53, 54 σχημάτων ἐν τοῖς πορίσμασι τῆς ΙΔ′. ἐπὶ δὲ τῶν λοιπῶν ἐν ταῖς 71, 72 Σημειώσεσιν). Ἀμοιβῇ ἄρα τῶν ἴσων καὶ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ τετράπλευρον ΗΣΞΡ πρὸς τὸ ὀρθογώνιον ΚΡΤ, οὕτω τὸ τρίγωνον ΑΝΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΝ. Ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς μὲν τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ τετράπλευρον ΗΣΞΡ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΑΜ πρὸς τὸ τρίγωνον ΑΝΘ· ὡς δὲ τὸ τετράπλευρον ΗΣΞΡ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, οὕτω τὸ τρίγωνον ΑΝΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΝ· δίίσου ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, οὕτω τὰ ἀπὸ ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΝ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Α′.

Ἐὰν ἄρα δύω χορδαὶ ἀλλήλαις παράλληλοι αἱ ΖΗ, ΧΦ τμηθῶσιν ὑφετέρας τῆς ΚΤ κατὰ τὰ Ρ, Υ, τὰ ὑπὸ τῶν τμημάτων αὐτῶν τε καὶ τῆς τεμούσης περιεχόμενα ὀρθογώνια ἀνάλογον ἔσεται· ἤτοι ὡς τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΦΥΧ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΥΤ. Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ἐκ τῆς παρούσης ὡς μὲν τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΜΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΑ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΦΥΧ πρὸς ὑπὸ ΚΥΤ οὕτω τὸ ἀπὸ ΜΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΑ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΦΥΧ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΥΤ.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Β′.

Ἐὰν δὲ δύω εὐθεῖαι αἱ ΗΖ, ΚΤ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις κατὰ τὸ Ρ, δυσὶν ἑτέραις ταῖς ΦΧ, ΨΗ συμπιπτέσαις κατά τι σημεῖον τὸ Ι ὦσι παράλληλοι, τὰ ὑπὸ τῶν τμημάτων ἁπασῶν περιεχόμενα ὀρθογώνια ἀνάλογον ἔσεται· ἤτοι ὡς τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΧΙΦ, ὕτω τὸ ὑπὸ ΚΡΤ πρὸς τὸ ὑπὸ ΨΙΗ. Ἐπεὶ γὰρ τό,τε ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ καὶ τὸ ὑπὸ ΧΙΦ πρὸς τὸ ὑπὸ ΨΙΗ ἐςὶν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τῷ ἀπὸ ΜΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΑ. Ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, ὕτω τὸ ὑπὸ ΧΙΦ πρὸς τὸ ὑπὸ ΨΙΗ· καὶ ἐναλλὰξ τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΧΙΦ, ὡς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ πρὸν τὸ ὑπὸ ΨΙΗ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄.

Ἐπεὶ δὲ τῆς Παραβολῆς τὰ αὐτὰ ὀρθογώνια ΗΡΖ, ΚΡΤ ἔςαι ὡς αἱ Παράμετροι τῶν διαμέτρων ΜΕ, ΝΛ, ἐφ᾽ ἃς τεταγμένως αἱ εὐθεῖαι αὗται κατήχθησαν. Ἀχθείσης γὰρ ἀπὸ τῦ τῆς συμβολῆς σημείυ Ρ παρὰ τὴν διάμετρον ΜΕ τῆς εὐθείας ΡΒ, δῆλον ἐκ τῆς ΙΑ΄. ὅτι ἔςαι ἴσα τὸ μὲν ὑπὸ ΗΡΖ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς τῇ διαμέτρῳ ΜΕ ἀνηκύσης Παραμέτρυ, ϗ τῆς ΡΒ. τὸ δὲ ὑπὸ ΚΡΤ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς τῇ ΝΛ ἀνηκύσης Παραμέτρυ ϗ τῆς αὐτῆς ΡΒ. Τὰ δὴ τοιαῦτα ὀρθογώνια ὡς ἔχοντα κοινὴν τὴν ΒΡ πλευρὰν, ἐςὶν ὡς αἱ εἰρημέναι Παράμετροι (1 τῦ ς΄.).

ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄.

Φανερὸν ἄρα ἐκ τύτυ ὅτι ἐπὶ τῆς Παραβολῆς αἱ Παράμετροι οἱωνδήποτε διαμέτρων εἰσὶ πρὸς ἀλλήλας ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐπιψαυουσῶν μὲν τῆς αὐτῶν κορυφῆς, συμπιπτουσῶν δὲ ἀλλήλαις τετράγωνα. Ἤτοι ὡς τὸ ἀπὸ ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΝ, οὕτως ἡ ὀρθία πλευρὰ τῆς ΜΕ διαμέτρου πρὸς τὴν ὀρθίαν πλευρὰν τῆς ΝΛ. Ἔστι γὰρ τὸ ὑπὸ Η Ζ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, ὡς τὸ ἀπὸ ΜΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΑ, ἢ ὡς Παράμετρος τῆς ΜΕ διαμέτρου πρὸς τὴν Παράμετρον τῆς ΝΛ διαμέτρου, αἵτινες ἐδείχθησαν ἐν τῷ Γ′. Πορίσματι ὅτι εἰσὶν ὡς τὰ εἰρημένα ὀρθόγωνια.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ε′.

Ἐπὶ δὲ τῆς Ἐλλείψεως καὶ Ὑπερβολῆς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων τετράγωνά ἐστιν ἐν λόγῳ τῷ συγκειμένῳ, ἔκ τε τοῦ τῶν διὰ τῆς ἀφῆς ἠγμένων διαμέτρων ϗ τοῦ τῶν αὐταῖς συστοιχουσῶν Παραμέτρων. Ὅθεν (μετὰ τὸ Β′. Πορ. τῆς ΙΒ′.) ϗ ὡς τὰ ἀπὸ τῶν συζυγῶν ἡμιδιαμέτρων τῶν παρὰ τὰς ἐφαπτομένας τετράγωνα. Διὰ δὴ ταῦτα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται ϗ τὰ ὑπὸ τῶν μερῶν τῶν τὰς τομὰς ταύτας τεμνουσῶν εὐθειῶν περιεχόμενα ὀρθογώνια. Τὸ δὲ τοιοῦτον ἐπὶ μὲν τῆς Ἐλλείψεως, αὐτόθεν δῆλον (74). Τὰ γὰρ ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ κέν-

---

Σχημ. 8. τῶν ὑποσ. 74) Ἀχθεισῶν διὰ τοῦ κέντρου Γ τῶν εὐθειῶν ΙΓΨ, ΠΓΦ παραλλήλως ταῖς ἐφαπτομέναις ΑΜ, ΑΝ ἔσεται (κατὰ τὴν παροῦσαν Πρότασιν) $I\Gamma \times \Gamma\Psi : \Pi\Gamma \times \Gamma\Phi = AM^2 : AN^2$ · ὅ ἐστιν $AM^2 : AN^2 = \Pi\Gamma^2 : I\Gamma^2$ · ϗ τῶν τρυ παρὰ τὰς ἐφαπτομένας ἠγμένων εὐθειῶν περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἔςι δὴ τὰ αὐτὰ ϗ τετράγωνα ἀπὸ τῶν εἰρημένων ἡμιδιαμέτρων ἀναγραφόμενα, τοῖς ἀπὸ τῶν παρὰ τὰς ἐφαπτομένας ἠγμένων τετραγώνοις ἀνάλογα. Αἱ γὰρ τοιαῦται εὐθεῖαι ὡς μὲν τεταγμέναι ἐφ᾽ οἱανῦν τῶν διαμέτρων, εἰσὶ ταῖς ἐφαπτομέναις παράλληλοι· ὡς δὲ ϗ διὰ τῦ κέντρυ ἠγμέναι, εἰσὶ ϗ συζυγεῖς ταῖς πλαγίαις. Ἐπὶ δὲ τῆς Ὑπερβολῆς, δείκνυται τῷ αὐτῷ τρόπῳ, ᾧ ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως ἐν τῷ Β΄. ϗ Γ΄. Πορίσματι τῆς ἑπομένης δειχθήσεται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΗ΄.

Ἐὰν ἀπὸ τῶν περάτων Ν, Ξ οἱασδήποτε διαμέτρυ ΞΝ, ἐλλειπτικῆς ἢ ὑπερβολι- Σχημ. 58. 59.

ὅρων (τῦ δευτέρυ λόγυ) τετραπλασιασθέντων ὡς $AM^2 : AN^2 = \Pi\Phi^2 : I\Psi^2$ · ἔςι δὲ ἡ μὲν ΠΦ συζυγὴς τῇ ΜΣ διαμέτρῳ, ἡ δὲ ΙΨ τῇ ΝΤ, (Πόρισμ. Β΄ τῆς ΙΒ΄.) ἄρα (κατὰ τὸ αὐτὸ πόρισμα) $\Pi\Phi^2 : I\Psi^2$ ἔςαι ὡς τὸ ὀρθογώνιον τὸ ὑπό τε τῆς διαμέτρυ ΜΕ ϗ τῆς αὐτῇ ἀντιςοιχύσης παραμέτρυ περιεχόμενον, πρὸς τὸ ὑπό τε τῆς ΝΤ, ϗ τῆς αὐτῇ ἀντιςοιχύσης παραμέτρυ περιεχόμενον ὀρθογώνιον. Ὅθεν ἐκεῖνο πρὸς τῦτο ἔσεται ὡς $AM^2 : AN^2$ · ἔςι δὲ $AM^2 : AN^2 = HPZ : KPT$ · ἄρα τὸ $HPZ : KPT$ · ἐςὶν ὡς τὸ ὑπό τε τῆς διαμέτρυ ΜΣ ϗ τῆς αὐτῇ παραμέτρυ πρὸς τὸ ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς διαμέτρυ ΝΤ ϗ τῆς αὐτῇ παραμέτρυ περιεχόμενον. Τὰ ἄρα ΗΡΖ, ΚΡΤ ἐν λόγῳ ἐςὶ συγκειμένῳ ἔκ τε τῶν διαμέτρων ΜΣ, ΝΤ ϗ τῶν ἑκατέρᾳ ἀνηκυσῶν παραμέτρων.

κῆς τομῆς, ἀχθῶσιν ἐφαπτόμεναι αἱ ΝΕ, ΞΡ, αἵτινες ὡς παράλληλοι ταῖς τεταγμέναις, ἔσονται δὴ καὶ ἀλλήλαις παράλληλοι, καὶ προσεκβαλλόμεναι, ὑφ' ἑτέρας ἐφαπτομένης τῆς ΜΘ τμηθῶσι κατὰ τὰ σημεῖα Ρ, Ε, τὸ ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων ΞΡ, ΝΕ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἔςαι τῷ ἀπὸ τῆς δευτέρας ἡμιδιαμέτρε ΓΒ, τῆς τῇ πρώτῃ ΞΝ συζυγε͂ς τετραγώνῳ.

Ταχθείσης γὰρ ἐπὶ τὴν διάμετρον ΞΝ τῆς ΜΚ, ἔσεται ἐκ τῆς ἰδιότητος τῆς ἐφαπτομένης ΜΘ, ὡς ἡ ΞΘ πρὸς ΘΝ, ὕτως ἡ ΞΚ πρὸς ΚΝ (Πόρισμ. ΙΒ'. τῆς Θ'.) Ἔνθεντοι ὡς ἡ ΞΘ σὺν ΘΝ ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως, ἢ ἡ ΞΘ πλὴν ΘΝ ἐπὶ τῆς ὑπερβολῆς πρὸς ΘΝ, ὕτως ἡ ΞΚ σὺν ΚΝ ἐπὶ τῆς ἐλλείψεως, ἢ ἡ ΞΚ πλὴν ΚΝ ἐπὶ τῆς ὑπερβολῆς πρὸς ΚΝ, καὶ ληφθέντων τῶν ἡμίσεων τῶν ἡγεμένων ἔσεται ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΘΝ, ὕτως ἡ ΓΞ πρὸς ΚΝ. Ὅθεν ὡς τὸ ἄθροισμα τῶν ἡγεμένων, τῦτ' ἔςιν ἡ ΞΘ, πρὸς τὸ τῶν ἑπομένων, τῦτ' ἔςιν ἡ ΚΘ, ὕτως ὁ πρῶτος ἡγέμενος ΓΘ πρὸς τὸν πρῶτον ἑπόμενον ΘΝ. Ἔςι δὲ (διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ΞΘΡ, ΚΘΜ) ὡς μὲν ἡ ΞΘ πρὸς ΚΘ, ὕτως ἡ ΞΡ, πρὸς ΚΜ· ὡς δὲ ἡ ΓΘ, πρὸς ΘΝ, ὕτως ἡ ΓΛ πρὸς ΝΕ· ὡς ἄρα ἡ ΞΡ πρὸς ΚΜ, ὕτως ἡ

ΓΛ πρὸς ΝΕ. Καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΞΡ, ΝΕ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΚΜ, ΓΛ (16 τῦ ϛ'.) ἢ ἀχθείσης παρὰ τὴν ΓΝ· τῆς ΜΗ, ἥτις ἐκ τῆς ἡμιδιαμέτρου ΓΒ ἀποτεμεῖ τῇ ΚΜ, ἴσην τὴν ΓΗ (34 τῦ Α'.) ἔσεται τῷ ὑπὸ τῶν ΞΡ, ΝΕ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΛΓΗ, ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶ ΛΓΗ ἐςιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἡμιδιαμέτρυ ΓΒ τετραγώνῳ. Ἔςι γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης ἡμιδιαμέτρυ ΓΝ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας ΓΒ, ὡς ἡ πλαγία πλευρὰ ΞΝ πρὸς τὴν αὐτῆς παράμετρον (Πρότ. ΙΒ'. περὶ τὸ τέλος)· τῦτ' ἔςιν ὡς τὸ ὑπὸ ΓΚΘ, ὅπερ ἴσον ἐςὶ τῷ ὑπὸ ΞΚΝ (Πόρ. Η'. τῆς Θ'.) πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΜ (Πόρ. ϛ'. τῆς Ε', ϰ̀ ϛ'.) ὅςπερ λόγος, λόγος ἐςὶ συγκείμενος ἔκτε τῦ ΓΚ πρὸς ΚΜ, ἢ πρὸς ΓΗ, ϰ̀ τῦ ΘΚ πρὸς ΚΜ, τῦτ' ἔςι τῦ ΓΘ πρὸς ΓΛ. Ὅθεν ὡς τὸ ἀπὸ ΓΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, ὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΓΚ, ΓΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΛ, ΓΗ (75). Ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΚΓΘ ἐςιν ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΝ, ἄρα ϰ̀ τὸ ὑπὸ ΓΛΗ σον τῷ ἀπὸ ΓΒ. Διὰ ταῦτα ϰ̀ τὸ ὑπὸ τῶν ΞΡ, ΝΕ, ὅπερ δέδεικται ἴσον τῷ ὑπὸ ΓΛΗ, ἐξισῦται τῷ ἀπὸ τῆς συζυγῦς ἡμιδιαμέτρυ ΓΒ τετραγώνῳ, ὃ ἔδει δεῖξαι,

---

75) *Δειχθείη ἂν ϰ̀ οὕτως ὅτι ἐςι* $K\Theta\Gamma : NKM^2 = K\Gamma\Theta : \Gamma\Lambda \times \Gamma H$. *Ἐπεὶ γάρ ἐςι* $\Gamma\Theta : \Gamma\Lambda = K\Theta : KM$*· ϰ̀* $\Gamma K : KH = \Gamma K : KM$, *ἔςι δὴ ϰ̀* $K\Gamma \times \Gamma\Theta : H\Gamma \times \Gamma\Lambda = \Gamma K \times K\Theta : KM \times KM$, *ἤτοι* $K\Gamma\Theta : \Lambda\Gamma H = \Gamma K\Theta : KM^2$.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Α'.

Ε'ὰν ἀχθῶσι διὰ μὲν τοῦ τῆς ἀφῆς σημείου Μ ἑτέρα διάμετρος ἡ ΜΓΣ, ἀπὸ δὲ τȣ̃ αὐτῆς πέρατος Σ, ἐφαπτομένη ἡ ΣΑ, ἥτις παράλληλος μὲν ἔςαι τῇ ΜΘ, συμβαλεῖ δὲ κατὰ τὸ Α τῇ ἑτέρα ἐφαπτομένῃ ΝΕ, ἥτις συμπίπτει τῇ ΜΣ διαμέτρῳ προεκβληθείσῃ κατὰ τὸ Ι, ἀχθῇ δὲ προσέτι ϗ διὰ τȣ̃ κέντρȣ Γ, ἡ ΓΔ τῇ ΜΕ παράλληλος, ἥτις ἔσω ἡμιδιάμετρος δευτέρα συζυγὴς τῇ πρώτῃ ἡμιδιαμέτρῳ ΓΜ, ἔςαι ὁμοίως διὰ τὸν αὐτὸν λόγον τὸ ὑπὸ τῶν ΣΑ, ΜΕ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἡμιδιαμέτρου ΓΔ τετραγώνῳ.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Β'.

Α'χθεισῶν δὲ τῶν εὐθειῶν ΞΣ, ΝΜ, ΘΙ, αἵτινες ἔσονται ἀλλήλαις παράλληλοι (ἐπεὶ γὰρ τὰ τρίγωνα ΝΕΘ, ΜΕΙ), ἐδείχθη ἐν τῷ Α'. Πορίσματι τῆς ΙΔ'. ἀλλήλοις ἴσα, ἴσα ἄρα καὶ τὰ ΝΘΜ, ΝΙΜ, ϗ ἑπομένως αἱ ΝΜ, ΘΙ παράλληλοι (39 τȣ̃ Α'.). Καὶ ἐπεὶ προσέτι ἡ εὐθεῖα ΝΓ ἐςὶν ἴση τῇ ΓΞ ἥτε ΜΓ τῇ ΓΣ, ϗ ἡ ὑπὸ ΝΓΜ σῃ τῇ ὑπ ΞΓΣ· ἔσεται δὲ (4 τȣ̃ Α'.) ϗ ὑπὸ ΓΝΜ ἴσῃ τῇ ἐναλλὰξ ὑπὸ ΓΞΣ, ἄρα (28 τȣ̃ Α'.) ϗ αἱ ΜΝ, ΞΣ, παράλληλοι)· ἔσεται ὡς ἡ ΞΘ πρὸς

ΘΝ, ὕτως ἡ ΣΙ πρὸς ΙΜ (76)· ὅθεν ϗ ὡς ἡ ΞΡ πρὸς ΝΕ, ὕτως ἡ ΣΑ πρὸς ΜΕ (Πόρ. 1 τῆς 4 τῦ ς΄.). Διὰ δὴ ταῦτα τὸ ὑπὸ τῶν ΞΡ, ΝΕ περιεχόμενον ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΣΑ, ΜΕ ἔσεται ἐν λόγῳ διπλασίονι, ἥπερ ἡ ΝΕ πρὸς τὴν ΜΕ (77). Ἔνθεντοι ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΞΡ, ΝΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΣΑ, ΜΕ, τῦτ᾽ ἔςι τὸ ἀπὸ ΓΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ, ὕτω τὸ ἀπὸ ΝΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΜΕ κατὰ τὴν παρῦσαν Πρότασιν, ϗ τὸ Α΄. Πόρισμα.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Γ΄.

Διὰ δὴ ταῦτα, ἐὰν δύω χορδαὶ ταῖς ἐφαπτομέναις ΝΕ, ΜΕ παράλληλοι συμβάλωσιν ἀλλήλαις κατά τι σημεῖον, τὰ ὑπ᾽ αὐτῶν περιεχόμενα

---

76) Ἐπεὶ αἱ ΞΣ, ΝΜ, ΘΙ ἐδείχθησαν ἀλλήλαις παράλληλοι, ἔσεται $ΞΓ : ΣΓ = ΓΝ : ΓΜ = ΝΘ : ΜΙ$· ἄρα τὸ ἄθροισμα τῶν ἡγυμένων $ΞΓ + ΓΝ + ΝΘ$ πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἑπομένων $ΣΓ + ΓΜ + ΜΙ$, ἔσεται ὡς εἷς τις ἡγέμενος $ΝΘ$ πρὸς τὸν αὐτῦ ἑπόμενον $ΜΙ$ (12. τῦ Ε΄.) Τοιγαρῦν ἐπεὶ $ΞΓ + ΓΝ + ΝΘ = ΞΘ$, ϗ $ΣΓ + ΓΜ + ΜΙ = ΣΙ$, ϗ $ΞΘ : ΣΙ = ΝΘ : ΜΙ$ καὶ ἐναλλὰξ $ΞΘ : ΘΝ = ΣΙ : ΙΜ$.

77) $ΞΡ : ΣΑ = ΝΕ : ΜΕ$,
ϗ $ΝΕ : ΜΕ = ΝΕ : ΜΕ$

ἄρα (σημ. 23.) $ΞΡ \times ΝΕ : ΣΑ \times ΜΕ = ΝΕ^2 : ΜΕ^2$. Ἔςι δὲ $ΝΕ^2 : ΜΕ^2$ ἐν λόγῳ διπλασίονι, ἥπερ ἡ $ΝΕ$ πρὸς τὴν $ΜΕ$, ἄρα ϗ τὸ ὀρθογώνιον $ΞΡ \times ΝΕ$ πρὸς τὸ $ΣΑ \times ΜΕ$ ἐςὶν ἐν λόγῳ διπλασίονι ἥπερ ἡ $ΝΕ$ πρὸς τὴν $ΜΕ$.

ὀρθογώνια, ἔσεται ὡς τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν αὐταῖς παραλλήλων ἡμιδιαμέτρων ΒΓ, ΓΔ. Εἰσὶ γὰρ ὡς τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων ΝΕ, ΜΕ (Προτασ. ΙΖ΄.) ἅπερ ἐδείχθη ὄντα (Πορ. προηγ.), ὡς τὰ εἰρημένα τετράγωνα (78).

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΘ΄.

Σχημ. 60. Ἐπὶ τῆς παραβολῆς κείσθω ἐπὶ τοῦ ἄξονος ΝΚ ἐντὸς μὲν τῆς κορυφῆς ἡ ΕΝ ἴση τεταρτημορίῳ τῆς κατ' αὐτὴν διαμέτρου, ἐκτὸς δὲ τῆς κορυφῆς ἡ ΝΠ, ἴση τῇ ΕΝ, καὶ διὰ τοῦ σημείου Π ἤχθω παρὰ τὰς τεταγμένας ἡ ΠΥ. Ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ σημείου Ε ἐφ' οἱονδήποτε τῆς καμπύλης σημεῖον

78) Ἐντεῦθεν καταφαίνεται ἡ δεῖξις τοῦ Ε΄. Πορίσματος τῆς προηγουμένης Προτάσεως. Ἔστι γὰρ ἐκ τῆς Προτάσεως ἐκείνης $HPZ : KPT = MA^2 : NA^2$· κατὰ τὸ Β΄. Πόρισμα τῆς αὐτῆς $MA^2 : NA^2$· ὡς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς τῆς ΜΓ συζυγοῦς ἡμιδιαμέτρου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τῇ ἑτέρᾳ ἡμιδιαμέτρῳ ΝΓ, συζυγοῦς ἡμιδιαμέτρου τετράγωνον· ἢ τετραπλασιασθέντων τῶν ὅρων τοῦ δευτέρου λόγου, ὡς τὸ τετράγωνον τὸ ἀφ' ὅλης τῆς τῇ ΜΓ συζυγοῦς διαμέτρου, πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀφ' ὅλης τῆς τῇ ΜΓ συζυγοῦς διαμέτρου. Ἔστι δὲ τὰ ἀπὸ τῶν τοιούτων συζυγῶν διαμέτρων τετράγωνα, ὡς τὰ ὑπό τε τῶν διαμέτρων καὶ τῶν αὐταῖς ἀντιστοιχουσῶν παραμέτρων περιεχόμενα ὀρθογώνια. Τὰ εἰρημένα ἄρα ὀρθογώνια ἐν λόγῳ ἐστὶ συγκειμένῳ ἔκ τε τῶν διαμέτρων καὶ τῶν αὐταῖς ἀντιστοιχουσῶν παραμέτρων.

Μ, τῆς εὐθείας ΕΜ, τῆς τε ἐφαπτομένης ΟΜΘ, καὶ τῆς διαμέτρου ΜΧ παραλλήλως τῷ ἄξονι ΝΚ, ἔσεται ἡ μὲν ὑπὸ ΧΜΟ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ ΕΜΘ· ἡ δὲ εὐθεῖα ΕΜ ἴση τεταρτημορίῳ τῆς τῇ διαμέτρῳ ΜΧ ἀντιστοιχούσης παραμέτρου.

Καλείσθω δὲ τὸ μὲν σημεῖον Ε *Ἑστία* τῆς Παραβολῆς· τὸ δὲ Π, *Μετεωρισμὸς* ταύτης, καὶ ἡ εὐθεῖα ΠΥ, *γραμμὴ τοῦ Μετεωρισμοῦ.*

Ταχθείσης ἐπὶ τὸν ἄξονα τῆς ΜΚ, ἔσεται τὸ ἀπὸ τῆς ΜΚ τετράγωνον ἴσον τῷ ὀρθογωνίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς ΝΚ καὶ τοῦ τετραπλοῦ τῆς ΝΕ, ἥτις ἐστὶν ἐξ ὑποθέσεως ὑποτετραπλῆ τῆς παραμέτρου· ἄρα τὸ τετραπλοῦν τοῦ ὀρθογωνίου ΚΝΕ (ἤτοι τὸ ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς ΚΝ καὶ τοῦ τετραπλοῦ τῆς ΝΕ) σὺν τῷ ἀπὸ τῆς ΕΚ τετραγώνῳ ἐξισωθήσεται τοῖς ἀπὸ τῶν ΜΚ, ΕΚ ἅμα ληφθεῖσι τετραγώνοις, τοῦτ' ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς ΕΜ (47 τοῦ Α΄.). Ἀλλ' ἐπεὶ ἡ ΝΠ ἐστὶν ἴση τῇ ΝΕ, τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΠΚ ἔσεται ὡσαύτως ἴσον τῷ τετράκις ὀρθογωνίῳ ΚΝΕ σὺν τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ ΕΚ (8 τοῦ Β΄.) ἄρα τὸ ἀπὸ ΕΜ ἴσον τῷ ἀπὸ ΠΚ, καὶ ἡ εὐθεῖα ΕΜ ἴση τῇ ΠΚ, ἥτις ἐξισοῦται τῇ ΕΘ· εἴγε ἐπεὶ ἡ ΝΚ ἐστὶν ἴση τῇ ΝΘ (Πόρ. 5 τῆς Θ΄.) καὶ ἡ ΝΕ τῇ ΝΠ, ἔσεται δὴ καὶ ἡ ΕΚ ἴση τῇ ΠΘ· ὅθεν προσκειμένης κοινῆς τῆς ΠΕ ἔσεται ἡ ΠΚ ἴση τῇ ΕΘ·

τὸ τρίγωνον ἄρα ΘΕΜ ἐστὶν ἰσοσκελές. Ὅθεν ἡ ὑπὸ ΕΜΘ ἴση τῇ ὑπὸ ΜΘΚ (5 τοῦ Α΄.) καὶ δὴ καὶ τῇ ὑπὸ ΧΜΟ τῇ ἐκτὸς τῶν παραλλήλων (27 τοῦ Α΄.), ὅπερ ἦν τὸ πρῶτον.

Προαχθείσης δὲ τῆς διαμέτρου ΜΧ ἄχρις ὅτου τῇ τοῦ Μετεωρισμοῦ εὐθείᾳ ΠΥ κατὰ τὸ Υ συμπέσῃ, ἔσεται ἡ ΜΥ ἴση τῇ ΠΚ (36 τοῦ Α΄.), ἑπομένως δὲ καὶ τῇ ΕΜ· καὶ τεταγμένης τῆς ΝΧ παραλλήλως τῇ ἀφαπτομένῃ ΜΘ, ἀχθείσης τε ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ Ἄξονος τῆς ἐφαπτομένης ΜΔ, ἥτις τεμεῖ δίχα τὴν ΜΘ κατὰ τὸ Δ (79)· καὶ ἐπιζευχθείσης προσέτι τῆς ΔΕ, ἔσεται τὸ ἀπὸ τῆς ΔΘ τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΕΘΝ ὀρθογωνίῳ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΜΔ ἐστὶν ἴση τῇ ΔΘ, καὶ ἡ ΚΝ ἴση τῇ ΚΘ (Πορ. 5 τῆς Θ΄.) ἥτε ΜΕ ἴση τῇ ΘΕ, καὶ ἡ γωνία ΕΜΔ ἴση τῇ ΕΘΔ· καὶ αἱ λοιπαὶ ἄρα γωνίαι τούτων τῶν τριγώνων αἱ ταῖς ἴσαις πλευραῖς ἀντικείμεναι, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται (4 τοῦ Α΄.)· ἡ ὑπὸ ΘΕΔ δηλονότι τῇ ὑπὸ ΜΕΔ, καὶ ἡ ὑπὸ ΘΔΕ τῇ ὑπὸ ΕΔΜ. Ὀρθὴ ἄρα ἡ γωνία ΘΔΕ, ὡς ἴση τῇ ἐφεξῆς ΜΔΕ· ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ΔΘ τετράγωνον, ἐστὶν ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΕΘΝ ὀρθογωνίῳ (8 τοῦ ς΄.) ἢ τῷ ὑπὸ τῶν ΜΕ, ΜΧ, οὔσης τῆς ΘΕ ἴσης τῇ ΜΕ, καὶ τῆς ΘΝ τῇ ΜΧ (14 τοῦ Α΄.). Ἀλλὰ τὸ

---

79) Ἐπεὶ αἱ εὐθεῖαι ΜΚ, ΔΝ εἰσὶν ἀλλήλαις παράλληλοι, ἄρα (1. τοῦ ς΄.) ΘΝ : ΝΚ = ΘΔ : ΔΜ· ἀλλὰ ἡ ΘΛ = τῇ ΚΝ, ἄρα καὶ ἡ ΘΔ = τῇ ΔΜ.

ἀπὸ τῆς ΘΔ τετράγωνον, ἐστιν ὑποτετραπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ΜΘ ἢ τῆς ΝΧ, αἵτινες εἰσὶ διπλασίους τῆς ΘΔ· ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς τεταγμένης ΝΧ τετράγωνον ἐστι τετραπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῆς ΜΕ καὶ τῆς ΜΧ περιεχομένου ὀρθογωνίου. Ἔστι δὲ τὸ ἀπὸ ΝΧ ἴσον τῷ ὑπὸ τῆς τετμημένης ΜΧ καὶ αὐτῇ ἀντιστοιχούσης παραμέτρου περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ (Πόρ. Α΄. τῆς Γ΄.)· ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΜΕ, ΜΧ ἐστιν ὑποτετραπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῆς ΜΧ καὶ τῆς αὐτῇ ἀντιστοιχούσης παραμέτρου· καὶ οὔσης τῆς ΜΧ κοινῆς ἑκατέρῳ, ἡ λοιπὴ ἄρα ΜΕ ἐστιν ὑποτετραπλασία τῆς λοιπῆς, ἥτις ἐστιν ἡ Παράμετρος· ὅπερ ἦν τὸ δεύτερον.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Α΄.

Ἐπεὶ αἱ ἀκτῖνες, ὡς ἐκ τῆς Κατοπτρικῆς δῆλον, οὕτως ἀνακλῶνται, ὡς τὴν τῆς προσπτώσεως Σχημ. 60. 61.
γωνίαν ΧΜΟ ἐξισοῦσθαι τῇ τῆς ἀνακλάσεως ΕΜΘ, δῆλον ἄρα ὡς αἱ ἀπό τινος ἀκτινοβόλου σώματος ἀπωτάτου, τοῦ Ἡλίου φέρε, παραλλήλως τῷ ἄξονι κατιοῦσαι ἀκτῖνες (εἰ γὰρ αἱ φοραὶ τῶν ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς Γῆς ἐν τῷ αὐτῷ τόπῳ καταφερομένων βαρέων ὡς παράλληλοι τοῖς Φυσιολογοῦσι λογίζονται, πολλῷ ~~μᾶλλον αἱ τοῦ Ἡλίου ἀκτῖνες τοσούτῳ~~ διαστήματι ἀπέχοντος) καὶ πρὸς Κάτοπτρον παραβολικὸν τὸ ΜΝμ προσπίπτουσαι, οἷναι αἱ ΧΜ, χμ, χμ, ἐπὶ τὸ σημεῖον Ε πᾶσαι ἀνακλασθήσονται· καὶ

πῦρ ἐκεῖσε ἐκ τῆς αὐτῶν ἀφθήσεται συμβολῆς. Διὰ τῦτο ἄρα τὸ σημεῖον ἐκεῖνο κέκληται Ἑςία.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Β'.

Ἐὰν φῶς τι ἐπὶ τῆς Ἑςίας Ε τῦ παραβολικῦ Κατόπτρυ τεθῇ, αἱ ἀπ' αὐτῦ ἀκτῖνες ΕΜ, Μμ, Εμ, κτλ· εἰς εὐθείας τὰς ΜΧ, μχ, μχ, κτλ. παραλλήλυς τῷ ἄξονι ὑπὸ τῦ Κατόπτρυ ἀνακλασθήσονται, ὅθεν ϗ ἐπὶ μέγα ἀπόςημα τὴν αὐτὴν, ἣν ϗ παρ' αὐτῷ τῷ φωτὶ ἔξυσι δύναμιν. Ταῦτ' ἄρα ϗ τῦ φωτὸς ἀπωτάτω χαρακτῆρες εὐμαρῶς ἀναγνωσθήσονται, ϗ τῶν πολὺ ἀπεχόντων σωμάτων αἱ ἐπιφάνειαι ἱκανῶς φωτισθήσονται.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Γ'.

Ἡ εὐθεῖα ΕΔ ἡ τὴν Ἑςίαν ϗ τὴν τῆς κατὰ κορυφὴν ἐφαπτομένης τῦ ἄξονος ϗ τῆς ἑτέρας κατὰ πλευρὰν ἐφαπτομένης συμβολὴν συζευγνῦσα, ἐςιν αὐτῇ τῇ ἐφαπτομένῃ κάθετος· δέδεικται γὰρ ἡ γωνία ΕΔΘ ὀρθή.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Δ'.

Καὶ ἡ ΜΥ μέρος τῆς διαμέτρυ ΜΧ ἀπὸ τῆς αὐτῆς κορυφῆς Μ ἄχρι τῆς τῦ Μετεωρισμῦ εὐθείας ΠΥ, ἔςι τεταρτημόριον τῆς αὐτῇ ἀντιςοιχύσης παραμέτρυ. Ἔςι γὰρ ἡ ΜΥ ἴση τῇ ΠΚ, ἡ δὲ ΠΚ ἴση τῇ ΕΘ, ἄυτη δὲ ἴση τῇ ΕΜ· ἄρα ἡ ΠΥ ἴση τῇ

ΕΜ, ἥτις δέδεικται ἴση τεταρτημορίῳ τῆς εἰρημένης παραμέτρου· καὶ ὁπουδήποτε ἀχθεῖσα ἡ Εμ ἐξισωθήσεται τῇ τῷ ἄξονι παραλλήλῳ μυ τῇ ἐπὶ τὴν ῥηθεῖσαν τοῦ Μετεωρισμοῦ εὐθεῖαν τὴν ΠΤ ἐπεκτεινομένῃ. Ἔνθεντοι οἱαδήτις ΕΜ ἔσεται πρὸς τὴν ΜΤ, ὡς ἡ ΕΝ πρὸς τὴν ΝΠ.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Ε'.

Οἱαδήποτε ΧΜ σὺν τῇ ΜΕ ἐξισωθήσεται τῇ ἑτέρᾳ χμ σὺν τῇ μΕ. Ἐξισοῦται γὰρ τῇ ΧΥ (Πόρισμ. Δ'.) ἢ τῇ ΤΠ, οὔσης τῆς ΜΤ ἴσης τῆς ΜΕ. Σχημ. 62.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ ς'.

Ἐπὶ τῆς περιμέτρου τῆς παραβολῆς ληφθέντων ἑκατέρωθεν τοῦ ἄξονος δυοῖν σημείων τῶν Μ, Β (ἢ καὶ ἐπὶ θάτερα τοῦ ἄξονος τῶν Μ, β·) καὶ ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν Ἑστίαν τῶν εὐθειῶν ΜΕ, ΒΕ (ἢ Εβ.), ἀχθεισῶν ἔτι καὶ τῶν ἐφαπτομένων ΜΘ, ΗΒ συμβαλλουσῶν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Λ, (ἢ τῶν ΜΘ, ηβ συμβαλλουσῶν κατὰ τὸ λ·) ἔσεται ἡ γωνία ΜΕΒ διπλασία τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων ΜΛΒ (ἢ ἡ ΜΕβ διπλασία τῆς Θλβ.) Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὅτι τὸ τρίγωνον ΜΕΘ, ὥσπερ δὴ καὶ τὸ ΒΕΗ, (ἢ τὸ βΕη) ἐστὶν ἰσοσκελὲς (ἐν τῇ παρούσῃ Προτάσει)· ἄρα ἡ ἐκτὸς γωνία, ΚΕΒ ἔσεται διπλασία τῆς ΕΗΒ, ἤτε ΚΕβ διπλασία τῆς Εηβ, (μερ. 1 τῆς 32 τοῦ Α'.) ἔτι δὲ καὶ ἡ ΜΕΚ διπλασία τῆς ΜΘΕ. Ἔνθεντοι ἡ γωνία ΚΕΒ ἅμα τῇ ΜΕΚ, ἤτοι ὅλη ἡ ΜΕΒ ἐξισωθήσεται τῷ διπλῷ τῆς ΕΗΒ· ἅμα τῷ διπλῷ τῆς ΜΕΘ ἢ τῆς ΗΘΛ, ἥτις (διὰ τὴν αὐτὴν τοῦ Εὐκλείδου) ἐξισοῦται τῷ διπλῷ τῆς ΘΛΒ. (καὶ ἡ ΚΕβ πλὴν τῆς ΜΕΚ ἤτοι ἡ ΜΕβ ἐξισωθήσεται τῷ διπλῷ τῆς Εηβ πλὴν τοῦ διπλοῦ τῆς ΜΕΘ, ἢ τῆς ηΘλ, αἷς τισιν ἐξισοῦται τὸ διπλοῦν τῆς Θλβ·) ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν κλώνων πρὸς τῇ Ἑστίᾳ περιεχόμεναι γωνίαι ΜΕΒ, ΜΕβ διπλασίους εἰσὶ τῶν ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων περιεχομένων γωνιῶν ΘΛΒ, Θλβ ἑκάστη ἑκάστης.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ζ΄.

Σχημ. 63. Ἐὰν δὲ τὰ σημεῖα Μ, Β ᾖ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, ἐφ' ἧς ἡ Ἑστία Ε, αἱ ἐφαπτόμεναι ΜΛ, ΒΛ πρὸς ὀρθὴν γωνίαν τὴν ΜΛΒ ἀλλήλαις συνελεύσονται· οὐσῶν τῶν γωνιῶν ΒΕΚ, ΚΕΜ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσων, τοῦ τε αὐτῶν ἡμίσεος (κατὰ τὸ προηγούμενον Πόρισμα) τῇ ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων ΜΛΒ ἐξισουμένου.

ΠΟΡΙΣΜΑ Η΄.

Διὰ δὴ ταῦτα ἡ εὐθεῖα αὕτη ΜΒ ἔσεται Παράμετρος τῆς διαμέτρου ΛΣΡ, ἥτις δίχα τέμνει κατὰ τὸ Ρ τὴν ἐπ' αὐτὴν τεταγμένην ΜΒ. Εἰ γὰρ κύκλος περὶ τὸ ΜΛΒ τρίγωνον περιγραφεὶς, ἕξει τὸ κέντρον ἐν τῷ Ρ· ἡ γὰρ ὀρθὴ γωνία ΜΛΒ ἔσεται ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ, ὅθεν ἡ ΜΒ ἔσεται διπλασία τῆς ἀκτῖνος ΛΡ, ϗ ἡ ΛΡ ἐςι διπλασία τῆς ΡΣ (Πόρισμ. 5 τῆς Θ΄.) ἡ (ἀχθείσης τῆς ἐφαπτομένης ΣΗ παραλλήλως τῇ ΜΒ) ἔσεται διπλασία ϗ τῆς ΕΗ (34 τᾶ Α΄.), ἥτινι ἐξισᾶται ἡ ΕΣ, ὥσπερ δὴ ϗ ἡ ΕΜ τῇ ΕΘ, ὡς ἐν τῇ Παρόσῃ δέδεικται· ἄρα ἡ ΜΒ ἐςι τετραπλασία τῆς ΕΣ. Ἔςι δὲ ἡ ΕΣ ὑποτετραπλασία τῆς τῇ διαμέτρῳ ΣΡ ἀνηκάσης Παραμέτρα (μέρ. Β΄. τῆς παράσης)· ἡ ἄρα ΜΒ ἔσεται ταύτης Παράμετρος.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Θ΄.

Ἀχθεῖσα δὲ ἡ ΛΕ, ἔςαι κάθετος ἐπὶ τὴν ΜΡ. Ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθησαν αἱ ΛΣ, ΣΡ, ΕΣ ἀλλήλαις ἴσαι (Πόρισμ. Η΄.) ἡ γωνία ἄρα ΛΕΡ ἐςιν ὀρθή· ἐςι γὰρ ἐν ἡμικυκλίῳ, ὅπερ περὶ τὴν διάμετρον ΛΡ διὰ τᾶ Σ κέντρα καταγραφὲν, διὰ τῶν σημείων Λ, Ε, Ρ διελεύσεται, ἡ ἄρα γωνία ΛΕΡ ἔςαι ὀρθή, (31 τᾶ Α΄.) ϗ ἡ ΛΕ, κάθετος τῇ ΜΒ· τοιγαρᾶν τὸ ἀπὸ τῆς ΛΕ ἐξισωθήσεται τῷ ὀρθογωνίῳ ΜΕΒ (8 ϗ 17 τᾶ ϛ΄.).

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Ι΄.

Ἡ δὲ ὀρθὴ αὕτη γωνία ΜΛΒ, ἡ ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων περιεχομένη, ἔσεται ἀεὶ πρὸς τῇ τᾶ Μετεωρισμᾶ τῆς παραβολῆς εὐθείᾳ ΠΥ. Εἴγε ἡ

ΕΣ ἐξισῦται τῇ ΣΛ, ὥσπερ δὴ κ̀ ἡ ΕΝ τῇ ΝΠ, ὅθεν τὸ σημεῖον Λ ἔσεται ἐπὶ τῆς εὐθείας ΠΤ, ἧς περ ἴδιον τὸ τοιῦτο, κατὰ τὸ τέταρτον Πόρισμα τῆς Παρέσης (80).

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Κ'.

Σχημ. 64. 65. Ὁριοθέντων ἐπὶ τῦ πλαγίυ ἄξονος τῆς Ἐλλείψεως κ̀ τῶν ἀντικειμένων Ὑπερ-

---

Σχημ. 9. τῶν ὑπασ. 80) Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθήσεται ὅτι οἱαδήτις ὀρθὴ γωνία μλβ ὑπὸ τῶν ἐφαπτομένων μλ, βλ, περιεχομένη, ἔσεται πρὸς τῇ τῦ Μετεωρισμῦ εὐθείᾳ ΠΤ. Πᾶσα ἄρα ὀρθὴ γωνία, ἣν αἱ ἐπὶ τὰ πέρατα τῶν διὰ τῆς Ἑςίας Ε διερχομένων εὐθειῶν ἀχθεῖσαι ἐφαπτόμεναι συνιςῶσιν, ἐπὶ τῆς τῦ Μετεωρισμῦ εὐθείας συςήσεται.

81. Ἐὰν ἐφ' οἱασδή ποτε εὐθείας διὰ τῆς Ἑςίας Ε διϊκσης μβ, κάθετος ςαθῇ ἡ Ελ τῇ τῦ Μετεωρισμῦ εὐθείᾳ ΠΤ κατὰ τὸ Λ συμβάλλυσα, τὸ σημεῖον τῦτο λ ἔσεται σημεῖον συνδρομῆς τῶν ἐφαπτομένων μλ, βλ, εἰδὲ μὴ, αἱ ἐφαπτόμεναι ἄρα, αἱ ἀπὸ τῶν σημείων μ, β ἀχθεῖσαι συμπεσῦνται ἤτοι κατὰ τὸ Κ, ἢ κατὰ τὸ Π, συμπιπτέτωσαν ἄρα κατὰ τὸ Κ, κ̀ ἔσεται δὴ ἡ ὑπὸ μΕΚ, ὀρθή· (Πόρ. Θ'. τῆς Παρέσης)· ὀρθὴ δὲ ἐξ ὑποθέσεως κ̀ ἡ ὑπὸ μΕλ, ἄρα ἡ ὑπὸ μΕΚ ἔςαι ἴση τῇ ὑπὸ μΕλ, ὅπερ ἄτοπον. Εἰδὲ τὸ τῆς συνδρομῆς σημεῖον ὑποτεθῇ ἐν τῷ Π ἔσεται τηνικαῦτα ἡ ὑπὸ μΕΠ ἴση τῇ ὑπὸ μΕλ· ὃ δὴ κ̀ αὐτὸ ἄτοπον. Τὸ λ ἄρα ἔσεται σημεῖον τῆς τῶν ἐφαπτομένων συμπτώσεως.

82. Εὐθείας τῆς ΜΕΒ διὰ τῆς Ἑςίας διϊκσης προκείσθω ἑτέραν εὐθεῖαν τὴν μΕβ ὅτι διέρχεσθαι ὡς εἶναι ΒΕΜ : βΕμ = μ : ν. Γενέσθω μ : ν ὡς ΕΛ πρὸς τεταρ-