ΟΡΙΣΜΟΣ γ'.

§. 44. Δυναμοδείκτης ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς ὁ δεικνύων, εἰς ποίαν Δύναμιν, ἢ βαθμὸν ὑψώθη μία Ποσότης. ὅθεν ὁ Δυναμοδείκτης τῆς πρώτης Δυνάμεως ἐστὶν ἡ Μονὰς, πραγματικῶς ὅμως δὲν γράφεται, ἀλλὰ πάντοτε ἐννοεῖται ἔξωθεν. ἐπειδὴ κάθε Ποσὸν ἀλγεβραϊκὸν, καθὼς ἔχει ἕνα Συνεργὸν, οὕτω πρέπει νὰ ἔχῃ καὶ ἕνα Δυναμοδείκτην. π. χ. α ἐστὶν πρώτη Δύναμις. α^2 εἶναι δευτέρα Δύν. ἢ τὸ Τετράγωνον. τὸ δὲ α^3 εἶναι τρίτη Δύναμις, ἢ Κύβος κ. τ. λ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 45. Ἐπειδὴ καὶ αἱ Δυνάμεις αὐταὶ δύνανται νὰ εἶναι ἀόριστοι, καθὼς καὶ αὐτὰ τὰ Ποσὰ, διὰ τοῦτο δύναται ὁ Δυναμοδείκτης νὰ ἐκφράζηται ἐνίοτε καὶ διά τινος Γράμματος. π. χ. τὸ β^{μ} σημαίνει, ὅτι τὸ Ποσὸν β ἤρθη εἰς τὴν Δύναμιν μ. τὸ δὲ $\alpha^{\nu}\beta$ δηλοῖ ὁμοίως, ὅτι τὸ Ποσὸν α ἤρθη εἰς τὴν Δύναμιν ν, καὶ ἐπολλαπλασιάσθη μετὰ τοῦ β.

ΠΟΡΙΣΜΑ α'.

§. 46. Αἱ Ποσότητες αἱ ἔχουσαι Διαφόρους Δυναμοδείκτας, εἰσὶν ἀνόμοιοι πρὸς ἀλλήλας. διότι ἐπειδὴ ὁ Δυναμοδείκτης δεικνύει, πο-

Ε.Υ.Δ τμ.Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

σάκις ἐπέθη τὸ Γράμμα, διὰ τοῦτο τότε, ὅταν ὑπάρχωσιν οἱ Δυναμοδεῖκται διάφοροι, πρέπει νὰ εἶναι καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν Γραμμάτων διάφορος, καὶ διὰ αὐτὸ τοῦτο εἰσιν ἀνόμοια τὰ Ποσά. ὅθεν δύω Ποσὰ ἔχοντα Διαφόρους Δυναμοδείκτας, δὲν δυνάμεθα νὰ ἀγάγωμεν εἰς ἓν ἀσύμπλεκτον Ποσὸν, ἢ εἰς ἓν Μέλος. π. χ. ἐκ τοῦ $2a^3 + 4a^2$ δὲν δύναται νὰ γένῃ μία Ποσότης ἀσύμπλεκτος. ἐξ ἐναντίας δὲ ἐκ τοῦ $2a^3 + 4a^3$ γίνεται $6a^3$. ἐπειδὴ ἀμφότερα ἔχουσι τὸν αὐτὸν Δυναμοδείκτην τὸν 3. ὅταν λοιπὸν θέλομεν νὰ προσθέσωμεν, ἢ νὰ ἀφαιρῶμεν Ποσὰ ἔχοντα Διαφόρους Δυναμοδείκτας, πρέπει νὰ τὰ γράφωμεν κατὰ τάξιν ἄνευ Ἐπιτομῆς.

ΠΟΡΙΣΜΑ β.

§. 47. Εἰς δὲ τὸν Πολλαπλασιασμὸν πρέπει μόνον νὰ συνάπτωμεν ὁμοῦ τοὺς Δυναμοδείκτας. π. χ. $a^3 \times a^2$ γίνεται a^{3+2} ἤτοι a^5. $a^2 \beta^3 \gamma^2 \times a^4 \beta^2 \gamma^3$ ποιεῖ $a^6 \beta^5 \gamma^5$. ἐπειδὴ κάθε Δυναμοδείκτης δεικνύει, ποσάκις ἐπέθη τὸ αὐτὸ Γράμμα ἐν ἑκατέρῳ τῶν Παραγόντων. ἐν δὲ τῷ Γινομένῳ πρέπει νὰ ἑνωθῶσιν αὐτὰ τὰ Γράμματα, ἢ νὰ τεθῶσι τοσάκις, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν ἑκατέρῳ τῶν Παραγόντων. τὸ Κεφάλαιον λοιπὸν τῶν μονάδων δεικνύει τὸ Κεφάλ. τῶν Γραμμάτων, καὶ οὕτω διὰ τῆς Συνάψεως τῶν Δυναμοδεικτῶν ἀποκτῶμεν τὸν Δυναμοδείκτην τοῦ Γινομένου. π. χ. $a^6 \times a^3$ εἶναι $= a^{6+3}$ τουτέστι a^9. ἐπειδὴ $a^6 = aaaaaa$, καὶ $a^3 = aaa$, αὐτὰ πολλαπλασιασθέντα μετ' ἀλλήλων, ποιοῦσι Γινόμενον $aaaaaaaaa$ τουτέστι a^9. $a \times a$ εἶναι $= a^{1+1}$ ἤτοι a^2. $a^\mu \times a^\nu$ εἶναι $= a^{\mu+\nu}$. $a^\mu \times a$, ἐστὶν $= a^{\mu+1}$. $a^\mu \times a^\mu$ εἶναι $= a^{\mu+\mu}$ ἤτοι $a^{2\mu}$. τὸ $a^\mu \times \beta\phi$ εἶναι $= a^\mu \beta\phi$, τὸ δὲ $3a^2 \times 4\beta^3$ εἶναι $= 12a^2\beta^3$.

ΣΧΟ-

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 48. Εἰς τὴν Διαίρεσιν, ὅπις ἀντίκειται τῷ Πολλαπλασιασμῷ; πρέπει νὰ ἀφαιρῶνται οἱ Δυναμοδεῖκται. διότι ὡσὰν ὁπῦ δυνάμεθα τόσον ἐκ τῦ Διαιρετέυ, ὅσον ϗ ἐκ τῦ Διαιρέτυ νὰ ἐξαλείφωμεν ἴνα ἴσον ἀριθμὸν τῶν Ἰδίων Γραμμάτων, διὰ τῦτο εἶναι τὸ ἴδιον νὰ ἀφαιρεθῶσιν ἀπὸ τῦ Δυναμοδείκτυ τῦ Διαιρετέυ τόσαι Μονάδες, ὅσας ἔχει ὁ Δυναμοδείκτης τῦ Διαιρέτυ π. χ. $\alpha^{9} : \alpha^{3}$ γίνεται α^{9-3} ἤτοι α^{6}. ἐπειδὴ ἐὰν ἀπὸ $\dfrac{\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha\alpha}{\alpha\alpha\alpha}$ ἐξαλείψωμεν ἕνα ἴσον ἀριθμόν, τυτέστι ἑκατέρωθεν ἀπὸ τρία α, μένυσιν ἔτι αααααα τυτέστι α^{6}. $\alpha : \alpha$ γίνεται α^{1-1} τυτέστι $\alpha^{0} = 1$. ἐπειδὴ ὁ Συνεργὸς 1 περιέχεται ἐν τῷ 1 ἅπαξ, $\dfrac{\alpha}{\alpha}$ σβύονται. λοιπὸν $\alpha : \alpha$ ἢ $\alpha^{0} = 1 . \alpha^{\mu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{\mu-\nu}$. $\alpha^{3} : \alpha^{9}$ γίνεται $\alpha^{3-9} = \alpha^{-6}$. β^{μ} $\beta = \beta^{\mu-6}$. μία Ποσότης λοιπὸν ἥτις ἔχει Δυναμοδείκτην τὸ μηδενικὸν 0, εἶναι ἴση Μονάδι. ἐκεῖνο δὲ τὸ Ποσὸν ὁπῦ ἔχει Δυναμοδείκτην ἀποφατικὸν εἶναι ἴσον Κλάσματι.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ά.

§. 49. Νὰ ἄρωμεν (ὑψώσωμεν) μίαν δοθεῖσαν Ποσότητα εἰς τὴν Δευτέραν, ἢ εἰς ἄλλην τινα ὡρισμένην, ἢ ἀόριστον Δύναμιν.

ΛΥΣΙΣ ἢ ΠΡΑΚΤΕΑ.

Ἐὰν ζητῶμεν νὰ ὑψώσωμεν τὸ δοθὲν Ποσὸν εἰς τὴν Δευτέραν Δύναμιν, πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν αὐτὸ

K 3 ἑαυ-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ. ... ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ἐφ' ἑαυτὸ ἅπαξ. ἐὰν δὲ ζητῶμεν τὴν Τρίτην Δύναμιν τουτέστι τὸν Κύβον αὐτοῦ τοῦ Ποσοῦ, πολλαπλασιάζομεν αὐτὸ δὶς, καὶ οὕτως ἀκολουθοῦμεν γενικῶς, τουτέστιν ὁσάκις περιέχεται ἡ Μονὰς εἰς τὸν Ἐκθέτην τῆς ζητουμένης Δυνάμεως, τοσάκις, πλὴν ἅπαξ, πολλαπλασιάζομεν τὸ διδόμενον Ποσὸν ἐφ' ἑαυτὸ, δηλαδὴ ἐπὶ τὴν ῥίζαν, ὅταν, δὸς εἰπεῖν, ζητῆται ἡ Τετάρτη Δύναμις, πολλαπλασιάζομεν τότε τὸ Ποσὸν τρεῖς φορᾶς ἐφ' ἑαυτό. τὸ Τετράγωνον τοῦ a ἐστὶν $a \times a$, ἢ aa, τουτέστι $a^{1\times 2} = a^{2}$. ὁ Κύβος τοῦ a εἶναι $a \times a \times a$, ἢ $aa \times a$, τουτ' ἔστιν $a^{1\times 3} = aaa$, ἢ a^{3}. ἐὰν δὲ ζητῆται νὰ ὑψώσωμεν τὸ Ποσὸν a^{μ} εἰς Δύναμιν ν, πολλαπλασιάζομεν τὸ μ μετὰ τοῦ ν, καὶ τότε τὸ ζητούμενον ἔσται $a^{\mu\times\nu}$, ἢ $a^{\mu\nu}$. τὸ a ἀρθὲν εἰς τὴν ἐννάτην Δύναμιν, εἶναι $a^{1\times 9} = a^{9}$. ὅταν δὲ χρειαζώμεθα νὰ ἄρωμεν τὸ Ποσὸν a^{2} τουτέστι τὸ aa εἰς τὴν ἕκτην Δύναμιν, γίνεται οὕτως $a^{2\times 6} = a^{12}$. ἐπειδὴ τὸ aa πεντάκις μεθ' ἑαυτοῦ, τουτέστι μετὰ τοῦ aa πολλαπλασιασθὲν, παράγει a^{12}. κ. τ. λ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἡ Δευτέρα Δύναμις κατὰ τὸν ἀνωτέρω Ὁρισμὸν (§. 37.) εἶναι τὸ Γινόμενον ἑνὸς Ποσοῦ ἅπαξ ἐφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιασθέντος, ἡ δὲ Τρίτη Δύναμις ἐστὶ τὸ

Γινό-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.: Κ. Θ. Πέτσιος τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Γινόμενον ἑνὸς Ποσῦ. τὸ ὁποῖον ἐπολλαπλασιάσθη δὶς μεθ᾽ ἑαυτῦ. ἡ δὲ Τετάρτη Δύναμις εἶναι τὸ Γινόμενον ἑνὸς Ποσῦ τρὶς ἐφ᾽ ἑαυτὸ πολλαπλασιασθέντος. κ. τ. ἐὰν λοιπὸν πολλαπλασιασθῇ μία Ποσότης ἐφ᾽ ἑαυτὴν τοσάκις, ὅσαι Μονάδες, πλὴν μιᾶς, περιέχονται εἰς τὸν Ἐκθέτην τῆς ζητυμένης Δυνάμεως, ἀποκτῶμεν τότε τὴν ζητυμένην Δύναμιν.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠΙΣ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 50. Ἐὰν ἔχωμεν νὰ ὑψώσωμεν μίαν Σύνθετον Ποσότητα εἰς τινα Δύναμιν, πρέπει νὰ γράφωμεν ἐπάνω εἰς κάθε Γράμμα τὸν Δυναμοδείκτην. εἰς δὲ τὰ Κλάσματα πρέπει νὰ γράφωμεν τὸν Δυναμοδείκτην, καὶ ἐπὶ τῦ ἀριθμητῦ καὶ ἐπὶ τῦ Παρονομαστῦ, π. χ. ἡ Πέμπτη Δύναμις τῦ $αβγ$ εἶναι $α^5 β^5 γ^5$. ἡ Δύναμις $μ$ τῦ Ποσῦ $\frac{αβ}{γδ}$ ὑπάρχει $\frac{α^μ β^μ}{γ^μ δ^μ}$. Ὁ δὲ Κύβος ἐκ τῦ $\frac{2αγ}{5δε}$ εἶναι $\frac{8α^3 γ^3}{125δ^3 ε^3}$. δυνάμεθα δὲ τῦτο νὰ ἐκφράζωμεν ἐνίοτε καὶ ἄλλως, περικλείοντες δηλονότι τὸ Ποσὸν ἐν Παρενθέσει, ἢ γράφοντες ἐπὶ τῦ Ποσῦ μίαν Γραμμήν, τιθέντες τὸν Δυναμοδείκτην τῆς Δυνάμεως πλησίον πρὸς τὰ δεξιά. οἷον. $(αβγ)^5$, ἢ $\overline{αβγ}^5$. ὡσαύτως καὶ ἡ Δύναμις $μ$ τῦ Ποσῦ $αα - βγ$ γράφεται ὕτως $(αα-βγ)^μ$, ἢ ὕτως $\overline{αα-βγ}^μ$.

Ψηφιοποίηση Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 51. Ἐὰν θέλωμεν νὰ ὑψώσωμεν ἓν Διμερὲς Ποσὸν εἰς τὴν Δευτέραν Δύναμιν, τότε πρέπει νὰ ἀκολουθήσωμεν τοὺς συνήθεις Κανόνας τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ. π. χ. τὸ Τετράγωνον τοῦ $\alpha + \beta$, ἢ $-\alpha - \beta$, ἐστὶν $\alpha\alpha + 2\alpha\beta + \beta\beta$, ἢ $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$. τὸ δὲ Τετράγωνον τοῦ $-\alpha + \beta$ εἶναι $\alpha\alpha - 2\alpha\beta + \beta\beta$. ἢ $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$. ἐκ τούτου ἕπεται τὸ ἑξῆς Θεώρημα.

ΘΕΏΡΗΜΑ α΄.

§. 52. Τὸ Τετράγωνον ἑνὸς Διμεροῦς Ποσοῦ συνίσταται ἐκ τοῦ Τετραγώνου τοῦ Πρώτου Ὅρου, καὶ ἐκ τοῦ Τετραγώνου τοῦ Δευτέρου Ὅρου, καὶ ἐκ τοῦ δὶς ληφθέντος Γινομένου τούτων τῶν Δύω Ὅρων ἀλλήλοις πολλαπλασιασθέντων.

ΔΕΙ͂ΞΙΣ.

Ἐπειδὴ, ἀφ᾽ οὗ πολλαπλασιάσωμεν αὐτὸ τὸ Διμελὲς Ποσὸν, ἀποκτῶμεν $\alpha\alpha$ καὶ $\beta\beta$, τουτέστι τὰ Τετράγωνα ἑκατέρων τῶν Ὅρων, πρὸς τούτοις ἀποκτῶμεν καὶ $2\alpha\beta$, δηλαδὴ τὸ ἐκ τῶν Ὅρων διπλοῦν Γινόμενον. ἐὰν τοῦτο τὸ Διπλοῦν Γινόμενον εἶναι Καταφατικὸν, τότε οἱ Ὅροι εἰσὶν Ταυτοσύμβολοι, οἷον $+\alpha + \beta$, ἢ $-\alpha - \beta$, ἐὰν δὲ εἶναι ἀποφατικὸν, τότε οἱ Ὅροι εἶναι Ἑτεροσύμβολοι, οἷον $+\alpha - \beta$, ἢ $-\alpha + \beta$.

ΟΡΙΣ-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΟΡΙΣΜΟΣ δ.

§. 53. Εὐτελὲς Τετράγωνον λέγεται ἐκεῖνο, ὅπερ συνίσαται ἐξ ὅλων τῶν ἀνωτέρω εἰρημένων τειῶν Μελῶν, οἷον τὸ $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$. ἀτελὲς δὲ Τετράγωνον λέγομεν ἐκεῖνο, τοῦ ὁποίου λείπει τι Μέλος, οἷον τὸ $\alpha^2 + 2\alpha\beta$, τοῦ ὁποίου λείπει β^2, διὰ νὰ γένῃ Εὐτελές. ὁμοίως καὶ τὸ $\alpha^2 + \beta^2$ ὀνομάζεται Τετράγωνον ἀτελές. ἐπειδὴ λείπει ἀπ' αὐτοῦ $2\alpha\beta$, καθὼς καὶ ἀπὸ τοῦ $2\alpha\beta + \beta^2$ λείπει, τὸ α^2.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 54. Ὅταν ἔχωμεν νὰ ἄρωμεν ἓν Διμερὲς Ποσὸν εἰς τὴν Τρίτην Δύναμιν, τότε πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸ Τετράγωνον αὐτοῦ ἔτι ἅπαξ μετὰ τῆς Ῥίζης. οἷον $\alpha\alpha + 2\alpha\beta + \beta\beta \times \alpha + \beta$, καὶ τότε ἀποκτῶμεν τὴν Τρίτην Δύναμιν, ἤτοι τὸν Κύβον $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$. ἐκ τούτου ἕπεται τὸ ἑξῆς.

ΘΕΩΡΗΜΑ β.

§. 55. Ὁ Κύβος ἑνὸς Διμεροῦς Ποσοῦ συνίσαται ἀπὸ τὸν Κύβον τοῦ Πρώτου Ὅρου, καὶ ἀπὸ τὸν Κύβον τοῦ Δευτέρου, καὶ ἀπὸ τὸ τρὶς ληφθὲν Γινόμενον ἔκ τε τοῦ Δευτέρου Ὅρου καὶ τοῦ Τετραγώνου τοῦ Πρώτου, καὶ ἀπὸ τὸ τρὶς

λη-

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ληφθὲν Γινόμενον ἔκ τε τῶ Πρώτω Ὅρω ϗ τῶ Τετραγώνω τῶ Δωτέρω.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπειδὴ διὰ τῶ Πολλαπλασιασμῶ ἀποκτῶμεν α^3 ϗ β^3 (τυτέςι τὺς Κύβυς τῶ α ϗ β Ὅρω) ϗ τὰ $\alpha^2 \times \beta$ ϗ $\beta^2 \times \alpha$, ἀμφότερα τρὶς ληφθέντα, ἤτοι $3\alpha^2\beta$ ϗ $3\alpha\beta^2$. ἄρα ποριζόμεθα τὸ τριπλῶν Τετράγωνον τῶ πρώτω Ὅρω πολλαπλασιασθέντος μετὰ τῶ Δωτέρω, ϗ αὖθις τὸ τριπλῶν Τετράγωνον τῶ Δωτέρω Ὅρω πολλαπλασιασθέντος μετὰ τῶ πρώτω, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΣΧΟΛΙΟΝ ά.

§. 56. Κατ' αὐτὴν τὴν Μέθοδον δυνάμεθα νὰ συςήσωμεν Κανόνας ϗ Τύπυς ϗ διὰ κάθε ἄλλην Δύναμιν, ϗ ἐκ τύτων νὰ ἀποφέρωμεν Θεωρήματα.

ΣΧΟΛΙΟΝ β'.

§. 57. Τὰ ἕως ὧδε εἰρημένα δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν ϗ διὰ ἀριθμῶν. π. χ. ἐὰν διέλωμεν τὸν 12 ἀριθμὸν εἰς 10 ϗ 2, ϗ ἀποκαταςήσωμεν τὸ ἐκ τύτων Τετράγωνον κατὰ τὺς Καν. τῆς Ἀλγέβρας, γενήσεται σαφεςέρα ἡ ἀλήθεια τῶ πράγματος. ϗ γὰρ

$$\begin{array}{l} 10 + 2 \\ 10 + 2 \\ \hline 100 + 20 \\ \quad\;\; + 20 + 4 \\ \hline 100 + 40 + 4 \end{array}$$

τυτέςι τὸ Τετράγωνον τῶ 10 = 100, τὸ διπλῶν Γινόμ. ἐκ τῶν 10 × 2 ἐςὶν = 40 ϗ τὸ Τετράγ. τῶ 2 = 4, ἢ

$$\begin{array}{r} 100 \\ 40 \\ 4 \\ \hline 144 \end{array}$$

Τὸ ὅλον Τετράγωνον

γωνον ὑπάρχει 144, ὅπερ ἀποκτῶμεν ὡσαύτως, ἢ ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὰ 12 μετὰ τῶν 12.

ΣΧΟΛΙΟΝ γ'.

§. 58. Ἐὰν ἁπλοῖ ἀριθμοὶ (ἀπὸ τῆς Μονάδος δηλονότι μέχρι τῶν 9) ἀρθῶσιν εἰς τὴν Δευτέραν Δύναμιν, τὸ Τετράγωνον αὐτῶν θέλει ἔχη μόνον δύω χαρακτῆρας ἀριθμητικὰς, ὅπερ γίνεται φανερὸν, ἀφ' οὗ πολλαπλασιάσωμεν τοὺς τοιούτους ἀριθμοὺς ἐφ' ἑαυτούς. ἐπειδὴ 8 X 8 = 64, ἢ 9 X 9 = 81. τὰ δὲ Τετράγωνα τῶν ἀπὸ 10 ἕως τῶν 100 ἀριθμῶν ἔχουσι τρεῖς, ἢ τέσσαρας χαρακτῆρας. ἢ γὰρ 10 X 10 = 100, ἢ 50 X 50 = 2500. Τὰ δὲ Τετράγωνα τῶν 100 μέχρι τῶν 1000 ἔχουσι πέντε, ἢ ἓξ χαρακτ. κ. τ. λ. ὁ Κύβος τοῦ 9 συνίσταται μόνον ἐκ τριῶν χαρακτ. οἷον 729. ὁ δὲ Κύβος τοῦ 10 συνίσταται ἐκ τεσσάρων. ὁ δὲ Κύβος τοῦ 100 ἔχει ἑπτὰ χαρακτ. ἢ οὕτως ἐφεξῆς. πάντα ταῦτα δεικνύονται ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ καὶ ἐκ τῆς ὑψώσεως αὐτῶν εἰς Δυνάμεις. τὰ δὲ Τετράγωνα ἢ οἱ Κύβοι τῶν πρώτων ἐννέα ἀριθμῶν ἐκθέτονται ἐν τῷ ἑξῆς Πίνακι.

αἱ ῥίζαι	1	2	3	4	5	6	7	8	9
τὰ Τετράγωνα	1	4	9	16	25	36	49	64	81
οἱ Κύβοι.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

δοθέντος λοιπὸν ἀριθμοῦ τινος, δυνάμεθα νὰ ἰδῶμεν παρευθὺς, πόσους χαρακτῆρας πρέπει νὰ ἔχη ἡ ῥίζα αὐτοῦ. Ἐὰν δηλαδὴ ἓν Τετράγωνον συνίσταται ἐξ ἑνὸς, ἢ δύω χαρακτήρων, τότε ἡ ῥίζα πρέπει νὰ ἔχη μόνον ἕνα. τρεῖς δὲ ἢ τέσσαρες χαρακτῆρες ἐν τῷ Τετραγώνῳ παρόντες, δεικνύουσιν, ὅτι ἡ ῥίζα αὐτοῦ συνίσταται ἐκ δύω χαρακτήρων, ἢ οὕτως ἐφεξῆς. ἐὰν ὁ Κύβος ἔχη ἕνα, ἢ δύω, ἢ τρεῖς χαρακτῆρας, ἡ ῥίζα αὐτοῦ ἔχει ἕνα μόνον· ἐὰν δὲ ὁ Κύβος ἔχη τέσσαρας, πέντε, ἢ ἓξ χαρακτῆρας, τότε συνίσταται ἡ Ρίζα ἐκ δύω· ἢ ἐὰν ὁ Κύβος ἔχη ἑπτὰ, ὀκτὼ, ἐννέα, ἡ ῥίζα τότε ἔχει τρεῖς, κ. τ.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ τηςΚ.Π.Ι ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΟΡΙΣΜΟΣ ι.

§. 59. Ἀληθὲς Τετράγωνον εἶναι ἐκεῖνο, ἐκ τοῦ ὁποίου δύναται νὰ ἐξαχθῇ ἡ ῥίζα ἐντελῶς. Μὴ ἀληθὲς δὲ Τετράγ. εἶναι ἐκεῖνο, ὅπου ἔχει, ἄλογον ῥίζαν π. χ. 16 εἶναι ἀληθὲς Τετράγωνον. ἐπειδὴ ἡ ῥίζα αὐτοῦ ὑπάρχει ὁ ἀριθ. 4. ὁ δὲ ἀριθ. 12 ἐξ ἐναντίας εἶναι Τετράγωνον μὴ ἀληθές. ἐπειδὴ ἡ ῥίζα αὐτοῦ εἶναι ἄλογος. τοιαῦτα ἀτελῆ Τετράγ. λέγονται καὶ ἄλογα Ποσὰ, περὶ τῶν ὁποίων ἐν τοῖς κατωτέρω πραγματευσόμεθα.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 60. Κάθε ἀληθὲς Τετράγωνον ἔχει εἰς τὸ τέλος ἕνα τούτων τῶν χαρακτήρων 1, 4, 5, 6, 9, ἢ δύο, ἢ καὶ πλείω μηδενικὰ, τῶν ὁποίων προηγεῖται τις τούτων τῶν χαρακ. ὁ δὲ ἀριθμὸς ὁ ἔχων ἐν τῷ τέλει ἕνα μόνον Μηδενικὸν 0, ἢ τοὺς χαρακτῆρας 2, 3, 7, 8, δὲν εἶναι ἀληθὲς Τετράγωνον. πλὴν δὲν πρέπει πάλιν νὰ ἐκλάβωμεν, ὅτι κάθε ἀριθμὸς, ὅστις ἔχει ἐν τῷ τέλει τοὺς ἀνωτέρω χαρακτῆρας, ὑπάρχει ἤδη Τετράγωνος. διὰ τῆς ἐξαγωγῆς τῶν ῥιζῶν θέλομεν δυνηθῆ νὰ καταλάβωμεν τὸ τοιοῦτον σαφέστατα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ β'.

§. 61. Νὰ ἐξάγωμεν ἔκ τινος Μονομελοῦς Ποσοῦ τὴν ζητουμένην ῥίζαν, οἷον τὴν Τετραγωνικὴν, ἢ Κυβικὴν, ἢ ἄλλην τινά.

ΠΡΑΚΤΕΑ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΚ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.Π.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΡΑΚΤΕΑ ἢ ΛΥΣΙΣ.

Διαιροῦμεν τὸν Δυναμοδείκτην τοῦ δοθέντος Ποσοῦ διὰ τοῦ ἀριθμοῦ, ὅστις δεικνύει, ὁποίας Δυνάμεως ῥίζα ζητεῖται π. χ. ἐὰν ζητῆται ἡ Τετραγωνικὴ ῥίζα τοῦ a^2, διαιροῦμεν τὸν Δυναμοδ. τοῦ α διὰ τοῦ 2 καὶ οὕτω γίνεται $a^{\frac{2}{2}} = a^1 = a$. ἐὰν δὲ ζητῆται ἡ Τετραγ. ῥίζα τοῦ α, γράφομεν $a^{\frac{1}{2}}$. ἐὰν δὲ ζητῆται τοῦ a^4 ἡ Τετάρτη ῥίζα, γράφομεν $a^{\frac{4}{4}} = a$, ἐὰν δὲ ζητῆται τοῦ a^4 ἡ Δευτέρα ῥίζα, γίνεται $a^{\frac{4}{2}} = a^2$. καὶ ἐν γένει ἐὰν ζητῆται ἡ ν Δύναμις τοῦ Ποσοῦ a^{μ}, γράφομεν $a^{\frac{\mu}{\nu}}$. ὅταν θέλωμεν ἁπλῶς μόνον νὰ ἐκθέσωμεν τὴν ἐξαγωγὴν τῶν ῥιζῶν, τότε θέτομεν πρὸ τοῦ Ποσοῦ τὸ ῥιζικὸν Σημεῖον (§. 42) μετὰ τοῦ Ἐκθέτου αὐτοῦ π. χ. $\sqrt[4]{a^2}$ ἢ $\sqrt[\nu]{a^{\mu}}$

ΔΕΙΞΙΣ.

Μία Ποσότης ὑψώνεται εἰς τινὰ Δύναμιν, ἐὰν πολλαπλασιασθῇ ὁ Δυναμοδείκτης τοῦ Ποσοῦ μετὰ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ ἐμφαίνοντος τὴν ζητουμένην Δύναμιν κατὰ τὸ (§. 49). λοιπὸν ἐκ μιᾶς Δυνάμεως ἐξάγεται ἡ ῥίζα ἐὰν διαιρεθῇ ὁ Δυναμοδείκτης τοῦ διδομένου Ποσοῦ διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ ἐμφαίνοντος τὴν ζητουμένην ῥίζαν. καὶ γὰρ ἡ Διαίρεσις λύει, ὅπερ ὁ Πολλαπλασιασμὸς συνθέτει. ἀλλὰ μὴν αἱ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ. ΕΠ.ΕΑΕΚ ΙΙ
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

αἱ Δυνάμεις γεννῶνται διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ. αὗται αὗται ἄρα λύονται διὰ τῆς Διαιρέσεως εἰς τὰς ἑαυτῶν ῥίζας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

§. 61. Τὴν ῥίζαν ἑνὸς Τετραγωνικοῦ ἀριθμοῦ ἐξ ἑνὸς ἢ δύω χαρακτήρων συγκειμένου βλέπομεν ἀνωτέρω ἐν τῷ Πινάκι (§. 58.).

ΠΡΟΒΛΗΜΑ γ'.

§. 63. Νὰ ἐξάγωμεν τὴν Τετραγωνικὴν ῥίζαν ἔκ τινος Διμελοῦς Ποσοῦ.

ΠΡΑΚΤΕΑ, ἡ ΛΥΣΙΣ.

Ἐπειδὴ κάθε Τετράγωνον Διμελοῦς Ποσοῦ συνίσταται ἐκ τῶν Τετραγώνων τοῦ Πρώτου καὶ Δευτέρου Ὅρου, καὶ ἐκ τοῦ δὶς ληφθέντος Γινομένου τῶν Ὅρων, διὰ τοῦτο ἀποκτῶμεν τὴν Διμελῆ ῥίζαν, ἐὰν ἐξαγάγωμεν ἐκ τοῦ Πρώτου Τετραγώνου a^2 τὴν ῥίζαν, ἥτις ὑπάρχει τὸ Πρῶτον Μέλος ὅλης τῆς ῥίζης, καὶ ἐν ταυτῷ ἕνας Παράγων τοῦ Διπλοῦ Γινομένου, ἤτοι τοῦ $2ab$, ὅπερ διαιροῦμεν ἔπειτα διὰ τοῦ Διπλασίου Πρώτου Παράγοντος, ἤτοι $2a$, καὶ τὸ Πηλίκον b ὑπάρχει τὸ Δεύτερον Μέλος τῆς ὅλης ῥίζης, τὸ ὁποῖον γράφομεν μετὰ τοῦ ἑαυτοῦ Σημείου εἰς τὸν τόπον του. ὕστερον ἀφαιροῦμεν τὰ Τετράγωνα ἑκατέρων τῶν Μελῶν σὺν τῷ δὶς ἐξ αὐτῶν Γινομένῳ ἀπὸ τοῦ δοθέντος Τετραγώνου. π. χ. ζητεῖται νὰ ἐξαχθῇ ἡ Τετραγωνικὴ ῥίζα

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

$$
\begin{array}{l|l}
\alpha\alpha+2\alpha\beta+\beta\beta & \alpha+\beta \\
-\alpha\alpha & \\
\hline
\quad +2\alpha\beta & \\
\quad 2\alpha & \\
\quad +2\alpha\beta & \\
\quad - & \\
\hline
\qquad +\beta\beta & \\
\qquad +\beta\beta & \\
\qquad - & \\
\hline
\qquad 0 &
\end{array}
$$

τῦ $\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$. ὅθεν ἀφ' ῦ ἐξαγάγωμεν ἀπὸ τῦ Τετραγώνυ α^2 τὴν ῥίζαν α, τὴν θέτομεν εἰς τὸν τόπον τῶν Πηλίκων, ϗ ποιῦμεν τὸ Τετράγωνον αὐτῦ ϗ τὸ ἀφαιρῦμεν, μεταβαλόντες τὸ Σημεῖον αὐτῦ, ἤτοι $\alpha\alpha-\alpha\alpha=0$. καταλείπεται ἔτι $2\alpha\beta+\beta\beta$. τὸ εὑρεθὲν Πηλίκον α λαμβάνομεν δεδιπλασιασμένον, ἤτοι 2α, ϗ διαιρῦμεν δι' αὐτῦ τὸ Δεύτερον Μέρος ἤτοι τὸ $2\alpha\beta$, ϗ διὰ τῦ τοιύτυ ἀποκτῶμεν τὸ Πηλίκον β, ὅπερ ἐςὶ τὸ Δεύτερον Μέλος τῆς ῥίζης, ϗ τὸ ὁποῖον πολλαπλασιάζομεν αὖθις μετὰ τῆς ῥίζης, ϗ τὸ ἐκ τύτων Γινόμενον ἀφαιρῦμεν ἀπὸ τῦ Δευτέρυ Μέλυς, $2\alpha\beta-2\alpha\beta=0$. Τετραγωνίζομεν δὲ ϗ τὸ Δεύτερον Μέλος β, ϗ τὸ ἀφαιρῦμεν ἀπὸ τῦ Τρίτυ Μέλυς ἤτοι $\beta^2-\beta^2=0$, ϗ ἐπειδὴ δὲν μένει τίποτε, ἐγένετο ἄρα τὸ ζητύμενον.

ΣΧΟΛΙΟΝ α'.

§. 64. Ἐὰν ὑπάρχῃ τὸ Διπλῦν Γινόμενον ἀποφατικὸν, τῦτο εἶναι Σημεῖον, ὅτι ἓν Μέλος τῆς ῥίζης εἶναι ἀποφατικόν. τῦτο δείκνυται διὰ τῦ Πολλαπλασιασμῦ τῦ $\alpha-\beta$ ἐπὶ $\alpha-\beta$, ἢ τῦ $-\alpha+\beta$ ἐπὶ $-\alpha+\beta$. πάντοτε θέλει εἶναι τὸ Παραγόμενον $\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$.

ΣΧΟΛΙΟΝ β'.

§. 65. Οἱ αὐτοὶ Κανόνες ἰσχύυσι ϗ ἐπὶ τῆς Ἐξαγωγῆς τῆς ῥίζης ἐξ ἀριθμῶν.

ΠΡΟ-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΡΟΒΛΗΜΑ δ'.

§. 66. Νὰ ἐξάγωμεν ἐκ τῦ δοθέντος ἀριθμῦ τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν.

ΠΡΑΚΤΕΑ ἡ ΛΥΣΙΣ.

Καν. α'.) Μερίζομεν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ἀπὸ τῶν Δεξιῶν πρὸς τὰ ἀρισερὰ εἰς Κλάσεις ὕτως, ὥσε εἰς κάθε Κλάσιν νὰ εἶναι (ἐκτὸς τῆς πλουταίας πρὸς τὰ ἀρισερὰ Κλάσεως, ἥτις δύναται νὰ περιέχη ϗ ἕνα μόνον χαρακτῆρα) δύω χαρακτῆρες. εἰς ὅσας λοιπὸν Κλάσεις μερισθῆ ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ἐκ τοσύτων χαρατήρων συνίσαται ἡ ῥίζα αὐτῦ (§. 58.).

Κάν β'.) Ζητῦμεν εἰς τὸν προεκτεθέντα Πίνακα (§. 58.), ἂν ὑπάρχη ἡ ἐκτῶν ἀρισερῶν Πρώτη Κλάσις ἀληθὲς Τετράγωνον, ϗ ἂν μὲν ὑπάρχη τοιῦτον, γράφομεν αὐτὸ ὑποκάτω τῆς Πρώτης Κλάσεως. ἐὰν δὲ ἡ Πρώτη Κλάσις δὲν εἶναι ἀληθὲς Τετράγωνον, τότε λαμβάνομεν τὸ ὡς ἔγγισα ἔλαττον Τετράγωνον, ϗ γράφομεν αὐτὸ ὑπὸ τὴν πρώτην Κλάσιν, τὴν δὲ ῥίζαν αὐτῦ τῦ Τετραγώνυ γράφομεν εἰς τὸν τόπον τῦ Πηλίκυ.

Καν. γ') Ἀφαιρῦμεν τῦτο τὸ Τετράγωνον ἀπὸ τῆς πρώτης Κλάσεως, τὸ δὲ ἐκ τῆς ἀφαιρέσεως καταλειπόμενον (ἐὰν ὑπάρχη) προσγράφομεν εἰς τὴν Ἑπομένην Κλάσιν.

Καν. δ'.) Διπλασιάζομεν τὸ εὑρεθὲν Πηλίκον ϗ γράφομεν αὐτὸ ὡς Διαιρέτην ὑποκάτω τῆς δευτέρας Κλάσεως ὕτως,

ὕτως, ὥστε ὁ τόπ☉ ὁ ὑπὸ τὸν πλάγιον χαρακτῆρα πρὸς τὰ Δεξιὰ νὰ μένῃ κενὸς ϗ ἐλεύθερ☉.

Καν. έ.) Ἤδη ζητῦμεν ποσάκις περιέχεται ὁ Διαιρέτης ἐν τοῖς ἀνωτέρω ἐπ' αὐτῦ κειμένοις ἀριθμοῖς. τὸ δὲ εὑρεθὲν Πηλίκον θέτομεν τόσον εἰς τὸν τόπον τῦ Πηλίκυ πλησίον τῆς πρότερον εὑρεθείσης ῥίζης, ὅσον ϗ εἰς τὸν κενὸν τόπον πλησίον τῦ Διαιρέτυ.

Καν. ς'.) Ὅλον αὐτὸν τὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάζομεν μετὰ τύτυ τῦ ὑστέρως εὑρεθέντ☉ Πηλίκυ ϗ τὸ Γινόμενον ἀφαιρῦμεν ἀπὸ τῦ ἀνωτέρυ ἀριθμῦ, καθὼς ἐν τῷ ἑξῆς παραδείγματι γίνονται σαφέστερα τὰ λεγόμενα.

Ἔστω ὁ δοθεὶς ἀριθμ. 529., διὰ νὰ ἐξαχθῇ ἡ Τετραγωνικὴ τύτυ ῥίζα.

ά.)	5,29	ἐμερίσθη εἰς δύω Κλάσεις. | 23 ἡ ῥίζα.
β'.)	4	τὸ ὡς ἔγγιστα ἔλαττον Τετράγωνον, τῦ ὁποίυ ἡ ῥίζα εἶναι ὁ 2.
γ'.)	129	τὸ καταλειφθὲν μετὰ τῆς ἑπομένης Κλάσεως.
δ' ϗ έ.)	43	τὸ διπλάσιον τῦ Πηλίκυ 2 = 4 ὡς Διαιρέτης, ϗ τὸ δεύτερον Πηλίκον τὸ 3 πλησίον τῦ Διαιρέτυ τεθειμένον εἰς τὸν ἐλεύθερον τόπον ὑποκάτω τῦ 9, ὅπερ Πηλίκον 3 ἐτέθη ϗ εἰς τὸν τόπον τῆς ῥίζης πλησίον τῦ 2.
ς'.)	129	τὸ Γινόμενον ἐκ τῦ 43 ϗ 3, τὸ ὁποῖον ἀφαιρεθὲν ἀπὸ τῦ 129, ... 0
	0	

ΔΕΙΞΙΣ.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Χ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΔΕΙ'ΞΙΣ.

Ἡ ἀλήθεια ταύτης τῆς Πράξεως δείκνυται ἐκ τοῦ ἀλγεβραϊκοῦ Σχήματος (§. 63.) τὸ δεύτερον Μέλος τῆς ῥίζης διὰ τοῦτο τίθεται εἰς τὸν κενὸν τόπον πλησίον τοῦ Διαιρέτου, διὰ νὰ ἔχωμεν ἐν τῷ Γενομένῳ χωρὶς πολλῶν κόπων ϗ τὸ Τετράγωνον αὐτοῦ τούτου τοῦ Μέλους. ἐπειδὴ ϗ αὐτὸ τὸ Τετράγωνον ϗ τὸ Διπλάσιον Γινόμενον ἐκ τῶν δύω Μελῶν πρέπει νὰ ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ λειποῦ ἀριθμοῦ, τὰ ὁποῖα ἀμφότερα (ϗ τὸ Τετράγωνον, δηλαδὴ τοῦ δευτέρου Μέλους τῆς ῥίζης, ϗ τὸ διπλάσιον Γινόμενον ἐκ τῶν Μελῶν τῆς ῥίζης) ἠμποροῦμεν κατ αὐτὸν τὸν τρόπον νὰ ἀποκτήσωμεν ἐν ταυτῷ.

ΣΧΟ'ΛΙΟΝ α΄.

§. 67. Ὅταν εἰς τὴν δευτέραν Κλάσιν ἀκολουθῇ ϗ Τρίτη, ϗ ἑπομένως συνίσταται ἡ ῥίζα ἐκ τριῶν χαρακτήρων, ἐξακολουθεῖται τότε ἡ ῥηθεῖσα Μέθοδος, ἀρχομένη ἀπὸ τοῦ Τετάρτου Κανόνος. ὅθεν εἰς τὸ δεύτερον καταλειπόμενον τῆς προτέρας ἀφαιρέσεως γράφομεν τὴν τρίτην Κλάσιν, ἥτις μετὰ τούτου τοῦ καταλειπομένου εἶναι τὸ τρίτον διαλυθησόμενον Ποσόν, ϗ διπλασιάσαντες τοὺς δύω προτέρους χαρακτῆρας τῆς ῥίζης, γράφομεν ὑποκάτω τοῦ διαλυθησομένου ἀριθμοῦ οὕτως, ὥστε ὁ τόπος ὁ ὑποκάτω τοῦ τελευταίου χαρακτῆρος τοῦ διαλυθησομένου Ποσοῦ νὰ μείνῃ κενός, τὸ δὲ ἐκ τῆς Νέας Διαιρέσεως Πηλίκον, τὸ ὁποῖον εἶναι ϗ τρίτον Μέλος τῆς ῥίζης, γράφομεν ὡσαύτως ϗ εἰς τὸν τόπον τῶν Πηλίκων ϗ εἰς τὸ κενὸν Διάστημα. ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὸν Διαιρέτην ϗ τὴν ῥίζαν μετὰ τοῦ νέου Πηλίκου, ϗ οὕτως ἀποκτῶμεν τὸ ἀφαιρετέον Γινόμενον. εἰ δ' ἔτι ϗ ἑτέρα Κλάσις ἐστὶν, καταβιβάζομεν αὐτὴν πάλιν πλησίον εἰς τὸ καταλειφθὲν, ϗ λαμβάνομεν τὸ διπλάσιον ὅλων τῶν Μελῶν τῆς ῥίζης ὡς Διαιρέτην, ϗ οὕτως ἐξακολουθοῦμεν τοὺς αὐτοὺς Κανόνας, ἕως

οὗ λάοὗ λάβωσι τέλος ὅλαι αἱ Κλάσεις. ὅταν δὲ τύχῃ νὰ εἶναι τὸ ἀφαιρετέον Γινόμενον μεῖζον, ἢ ὥστε νὰ δύναται νὰ γένῃ ἡ ἀφαίρεσις, τότε λαμβάνομεν μικρότερον Πηλίκον, καθὼς καὶ ἐπὶ τῆς Διαιρέσεως. Θέλομεν τύχῃ αὐτὴν τὴν περίστασιν δὶς ἐν τῷ ἑξῆς Παραδείγματι.

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓΜΑ.

6,15,04 | 248	ἡ ῥίζα
4	τὸ ὡς ἔγγιστα ἔλαττον Τετράγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ ῥίζα ὑπάρχει ὁ 2.
215	τὸ καταλειπόμενον μετὰ τῆς ἀκολούθου Κλάσεως.
44	ἡ διπλασία ῥίζα μετὰ τοῦ νέου Πηλίκου.
176	τὸ ἀφαιρετέον Γινόμενον ἐκ τοῦ 44 καὶ 4.
3904	τὸ καταλειπόμενον μετὰ τῆς ἐπομένης Κλάσεως.
488	τὸ διπλ. τῆς ῥίζης 24×2=48 μετὰ τοῦ νέου Πηλίκου.
3904	τὸ ἀφαιρετέον Γινόμενον.
0	

ΣΧΟ'ΛΙΟΝ β.

§. 68. Ὁμοίως τὸ Μηδενικὸν 0 δύναται εἰς τὸν τόπον τῆς ῥίζης, καθὼς εἰς τὴν κοινὴν διαίρεσιν, ἐὰν δηλονότι τὸ διπλάσιον Γινόμενον τῆς προτέρας ῥίζης δὲν περιέχηται μήτε ἅπαξ εἰς τὸν διαλυθησόμενον ἀριθμὸν, καὶ τότε ἄνευ τινὸς ἄλλου Πολλαπλασιασμοῦ, ἢ ἀφαιρέσεως κ. τ. γράφομεν εἰς τὴν προτέραν Κλάσιν τὴν ἐπομένην, καὶ ἐξακολουθοῦμεν τὴν ἐργασίαν, διπλασιάζοντες τὴν νέαν ῥίζαν ὡς ἐν τῷ ἑξῆς Παραδείγματι.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΠΑΡΑ'ΔΕΙΓΜΑ.

16,45,92,49	4057
16	τὸ ἀφαιρετέον Τετράγ. τοῦ ὁποίου ἡ ῥίζα εἶναι ὁ 4.
45	ἡ ἑπομένη Κλάσις.
8	τὸ διπλάσιον τῆς ῥίζης, τὸ Πηλίκον ἐστὶν 0.
4592	ἡ ἑπομένη Κλάσις πρὸς τῇ ἀνωτέρῳ τιθεμένη.
805	τὸ διπλ. τῆς ῥίζης 40×2 μετὰ τῆς νέας ῥίζης 5.
4025	τὸ ἐκ τοῦ Διαιρέτου καὶ τοῦ νέου Πηλίκου Γινόμενον, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἀφαιρεθῇ.
56749	τὸ καταλειφθὲν μετὰ τῆς ἑξῆς Κλάσεως.
8107	τὸ διπλ. τῆς ῥίζης 0×2 μετὰ τῆς νέας ῥίζης.
56749	τὸ ἀφαιρετέον Γινόμενον.
0.	

ΣΧΟ'ΛΙΟΝ γ'.

§. 69. Ἡ' Βάσανος (Δοκιμή) τῆς Ὀρθῶς ἐξαχθείσης ῥίζης γίνεται, ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν τὴν εὑρεθεῖσαν ῥίζαν ἐφ' ἑαυτὴν, ἢ ὑψώσωμεν αὐτὴν εἰς τὴν δευτέραν δύναμιν, κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον θέλομεν ἰδῆ, ἂν εἶναι τὸ Τετράγωνον τῆς ῥίζης ἴσον τῷ δοθέντι ἀριθμῷ ὡς ἐν τῷ ἑξῆς Παραδείγματι.

ΠΑΡΑ-

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006