νὰ συνέλθωσιν ἀμφότεροι· αἱ Συνθῆκαι ἦναι αἱ ἡμέραι καὶ τὰ Μίλλια τοῦ Πέτρου μετὰ τῶν Μιλ. τοῦ Παύλου. Ὁ δρόμος τὸν ὁποῖον ὥδευσεν ὁ Πέτρος, ἦναι $10 \times 5 = 50$ Μίλ. καὶ πρέπει νὰ κάμῃ δρόμον ἔτι $10 \times \chi$, τὰ ὁποῖα ὁμοῦ ληφθέντα πρέπει νὰ ἦναι ἴσα μὲ τὸν δρόμον τοῦ Παύλου $15 \times \chi$, τουτέστιν $50 + 10\chi = 15\chi$· δυνάμεθα νὰ ὀνομάσωμεν τὰ Μίλλια τοῦ Πέτρου α καὶ τὰς ἡμέρας τοῦ δρόμου γ. τὰ δὲ Μίλλια τοῦ Παύλου β, καὶ τότε γίγνεται ἡ Ἐξίσωσις οὕτως, $\alpha\gamma + \alpha\chi = \beta\chi$. ἐὰν δὲ λυθῇ αὐτὸ τὸ Πρόβλημα εἰς ἀριθμητικοὺς χαρακτῆρας ἔσται τὸ $\chi = 10$. ὥσπερ δὴ καὶ ἐν Γράμμασιν $\frac{\alpha\gamma}{\beta - \alpha} = \chi$, ἢ $\frac{50}{15 - 10} = 10$, ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν, καθ᾽ ἃς ὁ Παῦλος πρέπει νὰ φθάσῃ τὸν Πέτρον.

ΟΡΙΣΜΟΣ δ΄.

§. 107. Ὡρισμένον Πρόβλημα λέγεται ἐκεῖνο, ὁποῦ ἐπιδέχεται μίαν μόνην καὶ ταύτην Ὡρισμένην λύσιν τῆς προκειμένης Ἐρωτήσεως. οὕτως ἦναι ἐν τῷ προτέρῳ Προβλήματι (§. 106.) ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς μόνος, καὶ ὡρισμένος

10. τοιαῦτα Προβλήματά εἰσιν ἐκεῖνα, ἐν οἷς γίνονται τόσαι Ἐξισώσεις, ὅσα εἰσὶ κ᾽ τὰ ἄγνωςα Ποσά. ἂν δὲ τὸ ἄγνωστον Ποσὸν ἓν μόνον ὑπάρχῃ, πρέπει κ᾽ Ἐξίσωσις νὰ εἶναι μία. ἐὰν δὲ ὦσι δύω τὰ ἄγνωςα, ὡσαύτως κ᾽ αἱ Ἐξισώσεις πρέπει νὰ εἶναι δύω. ἐὰν δὲ ὦσι τρία τὰ ἄγνωςα, πρέπει κ᾽ αἱ Ἐξισώσεις νὰ εἶναι τρεῖς. ἀδιόριςον Πρόβλημα λέγεται ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ἐπιλυθῇ πολλαχῶς, κ᾽ νὰ ἀποδοθῇ διὰ πλειόνων ἀριθμῶν, π. χ. ζητοῦμεν δύω ἀριθμοὺς, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα νὰ εἶναι Ὀκτώ. οἱ δύω οὗτοι ἀριθμοὶ δύνανται νὰ εἶναι 7 κ᾽ 1, ἢ 6 κ᾽ 2, ἢ 5 κ᾽ 3, ἢ 4 κ᾽ 4. τοῦτο συμβαίνει κάθε φοράν, ὁποῦ εἶναι ὀλιγώτεραι αἱ Ἐξισώσεις ἀπὸ τὰ ἄγνωςα Ποσά, καθὼς εἰς τὸ προλαβὸν Παράδειγμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μίαν Ἐξίσωσιν κ᾽ δύω ἄγνωςα Ποσά, $\chi + \psi = 8$. ἂν δὲ προςεθῇ κ᾽ δευτέρα Ἐξίσωσις εἰς αὐτὸ, ὅτι δηλαδὴ τὸ ἐκ τῶν δύω τούτων ἀριθμῶν Γινόμενον νὰ εἶναι 12, τότε ἤθελεν εἶναι τὸ Πρόβλημα διωρισμένον, κ᾽ ἤθελε λυθῇ μόνον μὲ τοὺς δύω τούτους ἀριθμοὺς 6 κ᾽ 2. πλέον ἢ διωρισμένον λέγεται τὸ Πρό-

βλ-

βλημα τὸ ὁποῖον ἔχει πλέονας Συνθήκας (ὑποθέσεις), παρὰ ἄγνωςα Ποσὰ, αἱ ὁποῖαι Συνθῆκαι, ἢ εἶναι περιτταὶ, ἢ περικλείουσιν ἀντίφασιν, ὅθεν ϰ̀ τὴν λύσιν τοῦ Προβλήματος ἀδύνατον ἀποκαθιςῶσιν. Ἐὰν προστεθῇ ἐν τῷ προλαβόντι Παραδείγματι ϰ̀ τρίτη Συνθήκη, ὅτι δηλαδὴ ἡ Διαφορὰ τῶν δύω ἀριθμῶν νὰ εἶναι $= 4$. ὡς $\chi - \psi = 4$. φθάνουσιν οἱ δύω πρότεροι ἀριθμοὶ. ἐὰν δὲ ἡ τρίτη Συνθήκη ἤθελεν εἶναι, ὅτι ἡ Διαφορὰ αὐτῶν νὰ εἶναι $= 2$, τότε ἤθελεν εἶναι ἀδύνατος ἡ λύσις τοῦ Προβλήματος. ἐπειδὴ δὲν εὑρίσκονται δύω τοιοῦτοι ἀριθμοὶ, ὥςε νὰ περιέχωσι ϰ̀ τὰς τρεῖς ταύτας Συνθήκας.

ὉΡΙΣΜΌΣ ι.

§. 108. Ἐξίσωσις τοῦ πρώτου Βαθμοῦ εἶναι, ὅταν τὸ ἄγνωςον Ποσὸν ὑπάρχῃ μόνον εἰς τὴν πρώτην Δύναμιν. $\chi + \frac{1}{2}\chi = \alpha$. Ἐξίσωσις δὲ τοῦ δευτέρου Βαθμοῦ λέγεται, ὅταν τὸ ἄγνωςον Ποσὸν ὑπάρχῃ Τετράγωνον, ἢ εἶναι ὑψωμένον εἰς τὴν δευτέραν Δύναμιν. οἷον $\chi^2 - \chi = \alpha$. Ἐξίσωσις δὲ τοῦ Τρίτου Βαθμοῦ λέγεται, ὅταν τὸ ἄγνωςον Ποσὸν εἶναι Κύβος. κ. τ. Ὅταν

δὲ

δὲ πλείονα ὦσι τὰ ἄγνωστα Ποστὰ, τότε λαμβάνεται ἡ ὀνομασία ἀπὸ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐν ἑνὶ μέλει ὄντων Δυναμοδεικτῶν τῶν ἀγνώστων Ποστοτήτων. ὡς $\chi\phi - \phi = \beta$ εἶναι Ἐξίσωσις τοῦ δευτέρου Βαθμοῦ. ἐπειδὴ καὶ τὸ Κεφάλαιον τῶν Δυναμοδεικτῶν τοῦ $\chi^{1}\phi^{1}$ εἶναι $= 2$.

ΣΧΟ'ΛΙΟΝ.

§. 109. Ὅταν λοιπὸν μᾶς προβληθῇ καμμία ἐξίσωσις, πρέπει νὰ τὴν ἐκφράζωμεν τρόπον τινὰ εἰς ἀλγεβραϊκὴν διάλεκτον. πρέπει δὲ νὰ διακρίνωμεν καλῶς τὰ ἄγνωστα Ποστὰ ἀπὸ τὰ Ἐγνωσμένα, καὶ τὰ μὲν Ἐγνωσμένα ἐκθέτομεν ἢ δι᾽ ἀριθμῶν, ἢ διὰ τῶν ἀρχικῶν Γραμμάτων α, β, γ, κ. τ. τὰ δὲ ἄγνωστα διὰ τῶν τελευταίων ϕ, χ, ψ, ω. πρέπει δὲ πρὸς τούτοις νὰ προσέχωμεν ἀκριβῶς, νὰ μὴν αὐξάνωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀγνώστων Ποσῶν ἄνευ ἀνάγκης π. χ. ἐὰν ζητῆται ἀριθμός τις, φέρ᾽ εἰπεῖν, χ, καὶ τούτου πρέπει νὰ ληφθῇ τὸ ἥμισυ, τὸ Διπλάσιον, τὸ Τριπλάσιον, κ. τ. γράφομεν τὸ μὲν Διπλάσιον 2χ, τὸ δὲ Τριπλάσιον 3χ, τὸ δὲ ἥμισυ $\frac{1}{2}\chi$, ἢ $\frac{\chi}{2}$. ἐὰν δὲ ζητῶνται δύω ἀριθμοὶ, τῶν ὁποίων νὰ εἶναι ἡ ἡ Διαφορὰ $= 10$, ἢ τὸ Κεφάλαιον $= 30$, εἶναι περιττὸν νὰ ἐκθέτωμεν τοὺς δύω τούτους ἀριθμοὺς διὰ δύω Γραμμάτων χ καὶ ψ, ἀλλὰ λαμβάνομεν τὸν ἐλάσσονα $= \chi$ καὶ τότε ὁ μείζων ἔσται $= 30 - \chi$, $(10 + \chi)$, ἢ θέττομεν τὸν μείζονα $= \chi$, καὶ τότε ὁ ἐλάσσων εἶναι Ἴσος τῷ $30 - \chi$. τοῦτο χρησιμεύει πολλάκις, ὅτι τὸ Πρόβλημα παρίσταται ἐκ τριῶν ἀγνώστων Ποσῶν, ὡς κατωτέρω εἰς τὸ ιέ. Παράδειγμα. πρὸς τούτοις πρέπει νὰ πρόσκηνται μετὰ τῶν προσηκόντων Σημείων των. ἐὰν εἶναι ὁ λόγος περὶ κέρδους, αὐξήσεως, ἢ προσθήκης, θέτομεν τὸ Σημεῖον $+$. ὅτι δὲ ὁ λόγος γίνεται περὶ ζημίας, ἐλαττώσεως, ἢ Διαφορᾶς, μεταχειριζόμεθα τὸ Σημεῖον —. Ἐὰν ζητῶνται πολλαπλάσια Ποσά, προσθέτομεν εἰς τὸ ἄγνωστον Ποσὸν Συνεργούς. Ἐὰν δὲ ζητῶνται Μέρη, γράφομεν τὸν ἀριθμὸν τῶν Μερῶν ὑπὸ τὸ χ ἢ φ εἰς εἶδος Κλάσματος καθὼς $\frac{\chi}{3}$, $\frac{\phi}{4}$. κ) τέλος πάντων ἐκεῖνο τὸ Ποσὸν, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ἔχῃ λόγον Ἰσότητος μετὰ τινὸς ἄλλου, διαιρεῖνομεν ἐκ τούτου τοῦ Σημείου τῆς Ἰσότητος $=$ δι' οὗ χωρίζομεν τὴν Ἐξίσωσιν εἰς τὰ δύω Μέρη της.

ὉΡΙΣΜΌΣ ς΄.

§. 110. Αἱ Συνθῆκαι, τὰς ὁποίας φέρουσι τὰ ἄγνωστα Ποσὰ μεθ' ἑαυτῶν, εἰσὶ μετὰ τούτων τῶν Ποσῶν συνδεδεμέναι, ἢ διὰ τοῦ Σημείου τῆς Προσθέσεως $+$, ὡς $\chi + 20 = 30$, ἢ διὰ τοῦ τῆς ἀφαιρέσεως Σημείου —, ὡς $\chi - 10 = 20$, ἢ διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ, ὅταν αὗται συνέχωνται μετὰ τοῦ ἀγνώστου Ποσοῦ ὡς Συνεργοί, ὡς $3\chi = 30$, ἢ διὰ τῆς Διαιρέσεως, ὅταν θέτωνται ὑπὸ τὸ ἄγνωστον Ποσὸν ὡς Παρονομασταὶ εἰς εἶδος Κλάσματος, ὡς $\frac{\chi}{3} = 30$ ἢ $\frac{1}{3}\chi = 30$.

ΚΕΦΑΛΑΙΩΔΕΣ ἈΞΙΏΜΑ.

§. 111. Δύω Ἴσα Ποσὰ μένουσιν ἀλλήλοις Ἴσα, ἐὰν προστεθῶσιν αὐτοῖς Ἴσα, ἢ ἀφαιρεθῶσιν ἀπ' αὐτῶν Ἴσα, ἢ πολλαπλασιαθῶσιν αὐτά, αὐτὰ, ἢ διαιρεθῶσι μετ' Ἴσων, ἢ ἀρθῶσιν εἰς τὰς αὐτὰς Δυνάμεις, ἢ ἐξαχθῶσιν ἐξ αὐτῶν αἱ αὐταὶ ῥίζαι, ἢ μεταβληθῶσιν ἐπίσης τὰ Σημεῖα ἀμφοτέρων.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐκ τῶν ἤδη εἰρημένων φανεροῦται ἡ ἀλήθεια τοῦ ἀξιώματος Ἐναργῶς, καὶ τὸ πλεῖστον εἶναι καθ' ἑαυτὸ φανερόν. ἐπειδὴ ἐὰν $+a = +\beta$, ἔσεται καὶ $-a = -\beta$. ἐὰν δὲ $8-3=12-7$, ἔσεται καὶ $-8+3=-12+7$. ἐπειδὴ τὰ Σημεῖα δὲν μεταβάλλουσιν αὐτὰ τὰ Ποσά, ἀλλὰ σημαίνουσι μόνον τὰ πάθη των, ὅθεν δὲν μεταβάλλεται μήτε ἡ Ἰσότης τῶν Ποσῶν διὰ τῶν Σημείων, ἀλλὰ μόνον τὸ προσθετέον Ποσὸν γίνεται ἀφαιρετέον, καὶ ἀνάπαλιν, ἐκ τούτου ἕπεται τὸ ἑξῆς Θεώρημα.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

§. 112. Ἐγνωσμένα Ποσά, καθ' ὁποιονδήποτε λόγον καὶ τρόπον μετὰ ἀγνώστων συνδεδεμένα, δυνάμεθα νὰ χωρίσωμεν ἀπὸ τῶν ἀγνώστων διὰ τῆς ἐναντίας Ἐργασίας, καὶ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου νὰ τὰ μεταθέσωμεν εἰς τὸ ἕτερον Μέρος τῆς Ἐξισώσεως π. χ. ἐκ τῆς $\frac{2\chi}{3}+20-30=100$. δυνάμεθα νὰ κάμωμεν αὐτὴν τὴν Ἐξίσωσιν $\chi=\left(\frac{100+30-20}{2}\right)^3$.

ΔΕΙΞΙΣ.

ΔΕΙ'ΞΙΣ.

Ἐκ τῦ Προλαβόντος ἀξιώματος (§. 111) εἶναι δῆλον, ὅτι ἡ Ἰσότης τῶν Ποσῶν δὲν μεταβάλλεται, ἐὰν πάθωσιν ἀμφότερα τὰς αὐτὰς μεταβολάς. λοιπὸν ἐὰν ἀφέλωμεν ἀμφοτέρωθεν τὸ δεδομένον Καταφατικὸν Ποσὸν διὰ τῦ Σημείυ —, ἢ προσθέσωμεν τὸ ἀποφατικὸν Ποσὸν διὰ τῦ Σημείυ +, τότε ἐξαλείφεται τὸ Ποσὸν τῦτο ἀπὸ τὸ Μέρος τῆς Ἐξισώσεως, ἐν ᾧ εὑρίσκεται, καὶ γράφομεν αὐτὸ εἰς τὸ ἕτερον Μέρος. ἐὰν δὲ διαιρέσωμεν ἀμφότερα τὰ Ποσὰ μετὰ τῦ Συνεργῦ τῦ ἀγνώσυ Ποσῦ, ἢ πολλαπλασιάσωμεν μετὰ τῦ Παρονομασῦ τῦ ἀγνώσυ Ποσῦ, τότε σβύομεν εἰς τὸ ἓν Μέρος τὸν αὐτὸν Πολλαπλασιαστὴν ἢ Διαιρέτην, εἰς δὲ τὸ ἄλλο Μέρος πρέπει νὰ τὺς γράφωμεν. δὲν μεταβάλλεται λοιπὸν ἡ Δύναμις τῦ Ποσῦ, ἐὰν τὸ μεταφέρωμεν εἰς τὸ ἄλλο Μέρος διὰ τῦ ἐναντίυ Σημείυ, χωρὶς νὰ μεταβάλωμεν ἄλλοτι π. χ. ἐκ τῦ $\frac{2\chi}{3}+20-30=100$, ἐὰν ἀφαιρεθῶσι τὰ 20 ἀμφοτέρωθεν, καὶ προστεθῶσι τὰ 30 γίνεται $\frac{2\chi}{3}+20-20-30+30=100-20+30$, τυτέστιν ἐὰν σβύσωμεν ἀπὸ τὸ πρῶτον Μέλος + 20 καὶ — 20, ὡσαύτως, καὶ τὸ — 30 καὶ + 30, τὰ ὁποῖα ἀναιρῦνται ὑπ' ἀλλήλων, τότε μένει $\frac{2\chi}{3}=100-20+30$. ἔτι ἐκ τῦ $\frac{2\chi}{3}=100-20+30$ ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν καὶ τὰ δύω Μέρη μετὰ τῦ 3, θέλομεν ἔχῃ $\frac{2\chi\times 3}{3}=(100-20+30)^3$,

ἀλλὰ

ἀλλὰ μὴν εἶναι Ἴσον τὸ $\frac{2\chi \times 3}{3}$ μὲ τὸ 2χ. ἄρα τὸ 2χ εἶναι Ἴσον καὶ μὲ τὸ $(100-20+30)^3$. ἐὰν πλέον διέλωμεν ἀμφότερα τὰ Μέρη τῆς Ἐξισώσεως διὰ τοῦ 2, γενήσεται $\frac{2\chi}{2}=\left(\frac{100-20+30}{2}\right)^3$; τουτέστι χ

$$=\left(\frac{100+30-20}{2}\right)^3.$$

Τὸ Ἴδιον γίνεται λοιπὸν, καὶ ἐὰν εὐθὺς χωρὶς τινὸς ἄλλης πράξεως, μεταφέρωμεν τὸ $+20$ μετὰ τοῦ Σημείου $-$, καὶ τὸ -30 μετὰ τοῦ Σημείου $+$; καὶ τὸν Συνεργὸν 2 ὡς Διαιρέτην, καὶ τὸν Παρονομαστὴν, ἢ Διαιρέτην 3 ὡς Πολλαπλασιαστὴν εἰς τὸ ἄλλο Μέρος τῆς Ἐξισώσεως.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

§. 113. Ἐντεῦθεν μανθάνομεν τὴν Μέθοδον, διὰ τῆς ὁποίας δυνάμεθα κάθε ἀποφατικὸν Ποσὸν νὰ μεταβάλλωμεν εἰς ἀποφατικὸν; καὶ ἀνάπαλιν· ἐπειδὴ πρὸς τὸ τοιοῦτον τοῦτο μόνον ἀπαιτεῖται, τὸ νὰ μεταθέτωμεν εἰς αὐτὰ τὸ ἀντίθετον Σημεῖον π. χ. ἐκ τοῦ $20\chi-100=10-3\chi$, δύναται νὰ γένῃ $20\chi+3\chi=100+10$. ἐκ δὲ τοῦ $\alpha-\gamma=\beta\chi-\varphi^2$ γίνεται $\varphi^2=\beta\chi-\alpha+\gamma$.

ΠΟΡΙΣΜΑ δ.

§. 114. Νὰ λύωμεν τὴν Ἐξίσωσιν ἑνὸς μόνου ἀγνώστου Ποσοῦ.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

Κανών. Ἐλευθεροῦμεν τὸ ἄγνωστον Ποσὸν ἀπὸ ὅλων τῶν Ἐγνωσμένων διὰ τῆς Μεταθέσεως (§. 111), καὶ

τότε

τότε θέλομεν ἔχῃ τὴν Δύναμιν τοῦ ἀγνώστου. οὕτως ἐν τῷ προτέρῳ Προβλήματι $\frac{2\chi}{3}+20-30=100$ εὑρίσκεται ἡ Δύναμις τοῦ χ, ἀφ' οὗ διὰ τῆς ἐναντίας Ἐργασίας μετατεθῶσιν εἰς τὸ ἄλλο Μέρος τῆς Ἐξισώσεως ὅλα τὰ προσκείμενα αὐτῷ Ποσά, οἷον $\chi=\left(\frac{100-20+30}{2}\right)^{3}$. τουτέστι $\chi=165$.

ΔΕΙ͂ΞΙΣ.

Ἡ λύσις τοῦ Προβλήματος εἶναι ἡ Ἔκθεσις τοῦ ἀγνώστου Ποσοῦ εἰς Ἐγνωσμένην Δύναμιν. ἀλλὰ μὴν κατὰ τὸν ῥηθέντα Κανόνα ἐκθέτεται τὸ ἄγνωστον Ποσὸν εἰς Δύναμιν Ἐγνωσμένην, λέλυται ἄρα τὸ Πρόβλημα κατὰ τὸ δέον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 115. Διὰ νὰ μὴ συμβαίνῃ εἰς τὴν Μετάθεσιν καμμία Σύγχυσις, ἢ ἁμάρτημα, μεταχειριζόμεθα τὴν ἑξῆς τάξιν, ἥτις συναπαρτίζεται εἰς τούτους τοὺς πέντε τρόπους.

α΄.) Μεταφέρομεν πρῶτον εἰς ἓν Μέρος τὰ Ἐγνωσμένα Ποσὰ μετὰ τοῦ Συμβόλου +, ἢ − οὕτως, ὥστε ἡ ἄγνωστος Ποσότης ἅπαξ, ἢ πολλάκις κειμένη, νὰ ἐγκαταλειφθῇ μόνη εἰς ἓν Μέρος μετὰ τῶν ἑαυτῆς (ἂν ἔχῃ) Συνεργῶν, ἢ Διαιρετῶν.

β΄.) Ἔπειτα τὰ ἄγνωστα Ποσά, ἐὰν ὑπάρχωσιν ἀκέραια, ἀθροίζομεν ὁμοῦ εἰς μίαν Ποσότητα ἢ διὰ τῆς Συνάψεως, ἢ ἀφαιρέσεως τῶν Συνεργῶν, ἂν ὅμως εἶναι ἐν Κλάσμασιν, φέρομεν αὐτὰ πρῶτον εἰς τὸν κοινὸν Παρονομαστήν, ἔπειτα τὰ συνάπτομεν εἰς ἕν, ὡς ἀπαιτοῦσι τὰ Σύμβολα.

γ΄.) Ἂν εὑρίσκωνται καὶ εἰς τὰ δύω Μέρη τῆς Ἐξισώσεως ἄγνωστα

στα Ποσὰ, μεταφέρομεν αὐτὰ εἰς ἓν Μέρος, ὅτω· ὅμως, ὥστε ἡ Ποσότης ἡ ἔχουσα μείζονα Συνεργὸν νὰ ἔχῃ τὸ Σύμβολον + διὰ νὰ μὴ γένῃ ἡ Δύναμις (Σημασία) στερητική.

δ'.) Ὁ Παρονομαστής, ἢ ὁ Διαιρέτης τῶν ἀγνώστων Κλασμάτων μεταφέρεται διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ, καὶ τέλος ὁ Συνεργὸς διὰ τῆς Διαιρέσεως, ὥστε μένει ἡ ἄγνωστος Ποσότης μόνη.

ε'.) Ἐὰν ἡ ἄγνωστος Ποσότης εἶναι Παρονομαστὴς τινος Κλάσματος, εὐθὺς πρῶτον ἀναγκαῖον ἐστὶν νὰ μεταφέρωμεν αὐτὴν διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ εἰς τὸ ἕτερον Μέρος οἷον $\frac{2}{\chi} = 6$ γίνεται $2 = 6\chi$ καὶ $\frac{2}{6}$ ἢ $\frac{1}{3} = \chi$.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓΜΑ α'.

Τρεῖς ἄνθρωποι ἐκέρδυσαν ὁμοῦ 180 Γρόσια, ὁ δεύτερος ἐκέρδησε πλείονα τοῦ πρώτου 8, ὁ δὲ τρίτος ἐκέρδησε τόσα, ὅσα ἐκέρδησεν ὁ πρῶτος καὶ ὁ δεύτερος. ὅθεν τὸ κέρδος τοῦ πρώτου εἶναι $=\chi$, τοῦ δὲ δευτέρου $\chi+8$, τοῦ δὲ τρίτου $\chi+\chi+8$, καὶ οἱ τρεῖς ὁμοῦ ἐκέρδησαν 180. λοιπὸν γίνεται αὕτη ἡ Ἐξίσωσις

$$\chi+\chi+8+\chi+\chi+8=180$$

καὶ κατὰ τὸν πρῶτον

τρόπον $\chi+\chi+\chi+\chi=180-8-8=180-16=164$

κατὰ τὸν δεύτερον $4\chi=164$

κατὰ τὸν τέταρτον $\chi=\frac{164}{4}=41.$

λοιπὸν ὁ πρῶτος ἐκέρδησε . 41

ὁ δεύτερος 8 πλείονα . . 49

ὁ δὲ τρίτος ἐκέρδησεν ὅσα

οἱ δύω, ἤτοι. 90

180 ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΑΡΑ'-

ΠΑΡΑ΄ΔΕΙΓΜΑ β΄.

Ὁ Πέτρος, φέρ᾽ εἰπεῖν, ἐδαπάνησεν, ἢ ἐμοίρασε τὴν πρώτην ἡμέραν ἐκ τῶν χρημάτων του ἓν τριτημόριον, τὴν δὲ δευτέραν ἡμέραν ἐμοίρασεν αὖθις τὸ ἓν τεταρτημόριον, τὴν δὲ τρίτην ἡμέραν ὡσαύτως ἐδαπάνησεν ἓν πεμπτημόριον, καὶ ἔμειναν εἰς αὐτὸν ἔτι 26 Γρόσια. ζητεῖται λοιπὸν, πόσα εἶχε κατ᾽ ἀρχάς

ἔστω ὅλη ἡ Ποσότης, ἥτις καὶ ζητεῖται $= \chi$

ὅσα ἐδαπάνησε $= \frac{\chi}{3}, \frac{\chi}{4}, \frac{\chi}{5}$

ὅσα ἔμειναν αὐτῷ $= 26$

γίνεται αὕτη ἡ Ἐξίσωσις $\chi - \frac{\chi}{3} - \frac{\chi}{4} - \frac{\chi}{5} = 26$

κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον.
$$\left\{\begin{array}{l} \frac{60\chi - 20\chi - 15\chi - 12\chi}{60} = 26 \\ \frac{60\chi - 47\chi}{60} = 26 \\ \frac{13\chi}{60} = 26 \end{array}\right.$$

κατὰ τὸν τέταρτον τρόπον.
$$\left\{\begin{array}{l} 13\chi = 26 \times 60 = 1560 \\ \chi = \frac{1560}{13} = 120 \text{ ἡ πρώτη Ποσότης.} \end{array}\right.$$

δηλαδὴ $120 - 40 - 30 - 24 = 26$.

ΠΑΡΑ-

ΠΑΡΑ΄ΔΕΙΓ. γ΄.

Πατήρ τις ἔχων ἕξ υἱὺς, καὶ ἐρωτηθεὶς περὶ τῆς ἡλικίας αὐτῶν, ἀπεκρίθη, ὅτι ἕκαστος προγενέστερος ὑπερέχει τὸν αὐτῦ μεταγενέστερον 4 ἔτη, ὁ πρεσβύτατος ὅμως (τυτέστιν ὁ πρῶτος) εἶναι μείζων τῦ νεωτάτυ (δηλαδή τῦ ἕκτυ) κατὰ τὴν ἡλικίαν τριπλασίως. ὅθεν κατὰ τὴν τῦ Προβλήματος Υπόθεσιν γίνεται ὕτως

ἡ ἡλικία τῦ νεωτέρυ, ἡ ἕκτυ $= \chi$

τῦ δὲ πέμπτυ $= \chi + 4$

τῦ δὲ τετάρτυ $= \chi + 8$

τῦ δὲ τρίτυ $= \chi + 12$

τῦ δὲ δευτέρυ $= \chi + 16$

τῦ δὲ πρώτυ $= \chi + 20$

καὶ ἐπειδὴ ἡ ἡλικία τῦ πρωτοτόκυ $\chi + 20$ πρέπει νὰ εἶναι τριπλασία τῆς ἡλικίας τῦ ἕκτυ, γίνεται ἄρα αὕτη ἡ Ἐξίσωσις $\chi + 20 = 3\chi$

κατὰ τὸν τρίτον τρόπον $20 = 3\chi - \chi$, ἤτοι $20 = 2\chi$

κατὰ τὸν τέταρτον τρόπον $\frac{20}{2} = \chi$ ἤτοι $10 = \chi$

εὕρηται ἄρα, ὅτι ἡ ἡλικία τῦ ἕκτυ εἶναι $= 10$;

τῦ δὲ πέμπτυ $= 10 + 4 = 14$

τῦ δὲ τετάρτυ $= 10 + 8 = 18$

τῦ δὲ τρίτυ $= 10 + 12 = 22$

τῦ δὲ δευτέρυ $= 10 + 16 = 26$

τῦ δὲ πρώτυ $= 10 + 20 = 30$ ὅπερ ἐστὶ τὸ τριπλάσιον τῦ 10.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ.

Ἐντεῦθεν μανθάνομεν τὴν Μέθοδον, καθ' ἣν δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν Ἐργασίαις πισῶς τὴν ἀλήθειαν, θέτομεν δηλονότι μετὰ τὴν

Πᾶξιν

Πάξιν εἰς τὴν πρώτην Ἐξίσωσιν ἀντὶ τοῦ Ποσοῦ χ τὴν ἐκ τῆς Ἐργασίας εὑρεθεῖσαν τελευταίαν Ποσότητα, ϗ ἐὰν τοῦτο τὸ κατ᾽ αὐτὴν τὴν Μέθοδον λελυμένον Μέρος τῆς Ἐξισώσεως ὑπάρχῃ ἴσον μὲ τὸ δεύτερον Μέρος, λέλυται τότε τὸ Πρόβλημα ἀκριβῶς. ἐπειδὴ εἶναι ἀδύνατον μετὰ τὴν λύσιν νὰ εὑρεθῶσι τὰ δύω τῆς Ἐξισώσεως Μέρη ἴσα ἀλλήλοις, ἂν ἡ Δύναμις τοῦ Ποσοῦ χ, ἥτις ἐλήφθη ἐν τῇ Ἐξισώσει, ὑπάρχῃ ἄνισος μὲ τὴν εὑρεθεῖσαν Ποσότητα.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓ. δʹ.

Υἱός τις λέγει πρὸς τὸν ἑαυτοῦ Πατέρα, ὅστις ἤδη κατὰ τὴν ἡλικίαν ἦτον μείζων τοῦ υἱοῦ τριπλασίως, ὅτι μετὰ εἴκοσι ἔτη φίλτατε Πάτερ! θέλεις εἶσαι μόνον διπλασίως μείζων ἐμοῦ. εἰς ποίαν λοιπὸν ἡλικίαν ἦσαν τότε ὁ Πατὴρ ϗ ὁ υἱός;

$$\text{ἔστω ἡ ἡλικία τοῦ υἱοῦ} = \phi$$
$$\text{τοῦ δὲ Πατρὸς} = 3\phi$$

ϗ κατὰ τὴν τοῦ Προβλήματος Ὑπόθεσιν μετὰ 20 ἔτη ἔσται ἡ μὲν ἡλικία τοῦ υἱοῦ $= \phi + 20$, τοῦ δὲ Πατρὸς $= 3\phi + 20$. ϗ τότε ἡ τοῦ Πατρὸς ἡλικία πρέπει νὰ εἶναι διπλασία τῆς ἡλικίας τοῦ υἱοῦ. ὅθεν

$$3\phi + 20 = (\phi + 20)^2$$
$$\text{ἤτοι } 3\phi + 20 = 2\phi + 40$$
$$\text{ἤτοι } 3\phi - 2\phi = 40 - 20$$
$$\text{ἤτοι } \phi = 20.$$

Εὕρηται ἄρα, ὅτι ἡ μὲν Ἡλικία τοῦ υἱοῦ ἦν $= 20$, ἡ δὲ τοῦ Πατρὸς $= 60$ Τριπλασία τῆς τοῦ υἱοῦ, μετὰ δὲ 20 ἔτη ἔσαι ἡ μὲν Ἡλικία τοῦ υἱοῦ $= 40$, ἡ δὲ τοῦ Πατρὸς $= 80$, Διπλασία δηλονότι τῆς Ἡλικίας τοῦ υἱοῦ.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓ. ε.

Ο' Πέτρος, φέρ' εἰπεῖν, καὶ Ἰωάννης ἔσχον ἕκαστος ἴσην Ποσότητα χρημάτων, ὅτι ἤρξαντο μετ' ἄλλων νὰ παίζωσι, καὶ ὁ μὲν Πέτρος ἀπώλεσεν εἰς τὸ Παιγνίδιον 12 Γρόσια, ὁ δὲ Ἰωάννης ἔχασε Γρόσια 57. ἀλλ' εἶχεν ὁ Πέτρος ἔτι λοιπὰ τετράκις τόσα, ὅσα ἔμειναν εἰς τὸν Ἰωάννην.

Ἔστω ἡ τοῦ Πέτρου Ποσότης $= \chi$ ὅθεν ἔμεινε μετὰ τὸ Παιγνίδιον $\chi - 12$.

Ἡ τοῦ Ἰωάννου ὡσαύτως $= \chi$ καὶ μετὰ τὸ Παιγνίδιον ἔμεινε $\chi - 57$

καὶ κατὰ τὰς Συνθήκας ἔσται

$$\chi - 12 = (\chi - 57)^4$$

ἤτοι

$$\chi - 12 = 4\chi - 228$$

$$228 - 12 = 4\chi - \chi$$

$$216 = 3\chi$$

$$72 = \chi$$

ἡ Ποσότης τοῦ Πέτρου $= 72$, τὰ δὲ ἐγκαταλειφθέντα μετὰ τὸ Παιγνίδιον $= 60$

ὡσαύτως ἡ τοῦ Ἰωάννου Ποσότης $= 72$, τὰ δὲ ἐγκαταλειφθέντα $= 15$. καὶ ἐπειδὴ ὁ 60 ἀριθμὸς εἶναι τετραπλάσιος τοῦ 15, λέλυται ἄρα τὸ Πρόβλημα.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓ. ς.

Δεσπότης τις μισθούμενος τινὰ Δοῦλον, ὑπισχνεῖται εἰς αὐτὸν νὰ δώσῃ διὰ 12 Μῆνας Γρόσια 80, προσέτι καὶ ἓν Ἔνδυμα, τοῦ ὁποίου τὴν τιμὴν αὐτοὶ ὡσαύτως προσ-

διορί-

διορίζουσι. μετὰ δὲ ἑπτὰ Μῆνας ἀπολύσας ὁ Δεσπότης τὸν Δοῦλον, δίδει αὐτῷ μισθὸν 30 Γρόσια, καὶ ἀφίνει εἰς αὐτὸν καὶ τὸ ἔνδυμα. ζητεῖται λοιπὸν, πόση εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ἐνδύματος.

Ἡ τιμὴ τοῦ ἐνδύματος χ. ὅλος ὁ μισθὸς τοῦ Δούλου $\chi+80$. ὁ δὲ μισθὸς τῶν ἑπτὰ Μηνῶν εὑρίσκεται οὕτω. διαιρῶν τις τὸν $\chi+80$ διὰ τοῦ 12, εὑρίσκει πρῶτον τὸν μισθὸν τὸν ἀνήκοντα διὰ ἕνα Μῆνα, ἤτοι τὸν $\frac{\chi+80}{12}$, εἶτα πολλαπλασιάσας τοῦτον διὰ τοῦ 7, εὑρίσκει τὸν ἑπταμηνιαῖον μισθὸν, δηλαδὴ τὸν $\frac{7\chi+560}{12}$, ὅστις πρέπει νὰ εἶναι ἴσος μὲ τὸν πληρωθέντα μισθὸν $30+\chi$ ὅθεν γίνεται

$$\frac{7\chi+560}{12} = 30+\chi$$

$$7\chi+560 = 360+12\chi$$

$$560-360 = 12\chi-7\chi$$

$$200 = 5\chi$$

$$40 = \chi$$

ὁ διὰ ἓν ἔτος μισθὸς ἐστὶν 120 Γρόσια, ὁ δὲ μισθὸς διὰ ἕνα Μῆνα 10, καὶ ἑπομένως διὰ 7 Μῆνας εἶναι 70 Γρόσια. συνάψαντες λοιπὸν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν 30 μετὰ τοῦ 40, τουτέστι μετὰ τῆς τιμῆς τοῦ ἐνδύματος, βλέπομεν, ὅτι λέλυται ὀρθῶς τὸ Πρόβλημα.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓΜΑ ζ'.

Πεζοδρόμος ἀποδημήσας, τρέχει καθ᾽ ἑκάστην 10 Μίλλια. ἄλλος δὲ τις μετὰ πέντε ἡμέρας ἀποδημήσας, κ̀ τὴν αὐτὴν ἐκείνῳ ὁδοιπορίαν ποιούμενος, διανύει καθ' ἑκάστην 15 Μίλλια, ζητεῖ δὲ νὰ μάθῃ μετὰ πόσας ἡμέρας αὐτὸν καταλήψεται.

Ἔςω ἡ ζητουμένη ἡμέρα τῆς ἐντεύξεως $= \chi$. τὰ Μίλλια, τὰ ὁποῖα ὁ πρῶτος διέδραμεν εἰς πέντε ἡμέρας, εἰσὶν 50, ὅσα δὲ μένουσιν αὐτῷ λοιπὰ νὰ διατρέξῃ εἰσὶν $10 \times \chi$. τὰ δὲ Μίλλια, τὰ ὁποῖα μέλλει ὁ δεύτερος νὰ κάμῃ, κ̀ τὰ ὁποῖα πρέπει νὰ εἶναι Ἴσα με τὰ τοῦ πρώτου Μίλλια, εἰσὶν $15 \times \chi$ ὅθεν

$$50 + 10\times = 15\chi$$
$$50 = 15\chi - 10\chi$$
$$50 = 5\chi$$
$$10 = \chi$$

μετὰ δέκα ἡμέρας ἄρα πρέπει ὁ δεύτερος νὰ φθάσῃ τὸν πρῶτον, ἐπειδὴ ὁ μὲν πρῶτος μετὰ 10 ἡμέρας διατρέξει 100 Μίλλια κ̀ 50, τὰ ὁποῖα πρότερον διέτρεξε, γίνονται 150. ἀλλὰ κ̀ ὁ δεύτερος ὡσαύτως εἰς δέκα ἡμέρας ὁμοίως διανύσει 150 Μίλλια. ἄρα....

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ή.

Ταχυδρόμος τις ἀποδημήσας, πλειώνει καθ' ἑκάςην 8 Μίλλια, μετὰ δὲ πέντε ἡμέρας ἀποδημεῖ ἕτερος, ὅςις πρέπει νὰ φθάσῃ εἰς ἓξ ἡμέρας τὸν πρῶτον. ζητεῖται λοιπὸν, πόσα Μίλλια ἔχει καθ' ἑκάςην νὰ διατρέχῃ, διὰ νὰ φθάσῃ ἐκεῖνον. ὅθεν ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν Μιλλίων χ.

Τὰ δὲ Μίλλια, τὰ ὁποῖα ὁ πρῶτος εἰς πέντε ἡμέρας διήνυσεν, εἰσὶν 40. ὅσα μέλλει νὰ κάμῃ εἰς ἓξ ἡμέρας, εἰσὶν 48. ὅσα δὲ μέλλει νὰ διατρέξῃ ὁ δεύτερος εἰς ἓξ ἡμέρας εἰσὶν $= 6\chi$ λοιπὸν

$$40 + 48 = 6\chi$$
$$88 = 6\chi$$

ἢ $14\frac{2}{3} = \chi$ τότε Μίλλια πρέπει τὰ πλειώνη ὁ δεύτερος καθ' ἑκάστην, καὶ οὕτω θέλει φθάσει τὸν πρῶτον εἰς ἓξ ἡμέρας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ θ'.

Δύω τόποι, φέρ' εἰπεῖν, Α ——— Β ἀπέχουσιν ἀπ' ἀλλήλων 120 Μίλλια. Ὁ δοιπόρος τις ἀπὸ τοῦ Α ἀποδημήσας, πορεύεται πρὸς τὸ Β, διανύων καθ' ἑκάστην 6 Μίλλια. ἄλλος δέ τις πάλιν τὸν αὐτὸν χρόνον ἀπὸ τοῦ Β ἀποδημήσας, ποιεῖ καθ' ἑκάστην 4 Μίλλια, πότε ἆράγε οὗτοι ἀπαντήσουσιν ἀλλήλοις; ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν χ

τὰ Μίλλια τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου εἰσὶν 120

τὰ Μίλλια τοῦ πρώτου εἰσὶν 6χ, τοῦ δὲ δευτέρου 4χ.

ἄρα

$$6\chi + 4\chi = 120$$
$$10\chi = 120$$
$$\chi = 12$$

μετὰ 12 ἡμέρας οὗτοι συναντήσουσιν ἀλλήλοις.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 117. Ἂν ἀναλύσωμεν Ἀλγεβραϊκῶς, καὶ ἐκθέσωμεν διὰ στοιχείων τὰ πλέον τὰ ἀνωτέρω τρία Παραδείγματα, τὰ ὁποῖα ἔχουσιν ἀναφορὰν πρὸς πράγματα κινητὰ, προκύπτουσιν ἐκ τούτου ἄλλοι τόποι Γενικοὶ Τύποι, τοὺς ὁποίους δυνάμεθα νὰ μεταχειριζώμεθα εἰς κάθε Ἰδιαιτέραν Περίστασιν. ἂν ἐν τῷ πρώτῳ τούτων Παραδείγματι

 ληφθῶσι

ληφθῶσι τὰ Μίλλια (τὰ ὁποῖα καθ' ἑκάστην ὁ πρῶτος διέτρεχε) $=\alpha$, τὰ δὲ Μίλλια (τὰ ὁποῖα ὁ δεύτερος καθ' ἑκάστην ἐποίει) $=\beta$. ὁ δὲ δοθεὶς χρόνος γ, καὶ ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς $=\chi$, προκύπτουσι τὰ ἑξῆς

$$\alpha\gamma+\alpha\chi=\beta\chi$$
$$\alpha\gamma=\beta\chi-\alpha\chi$$
$$\alpha\gamma=(\beta-\alpha)$$
$$\frac{\alpha\gamma}{\beta-\alpha}=\chi\ \ldots \quad \text{Τύπος πρῶτος}$$

ὅθεν ὁ Κανὼν εἰς τὴν πρώτην ταύτην Περίστασιν προσδιορίζει οὕτω „ ἀφ' οὗ πολλαπλασιασθῶσι τὰ Μίλλια τοῦ πρώτου μετὰ τοῦ δοθέντος χρόνου, καὶ διαιρεθῶσι διὰ τῆς Διαφορᾶς τῶν Μιλλίων, τὰ ὁποῖα ἕκαστος τούτων ποιεῖ καθ' ἑκάστην, προκύπτει ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν.

Ἂν ἐν τῷ δευτέρῳ Παραδείγματι ὑποτεθῶσιν $=\alpha$ τὰ Μίλλια, τὰ ὁποῖα καθ' ἑκάστην ὁ πρῶτος διανύει, ὁ δὲ παρελθὼν χρόνος (καθὼς ἐνταῦθα τῶν πέντε ἡμερῶν) ὑποτεθῇ β, ὁ δὲ δοθεὶς τῆς κινήσεως ἀριθμὸς $=\gamma$, καὶ ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν Μιλλίων $=\chi$, ἔσονται τὰ ἑξῆς

$$\alpha\beta+\alpha\gamma=\gamma\chi,\ \text{ἤτοι}\ \frac{\alpha\beta+\alpha\gamma}{\gamma}=\chi\ \text{τουτέστι}$$

$$\frac{\alpha\beta}{\gamma}+\alpha=\chi\ \ldots\ldots \quad \text{Τύπος δεύτερος}$$

Ἐν ταύτῃ τῇ δευτέρᾳ Περιστάσει εἶναι οὗτος ὁ Κανών. „ ὅτι ἀφ' οὗ τὸ Γινόμενον, (καθὼς τὸ $\alpha\beta$) τὸ ὁποῖον παράγεται ἐκ τῶν ἠριθμημένων Μιλλίων τοῦ πρώτου Ταχυδρόμου καὶ ἐκ τῶν ἡμερῶν, καθ' ἃς οὗτος πρότερον πορεύεται, συναφθῇ μὲ τὸ ἐκ τοῦ δεδομένου χρόνου καὶ Μιλλίων τοῦ πρώτου Γενόμενον (ὡς ἀνωτέρω $\alpha\beta+\alpha\gamma$), καὶ διαιρεθῇ ἔπειτα διὰ τοῦ ἰδίου δεδομένου χρόνου (ὡς $\frac{\alpha\beta}{\gamma}+\alpha=\chi$), εὑρίσκεται ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν Μιλλίων.

Ἂν δὲ εἰς τὸ τρίτον καὶ τελευταῖον Παράδειγμα τὸ δοθὲν Διάστημα, καθ' ὃ οἱ δύω τόποι ἀπέχουσιν ἀπ' ἀλλήλων, ληφθῇ $=\alpha$, τὰ τὰ δὲ Μίλλια τοῦ Πρώτου $= \beta$, τὰ δὲ τοῦ δευτέρου $= \gamma$ ϗ ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς $= \chi$, ἔσαι

$$\beta\chi + \gamma\chi = \alpha$$
$$(\beta + \gamma)\,\chi = \alpha$$
$$\chi = \frac{\alpha}{\beta + \gamma} \quad \ldots \quad \text{Τύπος τρίτος}$$

Ὅθεν ἐνταῦθα πηγάζει τοιοῦτος Κανών, „ὅτι ἂν διαιρεθῇ τὸ διδόμενον διάστημα διὰ τοῦ ἀθροίσματος τῶν Μιλλίων τοῦ πρώτου ϗ δευτέρου, τὸ ἐκ τῆς Διαιρέσεως Πηλίκον εἶναι ὁ ζητούμενος ἀριθμός.

ΠΡΟ'ΒΛΗΜΑ β'.

§. 118. Νὰ λύωμεν Ἐξίσωσιν δύω ἀγνώστων Ποσοτήτων.

ΠΡΑΚΤΕ'Α.

α'.) Ζητοῦμεν ϗ ἐν ταῖς δυσὶν Ἐξισώσεσι τὴν Δύναμιν μόνον ἑνὸς ϗ τοῦ ἰδίου ἀγνώστου Ποσοῦ διὰ τῆς μεταθέσεως.

β'.) Παραβάλλομεν τὰς δύω ταύτας Δυνάμεις πρὸς ἀλλήλας, ϗ κατὰ τοὺς ἀνωτέρω Κανόνας ζητοῦμεν τὴν Δύναμιν τοῦ ἑτέρου λοιποῦ ἀγνώστου.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓ. α'.

Νὰ εὕρωμεν δύω ἀριθμοὺς, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα ἐστὶν $= 100$, ἡ δὲ τούτων Διαφορὰ $= 30$.
ἔσω τῶν ζητουμένων ἀριθμῶν ὁ μὲν χ, ὁ δὲ φ.
κατὰ τὴν πρώτην Συνθήκην $\chi + \varphi = 100$

κατὰ