ναμις τότε δὲν λαμβάνει τινὰ μεταβολὴν, ἀλλὰ μὴν ἐνταῦθα τὸ δοθὲν ἀκέραιον ἐπολλαπλασιάσθη καὶ διῃρέθη διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, ἡ Δύναμις ἄρα δὲν μεταβέβληται, καὶ ἑπομένως τὸ ἀκέραιον κατὰ τὸν ἀνωτέρω Κανόνα μετεποιήθη ὀρθῶς.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 76. Γίνεται τοῦτο κατάδηλον, ἂν διὰ τοῦ αὐτοῦ Παρονομαστοῦ διαιρεθῇ πάλιν ὁ ἀριθμητὸς, ἐπειδὴ μετὰ τὴν Διαίρεσιν θέλει προκύψει ὁ πρότερον ἀκέραιος ἀριθμός. διότι ἡ Διαίρεσις πρέπει νὰ διαλύῃ ἐκεῖνο, ὅπου διὰ τῆς Πολλαπλασιάσεως συντίθεται.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ έ.

§. 77. Νὰ ἀγάγωμεν Κλάσματα διαφόρους Παρονομαστὰς ἔχοντα ἐπὶ τοὺς αὐτοὺς Παρονομαστάς.

ΠΡΑΚΤΕΑ ἡ ΛΥΣΙΣ.

Καν. ά.) Πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν ἑκάστου Κλάσματος διὰ πάντων τῶν Παρονομαστῶν ἐκτὸς τοῦ ἰδίου μόνου, τουτέστι πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τὸν ἀριθμητὴν τοῦ πρώτου Κλάσματος διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ τοῦ δευτέρου, καὶ πάλιν τὸ ἐκ τούτων Γινόμενον διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ τοῦ τρίτου Κλάσματος, καὶ αὖθις τὸ ἐκ τούτων Παραγόμενον πολλαπλασιάζομεν διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ τοῦ τετάρτου Κλάσματος, καὶ οὕτως ἐφεξῆς. ἔπειτα ἀρχόμεθα πάλιν καὶ πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ δευτέρου Κλάσματος διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ τοῦ πρώτου Κλάσματος,

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

μετὰ ταῦτα δὲ διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ τοῦ τρίτου, τοῦ τετάρτου, κ. τ. ὥστε κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον πολλαπλασιάζομεν ἅπαντας τοὺς ἀριθμητὰς τῶν τυχόντων Κλασμάτων. τὸ δὲ Γινόμενον, ὁποῦ παράγεται ἐκ τῆς Πολλαπλασιάσεως τοῦ ἑνός ἀριθμητοῦ καὶ Παρονομαστῶν τῶν ἄλλων Κλασμάτων, ἔσται ἀριθμητὴς αὐτοῦ τοῦ Κλάσματος, τοῦ ὁποίου ὁ ἀριθμητὴς ἐπολλαπλασιάσθη.

Καν. β.) Εἶτα δὲ πολλαπλασιάζομεν ἅπαντας τοὺς Παρονομαστὰς μετ' ἀλλήλων, καὶ τὸ ἐκ τούτων Γινόμενον ἔσται ὁ Κοινὸς Παρονομαστὴς εἰς ἐκεῖνα τὰ δοθέντα Κλάσματα.

Π. χ. διὰ νὰ φέρωμεν εἰς τὸν αὐτὸν Παρονομαστὴν τὰ Κλάσματα $\frac{2}{3}$ καὶ $\frac{4}{5}$, πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τὸν ἀριθμητὴν 2 διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ 5, ὥστε προκύπτει Γινόμενον ὁ 10, καὶ οὗτος γίνεται ἀριθμητὴς τοῦ πρώτου Κλάσματος· ἔπειτα μεταβαίνομεν καὶ πολλαπλασιάζομεν τὸν 4 ἤτοι τὸν ἀριθμητὴν τοῦ δευτέρου Κλάσματος, διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ 3, ὥστε παράγεται ἀριθμὸς 12, ὅστις ἔσται ἤδη ἀριθμητὴς τοῦ δευτέρου Κλάσματος. τέλος πολλαπλασιάζομεν καὶ τὸν Παρονομαστὴν τοῦ πρώτου Κλάσματος μετὰ τοῦ Παρονομαστοῦ τοῦ δευτέρου, λέγω τὸν 3 μετὰ τοῦ 5. ὥστε προκύπτει Γινόμενον 15, καὶ οὗτος ὁ 15 ὑπάρχει ὁ κοινὸς Παρονομαστὴς καὶ τοῖς δυσὶ Κλάσμασιν. οἷον $\frac{10}{15}$ καὶ $\frac{12}{15}$, ἢ $\frac{10 \text{ καὶ } 12}{15}$.

Διὰ νὰ ἀγάγωμεν αὖθις εἰς τοὺς αὐτοὺς Παρονομαστὰς αὐτὰ τὰ Κλάσματα $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{3}$, καὶ $\frac{4}{5}$, πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τὸν ἀριθμητὴν 3 διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ 3. ὥστε προκύπτει Γινόμενον ὁ 9, τοῦτον δὲ τὸν 9 πολλαπλασιάζομεν διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ 5, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν Γινόμενον, τὸ ὁποῖον εἶναι 45, ὑπάρχει ἀριθμητὴς τοῦ πρώτου Κλάσματος, ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν

τοῦ

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τοῦ δευτέρου Κλάσματος, λέγω τὸ 2 διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ 7, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν Παραγόμενον 14 πολλαπλασιάζομεν αὖθις διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ 5, ὥστε προκύπτει ἐξ αὐτῶν Γινόμενον 70, καὶ εἶναι ἀριθμητὴς τοῦ δευτέρου Κλάσματος, κατ' αὐτὸν δὲ τὸν τρόπον πολλαπλασιάζομεν καὶ τὸν ἀριθμητὸν τοῦ τρίτου Κλάσματος μετὰ τῶν 7 καὶ 3 Παρονομαστῶν, ὥστε τὸ ἐξ αὐτῶν Γινόμενον εἶναι 84. τέλος δὲ πολλαπλασιάζομεν ὁμοῦ καὶ ἅπαντας τοὺς Παρονομαστὰς, λέγω τὸν 7, 3, καὶ 5, ὥστε ἐκ τῆς Πολλαπλασιάσεως αὐτῶν προκύπτει ὁ 105, καὶ οὗτος εἶναι ὁ κοινὸς Παρονομαστὴς καὶ εἰς τὰ τρία ταῦτα Κλάσματα· οἷον $\frac{45}{105}$, $\frac{70}{105}$, $\frac{84}{105}$. ἅπαντα ὁμοῦ $\frac{45 \text{ καὶ } 70 \text{ καὶ } 84}{105}$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΛΟΓΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΛΟΓΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

ΔΕΙΞΙΣ.

Ὅταν καὶ οἱ δύω Ὅροι τινὸς Κλάσματος τουτέστι καὶ ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαστὴς πολλαπλασιασθῶσι διὰ τῆς αὐτῆς Ποσότητος, ἡ Δύναμις τοῦ Κλάσματος δὲν βλάπτεται, ἀλλὰ μὴν κατὰ τοὺς ἀνωτέρω Κανόνας καὶ ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαστὴς ἑκάστου Κλάσματος πολλαπλασιάζεται διὰ τῆς αὐτῆς Ποσότητος, ἄρα ἡ Δύναμις δὲν μεταβάλλεται. καὶ ἐπειδὴ δὲ οἱ αὐτοὶ Παράγοντες, παρέχουσι τὸ αὐτὸ Γινόμενον, ὁ Παρονομαστὴς ἄρα ἑκάστου Κλάσματος πολλαπλασιασθεὶς μετὰ τῶν ἄλλων Παρονομαστῶν, παρέχει τὸ αὐτὸ Γινόμενον, καὶ ἑπομένως Παρονομασταὶ εἰσὶν ἴσοι.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 78. Δύναται ἔτι νὰ γίνηται ἡ ἀγωγὴ τῶν Κλασμάτων εἰς τὸν αὐτὸν Παρονομαστὴν καὶ κατὰ τὸν ἑπόμενον τρόπον. πολλαπλασιάζομεν δηλονότι τοὺς Παρονομαστὰς μετ' ἀλλήλων, τὸ δὲ ἐκ τούτων

Ε.Υ. Δ. Πετσιος τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τῶν Γινομένων ὑπάρχει ὁ Κοινὸς τοῖς Κλάσμασι Παρονομαστής. ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν ἕκαστον ἀριθμητὸν διὰ τοῦ κοινοῦ Παρονομαστοῦ, καὶ τὸ ἐκ τούτων Γινόμενον διαιροῦμεν μὲ τὸν πρότερον Παρονομαστὴν ἐκείνου τοῦ Κλάσματος, τοῦ ὁποίου ὁ ἀριθμητὸς ἐπολλαπλασιάσθη, τὸ δὲ ἐκ τῆς Διαιρέσεως Πηλίκον εἶναι ὁ νέος ἀριθμητής.

Π. χ. $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{7}$ ἀναχθέντα, γίνονται $\frac{105}{280}$, $\frac{112}{280}$, $\frac{200}{280}$,

Ὁμοίως καὶ $\frac{9}{10}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{6}$ γίνονται $\frac{648}{720}$, $\frac{420}{720}$, $\frac{600}{720}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ε΄.

Περὶ τῶν ἀριθμητικῶν Πράξεων, ἢ λογισμῶν ἐν Κλάσμασι.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ α΄.

§. 79. Νὰ συνάπτωμεν Κλάσματα.

ΠΡΑΚΤΕΑ ἡ ΛΥΣΙΣ.

Καν. α΄.) Ἂν τὰ συναφθησόμενα Κλάσματα δὲν ἔχωσι τὸν αὐτὸν Παρονομαστὴν, ἀνάγομεν αὐτὰ εἰς ἕνα

κοινὸν

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Ε.Ν.Φ./Τ.Φ. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

κοινὸν Παρονομαστὴν κατὰ τοὺς γνωστοὺς ἤδη Κανόνας.

Καν. β΄.) Ἔπειτα συνάπτομεν τοὺς ἀριθμητὰς πάντων, ϗ ὑπὸ τὸ ἄθροισμα γράφομεν τὸν κοινὸν Παρονομαστήν.

Π. χ. ἐκ τοῦ $\frac{2}{5}$ ϗ $\frac{4}{5}$ γίνεται $\frac{6}{5}$

τὰ δὲ $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ γίνονται $\frac{8}{12}$ ϗ $\frac{9}{12}$, τουτέστι $\frac{17}{12}$

τὰ δὲ $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$ γίνονται $\frac{35}{70}$, $\frac{42}{70}$, $\frac{20}{70}$ τουτέστι $\frac{97}{70}$.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

ΔΕΙ͂ΞΙΣ.

Ὅταν τὰ Κλάσματα ἔχωσι διαφόρους Παρονομαστάς, εἰσὶ Ποσότητες Ἑτεροειδεῖς, ἐπειδὴ ἐν αὐτοῖς καθορᾶται, ὅτι τὰ ὅλα εἰσὶ διῃρημένα ἑτεροειδῶς, ϗ δὲν δύνανται νὰ συναφθῶσιν ἀλλήλοις, προτοῦ ναγένωσιν ὁμοειδῆ ἀναχθέντα ἐπὶ τὸν κοινὸν Παρονομαστήν. πλέον δὲ, ἐπειδὴ οἱ ἀριθμηταὶ δεικνύουσι τὴν πληθὺν τῶν μερῶν, ἡ δὲ Σύναψις εἶναι μία ἄθροισις τῶν μερῶν, πρέπει ἄρα νὰ συναφθῶσιν οἱ ἀριθμηταὶ μόνον, διὰ νὰ ἀναφανῇ τὸ Κεφάλαιον ὅλων τῶν ληφθέντων μερῶν.

ΣΧΟΛΙΟΝ α΄.

§. 80. Ὅταν δὲ ἔχωμεν νὰ συνάψωμεν Μικτόν τινα ἀριθμὸν, ἀκέραιον δηλονότι ϗ Κλάσμα, τότε μεταποιοῦμεν πρῶτον τὸ ἀκέραιον εἰς Κλάσμα, ὡς ἐν τῷ (§. 74.) δέδεικται, ἔπειτα ἀγκ-

 γόνται

Ε.Υ.Δ. της Κ.Ι.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

γόντες αὐτὰ εἰς κοινὸν Παρονομαστὴν, συνάπτομεν τοὺς τούτων ἀριθμητάς. π. χ. ἔςωσαν εἰς Σύναψιν τὸ 8 & $\frac{1}{3}$. ὅθεν ποιοῦμεν πρῶτον $\frac{8}{1}$ καὶ $\frac{1}{3}$, ἔπειτα $\frac{24}{3}$ $\frac{1}{3}$ τουτέςι $\frac{25}{3}$.

ΣΧΟΛΙΟΝ β'.

§. 81. Ὅταν δὲ τὸ ἄθροισμα ὑπάρχῃ Κλάσμα καταχρηστικὸν, μεταποιοῦμεν αὐτὸ εἰς ἀκέραιον ἀριθμὸν, διαιροῦντες τὸν ἀριθμητὴν διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ. π. χ. ἐκ τῶν ἀνωτέρω Κλασμάτων τὸ μὲν $\frac{6}{5}$ μεταποιεῖται εἰς 1 $\frac{1}{5}$, τὸ δὲ $\frac{8}{8}$ εἰς 1. τὸ δὲ $\frac{17}{12}$ ἄγεται εἰς 1 $\frac{5}{12}$. τὸ δὲ $\frac{97}{70}$ εἰς 1 $\frac{27}{70}$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ β'.

§. 82. Νὰ ἀφαιρῶμεν Κλάσματα.

ΠΡΑΚΤΕΑ ἢ ΛΥΣΙΣ.

Καν. α'.) Ἄγομεν πρῶτον τὰ δοθέντα Κλάσματα εἰς τὸν αὐτὸν Παρονομαστὴν, ἐὰν δὲν ἔχωσι τὸν αὐτόν.

Καν. β'.) Ἔπειτα ἀφαιροῦμεν τὸν ἐλάσσονα ἀριθμητὴν ἀπὸ τοῦ μείζονος, καὶ οὕτω γέγονε τὸ ζητούμενον.

Π. χ. ἀφαιρεθέντος τοῦ $\frac{2}{5}$ ἀπὸ τοῦ $\frac{4}{5}$, μένει $\frac{2}{5}$. ἐὰν δὲ ἀφαιρεθῇ $\frac{2}{3}$ ἀπὸ τοῦ $\frac{5}{6}$, μένει $\frac{3}{18}$.

ΔΕΙΞΙΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Δ ΕΙ͂ Ξ Ι Σ.

Ἐπειδὴ Ποσὰ, καθὼς εἶναι τὰ Κλάσματα, ἔχοντα διαφόρους Παρονομαστὰς, δὲν δύνανται νὰ ἀφαιρεθῶσιν ἀπ' ἀλλήλων. πρέπει λοιπὸν νὰ ἀναχθῶσιν εἰς ἕνα κοινὸν Παρονομαστήν, ἐπειδὴ δὲ ζητεῖται ἡ Διαφορὰ τῶν μερῶν, ἀφαιρεῖται ὁ ἐλάσσων ἀριθμὸς τῶν μερῶν ἀπὸ τοῦ μείζονος, τουτέστιν ὁ μικρότερος ἀριθμητὴς ἀπὸ τοῦ μεγαλητέρου.

ΣΧΟ΄ΛΙΟΝ.

§. 83. Ὅταν τύχωσι Μικτοὶ ἀριθμοὶ, μετάποιοῦμεν πρῶτον τοὺς ἀκεραίους εἰς Κλάσματα κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον. π. χ. ἐὰν ζητῆται νὰ ἀφαιρεθῇ τὸ $\frac{2}{3}$ ἀπὸ τοῦ $2\frac{1}{2}$, μεταποιοῦμεν πρῶτον τὸ $2\frac{1}{2}$ εἰς $\frac{5}{2}$, ἔπειτα ἀφαιροῦμεν τὸ $\frac{2}{3}$ ἀπὸ τὰ $\frac{5}{2}$ κατὰ τοὺς ἀνωτέρω Κανόνας, τουτέστιν ἀφ' οὗ ἀναχθῶσι τὸ $\frac{2}{3}$ καὶ $\frac{5}{2}$ εἰς τὸν αὐτὸν Παρονομαστὴν, καὶ γένωνται $\frac{4}{6}$, $\frac{15}{6}$, ἀφαιροῦμεν τὸ $\frac{4}{6}$ ἀπὸ τοῦ $\frac{15}{6}$ ὥστε ἐναπολείπεται Διαφορὰ $\frac{11}{6}$ Κλάσμα καταχρηστικὸν, τὸ ὁποῖον μεταποιηθὲν, ἔσεται $1\frac{5}{6}$.

ΠΡΟ-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΡΟΒΛΗΜΑ γ'.

§. 84. Νὰ πολλαπλασιάζωμεν Κλάσματα.

ΠΡΑΚΤΕΑ ἡ ΛΥΣΙΣ.

Καν. α'.) Πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τὰς ἀριθμητὰς πρὸς ἀλλήλους. τὸ δὲ ἐκ τῆς Πολλαπλασιάσεως Γινόμενον ἔσαι ὁ καινὸς ἀριθμητής.

Καν. β'.) Ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν καὶ τὰς Παρονομασάς πρὸς ἀλλήλους, τὸ δὲ ἐκ τούτων Γινόμενον ὑπάρχει ὁ νέος Παρονομασής. π. χ. τὸ $\frac{3}{4}$ πολλαπλασιασθὲν μετὰ τοῦ $\frac{7}{8}$, παρέχει $\frac{21}{32}$ καθάπερ δὴ καὶ τοῦ $\frac{9}{15}$ πολλαπλασιασθέντος μετὰ τοῦ $\frac{2}{3}$, προκύπτει $\frac{18}{45}$.

ΔΕΙ'ΞΙΣ.

Πολλαπλασίασίς ἐσιν ἡ Πρᾶξις διὰ τῆς ὁποίας ἀνευρίσκεται τρίτος τις ἀριθμός, εἰς τὸν ὁποῖον περιέχεται ὁ ἕνας Παράγων τοσάκις, ὁσάκις περιέχεται ἡ Μονὰς εἰς τὸν ἕτερον Παράγοντα, ἀλλὰ μὴν ἐν τοῖς ἀνωτέρω οὕτως ἔχει, τουτέσι τὸ $\frac{3}{4}$ περιέχεται ἐν τῷ $\frac{21}{32}$ τοσάκις, ὁσάκις

κις ἡ 1 περιέχεται ἐν τῷ $\frac{7}{8}$. ἄρα οὕτω πρέπει νὰ γίνηται ἡ Πολλαπλασίασις τῶν Κλασμάτων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ δ'.

§. 85. Νὰ διαιρῶμεν Κλάσματα.

ΠΡΑΚΤΕΑ ἡ ΛΥΣΙΣ.

Καν. α'.) Ἀναστρέφομεν πρῶτον τοὺς Ὅρους τοῦ Διαιρέτου οὕτως, ὥστε ὁ μὲν πρώην ἀριθμητὴς νὰ γένῃ Παρονομαστὴς ὁ δὲ πρώην Παρονομαστὴς νὰ γένῃ ἀριθμητής.

Καν. β'.) Πολλαπλασιάζομεν ἔπειτα τὰ Κλάσματα, καθὼς ἐν τῷ ἀνωτέρῳ Προβλήματι εἴρηται, τουτέστι τοὺς ἀριθμητὰς μετὰ τῶν ἀριθμητῶν, καὶ τοὺς Παρονομαστὰς μετὰ τῶν Παρονομαστῶν. π. χ. ἔστω διαιρεθησόμενον τὸ $\frac{3}{4}$ διὰ τοῦ $\frac{1}{2}$. ὅθεν ἀναστρέφομεν πρῶτον τὸν $\frac{1}{2}$ εἰς $\frac{2}{1}$, ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν δι' αὐτοῦ τὸ $\frac{3}{4}$, ὥστε προκύπτει διὰ τῆς Πολλαπλασιάσεως τὸ $\frac{6}{4}$, καὶ αὐτὸ εἶναι τὸ ζητούμενον Πηλίκον. ὡσαύτως καὶ τὸ $\frac{4}{9}$ διαιρεθὲν διὰ τοῦ $\frac{2}{5}$ παρέχει τὸ $\frac{20}{18}$.

ΔΕΙΞΙΣ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Δ Ε Ι Ξ Ι Σ.

Εἴτε Κλάσμα δι' ἀκεραίου, εἴτε ἀκέραιον διὰ Κλάσματος, εἴτε καὶ Κλάσμα διὰ Κλάσματος διαιρεῖται, εἰς κάθε περίστασιν ὁ Διαιρέτης σημαίνει, εἰς πόσα μέρη πρέπει νὰ διαιρεθῇ τὸ ὅλον, ἀλλὰ μὴν τοῦτο ἐν τοῖς Κλάσμασιν ὁ Παρονομαστὴς δεικνύει, ἄρα πρέπει τῷ ὄντι νὰ γένῃ Διαιρέτης ὁ Παρονομαστὴς καὶ οὐχὶ ὁ ἀριθμητής. ἂν τὰ 2 ἤθελον διαιρεθῇ εἰς 3 μέρη, ἔπρεπε νὰ εἶναι 3 ὁ Παρονομαστής. ὅθεν ἂν τὸ $\frac{1}{2}$ προτεθῇ νὰ διαιρεθῇ εἰς 3 μέρη, πρέπει νὰ εἶναι καὶ ὁ Παρονομαστὴς 3. ἀλλ' ἐπειδὴ αὐτὸ τὸ ὅλον προελήφθη ὡς εἰς δύω μέρη διῃρημένον, καὶ ἤδη πάλιν πρόκειται νὰ διαιρεθῶσιν αὐτὰ τὰ ἡμίσεια εἰς 3 μέρη, διὰ τοῦτο πρέπει νὰ πολλαπλασιασθῶσι πρὸς ἀλλήλους καὶ οἱ δύω οὗτοι Διαιρέται, καὶ οὕτω, διαιρεθέντος τοῦ $\frac{1}{2}$ διὰ τοῦ 3, προκύπτει $\frac{1}{6}$. διότι ἂν τὸ ἀκέραιον ἐκτεθῇ ἐν Κλάσματι, ἔσται 1 $\frac{1}{2}$ διαιρούμενον διὰ τοῦ $\frac{3}{1}$, καὶ ἀναστραφέντος τοῦ $\frac{3}{1}$ εἰς $\frac{1}{3}$, διὰ νὰ τελεσθῇ ἐπ' αὐτῶν ὁ Πολλαπλασιασμός, ἔσται $\frac{1}{2}$ πολλαπλαζόμενον μετὰ τοῦ $\frac{1}{3}$, τουτέστι $\frac{1}{6}$ τὸ Πηλίκον.

Ἀκεραίου διαιρουμένου διὰ Κλάσματος, π. χ. 3 διὰ τοῦ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Εργ. της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τῦ $\frac{1}{2}$ · ἔςαι, ἂν τὸ ὅλον διαιρεθῇ διὰ 1, τὸ Πηλίκον ἴσον μὲ τὸ ὅλον. ἂν δὲ τὸ ἀκέραιον διαιρεθῇ διὰ Κλάσματος, πρέπει νὰ εἶναι τὸ πηλίκον μεῖζον τῦ ἀκεραίυ, ἢ τὰ μέρη τῦ ἀκεραίυ πρέπει νὰ εἶναι τοσῦτον πλείονα, ὅσον μικρότερα λαμβάνονται. ἂν ληφθῇ τὸ ἥμισυ τῶν μερῶν, πρέπει νὰ εἶναι δύω φοραῖς πλειοτότερα, ἐὰν δὲ ληφθῶσι τὸ τρίτον τῶν μερῶν, πρέπει νὰ εἶναι τριπλασίως πλείονα, ϰ̀ ὕτως ἐφεξῆς. ὅθεν ἂν εἶναι νὰ διαιρεθῇ τὸ 3 διὰ τῦ $\frac{1}{2}$, τυτέςι νὰ ληφθῇ τὸ ἥμισυ αὐτῦ, πρέπει νὰ μεταβληθῇ εἰς μέρη διπλασίως πλείονα, λέγω νὰ πολλαπλασιασθῇ διὰ τῦ 2. ἄρα πρέπει ὁ Παρονομαςὴς τῦ Κλάσματος νὰ πολλαπλασιασθῇ μετὰ τῦ ἀκεραίυ. ἀφ' ὗ δὲ τὸ ἀκέραιον ἐκτεθῇ ὡς Κλάσμα, τυτέςι $\frac{3}{1}$, πρέπει νὰ ἀναςραφῶσι ϰ̀ οἱ Ὅροι τῦ $\frac{1}{2}$, τυτέςι νὰ γένηται $\frac{2}{1}$, διὰ νὰ πλεσθῇ ἐπ' αὐτῶν ἡ Πολλαπλασίασις, ὥςε ὁ Πολλαπλασιασμὸς γίνεται ἐν τοῖς Κλάσμασιν, ἀναστραφέντος τῦ Διαιρέτυ. Ὄντος δὲ Κλάσματος νὰ διαιρεθῇ διὰ Κλάσματος π. χ. τῦ $\frac{3}{4}$ διὰ τῦ $\frac{2}{5}$, πρέπει (ἐπειδὴ $\frac{3}{4}$ ἔχει νὰ μεταποιηθῇ εἰς πεμπτημόρια) νὰ γένωσι πλείονα ϰ̀ μικρότερα μέρη, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται διὰ τῆς Πολλαπλασιάσεως τῦ 3 μετὰ τῦ 5. ϰ̀ ἐπειδὴ ἔχει νὰ διαιρεθῇ

εἰς 2

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

εἰς 2 τοιαῦτα μέρη, πρέπει ὁ Παρονομαστὴς 4 νὰ ληφθῇ δὶς, νὰ πολλαπλασιασθῇ δηλονότι διὰ τοῦ 2. γίνεται ἄρα καὶ ἐνταῦθα ὁ Πολλαπλασιασμὸς, ἀναστραφέντος τοῦ Διαιρέτου. Ἡ αὐτὴ Δεῖξις ὑπάρχει, καὶ ὅταν τὰ Κλάσματα ἔχωσι τὸν αὐτὸν Παρονομαστὴν, ἔνθα ὁ ἀριθμητὴς τοῦ Διαιρετέου διαιρούμενος διὰ τοῦ ἀριθμητοῦ τοῦ Διαιρέτου, παρέχει τὸ Πηλίκον. $\frac{3}{4}$ διαιρεθὲν διὰ τοῦ $\frac{1}{2}$, τουτέστι $\frac{6}{8}$ διὰ τοῦ $\frac{4}{8}$, παρέχει $\frac{48}{32}$, τὸ ὁποῖον ἐκτεθὲν διὰ μικροτέρων ἀριθμῶν, εἶναι $\frac{6}{4}$, ὡς πρότερον εὕρηται.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 86. Ἐντεῦθεν ἕπεται, ὅτι διὰ μὲν τῆς Πολλαπλασιάσεως τῶν Κλασμάτων ἡ Δύναμις ἐλαττοῦται, διὰ δὲ τῆς Διαιρέσεως αὐξάνει. ἐπειδὴ κατὰ μὲν τὴν πρώτην περίστασιν γίνεται τῷ ὄντι Διαίρεσις, κατὰ δὲ τὴν δευτέραν γίνεται Πολλαπλασιασμὸς, διότι ἂν ληφθῇ τὸ ἥμισυ τῆς Ποσότητος, τὸ ὁποῖον γίνεται διὰ τῆς Πολλαπλασιάσεως μὲ $\frac{1}{2}$, ἢ μὲ ἕτερόν τι Κλάσμα, διαιρεῖται αὐτὸ εἰς δύω μέρη, ἢ εἰς πλείονα κατὰ τὸ σημαινόμενον τοῦ Παρονομαστοῦ, ἂν ὅμως εἶναι νὰ διαιρεθῇ εἰς ἡμίσεια, εἰς τρίτα, ἢ τέταρτα, τὸ ὁποῖον τελεῖται διὰ τῆς Διαιρέσεως τῶν Κλασμάτων. πρέπει κατ' ἀνάγκην νὰ προκύψωσι πλείονα μέρη, ἢ μείζων τις ἀριθμὸς, π. χ. 4 πολλαπλασθὲν διὰ τοῦ $\frac{1}{2}$, ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ 4 εἶναι 2, ἐξ ἐναντίας δὲ 4 διαιρεθὲν εἰς ἡμίσεια, ἢ διαιρεθὲν διὰ τὸ $\frac{1}{2}$, ἴσαι 8.

ΚΕΦΑ΄-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ. Δ.τ.Φ.Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ϛʹ.

Περὶ Δεκαδικῶν Κλασμάτων.

ΟΡΙΣΜΟΣ αʹ.

§. 87. Κλάσμα Δεκαδικὸν ἐστὶ τὸ ἔχον Παρονομαστὴν 10., ἢ 100, ἢ 1000, καὶ ὅλως, τὸ ἔχον Παρονομαστὴν μίαν Μονάδα μετὰ Μηδενικῶν χαρακτήρων προσκειμένην. π. χ. $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{100}$, $\frac{5}{1000}$ κ. τ. τρία δηλονότι Δεκατημόρια, ἑπτὰ Ἑκατοστημόρια, πέντε χιλιοστημόρια.

ΠΟΡΙΣΜΑ αʹ.

§. 88. Ἐπειδὴ τοίνυν πάντα ταῦτα τὰ Κλάσματα διαφέρουσι μόνον διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐν τῷ Παρονομαστῇ Μηδενικῶν χαρακτήρων, διά τοι τοῦτο δύναται νὰ ἐκλείπωσιν οἱ Παρονομασταὶ, φθάνει μόνον νὰ δείκνυνται ἐν τοῖς ἀριθμηταῖς, Πόσα Μηδενικὰ πρέπει νὰ ὑπάρχωσιν ἐν τῷ Παρονομαστῇ. πλησίον τῆς Μονάδος. τοῦτο δὲ δύναται νὰ γένῃ μόνον διὰ τοῦ τόπου, τὸν ὁποῖον κατέχουσιν οἱ ἀριθμηταὶ ἀπὸ τῶν ἀριστερῶν ἐπὶ τὰ δεξιὰ, τουτέστιν ἂν μὲν ὁ ἀριθμητὴς κατέχῃ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς τὸν πρῶτον τόπον, ὁ Παρονομαστὴς ἔσται

Μονὰς

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε. ΛΑ... Κ. Π... ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Μονὰς μεθ᾽ ἑνὸς Μηδενικοῦ, λέγω, 10 ἐὰν δὲ ὁ ἀριθμητὴς εὑρίσκηται ἐν τῷ δευτέρῳ τόπῳ, ὁ Παρονομαστὴς ἔσται Μονὰς μετὰ δύω Μηδενικῶν, λέγω, 100. ἂν δὲ ὁ ἀριθμητὴς ἔχῃ τὸν τρίτον τόπον, ὁ Παρονομαστὴς ἔσται 1000. καὶ οὕτως ἐφεξῆς. π. χ. 375 εἰσὶν

$\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{5}{1000}$, ἤτ᾽ οὖν 3 Δεκατημόρια, 7 Ἑκατοστημόρια, 5 χιλιοστημόρια, ὡς καὶ ἀνωτέρω.

Διὰ νὰ διακρίνωνται τὰ Δεκαδικὰ ταῦτα Κλάσματα ἀπὸ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, ὅταν ὑπάρχωσι, γράφομεν μετὰ τοὺς ἀκεραίους ἀριθμοὺς μίαν ὑποδιαστολήν, καὶ οὕτω διαστέλλονται τὰ Δεκαδικὰ ἀπὸ τῶν ἀκεραίων, οἷον 25, 37, τὸ ὁποῖον δηλοῖ ὅτι εἰσὶν εἴκοσι πέντε ἀκέραιοι ἀριθμοί, τρία Δεκατημόρια, ἑπτὰ Ἑκατοστημόρια.

Ὅταν δὲ πρὸ τῶν Δεκαδικῶν δὲν προηγῆται ἀκέραιός τις ἀριθμός, θέτομεν πρὸς δήλωσιν τούτου ἓν Μηδενικόν, οἷον, 0, 375, τουτέστι μόνον τρία Δεκατημόρια, ἑπτὰ Ἑκατοστημόρια, πέντε χιλιοστημόρια.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 89. Ὅταν ἐν τοῖς Δεκαδικοῖς Κλάσμασι μένωσί τινες τόποι κενοὶ καὶ ἄνευ σημασίας Δεκαδικοῦ, πληροῦμεν τότε προσηκόντως τούτους τοὺς τόπους διὰ τῶν Μηδενικῶν χαρακτήρων. π. χ. Ὅταν ἔχωμεν νὰ ἐκθέσωμεν μόνον τρία χιλιοστημόρια, γράφομεν 0, 003. ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχει μήτε ἀκέραιός τις ἀριθμός, μήτε τι Δεκατημόριον, μήτε Ἑκατοστημόριον, ἀλλὰ μόνον 3 χιλιοστημόρια. καθάπερ δὴ καὶ 2, 3004 δηλοῖ δύω μὲν ἀκεραίους ἀριθμούς, τρία δὲ Δεκατημόρια, οὐδὲν Ἑκατοστημόριον, οὐδὲν χιλιοστημόριον, τέσσαρα Δεκαχιλιοστημόρια.

ΠΟΡΙΣΜΑ β.

§. 90. Ἐπειδὴ ταῦτα τὰ Κλάσματα, κατὰ τοὺς ἑαυτῶν Παρονομαστὰς θεωρούμενα, αὐξάνουσιν ἀπὸ τῶν ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά, διὰ τοῦτο τὰ ἐν τῷ τέλει προστιθέμενα Μηδενικὰ οὔτε μείζονα οὔτε ἐλάσσονα παρέχουσι δύναμιν. π. χ. 0, 3 σημαίνει οὐδὲν μὲν ἀκέ-

ραιον

Ε.Γ.ΑΠΠ.Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ραιον, τρία δὲ μόνον Δεκατημόρια, ὅπερ τοῦτο ὑπάρχει μὲ τὸ 0, 3000000. ἐπειδὴ καὶ ἐνταῦθα τυγχάνει ἀκέραιον μὲν οὐδὲν, ἀλλὰ τρία Δεκατημόρια, οὐδὲν Ἑκατοστημόριον, οὐδὲν χιλιοστημόριον, οὐδὲν Δεκαχιλιοστημόριον κ. τ. διότι καὶ ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ Παρονομαστὴς πολλαπλασιασμένος ἐστὶ διὰ τοῦ 10 ὅπερ τὴν Δύναμιν δὲν μετατρέπει. ὅθεν δύναταί τις χωρὶς νὰ λαμβάνῃ τινὰ μεταβολὴν ἡ Δύναμις, νὰ προσθέτῃ ἐν τῷ τέλει, ὅσα Μηδενικὰ καὶ βούλεται· τὸ ὁποῖον καὶ ἐνίοτε γίνεται χρήσιμον, διὰ νὰ ἠμποροῦμεν νὰ φέρωμεν δύω, τρία Κλάσματα τοῦ αὐτοῦ εἴδους εἰς ἕνα Ἴσον ἀριθμὸν χαρακτήρων, καὶ ὅλως ὠφελεῖ εἰς τὰς κατὰ ταῦτα πράξεις.

ΠΟΡΙΣΜΑ γ'.

§. 91. Ἐντεῦθεν ἕπεται, ὅτι οὗτοι οἱ χαρακτῆρες ἐνταῦθα δύνανται νὰ ἔχωσι μόνον μίαν Δύναμιν ὡς Δεκαδικήν. ἐπειδὴ δέκα Δεκατημόρια, τουτέστι $\frac{10}{10}$ εἰσὶν Ἴσα μὲ ἓν ἀκέραιον. τὸ δὲ $\frac{10}{100}$ Ἰσοδυναμεῖ μὲ ἓν Δεκατημόριον. ἐπειδὴ ἐξαλειφθέντος ἄνωθεν καὶ κάτωθεν ἑνὸς Μηδενικοῦ, μένει $\frac{1}{10}$. ὡσαύτως καὶ $\frac{10}{1000}$ δύναται Ἴσον μὲ ἓν Ἑκατοστημόριον. ἐπειδὴ ἀφ' οὗ ἀφαιρεθῇ καὶ ἀπὸ τῶν δύω μερῶν ἓν Μηδενικὸν, καταλείπεται $\frac{1}{100}$. καθὼς δὴ καὶ $\frac{10}{10000}$ εἶναι Ἴσον μὲ ἓν χιλιοστημόριον ἤτοι $\frac{1}{1000}$. ἡ δύναμις λοιπὸν αὐξάνει κατὰ τὸ Δεκαπλάσιον, καθὼς καὶ ἐν τοῖς ἀκεραίοις ἀριθμοῖς, καὶ ὁσάκις τις χαρακτὴρ μέχρι τῶν 10 αὐξάνει, τοσάκις πρέπει νὰ μεταφέρηται μία Μονὰς ἐν τῷ προηγουμένῳ τόπῳ ἀπὸ τῶν δεξιῶν εἰς τὰ ἀριστερά, καθὼς καὶ ἐν τοῖς ἀκεραίοις ἀριθμοῖς. ὅθεν γίνεται δῆλον, ὅτι ἡ Σύναψις καὶ ἀφαίρεσις τῶν Δεκαδικῶν Κλασμάτων δύνανται νὰ γένωνται οὕτω, καὶ νὰ λαμβάνωνται κατὰ τοὺς ἰδίους Κανόνας τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ. ... Κ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΟΡΙΣΜΑ δ'.

§. 92. Ἐντεῦθεν εὐκόλως δύναταί τις νὰ συλλάβῃ, δύω Δεκαδικῶν Κλασμάτων ποῖον εἶναι μεῖζον τοῦ ἑτέρου, ὅταν καὶ τὰ δύω ἔχωσιν ἴσον ἀριθμὸν χαρακτήρων, ἐκεῖνο ἔσται μεῖζον, τοῦ ὁποίου οἱ χαρακτῆρες λαμβανόμενοι κατὰ τὴν συνήθη Σημασίαν, σημαίνουσι μείζονα Ποσότητα. π. χ. 4, 72 εἶναι μεῖζον τοῦ 4, 69, ἐπειδὴ τὰ ἑβδομήκοντα δύω εἰσὶ πλείονα τῶν ἑξήκοντα ἐννέα. ὁμοίως καὶ 4, 7211 δύναται πλεῖον τοῦ 4, 6999. ἐὰν δὲ δὲν ἔχωσιν ἰσοπληθεῖς χαρακτῆρας, δυνάμεθα νὰ τὰ ἀποκαταστήσωμεν εἰς ἰσοπληθεῖς, προσθέτοντες ἐν τῷ τέλει Μηδενικὰ, τὰ ὁποῖα καὶ δὲν μεταβάλλουσι τὴν δύναμιν, ὡς ἐν τῷ §. 90. εἴρηται, καὶ τότε μεῖζον Κλάσμα ἔσται τὸ ἐμφαῖνον μείζονα Ποσότητα. π. χ. εἰσὶ Κλάσματα 4, 7, καὶ 4, 69999. ἀφ' οὗ δὲ προστεθῶσιν εἰς τὸ 7 τέσσαρα Μηδενικὰ, τουτέστι 70000, εἶναι φανερὸν, ὅτι τὰ 70000 εἰσὶ πλείονα τῶν 69999, ἐπειδὴ ἂν ὑπογραφῶσιν εἰς αὐτὰ ἴσοι Παρονομασταὶ, ἔσται μεῖζον Κλάσμα ἐκεῖνο, ὅπερ ἔχει μείζονα ἀριθμητὴν, ὡς ἐν τῷ §. 67.

ΠΟΡΙΣΜΑ ε'.

§. 93. Κατάδηλον δ' ἔτι ἐστὶν, ὅτι ὅσον πλείονες Δεκαδικοὶ χαρακτῆρες προστίθενται, τοσοῦτον μᾶλλον τὸ Κλάσμα ἐγγίζει πρὸς τὸ ἀκέραιον, ὅμως οὐδέποτε ἐξισοῦται αὐτῷ. π. χ. τὸ 4, 999 εἶναι πλησιέστερον τοῦ νὰ γένῃ ἀκέραιος ἀριθμὸς 5, παρὰ τὸ 4, 99. ἐπειδὴ τὸ μὲν πρῶτον Κλάσμα διὰ νὰ γένῃ ἀριθμὸς ἀκέραιος, ἐλλείπει μόνον ἓν χιλιοστημόριον $\frac{1}{1000}$. τοῦ δὲ δευτέρου ἐλλείπει ἓν ἑκατοστημόριον $\frac{1}{100}$. λοιπὸν ὅσον πλείονα ἐννέα προσγίνονται, τοσοῦτον μᾶλλον τὸ Κλάσμα πλησιάζει πρὸς τὸ νὰ γένῃ ἀκέραιον, πλὴν ἐπειδὴ ταῦτα τὰ προσγινόμενα μέρη εἰσὶ πάντοτε ἐλάτ-

Ε.Υ.Α. της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ἐλάττονα τοῦ Παρονομαστοῦ, εἶναι ἀδύνατον οὕτω νὰ ἀπαρτισθῇ ἓν ἀκέραιον, ἂν δὲν προστεθῇ ἐν τοῖς τελευταίοις χαρακτῆρσιν ἓν μέρος ἴσον μὲ τὸν αὐτὸν Παρονομαστὴν, τουτέστιν ἂν προσθέσωμεν ἐν τῷ 4, 999 ἓν χιλιοστημόριον, τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν ὀνομασίαν τοῦ τελευταίου Παρονομαστοῦ, ποριζόμεθα ἀκέραιον ἀριθμὸν 5.

ΠΟΡΙΣΜΑ ς'.

§. 94. Ἐπειδὴ τοίνυν τὸ Κλάσμα διὰ τῆς προσθέσεως τινὸς Δεκαδικοῦ χαρακτῆρος πλησιάζει μᾶλλον πρὸς τὸ γενέσθαι ἀκέραιον, καὶ ἐκ τούτου προκύπτει Πηλίκον τι ἀκριβέστερον, δύναταί τις νὰ ἐπαναλαμβάνῃ ἐφ' ὅσον ἐθέλει μίαν Διαίρεσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας πρὸς τῷ εὑρισκομένῳ Πηλίκῳ μένει καὶ λεῖψανόν τι, προσθέτει δηλονότι ἐν τῷ λειψάνῳ ἓν Μηδενικὸν καὶ οὕτω διαιρεῖ αὐτὸν τὸν νέον Διαιρετέον διὰ τοῦ προτέρου Διαιρέτου, τὸ δὲ ἐκ ταύτης τῆς Διαιρέσεως Πηλίκον ἔσται Δεκατημόρια. προσθέσας δ' αὖθις (ἐὰν ἀπολειφθῇ τι) καὶ ἕτερον Μηδενικὸν, ποιεῖ ἐπ' αὐτῶν ἔτι τὴν Διαίρεσιν, τὸ δὲ ἐκ τῆς Διαιρέσεως προκύπτον ἔσεται Ἑκατοστημόρια καὶ οὕτω ποιεῖ ἐφεξῆς. π. χ. ἐκ τῆς Διαιρέσεως τοῦ 26 διὰ τοῦ 8 ἀναφαίνεται πρῶτον Πηλίκον ἀκέραιος ἀριθμὸς 3, καὶ ἐναπολείπεται ἔτι καὶ 2, προστεθέντος δὲ ἐν τούτῳ τῷ 2 ἑνὸς Μηδενικοῦ, καὶ διαιρεθέντων τῶν 20 πάλιν διὰ τοῦ 8, προκύπτει Πηλίκον 2 Δεκατημόρια, καὶ μένει ἔτι λεῖψανον 4. εἰς τὸ ὁποῖον προστεθέντος αὖθις ἑνὸς Μηδενικοῦ, γίνονται 40, τὰ ὁποῖα διαιρεθέντα διὰ τοῦ 8, παρέχουσι Πηλίκον 5 Ἑκατοστημόρια ἄνευ τινὸς λειψάνου, ὥστε τὸ ἀληθὲς Πηλίκον ἐκ τούτων τῶν Διαιρέσεων εἶναι 3, 25, τουτέστιν ἀκέραιος ἀριθμὸς 3, δύω Δεκατημόρια, καὶ πέντε Ἑκατοστημόρια. κατ' αὐτὸν δὲ τὸν τρόπον δυνάμεθα καὶ ὁποιονδήποτε Κλάσμα νὰ μεταποιήσωμεν εἰς Δεκαδικὸν, προσθέτομεν δηλονότι ἐν τῷ ἀριθμητῇ ἓν Μηδενικὸν, καὶ διαιροῦμεν αὐτὸν οὕτω διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ, τὸ δ' προκύπτον Πηλίκον ἔσται τότε Δεκαδικόν. π. χ. τὸ μὲν $\frac{1}{2}$ μεταποιεῖται εἰς τὸ 0, 5. τὸ δὲ $\frac{1}{4}$ εἰς τὸ 0, 25. τὸ δὲ $\frac{3}{4}$ ἀνάγεται εἰς τὸ 0, 75. τὸ δὲ $\frac{7}{8}$ εἰς τὸ 0, 875. τὸ δὲ $\frac{5}{9}$ εἰς τὸ 0, 5555. κ. τ. τῦτο δ' ὅμως τὸ πλάτταιον Κλάσμα ὐδέποτε παρέξει ἀκριβὲς Πηλίκον. ἐπειδὴ ἐφ' ὅσον συνεχίζεται ἡ Διαίρεσις, μένει λείψανόν τι, καθὼς δὴ καὶ τὸ $\frac{4}{7}$ διαιρύμενον, ἀναγεται εἰς τὸ 0, 5714285714 κ. τ. καὶ δὲν δύναται νὰ φθάση ποτε ἐπ' ἀκριβῆ Διάλυσιν, τὰ τοιαῦτα ὀνομάζονται Κλάσματα προσεγγίζοντα, τὰ δὲ ἄλλα, ἐκ τῶν ὁποίων προκύπτει Πηλίκον ἀκριβὲς, καλῦνται Κλάσματα ἀκριβῆ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ά.

§. 95. Νὰ συνάπτωμεν Δεκαδικὰ Κλάσματα.

ΠΡΑΚΤΕ'Α ἢ ΛΥ'ΣΙΣ.

Καν. ά.) Γράφομεν πρῶτον τὺς ἀκεραίυς ἀριθμὺς ὑπ' ἀλλήλυς ἐν τῷ προσήκοντι τόπῳ κατὰ τὸν ἤδη γνωςόν ἡμῖν τρόπον, ὥστε καὶ αἱ τύτων ὑποδιαστολαὶ νὰ εἶναι ἐν τῇ αὐτῇ Στήλῃ. ἔπειτα γράφομεν πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ τὰ Δεκαδικὰ Κλάσματα ὑπ' ἄλληλα, τυτέστι τὰ Δεκατημόρια ὑπὸ τὰ Δεκατημόρια, τὰ Ἑκατοστημόρια ὑποκάτω τῶν Ἑκατοστημορίων. κ. τ. ὅταν δέ τις Σειρὰ τύχῃ ἔχυσα πλείονας Δεκαδικὺς ἀριθμὺς, ἀναπληρῦμεν τότε τὺς κενὺς τόπυς τῶν ἄλλων διὰ Μηδενικῶν Ἰσαρίθμων.

Καν. β'.) Συνάπτομεν πλάτταιον αὐτὰ κατὰ τὺς ἀκεραίυς ἀριθμὺς, ὡς καὶ ἐν τῷ κατωτέρω παραδείγματι.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Ο.Α.τ.τ.Κ.τ.ΙΙ ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

οἷον ἔστωσαν συναφθησόμενα 3,0506. καὶ 4,789, καὶ 6, 62, καὶ 4, 753547. ὅθεν

3	050600
4	789000
6	620000
4	753647
19	213247

ΠΡΟΒΛΗΜΑ β΄.

§. 96. Νὰ ἀφαιρῶμεν Δεκαδικὰ Κλάσματα.

ΠΡΑΚΤΕΑ ἢ ΛΥΣΙΣ.

Καν. Γράφομεν τοὺς χαρακτῆρας τοῦ ἀφαιρετέου ὑπὸ τοὺς χαρακτῆρας τοῦ ἐλαττωτέου κατὰ τὸν ἀνωτέρω Κανόνα τῆς Συνάψεως, ἔπειτα πλοῦμεν ἐπ᾽ αὐτῶν τὴν ἀφαίρεσιν κατὰ τὴν κοινὴν τῆς ἀφαιρέσεως Μέθοδον. π. χ. ἔστω ἀφαιρεθησόμενον τὸ 5, 0294 ἀπὸ τοῦ 16, 4325. ὅθεν

τὸ ἐλαττωτέον	16, 4325.	ὡσαύτως καὶ	7, 30000
τὸ ἀφαιρετέον	5, 0294.		3, 79468
ἡ διαφορὰ	11, 4031.		3, 50532

ΠΡΟΒΛΗΜΑ γ΄.

§. 97. Νὰ πολλαπλασιάζωμεν Δεκαδικὰ Κλάσματα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006