὸ ἀποτέλεσμα τῶν ἀποσημάτων, ὅ ἐστι, τὸ ἥμισυ τῆς ἀνισότητος εἶναι πραγματικόν.

§. 478. Ἡμποροῦμεν λοιπὸν νὰ θεωρῶμεν αὐτὸν τὸν νόμον ὡς ἀποδεδειγμένον ἀστρονομικῶς, ἐπειδὴ δὲν διελάβομεν ἀκόμι διὰ τὰς παρακτικὰς τε αἰτίας· μέλλομεν ὁμως νὰ ἀποδείξωμεν· 1^ο ὅτι οἱ πλανῆται γυρίζουν τριγύρω εἰς τὸν ἥλιον διὰ μέση μιᾶς κεντρικῆς, ἢ φελετικῆς, ἢ κεντρομόλης δυνάμεως διευθυνομένης εἰς τὴν ἐσίαν τῆς ἐλλείψεως· 2^ο ὅτι ἂν αὕτη ἡ δύναμις ὑποτεθῆσα μιαν φοράν ἀκολουθεῖ νὰ ἦναι τὰ ἐμβάδα ἀνάλογα μὲ τὰς χρόνους· καὶ ταῦτα θέλουν εἶναι μία σοιχειώδης γνώσις, ἡ ὅποια θέλει προετοι-

μάσει τὸν ἀναγνώστην εἰς τὴν φυσικὴν ἀστρονομίαν, διὰ τὴν ὁποῖαν θέλομεν διαλάβει εἰς τὸ ΙΒ'. βιβλίον.

§. 479. Ὁ πρῶτος νόμος τῆς κινήσεως, ὁ ἀπὸ τὴν πείραν βεβαιώσῃς, ἔ παραδεχθεῖς ἀπὸ ὅλους τὰς μαθηματικὰς, καὶ εἰς τὸν καιρὸν μάλιστα τῆ Ἀναξαγόρα εἶναι, ὅτι ἓνα σῶμα, ὅπῃ διέτρεξε μίαν εὐθείαν γραμμὴν μὲ ταχυτῆτα ὁμοειδῆ εἰς τὸ διάστημα ἑνὸς λεπτοῦ, θέλει διατρέξει μίαν ἄλλην εὐθείαν γραμμὴν κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, εἰς τὸ ἀκόλουθον λεπτόν, ἂν κανένα κώλυμα δὲν τὸ ἐμποδίζῃ· κατὰ τῆτο ὁ πλανήτης Π (σχ. 55.), προχωρήσας μίαν μόνην φοράν ἀπὸ τὸ Π εἰς τὸ Τ εἰς τὴν εὐθείαν γραμμὴν ΠΤ, θέλει ἐξακελευθῆσαι τὴν κίνησίν τε ἀπὸ τὸ Τ εἰς τὸ Ε εἰς τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν ΠΤΕ, διατρέχωντας ἓνα διάστημα ΤΕ ἴσον μὲ τὸ ΠΤ ὁμοειδεῖς ἔ εἰς τὸ αὐτὸ τὸ διάστημα τῆ χρόνου. Ὡς τόσον οἱ πλανῆται περιγράφον ἐλλείψεις, ἔ ὄχι εὐθείας γραμμάς, ἔ καμπυλώων ἀκατάπαυστα τὰς πορείας των πρὸς τὸ μέρος τῆ ἡλίου ἔ μετὰ μίαν περιφορὰν ξαναπέρων πάλιν τὴν ὁδὸν εἰς τὸ αὐτὸ ἀπόστημα ἀπὸ τὸν ἡλιου· ἔχει ἄρα ὁ ἡλιος μίαν δύναμιν, δυναμένην νὰ ἀφέλκῃ εἰς κἀσε σιγμὴν τὸν πλανήτην ἀπὸ τὴν εὐθείαν γραμμὴν, ὅπῃ τὴν προηγμένην σιγμὴν εἶχε περιγράψει· τὸ μέτρον, ἔ τὸ μέγεθος αὐτῆς τῆς δυνάμεως θέλομεν τὸ ἐρευνῆσαι εἰς τὸ ΙΒ'. βιβλίον, ὅπῃ θέλομεν διαλάβει διὰ τὴν ἑλκτικὴν δύναμιν· μᾶς ἀρκεῖ ἔδῶ νὰ δείξωμεν ὅτι αὐτὴ ἡ κεντρικὴ δύναμις ὑπάρχει τῶ ὄντι· ἐπειδὴ χωρὶς αὐτὴν οἱ πλανῆται ἤθελαν διαγράφη εὐθείας γραμμάς, ἔ ποτὲ δὲν ἤθελαν ξαναγυρίζῃ εἰς

τὸς ἰδίαις τόποις, μήτε ἤθελαν διαγράφη καμπύλας γραμμάς ὅπῃ περικυκλώνην τὸν ἥλιον.

§. 480. Ὁ δεύτερος νόμος τῆς κινήσεως, ὅπῃ ἐγὼ ὑποθέτω ἀκόμι ὡς ἐγνωσμένον, καὶ ἀποδεδειγμένον, ἐπειδὴ εὐρίσκεται εἰς ὅλα τὰ βιβλία τῆς Μηχανικῆς, ἢ τῆς Δυναμικῆς, εἶναι ἕτος· ἓνα σῶμα, ὅπῃ ὠθεῖται ἐν ταύτῳ ἀπὸ δύο διαφορετικὰς δυνάμεις, τῶν ὁποίων αἱ διευθύνσεις ἀποτελεῖσι γωνίαν, καὶ ἀπὸ τὰς ὁποίας ἢ κάθε μία ἤθελε τὸ κῆμη νὰ διατρέξῃ εἰς μίαν σιγμὴν μίαν ἀπὸ τὰς πλευρὰς ἐνὸς παραλληλόγραμμου, θέλει διαγράψῃ τὴν διαγώνιον εἰς τὴν αὐτὴν σιγμὴν. Ὁ πλανήτης φάσας εἰς τὸ Τ ἔλκεται πρὸς τὸν ἥλιον, κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΤΗ, με μίαν δύναμιν, ἢ ὁποία μόνη ἤθελεν εἶναι ἰκανὴ νὰ τὸν κῆμη νὰ διατρέξῃ εἰς μίαν σιγμὴν μίαν εὐθείαν γραμμὴν, καθὼς εἶναι ἢ ΤΛ, εἰς καιρὸν ὅπῃ εἰς τὸν ἴδιον καιρὸν ἀναγκάζεται νὰ διατρέξῃ εἰς μίαν σιγμὴν μίαν γραμμὴν ΤΕ ἴσην μετὰ τὴν ΠΤ, κατὰ τὸν πρῶτον νόμον τῆς κινήσεως. Ἄν ἐπάνω εἰς τὰς γραμμάς ΤΛ καὶ ΤΕ διαγραφῇ ἓνα παραλληλόγραμμον ΛΤΕΡ, ὁ πλανήτης θέλει διατρέξῃ τὴν διαγώνιον ΤΡ εἰς τὴν αὐτὴν σιγμὴν· αὗται αἱ αἰτίαι μόναι ἀρκεῖν εἰς ἀπόδειξιν τῆς, ὅτι ὁ νόμος τῶν ἐμβαδῶν τῶν ἀναλόγων μετὰ τὰς χρόνας, πρέπει νὰ ἔχη χώραν εἰς ὅλας τὰς πλανήτας· αὕτη εἶναι περίπτω ἢ ἀπόδειξις τῆς Νεύτωνος (Φιλοσοφίας Φυσικῆς ἀρχαὶ μαθηματικαὶ, Βιβ. Ι.)

§. 481. Θεωρῶ ἓνα πλανήτην εἰς ἓν ὁποιονεὺ σημεῖον Τ τῆς τροχιάς τε, ὁ ὁποῖος διέτρεξε εἰς τὴν προτέραν σιγμὴν ἓνα πολλὰ μικρὸν μέρος ΠΤ ταύτης

τῆς τροχιάς, τὸ ὁποῖον ἤμπορει νὰ ληφθῆ ὡς εὐθεῖα
 γραμμὴ· ὁ πλανήτης φθάσας ἀπὸ τὸ Π εἰς τὸ Τ,
 ἐν ᾧ ἡ ἡμιδιάμετρος τῆς τροχιάς τε διέβη ἀπὸ τὸ ΗΠ
 εἰς τὸ ΗΤ περισύγραψε τὸ ἔμβασδὸν ΗΠΤ εἰς μίαν σιγ-
 μὴν χρόνου. Λέγω ἔν ὅτι εἰς τὴν ἀκόλουθον σιγμὴν
 θέλει διαγράψει ἓνα ἔμβασδὸν ΗΤΡ ἴσον μὲ τὸ ΗΠΤ,
 ἢ ἓνα τρίγωνον ἴσον εἰς τὴν ἐπιφάνειαν μὲ τὸ ΗΠΤ,
 ὥστε τὸ περιγεγραμμένον ἔμβασδὸν ἀπὸ τὴν ἐπιβατι-
 κὴν ἡμιδιάμετρον θέλει εἶναι ἔξ ἴσον εἰς ἴσον χρόνον·
 διότι ἂν ὁ πλανήτης, ἤθελεν ἀφραθῆ εἰς τὸν ἑαυτῶ-
 τε, καὶ ἤθελεν ἐξακολουθήσῃ τὴν κίνησίν τε ἀπὸ τὸ
 Τ εἰς τὸ Ε, ἤθελε διαγράψει ἓνα ἔμβασδὸν ΤΗΕ ἴσον
 μὲ τὸ ἔμβασδὸν ΠΗΤ, ἐπειδὴ αὐτὰ τὰ δύο τρίγωνα
 εἶναι ἴσα, ἔχοντα βάσεις ἴσας ΠΤ ἔ ΤΕ, ἔ τὸ αὐ-
 τὸ ὕψος· ἐξ αἰτίας ὅμως τῆς κεντρικῆς δυνάμεως τῆς
 ἑλκυστικῆς τὸν πλανήτην πρὸς τὸν ἥλιον θέλει διαγρα-
 φῆ, τὸ ἔμβασδὸν ΤΗΡ (εἰς τὸν τόπον τῶ ἔμβασδῶ ΤΗΕ)
 ἀπὸ τὸν πλανήτην· ἀλλὰ τὰ τρίγωνα ΤΗΡ, ΤΗΕ
 εἶναι ἀκόμι ἴσα, ἐπειδὴ ἔχου τὴν αὐτὴν βάσιν ΤΗ,
 ἔ εἶναι ἔ εἰς τὰς αὐτὰς παραλλήλους ΕΡ ἔ ΤΗ· ἄρα
 ΤΗΡ εἶναι παρομοίως ἴσον μὲ τὸ ἔμβασδὸν ΠΗΤ· κατὰ
 τῆτο δέδεικται, ὅτι τὰ διαγεγραμμένον μικρὸν ἔμβασδὸν
 εἰς τὸ πρῶτον λεπτόν εἶναι ἴσον μὲ τὸ διαγεγραμμένον
 εἰς τὸ ἀκόλουθον λεπτόν μικρὸν ἔμβασδὸν· ἔ ἂν προχω-
 ρῆς ἔτωσ ἀπὸ λεπτόν εἰς λεπτόν εἰς ὅλην τὴν διάρκειαν
 τῆς περιφορᾶς, θέλεις ἀποδείξει μὲ τὴν αὐτὴν εὐκο-
 λίαν ὅτι ὁ αὐτὸς πλανήτης θέλει διαγράφει αἰωνίως
 τὸ αὐτὸ ἔμβασδὸν εἰς τὴν αὐτὴν χρόνον, εἰς ὅποιον ἀ-
 πόστημα ἀπὸ τὸν ἥλιον ἔ ἂν ἔλθῃ, ἂν μόνου δὲν ἔ-

πίλθη καμμία ξένη δύναμις, ὅπερ ἔμπορεῖ νὰ ταράξη τὴν ἰσότητα μεταξὺ τῶν ΤΕ καὶ ΠΤ, ὃ ἔστι μεταξὺ τῆς γραμμῆς, ὅπερ ἕνας πλανήτης διατρέχωντας διέγραψε, καὶ ἐκείνης, ὅπερ σπυράζει νὰ διατρέξη εἰς τὸ ἀκόληθον λεπτόν.

Οὕτω λοιπὸν ὁ νόμος τῶν ἀναλόγων μὲ τὰς χρόνας τῶν ἐμβαδῶν ἀποδείκνυται, ὅχι μόνον ἀπὸ τὴν παρατήρησιν, ὃ ἔστιν, ἀπὸ τὴν γενικὴν συμφωνίαν τῶν εἰς αὐτὸν τὸν νόμον ἐρειδομένων λογαρισμῶν, μὲ τὰς παρατηρήσεις, ἀλλὰ ἀκόμη καὶ ἀπὸ τὴν ἴδιαν φύσιν τῶν δύο δυνάμεων, ὅπερ ὠθεῖσι τὰς πλανήτας· ὅθεν αἱ διαβῶμεν ἤδη εἰς τὸν λογαριασμὸν τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν εἰς τὰς ἑλλειπτικὰς τροχιάς των, διὰ νὰ ἔμπορῶμεν νὰ διορίζωμεν εἰς κάθε καιρὸν τὸ σημεῖον τῆς τροχιάς, ὅπερ ἕνας πλανήτης πρέπει νὰ εὕρεθῆ, διὰ τὸν προηγηθέντα νόμον.

Περὶ τῆς Ἑλλειπτικῆς κινήσεως.

§. 482. Ὁρισμοί. Ἡ ἐπιβατικὴ Ἄκτις ἐνὸς πλανήτε εἶναι ἡ γραμμὴ ἢ ἀγχομένη ἀπὸ τὸ κέντρον τῆ πλανήτε, ἢ τὸ ἀπόστημα τῆ πλανήτε ἀπὸ τὴν ἐξίαν τῆς Ἑλλείψεως τε. "Ἐσω ΑΜΔΠ (σχ. 56.) ἢ Ἑλλειπτικὴ τροχιά ἐνὸς πλανήτε περιγεγραμμένη περὶ τὴν ἐξίαν Η, ὅπερ εἶκεται ὁ ἥλιος (468), Μ ὁ ἐνεργεῖα τόπος ἐνὸς πλανήτε εἰς μίαν δεδομένην σιγμὴν· ἡ γραμμὴ ΗΜ θέλει εἶναι ἡ ἐπιβατικὴ ἀκτις, ἢ ἡμιδιάμετρος.

Ἡ γραμμὴ τῶν ἀψίδων, ἢ ὁ μεγάλος ἄξων τῆς ἑλλείψεως, σημειώνει τὴν ἀφηλιότητα, καὶ περιηλιό-

τητα τῆ πλανήτε (300). Ἡ ἀφηλιότης εἶναι ἡ κορυφή A τῆ μεγάλης ἄξωνος $ΑΠ$, ἡ πορρωτάτω ἀπέχεται ἀπὸ τὴν ἑστίαν H . Ἡ περιηλιότης εἶναι ἡ ἄκρα $Π$ τῆ μεγάλης ἄξωνος, ἡ πλησιεστάτη εἰς τὴν ἑστίαν H , ἢ εἰς τὸν ἥλιον.

Ἄνωμαλία ἐν γένει εἶναι τὸ ἀπόστημα ἐπὶ πλανήτε ἀπὸ τὴν ἀφηλιότητά τε· ἀλλὰ τῆτο τὸ ἀπόστημα ἢμπορεῖ νὰ θεωρηθῆ διαφόρως.

Ἡ ἀληθινὴ ἄνωμαλία εἶναι ἡ γωνία, ὅπῃ γίνεται εἰς τὴν ἑστίαν τῆς ἐλλείψεως ἀπὸ τὴν ἐπιβατικὴν ἀκτῖνα, ἔ ἀπὸ τὴν γραμμὴν τῶν ἀψίδων· τοιαύτη εἶναι ἡ γωνία $ΑΗΜ$ ἠγνομένη ἀπὸ τὸν μεγάλον ἄξονα $ΑΗ$, ἔ ἀπὸ τὴν ἐπιβατικὴν ἀκτῖνα $ΗΜ$.

Ἡ ἐκκεντρικὴ ἄνωμαλία εἶναι ἡ γωνία ἠγνομένη εἰς τὸ κέντρον τῆς ἐλλείψεως ἀπὸ τὸν μεγάλον ἄξονα, ἔ ἀπὸ τὴν ἀκτῖνα ἐνὸς περιγεγραμμένου κύκλου ἀγομένην εἰς τὸ πέρασ τῆς τεταγμένης, ὅπῃ ἄγεται διὰ τῆ ἀληθινῆ τόπε τῆ πλανήτε. Οὕτω λοιπὸν διαγράψας ἕνα κύκλου $ΑΒΠ$ εἰς τὸν μεγάλον ἄξονα $ΑΠ$ τῆς τροχιάς, ὡς εἰς διάμετρον, ἄξον τῆς τεταγμένην $ΡΜΒ$ διὰ τῆ σημεῖα $Μ$, ὅπε ὑποδέτεται ὁ πλανήτης, ἔ εἰς πέρασ $Β$ αὐτῆς τῆς τεταγμένης ἄξον τὴν ἀκτῖνα $ΚΒ$ · αὕτη θέλει διορίσει τὴν ἐκκεντρικὴν ἄνωμαλίαν $ΑΒ$, ἢ τὴν γωνίαν $ΑΚΒ$.

Ἡ μέση ἄνωμαλία εἶναι τὸ ἀπόστημα ἀπὸ τὴν ἀφηλιότητα, ὅπῃ ὑποτίθεται ἀνάλογον μὲ τὸν χρόνον· εἶναι δὲ ἐκείνη, ὅπῃ αὐξάνει ὁμοειδῶς, καὶ χωρεῖ ἐπίσης ἀπὸ τὴν ἀφηλιότητα ἕως εἰς τὴν περιηλιότητα· λοιπὸν ἕνας πλανήτης, ὅπῃ χρειάζεται 6

μῆνας νὰ πηγαινῆ ἀπὸ τὸ Α εἰς τὸ Β, θέλει ἔχει εἰς τὸ τέλος τῆ πρώτης μηνὸς 30° μέσην ἀνωμαλίαν, 60° εἰς τὸ τέλος τῆ δευτέρας· καὶ ἔτι εἰς τὴν ἐφεξῆς, ἐπειδὴ ἡ ἀπόστασις τα αὐξάνει πάντοτε ἀναλόγως μὲ τὸν χρόνον. Ἄν ἀχθῆ μία γραμμὴ ΚΧ, διὰ νὰ σημειώσῃς τὴν μέσην ἀνωμαλίαν, καὶ ὑποτεθῆ ὅτι αὕτη ἡ γραμμὴ κινεῖται ὁμοειδῶς περὶ τὸ κέντρον Κ, ἡ γραμμὴ ΚΧ θέλει προχωρήσει κατ' ἀρχάς περαιτέρω ἀπὸ τὴν ΚΒ, ἐπειδὴ ἡ ΑΒ αὐξάνει βραδύτερον πρὸς τὴν ἀφελιότητα, ὅπως ἡ κίνησις τῆ πλανήτε εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν μέσην κίνησιν· καὶ αὕτη ἡ πρόοδος θέλει αὐξήσει ἐπὶ τοσούτον, ὅσον ἡ ταχύτης τῆ πλανήτε θέλει εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν μέσην ταχύτητα· ὕστερα τὸ σημεῖον Β θέλει πλησιάσει εἰς τὸ σημεῖον Χ, ἕως ὅπου νὰ ἐνώθῃν εἰς τὴν περιηλιότητα Β· ἐκεῖ συμπίπτουσιν αἱ τρεῖς ἀνωμαλῖαι, καὶ εἶναι ἐπίσης 180° . Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῆς ἀληθινῆς ἀνωμαλίας, καὶ τῆς μέσης ἀνωμαλίας δίδωσι τὴν ἐξίσωσιν τῆς τροχιάς, ἢ τὴν ἐξίσωσιν τῆ κέντρον.

§. 483. Ἐπειδὴ ἡ μέση ἀνωμαλία εἶναι ἀνάλογος μὲ τὸν χρόνον, καὶ εἶναι ἓνα μέρος τῆ χρόνου τῆς περιφορᾶς, καὶ ἢμπορεῖ κάθε μέγεθος, ὅπου αὐξήσει ὁμοειδῶς, νὰ χρησιμεύσῃ εἰς μέτρον τῆς· ὅθεν ὄχι μόνον τὸ τόξον ΑΧ, ἢ γωνία ΑΚΧ, καὶ ὁ τομεύς, ἢ τὸ κυκλικὸν ἐμβαδὸν ΑΚΧ, ἢμπορῆν νὰ ὀνομάζωνται μέση ἀνωμαλία, ἀλλ' ἀκόμι καὶ ὁ ἑλλειπτικὸς τομεύς, ἢ τὸ ἐμβαδὸν ΑΗΜ τὸ γινόμενον ἀπὸ τὴν ἐπιβατικὴν ἀκτῖνα ΗΜ, ἀπὸ τὸν μεγάλον ἄξονα ΗΑ καὶ ἀπὸ τὸ τόξον τῆς ἑλλείψεως ΑΜ· ἐπειδὴ τὰ ἐμβαδὰ τὰ