ῥίζαι εἶναι ἀνάλογοι, πρέπει ϗ τὰ Τετράγωνα νὰ εἶναι ἀνάλογα, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται διὰ τοῦ ἑπομένου Θεωρήματος· ΑἹ ΔΥΝΑ'ΜΕΙΣ ῬΙΖΩ͂Ν ἈΝΑΛΟ'ΓΩΝ ΕἸ'ΣΙ'Ν ἈΝΑ'ΛΟΓΟΙ.

ΘΕΩ'ΡΗΜΑ γ΄.

§. 169. Ὅταν ἐπὶ δύω ἀναλογιῶν (τῶν ὁποίων ἡ μία εἶναι ὑπὸ τὴν ἄλλην γεγραμμένη, ϗ δύω Ὅροι τῆς μιᾶς εἶναι Ἴσοι μὲ δύω Ὅρους τῆς ἄλλης) ἀχθῶσι Παράλληλοι Γραμμαὶ εἰς ἀνίσους Ὅρους, τότε οὗτοι οἱ ἄνισοι Ὅροι εἶναι εἰς Ὀρθὴν ἀναλογίαν

$$\alpha : \beta = \gamma : \delta$$

$$\beta : \mu = \delta : \nu \quad \text{ἐστὶ} \quad \alpha : \mu = \gamma : \nu.$$

ἐπειδὴ ἐκ τῆς πρώτης ἀναλογίας γίνεται διὰ τῆς μεταθέσεως τῶν Ὅρων $\alpha : \gamma = \beta : \delta$, ἐκ δὲ τῆς δευτέρας γίνεται $\beta : \delta = \mu : \nu$, ἀλλ' ἐπειδὴ ϗ $\alpha : \gamma$ ϗ $\mu : \nu$ εἰσὶν Ἴσα τῷ τρίτῳ λόγῳ $\beta : \delta$, ἄρα ϗ ἀλλήλοις ἴσοι εἰσὶν Ἴσοι, δηλαδὴ $\alpha : \gamma = \mu : \nu$, ἢ $\alpha : \mu = \gamma : \nu$, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΘΕΩ'ΡΗΜΑ δ΄.

§. 170. Ἐὰν εἰς δύω ἀναλογίας (εἰς τὰς ὁποίας δύω Ὅροι τῆς μιᾶς εἰσὶν Ἴσοι μὲ δύω Ὅρους τῆς ἄλλης) ἀχθῶσι δύω Γραμμαὶ Συμπίπτουσαι (τουτέστι μὴ παράλληλοι) ἐπὶ ἀνίσων

σων Ὅρων, οἱ Ὅροι οὗτοί εἰσιν εἰς τὴν ἀναλογίαν ἀντιςρόφως:

$$\dot{\beta}:\beta = \gamma:\dot{\delta}$$
$$\beta:\mu = \nu:\gamma$$

ὅθεν γίνεται $\alpha:\mu = \nu:\delta$, ἐπειδὴ δὲ εἰς τὴν πρώτην ἀναλογίαν ἐςὶ $\alpha\delta = \beta\gamma$, εἰς δὲ τὴν δευτέραν $\mu\nu = \beta\gamma$: ἄρα καὶ $\alpha\delta = \mu\nu$: ἅπερ διαλυθέντα ποιοῦσιν ἀναλογίαν $\alpha:\mu = \nu:\delta$.

ΘΕΩΡΗΜΑ έ.

§. 171. Ὅταν εἰς δύω ἀναλογίας οἱ πρῶτοι Ἡγούμενοι Ὅροι εἶναι Ἴσοι ἀλλήλοις, ὡσαύτως καὶ οἱ ἐσχάτως Ἑπόμενοι, καὶ ἀνάπαλιν, τότε οἱ λοιποὶ Ὅροι εἰσὶν ἐν ἀντιςρόφῳ λόγῳ.

ἐὰν ὦσιν $\begin{cases}\alpha:\beta = \gamma:\delta\\ \alpha:\mu = \nu:\delta\end{cases}$

γίνεται $\beta:\mu = \nu:\gamma$

καὶ γὰρ $\alpha\delta = \beta\gamma$, καὶ $\mu\nu = \alpha\delta$, ἄρα καὶ $\beta\gamma = \mu\nu$, ἐξ ὧν γίνεται $\beta:\mu = \nu:\gamma$.

ΘΕΩΡΗΜΑ ϛ'.

§. 172. Ὅταν εἰς δύω ἀναλογίας οἱ πρώτως Ἡγούμενοι Ὅροι, καὶ οἱ δευτέρως αὖθις

Ἡγού-

Ἡγȣ́μενοι Ἴσοι ὦσιν ἀλλήλοις, τότε οἱ λοιποὶ Ὅροι ἐσὶν εἰς ἀναλογίαν Ὀρθήν.

ἐὰν ὦσιν $\begin{cases} \alpha : \beta = \gamma : \delta \\ \alpha : \mu = \gamma : \nu \end{cases}$

γένεται $\beta : \mu = \delta : \nu$. ἐπειδὴ διὰ τῆς μεταθέσεως τῶν Ὅρων ἐςὶ $\alpha : \gamma = \beta : \delta$ καὶ $\alpha : \gamma = \mu : \nu$: ἄρα ἔςαι ὡσαύτως Ὀρθὴ $\beta : \mu = \delta : \nu$.

ΘΕΩ΄ΡΗΜΑ ζ΄.

§. 173. Ὅταν ὦσι πλείονες Ἴσοι λόγοι (τῶν ὁποίων ὁ εἷς ἀκολȣθεῖ τῷ ἑτέρῳ) ἢ πλείονες ἀνάλογοι Ὅροι, τότε τὸ Κεφάλαιον πάντων τῶν Ἡγȣμένων Ὅρων πρὸς τὸ Κεφάλαιον ὅλων τῶν Ἑπομένων ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, τὸν ὁποῖον ἔχει κάθε Ἡγȣ́μενος πρὸς τὸν ἑαυτȣ̃ Ἑπόμενον.

Ἔστωσαν οἱ λόγοι $\alpha : \beta = \gamma : \delta = \varepsilon : \zeta = \eta : \vartheta$. κ. τ. οἱ ὁποῖοι δύνανται νὰ μεταποιηθῶσιν ὕτως $\alpha : \alpha\pi = \gamma : \gamma\pi = \varepsilon : \varepsilon\pi = \eta : \eta\pi$. τὸ Κεφάλαιον λοιπὸν τῶν Ἡγȣμένων εἶναι $\alpha + \gamma + \varepsilon + \eta$, τῶν δὲ Ἑπομένων $\alpha\pi + \gamma\pi + \varepsilon\pi + \eta\pi$. ὥστε $\alpha + \gamma + \varepsilon + \eta : \alpha\pi + \gamma\pi + \varepsilon\pi + \eta\pi = \alpha : \alpha\pi$ δηλαδὴ $\alpha + \gamma + \varepsilon + \eta : (\alpha + \gamma + \varepsilon + \eta)\pi = \alpha : \alpha\pi$, ὅθεν τὸ ἐκ τῶν Μέσων Ὅρων Γινόμενόν ἐςι $(\alpha + \gamma + \varepsilon + \eta)\,\alpha\pi$, τὸ δὲ ἐκ τῶν ἄκρων Γινόμενον νων ὡσαύτως $(\alpha+\gamma+\varepsilon+\eta)\ \alpha\pi$, τὰ ὁποῖα ἴσα εἰσὶν ἀλλήλοις. καὶ ἐπειδὴ ὅπου τὸ ἐκ τῶν ἄκρων Γινόμενον εἶναι ἴσον μὲ τὸ ἐκ τῶν Μέσων Γινόμενον, ἐκεῖ τυγχάνει ἀληθὴς ἀναλογία. ἄρα τὸ Κεφάλαιον τῶν Ἡγουμένων ἔχει λόγον κ. τ. ὡς εἴρηται.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ά.

§. 174. Δοθέντων τριῶν Ὅρων τινὸς ἀναλογίας, νὰ εὕρωμεν τὸν τέταρτον, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ εἶναι ὁποιοσδήποτε Ὅρος τῆς ἀναλογίας.

ΠΡΑΚΤΕ'Α.

Ἂς εἶναι ὁ ζητούμενος Ὅρος χ, καὶ ἂς τεθῇ οὗτος εἰς τὸν τόπον τοῦ ζητητέου. ἐκ τῆς ἀναλογίας γίνεται ἤτοι ἀριθμητικὴ Ἐξίσωσις διὰ τῆς Συνάψεως τῶν Ὅρων, ἢ Γεωμετρικὴ διὰ τῆς πολλαπλασιάσεως αὐτῶν, ἔπειτα ζητεῖται τὸ χ κατὰ τοὺς Κανόνας τῆς Ἐξισώσεως.

$\alpha.\beta=\gamma.\chi$ γίνεται $\alpha+\chi=\beta+\gamma$ ἤτοι $\chi=\beta+\gamma-\alpha$.

$\alpha.\beta=\chi.\gamma$. $\alpha+\gamma=\beta+\chi$. $\chi=\alpha+\gamma-\beta$.

$\alpha.\chi=\beta.\gamma$. $\alpha+\gamma=\chi+\beta$. $\chi=\alpha+\gamma-\beta$.

$\chi.\alpha=\beta.\gamma$. $\chi+\gamma=\alpha+\beta$. $\chi=\alpha+\beta-\gamma$.

$\alpha.\beta=\gamma:\chi$. $\alpha\chi=\alpha\gamma$. $\chi=\frac{\beta\gamma}{\alpha}$.

$\alpha:\beta=\chi:\gamma$. $\alpha\gamma=\beta\chi$. $\chi=\frac{\alpha\gamma}{\beta}$.

$\alpha:\chi=\beta:\gamma$. $\alpha\gamma=\chi\beta$. $\chi=\frac{\alpha\gamma}{\beta}$.

$\chi:\alpha=\beta:\gamma$. $\chi\gamma=\alpha\beta$. $\chi=\frac{\alpha\beta}{\gamma}$.

ΔΕΙ'ΞΙΣ.

ΔΕΙ'ΞΙΣ

Ἑκάστη ἀναλογία δύναται νὰ μεταποιηθῇ εἰς Ἐξίσωσιν (§. 157) εἰς τὴν ὁποίαν διὰ τῆς μεταθέσεως τῶν Ὅρων εὑρίσκεται ἡ Δύναμις τοῦ ζητουμένου χ (§. 111).

ΠΡΟ'ΒΛΗΜΑ β'.

§. 175. Ὅταν δοθῶσι δύω Ὅροι συνεχοῦς τινος ἀναλογίας, νὰ εὕρωμεν τὸν Μέσον, ἢ τρίτον Ὅρον.

ΠΡΑΚΤΕ'Α.

Πρῶτον ὀνομάζεται ὁ ἄγνωστος Ὅρος χ, ὡς ἀνωτέρω εἴρηται, ἔπειτα ἀφ' οὗ ἀποκατασταθῶσιν οἱ Ὅροι εἰς Ἐξίσωσιν, ζητεῖται ἡ Δύναμις τοῦ χ. οἷον

$\div \alpha . \beta . \chi$ γίνεται $\alpha + \chi = 2\beta$, ἤτοι $\chi = 2\beta - \alpha$

$\div \alpha . \chi . \beta$. $\alpha + \beta = 2\chi$. $\chi = \frac{\alpha+\beta}{2}$

$\div\div \alpha : \beta : \chi$. $\alpha\chi = \beta\beta$. $\chi = \frac{\beta\beta}{\alpha}$

$\div\div \alpha : \chi : \beta$. $\alpha\beta = \chi\chi$. $\chi = \sqrt{\alpha\beta}$

Ἡ Δεῖξις εἶναι ἡ Ἰδία μὲ τὴν ἀνωτέρω εἰρημένην.

ΣΧΟ'ΛΙΟΝ.

§. 176. Ὁ Τρόπος, μὲ τὸν ὁποῖον δοθέντων τριῶν Ὅρων, εὑρίσκομεν τὸν τέταρτον, καλεῖται Μέθοδος τῶν τριῶν, ἡ ὁποία

κοινῶς

κοινῶς εἰς τὸν ἀνθρώπινον βίον εἶναι πολλῆς ὠφελείας πρόξενος, διὰ τοῦτο καὶ χρυσοῦς Κανὼν ὀνομάζεται. περὶ δὲ τῆς χρήσεως αὐτῆς ἐν τῷ ἀκολούθῳ Κεφαλαίῳ πραγματευσόμεθα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ΄.

Περὶ τοῦ Χρυσοῦ Κανόνος, ἢ Μεθόδου τῶν Τριῶν.

ΟΡΙΣΜΟΣ α΄.

§. 177. Χρυσοῦς Κανὼν, ἢ ἀναλογίας Κανών ἐστιν ἡ Μέθοδος, διὰ τῆς ὁποίας ὅταν δοθῶσιν τρεῖς Ὅροι, εὑρίσκεται ὁ τέταρτος Γεωμετρικῶς ἀνάλογος. ἐκ τῶν ὁποίων ἀποτελεῖται ἀναλογία, ἐπὶ τοῦ παρόντος πάντοτε ἐννοεῖται Γεωμετρικὴ τις ἀναλογία, καὶ λόγος πρὸς αὐτὴν ἀνήκων.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 178. Ὅθεν καὶ αὕτη ἡ Μέθοδος γενικῶς λαμβανομένη, διαιρεῖται εἰς ἁπλῆν, καὶ Σύνθετον, καὶ ἁπλῆ μὲν ἐστιν, ὅταν δίδωνται τρεῖς Ὅροι, καὶ ζητεῖται ὁ τέταρτος, καὶ θεωροῦνται δύω λόγοι, ἥτις καὶ Μέθοδος τότε τῶν τριῶν ὀνομάζεται. Σύνθετος δὲ, ὅταν δοθῶσιν πέντε, ἢ ἑπτὰ Ὅροι, καὶ ζητεῖται ὁ ἕκτος, ἢ ὁ ὄγδοος, καὶ θεωροῦνται τρεῖς, ἢ τέσσαρες λόγοι, ἥτις τῶν πέντε, ἢ τῶν ἑπτὰ Μέθοδος καλεῖται ὑπὸ τῶν ἀριθμητικῶν. ἐπιδιαιρεῖται δὲ πάλιν εἰς Ὀρθὴν, καὶ εἰς ἀντίστροφον, καὶ Ὀρθὴ μὲν ἐστιν, ἐὰν ὁ πρῶτος

Ὅρος

Ὅρος ἔχῃ πρὸς τὸν δεύτερον, καθὼς ὁ τρίτος πρὸς τὸν ζητούμενον. ἀντίστροφος δὲ τυγχάνει, ὅταν ὁ πρῶτος Ὅρος ἔχῃ πρὸς τὸν δεύτερον, καθὼς ὁ ζητούμενος τέταρτος πρὸς τὸν δοθέντα τρίτον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 179. Ἐφ' ἑκάστου Προβλήματος ταύτης τῆς Μεθόδου προϋποτίθενται δύω τινά, τὸ μὲν ἕν, ὡς πρᾶγμα γεγονός, ἢ δοθέν, τὸ δ' ἕτερον ὡς ποιητέον ἢ ζητητέον, ἀνάλογον ὅμως μὲ τὸ πρῶτον. π. χ. πρῶτον δίδεται, ὅτι τέσσαρες Μαθηταὶ δαπανῶσιν εἰς ἕνα Μῆνα 19 Γρόσια, ἔπειτα ζητεῖται, πόσα ἄραγε Γρόσια θέλουσι δαπανήσει εἰς τὸν αὐτὸν καιρὸν δώδεκα Μαθηταί; ἢ δίδοται πρῶτον, ὅτι ἕνας ἠγόρασε τρεῖς Πήχεις τινὸς πράγματος διὰ 7 Γρόσια, ἔπειτα ζητεῖται, πόσους ἄραγε Πήχεις τοῦ αὐτοῦ πράγματος δύναταί τις νὰ ἀγοράσῃ μὲ Γρόσια 21; ἢ πάλιν προϋποτίθεται, ὅτι 12 Σκαπανεῖς σκάπτουσιν ἐν μιᾷ ἡμέρᾳ 24 Ὀργυιάς, ἔπειτα ζητεῖται· Πόσας ἄραγε Ὀργυιὰς θέλουσι σκάψει πεντήκοντα Ἐργάται.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 180. Ἐντεῦθεν εἶναι φανερόν, ὅτι τὰ τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν ἐκ τεσσάρων Ὅρων συνίστανται, οἱ ὁποῖοι ἢ πάντες εἶναι τοῦ αὐτοῦ εἴδους, ἢ ἀνὰ δύω. καὶ ἀνὰ δύω μὲν εἰσιν, καθὼς εἰς τὰ τρία προτεθέντα Παραδείγματα. οἷον οἱ ἀριθμοὶ τῶν Μαθητῶν ὁ 4, καὶ ὁ 12 εἰσὶν ὁμοειδεῖς· οἱ δὲ ἀριθμοὶ τῶν Γροσίων ὁ 19, καὶ ὁ ζητούμενος εἶναι ὁμοίως ὁμοειδεῖς μὲν ἀλλήλοις, ἑτεροειδεῖς δὲ μὲ τοὺς ἀνωτέρω δύω ἀριθμοὺς τῶν Μαθητῶν, κ. τ. ὁμοειδεῖς δὲ πάντες εἰσὶν, ὅταν εἶναι τὰ τῆς ἀναλογίας, καθὼς ἐπὶ τούτου τοῦ Παραδείγματος. Τοκιστὴς διὰ 500 Γρόσια ἔλαβε Τόκον Γρόσια 50, διὰ δὲ 100 Γρόσια, πόσα Γρόσια θέλει λάβῃ;

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 181. Ἐὰν δὲ ἡ Μέθοδος Σύνθετος ὑπάρχῃ, προσεπακολουθοῦσι τοὐλάχιστον ἄλλοι δύω Ὅροι Ὁμοειδεῖς. π. χ. ἐὰν εἰς τὸ ἀνωτέρω τ'ρω τρίτον Παράδειγμα προστεκιτεθῆ εἰς ζήτησιν ὕτως κ) πόσας ἄραγε Ὀργυιὰς σκάψωσιν 50 Ἐργάται εἰς 8 ἡμέρας;

ΠΡΟ'ΒΛΗΜΑ ά.

§. 182. Εἰς τὴν ἁπλῆν Μέθοδον πρὸς τοῖς δοθεῖσι τρισὶ Ὅροις νὰ εὕρωμεν τὸν τέταρτον ἀνάλογον.

ΛΥ'ΣΙΣ, ἢ ΠΡΑΚΤΕ'Α.

ά.) Ὁ Ὅρος, ὁ ὁποῖος εἶναι τῦ αὐτῦ εἴδυς μὲ τὸν ζητύμενον τέταρτον, τίθεται εἰς τὸν τρίτον τόπον, οἱ δὲ λοιποὶ δύω, οἵτινες ἀλλήλοις εἰσὶν ὁμοειδεῖς, γράφονται εἰς τὸν πρῶτον κ) δεύτερον Τόπον,

β'.) Ζητεῖται, ἂν κατὰ τὴν τῦ Προβλήματος ὑπόθεσιν ὁ τέταρτος Ὅρος πρέπῃ νὰ εἶναι μείζων, ἢ ἐλάττων τῦ τρίτυ. ἔπειτα κατατάττεται ὁ πρῶτος κ) δεύτερος Ὅρος ὕτως, ὥστε ὁ πρῶτος νὰ ἔχῃ πρὸς τὸν δεύτερον, ὡς ὁ τρίτος πρὸς τὸν ζητύμενον τέταρτον.

γ'.) Πολλαπλασιάζομεν τὸν δεύτερον κ) τρίτον Ὅρον ὁμῦ, κ) διαιρῦμεν τὸ ἐκ τύτων Γινόμενον διὰ τῦ πρώτυ Ὅρυ, κ) τότε τὸ ἐκ τῆς Διαιρέσεως Πηλίκον ἐςὶν ὁ ζητύμενος τέταρτος Ὅρος.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓΜΑ ά.

Τέσσαρες Μαθηταὶ δαπανῶσιν εἰς ἕνα Μῆνα Γρόσ. 19. πόσα ἄραγε Γρόσ. θέλυσι δαπανήσει μαθηταὶ δώδεκα;

Ὁ δο-

Ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς τῶν Γροσίων τίθεται εἰς τὸν τρίτον Τόπον, ὡσὰν ὁποῦ αὖθις ἀριθμὸς Γροσίων προβάλλεται εἰς ζήτησιν. καὶ ἐπειδὴ 12 Μαθηταὶ δαπανῶσι περισσότερα, παρὰ οἱ 4 Μαθηταί, διὰ τοῦτο καὶ ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν Γροσ. πρέπει νὰ εἶναι μείζων τοῦ δοθέντος 19 ἀριθμοῦ, καὶ ἑπομένως ὁ δεύτερος Ὅρος ἀνάγκη νὰ εἶναι μείζων τοῦ πρώτου, ἐπειδὴ ὃν λόγον ἔχουσιν οἱ 4 Μαθηταὶ πρὸς τοὺς πλείονας 12, τὸν αὐτὸν λόγον θέλουσιν ἔχῃ καὶ τὰ 19 Γρόσια τὰ ὑπὸ τῶν τεσσάρων Μαθητῶν δαπανώμενα πρὸς τὰ ζητούμενα τὰ ὑπὸ τῶν 12 Μαθητῶν δαπανηθησόμενα, οἷον

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Μαθ.} & & \text{Μαθ.} & & \text{Γρόσ.} & & \text{Γρόσ.} \\ 4 & : & 12 & = & 19 & : & x \end{array}$$

ἂν λοιπὸν οἱ Μέσοι Ὅροι ὑπ' ἀλλήλων πολλαπλασιασθῶσι 12×19, καὶ τὸ ἐκ τούτων Γινόμενον 128 διαιρεθῇ διὰ τοῦ πρώτου Ὅρου 4, προκύπτει Πηλίκον Γρόσια 57. καὶ τόσα θέλουσι δαπανήσει 12 Μαθηταὶ εἰς ἕνα Μῆνα.

ΣΧΟΛΙΟΝ ά.

§. 183. Ἐπειδὴ ἐφ' ἑκάστης Ὀρθῆς ἀναλογίας τὸ ἐκ τῶν ἄκρων Γινόμενον πρέπει νὰ εἶναι Ἴσον τῷ ἐκ τῶν Μέσων Γινομένῳ, διὰ τοῦτο καὶ ἐν τῷ εἰρημένῳ Παραδείγματι ἂν ὁ εὑρεθεὶς τέταρτος Ὅρος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τοὺς ἄλλους Ὅρους, τὸ ἐκ τῶν ἄκρων Γινόμενον εἶναι Ἴσον μὲ τὸ ἐκ τῶν Μέσων Γινόμενον. ὅταν δὲ θελήσῃ τινὰς νὰ πληροφορηθῇ ἐντελέστερον, ἂν εὑρέθη ἡ ζήτησις τοῦ Προβλήματος ἀληθῶς, τότε πολλαπλασιάζει τὸν πρῶτον Ὅρον μετὰ τοῦ εὑρεθέντος τετάρτου, καὶ ἂν τὸ ἐκ τούτων Γινόμενον Ἴσον τυγχάνῃ μὲ τὸ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου Γινόμενον, ἡ εὕρεσις τοῦ ζητουμένου ἐστὶν ἀληθής. δυνάμεθα ἔτι νὰ μεταχειρισθῶμεν καὶ κατὰ ἄλλον τρόπον τὴν δοκιμήν. λαμβάνομεν δηλαδὴ τὸν ἤδη εὑρεθέντα τέταρτον Ὅρον 57 ὡς διδόμενον, τὸν δὲ τούτῳ ὁμοειδῆ Ὅρον 19, ὡς

 ζητού-

ζητούμενον, καὶ μεταθέτομεν εἰς ἀναλογίαν τοὺς ὅρους κατὰ τὴν ἑξῆς ἐρώτησιν. ἐὰν 12 Μαθηταὶ εἰς ἕνα Μῆνα ἐξοδεύουσι 57 Γρόσια, πόσα ἄραγε Γροσ. θέλουσιν ἐξοδεύσει 4 Μαθηταί; οἷον

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Μαθ.} & & \text{Μαθ.} & & \text{Γρόσ.} & & \text{Γρόσ.} \\ 12 & : & 4 & = & 57 & : & \chi \end{array}$$

τουτέστι $12\chi = 4 \times 57 = 228$

ἄρα $\chi = \frac{228}{12} = 19$ ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ β.

Τρεῖς Πήχεις ὑφάσματός τινος πωλοῦνται ὁμοῦ 7 Γρόσια· λοιπὸν πόσους Πήχεις τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος δύναταί τις νὰ ἀγοράσῃ μὲ Γρόσια 21;

ΑΠΑΝΤΗΣΙΣ.

Ἐπειδὴ μὲ 21 Γρόσ. ἀγοράζει τινὰς πλείονας Πήχεις, παρὰ μὲ 7 Γρόσ., διὰ τοῦτο καὶ ὁ τέταρτος ὅρος, ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν Πήχεων πρέπει νὰ εἶναι μείζων. ὅθεν γίνεται ἡ ἑξῆς ἀναλογία ὡς ἔλαττον πρὸς μεῖζον, οὕτως ἔλαττον πρὸς μεῖζον, οἷον

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Γροσ.} & & \text{Γροσ.} & & \text{Πηχ.} & & \text{Πηχ.} \\ 7 & : & 21 & = & 3 & : & \chi \end{array}$$

καὶ διὰ τῆς πολλαπλασιάσεως γίνεται $21 \times 3 = 63$ τῶν ὁποίων διαιρεθέντων διὰ τοῦ 7, τὸ Πηλίκον ἔσται $= 9$ Πηχ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓ. γ.

Ἐργάται 30 σκάπτουσι 24 Ὀργυιάς. πόσας ἄραγε Ὀργυιὰς θέλουσι σκάψει 50 Ἐργάται;

ΑΠΑΝ.

Α᾽ΠΑΝΤΗΣΙΣ.

Ἐπειδὴ οἱ 50 Ἐργάται δύνανται νὰ σκάψωσι πλείονας Ὀργυιὰς, παρὰ οἱ 30 Ἐργάται. διὰ τοῦτο καὶ ὁ τέταρτος Ὅρος πρέπει νὰ εἶναι μείζων τοῦ 14, καὶ ἑπομένως ὁ δεύτερος Ὅρος πρέπει νὰ εἶναι μείζων τοῦ πρώτου, οἷον

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Ἐργ.} & & \text{Ἐργ.} & & \text{Ὀργ.} & & \text{Ὀργ.} \\ 30 & : & 50 & = & 24 & : & x \end{array}$$

$\frac{24 \times 50}{30} = 40$ ὅπερ ἐστὶν ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς,

ΠΑΡΑ᾽ΔΕΙΓΜΑ δ᾽.

Θερισταὶ 8 τελειώνουσί τινα, φέρ᾽ εἰπεῖν, Ἐργασίαν ἐν τῷ ἀγρῷ εἰς 12 ἡμέρας. θερισταὶ λοιπὸν 24 εἰς πόσας ἡμέρας θέλουσι τελειώσει τὴν αὐτὴν Ἐργασίαν;

Α᾽ΠΑ᾽ΝΤΗΣΙΣ.

Ἐπειδὴ οἱ πλείονες θερισταὶ τελειώνουσί τινα Ἐργασίαν εἰς ὀλίγας ἡμέρας, παρὰ οἱ Ἐλάττονες, διὰ τοῦτο καὶ ὁ ζητούμενος Ὅρος πρέπει νὰ εἶναι Ἐλάσσων τοῦ 12. ὅθεν καὶ ὁ δεύτερος Ὅρος ἔσται Ἐλάσσων τοῦ πρώτου.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{θερ.} & & \text{θερ.} & & \text{ἡμερ.} & & \text{ἡμερ.} \\ 24 & : & 8 & = & 12 & : & x \end{array}$$

ὁ ζητούμενος ἔσται $\frac{8 \times 12}{24} = 4$

ΠΑΡΑ᾽ΔΕΙΓ. ε᾽.

Μία Ποσότης τῶν πρὸς τὸ ζῆν ἀναγκαίων ἐξαρκεῖ 30 ἡμέρας διὰ 24 στρατιώτας. πόσας ἄραγε ἡμέ-

ς 4 ρας

ρας θέλει ἐξαρκέσει ἡ αὐτὴ ποσότης διὰ 40 στρατιώτας.

ἈΠΑΝΤΗΣΙΣ.

Ἐπειδὴ τὰ πρὸς τροφὴν ἀναγκαῖα ἐξαρκοῦσιν ὀλιγωτέρας ἡμέρας ὅταν ὦσι πλείονες στρατιῶται, διὰ τοῦτο καὶ ἐνταῦθα κατὰ τὴν τοῦ Προβλήματος ὑπόθεσιν πρέπει ὁ ζητούμενος Ὅρος νὰ εἶναι μικρότερος τοῦ τρίτου. ὅθεν καὶ ὁ δεύτερος θέλει εἶναι μικρότερος τοῦ πρώτου Ὅρου. οἷον

$$40 : 24 = 30 : \chi$$

$$\chi = \frac{720}{40} = 18$$ πόσας ἡμέρας θέλουσιν ἐξαρκέσει τὰ ἐπιτήδεια διὰ 40 στρατιώτας.

ΣΧΟΛΙΟΝ β'.

§. 284. Ὅταν δὲ ὦσιν Μικταὶ, ἢ Ἑτερογενεῖς Ποσότητες, τότε πρέπει πρῶτον νὰ μεταποιήσωμεν τὰς ἀκεραίας, ἢ μείζονας εἰς τὸ μικρότερον εἶδος διὰ τῆς ἀναλύσεως, ἔπειτα νὰ ἀποκαταστήσωμεν τὰ ἀναλυθέντα Μέρη εἰς ἁπλᾶ κλάσματα. π. χ. 3 $\frac{3}{4}$ Πήχεις ὑφάσματός τινος ἀγοράζονται διὰ 19 Γρόσια καὶ 30 Παράδες. πόσον ἄραγε ἀγορασθήσεται ἕνας Πῆχυς;

Πηχ. Παραδ.

$$\frac{15}{4} : \frac{790}{1} = \frac{1}{1} : \chi$$ ὅθεν ὁ τέταρτος Ὅρος ἔσται 210 Παραδ. ἤτοι 5 Γρόσ. καὶ 10 Παράδες.

ΣΧΟΛΙΟΝ γ'.

§. 285. Ἐντεῦθεν ἀναφύεται ἡ Μέθοδος, κατὰ τὴν ὁποίαν δυνάμεθα ἄνευ τινὸς παραφθορᾶς τῆς δυνάμεως νὰ μεταβάλλωμεν

ἑκάστην

ἕκαστον Κλάσμα εἰς ἕτερον, τοῦ ὁποίου ὁ Παρονομαστὴς εἶναι διδόμενος, ἢ νὰ εὑρίσκωμεν τὴν δύναμιν ἑκάστου Κλάσματος εἰς τὰ ἁπλούστερα μέρη τοῦ ὅλου, εἴτε νομίσματος, εἴτε μέτρου, εἴτε ἄλλης τινὸς ὀνομασίας τούτου ὄντος. διότι ἐπειδὴ κάθε Κλάσμα λόγος ἐστὶν ὡς ἐν τῷ (§. 136) δεδήλωται, διὰ τοῦτο καὶ δύω ἴσα Κλάσματα δύνανται νὰ καταταχθῶσιν εἰς ἀναλογίαν οὕτως, ὥστε ὁ Παρονομαστὴς τοῦ ἑνὸς Κλάσματος νὰ ἔχῃ πρὸς τὸν ἀριθμητὴν τοιοῦτον λόγον, ὁποῖον λόγον ἔχει ὁ Παρονομαστὴς τοῦ ἑτέρου Κλάσματος πρὸς τὸν ἑαυτοῦ ἀριθμητήν. ὅθεν ὁ δοθεὶς Παρονομαστὴς ἔσται ὁ τρίτος Ὅρος τῆς ἀναλογίας, πρὸς τὸν ὁποῖον ζητεῖται ἕνας ἀριθμητής. ἐὰν λοιπὸν θέλωμεν νὰ μάθωμεν τὸ $\frac{3}{4}$ ἑνὸς φέρ' εἰπεῖν, Γροσίου μὲ πόσους Παράδας ἐξισοῦται, πρέπει νὰ ζητήσωμεν πρὸς τὸν 40 Παρονομαστὴν τὸν ἀριθμητὸν, λέγοντες οὕτως 4 : 3 = 40 : 30, καὶ $\frac{30}{40}$ εἶναι ἴσον μὲ τὸ $\frac{3}{4}$, οὕτως αὖθις γίνεται καὶ $\frac{2}{3}$ τοῦ ποδὸς εἰς δακτύλους, ἢ δωδεκατημόρια, οἷον 3 : 2 = 12 : 8.

Θ

ἢ 8 δάκτυλοι εἰσὶν $\frac{2}{3}$ τοῦ ποδός (*).

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΙΒ.

§. 186. Ἐὰν δοθῶσι πέντε, ἢ ἑπτὰ Ὅροι μιᾶς Συνθέτου Μεθόδου, νὰ εὕρωμεν τὸν ἕκτον, ἢ ὄγδοον ἀνάλογον Ὅρον.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

(*) Οἱ δάκτυλοι, καὶ ὁ ποῦς ἐνταῦθα λαμβάνονται οὐχὶ κατὰ τὴν Γεωγραφικὴν (§. 53 ἀριθμητικῆς) χρῆσιν, ἀλλὰ κατὰ τὴν τοῦ μάκρους, ὅτι δηλαδὴ δώδεκα δάκτυλοι συμπληροῦσιν ἕνα πόδα.

ΠΡΑΚΤΕ'Α.

α'.) Ὁ Ὅρος, ὅστις εἶναι τοῦ αὐτοῦ εἴδους μὲ τὸν ζητούμενον, πίθεται εἰς τὸν τρίτον τόπον.

β'. Οἱ μὲν δύω Ὁμοειδεῖς Ὅροι πίθενται εἰς τὸν πρῶτον καὶ δεύτερον τόπον, καθὼς προείρηται. οἱ δὲ λοιποὶ Ὅροι ἐγκαταλείπονται ἐν τοσούτῳ, καὶ παρορῶνται, ὡς μὴ προκείμενοι εἰς τὴν ὑπόθεσιν, καὶ οὕτω διὰ τῶν τριῶν ζητεῖται ὁ τέταρτος Ὅρος κατὰ τὸν πρότερον ῥηθέντα Κανόνα.

γ'.) Ὁ μὲν εὑρεθεὶς τέταρτος Ὅρος φέρεται πάλιν εἰς ἄλλην νέαν ἀναλογίαν, καὶ πίθεται εἰς τὸν τρίτον τόπον, οἱ δὲ λοιποὶ προεγκαταλειφθέντες δύω Ὁμοειδεῖς Ὅροι, ἐπέχουσι κατὰ τὴν προτιθεῖσαν διδασκαλίαν τὸν πρῶτον καὶ δεύτερον τόπον, ἔπειτα πολλαπλασιάζονται οἱ Μέσοι Ὅροι μετ' ἀλλήλων, καὶ τὸ ἐκ τούτων Γινόμενον διαιρεῖται διὰ τοῦ πρώτου Ὅρου, καὶ οὕτω τὸ Πηλίκον ἔσται ὁ ζητούμενος τέταρτος Ὅρος.

δ'.) Ὁ μὲν ἐν τῇ δευτέρᾳ ἀναλογίᾳ εὑρεθεὶς Ὅρος πίθεται πάλιν (τοῦτο ἀκολουθεῖ ὅταν δίδωνται ἑπτὰ Ὅροι, καὶ ζητῆται ὁ ὄγδοος) εἰς τὸν τρίτον τόπον ἄλλης τρίτης ἀναλογίας, οἱ δὲ λοιποὶ ἔτι δύω προεγκαταλειφθέντες Ὅροι (οἱ ὁποῖοι ἀλλήλοις μὲν εἰσὶν Ὁμοειδεῖς, μὲ τοὺς ἄλλους ὅμως ἑτεροειδεῖς) πίθενται εἰς τὸν πρῶτον καὶ δεύτερον τόπον, ἔπειτα ζητεῖται ὁμοίως ὁ τέταρτος Ὅρος.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓΜΑ α'.

Ἵπποι 8 τρέφονται μὲ 9 σακκία Κριθῆς, ἢ Βρώμης ἡμέρας 12, ζητεῖται λοιπὸν, 16 Ἵπποι μὲ 24 σακκία πόσας ἡμέρας θέλουσι τραφῇ.

ΑΠΑΝ-

ΑΠΑΝΤΗΣΙΣ.

Αἱ μὲν 12 ἡμέραι κατέχουσι τὸν τρίτον τόπον, εἰς δὲ τὸν πρῶτον καὶ δεύτερον τίθενται κατ᾽ ἀρχὰς οἱ ἀριθμοὶ (ὁ 16 δηλαδὴ καὶ 8) τῶν ἵππων, τὰ δὲ σακκία ἐν τοσούτῳ ἐγκαταλείπονται. Καὶ ἐπειδὴ μία Ποσότης Κριθῆς, ἥτις πρὸς τροφὴν 8 ἵππων εἶναι ἱκανὴ εἰς δώδεκα ἡμέρας, διὰ 16 ἵππους διαρκεῖ ὀλιγώτερον χρόνον, διὰ τοῦτο καὶ ὁ ζητούμενος τέταρτος ὅρος ἔσται ἐλάσσων τοῦ τρίτου, καθὼς καὶ ὁ δεύτερος μικρότερος ἀπὸ τὸν πρῶτον.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ἵπ.} & & \text{ἵπ.} & & \text{ἡμ.} & & \text{ἡμ.} \\ 16 & : & 8 & = & 12 & : & 6 \end{array}$$

Ὁ εὑρεθεὶς ὅρος 6 φέρεται αὖθις εἰς τὸν τρίτον τόπον δευτέρας ἀναλογίας, ἐπὶ τῆς ὁποίας τίθενται οἱ ἀριθμοὶ (ὁ 9, καὶ 24) τῶν σακκίων εἰς τὸν πρῶτον καὶ δεύτερον τόπον, ἔπειτα ἐπειδὴ εἰς ἕνα ἀριθμὸν ἵππων (πρὸς τροφὴν τῶν ὁποίων 9 σακκία εἰσὶν ἱκανὰ εἰς ἡμέρας 6) διαρκοῦσιν 24 σακκία πλείονας ἡμέρας, διὰ τοῦτο ὁ τέταρτος ὅρος ἔσται μείζων τοῦ τρίτου, καὶ ἑπομένως ὁ δεύτερος μείζων τοῦ πρώτου, ἐξ ὧν γίνεται

$$\begin{array}{ccccccc} \text{σακ.} & & \text{σακ.} & & \text{ἡμ.} & & \text{ἡμ.} \\ 9 & : & 24 & = & 6 & : & 16 \end{array}$$

ἄρα 24 σακκία Κριθῆς εἰς τροφὴν 16 ἵππων ἐξαρκοῦσιν 16 ἡμέρας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ β.

Οἰκοδόμοι 4 κτίζουσιν εἰς 3 ἡμέρας Ὀργυιὰς 5. ζητεῖται οὖν, πόσας Ὀργυιὰς θέλουσι κτίσει 5 οἰκοδόμοι εἰς ἑπτὰ ἡμέρας;

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Οἰκ.} & & \text{Οἰκ.} & & \text{Ὀργ.} & & \text{Ὀργ.} \\ 4 & : & 5 & = & 5 & : & \chi \end{array}$$

$$\text{ἄρα } \chi = \frac{25}{4} \text{ ἢ } = 6\frac{1}{4}$$

ἔπειτα ὁ εὑρεθεὶς τέταρτος ὅρος ὁ $\frac{25}{4}$, ἢ ὁ $6 + \frac{1}{4}$

τίθεται αὖθις εἰς τὸν τρίτον τόπον ἄλλης δευτέρας ἀναλογίας, οἷον

$$\overset{\text{ἡμ.}}{3} : \overset{\text{ἡμ.}}{7} = \overset{\text{ὀργ.}}{\frac{25}{4}} : \overset{\text{ὀργ.}}{\chi}$$

$$3\chi = \frac{7}{1} \times \frac{25}{4} \text{ ἤγουν } \frac{175}{4}$$

$$\text{ὅθεν } \chi = \frac{175}{12} \text{ ὅπερ ἐστὶν } = 14 + \frac{7}{12}.$$

Οἰκοδόμοι ἄρα πέντε εἰς 7 ἡμέρας κτίζουσιν $14 + \frac{7}{12}$ Ὀργυιάς.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓΜΑ γ'.

Γρόσια 3550 φέρουσιν 1420 Γρόσ. κέρδος εἰς 10 ἔτη. ζητεῖται λοιπὸν, πόσον κέρδος θέλουσι φέρῃ 50000 Γρόσια εἰς χρόνους 20;

$$\overset{\text{Γρόσ.}}{3550} : \overset{\text{Γρόσ.}}{50000} = \overset{\text{Κέρδ.}}{1420} : \chi$$

$$\overset{\text{χρ.}}{10} : \overset{\text{χρ.}}{20} = \chi$$

Τὸ πρῶτον εὑρεθὲν χ εἶναι = 20000 ἀριθ. τὸν ὁποῖον θέτοντες εἰς τὸν τρίτον τόπον τῆς δευτέρας ἀναλογίας, ποριζόμεθα τὰ ἑξῆς $10:20 = 20000:40000$. ὅθεν εἶναι φανερὸν, ὅτι τὰ 50000 Γρόσια εἰς 20 ἔτη φέρουσι κέρδος 40000 Γρόσια.

ΣΧΟ΄ΛΙΟΝ.

§. 187. Ἐντεῦθεν προκύπτει μία ἀλγεβρικῶς γενικὴ Ἔκθεσις περὶ ἑκάστου κέρδους, ἢ τόκου ὁποιασδήποτε Ποσότητος, καὶ μάλιστα διά τινας ἡμέρας τοῦ χρόνου θεωρουμένης. ἐπειδὴ τὸ κέρδος ἑκάστης ποσότητος ἔχει λόγον τινά, καὶ σχέσιν πρὸς τὸ κέρδος, ὅπου φέρουσι, φέρ' εἰπεῖν, 100 Γρόσια, διὰ τοῦτο ἡ μὲν πρώτη ἀναλογία πρέπει νὰ γένῃ οὕτως, ὡς τὰ 100 Γρόσια πρὸς τὸ κέρδος των, οὕτως ἡ δοθεῖσα Ποσότης πρὸς τὸ κέρδος της, ἡ δὲ δευτέρα ἀναλογία οὕτως, ὡς ἓν ἔτος (ἢ 360 ἡμέραι) πρὸς τὰς ἡμέρας, διὰ τὰς ὁποίας ζητεῖται τὸ κέρδος, οὕτω τὸ ἐν τῇ πρώτῃ ἀναλογίᾳ εὑρεθὲν κέρδος πρὸς τὸ εἰς ζήτησιν προτιθέμενον κέρδος, ὅπερ ἀνήκει εἰς τὰς δεδομένας ἡμέρας. ἔσω τὸ κέρδος τῶν 100 Γροσίων = 1. ἡ δὲ δοθεῖσα ποσότης = π, καὶ αἱ δοθεῖσαι ἡμέραι = η. ὅθεν γίνεται ἡ ἑξῆς ἀναλογία.

$$100 : 1 = \pi : \frac{1\pi}{100}.$$ ἔπειτα

$$360 : \eta = \frac{1\pi}{100} : \frac{1\pi\eta}{36000}$$

Ὅταν ὅμως ὑποτεθῇ, ὅτι τὰ 100 Γρόσ. φέρουσι κέρδος 4, τότε ἀντὶ τοῦ 1, τίθεται ὁ 4 ἀριθμός. καὶ ἡ γενικὴ Ἔκθεσις ἔσται $\frac{4\pi\eta}{36000}$. δυνάμεθα ὅμως νὰ φέρωμεν τοῦτο τὸ Κλάσμα εἰς μικροτέραν Ἔκθεσιν διὰ τῆς διαιρέσεως, οἷον $\frac{\pi\eta}{9000}$, καὶ ἀφ' οὗ πάλιν διαιρεθῇ ὁ ἀριθμητὴς διὰ τοῦ Παρονομαστοῦ, τὸ προκύπτον Πηλίκον ἔσται τὸ ζητούμενον κέρδος. ἐὰν ὅμως θέλωμεν νὰ μεταβληθῇ ἡ δύναμις εἰς Παράδ., πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν τοῦ Κλάσματος διὰ τοῦ 40 (§. 135), καὶ τότε ἡ Ἔθεσις αὕτη $\frac{\pi\eta}{9000}$ μεταβάλλεται εἰς $\frac{40\pi\eta}{9000}$, τὸ ὁποῖον δυνάμεθα ὁμοίως νὰ τὸ φέρωμεν διὰ τῆς διαιρέσεως εἰς μικροτέραν Ἔκθεσιν, οἷον εἰς τὴν $\frac{2\pi\eta}{450}$. καὶ τοῦτο τὸ Κλάσμα

μα

μα δηλοῖ, ὅτι ἡ ποσότης τῶν χρημάτων πεπολλαπλασιασμένη τυγχάνει διὰ τῦ διπλασίου ἀριθμῦ τῶν ἡμερῶν, ἢ τὸ ἐκ τύτων Γινόμενον διαιρεῖται διὰ τῦ 450, τὸ δὲ ἐκ τῆς διαιρέσεως Πηλίκον ἔσαι τὸ ζητύμενον κέρδος εἰς Παράδ., οἷον αἱ μὲν ἡμέραι ἑνὸς ὁλοκλήρυ ἔτυς λογίζονται = 360, ἑνὸς δὲ μηνὸς = 30. λοιπὸν ἂν προβληθῇ εἰς ζήτησιν, πόσον κέρδος φέρει μία Ποσότης ἀπὸ

6000 Γρόσ. εἰς 6 ἡμέρας; ποιῦμεν κατὰ μὲν τὴν πρώτην $\left(\frac{\pi\,\eta}{9000}\right)$

Ἔκθεσιν ὕτως $\frac{6000 \times 6}{9000}$ = 4 Γρόσ. τὰ ὁποῖα εἶναι τὸ ζητύμενον

κέρδος, κατὰ δὲ τὴν δευτέραν $\left(\frac{2\,\pi\,\eta}{450}\right)$ ποιῦμεν ὕτως

$\frac{6000 \times 12}{450}$ = 160 Παράδ. τὰ ὁποῖα εἶσιν Ἴσα μὲ 4 Γρόσια. Ὅταν δὲ προϋποτεθῇ, ὅτι ὁ ἐτήσιος (χρονικὸς) τόκος τῶν 100 Γροσίων εἶναι = 2, 3, 5, κ. τ. ἢ $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{3}$ Γρόσ. κ. τ. τότε ἀντὶ τῦ 1 τίθεται ὁ προϋποτεθεὶς ἀριθμὸς τῦ Τόκυ, ἢ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον πραγματευόμεθα εἰς κάθε περίστασιν.

ΠΑΡΑ΄ΔΕΙΓ. γ'.

Οἰκοδόμοι 3 τὴν ἡμέραν 7 ὥρας ἐργαζόμενοι, κτίζυσιν εἰς 2 ἡμέρας. 84 Ὀργυιάς. πόσας ἄραγε Ὀργυιὰς κτίσυσιν οἰκοδόμοι 5 εἰς 3 ἡμέρας, ὥρας 4 τὴν ἡμέραν ἐργαζόμενοι;

Α'ΠΑ'ΝΤΗΣΙΣ.

Εἰς μὲν τὴν πρώτην ἀναλογίαν λαμβάνομεν τὺς ἀριθμὺς τῶν οἰκοδομύντων μετὰ τῦ δοθέντος ἀριθμῦ τῶν Ὀργυιῶν, οἷον.

Οἰκ.		Οἰκ.		Ὀργ.				Ὀργ.
3	:	5	=	84	:	x	=	140

Ἐν δὲ τῇ δευτέρᾳ ἀναλογίᾳ λαμβάνονται αἱ ἡμέραι μετὰ τοῦ ἤδη εὑρεθέντος ἀριθμοῦ, οἷον

$$\begin{array}{ccccccccc} \text{ἡμ.} & & \text{ἡμ.} & & \text{Ὀργ.} & & & & \text{Ὀργ.} \\ 2 & : & 3 & = & 140 & : & \chi & = & 210 \end{array}$$

Εἰς δὲ τὴν τρίτην ἀναλογίαν τίθενται οἱ ἀριθμοὶ τῶν ὡρῶν μετὰ τοῦ εὑρεθέντος ἀριθμοῦ, οἷον

$$\begin{array}{ccccccccc} \text{ὡρ.} & & \text{ὡρ.} & & \text{Ὀργ.} & & & & \text{Ὀργ.} \\ 7 & : & 4 & = & 210 & : & \chi & = & 120 \end{array}$$

Є τόσας Ὀργυιὰς κτίσουσιν Οἰκοδ. 5. κ. τ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 185. Δυνάμεθα ἔτι νὰ ἀποκτῶμεν τὴν ἐπίλυσιν ἑκάστου προβλήματος, εἰς σύνθετον Μέθοδον κειμένου, καὶ κατὰ ἄλλον τρόπον εὐκολώτερον, τουτέστι πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τοὺς πρώτους λόγους (ὡστόσον πρέπει πρότερον οὗτοι οἱ λόγοι νὰ κατατάττωνται εἰκότως κατὰ τὴν Συνθήκην τοῦ Προβλήματος, καθὼς ἀνωτέρω κατετάχθησαν) μετ᾽ ἀλλήλων, καὶ ἐκ τῶν γινομένων συγκροτοῦμεν ἕνα μόνον λόγον, ἔπειτα τὸν δοθέντα ἀριθμόν, ὅστις Ὁμοειδὴς τυγχάνει μὲ τὸν ζητούμενον, θέτομεν εἰς τὸν τρίτον τόπον τῆς ἀναλογίας, καὶ οὕτω ζητοῦμεν νὰ εὕρωμεν τέταρτόν τινα ἀριθμόν, ὅστις εἶναι τὸ ζητούμενον. ὅθεν εἰς τὸ προτεθὲν Πρόβλημα ποιοῦμεν οὕτω, πρῶτον πολλαπλασιάζομεν τοὺς ἀριθμοὺς τῶν Οἰκοδ. μετὰ τῶν ἡμερῶν καὶ ὡρῶν, καθ᾽ ἃς οὗτοι ἐργάζονται, ἔπειτα τὰ ἐκ τούτων Γινόμενα θέτομεν εἰς ἀναλογίαν, ὥστε τὸ μὲν ἓν Γινόμενον νὰ ἔχῃ τὸν πρῶτον τόπον, τὸ δὲ ἕτερον νὰ ἔχῃ τὸν δεύτερον, ὁ δὲ δοθεὶς ἀριθμὸς τῶν Ὀργ., ὅστις εἶναι Ὁμοειδὴς μὲ τὸν ζητούμενον, τίθεται εἰς τὸν τρίτον τόπον οἷον

$$\begin{array}{lcccccccc} \text{Οἰκ.} & 3 & : & 5 & & & & & \\ \text{Ἡμ.} & 2 & : & 3 & & \text{Ὀργ.} & & & \text{Ὀργ.} \\ \text{Ὡρ.} & \underline{7} & : & \underline{4} & = & 84 & := & \chi & 120 \\ & 42 & : & 60 & & & & & \end{array}$$

εὑρίσκεται ἄρα τὸ $\chi = 120$ Ὀργ. καὶ εἶναι ὁ αὐτὸς ἀριθμός, ὅστις καὶ κατὰ τὴν ἄλλως προτεθεῖσαν διδασκαλίαν εὑρίσκεται.

ΟΡΙΣ-