τὸ αὐτῷ ὅμοιον ΘΚΜ, ὅπερ δέδεικται ἴσον τῷ ΝΚΜΙ τραπεζίῳ. Ὅθεν ἐὰν προςεθῇ κοινῇ π β ζ, Ξ β Σ ι τὸ Σ β Γ, γίνεται τὸ χωρίον π Γ Σ ζ ἴσον τῷ τριγώνῳ Ξ Γ ι· τούτῳ δὲ ἴσον καὶ τὸ ΓΝΙ (65)· ἄρα τὸ χωρίον π Γ Σ ζ ἴσον τῷ τριγώνῳ ΓΝΙ· κοινοῦ δὲ τοῦ Γ δ π ἀρθέντος, ἀπολείπεται τὸ τρίγωνον δΣζ ἴσον τῷ Ν π δ Ι χωρίῳ· ἀλλὰ τὸ Ν π δ Ι ἐστὶν ἴσον τῷ τριγώνῳ δ Ρ η. Ἔστι γὰρ τὸ τρίγωνον π Λ η ἴσον τῷ ΝΛΡΙ τραπεζίῳ, καὶ προσκειμένου κοινῇ τοῦ χωρίου Λ π δ Ρ, γίνεται τὸ τρίγωνον δ Ρ η ἴσον τῷ χωρίῳ Ν π δ Ι. Ἄρα τὸ τρίγωνον δ Σ ζ ἴσον καὶ ὅμοιον τῷ τριγώνῳ δ Ρ η· καὶ ἡ πλευρὰ η δ ἴση τῇ δ ζ. Ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως ἄρα κτ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄.

Ἐπεὶ τὸ τρίγωνον ΓΘΜ δέδεικται ἐν τῇ παρούσῃ ἴσον τῷ ΓΝΙ, ἀρθέντος κοινῇ ἐπὶ μὲν τῆς Ὑπερβολῆς τοῦ τετραπλεύρου ΓΘΕΙ, ἐπὶ δὲ τῆς Ἐλλείψεως τοῦ ΓΜΕΝ, ἀπολείπεται τὸ τρίγωνον ΙΕΜ ἴσον τῷ τριγώνῳ ΘΕΝ. Προσκειμένου δὲ τούτοις κοινῇ τοῦ τετραπλεύρου ΝΕΜΧ, γίνεται τὸ τρίγωνον

---

65) Ἐπεὶ αἱ Ξι, ΝΙ ἐφάπτονται κατὰ κορυφὴν τῆς τομῆς, εἰσὶν ἄρα οἱαδήτινι τεταγμένῃ παράλληλοι (Προτ. Θ΄.) ἄρα καὶ ἀλλήλαις παράλληλοι (30. τοῦ Α΄.). τὰ τρίγωνα ἄρα ΓΝΙ, ΓΞι ὅμοια· καὶ $ΓΝΙ : ΓΞι = ΓΝ^2 : ΓΞ^2$ (19. τοῦ ς΄.)· καὶ ἐπεί, οὔσης τῆς ΓΝ τῇ ΓΞ ἴσης, $ΓΝ^2 = ΓΞ^2$, ἄρα καὶ $ΓΝΙ = ΓΞι$.

ΧΙΝ (ἢ τὸ αὐτῷ ὅμοιον καὶ ἴσον διὰ τὸ εἶναι τὴν ΦΧ ἴσην τῇ ΧΝ, ΧΥΦ), ἴσον τῷ τραπεζίῳ ΜΧΝΘ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.

Ἐὰν δὲ τοῖς ἴσοις τριγώνοις ΙΕΜ, ΘΕΝ προσεθῇ κοινὴ τὸ χωρίον ΝΕΜΣ γίνεται τὸ χωρίον ΘΜΣΒ ἴσον τῷ ΝΒΣΙ. Δέδεικται δὲ τὸ ΝΒΣΙ τῷ τριγώνῳ ΠΒΖ ἴσον· ἄρα τὸ τρίγωνον ΠΒΖ ἴσον τῷ τραπεζίῳ ΘΜΣΒ. Κοινοῦ δὲ τοῦ ΠΔΣΒ ἀρθέντος, ἀπολείπεται τὸ τρίγωνον ΔΣΖ, ἢ τὸ αὐτῷ ὅμοιον καὶ ἴσον ΔΗΡ (ἴση γὰρ ἡ ΗΔ τῇ ΔΖ) ἴσον τῷ ΜΔΠΘ τραπεζίῳ. Ἐὰν δὲ τοῖς αὐτοῖς τριγώνοις ΙΕΜ, ΘΕΝ προσεθῇ τὸ χωρίον Ν β σ ΜΕ, γενήσεται τὸ Ν β σ Ι ἴσον τῷ Ο β σ Μ. Καὶ ἐπεὶ τὸ Ν β σ Ι δέδεικται τῷ τριγώνῳ π β ζ ἴσον, ἔστιν ἄρα τὸ τρίγωνον π β ζ τῷ χωρίῳ Θ β σ Μ ἴσον· καὶ ἀρθέντος ἑκατέρωθεν τοῦ π β σ δ, ἀπολείπεται τὸ δ σ ζ τρίγωνον ἴσον τῷ Μ δ π Θ τραπεζίῳ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄.

Συμφανὲς δὴ ἐκ τούτων, ὅτι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἐφ᾽ οἱανδήποτε ἑτέραν διάμετρον ΜΓ τεταγμένως καταγομένων εὐθειῶν ΧΦ, ΔΖ, δζ, ἐστὶν ὡς τὰ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς διαμέτρου περιεχόμενα ὀρθογώνια ΜΧμ, ΜΔμ, Μδμ. Τὰ γάρ τοι τετράγωνα ταῦτά ἐστιν ὡς τὰ ὅμοια τρίγωνα ΧΦΥ ἢ ΧΝΙ, ΔΖΣ, δζσ (19 τοῦ ς΄.), τὰ δὲ τριγωνα ταῦτα δέδεικται ἴσα τοῖς τραπεζίοις ΜΧΝΘ, ΜΔΠΘ, Μδπ Θ ἕκαςον ἑκάςῳ ἀντιςοιχȣ̃ντι (Πορ. Α΄. ϗ Β΄.)· τὰ τετράγωνα ἄρα ἔςαι ϗ ὡς ἡ ὑπεροχὴ τȣ̃ τριγώνȣ ΓΘΜ, ᾗ ὑπερέχει τῶν ὁμοίων τριγώνων ΓΧΝ, ΓΔΠ, Γδπ. τȣ̃τ᾽ ἔςιν ὡς ὑπεροχὴ τȣ̃ ἀπὸ τῆς ΓΜ, ᾗ ὑπερέχει τῶν ἀπὸ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν τετραγώνων ΓΧ, ΓΔ, Γδ· ϗ ἑπομένως ὡς τὰ εἰρημένα ὀρθογώνια (66). Τοιγαρȣ̃ν τὸ ἀπὸ τῆς ΧΦ τετράγωνον πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν ΖΔ, ζδ, ἢ τὸ ἀπὸ τῆς ΧΝ πρὸς τὰ ἀπὸ ΗΔ, ηδ, ἐςιν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν μΧΜ ὀρθογώνιον πρὸς τὰ ὑπὸ τῶν μΔΜ.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Δ΄.

Ο῎σα ἄρα προδέδεικται συμβαίνοντα περί τε τὰς ἐφαπτομένας ϗ τὴν Παράμετρον τῆς ἀρχικῆς διαμέτρȣ ΝΞ, τὰ αὐτὰ συμβαίνει ϗ περὶ τὰς ἐφαπτομένας ϗ τὴν Παράμετρον οἱασδήτινος ἄλλης διαμέτρȣ διὰ τȣ̃ κέντρȣ Γ ἀγομένης. Δέδεικται γὰρ ἤδη, ὅτι ϗ τῶν ἐπὶ ταύτην τεταγμένως ἀγομένων

---

66) $X\Phi^2 : \Delta Z^2 = X\Phi\Upsilon : \Delta Z\Sigma$ (19. τȣ̃ ς΄.)· ἀλλὰ $X\Phi\Upsilon = MXN\Gamma$, ϗ $\Delta Z\Sigma = M\Delta\Pi\Theta$ (Πορ. Α΄. ϗ Β΄.) ϗ δὴ ϗ $MXN\Theta = \Gamma\Theta M - \Gamma XN$ ϗ $M\Delta\Pi\Theta = \Gamma\Theta M - \Gamma\Delta\Pi$ (ἐκ τȣ̃ χήματος) ἄρα $X\Phi^2 : \Delta Z^2 = \Gamma\Theta M - \Gamma XN : \Gamma\Theta M - \Gamma\Delta\Pi \cdot = \Gamma M^2 - \Gamma X^2 : \Gamma M^2 - \Gamma\Delta^2$ (σημ. 63.) $= \mu XM : \mu\Delta M$ (5. ϗ 6. τȣ̃ Β΄.) Ὡσαύτως δειχθήσεται ὅτι ϗ $X\Phi^2 : \delta\zeta^2 = \mu XM : \mu\delta M$· ἄρα τὰ ἀπὸ $X\Phi$, ΔZ, $\delta\zeta$, ὡς τὰ μXM, $\mu\Delta M$, $\delta\mu M$.

εὐθειῶν ἴδιον ἐσιῶδες τὸ τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα εἶναι πρὸς ἄλληλα, ὡς τὰ ὑπὸ τῶν ἀποτεμνομένων ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆς διαμέτρυ περιεχόμενα ὀρθογώνια. Οἷόν τι λέγω· ὃν τρόπον ἡ ἐφαπτομένη ΜΘ τέμνει τὴν διάμετρον ΝΞ, ὡς εἶναι τὰς ΓΚ, ΓΝ, ΓΘ συνεχῶς ἀνάλογον, τό,τε ὑπὸ ΘΓΚ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμιδιαμέτρυ ΓΝ τετραγώνῳ ἴσον (Πορ. ΙΑ΄. τῆς Θ΄.) καὶ δὴ ϗ τὴν ΞΚ πρὸς ΚΝ ὡς ΘΞ πρὸς ΘΝ ἤτοι τὰς ΘΞ, ΘΚ, ΘΝ ἁρμονικῶς ἀνάλογον (Πορ. ΙΒ΄. τῆς αὐτῆς)· οὕτω δὴ ϗ ἡ ἐφαπτομένη ΝΙ τέμνει τὴν διάμετρον μΓΜ, ὡς εἶναι τὰς ΓΧ, ΓΜ, ΓΙ συνεχῶς ἀνάλογον, τό,τε ὑπὸ ΧΓΙ ἴσον τῷ ἀπὸ ΓΜ ϗ τὴν μΧ πρὸς ΜΧ ὡς Ιμ πρὸς ΙΜ, τῦτ' ἔςι τὰς Ιμ, ΙΧ, ΙΜ ἁρμονικῶς ἀνάλογον.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄.

Ἀλλὰ δὴ ϗ ἡ Παράμετρος τῆς διαμέτρυ ταύτης διορισθήσεται ἐὰν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς διαμέτρυ περιεχόμενον ὀρθογώνιον μΔΜ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τεταγμένης ΔΖ τετράγωνον, οὕτως ἡ πλαγία διάμετρος μΜ πρὸς ἑτέραν τινὰ ζητυμένην. Αὕτη γὰρ τῦτον τὸν τρόπον πορισθεῖσα, ἔσεται κατὰ τὸ ἕκτον πόρισμα τῆς Ε΄. ϗ ϛ΄. Παράμετρος ἤτοι πλευρὰ ὀρθία, ἥτις ἐςὶ πρὸς τὴν πλαγίαν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς τεταγμένης τετράγωνον πρὸς τὸ ἀντιςοιχῦν αὐτῷ ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῆς διαμέτρυ περιεχόμενον.

ΠΟΡΙΣΜΑ ϛ'.

Ὅσα δέδεικται ἐν τῷ Γ', Δ', Ε', καὶ ϛ'. Πορίσματι τῆς Ι'. ἐπὶ τῆς Παραβολῆς, ὅτι δηλαδὴ τὰ ἐπὶ τῶν τεταγμένων συνιστάμενα τρίγωνα ἐξισοῦται τοῖς ἀντιστοιχοῦσιν αὐτοῖς τετραπλεύροις, ταῦτα δειχθήσεται τῷ αὐτῷ λόγῳ ἀληθεύοντα καὶ ἐπὶ τῆς Ὑπερβολῆς καὶ Ἐλλείψεως. Ἔστι γὰρ καὶ ἐπὶ τούτων τὸ τρίγωνον ΟΡΜ ἴσον τῷ τετραπλεύρῳ ΟΗΠΘ (κατὰ γὰρ τὸ Β'. Πόρισμα τῆς παρούσης τὸ τρίγωνον ΔΗΡ ἐστιν ἴσον τῷ τετραπλεύρῳ ΜΔΠΘ, κοινοῦ δὲ τοῦ ΔΜΟΗ ἀρθέντος, ἀπολείπεται τὸ ΟΡΜ ἴσον τῷ ΟΗΠΘ). Ὅθεν τὰ δύω τρίγωνα ΠΛΗ, ΟΡΜ ὁμοῦ ληφθέντα ἔσται μὲν ἴσα τῷ ὅλῳ ΘΛΟ· τάγε μὴν ἀπὸ τῶν πλευρῶν ΗΛ, ΟΡ τετράγωνα ὁμοῦ ληφθέντα ἐπὶ τῆς Ὑπερβολῆς καὶ Ἐλλείψεως οὐκ ἔσται τῷ ἀπὸ τῆς ΛΟ ἴσα, ὡς (Πορ. Γ'. τῆς Ι'.) ἐπὶ τῆς Παραβολῆς. Ἐπὶ γὰρ τούτων ἡ διάμετρος ΝΚ οὐκ ἔστι τῇ διαμέτρῳ ΜΔ παράλληλος, ὥσπερ ἐπὶ τῆς Πκραβολῆς. Ὅθεν οὐδὲ τὰ τρίγωνα ΔΗΡ, ΟΡΜ ὅμοια. Αὐτὸ τοῦτο ῥητέον καὶ περὶ τοῦ τριγώνου ΜΣΑ, ὅπερ ἰσοῦται τῷ τετραπλεύρῳ ΖΠΘΑ (67), καὶ τῶν ΠΒΖ, ΜΣΑ, ἅτινα ὁμοῦ ληφθέντα ἐξισοῦται τῷ ΘΑΒ, καὶ τῶν λοιπῶν.

---

67) *ΣΔΖ=ΜΔΠΘ (Πορ. Β'.). Ὅθεν ΣΔΖ+ΜΔΖΑ ΖΠΘΑ. Ἔνθεν τοι ΜΣΑ+ΠΒΖ=ΖΠΘΑ+ΠΒΖ=ΘΒΑ τὰ δύω ἄρα τρίγωνα ΜΣΑ, ΠΒΖ ὁμοῦ ληφθέντα ἐξισοῦται τῷ ΘΒΑ. Τά γε μὴν ἀπὸ τῶν ΒΖ, ΣΑ τετράγω-*

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Ζ'.

Ο"τι δὲ τὸ ὀρθογώνιον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς τεμνέσης ὅλης, καὶ τȣ̃ ἐκτὸς μέρȣς αὐτῆς τȣ̃ μεταξὺ τῆς καμπύλης καὶ τῆς ἐφαπτομένης ἀπολαμβανομένȣ ἐςὶ πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τȣ̃ τμήματος τῆς ἐφαπτομένης τȣ̃ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς συμπτώσεως τῶν ἐφαπτομένων, ὡς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τȣ̃ τμήματος τῆς παρὰ τὴν τέμνȣσαν ἐφαπτομένης, τȣ̃ ἀπολαμβανομένȣ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς συμπτώσεως πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τȣ̃ λοιπȣ̃ τμήματος τῆς προτέρας ἐφαπτομένης τȣ̃ μεταξὺ τῆς ἀφῆς καὶ τῆς συμπτώσεως· τȣ̃τ' ἔςιν ὅτι τὸ ὑπὸ ΦΑΖ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΜ ἐςιν ὡς τὸ ΝΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΜ, καὶ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ ΖΩΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΩΝ, ἢ .τὸ ὑπὸ ζωη πρὸς τὸ ἀπὸ ωΝ ἐςιν ὡς τὸ ἀπὸ ΜΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΕ, ὅπερ δέδεικται (Πορ. Η'. τῆς Ι'.) συμβαῖνον ἐπὶ τῆς Παραβολῆς, τȣ̃το δὴ συμβαίνει κἀπὶ τῆς Υ'περβολῆς καὶ Ε'λλείψεως. Συμβήσεται δ' ἔτι καὶ εἰ ἀπὸ δυεῖν ἀντικειμένων Υ'περβολῶν ἐφαπτόμεναι κατά τι σημεῖον ἀλλήλαις συνερχόμεναι ἀχθεῖεν ὡς γενικώτερον ἐν τῇ Ις'. δειχθήσεται (68).

να ὁμȣ̃ ληφθέντα ȣ̓κ ἔςαι ἴσα τῷ ἀπὸ τῆς *ΒΑ*· ταὐτὸ τȣ̃το ῥητέον καὶ περὶ τῶν λοιπῶν.

68) Δῆλον δ' ὅτι κἀν τοῖς 45, 46 σχήμασι τὸ τρίγωνον *ΠΗΚ* ἔςαι τῷ τετραπλεύρῳ *ΝΚΡΙ* ἴσον. Α'χθείσης γὰρ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην *ΜΘ* τῆς εὐθείας ηφ, ἥτις

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΕ΄.

Σχημ. 39. 40. 41. Ἐὰν ἐπὶ τῆς περιμέτρου Ὑπερβολῆς ἢ Ἐλλείψεως ληφθῇ τι σημεῖον τὸ Η μεταξὺ δυεῖν διαμέτρων τῶν ΓΝ, ΓΜ ἢ ϗ ἐκτὸς αὐτῶν ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως (σχημ. 41)· δι᾽ αὐτοῦ δὲ παράλληλοι ἀχθῶσι ταῖς ΝΙ, ΜΘ ἐφαπτομέναις ἕως τῶν διαμέτρων αἱ ΗΡ, ΗΠ· τὸ τετράπλευρον ΠΗΡΓ τὸ γινόμενον πρὸς ἑκατέρᾳ τῶν παρὰ τὰς ἐφαπτομένας ἀγομένων ϗ ἑκατέρᾳ τῇ διαμέτρῳ ἴσον ἔσται τῷ γινομένῳ πρὸς τῇ μιᾷ τῶν ἐφαπτομένων, ϗ ἑκατέρᾳ τῶν διαμέτρων τριγώνῳ ΓΘΜ ἢ ΓΙΝ.

Ἐπεὶ γὰρ προδέδεικται ἴσον τὸ τρίγωνον ΔΗΡ τῷ ΔΜΘΠ τραπεζίῳ (Πορ. Β΄. τῆς ΙΔ΄.)

θὺ ϗ τὴν διάμετρον ΝΞ κατὰ τὸ π σημεῖον τεμεῖ, ἔσεται κατὰ τὴν παροῦσαν Πρότασιν τὸ τρίγωνον πηΚ ἴσον τῷ τετραπλεύρῳ ΝΚΡΙ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΠΗ, πη εἰσὶ τῇ αὐτῇ τρίτῃ ΜΘ ἑπομένως δὴ ϗ ἀλλήλαις παράλληλοι. Ἔστιν ἄρα τὰ τρίγωνα πηΚ, ΠΗΚ ἀλλήλοις ὅμοια. Ἐπεὶ δὴ ϗ ἡ πλευρὰ ηΚ ἐστιν ἴση τῇ ὁμολόγῳ πλευρᾷ ΗΚ, ἔστιν ἄρα τὰ τρίγωνα ταῦτα ϗ ἴσα (19. τοῦ ϛ΄.). Ἀλλὰ τὸ τρίγωνον πηΚ ἐστιν ἴσον τῷ τετραπλεύρῳ ΝΚΡΙ, ἄρα ϗ τὸ ΠΗΚ.

ἀφῃρήσθω μὲν ἐπὶ τῆς Ὑπερβολῆς ἑκάτερον ἐκ τῦ τριγώνυ ΓΠΔ, προκείσθω δ' ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως τῷ αὐτῷ τριγώνῳ ἑκάτερον· καὶ γίνεται ἀεὶ τὸ ΠΗΡΓ τετράπλευρον ἴσον τῷ ΓΘΜ τριγώνῳ, ὅπερ δέδεικται (Προτ. ΙΔʹ.) τῷ ΓΙΝ ἴσον, ὃ ἔδει δεῖξαι (69).

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Αʹ.

Ὅθεν ἐὰν ἀφ' ἑτέρυ τινὸς σημείυ τῦ Α ἐπὶ τῆς Ὑπερβολικῆς ἢ ἐλλειπτικῆς περιμέτρυ ληφθέντος ἀχθῶσι ταῖς ἐφαπτομέναις παράλληλοι αἱ ΑΤ, ΑΛ ἄχρι τῶν διαμέτρων προεκβαλλόμεναι, ἔςαι τὸ τετράπλευρον ΛΑΤΓ ἴσον τῷ τετραπλεύρῳ ΠΗΡΓ. Ἔςι γὰρ τὸ ΛΑΤΓ ἴσον τῷ τριγώνῳ ΓΘΜ, ὅπερ δέδεικται ἐν τῇ Προτάσει ἴσον τῷ ΠΗΡΓ.

---

69) Ὅτι δὲ κἀν τῷ 41 σχήματι τὸ ΔΗΡ τρίγωνον ἴσον ἐςι τῷ τραπεζίῳ ΔΜΠΘ, δῆλον αὐτόθεν· ὥσπερ γὰρ ἐν τῷ 36 σχήματι ἐδείχθη τὸ δηΡ ἴσον τῷ ϐΜΘπ, ὕτω κἀνταῦθα ἀχθείσης τῆς ΖΣ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην ΝΙ, ἔςαι τὸ τρίγωνον ΔΖΣ τῷ ΜΔΠΘ τραπεζίῳ ἴσον· ἔςι δὲ τὸ ΔΖΣ ὅμοιον ϗ ἴσον τῷ ΔΗΡ διὸ ὅ,τι παράλληλοι αἱ ΗΡ, ΖΣ, ϗ αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ΗΔ, ΔΖ ἴσαι· ἄρα τὸ ΔΗΡ ἴσον τῷ τραπεζίῳ ΔΜΠΘ.

70. Καὶ ἐν τῷ 46 σχήματι τὸ τρίγωνον ΓΙΝ ἴσον ἐςι τῷ τραπεζίῳ ΠΗΡΓ. Ἀχθείσης γὰρ τῆς ἐφαπτομένης νι, ἥτις ἔςαι τῇ ἑτέρᾳ ΝΙ παράλληλος, ἀναφυή-

ΠΟΡΙΣΜΑ Β'.

Προεκβληθεισῶν δὲ τῶν ΑΤ, ΠΗ ἄχρις ὅτου κατάτι σημεῖον ἀλλήλαις τὸ Κ συμπέσωσιν, ἡ ὑπεροχὴ οἱωνδήποτε τῶν εἰρημένων ἀλλήλοις ἴσων τετραπλεύρων, τῶν ΠΗΡΓ, ΛΑΤΓ φέρε, ᾗ ὑπερέχει ἑκάτερον τοῦ ΠΚΤΓ, τοῦτ' ἔςι τὰ τραπέζια ΚΗΡΤ, ΠΚΑΛ ἔςαι ἀλλήλοις ἴσα.

σεται τὸ τρίγωνον ΓΙΝ τῷ τριγώνῳ Γιν ἴσον (19. τοῦ ς'.), διὰ τὸ εἶναι τὴν Γν, τῇ ΓΝ ἴσην. Ἔςι δὲ τὸ Γιν τῷ ΓΘΜ ἴσον (Προτ. ΙΔ'.). Ὥσπερ ἄρα τὸ τρίγωνον ΓΘΜ ἔςιν ἴσον τῷ τραπεζίῳ ΠΗΡΓ (Προτ. ΙΕ'.) οὕτω καὶ τὸ ΓΙΝ ἴσον ἔςαι τῷ ΠΗΡΓ. Τὸ αὐτὸ συμβαίνει κἂν τῷ 49 σχήματι. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΔΗΡ τρίγωνον δέδεικται (Πορ. Α'. τῆς ΙΔ.) ἴσον τῷ τετραπλεύρῳ ΜΔΠΘ, προσκειμένου κοινοῦ τοῦ ΠΔΓ, γίνεται τὸ ΠΗΡΓ ἴσον τῷ ΓΜΠ, ὅπερ ἐςὶν ἴσον τῷ Γνι (Προτ. ΙΔ.). Ἀλλὰ τὸ Γνι ἐςὶν ἴσον τῷ ΓΝΙ δι' ὅ,τι ἐςὶν ἀλλήλοις ὅμοια τὰ Γνι, ΓΝΙ καὶ ἡ Γν τῇ ΓΝ ἴση· ἄρα τὸ τρίγωνον ΓΝΙ ἴσον τῷ τετραπλεύρῳ ΠΗΡΓ.

71) Ἐκ τῆς ΙΕ'. δείκνυται ὅτι κἂν τοῖς 55, 56, 57 σχήμασι τὸ τετράπλευρον ΚΟΠΡ ἐςὶν ἴσον τῷ ΗΣΞΡ. Ἐν μὲν γὰρ τῷ 55 σχήματι, τὸ τρίγωνον ΓΝΔ ἐςὶν ἴσον τῷ τραπεζίῳ ΟΚΞΓ (Προτ. ΙΕ'.)· καὶ τὸ ΓΝΔ ἴσον τῷ Γνι τοῦτο δὲ ἴσον τῷ ΓΜΘ ὅπερ ἐςὶν ἴσον τῷ ΠΗΣΓ (σημ. 70.) ἄρα τὸ ΟΚΞΓ ἴσον τῷ ΠΗΣΓ κοινοῦ δὲ προσκειμένου τοῦ ΠΓΞΡ, γίνεται ΗΣΞΡ τῷ ΚΟΠΡ ἴσον. Ἐν δὲ τῷ 56 ἐπεὶ τὸ τρίγωνον ΞΚε ἐςὶν ἴσον τῷ τετραπλεύρῳ ΜεΟΘ (Προτ. ΙΔ.), προσκειμένου κοινοῦ τοῦ ΟεΓ, γίνεται ΟΓΞΚ=ΜΓΘ· τῷ δὲ αὐτῷ τρόπῳ

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Γ'.

Ἐὰν δὲ προσεκβληθεῖσαι αἱ ΑΛ, ΗΡ συμπέσωσιν ἀλλήλαις κατὰ τὸ Φ. προστεθέντος μὲν ἐπὶ τῆς Ὑπερβολῆς, ἀφαιρεθέντος δ' ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως ἐκ τῶν εἰρημένων ἴσων ἀλλήλοις τραπεζίων τοῦ ΑΚΗΦ, ἔσται ἀεὶ τὸ ΑΦΡΤ, ἴσον τῷ ΝΦΛΠ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙϚ'.

Ἐὰν Κώνου τομῆς οἱασοῦν ἢ τῆς αὐτῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων δύω εὐθεῖαι ἐπιψαύου- Σχημ. 42. 43. 44. 45 46. 47. 48 49.

δειχθήσεται καὶ τὸ ΠΓΣΗ=ΜΓΘ· ἄρα ΟΓΞΚ=ΠΓΣΗ. κοινοῦ δὲ τοῦ ΠΓΞΡ ἀρθέντος, λοιπὸν τὸ ΗΣΞΡ λοιπῷ τῷ ΚΟΠΡ ἴσον. Ἐφαρμοσθείσης δὲ τῆς αὐτῆς δείξεως καὶ τῷ 57 σχήματι, δειχθήσεται ΟΓΞΚ=ΠΗΣΓ· ἔνθεντοι ΠΓΞΡ−ΟΓΞΚ=ΠΓΞΡ−ΠΗΣΓ· ἤτοι ΚΟΠΡ=ΗΣΞΡ.

72) Κἂν τοῖς 51, 52 σχήμασι δειχθήσεται τὸ ΗΣΞΡ ἴσον τῷ ΚΟΠΡ, ἐπεὶ γάρ ἐστι ΠΝη=ηΗΣΔ (Προτ. ζ. τῆς Γ.), καὶ ΟΝι=ιΚΞΔ (διὰ τὸ αὐτὸ) καὶ τὸ ηΗΣΔ=ηΗβι+ιβΣΔ (ἐκ τοῦ σχήματος)· ἄρα ΠΝη=ηΗβι+ιβΣΔ. Ἔνθεντοι ἐν μὲν τῷ 51 σχήματι ἔσεται ΟΝι−ΠΝη=ιΚΞΔ−ηΗβι−ιβΣΔ=βΚΞΣ−ηΗβι ἤτοι ΠηιΟ=βΚΞΣ−ηΗβι· κοινοῦ δὲ προσκειμένου τοῦ ηΗβι ἔσται ΠηιΟ+ηΗβι=βΚΞΣ, τοῦτ' ἔστι ΠΗβΟ=βΚΞΣ· καὶ τοῦ ΚβΗΡ κοινοῦ προστεθέντος γίνεται ΚΟΠΡ=ΗΣΞΡ. Ἐν δὲ τῷ 52, ΠΝη−ΟΝι=ηΗΣΔ−ιΚΞΔ, ὅθεν ΠηιΟ=ηΗΣΔ−ηΓΞΔ−ιηΡΚ=ΗΣΞΡ−ιηΡΚ, καὶ προσκειμένου κοινοῦ τοῦ ιηΡΚ, ΠηιΟ+ιηΡΚ=ΗΣΞΡ· τοῦτ' ἔστι ΚΟΠΡ=ΗΣΞΡ.

σαι αἱ ΜΕ, ΝΕ συμπίπτωσι κατά τι σημεῖον τὸ Ε· ἀπὸ δέ τινος σημείου τῶν ἐπὶ τῆς τομῆς ἀχθῇ παρά τινα τῶν ἐφαπτομένων τὴν ΜΕ φέρε, εὐθεῖα ἡ ΗΖ τέμνουσα τὴν τομὴν κατὰ τὸ Η καὶ τὴν ἑτέραν ἐφαπτομένην κατὰ τὸ Ω, ἔσται ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων ΜΕ, ΕΝ τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν μεταξὺ τῆς τομῆς καὶ τῆς ἐφαπτομένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον ΖΩΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἀπολαμβανομένης ΝΩ πρὸς τῇ ἀφῇ τετράγωνον.

Ἤχθωσαν διὰ τῶν ἀφῶν Μ, Ν διάμετροι αἱ ΜΔ, ΝΚ συμπίπτουσαι τῇ μὲν ΗΖ προσεκβληθείσῃ κατὰ τὰ Δ, Π· ταῖς δ' ἐφαπτομέναις ΜΕ, ΝΕ προαχθείσαις κατὰ τὰ Ι, Θ· καὶ τῇ διὰ τοῦ Η παρὰ τὴν ἑτέραν ἐφαπτομένην ἀχθείσῃ εὐθείᾳ κατὰ τὰ Ρ, Κ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΩΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ΩΔΙ τρίγωνον, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΗΔ τετράγωνον πρὸς τὸ ΗΔΡ τρίγωνον τὸ τῷ ἑτέρῳ ὅμοιον (19 τοῦ ϛʹ.). Ἡ ὑπεροχὴ ἄρα τῶν ἡγουμένων τοῦτ' ἔστι τὸ ὀρθογώνιον ΖΩΗ (διὰ τὸ διχοτομίαν εἶναι τὸ Δ τῆς ΗΖ, ἥτις τεταγμένως κατῆκται ἐπὶ τὴν διάμετρον ΜΔ, ὡς τῇ ΜΕ ἐφαπτομένῃ παράλληλος) πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἑπομένων, τοῦτ' ἔστι τὸ τραπέζιον ΗΩΙΡ, ὡς εἷς τις τῶν ἡγυμένων, τῦτ᾽ ἐςι τὸ ἀπὸ ΩΔ πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, τῦτ᾽ ἔςι τὸ τρίγωνον ΩΔΙ. Α᾽λλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ ΩΔ πρὸς τὸ τρίγωνων ΩΔΙ, ὕτω τὸ ἀπὸ ΜΕ πρὸς τὸ τρίγωνον ΕΜ (19 τῦ ϛ΄). Ω῾ς ἄρα τὸ ὀρθογώνιον ΖΩΗ πρὸς τὸ τραπεζίον ΗΩΙΡ, ὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΜΕ τετράγωνον πρὸς τὸ ΜΕΙ τρίγωνον. Α᾽λλ᾽ ἔςι τὸ μὲν τραπέζιον ΗΩΙΡ ἴσον τῷ τριγώνῳ ΩΝΠ (*)· τὸ δὲ ΕΜΙ τρίγωνον ἴσον τῷ ΕΝΘ τριγώνῳ (Πορ. Α΄. τῆς ΙΔ΄.)). Ω῾ς ἄρα τὸ ὀρθογώνιον ΖΩΗ πρὸς τὸ ΩΝΠ τρίγωνον, ὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΜΕ τετράγωνον πρὸς τὸ ΕΝΘ τρίγωνον, ϗ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΖΩΗ ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΜΕ τετράγωνον, ὕτω τὸ τρίγωνον ΩΝΠ πρὸς τὸ τρίγωνον ΕΝΘ, τῦτ᾽ ἔςι τὸ ἀπὸ ΩΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΝ. Καὶ

*) Επεὶ μὲν γὰρ τῆς Παραβολῆς ἀεὶ τὸ τρίγωνον ΠΗΚ ἐςιν ἴσον τῷ τετραπλεύρῳ ΝΚΡΙ (ἐν μὲν τοῖς 42, 48 σχήμασι κατὰ τὸ Β΄. πόρ. τῆς Ι΄. ἐν δὲ τῷ 47 κατὰ τὴν ΙΔ΄. ϗ ἐν τοῖς 45, 46 κατὰ τὴν 68 Σημείωσιν). Ε᾽ὰν ἄρα ἀφαιρεθῇ μὲν ἑκατέρωθεν (ἐν τοῖς 42, 47 σχήμ.) προςεθῇ δὲ ἑκατέρῳ (ἐν τοῖς 43, 45, 48 σχήμ.) τὸ τετράπλευρον ΩΝΗΚ, γίνεται ἀεὶ τὸ τρίγωνον ΩΝΠ τῷ τραπεζίῳ ΗΩΙΡ ἴσον· ἐπεὶ δὲ τῆς Υ῾περβολῆς ϗ Ε᾽λλείψεως, ἐπειδὴ τὸ τετράπλευρον ΓΡΗΠ ἐςιν ἴσον τῷ ΓΙΝ τριγώνῳ (Προτ. ΙΕ΄. ϗ σημ. 70.). Ε᾽ὰν ἀφαιρεθῇ μὲν ἑκατέρωθεν ἐν τῷ 41 σχήματι, προςεθῇ δὲ ἑκατέρῳ ἐν τῷ 40 σχήματι, τὸ τετράπλευρον ΓΙΩΠ ἢ τὸ χωρίον ΓΡΗΩΝ ἐν τῷ 49 γίνεται ἀεὶ ὡσαύτως τὸ τρίγωνον ΩΝΠ, ἴσον τῷ τραπεζίῳ ΗΩΙΡ.

αὖθις ἐναλλὰξ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΜΕ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΝ, ὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΖΩΗ ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΩΝ τετράγωνον, ὃ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄.

Ἐὰν ἄρα ἐπὶ τὰς ἀφὰς ἐπιζευχθῇ εὐθεῖα ἡ ΝΜ τέμνυσα τὴν ΗΖ κατὰ τὸ Υ, αἱ ΩΖ, ΩΥ, ΩΗ ἔσονται συνεχῶς ἀνάλογον τῦτ᾽ ἔςι τὸ ὑπὸ τῶν ΖΩΗ ὀρθογώνιον ἔςαι ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΩΥ τετραγώνῳ. Διὰ γὰρ τὴν τριγώνων ΝΩΥ, ΝΕΜ ὁμοιότητα τὸ ἀπὸ τῆς ΩΥ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΩΝ ἐςιν, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΜ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΝ (19 τῦ ϛ΄.). Ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ ΕΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΝ, ὕτω τὸ ὑπὸ ΖΩΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΩΝ (ὡς δέδεικται ἐν τῇ Προτάσει). Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΩΥ πρὸς τὸ ἀπὸ ΩΝ, ὕτω τὸ ὑπὸ ΖΩΗ πρὸς τὸ ΩΝ· τὸ ἄρα ἀπὸ ΩΥ ἴσον τῷ ὑπὸ ΖΩΗ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.

Ἐν δὲ τῇ Παραβολῇ (σχημ. 42, 43) καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΩΠ τετράγωνον ἔςαι ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΖΩΗ ὀρθογωνίῳ. Ὡς γὰρ ἡ ΜΕ ἐςιν ἴση τῇ ΕΘ ὕτω καὶ ἡ ΥΩ ἴση τῇ ΩΠ διὰ τὴν τῶν ἐφαπτομένων ἰδιότητα (73). Ἄρα τὸ ἀπὸ ΥΩ, ἴσον τῷ ἀπὸ ΩΠ, καὶ ἑκάτερον τῷ ὑπὸ ΖΩΗ.

---

73) Ἐὰν γὰρ διὰ τῦ Μ ἀχθῇ παρὰ τὴν ἐφαπτομένην ΝΕ, τῦτ᾽ ἔςι τεταγμένως ἐπὶ τὴν ΝΚ διάμετρον

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Γ'.

Ε'ὰν δὲ καὶ πλείυς τέμνυσαι ἀλλήλαις παράλληλοι αἱ ΖΗ, ζη τῶν ἐφαπτομένων τινὶ τῇ ΝΕ φέρε κατὰ τὰ Ω, ω συμπέσωσι, τὰ ὑπὸ τῶν ΖΩΗ, ζωη ὀρθογώνια ἔςαι ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων πρὸς τῇ ἀφῇ ΩΝ, ωΝ τετράγωνα. Τὰ γὰρ ὀρθογώνια ταῦτα ἐξισῦται τοῖς ἀπὸ τῶν ΩΥ, ωυ τετραγώνοις ἑκάτερον ἑκατέρῳ (Πορ. Β'.) ἅπερ ἐςὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ΝΩ, Νω τετράγωνα (19 τῦ ς'). Σχημ. 50.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Δ'.

Ε'πεὶ ἡ εὐθεῖα ΖΗ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς διαμέτρυ ΜΔ κατὰ τὸ Δ (σχημ. προηγ.)· τέτακται γὰρ ἐπὶ ταύτην. Τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΖΩΗ ὀρθογώνιον μετὰ τῦ ἀπὸ τῆς ΗΔ τετραγώνυ ἐςὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΩ τετραγώνῳ (6 τῦ Β'.). Ε'ὰν ἄρα ἀντὶ τῦ ὑπὸ τῶν ΖΩΗ ὀρθογωνίυ τεθῇ τὸ αὐτῷ ἴσον τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΩΥ, ἔςαι τὰ ἀπὸ τῶν ΩΥ, ΗΔ τετράγωνα ἅμα ληφθέντα ἴσα τῷ ἀπὸ τῆς ΔΩ τετραγώνῳ.

εὐθεῖα ἡ *ΜΟ* τέμνυσα τὴν *ΝΚ* προεκβληθεῖσαν κατὰ *Ο* ἔςαι τὸ τρίγωνον *ΘΕΝ*, ὅμοιον τῷ τριγώνῳ *ΘΜΟ* καὶ *ΘΕ* : *ΕΜ* = *ΘΝ* : *ΝΟ*· ἴση δὲ ἡ *ΘΝ* τῇ *ΝΟ* (Πορ. ς'. τῆς Θ'.) ἴση ἄρα καὶ ἡ *ΘΕ* τῇ *ΕΜ*.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄.

Ἐπὶ τῆς Παραβολῆς (σχημ. 42, 43) ἐπεὶ ἡ ΥΩ ἐστιν ἴση τῇ ΩΠ (Πορ. Β΄.), ἄρα τὸ ὑπὸ ΥΗΠ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΩΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΩΥ (5 τοῦ Β΄.) τοῦτ᾽ ἔστι τῷ ὑπὸ ΖΩΗ (Πορ. Α΄.) ἢ τῷ ὑπὸ ΖΗΩ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΗΩ (3 τοῦ Β΄.) κοινοῦ δὲ τοῦ ἀπὸ ΗΩ ἀφαιρεθέντος, λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΥΗΠ λοιπῷ τῷ ὑπὸ ΖΗΩ ἴσον. καὶ ἡ ΖΗ πρὸς ΗΠ, ὡς ἡ ΗΥ πρὸς ΗΩ· ἢ (ἐπείἐστιν ἡ μὲν ΗΥ ἀφαιρεθὲν ἐκ τῆς ὅλης ΖΗ· ἡ δὲ ΗΩ ἀφαιρεθὲν ἐκ τῆς ὅλης ΗΠ) ὡς λοιπὴ ἡ ΥΖ πρὸς λοιπὴν τὴν ΠΩ (19 τοῦ Ε΄.). Ἐναλλὰξ δὲ (ἐκ τῆς ἀναλογίας ΖΗ:ΗΠ=ΥΗ:ΗΩ) ἔσται ὡς ΖΗ πρὸς ΥΗ, οὕτως ἡ ΗΠ πρὸς ΗΩ· ἢ ἡ ΠΚ πρὸς ΚΝ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΙΖ΄.

Σχημ. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. Ἐὰν Κώνου τομῆς οἱασδήποτε ἤτοι τῆς αὐτῆς ἢ τῶν ἀντικειμένων δύω εὐθεῖαι ἐπιψαύουσαι αἱ ΜΑ, ΝΑ συμπίπτωσιν ἀλλήλαις κατά τι σημεῖον τὸ Α παρ᾽ αὐτὰς δὲ ἀχθῶσιν ἐν τῇ τομῇ ὁσαιδήποτε αἱ ΗΖ, ΚΤ τέμνουσαι ἀλλήλας τε κατὰ τὸ Ρ εἴτε ἐντὸς τῆς τομῆς εἴτε καὶ ἐκτὸς, καὶ τὴν τομὴν ἢ τὰς ἀντικειμένας κατὰ Η, Ζ, Κ, Τ ἔσται τὰ ὑπὸ τῶν τμημάτων, εἰς ἃ τέμνουσιν ἀλλήλας αἱ εὐθεῖαι αὗται, περιεχόμενα ὀρθογώνια, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων ΜΑ, ΝΑ τετράγωνα.

Ἤχθωσαν γὰρ διὰ τῶν ἁφῶν Μ, Ν διάμετροι αἱ ΜΕ, ΝΛ· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἵ τε ἐφαπτόμεναι καὶ αἱ ταύτης παράλληλοι ΗΖ, ΚΤ μέχρι τῶν διαμέτρων ἐπὶ τὰ Θ, Δ, Π, Ξ· καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Κ, Η παρὰ τὰς ἐφαπτομένας αἱ ΚΟ, ΗΣ τέμνουσαι τὰς διαμέτρους κατὰ τὰ Ο, Σ. Φανερὸν δὲ ὅτι αἱ ΗΖ, ΚΤ τεταγμένως κατήχθησαν ἐπὶ τὰς διαμέτρους, καὶ δίχα τέτμηνται ὑπ' αὐτῶν κατὰ τὰ Ε, Λ· καὶ ὄντων ἀλλήλοις ὁμοίων τῶν τριγώνων ΗΕΣ, ΡΕΞ, τὸ ἀπὸ τῆς ΗΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΡΕ ἐστιν ὡς τὸ τρίγωνον ΗΕΣ πρὸς τὸ ΡΕΞ (19 τοῦ ς΄.)· καὶ δὴ καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπὸ ΗΕ, ΡΕ, τοῦτ' ἔστι τὸ ὀρθογώνιον ΗΡΖ (5, 6 τοῦ Β΄.) πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῶν τριγώνων ΗΕΣ, ΡΕΞ, τοῦτ' ἔστι τὸ τετράπλευρον ΖΡΞΣ, ὡς τὸ ἀπὸ ΗΕ πρὸς τὸ τρίγωνον ΗΕΣ· ἢ ὡς τὸ ἀπὸ ΜΑ πρὸς τὸ τρίγωνον ΑΜΔ, ἢ τὸ αὐτῷ ἴσον ΑΝΘ (Προτ. Γ΄. καὶ Πορ. Α΄. τῆς ΙΔ΄.). Ὁμοίως δειχθήσεται ὅτι καὶ ὡς τὸ ὀρθογώνιον ΚΡΤ πρὸς τὸ τετράπλευρον ΚΟΠΡ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΚΛ πρὸς τὸ τρίγωνον ΚΛΟ, τοῦτ' ἔστι τὸ ἀπὸ ΑΝ πρὸς τὸ τρίγωνον ΑΝΘ (19 τοῦ ς΄.)· δέδεικται δὲ τὸ τετράπλευρον ΚΟΠΡ τῷ τετραπλεύρῳ ΗΣΞΡ ἴσον (ἐπὶ μὲν τῶν

53, 54 σχημάτων ἐν τοῖς πορίσμασι τῆς ΙΔ΄. ἐπὶ δὲ τῶν λοιπῶν ἐν ταῖς 71, 72 Σημειώσεσιν). Ἀμοιβῇ ἄρα τῶν ἴσων ᾗ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ τετράπλευρον ΗΣΞΡ πρὸς τὸ ὀρθογώνιον ΚΡΤ, ὕτω τὸ τρίγωνον ΑΝΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΝ. Ἐπεὶ ὖν ἐςιν ὡς μὲν τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ τετράπλευρον ΗΣΞΡ, ὕτω τὸ ἀπὸ ΑΜ πρὸς τὸ τρίγωνον ΑΝΘ· ὡς δὲ τὸ τετράπλευρον ΗΣΞΡ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, ὕτω τὸ τρίγωνον ΑΝΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΝ· διΐσυ ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, ὕτω τὰ ἀπὸ ΑΜ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΝ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄.

Ἐὰν ἄρα δύω χορδαὶ ἀλλήλαις παράλληλοι αἱ ΖΗ, ΧΦ τμηθῶσιν ὑφετέρας τῆς ΚΤ κατὰ τὰ Ρ, Υ, τὰ ὑπὸ τῶν τμημάτων αὐτῶν τε ᾗ τῆς τεμύσης περιεχόμενα ὀρθογώνια ἀνάλογον ἔσεται· ἤτοι ὡς τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, ὕτω τὸ ὑπὸ ΦΥΧ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΥΤ. Ἐπεὶ γάρ ἐςιν ἐκ τῆς παρύσης ὡς μὲν τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, ὕτω τὸ ἀπὸ ΜΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΑ· ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΦΥΧ πρὸς ὑπὸ ΚΥΤ ὕτω τὸ ἀπὸ ΜΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΝΑ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΗΡΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΡΤ, ὕτω τὸ ὑπὸ ΦΥΧ πρὸς τὸ ὑπὸ ΚΥΤ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.

Ἐὰν δὲ δύω εὐθεῖαι αἱ ΗΖ, ΚΤ συμπίπτυσαι ἀλλήλαις κατὰ τὸ Ρ, δυσὶν ἑτέραις ταῖς ΦΧ,