

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Β΄.

ὁ Διαρετέος	861	1 21	ὁ Διαρέτης
τὸ πρῶτον Γινόμεν.	84	41	τὸ Πηλίκον
	<hr/>		
	21		τὸ ἐναπολείπ. μετὰ τῷ καταβι-
τὸ δεύτερον Γινόμεν.	21		βασθέντῳ 1.
	<hr/>		
	00		

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Γ΄.

ὁ Διαρετέος	177448	1 82	ὁ Διαρέτης
τὸ πρῶτον Γινόμεν.	164	2164	τὸ Πηλίκον
	<hr/>		
	134		τὸ ἐναπολείπ. μετὰ τῷ κα-
τὸ δεύτερον Γινόμεν.	82		ταβιβασθέντῳ 4.
	<hr/>		
	524		τὸ ἐναπολείπ. μετὰ τῷ 4.
τὸ τρίτον Γινόμεν.	492		
	<hr/>		
	328		τὸ ἐναπολείπ. μετὰ τῷ 8.
τὸ τέταρτον Γινόμεν.	328		
	<hr/>		
	000		

## ΣΧΟΛΙΟΝ α.

§. 45. Όταν ἐν τῷ τέλει μετὰ τὴν πλοῦταίαν ἀφαίρεσιν μείνησι λείψανον, τὸ ὀπίον ἔλαττον ἢ τῆ Διαρέτε, δὲν δύναται πλείονα διαρεθῆ, γράφομεν αὐτὸ πλησίον τῆ Πηλίκης ἐν τοῖς δεξιοῖς ὡς ἑ ἀγούτες ὑπ' αὐτὸ μίαν Γραμμὴν ὡς γράφομεν ὑποκάτω ἢ τὸν Διαρέτην. π. χ.

$$\begin{array}{r} 22 \\ 20 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ \hline 4 \frac{2}{3} \\ \text{λείψανον.} \end{array}$$

## ἜΤΕΡΟΝ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.

$$\begin{array}{r} 1165 \\ 8 \\ \hline 36 \\ 36 \\ \hline 05 \\ 4 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 14 \\ \hline 291 \frac{1}{8} \\ \text{ἑναπολειπόμενον.} \end{array}$$

## ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 46. Όταν ἄρα τύχη νὰ εἶναι ὁ Διαρέμενος ἀριθμὸς ἔλαττον ἢ τῆ Διαρέτε, δὲν δύναται τότε νὰ γένη ἡ Διαρέσις ἐπ' αὐτῷ κατὰ

κατὰ τῆς πρῆτης Κανόνας. π.χ. ὁ 5 νὰ διαμεθῆ διὰ τῆς 6 δὲν δύναται, ὅθεν ἐκθέτομεν αὐτὸς ὕψος  $\frac{5}{6}$ , τὸ ὁποῖον σημαίνει, ὅτι ὁ 5 πρέπει νὰ διαμεθῆ εἰς 6 μέρη, καθὼς πῶς τότε θίλομεν ὁμιλήσει πλατυτερον ἢ σαφέστερον ἐν τῷ πῶς Κλασμάτων.

## ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄.

§. 47. Ὅταν μεταξὺ τῆς πράξεως τύχη πείρασις, ὡς μετὰ πῶς αἰρέσειν ὁ καταβιβατθεὶς χαρακτὴρ μόνῳ ὢν ἢ μετὰ πῶς ἐγκλιθεῖν, ὑπάρχει ἐλάττων τῆς Διαμετέ, ἢ ἐπομίνως δὲν ἐπιδέχεται πῶς Διαίρεσιν, τότε γράφομεν πρῶτον ἀπὸ Πηλίκου ἐν Μηδενικόν, ἔπειτα καταβιβάζομεν ἀπὸ τῆς Διαμετέ τὸν ἀκόλουθον χαρακτῆρα, ἢ ἂν πάλιν δὲν ἐγχωρῆ νὰ γείνη Διαίρεσις, γράφομεν ἔπ ἀπὸ τῆς Πηλίκου ἐν Μηδενικόν, καὶ μετὰ ταῦτα καταβιβάζομεν ἀπὸ τῆς Διαμετέ ἕτερον χαρακτῆρα, καὶ ὕψος ποιῶμεν τὴν συνήθη Διαίρεσιν. π.χ.

$$\begin{array}{r}
 \text{ὁ Διαμετέ} \\
 812 \\
 \underline{8} \\
 012 \\
 \underline{12} \\
 00
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \text{ὁ Διαμετέ} \\
 \underline{12} \\
 406 \\
 \text{τὸ Πηλίκον}
 \end{array}$$

Ἐνταῦθα μετὰ τὴν Διαίρεσιν τῆς 8, καταβιβάζεται ὁ 2, ἀλλ' ἐπειδὴ ὕψος, μόνῳ μάλισα ὢν, ὑπάρχει ἐλάττων τῆς Διαμετέ, καὶ δὲν δύναται νὰ διαμεθῆ δι' αὐτῆς, διὰ τῆτο γράφομεν πρῶτον ὡς Πηλίκον ἐν Μηδενικόν, καὶ ἔπειτα καταβιβάζομεν τὸν 2, ἢ γράφοντες αὐτὸν πλησίον τῆς 8, ποιῶμεν τὴν Διαίρεσιν.

## ἜΤΕΡΟΝ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.

$$\begin{array}{r}
 92115 \\
 92 \\
 \hline
 00115 \\
 115 \\
 \hline
 000
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 123 \\
 \hline
 4005
 \end{array}$$

## ΣΧΟΛΙΟΝ γ.

§. 43. Ὅταν τύχη γὰ ἔχη καὶ ὁ Διαρέτης καὶ ὁ Διαρετέος ἐν τῷ τέλει Μηδενικὰ δύναμεθα τότε γὰ τελῶμεν τὴν Διαίρεσιν ἀκριβέστερον, καὶ συντομότερον κατὰ τὸν ἐξῆς τρόπον.

Διακρίνομεν δηλονότι καὶ ἀπὸ τῆ Διαρέτης καὶ ἀπὸ τῆ Διαρετέος ἐν ἴσῳ ἀριθμῷ Μηδενικῶν, Ἐφέντες αὐτὰ τὰ Μηδενικὰ εἰς ἓν μέρος, ποιῶμεν τὴν συνήθη Διαίρεσιν μόνον ἐπὶ τῶν λοιπῶν χαρακτήρων. π. χ. ἔστω Διαρῦμενος ὁ 84900 διὰ τῆ 300 ὅθεν διαχωρίζομεν καὶ ἀπὸ τῆ Διαρῦμενος καὶ ἀπὸ τῆ Διαρέτης τὰ Μηδενικὰ, καὶ διαρῦμεν μόνον 849 διὰ τῆ 3 ἐκ τῆ ὁποῖα προκύπτει τὸ ζητούμενον Πηλίκον 283.

## ἜΤΕΡΟΝ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.

ἔστω ὁ Διαρετέος 60, ὁ δὲ Διαρέτης 20. ὅθεν ποιῶμεν

$$\begin{array}{r}
 \text{ὁ Διαρῦμενος} \quad 6 \quad \begin{array}{r} 12 \\ \hline 3 \end{array} \quad \text{ὁ Διαρέτης} \\
 6 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \text{τὸ Πηλίκον} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

## ΣΧΟΛΙΟΝ Δ΄.

§. 49. Όταν δὲ τύχη ἔχων μόνον ὁ Διαρέτης ἐν τῷ τ' λέει Μηδενικά, τότε διακόπτομεν δεξιόθεν καὶ ἀπὸ τῆ Διαρέτης τύσας χαρακτῆρας, ὅσα Μηδενικά ἔχει ὁ Διαρέτης. Ἐ μετὰ τῆτο ποιῶμεν τὴν Διαίρεσιν τοῖς λοιποῖς, καὶ εἴν μὲν εἰς τὸ τέλος τῆς Διαίρεσεως ἐναπολειφθῆ π λείψανον, προσθέτομεν αὐτὸ εἰς ἐκείνας τὰς κεχωρισμένους χαρακτῆρας τῆ Διαρέτης, καὶ ἀγαγόντες μίαν Γραμμὴν ὑποκάτω αὐτῶν, γράφομεν ὅλον τὸν Διαρέτην, καὶ τέλος πρὸςθέτομεν τῆτο τὸ Κλάσμα πλησίον τῆ εὐρεθέντῃ Πηλίκῃ, εἴν δὲ μετὰ τὸν Διαίρεσιν δὲν ἐναπολειφθῆ π, τότε πλησίον τῆ Πηλίκῃ γράφομεν ἐν Κλάσματι μόνον τὰς κεχωρισμένους χαρακτῆρας, καὶ ὅλον τὸν Διαρέτην. π. χ.

Ἐς τὴν Διαίρεσιν δὲ 563874 διὰ τῆ 2300, ὅθεν διαχωρίζομεν ἀπὸ μὲν τῆ Διαρέτης τὰ δύο Μηδενικά, ἀπὸ δὲ τῆ Διαίρεσιν ὡσαύτως δύο χαρακτῆρας τῆς 74, ὡσεὶ διαίρεσιν μόνον τὸν 5638 διὰ τῆ 23 ὡς

$$\begin{array}{r}
 5638 \overline{) 23} \\
 \underline{244} \phantom{00} \\
 374 \\
 \underline{2300} \\
 46 \\
 \underline{\phantom{00}00} \\
 103 \\
 \phantom{00}92 \\
 \underline{\phantom{00}00} \\
 118 \\
 \phantom{00}115 \\
 \underline{\phantom{00}00} \\
 003
 \end{array}$$

τὸ Πηλίκον

λείψανον.

Ἐς τὴν αὐθις Διαίρεσιν δὲ 7245 διὰ τῆ 600, ὡσεὶ διακόπτομεν ἀπὸ μὲν τῆ Διαίρεσιν τὸν 45, ἀπὸ δὲ τῆ Διαίρεσιν τὰ δύο Μηδενικά, καὶ διαίρεσιν μόνον τὸν 72 διὰ τῆ 6 ὡς.

δ

$$\begin{array}{r} 7216 \\ \hline 45 \\ 12 \quad \hline 600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 00 \end{array}$$

Ἐνταῦθα δὲν ἐκατελείφθη π. λείψανον, ὅθεν γράφομεν πλησίον τῆ Πηλίκου μόσον τὰς δύο κεχωρισμένους χαρακτῆρας τυτῆσι τὴν 45 καὶ ὅλον τὸν Διαρέτην ἐν Κλάσματι.

**ΣΧΟΛΙΟΝ ε΄.**

§. 50. Ὅταν δὲ ὁ Διαρέτης ἔχη ἀριστερόθεν τὴν πρῶτον χαρακτῆρα π. μόσον, τὰς δὲ λοιπὰς χαρακτῆρας Μηδενικάς, οἷον 10, 100, 1000, κ. τ. διασέλλομεν δεξιόθεν ἀπὸ τῆ Διαρυσμένης τῶσος χαρακτῆρας, ὅσα Μηδενικά ἔχει αὐτὸς ὁ Διαρέτης, καὶ τότε οἱ μὲν ἐπὶ τὰ ἀριστερὰ κατελείφθητες χαρακτῆρες εἰσιν αὐτὸ τὸ ζητούμενον Πηλίκον. ἐπειδὴ διὰ τῆς Μονάδος, ὡς εἴρηται, Διαίρεσις δὲν γίνεται. τὰς δὲ κεχωρισμένους Ἰσοπληθεῖς τοῖς Μηδενικοῖς χαρακτῆρας καὶ ὅλον τὸν Διαρέτην γράφομεν ἐν Κλάσματι πλησίον τῆ Πηλίκου. π. χ. εἰαν διαρεθῇ ὁ 684375 διὰ τῆ 1000, τὸ Πηλίκον εἶσαι

$$\begin{array}{r} 375 \\ 684 \quad \hline 1000 \end{array}$$

**ΣΧΟΛΙΟΝ ς΄.**

§. 51. Ἡ δὲ κατὰ Διαίρεσιν Βάσανος γίνεται διὰ τῆς Πολλαπλασιασέως. τυτῆσι πολλαπλασιάζομεν μετὰ τὴν Διαίρεσιν τὸ ἀρισκόμενον Πηλίκον μετὰ τῆ Διαρέτης καὶ ἂν ἡ Διαίρεσις εἶναι τετελειωμένη ἀκριβῶς ἔ. ἀνδρὶ πρὸς ὀφθαλμώματι προκύπτει πάντως αὐτὸς ὁ Διαρετίος ἀριθμός.

ΚΕΦΑΛ.

## Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν γ'.

Περὶ λογισμῶν τῶν Ἑτεροειδῶν Ποσοτήτων, ἢ Μεγεθῶν.



## Ο Ρ Ι Σ Μ Ο Σ α.

§. 52. Ἑτεροειδῆς Ποσότητες, ἢ Ἑτεροειδῆ Μεγέθη καλεῦνται ἐν τῇ ἀριθμητικῇ μόνον τὰ διαφέροντα ἀλλήλων κατὰ τινα ἄξιαν ἢ δύναμιν, τῆςτι θεωρούμενον τὸ ἐν πρὸς τὸ ἄλλο δύναται μείζον, ἢ ἔλαττον ἢ τὸ μὲν ἔλαττον εἶναι μέρος τῆς μείζονος, ἢ περιέχεται ἐν αὐτῷ πλέον, ἢ ἅπαξ. οἷον τὰ διάφορα εἶδη τῶν Νομισμάτων, τὰ διάφορα εἶδη τῶν Γεωγραφικῶν Μέτρων κ. τ. τὰ δὲ ἄλλως ἔχοντα κληθῆναι Ἑτερογενῆ.

## Σ Χ Ο Λ Ι Ο Ν.

§. 53. Ὅταν ἔχωμεν ἢ ἀσυνάπτωμεν, ἢ ἀφαιρῶμεν, ἢ ἀπλασιάζωμεν ἢ ἢ διαιρῶμεν διάφορα εἶδη Ποσῶν, πρέπει πρῶτον ἢ ἢ ἐξούρωμεν, πόσαι Μονάδες τῆς μικροτέρης εἶδους ἰσοδυναμῆσι μὲν μίαν Μονάδα τῆς μείζονος. ὅθεν δὴ ἢ πρὸς βοήθειαν τινα παραθέτομεν συντόμως τὸς ἐξῆς Πίνακας, ἐν τοῖς ὁποίοις, ἢ ἢ πόσαι Μονάδες ἐνός ἔλαττονος Ποσῶν συμπληρῶσι μίαν Μονάδα ἐπὶ μείζονος.



Χρήσις τῶν Νομισμάτων, ἢ τῶν κοινότερον λεγομένων  
Μονέδων.

- 3 Ἄσπρα (\*) δύνανται Ἴσον μὲ ἓνα Παρᾶν.  
10 Παράδες συνισῶσιν ἓν Δεκάριον.  
20 Παράδες, ἢ 2 Δεκάρια ποιῶσιν ἓν εἰκοσάριον.  
40 Παράδες, ἢ 4 Δεκάρια ποιῶσιν ἓν Τρόσιον. κ. τ.

Χρήσις τῶν Γεωγραφικῶν Μέτρων.

- 4 Δάκτυλοι συνισῶσι μίαν Παλάμην.  
4 Παλάμαι συμπληρῶσιν ἓνα Πόδα.  
5 Πόδες ποιῶσιν ἓν Βῆμα.  
4000 Βήματα συμπληρῶσιν ἓν Μίλλιον Γερμανικόν.

Χρήσις τῶν Μέτρων τῆς χρόνου.

- 60 Δάπερα λεπτά δύνανται Ἴσον μὲ ἓν λεπτόν  
πρώτον,  
60 Πρώτα λεπτά ποιῶσι μίαν ὥραν.  
24 Ὁῦραι συνισῶσι μίαν ἡμέραν.  
30 Ἡμέραι συμπληρῶσιν ἓνα Μῆνα (\*\*).  
12 Μῆνες ἢ 365  $\frac{1}{4}$  ἡμέραι συνισῶσιν ἓν ἔτος.

ΥΠΟ.

(\*) Τὸ ἄσπρον λαμβάνεται καὶ ἐνταῦθα ὡς ἐν Τριτημῶριον  
τῆς Τυρκικῆς Παρᾶ. εἰς Ἐκθεσιν ἐπὶ τῶν Νομισμάτων ἀναγκάζομαι  
να μεταχειρισθῶ καὶ λέξεις Βαρβαρικῆς, ἐπειδὴ εἰς τὴν Ἑλλάδα  
καὶ εἰς ὅλον σχεδὸν τὸ Ὀθωμανικὸν κράτος τοιαῦται λέξεις εἰσὶν  
ἤδη γνωσταί, καὶ εἰς χρῆσιν.

(\*\*) Ἐκτὸς τῶν Μηνῶν, οἵτινες ἔχουσιν ἡμέρας 31, καὶ τῆς Φεβρουαρίου  
ἐπὶ, ὅστις κατὰ μὲν τὸ κοινὸν ἔτος ἔχει ἡμέρας 28, κατὰ  
δὲ τὸ καλέμενον δίσεκτον ἔχει 29.



## Υ' Π Ο Σ Η Μ Ε Ι Ξ Ι Σ .

Δὲν παραθέτομεν ἐνταῦθα Πίνακὰ πᾶσι περὶ τῶν Σηλωμάτων καὶ Σταθμῶν, ἢ τῶν κοινότερον λεγομένων Ζυγίων, ἐπειδὴ τὸ νὰ διορίσωμεν γενικῶς τὴν χρῆσιν αὐτῶν εἶναι δύσκολον, διότι δὲν εἶναι πανταχῶς εἰς τὸ γένος ἡ αὐτὴ χρῆσις. ὁθεν πρέπει νὰ ἠξούρωμεν πρῶτον τὴν κατὰ ταῦτα τοπικὴν χρῆσιν, καὶ πόσα μέρη τῆ ἐλάττωσθ' ὑπέκεινται εἰς τὸ μείζον, ἔπειτα δυνάμεθα δόκως νὰ τελέσωμεν ἐπεὶ τίτων τὸν τυχόντα λογισμὸν κατὰ τὴν ἐξῆς Μείθεσιν.

### Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α α'.

§. 54. Νὰ συνάπτωμεν πλείονας Πισότητας διαφόρων εἰδῶν ἕσας.

### Π Ρ Α Κ Τ Ε Ά ἢ Λ Υ Ξ Ι Σ .

Καν. α'. ) Γράφομεν τὰς ὁμοειδεῖς Ποσότητες ὑπ' ἀλλήλας. τῆτέσι τὰ ἄσπρα ὑπὸ τὰ ἄσπρα, τὰς Παράδας ὑπὸ τὰς Παράδας, τὰ Γρόσια ὑπὸ τὰ Γρόσια. κ. τ.

Καν. β'. ) Ἀφ' οὗ κατατίξωμεν τὰ Ποσὰ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, ἀρχόμεθα πρῶτον ἀπὸ τῆ μικροτέρου εἶδου, καὶ κατὰ τὰς Κανόνας τῆς Συνάψεως ἀθροίζομεν τὰς χαρακτηριστὰς τῆ εἶδου εἰς ἓν γενικώτερον Κεφάλαιον, καὶ μετὰ τῆτο ἐξετάζομεν, πόσαι Μονάδες ἐκ τῆ εἰς ἐλάττωσθ' εἶδου δύνανται νὰ συστήσωσι μίαν Μονάδα τῆ ἐγγύς μείζονσθ' εἶδου. καὶ τότε ἀφαιρῶμεν ἐξ αὐτῆ τῆ ἀθροισθέντσθ' Κεφαλαίῳ τόσας Μονάδας, ὅσαι ἀπαιτῶνται διὰ νὰ προκύψωσιν ἐξ αὐτῶν ἄλλαι Μονάδες μείζονες καὶ ὁμοειδεῖς μὲ τὰς Μονάδας αὐτῆ τῆ ἐγγύς μείζονσθ'.

ἢ εἶδος, καὶ τότε συνάπτομεν ταύτας τὰς νεοφανεῖς Μονάδας μετὰ τῶν χαρακτήρων αὐτῶν τῷ ἐγγυὲς μείζοντι εἶδει εἰς ἓν γενικὸν Κεφάλαιον, ἐκ τῶν ὁποίων ἀφαρῶμεν ὡσαύτως τὰς ἐναπαιετέρας Μονάδας, καὶ ἀποκαθισῶμεν ἐξ αὐτῶν πάλιν ἑτέρας Μονάδας μείζονας καὶ ὁμοειδῆς μετὰ τὰς Μονάδας τῷ ἀθροισμένῳ μείζοντι εἶδει, καὶ ἕτως ἐφεξῆς.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Α.

Γρόσια	Παράδες	Ἄσπρα
20	16	2
35	18	1
6	18	2
<b>62</b>	<b>13</b>	<b>2</b>

Τὸ Κεφάλαιον τῶν ἄσπρων εἶναι 5, καὶ ἐπειδὴ πέντε ἄσπρα ποῦσι μόνον ἓνα Παρῶν, καὶ μένουσι ἐπὶ ἐξ αὐτῶν δύο, γράφομεν ὑπὸ τὴν σήλην τῶν ἄσπρων μόνον τὰ 2 ἄσπρα, τὸν δὲ Παρῶν συνάπτομεν μετὰ τῶν Παράδων, τῶν ὁποίων τὸ ἀθροισμα εἶναι 53 Παράδες. καὶ ἐπειδὴ 53 Παράδ. δύναται ἶσον μετὰ ἓν Γρὸς. καὶ δέκα τρεῖς Παράδ. γράφομεν ὑπὸ τὴν σήλην τῶν Παράδ. μόνον 13 Παράδες, τὰ δὲ Γρόσιον ἀθροίζομεν μετὰ τῶν Γροσίων, καὶ ἕτως ἐπομένως.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Β.

Βήματα	Πόδες	Παλάμαι	Δάκτυλοι
30	4	2	3
12	3	3	2
6	2	0	1
<b>50</b>	<b>0</b>	<b>2</b>	<b>2</b>

ΠΑΡΑΔ.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ γ'.

Μῆνες	Ἡμέρας	Ὡραὶ	Λεπτὰ πρῶτα	λεπτὰ δ' ἄτερα
4	: 25	: 20	: 40	: 35
6	: 4	: 3	: 19	: 25
<hr/>				
11	: 0	: 0	: 0	: 00

## ΠΡΟΒΛΗΜΑ β'.

§. 55. Νά ἀφαιρῶμεν Ἑτεροειδῆς Ποσότητας.

## ΠΡΑΚΤΕΑ, ἢ ΛΥΣΙΣ.

Καν. α'. ) Γράφομεν τὰς Ὀμοειδῆς Ποσότητες ὑπὸ τὰς Ὀμοειδῆς, καθὼς καὶ ἐν τοῖς ἀνωτέρω Παραδείγμασι γέγονε.

Καν. β'. ) Ἀφαιρῶμεν τὰς ἀειδήμους τῶν ὁμοειδῶν ἀπὸ τῶν ἀειδήμῶν τῶν Ὀμοειδῶν, τὴν δὲ ἀεισκομένην Διαφορὰν γράφομεν ὑπὸ τὴν Γραμμὴν. ὅταν ὅμως τὸ ἀφαιρέσιον εἶδος τύχη νὰ εἶναι μείζον τῆ ἐλαττωτέρου, τότε προσαιξάνομεν αὐτὸ, λαμβάνοντες ἀπὸ τῆ πλησίον κειμένη μείζονος εἶδος, μίαν Μονάδα, τὴν ὁποῖαν, ἐπειδὴ εἶναι μείζων μιᾶς τῶν Μονάδων αὐτῆ τῆ κατωτέρου εἶδος πλέον, ἢ ἅπαξ, ἀναλύομεν κατ' ἐπίνοιαν εἰς Μονάδας τῆ αὐτῆ εἶδος, τῆ ὁποῖα εἶναι καὶ αἱ Μονάδες αὐτῆ τῆ κατωτέρου εἶδος, καὶ ἔτω ποιῶμεν τὴν προσήκουσαν ἀφαίρεσιν:

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ α.

Γρόσια	Παράδες	Άσπρα
55	8	2
15	4	1
<hr/>		
40	4	1

## ΠΑΡΑΔΕΙΓ. β.

Πρόσια	Παράδες	Άσπρα
103	4	1
16	15	2
<hr/>		
86	28	2

α. Άσπρα να αφαιρεθῶσιν ἀπὸ τῆς 1 δὲν δύναται, ὅθεν λαμβάνομεν ἀπὸ τῆς ἐγγύς μείζοντος εἴδους, τῆς ἀπὸ τῶν 4 Παράδων μίαν Μονάδα, καὶ ἀναλύομεν αὐτὴν εἰς 3 ἄσπρα, ( ἐπεὶ ἡ ἴσον μὲν 3 ἄσπρα δύναται ὁ Παράς ) προτυξάνομεν κατ' ἐπιφανείαν δὲ αὐτῶν τὸ 1 ἄσπρον, ὥστε 3 καὶ 1 γίνονται 4 ἄσπρα, ἀφ' ὧν δὲ ἐκ τῶν ἀφαιρεθῶσι τὰ 2 ἄσπρα, ἐναπολείπονται ὡς Διαφορά ἐπὶ α, τὰ ὅποια γράφομεν ὑπὸ τὴν Γραμμὴν, ἔπειτα μεταβαίνομεν εἰς τὴν σήλην τῶν Παράδων, καὶ ἐπεὶ οἱ 15 Παράδες δὲν δύναται νὰ αφαιρεθῶσιν ἀπὸ τῶν 3 Παράδων ( ὁ 4 χαρακτήρ δύναται ἤδη ἴσον μὲν τρεῖς Παράδες, ἐπεὶ ἡλαττώθη πρότερον μίαν Μονάδα ), λαμβάνομεν ἀπὸ τῆς ἐγγύς μείζοντος εἴδους, τῆς ἀπὸ τῶν 103 Γροσίων μίαν Μονάδα, τὴν ὅποιαν διαλύομεν εἰς 40 Παράδας, καὶ δι' αὐτῶν προτυξάνομεν τὸν ἀριθμὸν τῶν 3 Παράδων, ὥστε 40 καὶ 3 γίνονται 43 Παράδες, ἀπὸ τῶν ὅποιων γίνεται ἡ ἀφαίρεσις τῶν 15, καὶ ἐναπολείπεται Διαφορά 28 Παράδ. ἔπειτα μεταβαίνομεν εἰς ἀφάνειαν τῶν Γροσίων, καὶ ποῖμα.

παιόμεν ἐφεξῆς τὴν προσήκυσαν ἀφαίρεσιν . ὅτε ἐκκαταλείπεται  
 καὶ ἐπὶ τῶν Διαφορᾶ 86 Γρόσια .

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ γ΄.

Ἐργαζόμενος τις κατὰ πῦνα χρόνον ἐκέρδισε Γρόσια 2300, Πα-  
 ράδες 18, καὶ ἄσπρα 2, κατ' αὐτὸν ὅμως τὸν χρόνον ἐξέκρινε  
 Γρόσια 1250, Παράδες 20, καὶ 1 ἄπρον . ὅθεν ζητεῖται πόσα  
 ἔτι ἔμειναν αὐτῷ .

Γρόσια	Παράδες	Ἄσπρα
2300	: 18	: 2
1250	: 20	: 1
<hr/>		
1049	: 38	: 1

### ΠΑΡΑΔΕΙΓ. δ΄.

Ἡμέραι	Ὠραὶ	Λεπτὰ
18	: 15	: 40
14	: 19	: 20
<hr/>		
3	: 20	: 20

κατ' αὐτὰς τὰς εἰρημένους Κανόνας ἀφαίρυνται ἀπ' ἀλλήλων καὶ ἐκά-  
 στῃ εἶδος τὰ δυνατὰ διδόμενα .

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ γ΄.

§. 56. Νὰ Πολλαπλασιαζώμεν Ποσὰ δια-  
 φόρῃ εἶδος ὄντα, καὶ πολλαχῶς διδόμενα .



## ΠΡΑΚΤΕΑ ἢ ΛΥΣΙΣ.

Καν. α. ) Ὅτε τὸ μὲν Πολλαπλασιασέον Ποσὸν ὑπάρχει μόνον ἐνὸς εἶδους, οὐδὲ Πολλαπλασιασῆς σύγκηται ἐκ πλειόνων εἰδῶν, γίνεται ἡ Πολλαπλασίασις τῷ Πολλαπλασιασέῳ ἐφ' ἕκαστον εἶδῶν τῷ Πολλαπλασιασῷ χωρὶς, τῆσι Πολλαπλασιάζομεν αὐτὸ τὸ Πολλαπλασιαζόμενον Ποσὸν πρῶτον μετὰ τῷ μείζοντι εἶδους τῷ Πολλαπλασιασῷ, ἔπειτα μετὰ τῷ ἐγγύς μικροτέρῳ, καὶ ἐφεξῆς, καθὼς κατωτέρῳ ἐπὶ τῷ πρώτῳ Παραδείγματι δεικνύεται τὸ πρᾶγματικώτερον. δύναται δὲ νὰ γένη ἡ πρᾶξις εἰς ποιαύτην ἀείρασιν καὶ κατὰ ἄλλον τρόπον, ἀνάγομεν διλογόπῃ πρῶτον τὰ εἶδη τῷ Πολλαπλασιασῷ εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ εἶδῶν τῆσι τὰς Μονάδας τῶν μειζόνων εἰς Μονάδας ὁμοειδῆς μετὰ τὰς Μονάδας τῷ μικροτέρῳ εἶδους αὐτῷ, καὶ ἔπειτα τελῶμεν ἐπὶ τούτων μίαν Πολλαπλασίασιν, ὡς ἐν τῷ δεικνύοντι Παραδείγματι δεικνύομεν τὸν τρόπον σαφέστερον.

Καν. β. ) Ὅτε δὲ τὸ μὲν Πολλαπλασιαζόμενον Ποσὸν συνίσταται ἐκ πολλῶν εἰδῶν, τὸ δὲ Πολλαπλασιάζον τυγχάνει ἐνὸς μόνου εἶδους, πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τὸ μείζον εἶδῶν τῷ Πολλαπλασιασέῳ διὰ τῷ Πολλαπλασιασῷ, ἔπειτα διὰ νὰ πολλαπλασιάσωμεν καὶ ἕκαστον μικρότερον εἶδῶν αὐτῷ, λαμβάνομεν ἐκ τῷ Πολλαπλασιασῷ ἓν μέρος, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἔχη πρὸς αὐτὸν τὸν Πολλαπλασιασῆν τὸν ἴδιον λόγον, τὸν ὁποῖον ἔχει ἡ Μονὰς τῆσι τῷ μικροτέρῳ εἶδους πρὸς τὴν Μονάδα τῷ μείζοντι εἶδους αὐτῷ τῷ Πολλαπλασιασέῳ. τῆσι ἂν μὲν ἡ Μονὰς τῷ ἔλαττον δυναμένῳ εἶδους, τὸ ὁποῖον ἔχομεν νὰ πολλαπλασιάσωμεν, ἀειέχεται εἰς τὴν

Μονάδα τῷ μείζοντι εἶδους τῷ Πολλαπλασιασέει φερέειπεν, τετράκισ, λαμβάνομεν καὶ ἡμῖς τότε τὸ πέμπτον μέρος τῷ κειμένῳ Πολλαπλασιασέει, ἂν δὲ φείεχῃται πεντάκισ, λαμβάνομεν ἐν πέμπτον μέρος, κ. τ. καὶ δι' αὐτῷ τῷ μέρει πολλαπλασιάζομεν αὐτὸ τὸ μικρότερον εἶδος τῷ Πολλαπλασιασέει, καθὼς καὶ κατωτέρω διὰ τῷ τρίτῳ καὶ πέμπτῳ Παραδείγματι ἐκδέτομεν σαφέστερον αὐτὴν τὴν φείεασιν.

Κατ. γ'.) Ὅταν δὲ καὶ τὸ Πολλαπλασιαζόμενον καὶ καὶ τὸ Πολλαπλασιάζον ἵπάρχῃ Πολυεἶδες, τότε πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τὸ μείζον εἶδος τῷ Πολλαπλασιαζόμενῳ διὰ τῷ μείζοντι εἶδους αὐτῷ τῷ Πολλαπλασιάζοντι, δεύτερον πολλαπλασιάζομεν τὸ ἴδιον μείζον εἶδος τῷ Πολλαπλασιαζόμενῳ μετὰ τῷ ἐλάττοντι εἶδους τῷ Πολλαπλασιάζοντι, εἶτα δὲ πολλαπλασιάζομεν τὸ μικρότερον εἶδος τῷ Πολλαπλασιαζόμενῳ διὰ τῷ ἀναλόγῳ μέρει ὅλων, τῷ Πολλαπλασιάζοντι Ποσῷ, καθὼς ἀνωτέρω ἐν τῷ δευτέρῳ Κανόνι εἴρηται, κ. τ. καὶ καθὼς ἐν τῷ πέμπτῳ καὶ ἑκτῷ Παραδείγματι καθοράται τραναιότερον.

## ΠΑΡΑΔΕΙΓ. ε.

Πωλεῖται ἐν εἶδος, φερέειπεν, σίτε πρὸς 5 Γρόσια, καὶ εἰς Πεντάδ. τὰ Μόδιον, ἐκ τῷ ὁποῖον ἀγοράζει πρὸς μόνον 4 Μόδια, καὶ ζητεῖται ἐκ μάθη, πῶσα πρέπει νὰ πληρώσῃ διὰ ταῦτα. ὁθεν

4

5 : 15

τὰ 4 Μόδια πολλαπλασιασθέντα διὰ τῶν 5

Γρο.



Γρόσιων, παρέχουσι Γινόμενον . . . Γροσ. 20.  
 τὰ 4 πολλαπλασιασθέντα αὔθις διὰ τῶν  
 15 Παράδων, παρέχουσι Γινόμενον Πα-  
 ράδες 60, οἷπνες ἀναχθέντες εἰς Γρό-  
 σια ποιῶσι . . . . .

2 : 20



21 : 20

πρέπει ἄρα νὰ καταβάλῃ ὁ ἀγοράσας  
 εἴκοσι ἔν Γρόσιον, ἢ εἴκοσι Παράδ.

**ΠΑΡΑΔΕΙΓ. Β.**

Ἐσωσαν τὰ εἶδη ὡς ἀνωτέρω, πλην τὰ εἶδη τῆ Πολλαπλασιασῶ  
 γενίσθωσαν πρῶτον εἰς 20 ἔ τὸ αὐτὸ εἶδος, τιτίσει τὰ Γροσ. εἰς  
 Παράδ. 800

4 Μόδια

πρὸς 200 Παράδ.



20

4

8



860 Παράδ, τιτίσει

Γρόσια 21 Παράδ. 20.

**ΠΑΡΑΔΕΙΓ. Γ.**

Ἀγοράζει πς, δὸς εἰπεῖν, ἓνα τόπον. Βημάτων 20, ἔ Παδῶν 4  
 πρὸς 10 Γρόσ, τὸ Βῆμα, πόσα τοίνυν πρέπει νὰ καταβάλῃ ἔτῳ  
 ἀπὸ πέντων τῶν εἴκοσι Βημάτων ἔ πεδάρων Παδῶν;

20 : 4

10



τὰ 20 βήματα πολλαπλασιασθέντα διὰ  
 τῷ 10, διδύασι Γινόμενον . . . Γρόσ. 200  
 ἐπειδὴ δὲ ἕνας Πῦς περιέχεται ἐν τῷ  
 Βήματι πεντάκις, τῆς πεντέ πέντε πόδες συ-  
 νισῶσιν ἐν Βῆμα, διὰ τῆτο πρέπει νὰ  
 λάβωμεν ἐκ τῷ Πολλαπλασιασῶ 10 τὸ  
 πέμπτον μέρος αὐτῷ, τὸ ὁποῖον εἶναι  
 ὁ 2 ἀριθμός, καὶ δι' αὐτῷ πολλαπλασιά-  
 ζομεν τῷ 4 Πόδας, ὡσε προκύπτει Γι-  
 νόμενον . . . Γρόσ. 8

ἅπαν τὸ Γινόμενον Γρόσια 208

### ΠΑΡΑ Δ. δ.

Ἐν εἰδῶ ὑφίσματῶ πωλεῖται πρὸς 6 Γρόσια τὸν Πῆχυν, λοι-  
 πὸν διὰ ὀκτὼ Πήχεις ἢ ἡμισυ ἐκ τῆς τῷ ὑφίσματῶ πόσα πρέπει  
 πρὸς νὰ πληρώτῃς ὅθεν

8 ½  
 6

οἱ 8 Πήχεις πολλαπλασιασθέντες διὰ τῶν  
 6 Γροσίων, ποιῶσι . . . Γρόσ. 48  
 τὸ δὲ ½ ἐπειδὴ δύναται τὸ ἡμισυ τῷ  
 Πήχεως, πρέπει νὰ εἶναι καὶ ἡ τμη-αὐ-  
 τῷ τὸ ἡμισυ τῷ Πολλαπλασιασῶ, τῆς πεν-  
 τὸ 3, ὡσε τὸ Γινόμενον εἶναι . . . 3

Γρόσια 51

ΠΑΡΑΔΕΙΓ. 6.

Ἐρωτᾷ τις, πόσα Βήματα δύναται νὰ περιέχη ἕνας τόπος, ὅπου τὸ μὲν μῆκος εἶναι Βήματα 8, ἢ  $\frac{1}{2}$ , τὸ δὲ πλάτος εἶναι Βήματα 10 ἢ 4 Πόδες, ὅθεν

$$\begin{array}{r} 8 : \frac{1}{2} \\ 10 : 4 \\ \hline \end{array}$$

τὰ 8 Βήματα πολλαπλασιασθέντα διὰ τῶν 10 Βημάτων, παρέχουσι . . . . 80

ἢ πάλιν πολλαπλασιασθέντα τὰ 8 Βήματα διὰ τῶν 4 Ποδῶν, παρέχουσι Γιγόμενον 32 Πόδας, ταῦτέστι Βήματα . . . . 6 : ἢ 2 Πόδας

τῷ δὲ  $\frac{1}{2}$ , ἐπειδὴ σημαίνει τὸ ἡμισυ τοῦ Βήματός, ἔσαι . . . . . 5 : . . . 2

$$\begin{array}{r} \hline 91 : 4 \end{array}$$

τὸ περιεχόμενον ἄρα τῷ τόπῳ τῷτῳ εἶναι Βήματα ἑννεήκοντα ἕν, ἢ τέσσαρες Πόδες.

ΠΑΡΑΔΕΙΓ. 7.

Ἡ γόρρασις 15 Βήματα ἢ 3 Πόδας τόπος πρὸς Γρόσια 10 ἢ Παρίδ. 20 τὸ Βῆμα, ἢ ἐπιθυμῶν νὰ μάθῃ πόσα πρέκει νὰ πληρῶσῃ ἀπὸ τῶν 15 Βημάτων, ἢ 3 Ποδ. ὅθεν

$$\begin{array}{r} 15 : 3 \\ 10 : 20 \\ \hline \end{array}$$

τῶν 15 Βημάτων πολλαπλασιασθέντων

Διὰ τῶν 10 Γρῶσ. τὸ Γινόμενον . . .	150
πολλαπλασθέντων δὲ καὶ διὰ τῶν 20	
Παράδων, προκύπτει Γινόμενον	300
Παράδ. τυπέσι Γρόσια . . . . .	7 : 20
οἱ δὲ 3 Πόδες πολλαπλασιασθέντες	
διὰ τῆ πέμπτη μέρους τῶν 10, τυπέσι	
διὰ τῆ 2, παρέχουσι Γρόσια . . . .	6
πολλαπλασιασθέντες ἐπὶ καὶ διὰ τῆ	
πέμπτη μέρους τῶν 20, τυπέσι διὰ τῆ	
4 ἀριθμῶν, παρέχει Παράδ. . . . .	12

---

163 : 32

Γρόσ. Παράδ.

## ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 57. Τῆς κατὰ ταῦτα πράξεως εἰσι ἑῶ ἄλλοι τρόποι, τῆς ὁποῖας μεταχειρίζονται ἕτεροι. ἀλλ' ἡμεῖς δεῖα νὰ μὴ φύγωμεν ἀπὸ τῆς τάξεως τῆς καθ' ἡμᾶς προθέσεως, μακρολογῶντες ἕως ἀνωφελῶς καὶ ἀνθ' ἀνάγκης, ἀσφαλίζομεν τὴν τῶν Ἐκθεσίων εἰσι δὲ πρὸς τοῖς εἰρημένους καὶ ἄλλοις περιστάσεις, ἀλλὰ περὶ τῶν θέλομεν ὁμιλήσει πλατύτερον εἰς τὴν ἀλγεβραν, ὅτε πραγματῶσώμεθα περὶ τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν κ. τ.

## ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8.

§. 58. Νὰ διαιρῶμεν, ἢ νὰ μειζώμεν Ποσὰ Ἐτεροειδῆ.

## ΠΡΑΚΤΕΑ ἢ ΛΥΣΙΣ.

Καν. α.) Ὄταν ὁ μὲν Διαιρετέος ὑπάρχη Πολυειδής, ὁ δὲ Διαιρέτης τύχη μόνον ἑνὸς εἶδους ὄν, τότε διαίρεται

μεν

μεν διὰ τῆ Διαρέτης πρῶτον τὸ μείζον εἶδος· τῆ Διαρέτης, καθ' ὃν τρόπον προείρηται ἐν τῷ περὶ Διαρέσεως τῶν ὁμοειδῶν, γράφοντες καὶ τὸ Πηλίκον ὑπὸ τὴν Γραμμὴν, ἔπειτα ἂν μὲν ἐκ ταύτης τῆς Διαρέσεως δὲν μὲν ἢ τὸ λείψανον, μεταβαίνομεν εὐθὺς εἰς Διαίρεσιν τῆ ἐγγύς ἐλάττων εἶδους. ἂν ὅμως ἐναπολειφθῆ π, διαλύομεν αὐτὸ εἰς Μονάδας Ἰσοδυναμίας μὲ τὰς τῆ ἐγγύς ἐλάττων εἶδους, καὶ συνάψαντες αὐτὰς ὁμῶς μὲ τὸν ἀριθμὸν τῆ ἐλάττων εἶδους, ποιῶμεν αὖθις ἐπ' αὐτῶν τὴν συνήδη Διαίρεσιν, καὶ γράφομεν τὸ Πηλίκον χωρὶς, καὶ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον διαρῶμεν ἅπαντα τὰ εἶδη τῆ Διαρέτης. καθὼς καὶ κατωτέρω ἐπὶ τῆ πρώτης Παραδείγματὸς γίνεται.

Καν. β' ) Ὅταν δὲ ὁ Διαρέτῃ εἶναι ἐνὸς μόνου εἶδους, ὁ δὲ Διαρέτης τυγχάνῃ ἐκ πολλῶν συγκείμενῃ, διαλύομεν πρῶτον τὰ μεγαλήτερα εἶδη τῆ Διαρέτης εἰς τὸ μικρότερον εἶδος, ἔπειτα ἂν ὁ ἀριθμὸς τῆς διαλυθέντῃ Διαρέτης εἶναι ἐλάττων τῆ Διαρέτης, ποιῶμεν τὴν συνήδη Διαίρεσιν, ἂν ὅμως μετὰ τὴν διάλυσιν ὁ ἀριθμὸς τῆ Διαρέτης γένηται μείζον τῆ Διαρέτης, τότε αὐξάνομεν πρῶτον καὶ τὸν ἀριθμὸν τῆς Διαρέτης, πολλαπλασιάζοντες αὐτὸν δι' ἐκείνη τῆ ἀριθμῷ, διὰ τῆ ὁποῖα διελύσαμεν καὶ τὰ μείζονα εἶδη τῆ Διαρέτης, ἔπειτα ποιῶμεν τὴν Διαίρεσιν ἐπ' αὐτῶν, καθὼς διὰ τῆ δεύτερης, καὶ τρίτης Παραδείγματὸς ἐμφαίνομεν ταῦτα σαφέστερον.

Καν. γ'. Ὅτε δὲ καὶ ὁ Διαρέτῃ καὶ ὁ Διαρέτης συνίστανται ἐκ πολλῶν εἰδῶν, καὶ σημαίνουσι ἐκάτεροι Ποσότητες ἐνὸς καὶ τῆ αὐτῆ γένους, διαλύομεν πρῶτον καὶ τὴς δύο εἰς τὸ μικρότερον εἶδος, καὶ τὴς ἀποκαθιστῶμεν ὁμοειδέας,

δεῖς, ἔπειτα ποιῶμεν ἐπ' αὐτῶν τὴν Διαίρεσιν, καθὼς  
 καὶ κατωτέρω εἰς τὸ τέταρτον Παράδειγμα ταύτην τὴν πε-  
 ρίεσιν ἀναφέρομεν. ὅταν δὲ καὶ ὁ Διααιρετέος καὶ ὁ Διααι-  
 ρέτης ὑπάρχωσι συκείμενοι ἐκ πολλῶν εἰδῶν, πλὴν ση-  
 μαίνωσι Ποσὰ ἑτερογενῆ, τότε διαλύομεν ἑκάτερον εἰς τὸ  
 μικρότερον εἶδος αὐτῶν, ἔπειτα διαρῶμεν αὐτὰς, ὡς καὶ  
 ἐν τῷ πέμπτῳ Παραδείγματι ποιεῖται.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓ. 4.

Νὰ διααιρεθῶσι 453 Γρόσια καὶ 8 Παράδ. εἰς 4 ὑποκείμενα, ἄθεν

Γρόσια	Παράδ.
453	8
4	40
-----	-----
05	48
-----	4
13	-----
12	08
-----	8
λείψανον 1	-----
	0

τὰ 453 Γρόσια διααιρεθέντα διὰ τῶν 4, παρέχουσι Πηλίκον Γρόσια  
 113. Ἐ μίνα ἐξ' αὐτῶν ἀδιαίρετον ἐν Γρόσιον, τότε δὲ εἰς 40 Πα-  
 ράδ. διαλυθέντες, ἔ συναφθέντες μετὰ τῶν λοιπῶν Παράδων,  
 ἀναρῦεται ὁ ἀριθμὸς 48, ὁ ὁποῖός διααιρεθεὶς διὰ τῶν 4, πα-  
 ρέχει Πηλίκον Παράδ. 12. ὥστε ἕκαστον τῶν 4 ὑποκειμένων λαμβάνει  
 113 Γρόσ. καὶ 12 Παράδ.