ἡμιπαραμέτρȣ περιεχομένȣ ὀρθογωνίȣ (Προ. Λ΄.)· ἄρα κἀκεῖνο. Ὅθεν ἐπεὶ ἡ ΓΙ ἴση τῷ ἡμιάξονι ΓΝ, (Προ. ΚΑ.)· ἄρα ϗ ἡ ΔΜ ἐςὶν ἴση τῇ ἡμιπαραμέτρῳ ο. ε. δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐὰν δὲ ἀπὸ τȣ̃ σημείȣ Π ἀχθῇ ϗ τῷ ΥΜ κλώνῳ κάθετος ἡ ΠΡ ἔσεται ὡσαύτως ἡ ΜΡ, ἴση τῇ ἡμιπαραμέτρῳ. Πᾶσαι γὰρ αἱ πλευραὶ τῶν τριγώνων ΜΠΔ, ΜΠΡ ἔσονται ἴσαι, ἤτοι ἡ ΔΜ, ἴση τῇ ΜΡ, ϗ ἡ ΠΔ ἴση τῇ ΠΡ (26 τȣ̃ Α΄.). Οὐσῶν τῶν γωνιῶν ΔΜΠ, ΡΜΠ ἀλλήλαις ἴσων (116) ϗ δὴ ϗ τῆς ὑπὸ ΔΜΠ ἴσης τῇ ὑπὸ ΡΠΜ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΒ΄.

Σχημ. 87. 88. Ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως ϗ Ὑπερβολῆς τὸ ὑπὸ τῶν ἀποςημάτων τȣ̃ κέντρȣ ἀπὸ τῆς συμβολῆς τȣ̃ ἄξονος ϗ τῆς ἐφαπτομένης, ϗ τῆς ἐπὶ τὴν ἐφαπτομέ-

---

116) Ἐπεὶ αἱ γωνίαι ΠΜΘ, ΠΜΙ εἰσὶν ὀρθαὶ ϗ ἑπομένως ἴσαι ἀλλήλαις· ἐὰν ἀφαιρεθῶσιν αὐτῶν αἱ ἀλλήλαις ἴσαι (Πρότ. Κ.) γωνίαι ΕΜΘ, ΘΜΥ, ἀπολειφθήσεται ἡ γωνία ΔΜΠ = τῇ ΡΜΠ. Ὅθεν ἐπεὶ αἱ πρὸς τῷ Δ γωνίαι εἰσὶν ὀρθαί, ϗ διὰ τȣ̃το ἴσαι, ἔσεται ἡ γωνία ΔΠΜ ἴση τῇ γωνίᾳ ΡΠΜ (Πόρ. 9. τῆς 32. τȣ̃ Α΄.)

νην καθέτου περιεχόμενον ὀρθογώνιον ΘΓΠ, ἐξισοῦται τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τοῦ ἀποστήματος οἱασδήποτε Ἑστίας ἀπὸ τοῦ κέντρου ΓΕ, ἢ ΓΥ.

Ἐστι γὰρ ἐκ τοῦ Ε΄. Πορίσματος τῆς ΚΑ΄. ὡς ἡ ΥΘ, πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΥΠ πρὸς ΠΕ. Ἄρα συνθέσει μὲν ἐν τῇ Ἐλλείψει, διαιρέσει δὲ ἐν τῇ Ὑπερβολῇ ἔσεται ὡς ἡ ΥΘ σὺν ἢ πλὴν ΘΕ πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΥΠ σὺν ἢ πλὴν ΠΕ πρὸς ΠΕ, ἤτοι τὸ διπλάσιον τῆς ΓΘ πρὸς τὴν ΘΕ· ὡς τὸ διπλάσιον τῆς ΓΕ πρὸς τὴν ΠΕ (117). Καὶ ληφθέντων μὲν τῶν ἡμίσεων τῶν ἡγουμένων, ὡς ἡ ΓΘ πρὸς ΘΕ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΠΕ. Τῶν αὐτῶν δὲ ἡγουμένων παραβαλλομένων πρὸς τὴν διαφορὰν μὲν ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως, τὸ ἄθροισμα δὲ τῶν ὅρων ἐπὶ τῆς Ὑπερβολῆς, ἔσεται (118) ὡς ἡ ΓΘ πρὸς

---

117) Ἐπεὶ ἐστιν $\Upsilon\Gamma = \Gamma E$ ἔσεται ἐν μὲν τῇ Ἐλλείψει $\Upsilon\Theta = 2\Gamma E + E\Theta$. Ὅθεν $\Upsilon\Theta + \Theta E = 2\Gamma E + 2E\Theta = 2\Gamma\Theta$. Ἐπεὶ δὲ ἐστι $\Upsilon\Theta + \Theta E : \Theta E = \Upsilon\Pi + \Pi E : \Pi E$· ἔσεται $2\Gamma\Theta : \Theta E = \Upsilon E : \Pi E = 2\Gamma E : \Pi E$. Ἐν δὲ τῇ Ὑπερβολῇ ἐπεὶ ὡσαύτως ἐστὶν $\Upsilon\Gamma = \Gamma E$ ἔσεται $\Upsilon\Theta = \Upsilon\Gamma + \Gamma\Theta = E\Gamma + \Gamma\Theta = E\Theta + 2\Gamma\Theta$. Ὅθεν $\Upsilon\Theta - \Theta E = 2\Gamma\Theta$· δι' ὃ ἐπεὶ ἐστιν $\Upsilon\Theta - \Theta E : \Theta E = \Upsilon\Pi - \Pi E : \Pi E$, ἔσεται δὴ $2\Theta\Gamma : \Theta E = \Upsilon E : \Pi E = 2\Gamma E : \Pi E$.

118) $\Gamma\Theta : \Theta E = \Gamma E : \Pi E$ ἄρα ἀναστροφῇ λόγου ἐν τῇ Ἐλλείψει ἔσεται $\Gamma\Theta : \Gamma\Theta - \Theta E = \Gamma E : \Gamma E - \Pi E$, ἢ ἐπεὶ $\Gamma\Theta - \Theta E = \Gamma E$, καὶ $\Gamma E - \Pi E = \Gamma\Pi$, ἔσεται $\Gamma\Theta : \Gamma E = \Gamma E : \Gamma\Pi$. Ἐν δὲ τῇ Ὑπερβολῇ ἐπεὶ ἐστὶ

ΓΘ πλὴν ἢ σὺν ΘΕ τῦτ᾽ ἔςι πρὸς ΓΕ, ὕτως ἡ ΓΕ πλὴν ἢ σὺν ΠΕ τῦτ᾽ ἔςι πρὸς ΓΠ. Ὅθεν τὸ ὀρθογώνιον ΘΓΠ ἔςιν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΕ (17 τῦ ϛ΄.) ἢ τῆς ΓΤ τετραγώνῳ, ὀσῶν τῶν ΓΘ, ΓΕ, ΓΠ συνεχῶς ἀνάλογον, ὅπερ πρῦκειτο δεῖξαι.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Α΄.

Ἔνθεντοι τὸ ἀπὸ τῦ ἡμιάξονος ΓΝ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ ἀποςήματος τῆς Ἑςίας ἀπὸ τῦ κέντρυ τετράγωνον, ἐςιν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΓΠ, ἤτοι ὡς τὸ ἀπὸ τῦ κέντρυ ἀπόςημα τῆς ἐπὶ τὸν ἄξονα τεταγμένης ΜΚ πρὸς τὸ τῆς συμβολῆς τῆς καθέτου ΜΠ, καὶ τῦ ἄξονος ἀπὸ τῦ αὐτῦ κέντρυ ἀπόςημα. Τὸ μὲν γαρ ἀπὸ τῆς ΓΝ τετράγωνον ἐξισῦται τῷ ὑπὸ τῶν ΘΓΚ ὀρθογωνίῳ (Πορ. ΙΑ΄. τῆς Θ΄.), τὸ δ᾽ ἀπὸ τῆς ΓΕ δέδεικται ἐν τῇ παρύσῃ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΓΘΠ. ἅπερ ὀρθογώνιά ἐςιν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΓΠ, ἅτε ὕψος ἔχοντα τὸ αὐτὸ ΓΘ (1 τῦ ϛ΄.)· ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ ΓΝ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΕ, ἐςιν ὡς ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΓΠ.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Β΄.

Ὅθεν ἡ ΓΚ πρὸς τὴν ΓΠ ἔσεται ἀεὶ ἐν τῷ

$ΓΘ : ΘΕ = ΓΕ : ΠΕ$· ἀνάπαλιν ἔςαι $ΘΕ : ΓΠ = ΠΕ : ΓΕ$, καὶ συνθέσει $ΘΕ + ΓΘ : ΓΘ = ΠΕ + ΓΕ : ΓΕ$, καὶ ἀνάπαλιν $ΓΘ : ΘΕ + ΓΘ = ΓΕ : ΠΕ + ΓΕ$ ἤτοι $ΓΘ : ΓΕ = ΓΕ : ΓΠ$.

αὐτῷ ςαθερῷ λόγῳ τῦ ἀπὸ τῆς ΓΝ τετραγώνε, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΕ, ὅπη ἂν ἄρα ϗ ληφθῇ τὸ σημεῖον ἐκεῖνο Μ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΓʹ.

Ἐν πάσῃ Κωνικῇ Τομῇ ἐὰν αἱ ἐφαπτόμεναι ΒΕ, ΔΕ συνέλθωσι κατά τι σημεῖον τὸ Ε, ἀπὸ δὲ τῦ τῆς συμβολῆς αὐτῶν σημείυ Ε ἀχθῇ εὐθεῖα οἱαδήτις τέμνυσα τὴν μὲν τομὴν κατὰ τὰ σημεῖα Α, Η, τὴν δὲ τὰ τῆς ἁφῆς σημεῖα ἐπιζευγνῦσαν εὐθεῖαν κατὰ τὸ Ι, αὕτη δὴ ἡ εὐθεῖα ἁρμονικῶς ἀνάλογον κατ' ἐκεῖνα τὰ μέρη τμηθήσεται, ἤτοι ἔςαι ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΙ, ὕτως ἡ ΕΑ, πρὸς ΑΙ. Σχημ. 89. 90. 91. Πίν. Θ.

Ἤχθω διὰ τῦ σημείυ Ε ἡ διάμετρος διχοτομῦσα τὴν χορδὴν ΒΔ κατὰ τὸ Κ, ἥτις δὴ διχοτομήσει ϗ τὰς λοιπὰς τὰς παρὰ τὴν ΒΔ ἀπὸ τῶν σημείων Α, Η, ἀχθείσας ΑΜ, ΗΣ κατὰ τὸ Λ, Ρ· αἵτινες συμβαλλέτωσαν τῇ ἑτέρᾳ τῶν ἐφαπτομένων ΒΕ κατὰ τὰ σημεῖα, Ο, Π, ϗ ἔσεται ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΡΕ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΛ, ὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΠΡ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΟΛ, ϗ τὸ ἀπὸ ΗΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΛ, ϗ τὸ λοιτὸν ὑπὸ ΗΠΣ πρὸς λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΑΟΜ, (119) ἀλλὰ τὰ ὀρθογώνια ταῦτά ἐςιν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν μερῶν τῆς ἐφαπτομένης ΠΒ, ΟΒ τετράγωνα (Πορ. Γ΄. τῆς Ιϛ΄.). Ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΠΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΒ, ὕτω τὸ ἀπὸ ΡΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΛ· ἢ τὸ ἀπὸ ΠΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΟ· ὅθεν ϗ ὡς ἡ ΠΒ πρὸς πρὸς τὴν ΟΒ, ὕτως ἡ ΡΕ πρὸς τὴν ΕΛ, ἢ ἡ ΠΕ πρὸς τὴν ΕΟ. Τέτμηται ἄρα ἡ ἐφαπτομένη ΕΠ ἁρμονικῶς ἀνάλογον (120). Ἐπεὶ ἐςιν ἡ ΠΕ πρὸς τὴν ΕΟ, ὡς ἡ ΠΒ πρὸς τὴν ΒΟ· ἁρμονικῶς ἄρα τμηθήσεται ὑπὸ τῶν αὐτῶν παραλλήλων ΠΡ, ΒΔ, ΟΜ ϗ ἡ εὐθεῖα ΕΗ, ϗ ἔςαι ἡ ΕΗ πρὸς ΕΑ, ὡς ἡ ΗΙ πρὸς ΙΑ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

119) Ἐπεὶ ἐςὶ $\Pi P^2 : O\Lambda^2 = HP^2 : A\Lambda^2$, ϗ $HP^2 + H\Pi\Sigma = \Pi P^2$, ὥσπερ δὴ ϗ $A\Lambda^2 + MOA = O\Lambda^2$ (6. τοῦ Β) Ἔςαι δὴ $\Pi P^2 : O\Lambda^2 = H\Pi\Sigma$ λοιπὸν, πρὸς MOA λοιπόν. Ἐπεὶ ἐςὶ καὶ ὡς HP^2 ἀφαιρεθὲν, πρὸς $A\Lambda^2$ ἀφαιρεθὲν (19. τοῦ Ε.)

120) $EO = E\Pi - \Pi O$, ϗ $OB = O\Pi - \Pi B$. Ἐςὶ δὲ $\Pi E : \Pi B = EO : OB$, ἄρα $\Pi E : \Pi B = \Pi E - \Pi O : O\Pi - \Pi B$, ὅθεν ΠE, $O\Pi$, ΠB εἰσιν ἁρμονικῶς ἀνάλογον. Ἔτι $\Pi E : EO = HE : EA$ · ϗ $\Pi B : BO = HI : IA$. Ὅθεν ἐπεὶ ἐςὶ $\Pi E : EO = \Pi B : BO$, ἔςαι ϗ $EH : EA = HI : IA$· ἄρα HE, HA, HI εἰσὶν ἁρμονικῶς ἀνάλογον. Διὸ ϗ ἡ διάμετρος EP ἁρμονικῶς ἀνάλογόν ἐςι τετμημένη· αἱ γάρ τοι PE, PA, PK, ἐν ἁρμονικῇ εἰσιν ἀναλογίᾳ.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Α'.

Α'νάπαλιν. Ε'ὰν ἀπό τινος σημεῖυ Ε οἱασδήποτε ἐφαπτομένης ΕΒ, ἀχθῇ εὐθεῖα οἱαδήτις ἡ ΗΕ τέμνυσα τὴν Κωνικὴν Τομὴν κατὰ τὰ Α, Η ὕτως, ὡς εἶναι ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΕΑ, ὕτως ἡ ΗΙ πρὸς ΙΑ. Καὶ διὰ τῦ σημείυ Ι ἀχθεῖσα ἡ ΒΙ συνέλθῃ τῇ τομῇ κατὰ τὸ Δ, ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ, ἔσεται ᾗ αὕτη ἐφαπτομένη. Εἰ γὰρ ἀπὸ τῦ σημείυ Ε, ἐπ' ἐκεῖνα τὰ μέρη ἐφαπτομένη ἀχθεῖσα, ὐ συνέλθοι τῇ τομῇ κατὰ τὸ Δ, ἀλλὰ καθ' ἕτερον σημεῖον αὐτῆς ἐφάψαιτο, ἀπὸ τῦ σημείυ ἐκείνου τῆς ἀφῆς ἀχθεῖσά τις εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ἑτέραν ἀφὴν Β, τεμεῖ τὴν ΑΗ καθ' ἕτερον σημεῖον τῦ Ι διάφορον ὡς εἶναι τὰ αὐτῆς μέρη ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τῇ ΕΗ πρὸς τὴν ΕΑ. Α'ρμονικὴν γὰρ εἶναι δεῖ ᾗ τὴν τομὴν ταύτην· ἔςι δὲ ἀδύνατον (121) τμηθῆναι τὴν ΑΗ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τῇ ΗΙ πρὸς τὴν

---

121) Εἰ γὰρ ἡ $E\Delta$ ἐφαπτομένη ὐκ ἔςιν, ἔςω ἑτέρα ἡ $E\delta$· ᾗ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $B\delta$, τεμνέτω τὴν EH κατὰ τὸ σημεῖον ι· ᾗ ἔσεται δὴ $HE : E\Lambda = H\iota : \iota\Lambda$· ἐπεὶ δὲ ᾗ $HI, I\Lambda = HE : E\Lambda$, ἔσεται ἄρα $H\iota : \iota\Lambda = HI : I\Lambda$· ᾗ ἐναλλάσσοντι $H\iota : HI = \iota\Lambda : I\Lambda$. Ε'ςι δὲ ἡ $H\iota$ μείζων τῆς HI, ἄρα ᾗ $\iota\Lambda$ μείζων τῆς $I\Lambda$, ὅπερ ἄτοπον. Καὶ τῷ αὐτῷ λόγῳ δύκνυται, ὅτι ἡ ΛE, ὐκ ἂν ἔχοι τμηθῆναι ἁρμονικῶς ἀνάλογον, ὐδὲ καθ' ἑτέρον σημεῖον ἐντὸς τῦ I, ὅπερ συμβαίνη ὂν εἴπερ τὸ δ ἐντὸς εἴη τῦ Δ. Μόνη ἄρα ἡ $E\Delta$ ἐςὶν ἐφαπτομένη.

ΙΑ καθ' ἕτερον σημεῖον παρὰ τὸ Ι, ἄρα ἐφαπτομένη ἀπὸ τῦ Ε ἐπὶ τὰ πρὸς τὸ Δ ἀχθεῖσα κατ' ὐδὲν ἄλλο σημεῖον εἰμὴ τὸ Δ τῆς καμπύλης ἐφάψεται.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β'.

Ὡσαύτως ἐὰν ἀπό τινος σημείυ Ε ἐκτὸς τῆς τομῆς ληφθέντος, ἀχθεῖσα οἱαδήτις τάμνυσα ἡ ΕΑΗ ἁρμονικῶς ἀνάλογον κατ' ἐκεῖνα τὰ σημεῖα ϗ τὸ Ι τμηθῇ, ἀχθείσης ἀπὸ τῦ σημείυ Ε τῆς διαμέτρυ ΕΝΞ, ϗ ἀπὸ τῦ Ι τεταγμένης ἐπὶ τὸν ἄξονα τῆς ΒΙΔ, ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΕΒ, ΕΔ, ἔσονται ἐφαπτόμεναι. Εἰ γὰρ καθ' ἕτερα σημεῖα παρὰ τὰ Β, Δ τῆς τομῆς ἐφάψονται, ἡ τὰ τῆς ἀφῆς σημεῖα ἐπιζευγνῦσα εὐθεῖα, καθ' ἕτερον σημεῖον παρὰ τὸ Ι ἁρμονικῶς ἀνάλογον τὴν ΕΗ τεμεῖ, ὅπερ ἀδύνατον.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'.

Ὡσαύτως ἐὰν ἀπὸ τῦ σημείυ Ε ἀχθεῖσαι δύω τέμνυσαι αἱ ΕΑΗ, ΕΜΣ τμηθῶσιν ἁρμονικῶς ἀνάλογον κατάτε τὰ Ι, Χ ϗ τὰ προειρημένα σημεῖα, διὰ δὲ τῶν σημείων Ι, Χ ἀχθῇ εὐθεῖα ἡ ΙΧ τέμνυσα τὴν καμπύλην κατὰ τὰ Β, Δ, ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΒΕ, ΔΕ, ἔσονται διὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἐφαπτόμεναι.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΔ'.

Ε'ὰν ἀπὸ τȣ͂ σημείȣ τῆς τῶν ἐφαπτομένων συμβολῆς Ε ἀχθῶσι δύω εὐθεῖαι αἱ ΕΑΗ, ΕΜΣ τέμνȣσαι τὴν Κωνικὴν Τομὴν κατὰ σημεῖα τὰ Α, Η ϗ Μ, Σ· ἐπιζευχθεῖσαι αἱ ΜΑ, ΣΗ, ἤτοι ἔσονται παράλληλοι τῇ τὰ σημεῖα τῆς ἀφῆς ἐπιζευγνύσῃ ΒΔ (ὡς ἐν τοῖς σχήμασι τῆς πρȣηγȣμένης προτάσεως), ἢ καθ' ἓν ϗ τὸ αὐτὸ σημεῖον Τ τῆς ΒΔ, εἴτε ἐντὸς, εἴτε ἐκτὸς τῆς τομῆς συμβαλȣ͂σιν ἀλλήλαις. Σχημ. 92. 93. 94

Ει μὲν ἡ ΜΑ ἐςι παράλληλος τῇ ΒΔ, ἔσεται ὡς ἡ ΕΑ πρὸς ΑΙ, ὅτως ἡ ΕΜ πρὸς ΜΧ. Α'λλ' ὡς μὲν ἡ ΕΑ πρὸς ΑΙ, ὅτως ἡ ΕΗ πρὸς ΗΙ (ἁρμονικῶς γὰρ τέτμηται ἡ ΕΗ, ϗ ἔςιν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΕΑ, ὅτως ἡ ΗΙ πρὸς ΑΙ), ὡς δὲ ἡ ΕΜ πρὸς ΜΧ, ὅτως ἡ ΕΣ πρὸς ΣΧ (διὰ τὸν αὐτὸν λόγον). Ω'ς ἄρα ἡ ΕΣ πρὸς ΣΧ, ὅτως ἡ ΕΗ πρὸς ΗΙ· καὶ ἐναλλάσσοντι ὡς ἡ ΕΣ πρὸς ΕΗ, ὅτως ἡ ΣΧ πρὸς ΗΙ· καὶ ἡ ΕΧ πρὸς ΕΙ (19 τȣ͂ Ε'.). Καὶ δὴ ϗ ἡ ΕΜ πρὸς ΕΑ (ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα ΕΧΙ, ΕΜΑ), καὶ ἐναλλάσσοντι ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΕΑ, ὅτως ἡ ΕΣ πρὸς ΕΜ, ὅθεν ϗ ἡ

ΗΣ παράλληλός ἐςι τῇ ΑΜ ϗ τῇ ΒΔ (α τοῦ ϛ΄.), ὅπερ ἦν τὸ πρῶτον.

Εἰ δὲ οὐκ εἰσὶ παράλληλοι, ἀλλ' ἡ ΗΣ συμπίπτει τῇ ΒΔ κατὰ τὸ Τ, λέγω, ὅτι ϗ ἡ ΑΜ κατ' αὐτὸ τοῦτο τὸ σημεῖον Τ συμπεσεῖται τῇ ΗΣ. Ἀχθεισῶν γὰρ διὰ τῶν σημείων Α, ϗ Μ τῶν εὐθειῶν ΨΑΦ, ΖΜΘ παραλλήλως μὲν τῇ ΗΤ, συμβαλλουσῶν δὲ τῇ μὲν ΤΙ, κατὰ τὰ σημεῖα Ψ, Ζ, τῇ δὲ ΤΕ ἐπιζευχθείσῃ κατὰ τὰ Φ, Θ, ἔσεται ὡς ἡ ΗΤ πρὸς ΑΦ, οὕτως ΗΕ πρὸς ΕΑ· ἢ ἡ ΗΙ πρὸς ΙΑ (Πρότ. προηγ.) τοῦτ' ἔςιν ἡ αὐτὴ ΗΤ πρὸς τὴν ΑΨ (ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα ΤΙΗ, ΙΑΨ)· ὅθεν ἡ ΑΦ ἴση τῇ ΑΨ. Ὡσαύτως ϗ ἡ ΜΘ δειχθήσεται ἴση τῇ ΜΖ (122). Ἐπιζευχθεῖσα ἄρα ἡ ΤΜ κείσεται ἐπ' εὐθείας τῇ ΑΜ. Ἐν γὰρ τῷ τριγώνῳ ΨΙΦ αἱ παράλληλοι εὐθεῖαι ΨΦ, ΖΘ τέτμηνται ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τῆς ἰσότητος ὑπὸ τῆς εὐθείας ΑΜ· δεῖ ἄρα τὴν ΤΜΑ, μίαν καὶ τὴν αὐτὴν εἶναι εὐθεῖαν. Ἄλλως γὰρ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΑΤ, εἰ μὴ διὰ τοῦ σημείου Μ διέλθοι, διχοτομήσει τὴν ΖΘ καθ' ἕτερον σημεῖον τοῦ Μ διάφορον, ὅπερ ἄτοπον· αἱ εὐθεῖαι ἄρα ΗΣ, ΑΜ·

---

122) *Ἡ ΜΘ ἔσεται ἴση τῇ ΜΖ.* Ἔςι γὰρ ἐκ τῆς προηγουμένης Προτάσεως ΣΕ : ΕΜ = ΣΧ : ΧΜ. Ἔςι δὲ ΣΕ : ΕΜ = ΣΤ : ΜΘ (ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα ΕΜΘ, ΕΣΤ) ϗ ΣΧ : ΧΜ = ΣΤ : ΜΖ (ὅμοια γὰρ ϗ τὰ τρίγωνα ΤΧΣ, ΜΧΖ) ἄρα ΣΤ : ΜΘ = ΣΤ : ΜΖ, ϗ ἑπομένως ΜΘ = ΜΖ.

προαχθεῖσαι, καθ᾽ ἓν καὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον Τ τῆς ΒΔ ἀλλήλαις συμβάλλουσιν, ὅπερ ἦν τὸ δεύτερον.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Α'.

Ε'ὰν αἱ τέμνουσαι εὐθεῖαι ΕΑΗ, ΕΜΣ ὦσιν ἀλλήλων ἀπειράκις ἐγγύτατα, αἱ εὐθεῖαι ΑΜ, ΗΣ οὖσαι ἀπειράκις ἐλάχισαι συμπίπτουσι τοῖς ἀπειρουοῖς τῆς καμπύλης μορίοις. Ο'̔́θεν προσεκβληθεῖσαι ἐπὶ τὰ πρὸς τὸ Τ, συμπεσοῦσαι ἀλλήλαις, ἔσονται τῆς καμπύλης ἐφαπτόμεναι. Ε'̓́νθεντοι ἐὰν ἀπὸ τοῦ τῆς συνδρομῆς δυεῖν ἐφαπτομένων σημείου Ε ἀχθῇ οἱαδήτις εὐθεῖα ἡ ΕΑΗ, τέμνουσα τὴν τομὴν κατὰ τὰ σημεῖα Α, Η, ἀχθεῖσαι ἀπὸ τῶν σημείων αὐτῶν ἕτεραι ἐφαπτόμεναι, συμβάλλουσιν ἀλλήλαις κατὰ τὸ σημεῖον Τ τῆς ΒΔ, ἥτις τὰ τῆς προτέρας ἀφῆς σημεῖα ἐπιζεύγνυσιν. Η῾̓ ἐὰν ἀχθῇ μία ἐφαπτομένη ἡ ΑΤ συμβάλλουσα τῇ ΒΔ κατὰ τὸ Τ, ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΗΤ, ἔσεται ἐφαπτομένη. Σχημ. 95. 96.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Β'.

Η῾ δὲ ΒΤ ἔσεται ἁρμονικῶς ἀνάλογον τετμημένη κατά τε τὰ σημεῖα Τ, Δ, Β καὶ τὸ Ι σημεῖον τῆς συνδρομῆς αὐτῆς τε καὶ τῆς τεμνούσης, ἤτοι ἔσεται ὡς ἡ ΒΙ πρὸς τὴν ΙΔ, οὕτως ἡ ΒΙ πρὸς τὴν ΙΔ (Πρότ. ΛΓ.).

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΕ′.

Σχημ. 97. 98. Ἐὰν ἀπὸ τȣ̃ τῆς συνδρομῆς τῶν ἐφαπτομένων ΕΒ, ΕΔ σημείȣ Ε ἀχθῇ οἱαδήποτε τέμνȣσα ἡ ΕΑΙΗ συμβάλλȣσα τῇ τὰ σημεῖα τῆς ἀφῆς ἐπιζευγνύσῃ εὐθείᾳ ΒΔ κατὰ τὸ Ι· ἀχθῇ δὲ ϗ ἡ ΑΜ τῇ ΒΔ παράλληλος· ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΗΜ δίχα τεμεῖ τὴν ΒΔ κατὰ τὸ Κ. Καὶ ἐὰν ἀπὸ τȣ̃ αὐτȣ̃ σημείȣ Ε ἀχθῇ τῇ αὐτῇ ΒΔ παράλληλος ἡ ΕΥ συμβάλλȣσα τῇ ΗΜ προαχθείσῃ κατὰ τὸ Υ· ἡ ΗΥ ἔσεται ἁρμονικῶς ἀνάλογον τετμημένη κατὰ τὰ σημεῖα Η, Κ, Μ, Υ, ἤτοι ἔσεται ὡς ΗΥ πρὸς ΥΜ, οὕτως ἡ ΗΚ πρὸς ΚΜ.

Ἐπεὶ αἱ ΒΔ, ΑΜ, ΕΥ εἰσὶν ἐξ ὑποθέσεως παράλληλοι, ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα λόγῳ τέμνουσι τὰς ΕΗ, ΥΗ (ἔςι γὰρ ΗΕ:ΕΑ=ΗΥ:ΥΜ=ΗΙ:ΙΑ=ΗΚ:ΚΜ). Ὅθεν ἐπεὶ ἡ ΗΕ τέτμηται ἁρμονικῶς ἀνάλογον ὑπ' ἐκείνων (Προτ. ΛΓ′.) ἄρα ϗ ἡ ΗΕ ἁρμονικῶς ἀνάλογον τμηθήσεται ὑπὸ τῶν αὐτῶν. Καὶ ἔςαι δὴ ὡς ἡ ΗΥ πρὸς ΥΜ, ȣ̈τως ἡ ΗΚ πρὸς ΚΜ. Ἀλλὰ ἀχθείσης τῆς ΕΚ, ἥτις τεμεῖ τὴν μὲν ΑΜ κατὰ τὸ Λ, τὴν δὲ τῇ ΜΑ παράλληλον ΗΘ, κατὰ τὸ Θ, ἔσεται ὡς ἡ ΗΤ πρὸς ΤΜ, ἢ ἡ ΗΕ πρὸς ΕΑ, ὕτως ἡ ΗΘ πρὸς ΑΛ, ϗ ἡ ΗΚ πρὸς ΚΜ· ἐπομένως δὲ ϗ ἡ ΗΘ πρὸς ΛΜ (ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα ΘΚΗ, ΛΚΜ). Ὡ's ἄρα ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΑΛ, ὕτως ἡ αὐτὴ ΘΗ πρὸς τὴν ΛΜ. Τοιγαρῦν ἡ ΑΛ ἐςὶν ἴση τῇ ΛΜ. Ἡ ἄρα ΑΜ ταταγμένη ἐςὶν ἐπὶ τὴν διὰ τῆς συμβολῆς τῶν ἐφαπτομένων Ε διερχομένην διάμετρον ΕΛΚ, ἐφ' ἣν ἄρα τεταγμένη ϗ ἡ τῇ ΑΜ παράλληλος ΒΔ. Δίχα ἄρα τέτμηται ϗ αὕτη κατὰ τὸ Κ, ὑπὸ τῆς ΗΜΤ· ο, ε, δ.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Α'.

Ὅθεν ἐὰν διὰ τῦ μεσαιτάτυ σημείυ Κ τῆς τὰ σημεῖα τῆς ἀφῆς ἐπιζευγνύσης εὐθείας ΒΔ, διέλθῃ οἱαδήτις εὐθεῖα ἡ ΗΚ τέμνυσα τὴν μὲν καμπύλην κατὰ τὰ Η, Μ, τὴν δὲ τῇ ΒΔ παράλληλον ΕΤ κατὰ τὸ Τ. Αὕτη δὴ ἡ διὰ τοῦ Κ διϊκνυμένη εὐθεῖα ἁρμονικῶς ἀνάλογον τμηθήσεται κατὰ τὰ σημεῖα Τ, Μ, Κ, Η (123).

---

123) *Ἐὰν ἀπὸ τῦ σημείυ Μ τῆς εὐθείας ΗΚΜ, τῆς διὰ τῦ μεσαιτάτυ σημείυ Κ τῆς ΒΔ διερχομένης, ἀχθῇ εὐθεῖα ἡ ΜΑ, αὕτη δὴ ἔςαι ταῖς ΒΔ, ΤΕ παράλληλος. Εἰ γὰρ ἡ ΛΜ ὐκ ἔςι παράλληλος ταῖς ῥηθείσαις εὐθείαις, ἔςω ἑτέρα τις ἡ Λμ, ϗ ἀπὸ τῦ σημείυ Η ἀχθεῖσα ἡ ΗΟμυ, τμηθήσεται ἁρμονικῶς ἀνάλογον*

ΠΟ´ΡΙΣΜΑ Β´.

Ἐὰν ἀφ' οἱουδήποτε σημείου Υ τῆς τῇ ΒΔ παραλλήλου εὐθείας ΕΥ ἀχθῇ ἐφαπτομένη τῆς τομῆς ἡ ΥΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου Α ἀχθῇ διὰ τοῦ Κ σημείου μεσαιτάτου τῆς εὐθείας ΒΔ ἡ ΑΚ εὐθεῖα συμπίπτουσα τῇ τομῇ κατὰ τὸ Σ. Ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΥΣ ἔσται καὶ αὕτη ἐφαπτομένη. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΥΗ τέτμηται ἁρμονικῶς ἀνάλογον κατὰ τὰ σημεῖα Υ, Μ, Κ, Η, ὡς δέδεικται ἐν τῇ παρούσῃ, καὶ ἡ ΥΑ ἐστὶν ἐφαπτομένη· δεῖ ἄρα ἐφαπτομένην εἶναι καὶ τὴν ΥΣ. Εἰ γὰρ καθ' ἕτερον σημεῖον ἐκτὸς ἢ ἐντὸς τοῦ σημείου Σ ἐφάπτοιτο τῆς τομῆς, ἡ τὰ τῆς ἀφῆς ἐπιζευγνῦσα εὐθεῖα ἔτεμεν ἂν τὴν ΜΗ καθ' ἕτερον σημεῖον παρὰ τὸ Κ, καθ' ὃ τέμνει αὐτὴν ἡ ΑΣ. Ἀλλ' ἡ τὰ τῆς ἀφῆς ἐπιζευγνῦσα εὐθεῖα τέμνει ἁρμονικῶς ἀνάλογον τὴν ἀπὸ τῆς συμβολῆς τῶν ἐφαπτομένων τέμνουσαν (Προτ. ΛΓ´.), καθ' ἕτερον ἄρα σημεῖον παρὰ τὸ Κ τμηθήσεται ἡ ΜΗ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τῇ ΗΥ πρὸς ΥΜ, ὥσπερ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς ΗΚ πρὸς ΚΜ, ὅπερ ἀδύνατον (124).

κατὰ τὰ σημεῖα υ, μ, Ο, Η· καὶ δὴ ἡ ΒΟ = τῇ ΟΔ κατὰ τὴν παροῦσαν, ὅπερ ἄτοπον. Τὸ αὐτὸ ξυμβήσεται καὶ εἰ τὸ σημεῖον μ ἐντὸς τοῦ Μ ὑποτεθείη, ἄρα ἡ Αμ οὐκ ἔστι ταῖς ΒΔ, ΥΕ, παράλληλος, ἔστιν ἄρα ἡ ΑΜ. Τοιγαροῦν κατὰ τὴν παροῦσαν ἡ ΗΥ ἐστιν ἁρμονικῶς ἀνάλογον τετμημένη κατὰ τὰ σημεῖα Υ, Μ, Κ. Η.

124) Ἐὰν ἀφ' οἱουδήποτε σημείου Υ ἀχθῶσι δύο

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Γ'.

Ο''θεν ἕπεται, ὅτι ἐὰν ἀπὸ τῦ αὐτῦ τινος σημείȣ Κ ἀπειράριθμοι εὐθεῖαι ἀχθῶσιν αἱ ΣΑ, ΗΜ. ἀπὸ δὲ τῶν κατ' αὐτὰς περάτων ἀχθῶσιν ἐφαπτόμεναι, αὗται δὴ ἐν τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ ΥΠ (ἥτις παράλληλός ἐςι τῇ ΒΔ τῇ δίχα τετμημένῃ κατὰ τὸ Κ ὑπὸ τῆς ΕΚ ἀχθείσης ἀπὸ τῆς συμβολῆς τῶν ἐφαπτομένων ΕΒ, ΕΔ) ἀλλήλαις συνελεύσονται. Τῦτ' ἔςιν ἡ ΣΥ τῇ ΑΧ, ϗ ἡ ΜΠ τῇ ΗΠ συνελεύσεται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ ἐν τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ ΥΠ (126)

ἐφαπτόμεναι αἱ *ΥΑ*, *ΥΣ*· ἐπιζευχθεῖσα ἡ *ΑΣ* διελεύσεται διὰ τῦ *Κ* σημείȣ μεσαιτάτȣ τῆς παρὰ τὴν *ΕΥ* ἠγμένης *ΒΔ*. Εἰ γὰρ τὸ *Κ* δι' ȣ̃ ἡ *ΑΣ* διέρχεται ȣ̓κ ἔςι μεσαίτατον τῆς *ΒΔ*, ἔςω ἕτερον τὸ *κ*· ἀχθείσης ἄρα κατὰ τὸ *Γ'*. Πόρισμα τῦτο, ἀπὸ τῦ σημείȣ *Α* τῆς εὐθείας *Ακσ*, ἐπιζευχθεῖσα ἡ *Υσ*, ἔσεται ἐφαπτομένη, ὅπερ ἀντίκειται τῇ ὑποθέσει· ὑπόκειτο γὰρ ἡ *ΥΣ* ἐφαπτομένη.

125) Ε'ξ ὧν δῆλον ὅτι ἐὰν ἀπὸ τῶν σημείων *Υ*, *Π* ἀχθῶσιν ἐφαπτόμεναι αἱ *ΥΣ*, *ΥΑ*, ϗ *ΠΜ*, *ΠΗ*, ϗ ἐπιζευχθῶσιν αἱ *ΜΗ*, *ΣΑ* τέμνȣσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ *Κ* τὸ σημεῖον τῦτο *Κ* ἔσεται σημεῖον τῆς διαμέτρȣ, ἐφ' ἧς ἅπασαι αἱ παρὰ τὴν *ΥΠ* τεταγμένως κατάγονται. Κατὰ γὰρ τὴν 124 Σημείωσιν, αἱ τὰ σημεῖα τῆς ἀφῆς ἐπιζευγνῦσαι εὐθεῖαι *ΑΣ*, *ΜΗ* δίχα τέμνȣσι τὴν *ΒΔ*. Ο''θεν τὸ *Κ* ἐςὶ σημεῖον μεσαίτατον τῆς *ΒΔ* παραλλήλȣ τῇ *ΥΠ*· ἔςιν ἄρα ϗ σημεῖον τῆς διαμέτρȣ ὑφ' ἧς ἡ *ΒΔ* ϗ πᾶσαι αἱ αὐτῇ τε ϗ τῇ *ΠΥ* παράλληλοι διχοτομȣ̃νται.

126) Ε'φαπτόμεναι αἱ *ΑΥ*, *ΣΥ*· *ΠΜ*, *ΠΗ* ἀπὸ

κατὰ τὴν παρῦσαν Πρότασιν. Χρὴ μέντοι τὸ σημεῖον Κ μὴ εἶναι κέντρον τῆς τομῆς. Τηνικαῦτα γὰρ οἱονδήποτε ζεῦγος ἐφαπτομένων ἀπὸ τῶν περάτων τῶν διὰ τῦ κέντρυ ἀγομένων, παρ᾽ ἀλλήλας προάγονται ϗ ὐδαμῆ ἀλλήλαις συμπίπτυσιν.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Δ΄.

Ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῶν περάτων οἱασῦν εὐθείας ΣΡ διὰ τῆς Ἑςίας Ε διερχομένης, ἀχθῶσιν ἐφαπτόμεναι τῆς τομῆς αἱ ΣΤ, ΡΤ, αὗται δὴ συμπεσῦνται ἀλλήλαις κατὰ τὸ σημεῖον Τ, ὅπερ ἔςαι ἐπὶ τῆς τῦ Μετεωρισμῦ εὐθείας ΕΤ· ἥτις ἤχθη διὰ τῆς συμβολῆς τῶν ἀπὸ τῶν περάτων τῆς διὰ τῆς Ἑςίας τεταγμένως ἐπὶ τὴν διάμετρον κατηγμένης ἐφαπτομένων, αὐτῇ ταύτῃ τῇ τεταγμένῃ παράλληλος, ὡς εἴρηται ἐπὶ μὲν τῆς Παραβολῆς ἐν τῇ ΙΘ΄. ἐπὶ δὲ τῆς Ὑπερβολῆς ϗ Ἐλλείψεως ἐν τῷ Γ· Πορίσματι τῆς ΚΘ΄.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛϚ΄.

Ἐὰν ἀπὸ τῆς Ἑςίας Ε πάσης Κωνικῆς Το-

τῶν σημείων *Α*, *Σ*, *Μ*, *Η* ἀχθεῖσαι, ἐν τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ *ΥΠ* ἀλλήλαις συνελεύσονται. Εἰ γὰρ ἀχθείη ἐφαπτομένη ἡ *ΑΥ*, αὕτη δὴ μὴ ὖσα ταῖς *ΤΠ*, *ΒΔ* παράλληλος συμπεσεῖται τῇ *ΤΠ* κατὰ τὸ *Π*. Ὅθεν ἐὰν διὰ τῦ μεσαιτάτυ σημείυ *Κ* τῆς εὐθείας *ΒΔ* ἀχθῇ ἡ *ΜΗΚ* εὐθεῖα, ἐπιζευχθεῖσα ἡ *ΗΠ*, ἔσεται ἐφαπτομένη· αἱ ἄρα *ΑΥ*, *ΣΤ*· *ΜΠ*, *ΗΠ* ἐφαπτόμεναι ἐν τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ *ΤΠ* ἀλλήλαις συμπεσῦνται.

μῆς ἀχθῶσιν ἀπὸ τὴν καμπύλην οἱ κλῶνοι ΕΑ, ΕΒ, ἀπὸ δὲ τῶν σημείων Α ϗ Β ἀχθῶσιν ἐφαπτόμεναι αἱ ΒΔ, ΑΔ συμβάλλουσαι ἀλλήλαις κατὰ τὸ Δ, ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ, δίχα τεμεῖ τὴν ὑπὸ τῶν αὐτῶν κλώνων περιεχομένην γωνίαν ΑΕΒ. Σχημ. 99. 100.

Συμπιπτέτω ἡ ΕΔ τῇ μὲν τομῇ κατὰ τὸ Ρ, ϗ Σ· τῇ δὲ εὐθείᾳ ΑΒ κατὰ τὸ Ι· καὶ ἀχθεῖσαι ἐφαπτόμεναι αἱ ΡΥ, ΣΥ, συμπεσοῦνται τῇ ΒΑ καθ' ἓν ϗ τὸ αὐτὸ σημεῖον Υ (Πορ. Α΄. τῆς ΛΔ΄.) καὶ τὸ σημεῖον Υ ἔσεται πρὸς τῇ τοῦ Μετεωρισμοῦ εὐθείᾳ ΕΥ (Ποη. Δ΄. τῆς ΛΕ΄.). Ὅθεν ἀναχθεισῶν ἐπὶ τῇ τοῦ Μετεωρισμοῦ εὐθεῖαν τῶν καθέτων ΑΗ, ΒΠ, ἔσεται (διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ΗΥΑ, ΒΥΠ) ὡς ἡ ΒΠ πρὸς ΑΗ, οὕτως ἡ ΒΥ πρὸς ΑΥ. Ἀλλ' ἐπεὶ ἡ ΒΥ ἁρμονικῶς ἀνάλογον τέτμηται κατὰ τὰ σημεῖα Β, Ι, Α, Υ (Πορ. Β΄. τῆς ΛΔ΄) ἡ ΒΥ πρὸς τὴν ΑΥ ἐστιν ὡς ἡ ΒΙ, ΙΑ, ὡς ἄρα ἡ ΒΙ πρὸς τὴν ΙΑ, οὕτως ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΑΕ, αἴγε εἰσιν ὡς ἡ ΒΠ πρὸς τὴν ΑΗ, εἴγε ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΒΠ ϗ ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΗ ἐστιν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τῇ ΕΝ πρὸς τὴν ΝΖ (Πορ. Γ΄. τῆς ΚΘ΄.). Ἡ γωνία ἄρα ὑπὸ ΑΕΒ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς εὐθείας ΔΕ· εἴγε ἡ βάσις τέτμηται ἐν λόγῳ τῶν πλευρῶν τοῦ τριγώνου ΑΕΒ (Πορ. 2. τῆς 3. τοῦ ϛ΄.) ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Α'.

Ο῞θεν ἐὰν οἱ ἀπὸ τῆς Ἑςίας κλῶνοι ὦσιν ἐπ' εὐθείας ἀλλήλοις, ὡς προκύπτει ἐξ οἱασδήποτε εὐθείας ΡΣ διὰ τῆς Ἑςίας διϊέσης, ἀχθεισῶν ἀπὸ τῶν κατ' αὐτὲς περάτων τῶν ἐφαπτομένων ΣΤ, ΤΡ συμβαλλεσῶν τῇ τȣ̃ Μετεωρισμȣ̃ εὐθείᾳ κατὰ τὸ Τ, ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΤΕ, ἔσεται τῇ ΡΣ κάθετος. Αἱ γάρ τοι γωνίαι ΣΕΤ, ΡΕΤ ἅμα ληφθεῖσαι δυσὶν ὀρθαῖς ἐξισȣ̃νται, ὧν τὸ ἥμισυ ἐςὶν οἱαδήποτε γωνία ΤΕΣ, ἢ ΤΕΡ ὀρθὴ (Προτ. παρέσ.) ὥσπερ ἐπὶ τῆς Παραβολῆς ἀνωτέρω (Πορ. Θ'. τῆς ΙΘ'.) δέδεικται.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Β'.

Σχημ. 101. 102. Ἐ'ὰν ἀφ' οἱȣδήποτε σημείȣ Α τῆς καμπύλης τῆς μεταξὺ τῶν τερμάτων Σ, Ρ, τῆς διὰ τῆς Ἑςίας ἀχθείσης εὐθείας, ἐμπεριλαμβανομένης, ἀχθῇ ἑτέρα ἐφαπτομένη ἡ ΑΤ συμπίπτȣσα ταῖς ἐφαπτομέναις, ΡΤ, ΣΤ κατὰ τὰ σημεῖα Τ, Θ, ἐπιζευχθεῖσαι ἐπὶ τὴν Ἑςίαν αἱ εὐθεῖαι ΘΕ, ΤΕ ὀρθὴν γωνίαν τὴν ΘΕΤ περιέξȣσιν. Ἡ γάρ τοι γωνία ΘΕΑ ἥμισύ ἐςι τῆς ΡΕΑ, ἥτε ΑΕΤ τῆς ΑΕΣ. Εἰσὶ δὲ αἱ γωνίαι ΡΕΑ, ΑΕΣ δυσὶν ὀρθαῖς ἶσαι, καὶ αἱ γωνίαι ΘΕΑ, ΑΕΤ ἥμισυ αὐτῶν· ἄρα ἡ ΘΕΤ ἥμισυ ἐςι δυȣ̃ιν ὀρθῶν, αἷς τισιν ἰσȣ̃νται αἱ ΡΕΑ, ΑΕΣ.