κατὰ δὲ τὸν τέταρτον τύπον $x = -\frac{\omega\pi - \alpha}{\pi - 1}$ τουτέστι

$x = \frac{4096 - 1}{1} = 4096$ ὅλη ἡ Ποσότης,

ΚΕΦΑ´ΛΑΙΟΝ ια´.

Περὶ Συζυγίας, ἢ Συνδυασμοῦ.

Ο´ΡΙΣΜΟ´Σ.

§. 223. Συνδυασμοῦ μέθοδος καλεῖται ὁ τρόπος, διὰ τοῦ ὁποίου εὑρίσκομεν, ποσαχῶς δύνανται νὰ συνδεθῶσι, καὶ διαφόρως νὰ μετατεθῶσι δεδομένα τινα (ἔστωσαν ταῦτα ἢ γράμματα, ἢ ἀριθμοί, ἢ ὁποιαδηποτοῦν πράγματα), ἀνὰ δύω, ἀνὰ τρία, ἀνὰ τέσσαρα, ἢ ἀνὰ πλείονα λαμβανόμενα.

ΣΧΟ´ΛΙΟΝ.

§. 224. Διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν τοῦ σκοποῦ εὐχερέστερον, εἶναι ἀναγκαῖον, εὐθὺς ἀρχόμενοι τοῦ ἔργου, νὰ μεταχειρισθῶμεν μικροὺς τινας ἀριθμοὺς πραγμάτων, ἢ μεγεθῶν, ἐξ οὗ ἀποκαλύπτονται καὶ γίνονται φανεροὶ οἱ νόμοι, τοὺς ὁποίους ἀκολουθοῦσιν αἱ συζυγίαι εἰς τὰ κατὰ τὸν διδόμενον ἀριθμὸν μεγέθη.

ΠΡΟ´-

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ά.

§. 225. Εὑρεῖν τὸν ἀριθμὸν τῶν συζυγιῶν, αἵτινές εἰσιν δυναταὶ διὰ τῶν 24 γραμμάτων ἀνὰ δύω, ἀνὰ τρία .... ἀνὰ 24 λαμβανομένων.

ΠΡΑΚΤΕΑ, καὶ ΔΕΙΞΙΣ.

Τὸ α συζευχθὲν μὲν μεθ' ἑαυτοῦ παρέχει αα, συζευχθὲν δὲ μετὰ τοῦ β, ποιεῖ αβ. μετὰ δὲ τοῦ γ, ποιεῖ αγ. κ. τ. τοῦ α ἄρα συζευχθέντος οὕτω μετὰ τῶν 24 Γραμ., ἀναφύονται ὁμοίως 24 διάφοροι συζυγίαι. οὕτω καὶ τὸ β συζευχθὲν μετὰ τοῦ α, ποιεῖ βα, συζευχθὲν δὲ μεθ' ἑαυτοῦ, ποιεῖ ββ, κ. τ. ἄρα καὶ διὰ τῆς συζεύξεως τοῦ β μεθ' ἑκάστου τῶν 24 γραμμάτων προκύπτουσιν ἄλλαι 24 συζυγίαι, ἐξ οὗ γίνεται δῆλον, ὅτι ἕκαστον τῶν 24 γραμμάτων ἐν ἀρχῇ τιθέμενον, καὶ 24 κις ἑνὶ ἑκάστῳ τῶν ἄλλων γραμμάτων συζευγνύμενον, παρέχει 24 συνδυασμοὺς. πάντα ἄρα τὰ εἰκοσιτέσσαρα γράμματα ἀνὰ δύω λαμβανόμενα, ἀποτελοῦσι διαφόρους συζυγίας 24×24 ἤτοι 576.

Ἐὰν δὲ συζευχθῶσι γράμματα ἀνὰ τρία λαμβανόμενα, τουτέστιν ἐὰν προστεθῇ τὸ α ἐν ἑκάστῃ τῶν ἀνωτέρω 576 συζυγιῶν, ἔσται ἡ πρώτη συζυγία ααα, ἡ δευτέρα ααβ, ἡ τρίτη ααγ. κ. τ. ἄρα προστιθέμενον ἐν ἀρχῇ τὸ α μόνον, ποιεῖ 576 νέας συζυγίας γραμμάτων ἀνὰ τρία λαμβανομένων. ἐξ οὗ γίνεται φανερὸν, ὅτι καὶ ἕκαστον τῶν λοιπῶν γραμμάτων προστιθέμενον καθὼς ἀνωτέρω τὸ α, καὶ τὴν ἐκείνου τάξιν φυλάττον, δύναται νὰ δώσῃ 576 νέους συνδυασμοὺς γραμμάτων ἀνὰ τρία λαμβανομένων. καταφανὲς ἄρα, ὅτι ἅπασαι αἱ ἐκ τριῶν γραμμάτων συζυγίαι, ἢ μεταθέσεις εἰσὶν

$576 \times 24 = 13824$.

ἐὰν δὲ αὖθις συζευχθῶσι τέσσαρα γράμματα, τουτέστι ἐὰν προστεθῇ αὖθις τὸ α ὡς ἀνωτέρω, ἐν ἑκάστῃ τῶν ἐκ τριῶν γραμμάτων συζυγιῶν, ἀνακύπτουσιν πάλιν 13824 καιναὶ συζυγίαι ἐκ τεσσάρων γραμμάτων. τὸ ἴδιον γίνεται καὶ δι᾽ ἑκάστου τῶν 24 γραμμάτων. ἅπασαι ἄρα αἱ συζυγίαι αἱ ἐκ τεσσάρων γραμμάτων εἰσὶν 13824×24. τούτου δὲ οὕτω καὶ περαιτέρω ὑποτεθέντος, ἕκαστος δύναται νὰ νοήσῃ καλῶς, ὅτι αἱ συζυγίαι πάντοτε χωροῦσιν αὐξάνουσαι, ἐὰν τὸ κεφάλαιον τῶν προτιθεμένων συζυγιῶν πολλαπλασιάζηται διὰ τοῦ 24. αἱ συζυγίαι ἄρα συνιστῶσι Γεωμετρικήν τινα Πρόοδον, εἰς τὴν ὁποίαν εἶναι ὁ πρῶτος Ὅρος 576 ἡ ἐκ δύω γραμμάτων συζυγία, ὁ δὲ δεύτερος Ὅρος εἶναι ἡ ἐκ τριῶν γραμμάτων συζυγία, ὁ δὲ τρίτος εἶναι ἡ ἐκ τεσσάρων, καὶ ἐν ἑνὶ λόγῳ ὁ τελευταῖος Ὅρος εἶναι ὁ συνδυασμὸς ἀπὸ εἴκοσι καὶ τριῶν γραμμάτων, τὸ Πηλίκον ὅμως τούτων εἶναι ὁ 24, καὶ ἡ πληθὺς τῶν Ὅρων πρέπει νὰ εἶναι μονάδι ἐλάττων τοῦ ἀριθμοῦ τῶν 24 γραμμάτων, τουτέστι $\pi = 23$. ἐκ τῶν εἰρημένων τύπων (§. 183.) δύναται εὐκόλως νὰ εὑρεθῇ ὁ ἔσχατος Ὅρος, καὶ τὸ κεφάλαιον ὅλων τῶν Ὅρων. δηλονότι ὁ ἔσχατος Ὅρος, εἶναι $= a\Pi^{\nu-1} = a\Pi^{22}$. τὸ δὲ κεφάλαιον $= \frac{\omega\Pi - a}{\Pi - 1}$,

ἐὰν δὲ ἀντὶ τοῦ ω τεθῇ $a\Pi^{\nu-1}$, ἔσται τότε

κ =

$$\kappa = \frac{\alpha \Pi^{\nu} - \alpha}{\Pi - 1}$$ (§. 198), ἤτοι $\kappa = \frac{576 \times 24^{23} - 576}{23}$.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 226. Ἐὰν δὲ λάβωμεν γράμματα μόνα ἄ χωρὶς ἄλλων τινων, οἷον α, β, γ. κ. τ. ἔσαι ὁ πρῶτος Ὅρος α = 24, ὁ δεύτερος αΠ τουτέςι 24×24, καὶ ἅπαν τὸ κεφάλαιον ὅλων τῶν δυνατῶν συζυγιῶν καὶ γραμμάτων 24, εἶναι = $\frac{24 \times 24^{24} - 24}{23}$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ β'.

§. 227. Ἐὰν δοθῇ τις ἀριθμὸς Ποσοτήτων, ἢ μεγεθῶν, καὶ ἕκαστον τούτων ἐν τῇ συζεύξει τεθῇ εἰς τὸν πρῶτον τόπον τοσάκις, μὲ ὅσας μονάδας εἶναι Ἴσος ὁ ἐν τῷ Προβλήματι δοθεὶς ἀριθμὸς τῶν μεγεθῶν, νὰ εὕρωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν συζυγιῶν, τουτέςι πόσους δυνατοὺς συνδυασμοὺς παρέχουσι ταῦτα τὰ δοθέντα μεγέθη.

Ληφθήτω πρῶτον ἀριθμὸς τις μεγεθῶν ὁ 2, τουτέστιν δύω μεγέθη τὸ α, καὶ β, καὶ ἕκασον τούτων ἐν τῇ συζεύξει τεθήτω εἰς τὸν πρῶτον τόπον δίς: ἐπειδὴ καὶ τὰ μεγέθη ἐνταῦθα δύω εἰσίν.

ΠΡΑΚΤΕΑ, καὶ ΔΕΙΞΙΣ.

Συζευχθὲν τὸ α μετὰ τοῦ β, καὶ ἑκάτερον τούτων μεθ' ἑαυτοῦ, παρέχουσιν αα, ββ, αβ, βα συζυγίας 4, ἤ τὴν δευτέραν δύναμιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν συζευκτέων μεγεθῶν. καὶ πάλιν α, β, γ ἀνὰ δύω λαμβανόμενα, παρέχουσιν αα, ββ, γγ, αβ, βα γα, αγ, βγ, γβ, συζυγίας ἐννέα, ἢ τὴν δευτέραν δύναμιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν συζευκτέων μεγεθῶν. α, β, γ, δ διδόασιν 16 συζυγίας. κ. τ. ἄρα ἡ ἀνὰ δύω, ἀνὰ τρία ... σύζευξις τῶν μεγεθῶν, ἥτις κρέμαται ἐκ τῆς χρείας, καὶ θελήσεως ἑκάστου, δεικνύει τὴν δύναμιν ἐκείνην, εἰς τὴν ὁποίαν ὑψοῦται ὁ ἀριθμὸς τῶν συζευκτέων μεγεθῶν.

α, β, γ, ἀνὰ τρία συζευγνύμενα, δίδουσιν 27 συζυγίας, τουτέστι τὴν τρίτην δύναμιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν συζευκτέων μεγεθῶν α, β, γ, δ ἀνὰ τρία λαμβανόμενα, διδόασι τὴν τρίτην δύναμιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν συζευχθέντων μεγεθῶν, καὶ οὕτω καθεξῆς. ἐὰν οὖν ὁ ἀριθμὸς τῶν μεγεθῶν εἶναι $= \mu$, καὶ ἡ κατὰ θέλησιν σύζευξις τῶν μεγεθῶν $= \nu$, ἔσται τότε ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν συζυγιῶν μ^{ν}. τουτέστιν ἂν συζεύξωμεν 6 μεγέθη ἀνὰ τέσσαρα, προκύπτουσι συζυγίαι $= 6^4 = 1296$. ἐὰν δὲ λάβωμεν 9 μεγέθη ἀνὰ τέσσαρα, ἔσονται συζυγίαι $9^4 = 6561$. 100 μεγέθη ἀνὰ τρία λαμβανόμενα, παρέχουσιν ἀριθμὸν συζυγιῶν $10^3 = 1000000$.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

S. 228. Ἐὰν εἰς τὴν λογικὴν τὴν μὲν καθόλου καταφατικὴν πρότασιν ὀνομάσωμεν Α, τὴν δὲ καθόλου ἀποφατικὴν Ε, τὴν δὲ ἐπὶ μέρους καταφατικὴν Ι, τὴν δὲ μερικῶς ἀποφατικὴν Ο, καὶ συζεύξωμεν αὐτὰς ἀλλήλας, προκύψουσιν ἐκ τούτων τῶν 4 Προτάσεων ἀνὰ τρεῖς

τρεῖς (ἐπειδὴ καὶ παντὸς συλλογισμοῦ τρεῖς εἰσὶν αἱ προτάσεις) λαμβανομένων συζυγίαι 4^3 τουτέστι 64, τὰς ὁποίας ὀνομάζουσι τρόπους, ἢ τύπους τῶν συλλογισμῶν. ἐξ ἁπάντων ὅμως τούτων τῶν Τύπων μόνοι δέκα (εἰ μή τις ἐξέλοι καὶ ἐκ τούτων τινάς) εἶπεν ἀληθεῖς καὶ δόκιμοι, καὶ ὀρθῶς συνάγειν δυνάμενοι, οἱ ἑξῆς, ααα. ααι. αεε. αιι. αοο. εαε. εαο. ειο. ιαι. οαο. οἱ δὲ λοιποὶ ἅτε δὴ ἀσύστατοι, καὶ ἀδόκιμοι ὄντες, ἀποδοκιμάζονται, περὶ τῶν ὁποίων καὶ ὁ κὺρ Εὐγένιος εἰς τὴν λογικήν του (σελ. 425) πραγματεύεται πλατύτερον, ἔνθα εὑρίσκεται καὶ ὁ τῶν 64 Συζυγιῶν Πίναξ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ γ΄.

§. 229. Νὰ εὕρωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν μεταθέσεων (ἢ κατὰ θέσιν μεταλλαγῶν) Μεγεθῶν διωρισμένων.

ΠΡΑΚΤΕΑ, καὶ ΔΕΙΞΙΣ.

α καὶ β ἀλλήλοις συζευγνύμενα, καὶ μετακινούμενα, ποιοῦσι μεταθέσεις δύω, οἷον αβ, βα. τὰ δὲ α, β, γ ἀποτελοῦσι δυνατὰς μεταθέσεις αβγ, αγβ, βαγ, βγα, γαβ, γβα. τουτέστιν αἱ ἀνωτέρω δύω μεταθέσεις πολλαπλασιάζονται μετὰ τοῦ νέου ἀριθμοῦ τῶν μεγεθῶν, μετὰ τοῦ 3 δηλονότι. α, β, γ, δ παρέχουσι δυνατὰς μεταθέσεις 24, τουτέστιν αἱ ἀνωτέρω 6 μεταθ. πολλαπλασιάζονται μετὰ τοῦ 4 νέου ἀριθμοῦ. α, β, γ, δ, ε διδόασι μεταθέσεις 120, τουτέστιν αἱ ἀνωτέρω 24 πολλαπλασιάζονται μετὰ τοῦ 5. καὶ οὕτω χωρεῖ τις, ἕως οὗ βούληται. λοιπὸν ἐν γένει, διὰ νὰ ἀποκτήσωμεν τὸν ἀριθμὸν ἐκείνων τῶν μεταθέσεων, ὅπου δύναται νὰ ἔχῃ κάθε διδόμενος ἀριθμός, καταγράφομεν πρῶτον μίαν ἀριθμητικὴν Πρόοδον, ἔπειτα ὑπ' αὐτὴν γράφομεν τὰ πολλαπλασιαζόμενα κατὰ τὴν ἤδη γενομένην μέθοδον, οἷον

∴ 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9 .
1 . 2 . 6 . 24 . 120 . 720 . 5040 . 40320 . 362880 .
10
3628800 .

Πρέπει δὲ ἑνὸς παραδείγματος νὰ σαφηνισθῶσι τὰ λεγόμενα ἐπὶ πλέον . γίνεται ἐρώτησις .

Ἓξ ἄνθρωποι καθήμενοι εἰς μίαν τράπεζαν ; ποσάκις δύνανται νὰ μετατεθῶσι καὶ νὰ καθίσωσι διαφόρως ;

Λοιπὸν τῆς ἐρωτήσεως ταύτης ἡ λύσις εἶναι τὸ πολλαπλασιαζόμενον 720, τὸ ὑπὸ τὸν 6 ἀριθμὸν εὑρισκόμενον . ἐὰν δὲ γένηται ἡ ἐρώτησις διὰ 10 ἀνθρώπους, ἔσονται μεταθέσεις 3628800 . κ. τ.

ΠΡΟ'ΒΛΗΜΑ ς'.

§. 230. Νὰ εὕρωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν Συζυγιῶν, αἵτινες καθ' ἑαυτὰς διαφέρουσι, καὶ οὐδεμία τούτων παραβάλλεται ἑαυτῇ . δοθήτωσαν 6 ἀριθμοί, ὡς 6 τινα Μεγέθη νοούμενοι . 1, 2, 3, 4, 5, 6 .

ΠΡΑΚΤΕ'Α, καὶ ΔΕΙ'ΞΙΣ.

1. Παρατιθέμενον τοῖς λοιποῖς, παρέχει 5 Συζυγίας ἐκ δύω ἀριθμῶν, οἷον 1:2, 1:3, 1:4, 1:5, 1:6 . ὁ 2 παραβαλλόμενος τοῖς λοιποῖς τοῖς μεθ' ἑαυτὸν, ποιεῖ Συζυγίας 4 . (ἐπειδὴ τὸ 1 παραβέβληται ἤδη),

οἷον

οἷον 2:3, 2:4, 2:5, 2:6. ὁ 3 παρεμπιθέμενος τοῖς λοιποῖς, δίδει 3 Συζυγίας. (ἐπειδὴ τὸ 1 καὶ 2 ἤδη παρατέθεινται), οἷον 3:4, 3:5, 3:6. ὁ δὲ 4 παρέχει Συζυγίας 2, οἷον 4:5, 4:6. τὸ δὲ 5 δίδει μόνον μίαν Συζυγίαν, 5:6. λοιπὸν αἱ Συζυγίαι ἐξ Ὅρων ἀνὰ δύω λαμβανομένων, συνιστῶσιν ἀριθμητικήν τινα Σειράν: 5.4.3.2.1, εἰς τὴν ὁποίαν ὁ μείζων Ὅρος εἶναι ὁ 5, καὶ ὁ ἐλάττων 1, ἡ δὲ πληθὺς τῶν Ὅρων εὐθὺς 5. τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα πορίζόμεθα κατὰ τὸν Τύπον $x = \frac{\alpha\pi + \omega\pi}{2}$, τουτέστιν $\frac{1\times5 + 5\times5}{2}$, ἢ $\frac{5 + 5\times5}{2}$. ἀλλὰ μὴν $\frac{5\times5 + 5}{2}$ εἶναι $= \frac{5\times6}{2}$, δηλονότι οἱ δύω δοθέντες ἔσχατοι Ὅροι πολλαπλασιάζονται μετ' ἀλλήλων, καὶ διαιροῦνται διὰ τῶν πρώτων δύω Ὅρων πεπολλαπλασιασμένων. ἄρα ἀποκτῶμεν τὸ κεφάλαιον τῶν Ὅρων ἐκ δύω ἀριθμῶν, ἂν πολλαπλασιάσωμεν τοὺς δύω ἐσχάτους Ὅρους ὁποιωνδηποτοῦν δεδομένων, καὶ τὸ ἐκ τούτων Γινόμενον διέλωμεν διὰ τοῦ παραγομένου τῶν δύω πρώτων. ἐὰν ἔτι θέλωμεν νὰ ἀποκτήσωμεν Συζυγίαν τινὰ δοθέντων πραγμάτων ἀνὰ τρία λαμβανομένων, πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τοὺς τρεῖς ἐσχάτους Ὅρους ἐπ' ἀλλήλους, ἔπειτα τὸ ἐκ τούτων Γινόμενον διαιροῦμεν διὰ τοῦ γινομένου τῶν τριῶν πρώτων Ὅρων, καὶ οὕτω καθεξῆς.

ΠΟΡΙΣΜΑ ά.

§. 331. Ἐν 90 ἄρα ἀριθμοῖς, ἐὰν ἀνὰ δύω τούτους συνάψωμεν, εἰσὶν Συζυγίαι $\frac{90\times89}{1\times2} = 4005$, ἅπινες κοινῶς ὀνομάζονται

ἄλπι

ἄμβι (ambi), λαμβανομένων δὲ ἀνὰ τρεῖς, ἔσονται Συζυγίαι $\frac{90\times89\times88}{1\times2\times3}=117480$, ἅτινες τέρνι (terni) καλοῦνται. ἀνὰ τέσσαρας δὲ λαμβανομένων, προκύψουσι Συζυγίαι (quaterni) $\frac{90\times89\times88\times87}{1\times2\times3\times4}=2555190$. λαμβανομένων δὲ ἀνὰ πέντε, ἔσονται Συζυγίαι (quinterni). $\frac{90\times89\times88\times87\times86}{1\times2\times3\times4\times5}=43949268$.

ΠΟΡΙΣΜΑ β'.

§. 232. Ἐὰν λάβωμεν γενικῶς τὸν ἀριθμὸν τῶν συζευκτέων μεγεθῶν, καὶ ὀνομάσωμεν αὐτὸν μ, ἔσονται τότε κατὰ τὸ προτεθὲν Πόρισμα αἱ Συζυγίαι τῶν ἀνὰ δύο $\frac{\mu\times\mu-1}{1\times2}$. τῶν ἀνὰ τρία $\frac{\mu\times\mu-1\times\mu-2}{1\times2\times3}$. τῶν ἀνὰ τέσσαρα $\frac{\mu\times\mu-1\times\mu-2\times\mu-3}{1\times2\times3\times4}$. κ. τ.

ΣΧΟΛΙΟΝ α'.

§. 233. Ἔστω τὶς ἐρώτησις, ποσάκις δύνανται νὰ συζευχθῶσιν ἑπτὰ πλανῆται; κατὰ τοῦτο ἔσται $\mu=7$, ὅθεν ἀνὰ δύο λαμβανομένων, $\frac{7\times6}{1\times2}=21$. ἀνὰ τρεῖς, $\frac{7\times6\times5}{1\times2\times3}=35$. ἀνὰ τέσσαρας λαμβανομένων, ἔσονται Συζυγίαι $=35$, ἀνὰ πέντε, $=21$, ἓξ ὁμοῦ $=7$, καὶ τέλος ἑπτὰ ὁμοῦ $=1$. ἑπομένως εἰσὶν ὅλαι αἱ Συζυγίαι $=120$. κ. τ.

ΣΧΟΛΙΟΝ β'.

§. 234. Αὕτη ἡ περὶ τοῦ Συνδιασμοῦ πραγματεία δὲν συμβάλλει μόνον πρὸς ἀναγραμματισμοὺς, καὶ πρὸς ἄλλα τοιαῦτα παιδιᾶς εἴδη, ἀλλὰ καὶ πρὸς τὴν τῆς πιθανότητος ἐπιστήμην, διὰ στιχήματα, καὶ διὰ τὴν ἀξιοθεώρητον πολιτικὴν ἀριθμητικήν.

ΚΕΦΑΛ-

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ιβ'.

Περὶ λογαρίθμων.

ὉΡΙΣΜΟΣ α'.

§. 235. Ἐὰν ὑποκάτω μιᾶς ἀριθμητικῆς Προόδου ἀρχομένης ἐκ τοῦ 0, ταχθῇ τις Γεωμετρικὴ Πρόοδος, τῆς ὁποίας ὁ πρῶτος Ὅρος ἄρχεται ἀπὸ τοῦ 1, οἱ Ὅροι τότε τῆς ἀριθμητικῆς ταύτης Σειρᾶς ἔσονται λογάριθμοι τῶν Ὅρων τῆς Γεωμετρικῆς Σειρᾶς, τουτ' ἔστιν ἕκαστος Ὅρος τῆς Ἀριθμητικῆς Προόδου εἶναι ὁ λογάριθμος τοῦ ὑπ' αὐτὸν κειμένου Ὅρου τῆς Γεωμετρικῆς Προόδου, ὡς ἐν τοῖς ἑξῆς

Ἀριθμ. 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7
Γεωμ. 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128.

Ἔνθα ἕκαστος Ὅρος τῆς ἀριθμητικῆς Προόδου παρίστησι τὸν λογάριθμον τοῦ ὑπ' αὐτὸν κειμένου Ὅρου τῆς Γεωμετρικῆς Προόδου, οἷον 5 εἶναι ὁ λογάριθμος τοῦ 32, ἢ ὁ 5 ἐμφαίνει, ὅτι 32 ἐν τῇ Γεωμετρικῇ Προόδῳ εἶναι ὁ πενταπλασίων λόγος τοῦ 1 : 2, ἐπειδὴ ἂν οὕτω συνάγωμεν 1 : 2 = 2 : 4. 2 : 4 = 4 : 8. 4 : 8 = 8 : 16. 8 : 16 = 16 : 32, γίνεται καταφανές, ὅτι εἶναι πέντε οἱ λόγοι ἀπὸ 1 μέχρι τῶν 32, οἷον 1 : 2 (εἷς λόγος), 2 : 4 (δύω). 4 : 8 (τρεῖς), 8 : 16 (τέσσαρες). 16 : 32 (πέντε).

ΠΟΡΙΣΜΑ α΄.

§. 236. Ἐπειδὴ ἑκάστη Γεωμετρικὴ Πρόοδος, τῆς ὁποίας ὁ πρῶτος Ὅρος ἐστὶν = 1, δύναται νὰ ἐκτεθῇ κατὰ τȣ̃τον τὸν τρόπον $\Pi^0; \Pi^1, \Pi^2, \Pi^3, \Pi^4, \Pi^5, \Pi^6, \Pi^7$ (§. 219) ἕπεται ἐκ τȣ́τȣ, ὅτι οἱ Ἐκθέται μιᾶς Γεωμετρικῆς Προόδȣ δύνανται νὰ θεωρῶνται ὡς λογάριθμοι τῶν Ὅρων τῆς ῥηθείσης Προόδȣ, οἱ Ἐκθέται δηλονότι εἰσὶν λογάριθμοι τῶν δυνάμεων αὐτῶν.

ΠΟΡΙΣΜΑ β΄.

§. 237. Ἐπειδὴ κάθε πολλαπλασιασμὸς τῶν δυνάμεων γίγνεται διὰ τῆς προσθέσεως τῶν Ἐκθετῶν, καὶ τὸ κεφάλαιον τῶν Ἐκθετῶν εἶναι ἴσον μὲ τὸν Ἐκθέτην τȣ̃ Παραγομένȣ, οἱ δὲ Ἐκθέται ταυτὸν δύνανται τοῖς λογαρίθμοις, ἐκ τȣ́τȣ ἕπεται, ὅτι ἐὰν συναφθῶσιν οἱ λογάριθμοι δύω Παραγομένων, τὸ κεφάλαιον ἐκ τῆς Συνάψεως τῶν λογαρίθμων ἔσαι ὁ λογάριθμος τȣ̃ Παραγομένȣ. π. χ. εἰς τὴν ἀνωτέρω σειρὰν οἱ λογάριθμοι τȣ̃ 4 καὶ 32 εἶναι ὁ 2, καὶ ὁ 5, τὸ δὲ τȣ́των κεφάλαιον 7 εἶναι ὁ λογάριθμος τȣ̃ Παραγομένȣ 128. καὶ πάλιν, ἐπειδὴ ἡ διαίρεσις τῶν Δυνάμεων γίνεται διὰ τῆς ἀφαιρέσεως τῶν Ἐκθετῶν, ἐκ τȣ́τȣ ἕπεται, ὅτι ἐὰν ἀφαιρεθῇ ὁ λογάριθμος τȣ̃ διαιρȣ̃ντος ἀπὸ τὸν λογάριθμον τȣ̃ διαιρȣμένȣ, τὸ ἐκ τῆς ἀφαιρέσεως ἐναπολειπόμενον ἔσαι ὁ λογάριθμος τȣ̃ Πηλίκȣ, π. χ. Ἐν τῇ Ἰδίᾳ Σειρᾷ ἐκ τȣ̃ 128 διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 4 προκύπτει Πηλ. 32, καὶ ἐκ τῆς διαφορᾶς τῶν τȣ́των λογαρίθμων 7—2 προκύπτει ὁ ἀριθμὸς 5, ὅστις εἶναι λογάριθμος τȣ̃ Πηλίκȣ 32.

ΠΟΡΙΣΜΑ γ΄.

§. 238. Ἐπειδὴ ὁ Ἐκθέτης τȣ̃ δεδομένȣ ποσȣ̃ ἐὰν πολλαπλασιασθῇ μετὰ τȣ̃ Ἐκθέτȣ τῆς ζητȣμένης δυνάμεως, δίδει τὸν Ἐκθέτην τῆς δυνάμεως (§. 49). ἄρα καὶ ὁ λογάριθμος τȣ̃ δεδομένȣ ἀριθμȣ̃ πολλαπλασιασθεὶς μετὰ τȣ̃ Ἐκθέτȣ τῆς δυνάμεως, δίδει

τὸν

φὴν λογάριθμον τῆς δυνάμεως. ποριζόμεθα τὴν τρίτην δύναμιν τῦ 4, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὸν λογάριθμον αὐτῦ, οἷον τὸν 2 μετὰ τῦ 3. καὶ τὸ ἐκ τούτων Παραγόμενον 6 εἶναι ὁ λογάριθμος τῆς τρίτης δυνάμεως 64. καὶ ἂν διέλωμεν τὸν Ἐκθέτην ἑκάστης δυνάμεως μὲ τὸν δοθέντα Ἐκθέτην τῆς ῥίζης, ἀποκτῶμεν τὴν ζητουμένην ῥίζαν (§. 60). Καὶ ὁ λογάριθμος ἄρα τῆς δυνάμεως διαιρεθεὶς διὰ τῦ Ἐκθέτου τῆς ῥίζης, δίδει τὸν λογάριθμον τῆς ζητουμένης ῥίζης. ἐκ τῦ 64 ἐξάγεται ἡ ῥίζα τῆς τρίτης δυνάμεως, ἂν διαιρεθῇ ὁ λογάριθμος αὐτῦ ὁ 6 διὰ τῦ 3. καὶ τότε τὸ Πηλίκον 2 ἐστὶν ὁ λογάριθμος τῆς ῥίζης 4. λοιπὸν ἐπὶ τῶν λογαρίθμων κάθε πολλαπλασιασμὸς μεταβάλλεται εἰς πρόσθεσιν, κάθε διαίρεσις εἰς ἀφαίρεσιν, κάθε δὲ εἰς δυνάμεις ὕψωσις μεταβάλλεται εἰς πολλαπλασίασιν, καὶ κάθε ἐξαγωγὴ ῥίζης εἰς διαίρεσιν. ὅθεν διὰ τῆς χρήσεως τῶν λογαρίθμων μεγάλην καρπύμεθα τὴν ὠφέλειαν καὶ τὴν ἐν παντὶ εἴδει λογισμῶν εὐχέρειαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 239. Ὁ τοὺς λογαρίθμους ἐπινοήσας λέγεται, ὅτι εἶναι πρῶτος Ἰωάννης τις Νεπέρος ἐν τῇ Σκοτίᾳ, ὅστις ἐρευνῶν τὰς ἰδιότητας τῆς ἐξαγωγῆς τῶν ῥιζῶν μετὰ πολλῆς ἀκριβείας, ἔφθασε διὰ τούτου εἰς τὴν γνῶσιν τῆς φύσεως καὶ Ἰδιότητος τῶν λογαρίθμων, καὶ ἐξέδωκε πόνημα ἐπιγραφόμενον, ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΘΑΥΜΑΣΙΟΥ ΚΑΝΟΝΟΣ ΤΩΝ ΛΟΓΑΡΙΘΜΩΝ κατὰ τὸ 1614 ἔτος ΕΝ ΕΔΙΝΒΟΥΡΓ. Τῆς πρὸς τοῦτο φροντίδος ἔλαβε πολὺ μέρος καὶ ὁ ΕΝΡΙΚΟΣ ΒΡΙΓΓΙΟΣ, καὶ ἐκοπίασε σὺν ἐκείνῳ διὰ νὰ φέρωσιν τὴν ὑπόθεσιν εἰς τὸ ἐντελέστερον. ὁ δὲ σκοπὸς καὶ τῶν δύω ἰδίως ἦν εἰς τὸ νὰ εὕρωσιν ἑκάστῳ ἀριθμῷ ἕνα μεταξὺ καὶ ἀνήκοντα λογάριθμον, ἢ Ἐκθέτην. ὅθεν ἐν ἀρχῇ τὸν λόγον 1 : 10 ὡς ἁπλοῦν ἐκλαβόντες, διώρισαν ἐκ τούτου τὴν ἑξῆς Γεωμετρικὴν Πρόοδον, καὶ ἔδωκαν εἰς τοὺς Ὅρους αὐτῆς ὡς Ἐκθέτας τοὺς φυσικοὺς ἀριθμοὺς ἐν ἀριθμητικῇ μετὰ τοῦτο τὸ ἔργον ἦτον ἀναγκαῖον νὰ εὑρεθῶσι καὶ οἱ ἀνήκοντες λογάριθμοι (*) τῶν φυσικῇ τάξει ἀλλήλους διαδεχομένων ἀριθμῶν, ἤτοι τῶν ὄντων μεταξὺ τῆς 1, 10, 100, 1000 κ. τ. Γεωμετρικῆς Προόδου· ἐπειδὴ μεταξὺ τῆς 1 καὶ 10 ἐλλείπουσιν ἔτι ὀκτὼ χαρακτῆρες, οἷον ὁ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, μεταξὺ δὲ τῶν 10 καὶ 100 ἐλλείπουσιν ἔτι πλείους, καὶ ἔτι πλείονες μεταξὺ τῶν λοιπῶν τῆς Προόδου Ὅρων. ἀλλ᾽ ἅπαντες οἱ ἐλλείποντες ἀριθμοὶ δύνανται νὰ θεωρηθῶσιν ὡς δυνάμεις τοῦ 10 κ. τ. ἐπειδὴ μεταξὺ 1 καὶ 10 δύναταί τις νὰ νοήσῃ καὶ ἑτέρας μυρίας δυνάμεις, τῶν ὁποίων οἱ Ἐκθέται εἰσὶν ἐλάττονες μὲν τῆς 1, μείζονες δὲ τοῦ 0. οὕτω δὴ καὶ μεταξὺ τοῦ 10 καὶ 101, ἤτοι μεταξὺ τοῦ 10 καὶ 100 δύνανται νὰ νοηθῶσι καὶ ἄλλοι μυρίοι ἀριθμοί, τῶν ὁποίων ἡ δύναμις ὑπερέχει μὲν τὴν 1, ὑπερέχεται ὅμως ὑπὸ τοῦ 2. ἐκ τούτου γίνεται φανερόν, ὅτι ἅπαντες οἱ Ἐκθέται τῶν δυνάμεων, τουτέστιν ἅπαντες οἱ λογάριθμοι τῶν ὁλοσχερῶν ἀριθμῶν τῶν μεταξὺ 1 καὶ 10 εἰσὶν γνήσια Κλάσματα, ὡς ὄντες ἐλάττονες τῆς 1, ἅπαντες δὲ οἱ λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν τῶν μεταξὺ 10 καὶ 100, κ. τ. εἰσὶν ἀριθμοὶ ὁλοσχερεῖς, ἔχοντες καὶ Κλάσματα ἑαυτοῖς συγκείμενα, οἵτινες μετὰ τῶν Κλασμάτων εἰς Κλάσματα γεγονότες, εἰσὶν νόθα Κλάσματα. οὕτω π. χ. ἅπαντες οἱ ἀριθμοὶ μεταξὺ 10 καὶ 100 ἔχουσι λογάριθμον τὴν 1, καὶ Κλάσμα· ἐπειδὴ μόνον τοῦ 100 λογάριθμος εἶναι ὁ 2. κ. τ.

Μὲ ἐργωδέστατον τῷόντι τρόπον εὗρον τὸ πρῶτον τούτους τοὺς ἀνήκοντας λογαρίθμους, διὰ τῆς ζητήσεως δηλονότι τῶν Μέσων ἀναλόγων ἀριθμῶν μεταξὺ τῆς ἀριθμητικῆς καὶ Γεωμετρικῆς Προόδου, ἕως ἂν ἐνέτυχον ἀριθμῷ ὡς ἔγγιστα ὄντι τοῦ ζητουμένου, τὸν ὁποῖον καὶ ὡς ἀληθῆ παρέλαβον, καὶ πρὸς τὸν ὁποῖον προέκυπτε καὶ ὁ τοῦ ζητουμένου λογάριθμος, διὰ τῆς ζητήσεως τοῦ Μέσου ἀριθμητικῶς ἀναλόγου

ἀριθ-

(*) Οὗτοι εὑρίσκονται ἐν ἀριθμητικῷ εὐθεῖ λόγῳ μεταξὺ τοῦ 0, 1, 2, 3, 4, κ. τ. ἤτοι μεταξὺ τῶν ἀνωτέρω ἐπ᾽ ἀκριβὲς λογαρίθμων, καὶ ἔσονται ἐκδηλούμενοι εἰς δεκαδικὰ Κλάσματα, ἐπειδὴ μεταξὺ τοῦ 0 καὶ 1 καὶ μεταξὺ τοῦ 1 καὶ 2 δὲν ὑπάρχει κανένας ὁλόκληρος ἀριθμός.

ἀριθμοῦ εὑρεθείς. καὶ διὰ νὰ δηλωθῇ σαφέστερον αὕτη ἡ Μέθοδος περὶ τῆς εὑρέσεως τούτων τῶν λογαρίθμων, φέρε δὴ τὰ εἰρημένα παραδειγματίσωμεν, καὶ δείξωμεν λεπτομερέστερον τὸν τρόπον, κατὰ τὸν ὁποῖον εὑρίσκεταί τις ἀνήκων λογάριθμος. πολλαπλασιάζονται πρῶτον μετ' ἀλλήλων οἱ δύω δοθέντες ἄκροι Ὅροι, μεταξὺ τῶν ὁποίων ζητεῖται ὁ Μέσος Γεωμετρικὸς ἀνάλογος, ἂν εἶναι ἄγνωστος· ἔπειτα ἐξάγεται ἐκ τοῦ Παραγομένου ἡ Τετραγωνικὴ ῥίζα, καὶ αὕτη ἐστὶν ὁ Μέσος Γεωμετρικὸς ἀνάλογος. ζητουμένου, δὸς εἰπεῖν, τοῦ Μέσου γεωμετρικῶς ἀναλόγου τοῦ μεταξὺ 2 καὶ 32· ποιοῦμεν οὕτως $2 : \chi = \chi : 32$, ὥστε $64 = \chi^2$, καὶ ἐκ τῶν δύω τῆς ῥίζης ἐξαχθείσης, ἔσται $\sqrt{64} = \chi$, τουτέστιν $8 = \chi$; καὶ ὁ 8 ἀριθμὸς ἔσται ὁ ζητούμενος Μέσος Γεωμετρικὸς ἀνάλογος μεταξὺ τοῦ 2 καὶ 32. Ὁ δὲ Μέσος ἀριθμητικὸς ἀνάλογος εὑρίσκεται οὕτω· συνάπτονται πρῶτον οἱ ἐν ἀριθμητικῷ λόγῳ δύω Ὅροι, τουτέστιν οἱ λογάριθμοι τῶν ἐν Γεωμετρικῷ λόγῳ κειμένων δύω Ὅρων, μεταξὺ τῶν ὁποίων ζητεῖται ὁ Μέσος Γεωμετρικὸς ἀνάλογος, ἔπειτα τὸ ἐκ τῆς συνάψεως ἄθροισμα διαιρεῖται διὰ τοῦ 2, τὸ δὲ ἐκ τῆς διαιρέσεως Πηλίκον ἔσται ὁ ζητούμενος μέσος ἀριθμητικὸς ἀνάλογος. π. χ. ἐὰν ζητῆται ὁ Μέσος ἀριθμητικὸς ἀνάλογος μεταξὺ τοῦ 1 καὶ 5 δύω Ὅρων, ὧν τὸ μὲν 1 εἶναι λογάριθμος τοῦ ἐν Γεωμετρικῷ λόγῳ κειμένου Ὅρου 2, ὁ δὲ 5 αὖθις λογάριθμος τοῦ 32; ποιοῦμεν οὕτως $1 + 5 = 6$ καὶ τοῦ κεφαλαίου διαιρεθέντος, γίνεται $\frac{6}{2} = 3$; καὶ οὗτος ὁ προκύψας 3 ὑπάρχει ὁ ζητούμενος μέσος ἀριθμητικὸς ἀνάλογος, ὅστις εἶναι λογάριθμος τοῦ 8 τοῦ εὑρεθέντος μέσου γεωμετρικῶς ἀναλόγου μεταξὺ τοῦ 2 καὶ 32. τοῦτον δὲ τὸν τρόπον μετεχειρίσθησαν καὶ οἱ πρῶτοι τῶν λογαρίθμων εὑρεταί, καὶ εἰς εὕρεσιν τοῦ λογαρίθμου τοῦ 9 ἀριθμοῦ ἐποίησαν οὕτως. Ἔλαβον πρῶτον δοθέντας τοὺς δύω ἄκρους ἀριθμούς, μεταξὺ τῶν ὁποίων εὑρίσκεται ὁ 9, δηλονότι τὸ 1 καὶ τὰ 10, καὶ τούτοις προσετέθηκαν ἑπτὰ Σημεῖα μηδενικὰ (ἐπειδὴ καὶ εἶναι ἀνάγκη νὰ παριστῶνται οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ εἰς δεκαδικὰ διὰ νὰ γένωνται αἱ πράξεις ἀκριβέστερον) ἔπειτα συνήγαγον $1,0000000 : \chi = \chi : 10,0000000$, ὥστε $10,0000000000000000 = \chi^2$, τούτων δὲ τῆς ῥίζης ἐξαχθείσης, προέκυψεν 3.1622777 ἐν ἑπτὰ δηλονότι δεκαδικοῖς, ὅστις ἐστὶν ὁ

μέσος

μέσος Γεωμετρικὸς ἀνάλογος μεταξὺ 1 καὶ 10. τὸν δὲ τούτου λογάριθμον εὗρον οὕτως. ἐπειδὴ ὁ τῆς 1 λογάριθμος ἐστὶν = 0, ὁ δὲ τοῦ 10 λογάριθμος ἐστὶν = 1. ἐν ἀριθμητικῇ ἀναλογίᾳ συνήγαγον ὧδε 0. χ = χ. 1. ἄρα 1 = 2χ. ὥστε $\frac{1}{2}$ = χ.

προστεθέντων δὲ ταύτῃ τῇ 1 τῶν ἑπτὰ μηδενικῶν, γίγονε $\frac{1.0000000}{2}$

τουτέστιν = 0.50000000, καὶ οὗτος ὁ ἀριθμὸς εἶναι ὁ λογάριθμος τοῦ 3.1622777. ἀλλ' ἐπειδὴ οὗτος ὁ εὑρεθεὶς Μέσος ἀνάλογος, δὲν εἶναι ὁ ζητούμενος 9 μετὰ τοῦ ἰδίου λογαρίθμου, διὰ τοῦτο ἀνάγκη ἦν νὰ προχωρήσωσι περαιτέρω, ζητοῦντες τὸν λογάριθμον τοῦ 9. ὅθεν δὴ λαβόντες αὖθις τοῦτον τὸν εὑρεθέντα ἀριθμὸν 3.162277. καὶ τὸν 10 σὺν ἑπτὰ μηδενικοῖς δεκαδικοῖς, ἐπολλαπλασίασαν αὐτοὺς ἐπ' ἀλλήλους, οἷον 3.162277×10.0000000 = 31.62277700000000. ἔπειτα ἐξήγαγον τούτου τὴν ῥίζαν μέχρις ἑπταδεκαδικῶν, καὶ ἀνεφάνη Μέσος γεωμετρικῶς ἀνάλογος οὗτος ὁ ἀριθμὸς = 5.6234132. τοῦ ὁποίου εὗρον καὶ τὸν ἀνήκοντα λογάριθμον, συνάψαντες πρῶτον τὸν λογάριθμον τοῦ 3.1622777 τουτέστι τὸν 0.50000000 καὶ τὸν λογάριθμον τοῦ 10, καὶ διελόντες ἔπειτα διὰ τοῦ 2 τὸ ἐκ τούτων ἄθροισμα, ἐξ οὗ προέκυψεν οὗτος ὁ ἀριθμὸς 0.7500000 Μέσος ἀριθμητικὸς ἀνάλογος, καὶ λογάριθμος τοῦ εὑρεθέντος 5.6234132. ἀλλ' ἐπειδὴ μήτε οὗτος ὁ εὑρεθεὶς Μέσος ἀνάλογος εἶναι ὁ ζητούμενος 9, μήτε ὁ εὑρεθεὶς Μέσος ἀριθμητικὸς ἀνάλογος εἶναι ὁ ζητούμενος λογάριθμος τοῦ 9. ἐζήτησαν πάλιν ἐκ τρίτου νὰ εὕρωσι τὸν Μέσον ἀνάλογον μεταξὺ τοῦ 10, καὶ 5,6234132, ὁμοίως καὶ τὸν τούτου λογάριθμον, καὶ οὕτω χωροῦντες εἰς ζήτησιν τοῦ μέσου ἀναλόγου μεταξὺ δύω ἀριθμῶν καὶ εἰς ζήτησιν τοῦ λογαρίθμου αὐτοῦ, ἔφθασαν τέλος πάντων μετὰ 26 τοιαύτας πράξεις εἰς τὸ ζητούμενον, εὗρον δηλαδὴ τὸν ἐν Γεωμετρικῷ λόγῳ ἀριθμὸν 9.0000000, καὶ τὸν τούτου λογάριθμον 9542451. κατ' αὐτὸν ἄρα τὸν τρόπον προσδιωρίσθη ὁ λογάριθμος τοῦ 9. ὥσπερ δὴ καὶ οἱ λογάριθμοι τοῦ 2, τοῦ 5, τοῦ 7, ζητηθέντες, εὑρέθησαν οἱ ἑξῆς.

2	0.3010300
5	0.6989700
7	0.8450980
9	0.9542425.

ὁ δὲ

ὁ δὲ λογάριθμος τοῦ 3 ἀριθμοῦ, τοῦ 4, τοῦ 6, καὶ τοῦ 8 εὑρίσκεται κατὰ τὸ προτεθὲν Πόρισμα. π. χ. ἡ ῥίζα τοῦ 9 εἶναι ὁ 3. ἐὰν οὖν ὁ λογάριθμος τοῦ 9 διαιρεθῇ διὰ τοῦ δύο, τὸ ἐκ τῆς διαιρέσεως Πηλίκον, οἷον 0.4771212 ἔσται ὁ λογάριθμος τῆς ῥίζης 3 (§. 60). τοῦ 4 τὸ Τετράγωνόν ἐστιν 4. λοιπὸν ἂν ληφθῇ δὶς (§. 49) ὁ τούτου λογάριθμος, προκύπτει ἐκ τῆς συνάψεως ὁ τοῦ 4 λογάριθμος 0.6020600. καὶ ἐκ τοῦ 2×3 παράγεται ὁ ἀριθμὸς 6, ἄρα κτώμεθα τὸν λογάριθμον αὐτοῦ, ἀφ' οὗ συνάψωμεν τὸν λογάριθμον τοῦ 2 μὲ τὸν λογάριθμον τοῦ 3 (§. 47), ὅστις ἐστὶν 0.7781512. τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν λογαρίθμων τοῦ 2 καὶ 4 ἀριθμοῦ δίδει τοῦ 8 ἀριθμοῦ τὸν λογάριθμον = 9030900. Οἱ λογάριθμοι τοῦ ἀριθμοῦ 11, 13, κ. τ. εἰσὶν αὖθις εἰς ζήτησιν. οἱ δὲ λογάριθμοι τοῦ 12, 14 κ. τ. εὑρίσκονται διὰ τῆς προσθέσεως. ἅπαντας τούτους τοὺς λογαρίθμους ΒΡΙΓΓΙΟΣ πρῶτος συνέλεξεν ἐν Πίναξι, καὶ τούτοις τύποις ἐξέδωκε. ἔπειτα ὑπὸ τοῦ ΦΛΑΚΚΟΥ, ἢ ΟΥΛΑΚ κατ' ἄλλους, προσηυξήθησαν, καὶ γνωρίζονται ὑπὸ τὸ ὄνομα „ ΚΑΝΩΝ ΛΟΓΑΡΙΘΜΩΝ. εἰσὶν ὅμως καὶ ἄλλαι τούτων ἐκδόσεις διάφοροι.

ΠΟΡΙΣΜΑ α'.

§. 140. Ἐκ τῶν ἕως ὧδε λεχθέντων ἕπεται, ὅτι ἕκαστος λογάριθμος ἐκ δεκαδικοῦ τινος συνίσταται Κλάσματος, καὶ οἱ μὲν λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν τῶν μεταξὺ 1 καὶ 10 εἰσὶ Κλάσματα μόνα, καὶ ἕκαστος τούτων ἐλάττων ἐστὶ Μονάδος. ὅτι μόνον ὁ λογάριθμος τοῦ 10 ἐστὶν = 1. ἕκαστος δὲ λογάριθμος τῶν μεταξὺ 10 καὶ 100 ἀριθμῶν εἶναι Μονὰς ὁλοσχερὴς ἔχουσα ἑαυτῇ προσκείμενον καὶ Κλάσμα. ὅτι μόνον τοῦ 100 ὁ λογάριθμός ἐστιν = 2. τῶν δὲ λογαρίθμων τῶν ἀπὸ τοῦ 100 μέχρι τοῦ ἀριθμοῦ 999 ἕκαστος σύγκειται ἐκ δύο Μονάδων καὶ Κλάσματος, ὅτι μόνον τοῦ 1000 ὁ λογάριθμος εἶναι = 3. ὅθεν ἐν γένει ὁ ὁλοσχερὴς ἀριθμὸς τοῦ λογαρίθμου εἶναι πάντοτε μίαν μονάδα μικρότερος ἀπὸ τὸ πλῆθος τῶν χαρακτήρων, ἐκ τῶν ὁποίων σύγκειται τὸ Διδόμενον. π. χ. ἔχω τὸ Διδόμενον ἐκ τριῶν χαρακτήρων 528 συγκείμενον, ὁ τούτου λογάριθμος (ἢ τὸ χαρακτηριστικὸν) ὑπάρχει μονάδι ἐλάττων