

ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΤΗΣ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ, ΚΑΙ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Συνταχθέντα μὲν κατὰ τινὰ νεώτερον,
ἀξιόλογον, καὶ ἀκατάληπτον Μέθοδον
ὑπὸ τῷ ποτε

... Μ Ε Τ Ζ Β Ο Υ Ρ Γ

Πειφίμου Διδασκάλου τῆς Μαθηματικῆς ἐν Βιέννῃ.

Νῦν δὲ πρῶτον

Εἰς τὴν κανονικότεραν κατ' ἡμᾶς ἀπλοελληνίδα μετενεχθέντα
μετὰ προδηκῆς καὶ τινος μεταβολῆς

Π Α Ρ Α

ΜΙΧΑΗΛ ΧΡΗΣΤΑΡΗ

Τῷ ἐξ Ἰωαννίνων

Εἰς χρῆσιν τῶν ἐν τῇ Ἑλλάδι καὶ ἀλλοῦ

ΕΛΛΗΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΕΙΩΝ,

Καὶ πρὸς κοινὴν τῷ Γένει ὠφέλειαν.

Φιλοτίμῳ δὲ δαπάνῃ τῷ πριτωτάτῳ καὶ φιλογενεῷ

Κυεῖς Κυεῖς

ΕΥΣΤΑΘΕΪΟΥ ΜΙΤΖΗ.

ΕΚΔΟΣΙΣ ΠΡΩΤΗ

ΕΝ ΠΑΤΑΒΙΟΙΣ κατὰ τὸ 1804. ἐτ.

Ἐν τῇ Τυπογραφίᾳ τῶν Σεμιναρίων

Con regia approvazione.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Τῷ ΣΟΦΟΛΟΓΙΩΤΑΤῷ ΔΙΔΑΣΚΑΛῷ
ΤΟΥ ἘΝ ΒΟΥΚΟΥΡΕΣΤΙΟΙΣ

ἩΓΕΜΟΝΙΚΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κυεῖω μοι Κυεῖω

Λ Α Μ Π Ρ Ω Φ Ω Τ Ι Α Δ Η

Τῷ ἔξ Ἰωαννίνων, Ἐμῷ Εὐεργέτῃ.

Ἄγε δὴ ἄγε θυμέ! μηκέτι νῦν πάπταινε,
μηδ' ἔπεχε σαυτὸν, ἀλλ' ἔπις σοὶ ποτε καθή-
κοντ' νόμος ἀγνωμοσύνης

νόον ὑπὸ γλυκυτά-
ταις ἔθικαι φρονήσιν,

ἀπόθε ἤδη πᾶσαν ἀναβολὴν, καὶ σπᾶσον τε-
λέσαι ὄλω ποδί, ἢν καὶ πάλαι προήλας ὁμολο-
γίαν ἀγνώμονα· ὅτι πολὺς ἤδη γενόμενος ὁ
μεταξὺ χρόνος, ἴσως

ἄμὸν κατήσχυε βαδύ χρίθ.

σπᾶσον, φημι, ἀγαθὴ τύχη, καὶ οἷς ἔχεις καὶ
δύνασαι, τέτοις γὰρ τὸ ἀγνώμον ἐδειξαι, πρὸς
ὃν πάντως ἐκ ἑλαθες σαυτὸν πολλῶν καὶ μεγά-
λων ἕνεκά διποιῶν κατὰχρεως ὄλως γενόμενος.

* 2

Η'

Η' ἄρ' ἔδει με δ'εργέτα, καὶ μοι πρόξενε τῶν
 καλῶν! κατὰ τὰς ἀσυντελῆς, ἢ ἔτις ἔπω,
 Κηφῆνας τὸν βίον διατελῆν, καὶ ταυτὰ πεπον-
 θῆαι τοῖς ἐν ἀμελῆς, ὃ δὴ λέγεται, τυχὸν δὲ
 καὶ ἀγνώμονος, γωνία καθάδην προελυμένοις.
 ἀλλὰ μή καὶ αὐτὸν, ἢ φασὶ, τὸν ἀπὸ γραμ-
 μᾶς λίθου κινήσαι, ὥστε μάλιστα μὲν ξυνωφε-
 λῆσαι π καμὲ ἐλλήνων γένει καὶ προγόνων ἐμῶν.
 μάλιστα δὲ καὶ τῷ θεσπεσίῳ σε Ο'ΝΤΙ ὡς ἀπαρ-
 χὰς τὴν πρώτην ταυτινὶ τῶν ἐμῶν καμῶτων ἐπι-
 καρπίαν προσενεγκῆν. πῶς γὰρ; ὅτε καὶ κατ'
 ἑλληϊαν ἐπὶ τῆς ἱεράς σε ψυχῆς ὡς ἐπὶ πνος
 κρηπίδος ἀπαξ τὴν ἐμῶν πηξάμενος καλιῶν,
 θυμῶσα ἠλίκα τῆς σῆς κοινωνίας ἀπολέλωκα
 ἀγαθὰ, εἰ μὰ Δία μόνον ὕψατε καὶ σίτῃς καὶ
 τράπεζαν Ἀλκινόος καλήν, ἔτε μὴν ὅσα μέχει
 λαιμῶ, τυχὸν καὶ καρδίας παρέχεν πεφύκασι
 τὸ ἡδύ. μόνον γὰρ τὰ τοιαῦτα μικρὰ ἄττ' ἂν
 εἴη, μᾶλλον δὲ μηδὲ τὰ τυχόντος λόγῃς ἀξία
 παρὰ σοί. ἀλλὰ καὶ οἷα Μιστῶν καὶ Ἀπόλλω-
 νος λειμῶνες ἀεννάως βρύειν εἰώθασι, καὶ ὅσα
 ψυχὴν ἐξημεροῖ, καὶ τρόπων ἤδη διακοσμῆ,
 καὶ σωφροσύνην ἐντίθησι, καὶ ἔρωτα τῶν καλῶν
 ἐμποιῆ, τὴν ἐν λόγοις λέγω παιδείαν, ὑπερτά-
 τῃς καὶ θεοτάτῃς δυνάμεως θεϊότατον καὶ ὑπέρ-
 τατον δώρημα. Τοιαῦτων ἄρα καὶ τηλικύτων καὶ
 ἑτέρων ἀγαθῶν εἰκ διαειδημένων προήλθε φιλο-
 φρόνως ποιῆσαι καμὲ κοινῶν. καθάπερ ἐπὶ καὶ
 τῶν εἰ διαλείπει πλείστην ὄσιν τῶν κατ' ἐμέ

ποιόμενος πρόνοιαν · εἰ δὲ μοι δίδως καὶ κοινο-
 τερον ἀποθέιναι λόγον τῆς σῆς ἀρετῆς, ἔμο-
 νον ἐμοὶ τοιούτῃ σμίνης ἀγαθῶν γέγονας πρό-
 ξενος, ἀλλὰ καὶ ἑτέροις ἐκ ὀλίγοις τῶν σῶν
 ὄντων τὴν ἀπόλαυσιν ἀφήκας ἀκώλυτον κομιδῆ.
 καὶ νῦν ἐπὶ ἐπ' ἔδενί ἔτω χαίρεις, ὡς μὲν ἀποικῶν
 καὶ παρέρχων τῶν ἐόντων σοι ἀγαθῶν δαψι-
 λῶς ἀμοιβὰς δ' ἀντὶ τούτῃ δεχόμενος, ἔχ' ὅσα
 φιλεῖσι ψυχὰς πινεσ ἀγενεῖς, καὶ τὸ αὐταῖς συμ-
 φέρου μόνον διώκεται, ἀλλ' ὅσα ἀρετῆς καὶ
 παιδείας ἐχόμενα, πρὸς τὴν κοινῆ τῆ γένεσ
 ἀφορῶσι βελτίωσιν · τῷ δὲ σεμνῷ τῆ Σὲ πο-
 λιτῆματος, καὶ τῆ τῆ λόγῃ δυνάμει ρυθμίζεις
 καὶ βίον καὶ λόγον τῶν περὶ Σὲ σπυδαζόντων,
 ζῦμπαντας πρὸς τῆ ὄντως ἐφετῆ τὴν ἐπιτάξει
 τὸν ἐόντα τρόπον παρακαλῶν. Ταύτη τοι τύ-
 πος μὲν καὶ ὑπογραμμὸς τῆς κατὰ τὸν βίον
 κοσμιότητος ἀκρίβει, ἀδαιμονία δὲ μεγίστη τῷ
 γένει τυγχάνεις προκείμενος · κἀντὶδ' εὖν ἄρα
 ἀδαιμονες καὶ ἀτυχεῖς ἐς τὰ μάλιστα, ὅσοι
 τῶν Δακῶν καὶ τῶν κατ' ἡμᾶς ἐλλήνων παῖδες
 χρυσῷ χρησάμενοι δαίμονι, ὠμιλήκασί Σοι,
 μαθητιῶντες, καὶ ὀμιλῶντες, ὅσημέραι τῆς θου-
 μασιῆς τῶν λόγων Σὲ αὐδῆς προσαχέουσι. ΣΟΙ'
 τοιγαρῶν φίλτατε πάτερ! (δὸς δὲ καί μοι ἔτω
 σε διὰ τῆς αὐτῆς λόγῃ προσαγορεύσαι) δι-
 καίως προσανῆκεν ἡ τῆς βίβλου αὕτη ἀνάθεσις ·
 καὶ ἰδὲ ἀπέχει μὲν ὡς τεκμήριον τῆς ἐμῆς διὰ
 βίῃς ἀγνωμοσύνης ταυτασί τῶν ἐμῶν πόνων τὰς
 ἀπαι-

ἀπαρχαῖς, χρήμα λιτὸν μὲν καὶ πλεῖστον ὅσον
 τῆς ἀξίας ἀπολειπόμενον, δ' ἄγνωμοσύνης ὁμῶς
 ἀνάμεσον καὶ ἀποδοχῆς ἴσως ἐκ ἀνάξιον, τὸ
 μὲν, ὅτι πρὸς διδάσκαλον δ' ἐργέτην, οἷος Αὐ-
 ΤΟΣ ἔῃ, τὸ δέ, ὅτι παρὰ μαθητῶν δ' ἄγνωμο-
 νος ἐς τὰ μάλιστα τῆτι τὸ δῶρον προσάγε-
 ται. χαίροις δὲ μοι διαμπερές, εἰς γῆρας λι-
 παρόν καὶ βαθυτάτον ὑπὸ τῆς πανορθενῆς τῆς κρείτ-
 τονος δεξιᾶς περιφραζόμενος πρὸς ἀγαλλίασιν
 καὶ θυμηδίαν τῶν Σῶν, καὶ πρὸς κοινῇ τῶ γέ-
 νει ὠφέλειαν!

Ἐν Παταύιοις αὐθ.
 κατὰ μῆνα ὀκτώβρ.

Ὁ ἐν μαθηταῖς δ' ἄγνωμον
 ΜΙΧΑΗΛ ΧΡΗΣΤΑΡΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΩΔΗΣ ΠΙΝΑΞ

Τῶν ἐν τῇ Ἀριθμητικῇ περιεχομένων Κεφαλαίων.

	Σελίδι
Κεφάλ. α'. Ἐκθεσις τῶν καλημένων Ἀποφαντικῶν λέξεων	1
β'. Γενικαὶ Ἀριθμητικαὶ Ἰδέαι	9
γ'. Περὶ τῶν Ἀριθμητικῶν Πράξεων	28
δ'. Περὶ λογισμῶν τῶν Ἐπιπέδων Ποσοτήτων	51
ε'. Γενικαὶ Ἰδέαι τῶν Κλασμάτων	69
ς'. Περὶ τῶν Ἀριθμητικῶν Πράξεων ἐν Κλάσμασι	86
ζ'. Περὶ Δεκαδικῶν Κλασμάτων	95

Τῶν ἐν τῇ Ἀλγέβρα Κεφαλαίων.

Κεφάλ. α'. Γενικαὶ Ἀλγεβραϊκαὶ Ἰδέαι	109
β'. Περὶ Ἀλγεβραϊκῶν λογισμῶν	117
γ'. Περὶ Ἀλγεβραϊκῶν Κλασμάτων	139
δ'. Περὶ Δυνάμεων	143
ε'. Περὶ Λογισμῶν τῶν ριζικῶν Ποσῶν	181
ς'. Περὶ Ἐξισώσεων	195
ζ'. Περὶ Λόγων	245
η'. Περὶ Ἀναλογίας	255
θ'. Περὶ τῷ Χρυσῷ Κανόνῳ, ἢ Μεθόδῳ τῶν Τριῶν, καὶ τῶν λοιπῶν	274
ι'. Περὶ Προόδων	294
ια'. Περὶ Συζυγίας, ἢ Συνδιασμῶν	322
ιβ'. Περὶ Λογαρίθμων	331

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

Ἐάν ἦς φιλομαθής, ἔση καὶ Πολυμαθής·

Γσοκρ. Περαιίν. πρὸς Δημόνικ.

ἘΚΘΕΣΙΣ ΤΩΝ ΚΑΛΟΤΜΕΝΩΝ

ΑΠΩΦΑΝΤΙΚΩΝ ΛΕΞΕΩΝ.

Οἱ Μαθηματικοὶ μάλις μεταχειρίζονται εἰς πραγματείαν τῆς Μαθηματικῆς καὶ τινὰ τάξιν ἀναγκαῖαν καὶ ἐπωφελεῖ, Μέθοδον Μαθηματικὴν αὐτὴν ὀνομάζοντες, κατ' αὐτὴν τὴν Μέθοδον τὸ ἐν μετὰ τῆ ἄλλῃ δὲ μεθόδῳ ἐπιπλέκεται καὶ παράγεται. τῆς τῆς ἐκ τῶν Ὁρισμῶν μεταβαίνουσιν εἰς ἀξιώματα ἢ εἰς αἰτήματα, ἔπειτα ἐπὶ τῶν οἰκοδομῶσι Θεωρήματα ἢ Προβλήματα, καὶ ἐν τῷ ὄθεν ἐξάγουσιν Προτάματα, καὶ ἔνθα ἢ χρεία τὸ καλεῖ, ἐπισυνάπτουσιν Ὑποθέσεις τινὰς καὶ Σχόλια ἢ λήμματα. ὅθεν ἀναγκαῖον ἐστὶ νὰ ἐρμηνεύσωμεν πρότερον καὶ τὴν σημασίαν ἐκάστης τῶν καλυμένων ἀποφαντικῶν λέξεων.

ΟΡΙΣΜΟΣ λοιπὸν εἶναι μία ἀνάπτυξις καὶ σαφὴς ἐρμηνεία πράγματός τινος, ἢ ὀνόματος δι' ἐκείνων τῶν Ἰδεῶν ἀποτελεσμένη, αἱ ὁποῖαι μόνοι εἰς αὐτὸ τὸ πρᾶγμα ἀνήκουσιν, καὶ τὸ διακρίνουσιν ἐκ παντὸς ἄλλου ὅθεν ὁ Ὁρισμὸς ἢ ὀνοματώδης ἐστίν, ἢ πραγματιώδης, καὶ ὀνοματώδης μὲν καλεῖται, ὅτε γίνεται ἐρμηνεία ὀνόματος τινος, ἢ λέξεως, πραγματιώδην δὲ Ὁρισμὸν ὀνομάζομεν ἐκεῖνον,

Διὰ τῆ ὁποῖα ἐρμηνεύομεν αὐτὸ τὸ πρᾶγμα, ἢ τὴν δύναμιν αὐτῆ, ἢ τὴν ιδιότητα τῆς ὑπάρξεώς τε. ἸΔΕΑΙ δὲ ὀνομάζονται αἱ παραστάσεις τῶν πραγμάτων, ἢ αἱ εἰκόνες, αἱ ὁποῖα διὰ τῶν αἰσθήσεων παρίστανται εἰς τὸν νῦνμας, καὶ πρέπει νὰ εἶναι καὶ αὐταὶ σαφεῖς, καὶ καθαρὰ, καὶ ἀκατάληπτοι.

ΑΞΙΩΜΑ δὲ εἶναι μία ἀλήθεια τσαῦταν ἐναργῆς καὶ καθαρὰ, ὡσεὶ εὐδαίμων δύναται νὰ τὴν ἀρνηθῆ ὑγιῆτὸν ἐγκέφαλον ἔχων. ὅθεν καὶ ἐπίτων ἀξιωματῶν ἀποδείξεως ἐνδεόμεθα. π. χ. τὸ ὅλον μείζον ἐστὶ τῆ ἰδίᾳ μέρους.

ΘΕΩΡΗΜΑ δὲ εἶναι μία ἀλήθεια θεωρίας καὶ ἀποδείξεως δεομένη, καὶ συνίσταται ἐκ δύο μερῶν, δηλαδή ἐκ τῆς προτάσεως, ἣτις περιέχει τὴν θεωρητικὴν ἀλήθειαν, καὶ ἐκ τῆς ἀποδείξεως αὐτῆς τῆς ἀληθείας· ὅθεν Θεώρημά ἐστι πρότασις θεωρητικὴ, ἣτις πρέπει νὰ ἀποδειχθῆ. ἢ δὲ ἀπόδειξις γίνεται ἢ διὰ ἀρχῶν καθ' ἑαυτὰς βεβαίων καὶ αὐτοπίστων, ὅ, τι λογιῆς εἶναι οἱ Ὁρισμοί, τὰ ἀξιώματα, ἢ διὰ ποιύτων, τὰ ὁποῖα εἰσιν προεδοκιμασμένα καὶ βεβεβαιωμένα διὰ τῶν ἀνωτέρω.

Τὸ δὲ **ΠΡΟΒΛΗΜΑ** εἶναι μία πρότασις, ἣτις ἀπαιτεῖται, τὸ ὁποῖον πρέπει, ἢ μέλλει νὰ γένη, καὶ ἔχει τρία μέρη, πρῶτον, τὴν ἐρώτησιν τῆ προβλητικῆ καὶ πρακτικῆ πράγματι, δεύτερον, τὴν λύσιν τῆς ἐρωτήσεως, δεικνύουσαν τὸν τρόπον, πῶς πρέπει νὰ ἀποπλευσθῆ τὸ προβλλόμενον, τρίτον, ἔχει τὴν δειξιν αὐτῆς τῆς λύσεως, καθὼς ἐν τῇ πράξει τῶν προβλημάτων τρανώτερον δεικνύται.

κλυται . ὅθεν Πρόβλημα ἔστι πρακτικὴ ἀλήθεια ἀποδείξεως δεομένη .

Τὸ δὲ ΛΓΤΗΜΑ εἶναι μία πρακτικὴ ἀλήθεια, ἥτις δὲν χρειάζεται ἀποδείξεως, καθὼς ὅταν αἰτῆ τινος γὰ ἀγάγη μίαν ἀδεῖαν Γραμμὴν ἀφ' ἐνός Σημεῖα εἰς ἕτερον, ἢ γὰ μῆκύνῃ ἔτε τὴν δοθεῖσαν Γραμμὴν, καὶ τὰ τοιαῦτα . ἡ πρακτικὴ λύσις τέτων τῶν αἰτημάτων εἶναι τόσον σαφής καὶ καθαρά, ὥστε δὲν εἶναι χρεία τινὸς ἀποδείξεως .

ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ δὲ εἰσὶ πράγματα καὶ σημεῖα, ἢ σχήματα πραγμάτων κατὰ τὸ δοκῶν λαμβανόμενα, καθὼς εἶναι αἱ ὀνομασίαι τῶν πραγμάτων, οἱ χαρακτῆρες τῶν ἀριθμῶν, κ. τ. τὰ ὅποια μεταχειζόμεθα εἰς δήλωσιν καὶ σαφήνειαν τῶν πραγμάτων . εἰς τὴν Φυσικὴν ἐννοῶμεν διὰ Υπόθεσιν μίαν πιθανὴν καὶ ἀβέβαιον ἀλήθειαν, τὴν ὁποίαν οἱ Φυσικοὶ ἐξ ἀνάγκης μεταχειρίζονται, ὅταν δὲν ἔχωσιν ἀρχὰς ἀναμφιβολίας, καὶ κρείττονας γνώσεις τῶν πραγμάτων . καθὼς ὅταν λέγεται, ὅτι τὸ σχῆμα τῆς γῆς εἶναι σφαιροειδές, καὶ ὅτι αὐτὴ κινεῖται περὶ τὸν Ἥλιον, καὶ ἄλλα τοιαῦτα . Εἰς δὲ τὴν Μαθηματικὴν ἐνίστε προῦποτίθεται τι, ἢ λαμβάνεται κατὰ τινα συνθήκην, ὅθεν ἐξάγονται ἀλήθειαι Ἰδία καὶ ἀνήκουσαι τοῖς λαμβανόμενοις πράγμασι, ἔπειτα ἐπὶ τέτων θεμελιῦται τὸ Θεώρημα . π. χ. ἀποδεχόμεθα πρῶτον, ὅτι δύο Γραμμαὶ εἰσὶ παράλληλοι, καὶ ἐξ αὐτῆς τῆς ὑποθέσεως ἀποδεικνύομεν τὴν ἰσότητά τῶν ἀπέναντι Γωνιῶν, εἰάν ἄλλη τρίτη Γραμμὴ ἐμπέσῃ καὶ διαχωρίσῃ αὐτάς, ἔπειτα ἐκ τέτων ποιῶμεν τὸ ἐξῆς Θεώρημα . Ἐάν αἱ ἀπέναντι

γωνίαι είναι ἴσας, παράλληλοι ἔσονται τότε καὶ αἱ Γραμμάς.

Τὸ δὲ ΛΗΜΜΑ εἶναι μία πρότασις, ἣτις τρόπον ἕνα ἐξ ἄλλης γνώσεως καὶ πραγματείας λαμβάνεται, καὶ δι' αὐτῆς δεικνύται π, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ εἶναι ἡ βάση μιᾶς περαιτέρω ἀποδείξεως.

ΠΕΓΡΑ δὲ εἶναι μία γνώσις, τὴν ὁποίαν ἀποκτῶμεν διὰ τῆς θεωρητικῆς τῶν πραγμάτων, τὰ ὁποῖα διὰ τῶν αἰδησεων ἐμπίπτουσιν εἰς τὸν ἡμέτερον νῦν. π. χ. ὅπ ὁ Ἡλιος λάμπει. ὅτι τὸ πῦρ καίει, ὅτι τὰ σώματα εἰσὶν βαρεὰ. κ. τ. ἐντάθεν ἐξάγει τινὰς ἀποδείξεις διὰ μερικὰ πράγματα, ἔπειτα μεταχειρίζεται αὐτὰς τὰς Ἰδίας εἰς γενικὰς ἀληθείας, εἰς πλείονα τοιαῦτα πράγματα συμφωνῶσιν ἀλλήλοις.

Τὸ δὲ ΠΟΡΙΣΜΑ εἶναι μία ἀλήθεια, ἣτις προκύπτει καὶ πηγάζει ἐξ ἀληθειῶν ἤδη ἀποδεδειγμένων, καθὼς εἰς τὴν χρῆσιν τῶν Πορισμάτων σαφέστατα δεικνύται. διὰ τῆτο καὶ ἐπὶ τούτων δὲν ἔχομεν χρείαν ἄλλης δεύτερας ἀποδείξεως.

Τὸ δὲ ΣΧΟΛΙΟΝ μεταχειζόμεθα ἢ εἰς πλείονα σαφήνειαν καὶ πίστωσιν τινος προπεθέντος πραγματος, ἢ εἰς λύσιν ἀμφιβολίας τινος, ἢ δι' αὐτὴ ποιῶμεν τινὰ ἀναγκαῖαν προσθήκην, ἢ ἀνάμνησιν ἱστορίας, συγγραφῆς, ἐφαρτέσεως, καὶ ἄλλων τριούτων.

Ἰδὲ τοῖνον ἐν συντόμῳ παρεδέσαμεν καὶ τὴν ἐρμηνείαν
 ἐκάσῃς τῶν ἀποφαντικῶν τέτων λέξεων, εἰς τὰς ὁποίας
 συνίσταται ἡ Μαθηματικὴ αὕτη Μέθοδος, τὴν ὁποίαν
 ἐν ταῖς πράξεσι καὶ μελέταις τῶν Μαθηματικῶν καὶ ἄλλων
 Ἐπιστημῶν φυλέττοντες, καὶ κατ' ἀξίαν φρασηρῶντες,
 ἐχίμονον προχωρῶμεν, καὶ φθάνομεν εἰς τὸ σκοπούμενον,
 ἐπιοχώτερον τῆς ἀληθείας ἀπτόμενοι, ἀλλὰ δὴ βασιμώτερας
 καὶ συστηματικώτερας ἔχομεν τότε καὶ τὰς ιδέας, καὶ
 δυνάμεθα ἐκ τῆς ἔτω καλῆς μελέτης εὐακρίνωμεν ὀρθο-
 τερον, πόσης τιμῆς καὶ ἀποδοχῆς εἰσὶν ἀξία τὰ συγγράμ-
 ματα ἐκείνων, οἵτινες ὀλίγον τῆς Μεθόδου ταύτης φροντί-
 ζοντες, μόλις ποτε μέρος αὐτῆς σποράδιον καὶ ἀτάκτως
 κατὰ τὸ δακῦν αὐτοῖς μεταχειρίζονται εἰς τὰ συγγράμμα-
 τὰ των, ἢ τῶν πραγμάτων αὐτῶν παραμελῶντες, μόνον
 εἰς τὰς ἤδη ἐξηγηθείσας λέξεις προσέχουσι, καὶ ἀπ' αὐτῶν
 παρ' ἀξίαν οἰκοδομοῦσι βεβαιώσεις καὶ ἀποδείξεις ἀναντιρ-
 ρήτους, ὡς αὐτοὶ νομίζουσι κατὰ τὴν ματαιότητα καὶ φαντα-
 σιάντων· καθάπερ δὴ καὶ ἄλλοι τινες μ' ὅλον ὅπῃ ἐκ τῆς
 ἐπιπολαίας καὶ ἀτάκτου μελέτηστων ἔχουσι πῶς ιδέας συγ-
 κεχυμένας καὶ ἀτελεῖς, ἐπιχειρῶσιν ὅμως εὐακρίνωσι
 καὶ εὐακρίνωσι μὲν ἄκραν κρυφότητα τὰ συγγράμματα
 ἐκείνων, τῶν ὁποίων ἴσως δὲν εἶναι ἀξιοὶ καὶ λύσῃσι, διὰ
 εὐακρίνωσι ἔτω, μήτε τὸν ἱμάντα τῶν ὑποδυμάτων, καὶ ὅταν
 τύχωσιν εἰς πῶς συναναστροφὴν μάλιστα ἀμαθῶν ἀνθρώ-
 πων, βαβαὶ τῆς τόλμης των! συνηθίζουσι τότε εὐακρίνωσι
 ὡς περ ἐπὶ Τερίποδος, πάντα μᾶλλον, ἢ τὴν ἀλή-
 θειαν, καὶ εὐακρίνωσι παρ' ὅλην τὴν διατριβὴν τὰς
 μαμμακωθεῖας κρίσεις των περὶ παντὸς εἶδους μαθήσεως,
 καὶ ἔτω μάλα κακῶς φρασηρῶντες, φρασηρῶντες καὶ
 τὰς δυστυχεῖς ἐκείνας ἀκολούθως ἐκ τῆς ὀρθῆς καὶ ἀληθείας

ὅδῃ τῶν πραγμάτων, καὶ τὸ κακὸν τῆτο διαδιδόμενον καὶ
πολλαπλασιαζόμενον, μεγάλην καὶ τὴν ζημίαν προξενεῖ
εἰς τὸ ἀνθρώπινον.

Ἀλλὰ προτῆ νὰ κάμωμεν, ἀρχὴν τῆ σκοπευμένου ἔργου,
μένει ἔτινὰ σφραδίσωμεν πῶς καὶ ὡς τῆς ἀναλύσεως καὶ
συνδέσεως ὡς ἀναγκαῖα καὶ ταῦτα καὶ ὠφέλιμα εἰς ἄρεσιν
τῆς ἀληθείας.

ΑΝΑΛΥΣΙΣ τοῖνον Μεθόδος ἐστὶ, τὴν ὁποίαν μετα-
χειριζόμεθα εἰς ἀποκάλυψιν καὶ φανέρωσιν τινῶν προβαλ-
λομένης ἀληθείας. δι' αὐτῆς τῆς ἀναλυτικῆς Μεθόδου δια-
βαίνομεν ἀπὸ μιᾶς ὀλισμένης καὶ μερικῆς ἀληθείας εἰς
ἄλλην ὀλισσον, καὶ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον προβαίνομεν, ἕως
ᾧ νὰ φθάσωμεν εἰς τὴν πρώτην πηγὴν ἐκείνης τῆς ἀλη-
θείας· ὅπως δείσκει τινὰς τὴν πρώτην ἀρχὴν, ἡ Ρίζαν
μιᾶς γενεαλογίας, καὶ ἔσω εἰς σφραδίσμα ἄγνωστον ἢ
σειρὰ τῆς γενεᾶς, ἐξ ἧς κατάγεται φερ' εἰπεῖν, ὁ Καῖσαρ,
ὅθεν πρῶτον ἀρχεῖται τινὰς τὴν ἔρδναν ἀπὸ τοῦ Καίσα-
ρ, καὶ ἔρχεται κατ' ἀδεῖαν Γραμμὴν εἰς τὸν πατέρα
αὐτοῦ, ἔπειτα ἀπὸ τοῦ πατρὸς ἀναβαίνει εἰς τὸν πάππον,
καὶ ἐντῶθεν εἰς τὸν προπάππον, καὶ ὅτω προβαίνει ἕως ᾧ
νὰ φθάσῃ εἰς τὸν Γενάρχην, ταῦτιςιν εἰς τὸν πρῶτον ἐκεῖ-
νον, ἐξ ἧ αὐτὴ ἡ γενεὰ τοῦ Καίσαρ, ἔχει τὴν ἀρχὴν
τῆς. ὅπως δείσκοντα καὶ αἱ πρῶται ἀρχαί τῆ κατὰ
Γραμματικῆς λόγου, οἷον· ὁλόγ, σύγκειται ἐκ λέξεων,
αἱ δὲ λέξεις γίνονται ἐκ συλλαβῶν, αἱ δὲ συλλαβαὶ ἐκ
γράμμάτων, τὰ δὲ γράμματα εἶναι αἱ ἀρχαί.

ΣΥΝΘΕΣΙΣ δὲ εἶναι μία Μεθόδος ἐναντία τῇ
ἀναλυτικῇ Μεθόδῳ· ἐπειδὴ διὰ τῆς συνθετικῆς Μεθόδου

καταβαίνομεν ἀπὸ γενικᾶς ἀληθείας, καὶ διαβαίνομεν διὰ μέσθ μιᾶς συνεχῆς σειρᾶς ἀληθειῶν, φθάνομεν εἰς μερικᾶς ἀληθείας· καὶ εἰς πλείονα κατάληψιν, ἔστω πάλιν τὸ προτεθέν παράδειγμα τῆς γενεαλογίας· ὅθεν ἀρχόμενος τινὰς ἀπὸ τοῦ ἀρεθέντος Γενάρχου, μεταβαίνει εἰς τὸν υἱὸν αὐτοῦ, καὶ ἐκ τούτου εἰς τὸν ἐγγονόν, καὶ ἔτι καταβαίνει ἕως ἢ νᾶ φθάσῃ πάλιν εἰς τὸν Καίσαρα. τὸν ἴδιον τρόπον ἀκολουθοῦμεν καὶ ἐπὶ τοῦ προτεθέντος λόγου. οἷον· τὰ γράμματα εἶναι πρῶται ἀρχαὶ τῶν συλλαβῶν, αἱ συλλαβαὶ τῶν λέξεων, ἐκ δὲ τῶν λέξεων γίνεται ὁ λόγος. ἐν ἐνὶ λόγῳ καὶ αἱ δύο αὗται Μέθοδοι ὡς ἀναγκαῖαι εἰς ἄρεσιν πάσης ἀληθείας, εἶναι προξενοὶ μεγάλης ὠφελείας. καὶ ἡμὲν Συνθετικὴ Μέθοδος ἔχει τὰ πρωτεῖα εἰς τὴν κατ' ἐπισήμας διδασκαλίαν, ἡ δὲ ἀνάλυσις συμβάλλει μᾶλλον εἰς ζήτησιν καὶ ἄρεσιν τῶν ἀληθειῶν.

Τὰ δὲ χρειωδέερα ἀξιώματα, ἐπὶ τῶν ὁποίων θεμελιῦται ἡ Μαθηματικὴ, εἰσι τὰ ἐπόμενα.

- α.) Τὸ Ὄλον εἶναι μείζον τῶ ἰδίῳ μέρει.
 β.) Τὸ Ὄλον εἶναι ἴσον τοῖς ἰδίῳις μέρεσιν ὁμοῦ μαμβανομένοις.
 γ.) Τὰ πράγματα τὰ ὄντα ἴσα μέ ἐν ἑτερόν, εἴτι καὶ ἀλλήλοισ ἴσα. π. χ.
 ἂν $6 - 2$ εἶναι ἴσον μέ 4 , καὶ $7 - 3$
 εἶναι αὐθις ἴσον μέ 4 , ἔσται τότε καὶ
 $6 - 2$ ἴσον τῷ $7 - 3$.

δ.) Εάν εἰς Ἰσα προσεθῶσιν ἕτερα Ἰσα ,
 ἔσονται τότε καὶ τὰ ἀθροίσματα (κεφάλαια) τῶν Ἰσα ἀλλήλοις . ὡσαύτως
 καὶ εἰς ἀπό Ἰσων ἀφαιρεθῶσιν Ἰσα , τὰ
 ἐγκαταλείπόμενα ἔσονται Ἰσα .

ε.) Ἰσα πράγματα δύναται νὰ τεθῶσι διὰ
 Ἰσα .