οἷον ἔστωσαν συναφθησόμε α 3,0506. ϗ 4,789, ϗ 6, 62, ϗ 4, 753547. ὅθεν

$$\begin{array}{r} 3 , 050600 \\ 4 , 789000 \\ 6 , 620000 \\ 4 , 753647 \\ \hline 19 , 213247 \end{array}$$

ΠΡΟ'ΒΑΗΜΑ β'.

§. 96. Νὰ ἀφαιρῶμεν Δεκαδικὰ Κλάσματα.

ΠΡΑΚΤΕ'Α ἢ ΛΥ'ΣΙΣ.

Καν. Γράφομεν τὰς χαρακτῆρας τοῦ ἀφαιρετέου ὑπὸ τοὺς χαρακτῆρας τοῦ ἐλαττωτέου κατὰ τὸν ἀνωτέρω Κανόνα τῆς Συνάψεως, ἔπειτα πλοῦμεν ἐπ' αὐτῶν τὴν ἀφαίρεσιν κατὰ τὴν κοινὴν τῆς ἀφαιρέσεως Μέθοδον. π. χ. ἔστω ἀφαιρεθησόμενον τὸ 5, 0294 ἀπὸ τοῦ 16, 4325. ὅθεν

τὸ ἐλαττωτέον	16 , 4325.	ὡσαύτως ϗ	7 , 30000
τὸ ἀφαιρετέον	5 , 0294.		3 , 79468
ἡ διαφορὰ	11 , 4031.		3 , 50532

ΠΡΟ'ΒΑΗΜΑ γ'.

§. 97. Νὰ πολλαπλασιάζωμεν Δεκαδικὰ Κλάσματα.

ΠΡΑΚΤΕΑ ἡ ΛΥΣΙΣ.

Καν. α΄) Γράφομεν πρῶτον τὰ Κλάσματα ὑπ' ἄλληλα, ὡς ἀκεραίους ἀριθμοὺς, χωρὶς νὰ ἐκκόπτωμεν τοὺς χαρακτῆρας διὰ τῆς ὑποδιαστολῆς, ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὸν Πολλαπλασιαστέον διὰ τοῦ Πολλαπλασιαστοῦ κατὰ τὸν κοινὸν τρόπον τῆς Πολλαπλασιάσεως.

Καν. β΄.) Μετὰ δὲ τὴν Πολλαπλασίασιν ἐκκόπτομεν δεξιόθεν ἀπὸ τοῦ Γινομένου τοσούτους χαρακτῆρας, ὅσοι Δεκαδικοὶ χαρακτῆρές εἰσιν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς Παράγουσι. π. χ. ἔστω Πολλαπλασιασθησόμενον 4, 26 διὰ τοῦ 3, 62. ὅθεν

$$
\begin{array}{r}
426 \\
362 \\
\hline
852 \\
2556 \\
1278 \\
\hline
154212
\end{array}
$$

ἐπειδὴ τοίνυν κ᾽ εἰς τοὺς δύω Παράγοντάς εἰσι τέσσαρες Δεκαδικοὶ χαρακτῆρες, πρέπει νὰ ἐκκοπῶσι δεξιόθεν κ᾽ ἀπὸ τοῦ Γινομένου ὁμοίως τέσσαρες χαρακτῆρες διὰ τὰ Δεκαδικὰ Κλάσματα. ὅθεν τὸ ζητούμενον Γινόμενόν ἐστι 15, 4212.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐν τῷ Πολλαπλασιασμῷ τῶν Κλασμάτων πολλαπλασιάζομεν τοὺς μὲν ἀριθμητὰς μετὰ τῶν ἀριθμητῶν, τοὺς δὲ δὲ Παρονομαστὰς μετὰ τῶν Παρονομαστῶν (§. 84.). τὰ δὲ δοθέντα Δεκαδικὰ Κλάσματα μετὰ τῶν ἀκεραίων, ἢ ἄνευ τούτων, εἰσὶν ἀριθμηταὶ, ἄρα πρέπει νὰ πολλαπλασιασθῶσι ταῦτα πρὸς ἄλληλα κατὰ τοὺς κοινοὺς Κανόνας. τὸ δὲ Γινόμενον τῶν Παρονομαστῶν θέλει ἔχῃ τοσαῦτα Μηδενικὰ, ὅσα ὁμοῦ εἰσιν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς Παράγουσι Παρονομασταῖς, τὸ Γινόμενον ἄρα τῶν ἀριθμητῶν θέλει ἔχῃ τοιοῦτον Παρονομαστὴν, ὅστις ἔχει τοσαῦτα Μηδενικὰ, ὅσοι Δεκαδικοὶ χαρακτῆρές εἰσιν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς Παράγουσιν. ὅθεν πρέπει νὰ ἐκκοπῶσιν ἀπὸ τοῦ Γινομένου τοσοῦτοι χαρακτῆρες διὰ τὰ Δεκαδικὰ Κλάσματα. τὸ ἀνωτέρω Παράδειγμα δύναται νὰ ἐκτεθῇ μετὰ τοῦ οἰκείου Παρονομαστοῦ οὕτω $\frac{426}{100}$ πολλαπλασιασθὲν μετὰ τοῦ $\frac{362}{100}$, ποιεῖ $\frac{154212}{10000}$, ἤτοι 15, 4212. ὡσαύτως καὶ 3, 503 πολλαπλασιασθὲν μετὰ τοῦ 1, 2 παρέχει Γινόμενον 4, 2036.

ΣΧΟΛΙΟΝ ά.

§. 98. Ἂν ἐν τῷ Γινομένῳ προκύψωσι μόνον τοσοῦτοι χαρακτῆρες, ὅσοι Δεκαδικοὶ χαρακτῆρές εἰσιν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς Παράγουσιν, ἅπαντες οἱ χαρακτῆρες τούτου τοῦ Γινομένου ἔσονται τότε Δεκαδικοὶ π. χ. 4, 134 πολλαπλασιασθὲν διὰ τοῦ 0, 2 παρέχει Γινόμενον 8268, καὶ ἐπειδὴ εἰς τοὺς δύω Παράγοντας εἰσὶ τέσσαρες Δεκαδικοὶ χαρακτῆρες, πρέπει ἅπαντες οἱ τέσσαρες χαρακτῆρες τούτου τοῦ Γινομένου νὰ εἶναι Δεκαδικοὶ, καὶ γράφονται οὕτω 0, 8268. ἡ δὲ Δεῖξις τούτου εἶναι ἡ αὐτὸ μὲ τὴν προτεθεῖσαν. ἐπειδὴ δύνανται ταῦτα νὰ ἐκτεθῶσι μετὰ τῶν ἑαυτῶν Παρονομαστῶν $\frac{4134}{1000}$, καὶ $\frac{2}{10}$, τὰ ὁποῖα πολλαπλασιασθέντα πρὸς ἄλληλα, παρέχουσι $\frac{3268}{10000}$,

κ̀ ἐπειδὴ ὁ Παρονομαστὴς εἶναι μείζων τοῦ ἀριθμητοῦ, τὸ Κλάσμα εἶναι ἀληθὲς κ̀ κύριον, τὸ ὁποῖον κ̀ ἀκέραιον ἀριθμὸν δὲν παρέχει.

ΣΧΟΛΙΟΝ β'.

§. 99. Ὅταν δὲ ὦσιν ἐν τῷ Γινομένῳ χαρακτῆρες ὀλιγότεροι τῶν ἐν ἀμφοτέροις τοῖς Παράγουσιν ὄντων, τότε πρέπει νὰ προσθέτωμεν ἐν αὐτῷ ἐπὶ τὰ ἀριστερὰ τόσα Μηδενικὰ, ὅσα εἶναι ἀναγκαῖα πρὸς συμπλήρωσιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν Δεκαδικῶν χαρακτήρων, ἐν δὲ τῷ τόπῳ τῶν ἀκεραίων πρέπει ἔτι νὰ γράφωμεν ἓν Μηδενικόν. τουτέστιν ἂν ἐν τῷ Γινομένῳ εἰσὶ μόνοι τρεῖς χαρακτῆρες, ἐν ᾧ ἐν ἀμφοτέροις τοῖς Παράγουσιν εἰσὶν ἕξ, πρέπει νὰ γράψωμεν πρὸ τοῦ Γινομένου πρὸς συμπλήρωσιν τρία Μηδενικὰ, κ̀ ἔτι ἓν εἰς τὸν τόπον τῶν ἀκεραίων π. χ. 0, 02 πολλαπλασιασθὲν διὰ τοῦ 0, 0083, τουτέστι 2 διὰ τοῦ 83, παρέχει Γινόμενον 166, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐκτεθῇ οὕτω 0, 000166. ἐπειδὴ εἶναι $\frac{2}{100}$ πολλαπλασιαζόμενον μετὰ τοῦ $\frac{83}{10000}$, τῶν ὁποίων τὸ Γινόμενον ὑπάρχει $\frac{166}{1000000}$, ἤτοι 0, 000166.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ δ'.

§. 100. Νὰ διαιρῶμεν Δεκαδικὰ Κλάσματα.

ΠΡΑΚΤΕΑ ἡ ΛΥΣΙΣ.

Καν. ά) Γράφομεν τὰ διαιρεθησόμενα Κλάσματα κατὰ τὸν τρόπον τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, χωρὶς νὰ ἐκκόπτωμεν

κόπτωμεν τοὺς Δεκαδικοὺς χαρακτῆρας διά τινος ὑποδιαστολῆς, ποιοῦμεν ἔπειτα ἐπ' αὐτῶν τὴν Διαίρεσιν, καθὼς καὶ ἐπὶ τῶν ἀκεραίων.

Καν. β΄.) Μετὰ τὴν Διαίρεσιν ἐκκόπτομεν διὰ τὰ Δεκαδικὰ ἀπὸ τοῦ Πηλίκου τοσούτους χαρακτῆρας, ὅσους ὑπερέχουσιν οἱ Δεκαδικοὶ χαρακτῆρες τοῦ Διαιρετέου τῶν Δεκαδικῶν χαρακτήρων τοῦ Διαιρέτου. π. χ. ἔστω διαιρεθησόμενον 3,7036. διὰ τοῦ 4,7. ὅθεν γράφομεν αὐτὰ οὕτω

```
37036 | 47
      ------
        788
329
---
413
376
---
376
376
---
0
```

Μετὰ τὴν Διαίρεσιν προέκυψε Πηλίκον 788, ἀλλ' ἐπειδὴ οἱ Δεκαδικοὶ χαρακτῆρες τοῦ Διαιρουμένου εἰσὶ τέσσαρες, οἱ δὲ Δεκαδικοὶ τοῦ Διαιροῦντος μόνον ἕνας, καὶ ἡ ὑπεροχὴ μεταξὺ τούτων εἰσὶ τρεῖς χαρακτῆρες, ἐκκόπτομεν διὰ Δεκαδικοὺς ἀριθμοὺς ἀπὸ τοῦ Πηλίκου τρεῖς χαρακτῆρας, τουτέστιν ἐνταῦθα λαμβάνομεν ὅλον τὸ Πηλίκον 788 ὥστε τὸ ζητούμενον εἶναι 0,788.

ΕΤΕΡΟΝ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.

Ἔστω διαιρούμενον τὸ 12, 236 διὰ τοῦ 2, 3. ὅθεν γίνεται

```
12236 | 23
      -----
        532
115
-----
 073
  69
-----
  046
   46
-----
    0
```

ὥστε τὸ ζητούμενον Πηλίκον ἐστὶ 5, 32.

ΣΧΟΛΙΟΝ α.

§. 101. Ὅταν μὲν οἱ Δεκαδικοὶ χαρακτῆρες τοῦ Διαιρετέου ὑπάρχωσιν Ἰσάριθμοι μὲ τοὺς Δεκαδικοὺς χαρακτῆρας τοῦ Διαιρέτου, τότε δὲν ἐκκόπτομεν ἀπὸ τοῦ Πηλίκου χαρακτῆρά τινα διὰ Δεκαδικά, ἀλλ' ὅλλον τὸ Πηλίκον μένει ἀνῆκον εἰς τὸν ἀκέραιον ἀριθμόν. ὅταν δὲ εἰς τὸν Διαιρετέον εἶναι Δεκαδικοὶ χαρακτῆρες ὀλιγώτεροι τῶν ἐν τῷ Διαιρέτῃ ὄντων Δεκαδικῶν, προσθέσομεν τότε πρῶτον εἰς τὸν Διαιρετέον ἐν τοῖς δεξιοῖς, τοσαῦτα Μηδενικά, ὅσα ἀρκοῦσι διὰ νὰ γένωνται οἱ Δεκαδικοὶ χαρακτῆρες τοῦ Διαιρετέου Ἰσάριθμοι μὲ τοὺς Δεκαδικοὺς τοῦ Διαιρέτου, ἔπειτα τελοῦμεν τὴν Διαίρεσιν, καὶ τὸ πρῶτον Πηλίκον ἔσται Σημαντικὸν Ποσότητος ἀκεραίου. ἂν ὅμως προσθέσωμεν πλείονα Μηδενικά, ὁ ἀριθμὸς τῶν Δεδαδικῶν χαρακτήρων θέλει αὐξήσει ἐν τῷ Πηλίκῳ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν προστιθεστιθεμένων Μηδενικῶν. π. χ. ἔςω διαιρεθησόμενον τὸ 181, 23 διὰ τῦ 25, 89. ὅθεν

18123	2589	
18123	7	τὸ Πηλίκον, ὅπερ

καὶ Ποσότης ἀκέραιός ἐστι.

ἔςω ἔτι διαιρεθησόμενον τὸ 43, 5 διὰ τῦ 5, 26. ὅθεν προστεθέντος ἑνὸς Μηδενικῦ, γίνεται

4350	526
	8
4208	
142	

ὥςε Πηλίκον πρῶτον προέκυψε 8 καὶ ἐναπολείπεται ἔτι τὰ 142, εἰς τὰ ὁποῖα προσθέντος ἑνὸς Μηδενικῦ, ἄρχονται τὰ Δεκαδικὰ Κλάσματα, καὶ δύναται νὰ συνελίζηται ἡ Διαίρεσις, ἐφ᾽ ὅσον τις ἐθέλει νὰ προσθέτη Μηδενικὰ ἐν τῷ λειψάνῳ.

ΣΧΟ΄ΛΙΟΝ β.

§. 103. Ἐὰν ὁ Διαιρύμενος ἐλάττων τῦ Διαιρῦντος τυγχάνη, ἡ Διαίρεσις δὲν δύναται νὰ γένη ἐν ἀκεραίοις ἀριθμοῖς. ἐπειδὴ εἰς τοιαύτην περίςασιν ὑπάρχει Κλάσμα γνήσιον, τυτέςι κύριον. π. χ. ἔςω διαιρεθησόμενον τὸ 0, 045 διὰ τῦ 9 ἀκεραίυ, ἐκτεθέντων δὲ τύτων μετὰ τῶν οἰκείων Παρονομαςῶν, γίνεται $\frac{45}{1000}$ διαιρετέον διὰ τῦ $\frac{9}{1}$, καὶ γενομένης τῆς Διαιρέσεως, προκύπτει Πηλίκον $\frac{45}{9000}$, τὸ ὁποῖον εἶναι Κλάσμα κύριον, καὶ ἑπομένως δὲν δύναται

νὰ

νὰ διαιρεθῇ ὁ ἀριθμητὴς διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ. ἐὰν δὲ τοῦτο τὸ Κλάσμα ἤθελε μεταποιηθῇ εἰς Κλάσμα Δεκαδικὸν κατὰ τὸ προτεθὲν τέταρτον Πόρισμα, πρέπει νὰ προστεθῶσιν ἐν τῷ ἀριθμητῇ Μηδενικά. καὶ ἐπειδὴ ἡ πρώτη Διαίρεσις δύναται νὰ ἀρχίσῃ, προστεθέντων μόνων τριῶν Μηδενικῶν, εἶναι δῆλον, ὅτι καὶ τὸ Πηλίκον ἐν μὲν τῇ ἀρχῇ θέλει ἔχῃ τρία Μηδενικά, τὸν δὲ ἐν τῷ τετάρτῳ τόπῳ χαρακτῆρα ἀριθμὸν πρῶτον, ὁ ὁποῖος ὑπάρχει χιλιοστημόριον. ἡ Διαίρεσις δύναται νὰ πραχθῇ οὕτω

```
45      I 9000
        ------
        0,005

0000
----
 450
0000
----
 4500
 0000
 ----
 45000
 45000
 -----
     0
```

ΣΤΟΙΧΕΓΑ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ α΄.

ΓΕΝΙΚΑΙ ΑΛΓΕΒΡΑΙΚΑΙ ΙΔΕΑΙ.

ΟΡΙΣΜΟΣ α΄.

§. 1. Ἄλγεβρα ἐστὶ Γενικὴ ἀριθμητική, ἢ Ἐπιστήμη τῶν ἀφῃρημένων καὶ ἀορίστων, ἢ τῶν ἐν γένει καὶ καθόλου λαμβανομένων Ποσῶν, τὰ ὁποῖα ἐμφαίνονται διὰ τῶν τοῦ ἀλφαβήτου Γραμμάτων, τῶν ὁποίων ἡ σημασία εἶναι ἐπίσης ἀόριστος.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 2. Τρία πρέπει νὰ παρατηρῶμεν εἰς τὴν ἄλγεβραν προσεκτικῶς· πρῶτον, αὐτὰ τὰ Ποσά. δεύτερον, τὰς Μεταβολάς, ἢ τὰ Πάθη, εἰς τὰ ὁποῖα ὑπόκεινται αὐτὰ τὰ Ποσά, καὶ τρίτον, τὰς σχέσεις, τὰς ὁποίας πρὸς ἄλληλα ἔχουσι τὰ Ποσά, περὶ ἑκάστου τούτων τῶν

τριῶν

τειῶν μεταχειριζόμεθα ἴδια Σημεῖα, ἢ Γράμματα, ὡς ἀκολούθως.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ α'.

§. 3. Κάθε Ποσὸν ἐκφράζεται καὶ ἐκδηλοῦται διὰ τῶν Γραμμάτων α, β, γ, δ, κτ. καὶ αὐτὰ εἶναι τὰ Σημεῖα τῶν ποσῶν. ὡς τόσον τὰ μὲν ἐγνωσμένα, ἢ διδόμενα Ποσὰ ἐμφαίνομεν διὰ τῶν πρότων Γραμμάτων α, β, γ, μέχρι τοῦ μ. Τὰ δὲ ἄγνωστα, ἢ ζητούμενα, διὰ τῶν τελευταίων, φ, χ, ψ, ω, ἐντεῦθεν ἕπεται.

ΟΡΙΣΜΟΣ β'.

§. 4. Ἔκθεσις ἀλγεβραϊκὴ ἐστιν ἕν, ἢ πλέονα Μεγέθη (Ποσὰ) παριστάμενα δι' ἑνός, ἢ πλειόνων Γραμμάτων. ὅθεν τὰ Ποσὰ τὰ δι' ἑνός μόνου Γράμματος παριστάμενα, ὀνομάζονται ἁπλᾶ, ὡς α, β, γ, ὁμοῦ δὲ λαμβανόμενα καὶ διὰ πλειόνων Γραμμάτων ἐκτιθέμενα, ὀνομάζονται σύνθετα. ὡς αβ, βδε, κ. τ. ἔτι τὰ ἁπλᾶ καὶ Σύνθετα Ποσὰ μόνα τιθέμενα ὀνομάζονται ἀσύμπλεκτα, ὡς α, αβ, αβγ, δε, χχ· τὰ ὁποῖα λέγονται καὶ Μέλη, ἢ Ὅροι. ὅταν δὲ μετ' ἄλλων συμπλέκωνται, καὶ συνάπτωνται διὰ τῶν (§. 6.) Σημείων, τότε λέγονται Ποσότητες Συμπεπλεγμέναι, ὡς αβ+εδ. ἢ α+β, ἢ γ−δ. κάθε δὲ

Πο-

Ποσότης, ἥτις συνίσταται ἐξ ἑνὸς μόνου μέλους ὀνομάζεται Μονομερὴς, ἢ Μονομελὴς, καθὼς $\alpha\beta\gamma$, ἢ α, ἢ $\gamma\delta$. ἥτις δὲ σύγκειται ἐκ δύω Μελῶν, ὀνομάζεται Διμερὴς, ἢ Διμελὴς, ὡς $\alpha\beta + \gamma\delta$. ἐὰν δὲ σύγκειται ἐκ τριῶν, λέγεται Τριμερὴς, ὡς $\alpha - \gamma\delta + \epsilon$, καὶ ὅλως, ὅταν σύγκειται ἐκ πολλῶν μελῶν, καλεῖται Πολυμερής. Τὰ Ποσὰ ἔτι εἰσὶν ἢ Ὁμοειδῆ, ἢ Ἑτεροειδῆ. καὶ Ὁμοειδῆ μὲν ὀνομάζονται, ὅσα διὰ τῶν ἰδίων Γραμμάτων ἐμφαίνονται, ἔχοντα ἅμα καὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν τῶν Γραμμάτων. οἷον $\alpha\beta$ καὶ $\alpha\beta$. $\gamma\gamma\delta$ καὶ $\gamma\gamma\delta$. καὶ ὅσα πρὸς τούτοις ἔχουσι καὶ τὸν αὐτὸν Δυναμοδείκτην (ἢ βαθμοδείκτην κατ᾽ ἄλλους) (*) ἐπὶ τοῦ ἰδίου Γράμματος κείμενον, οἷον $\alpha^2\beta$ καὶ $\alpha^2\beta$, τὰ ὁποῖα ἂν τύχῃ νὰ ἔχωσι καὶ Σημεῖα, ἢ Συνεργοὺς διαφόρους, οἷον $3\alpha^2\beta$ καὶ $-2\alpha^2\beta$, πάλιν εἰσὶν ὁμοειδῆ. ἐπειδὴ ἡ ταυτότης, ἢ ἡ ἑτερότης τῶν Σημείων, ἢ Συνεργῶν δὲν συνεργεῖ καθόλου εἰς τὸ νὰ εἶναι ὁμοειδῆ ἢ Ἑτεροειδῆ τὰ Ποσά. Ἑτεροειδῆ δὲ Ποσὰ προηγουμένως καὶ κυρίως ὀνο-

(*) Τί δὲ σημαίνει αὕτη ἡ λέξις, ὅρα ἐν τοῖς ἑπομ. §. 44.

ὀνομάζονται, ὅσα δὲν ἐμφαίνονται διὰ τῶν ἰδίων Γραμμάτων, μήτε ἔχουσι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν τῶν γραμμάτων. π. χ. τὸ $\alpha\beta\gamma$ εἶναι Ἑτεροειδὲς τοῦ $\alpha\beta$. ἐπειδὴ τὸ γ ἐκ τοῦ ἑτέρου Μέρους ἐλλείπει. ἑπομένως δὲ Ἑτεροειδῆ Ποσά εἰσι, καὶ ὅσα δὲν ἔχουσι τὸν ἴδιον Δυναμοδείκτην, ἢ ὅσα ἔχουσι μὲν τὸν ἴδιον, δὲν τὸν ἔχουσιν ὅμως ἐπὶ τοῦ ἰδίου Γράμματος ἐπικείμενον. π. χ. τὸ Ποσὸν $\alpha^2\beta\gamma$ εἶναι Ἑτεροειδὲς τοῦ $\alpha\beta\gamma$. ἐπειδὴ μόνον τὸ α τὸ ἐν ἐκείνῳ ἔχει ἐφ᾽ ἑαυτοῦ Δυναμοδείκτην τὸν 2. μάλιστα δὲ Ἑτεροειδῆ εἰσι τὰ $\alpha\beta\gamma^2$ καὶ $\alpha\beta\delta^2$. ἐπειδὴ μήτε ἐκ τῶν αὐτῶν Γραμμάτων ὅλως συνίστανται, μήτε ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ Γράμματος ἔχουσι τὸν Δυναμοδείκτην.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 5. Δὲν θέλει μᾶς φανῆ παράξενος ἡ ἀόριστος Δύναμις (Σημασία) τῶν Γραμμάτων, ὅταν λάβωμεν κατὰ νοῦν τοὺς ἀφῃρημένους ἀριθμούς, π. χ. ὅτι ὁ 20 ἀριθμὸς δύναται νὰ σημαίνῃ ἢ 20 ἀνθρώπους, ἢ 20 Ἵππους, ἢ 20 Γρόσια, ἢ ὁποιασδηποτοῦν εἴκοσι Ὁμοειδεῖς Μονάδας, τὸ ὁποῖον κρέμαται ἐκ τῆς θελήσεως ἑκάστου. Τὰ δὲ Γράμματα πρὸς τῇ ἀοριστίᾳ δύνανται νὰ σημαίνωσι καὶ γενικώτερον. ἐπειδὴ τὸ α, ἢ β π. χ. δύναται νὰ ληφθῇ σημαντικὸν 10 ἀνθρώπων, ἢ 100 Ἵππων, ἢ 300 Δένδρων, καὶ ὅλως δύναται νὰ ληφθῇ ἓν Γράμμα ὡς παραστατικὸν πάσης δυνατῆς πληθύος, ἐξ ὁποιασδηποτοῦν Ποσότητος· ἀφ᾽ οὗ ὅμως διορίσωμεν τὴν σημασίαν ἑνὸς Γράμματος, ἀνάγκη τότε νὰ ἐμμένωμεν εἰς τὸν διορισμὸν μέχρι τέλους τοῦ ἀνὰ χεῖρας ὑπολογισμοῦ.

ΥΠΟ-

ΥΠΟΘΕΣΙΣ β.

§. 6. Διὰ νὰ φανερώνωμεν τὰς Μεταβολὰς, ἢ τὰ Πάθη, εἰς τὰ ὁποῖα ὑπόκεινται αὐτὰ τὰ διὰ τῶν Γραμμάτων ἐκτιθέμενα Ποσὰ, συνεθίζομεν νὰ μεταχειριζώμεθα τὰ ἑξῆς Σύμβολα (Σημεῖα), οἷον τὸ + Σύμβολον λαμβάνομεν δηλωτικὸν προσθέσεως, τὸ ὁποῖον ἀπαγγέλλεται εἰς τὴν φωνὴν, Πλέον. π. χ. ὅταν θέλωμεν νὰ προσθέσωμεν τὸ α εἰς τὸ β, γράφομεν τότε α + β τουτέστι α πλέον, β, ἤγουν β. Τὸ δὲ Σύμβολον — λαμβάνεται σημαντικὸν ἀφαιρέσεως ἢ Ἐλλείψεως, ἢ Στερήσεως, τὸ ὁποῖον ἐκφωνεῖται Ἧττον π. χ. ἐὰν θέλωμεν νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τοῦ α τὸ β. γράφομεν οὕτω α — β, τουτέστι α Ἧττον β, Τοῦ δὲ Πολλαπλασιασμοῦ Σημεῖον μεταχειριζόμεθα τὸ ×, ἢ μίαν στιγμὴν (.), π. χ. ὅταν θέλωμεν νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸ α μετὰ τοῦ β, ποιοῦμεν οὕτως α × β, ἢ α . β, ἢ αβ, καὶ ἐκφωνοῦμεν οὕτω, τὸ α πολλαπλασιαζόμενόν ἐστι μετὰ τοῦ β, ἢ ἐπὶ τὸ β. ἐὰν δὲ ἔχωμεν νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἓν Συμπεπλεγμένον Ποσὸν, ποιοῦμεν διὰ τῆς Παρενθέσεως οὕτω (α — β) γ, καὶ τότε παραλιμπάνεται τὸ Σημεῖον τοῦ Πολλασιασμοῦ, τὸ τοιοῦτον δυνάμεθα καὶ οὕτω νὰ φανερώσωμεν $\overline{α - β} × γ$. Ἡ Διαίρεσις τέλος ἐμφαίνεται διὰ διττῶν Σημείων, δηλαδὴ ἢ διὰ δύω στιγμῶν, ἢ διὰ Γραμμῆς μεταξὺ τοῦ Διαιρέτου καὶ Διαιρουμένου κειμένης, ὡς εἰς τὰ Κλάσματα, οἷον, α : β ἢ $\frac{α}{β}$. τουτέστι τὸ α διαιρούμενόν ἐστι διὰ τοῦ β. προσέτι (α — β) : (γ — δ) τουτέστι α ἧττον β διαιρεῖται

ται διὰ τοῦ γ ἤτοι δ. ἢ ϗ οὕτως $\overline{α - β} : \overline{γ - δ}$,

ἢ $\dfrac{α - β}{γ - δ}$.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ.

§. 7. Ἐκ τῶν εἰρημένων ἕπεται, ὅτι, ταῦτα τὰ Σύμβολα δεικνύουσι μόνον τὰ Πάθη τῶν Ποσῶν χωρὶς νὰ μεταβάλλωσι παντάπασι τὴν δύναμιν αὐτῶν. π. χ. + α σημαίνει, ὅτι τὸ α πρέπει νὰ προστεθῇ. ϗ — α δηλοῖ, ὅτι τὸ α πρέπει νὰ ἀφαιρεθῇ. ἑπομένως διὰ τῶν Σημείων δὲν μεταβάλλονται τὰ Ποσὰ, ἀλλὰ δι' αὐτῶν ἐμφαίνεται μόνον, πῶς νὰ μεταχειρισθῶμεν τὸ Ποσὸν, ἢ πῶς νὰ τὸ θεωρήσωμεν.

Υ'ΠΟΘΕΣΙΣ γ'.

§. 8. Τέλος ἡ Σχέσις, τὴν ὁποίαν ἔχουσι τὰ Ποσὰ πρὸς ἄλληλα, ἐμφαίνεται διὰ δύω στιγμῶν (:) ὡς α : β. θέλοντες δὲ νὰ δείξωμεν, ποία Ποσότης εἶναι μείζων, ϗ ποία ἐλάσσων, μεταχειριζόμεθα τὰ Σύμβολα > ϗ ἀνάπαλιν <, οὕτως ὅμως, ὥστε ἡ μὲν Συνοχὴ τῶν δύω Γραμμῶν νὰ τείνηται πάντοτε πρὸς τὴν ἐλάσσονα Ποσότητα, τὰ δὲ δύω ἄκρα αὐτῶν νὰ νεύωσι πρὸς τὴν μείζονα. οἷον α > β σημαίνει, ὅτι τὸ α μεῖζον ἐστὶ τοῦ β, ϗ α < β δηλοῖ, ὅτι τὸ α ἔλαττόν ἐστι τοῦ β. τούτων τὸ μὲν > δύναται νὰ ὀνομασθῇ ἔσω Νενευκῦαι, τὸ δὲ < ἔξω Νενευκῦαι. αἱ δὲ δύω αὗται Γραμμαὶ = σημαίνουσιν Ἰσότητα, οἷον ἐπὶ τοῦ α = β φανερώνει, ὅτι τὸ α εἶναι Ἴσον τῷ β. Τὸ δὲ Σύμβολον ∽ Ὁμοιότητα δηλοῖ· οἷον ἐπὶ τοῦ χ ∽ ψ φανερώνει, ὅτι τὸ χ εἶναι ὅμοιον τῷ ψ. Τὸ δὲ Σημεῖον ∞ εἶναι ἀπειρίας σημαντικόν.

τικόν· ἐπειδὴ ὅπε ἂν τεθῇ, ἐμφαίνει Ποσὸν ἀπειρίας.

ΣΧΟΛΙΟΝ ά.

§. 9. Ἐπεκράτησε καὶ χρῆσις εἰς τοὺς Μαθηματικοὺς νὰ θεωρῶσιν ἐνίοτε τὰς Ποσότητας κατὰ τὸ παρ' αὐταῖς ἀφιερούμενον Σύμβολον. ὅθεν ἡ Ποσότης ἡ ἔχουσα τὸ Σύμβολον +, ὀνομάζεται Καταφατικὴ, ἢ Θετικὴ, τοῦτ' ἔστι μία Ποσότης τῷ ὄντι ὑπάρχουσα. ἐκείνη δὲ ὅπις ἔχει τὸ Σημεῖον —, λέγεται ἀποφατικὴ, ἢ Στερητικὴ τουτέστι Ποσότης ἀποῦσα, ἢ ἀφαιρετέα, π. χ. ἂν ὁ Πέτρος ἔχῃ 10 Γρόσια, γράφομεν τὸ Σημεῖον +, τὸ ὁποῖον σημαίνει, ὅτι ὁ Πέτρος κέκτηται ἀληθῶς αὐτὰ τὰ Γρόσια· ἐὰν ὅμως χρεωστῇ εἰς τὸν Παῦλον 10 Γρόσ. τότε δὲν ἔχει τίποτε. ἐπειδὴ χρεωστεῖ τόσα, ὅσα ἔχει, καὶ ἀφ' οὗ ἀφαιρεθῶσι τὰ 10 ἀπὸ τῶν 10, τουτέστι 10 — 10, μένει = 0. ἂν δὲ χρεωστῇ 10 Γρόσ. τότε οὐχὶ μόνον δὲν ἔχει οὐδὲν, ἀλλ' ἀκόμη ἐλλείπει (τουτέστι ἔχει ὀλιγώτερον) τοῦ μηδενὸς, τὸ ὁποῖον δηλοῦται διὰ τοῦ Σημείου —. ἡ Κατάστασις ἄρα τοῦ Πέτρου εἶναι — 10, τὸ ὁποῖον δεικνύει, ὅτι χρεωστεῖ 10, ἂν δὲ ἀφαιρεθῶσι τὰ 10 ἀπὸ τῶν 10, μένουσι ἔτι 10 ἀφαιρετέα, ἤτοι 10 — 10, ὅπερ ποιεῖ — 10. τουτέστι τὸ χρέος εἶναι 10 Γρόσ. ἀφ' οὗ κατανοήσωμεν αὐτὴν τὴν ἰδέαν ἐντελῶς, δὲν θέλομεν δυσκολευθῇ εἰς τὰς μεταβολὰς τῶν Ποσῶν, ὅπου θέλομεν ἐντύχῃ.

ΣΧΟΛΙΟΝ β'.

§. 10. Κάθε Ποσότης πρέπει νὰ ἔχῃ ἓν Σημεῖον πρὸ ἑαυτῆς κείμενον, διὰ νὰ διακρίνηται, ἂν αὕτη εἶναι προσθετέα, ἢ ἀφαιρετέα. ὅταν ὅμως μία Ποσότης Καταφατικὴ εἶναι Μονομερὴς, ἢ εὑρίσκηται εἰς τὴν ἀρχὴν ἑτέρων Ποσοτήτων συμπεπλεγμένως, τότε τὸ Σημεῖον + δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ προσκῆται εἰς αὐτὴν ἐνεργείᾳ. ἐπειδὴ γέγονεν εἰς χρῆσιν νὰ ἐννοῆται ἔξωθεν. οἷον ἐκ τοῦ + α ὡς Μονομεροῦς ὄντος, δύναται νὰ ἐλλείπῃ τὸ Σημεῖον +, καὶ νὰ μένῃ μόνον α. ὡσαύτως καὶ τὸ + α + β + γ δύναται νὰ γραφῇ ἄνευ τοῦ πρώτου Καταφατικοῦ Σημείου, οἷον α + β + γ.

ΣΧΟ-

ΣΧΟΛΙΟΝ γ΄.

§. 11. Ἐπειδὴ συμβαίνει ἐνίοτε νὰ λαμβάνωμεν τὰς αὐτὰς Ποσότητας πολλάκις, διὰ τοῦτο ἐκθέτομεν τὸ τοιοῦτον διὰ τῶν ἀριθμητικῶν χαρακτήρων, ἀμέσως πρὸ τοῦ Γράμματος τιθεμένων. π. χ. ὅταν πρέπῃ νὰ λάβωμεν τὸ α τρεῖς, τουτέστιν $\alpha+\alpha+\alpha$, τότε γράφομεν οὕτω 3α. διότι 3α εἶναι τὸ αὐτὸν μὲ $\alpha+\alpha+\alpha$. Οὗτοι δὲ οἱ ἀριθμοὶ, οἵτινες τίθενται πρὸ τῶν Γραμμάτων κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἄνευ τινὸς Σημείου μεταξὺ αὐτῶν καὶ τῶν Γραμμάτων, ὀνομάζονται Συνεργοὶ, ἢ Συμπράκτορες.

ΟΡΙΣΜΟΣ γ΄.

§. 12. Συνεργὸς καλεῖται ὁ πρὸ τοῦ Γράμματος ἀμέσως τιθέμενος ἀριθμὸς, ὅστις σημαίνει, ποσάκις πρέπει νὰ λάβωμεν τὴν διὰ τοῦ Γράμματος ἐκείνου παριςαμένην Ποσότητα, ἢ διὰ τίνος ἀριθμοῦ πρέπει αὐτὴ νὰ πολλαπλασιασθῇ. Ὅταν δὲ δὲν ὑπάρχῃ κανένας Συνεργὸς πρὸ τοῦ Γράμματος, τότε ἐννοεῖται ἔξωθεν ἡ Μονὰς, ἥτις ἐνεργείᾳ δὲν γράφεται πώποτε. π. χ. $\alpha\beta$ εἶναι $1\alpha\beta$. $2\beta\beta$ εἶναι $= \beta\beta+\beta\beta$, ἢ τὸ $\beta\beta$ εἶναι πεπολλαπλασιασμένον μετὰ τοῦ 2.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 13. Ἡ Ἑτερότης (διαφορότης) τῶν Συνεργῶν δύο Ποσοτήτων δὲν μεταβάλλει τὸ Ὁμοειδὲς ἢ ἑτεροειδὲς τῶν Ποσοτήτων. διότι π. χ. $6\alpha\alpha$ καὶ $3\alpha\alpha$ Ποσὰ καὶ μ' ὅλον ὁποῦ ἔχουσι διαφόρους Συνεργοὺς, γὺς εἰσὶν ὅμως πάλιν ἀλλήλοις Ὁμοειδῆ. ὅμως 6α καὶ 6γ εἰσὶν ἀλλήλοις Ἑτεροειδῆ, καθὼς πάλιν καὶ 5ααα καὶ 5αα εἶναι μεταξὺ των ἀνόμοια Ποσὰ, ὡς εἴρηται (§. 4.).

ΚΕΦΑ'ΛΑΙΟΝ β'.

Περὶ Ἀλγεβραϊκῶν λογισμῶν.

ΠΡΟ'ΒΛΗΜΑ α'.

§. 14. Νὰ ἐκθέτωμεν τὰ δοθέντα Μέλη κατὰ τὸν δέοντα καὶ ἁπλούστατον τρόπον.

ΛΥ'ΣΙΣ, ἢ ΠΡΑΚΤΕ'Α.

1.) Τὰ Μέλη, καὶ κάθε Γράμμα ἐν τῷ αὐτῷ Μέλει (κἄν τε Συμπεπλεγμένα, κἄν τε ἀσύμπλεκτα τύχωσι τὰ Ποσὰ) πρέπει νὰ γράφωνται κατὰ τὴν τάξιν τοῦ ἀλφαβήτου, καὶ νὰ προσπαθῶμεν, εἰ δυνατόν, νὰ εἶναι τὸ πρῶτον Μέλος πάντοτε Καταφατικὸν, π. χ. τὸ δοθὲν Ποσὸν $\beta-\gamma+\alpha+\zeta\delta$ πρέπει νὰ γραφθῇ εἰς τοιαύτην τάξιν, $\alpha+\beta-\gamma+\delta\zeta$. ὁμοίως καὶ τὸ $8\zeta\beta-10\beta\alpha\gamma+6\alpha$ νὰ μετατεθῇ εἰς τοιαύτην $6\alpha-10\alpha\beta\gamma+8\beta\zeta$.

2.) Τὰ ὅμοια, ἢ ὁμοειδῆ Μέλη πρέπει νὰ ἀνάγωνται κατὰ τὰ Σημεῖά των καὶ Συνεργοὺς των εἰς ἓν Μέλος, ὅπερ καὶ Ἐπιτομὴ ὀνομάζεται, καὶ τοῦτο γίνεται κατὰ τοὺς ἑξῆς τρεῖς Κανόνας.