νίῳ ΑΜΚ (ὄσης τῆς ΗΤ συζυγῦς διαμέτρυ τῇ ΚΜ διαμέτρῳ)· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΗΤ ἐςὶν ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΣΡ, ΝΞ, ἄρα τὸ ὑπὸ ΑΜΚ ἐξισῦται τῷ ὑπὸ τῶν ΣΡ, ΝΞ. Ἔνθεντοι (Πορ. Α΄.) ὡς ἡ ΣΡ πρὸς ΑΜ, ὕτως ἡ ΜΚ πρὸς ΝΞ.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Δ΄.

Ἐπεὶ ἡ ΣΡ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Ο ὑπὸ τῆς διαμέτρυ ΜΚ (ἤτοι ἐςὶ τεταγμένη ἐπὶ τὴν ΜΚ) ἔσεται δὴ τὸ ἀπὸ τῆς ΟΡ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ, ὡς τὸ ὀρθογώνιον ΚΟΜ πρὸς τὸ ΚΓΜ, ἢ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΜ. Καὶ ἐπεὶ αἱ ΣΡ, ΗΤ, ΝΞ ἀνάλογόν εἰσιν, ἄρα ϗ τὰ αὐτῶν ἡμίσεα ΟΡ, ΓΗ, ΓΝ· ἀνάλογον ἔσεται. Καὶ δὴ ϗ ὡς τὸ ἀπὸ ΟΡ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΗ, ὕτω τὸ αὐτὸ ἀπὸ ΓΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΝ (22 τῦ ϛ΄.) ὅθεν ὡς τὸ ὀρθογώνιον ΚΟΜ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΜΓ τετράγωνον, ὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΓΗ τετράγωνον, ἢ τὸ αὐτῷ ἴσον ὀρθογώνιον ΥΜΕ (Προτ. προηγ.) πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΝ τετράγωνον.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Ε΄.

Καὶ ἐναλάσσοντι ἔσεται ὡς τὸ ὀρθογώνιον ΚΟΜ πρὸς τὸ ΥΜΕ, ὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ἡμιδιαμέτρυ ΓΜ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῦ ἡμιάξονος ΓΝ. Ἢ (τῶν ὅρων τῦ δευτέρυ λόγυ τετραπλασιαθέντων) τὸ ἀπὸ τῆς ΜΚ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΝΞ.

ΠΟΡΙΣΜΑ ς.

Ἐπεὶ τὰ ὀρθογώνια ΝΕΞ, ΣΕΡ ἐςὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ΞΝ, ΗΤ τετράγωνα (106), ἔσονται δὴ ϗ ὡς αἱ ΞΝ, ΣΡ (Πορ. Β΄. τῆς παρύσης) ϗ τὰ ὀρθογώνια τὰ ὑπὸ τῶν μερῶν τῶν διὰ τῆς Ἑςίας διηγμένων εὐθειῶν, ἔσεται ἀεὶ ὡς ὁλόκληροι αὗται αἱ εὐθεῖαι (107).

---

106) Ἐπεὶ ἐν τῇ Ἐλλείψει αἱ ΚΜ, ΑΒ εἰσὶ διάμετροι τῶν τεταγμένων ΣΡ, ΞΝ, ἔσονται ἄρα αἱ ΣΡ, ΞΝ παράλληλοι ταῖς ἐφαπτομέναις ΜΠ, ΒΠ, ὅθεν (Πόρ. Γ΄. τῆς ΙΗ΄.) $ΞΕΝ : ΣΕΡ = ΞΓ^2 : ΓΗ^2 = ΞΝ^2 : ΗΤ^2$.

Περὶ δὲ τῆς Ὑπερβολῆς ἐπεὶ ἡ πΕα τεταγμένη ἐπὶ τὸν ἄξονα ΞΝ ἐςὶν ἴση τῇ παραμέτρῳ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος, ὡς δειχθήσεται ἐν τῇ ΚΗ. ἥτις ἐςὶν ἀνεξάρτητος τῆς παρούσης, ϗ τὸ $ΞΕΝ =$ τῷ ὑπὸ τῆς ΞΝ τοῦ τεταρτημορίου τῆς Παραμέτρου περιεχομένου ὀρθογωνίῳ, ἢ τῷ ὑπὸ τῆς ΓΞ ϗ τοῦ ἡμίσεως τῆς αὐτῆς· ἄρα $ΞΕ \times ΕΞ = ΞΓ \times πΕ$· διὸ δὴ ϗ $ΞΕΝ : πΕα = ΞΓ \times πΕ : πΕ \times Εα = ΞΓ : πΕ$ (1. τοῦ ς΄.) $= ΞΝ : πα = ΞΝ^2 : ΧΒ^2 = ΓΝ^2 : ΓΒ^2$. Ἔςι γὰρ ὁ συζυγὴς ἄξων τοῦτ' ἔςιν ΧΒ ἡ μεταξὺ τοῦ πλαγίου ἄξονος ΞΝ ϗ τῆς Παραμέτρου ἢ τῆς ΠΑ μέση ἀνάλογον. Ἔτι δὲ $ΠΕΑ : ΣΕΡ = ΓΒ^2 : ΓΗ^2$ (Πόρ. Γ΄. τῆς ΙΗ΄.) Ὅθεν ἐπειδὴ ἐςὶ $ΞΕΝ : ΠΕΑ = ΓΝ^2 : ΓΒ^2$ ἔσεται ϗ δι' ἴσου $ΞΕΝ : ΣΕΡ = ΓΝ^2 : ΓΒ^2 = ΞΝ^2 : ΗΤ^2$.

Σχημ. 12. τῶν ὑποσ,

107) Ἐπεὶ ἐςὶν $ΗΤ^2 : ητ^2 = ΣΡ : σρ$ (Πόρ. Δ΄.) ϗ $ΗΤ^2 : ητ^2 = ΣΕ \times ΕΡ : σΕ \times Ερ$ (Πόρ. Γ΄. τῆς ΙΗ΄.) ἔσεται $ΣΡ : σρ = ΣΕ \times ΕΡ : σΕ \times Ερ$.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Ζ'.

Α'χθεῖσα δὲ ἀπὸ τοῦ Μ ἐπὶ τὴν Ἑςίαν Ε ἡ εὐθεῖα ΕΜ ἔσεται πρὸς τὸ τεταρτημόριον τοῦ ὑπὸ τῆς παραμέτρου ΜΑ ϗ τῆς διαμέτρου ΜΚ περιεχομένου ὀρθογωνίου, ὡς αὐτὴ ἡ διάμετρος ΜΚ πρὸς ἑτέραν ἀπὸ τῆς ἑτέρας Ἑςίας ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον Μ ἐπιζευχθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΥΜ. Τὸ γάρ τοι ὀρθογώνιον ΥΜΕ, ὅπερ ἐςὶν ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΓΗ τετραγώνῳ (Προτ. ΚΕ'.) ἐξισοῦται τεταρτημορίῳ τοῦ ὑπὸ τῆς ΜΚ, ϗ τῆς αὐτῆς Παραμέτρου περιεχομένου ὀρθογωνίου· ὅθεν (ἐπεὶ ἐςὶν $\Upsilon M \times ME = MK \times \frac{1}{4}MA$) ἔσεται δὴ $ME : MK = \frac{1}{4}MA : M\Upsilon$.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΖ'.

Σχημ. 78. 79. Τὸ ἄθροισμα τῶν ἀφ' ἑκατέρας τῆς Ἑςίας ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον τῆς καμπύλης κεκλιμένων ἐπὶ τῆς Ὑπερβολῆς, ϗ ἡ αὐτῶν διαφορὰ ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως, ἤτοι ἡ ΕΡ, σὺν ἢ πλὴν τῆς ΥΡ πρὸς τὴν ΓΟ, ἀπόςημα ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τεταγμένης ΡΟ, ἔσεται ὡς τὸ τῶν Ἑςιῶν ἀπ' ἀλλήλων ἀπόςημα ΕΥ πρὸς τὸν πλάγιον ἡμιάξονα ΓΝ.

Α'ναχθεισῶν γὰρ ἀπό τε τῆς Ἑςίας Ε ϗ τοῦ κέντρου Γ τῶν εὐθειῶν ΕΗ, ΓΜ παραλλήλως τῇ ἐφαπτομένη ΤΡΘ, αἵτινες συμβαλοῦσι τῇ ΤΡ κατὰ τὰ σημεῖα Η, Μ, τῆςτε ΓΙ παραλλήλως τῇ ΤΡ. Ταχθείσης δὲ ἐπὶ τὸν ἄξονα καὶ τῆς ΡΟ, ἐπεὶ ἡ γωνία ΕΡΙ ἐστὶν ἴση τῇ ΤΡΤ (Προτ. Κ′.) ἴση ἔσεται δὴ καὶ ἡ ΕΡΗ (ἐναλλὰξ τῆς ἑτέρας ΕΡΘ) τῇ ΡΗΕ (ἴση τῇ ἐκτὸς ἢ ἐν τῇ Ἐλλείψει ἐναλλὰξ τῆς ΤΡΤ). Ἔνθεντοι ἡ ΗΡ ἴση τῇ ΡΕ (6 τοῦ Α′.) Τοιγαροῦν ἡ ΤΗ ἔσεται ἐν μὲν τῇ Ὑπερβολῇ ἄθροισμα, ἐν δὲ τῇ Ἐλλείψει διαφορὰ τῶν εἰρημένων κεκλιμένων ΕΡ, ΤΡ. Ἔστι δὲ ὡς ἡ ΤΗ πρὸς ΤΕ, οὕτως ἡ ΤΡ πρὸς ΤΘ, ἢ ἡ ΓΙ ἴση τῇ ΓΝ (Προτ. ΚΑ′.) πρὸς ΓΘ, ἢ ἡ ΓΟ πρὸς ΓΝ, (ἐπεὶ αἱ ΓΟ, ΓΝ, ΓΘ ἀνάλογόν εἰσι Πορ. ΙΑ′. τῆς Θ′.) ἄρα ὡς ἡ ΤΗ πρὸς ΤΕ, οὕτως ἡ ΓΟ πρὸς ΓΝ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ΤΗ ἄθροισμα ἢ διαφορὰ τῶν κεκλιμένων ἀπὸ τῶν Ἑστιῶν, πρὸς τὴν ΓΟ, ἀπόστημα ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς τεταγμένης ΡΟ, οὕτως ἡ ΤΕ ἀπόστημα τῶν Ἑστιῶν, πρὸς τὸν ἡμιάξονα ΓΝ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α′.

Τὸ ἄθροισμα ἄρα ἢ ἡ διαφορὰ τῶν ἀφ' ἑκατέρας τῆς Ἑστίας ἐπὶ διάφορα σημεῖα τῆς Ὑπερβολικῆς, ἢ Ἐλλειπτικῆς καμπύλης εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῶν τεταγμένων ἀποστήματα. Εἰσὶ γὰρ ἀεὶ πρὸς αὐτὰ τὰ ἀποστήματα ἐν τῷ αὐτῷ σταθερῷ λόγῳ τῆς ΤΕ πρὸς ΓΝ.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β'.

Ὅθεν εἰ δέοι ἀπὸ τῶν Ἑςιῶν ἐπὶ διάφορα σημεῖα τῆς Ὑπερβολικῆς ϗ Ἐλλειπτικῆς κεκλιμένης ἀγαγεῖν, ὧν τὰ κεφάλαια ἐν τῇ Ὑπερβολῇ, ἢ αἱ διαφοραὶ ἐν τῇ Ἐλλείψει, εἶεν ἂν ἐν λόγῳ δοθέντι· ληφθέντων ἐν τῷ τοιῷδε λόγῳ τῶν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀποςημάτων τῶν τεταγμένων ϗ ταχθεισῶν τούτων ἐπὶ τὸν ἄξονα, κεκλίσθωσαν ἀπὸ τῶν Ἑςιῶν ἐπὶ τὰ τῶν τεταγμένων πέρατα αἱ ζητούμεναι εὐθεῖαι, ϗ ἔςαι τὸ προβληθέν (108).

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΗ'.

Σχημ. 80. δι. 82. Ἐν πάσῃ Κωνικῇ Τομῇ τεταγμένης ἀπὸ τῆς Ἑςίας ἐπὶ τὸν ἄξονα τῆς ΕΜ καὶ ἀχθεισῶν τῶν ἐφαπτομένων ΜΘ, ΝΟ, ἔσονται ἡ μὲν ΕΜ ἡμίσεια τῆς ὀρθίας πλευρᾶς, ἡ δὲ ΝΟ, ἴση τῇ ΝΕ.

---

108) Ἔςω κεκλίσθαι ἀπὸ τῶν Ἑςιῶν Υ, Ε τὰς εὐθείας ΥΠΕ, ΥΜΕ, ὧν τὸ ἄθροισμα ἐν τῇ Ὑπερβολῇ ἢ ἡ διαφορὰ ἐν τῇ Ἐλλείψει εἴη ἐν λόγῳ δοθέντι τῷ μ:ν· γενέσθω μ:ν = ΓΟ : ΓΣ· ϗ ἀχθεισῶν τῶν τεταγμένων ΣΠ, ΟΡ· τῶν τε ΠΕ, ΡΕ, ἔσεται ΥΡ + ΡΕ : ΥΠ + ΠΕ. Ἐν τῇ Ὑπερβολῇ ϗ ΥΡ — ΡΕ : ΥΠ — ΠΕ ἐν τῇ Ἐλλείψει = ΓΟ : ΓΣ (Πόρ. Α'.) = μ:ν· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ἔστω ἡ ΝΧ πλευρὰ ὀρθία, ∴ ἐπὶ μὲν τῆς παραβολῆς ἔσται ἡ ΝΕ, τεταρτημόριον τῆς ΝΧ (Πρότασ. ΙΗʹ.) ὅθεν ϰαὶ ἡ ΝΧ πρὸς τὴν ΝΕ, ὡς 4 πρὸς 1, ἔστι δὲ ἡ ΕΜ μέση ἀνάλογον τῆς τετμημένης ΝΕ ϰαὶ τῆς ΝΧ (Πορ. 1 τῆς Δʹ.) εἴγε τὸ ἀπὸ τῆς ΕΜ τετράγωνον ἐξισοῦται τῷ ὀρθογωνίῳ ΕΝΧ, ἄρα καὶ ἡ ΕΜ ἡμίσειά ἐστι τῆς Παραμέτρου ΝΧ. Καὶ γὰρ ϰαὶ ὁ 2 ὁ ἐν τοῖς 4, 1 μέσος, ἥμισύ ἐστι τοῦ 4 (109)· ἐπεὶ δὲ ϰαὶ ἡ ΘΕ ἐστι διπλασία τῆς ΕΝ (Πορ. 5 τῆς Θʹ.). Ἔστι γὰρ ἡ ΘΕ ἴση τῇ ΕΜ, ἥτις ἐστὶ διπλασία τῆς ΕΝ, ϰαὶ δὴ ϰαὶ ἡ ΝΘ, ἴση τῇ ΝΟ (ἐπεὶ ΕΘ : ΕΜ = ΝΘ : ΝΟ), ἄρα ἡ ΕΝ, ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ ΝΘ ἐξισοῦται τῇ ΝΟ.

Ἐπὶ δὲ τῶν λοιπῶν Τομῶν ἔσται ὡς τὸ ὀρθογώνιον ΞΕΝ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΜ τετράγωνον, οὕτως ἡ πλαγία πλευρὰ ΞΝ πρὸς τὴν ὀρθίαν ΝΧ (Πορ. ϛʹ. τῆς Εʹ. ϰαὶ ϛʹ.) ἢ τὸ ὀρθογώνιον ΞΝΧ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΝΧ τετράγωνον (1 τοῦ ϛʹ). καὶ ἐναλλάσσοντι τὸ ΞΕΝ ὀρθογώνιον πρὸς τὸ ΞΝΧ, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΜ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΝΧ. Ἀλλ' ὁ πρῶτος ὅρος ἐστὶ τεταρτημόριον τοῦ

---

110) *Ἐπεὶ ἐστι* $4NE = NX$, *ἔσται δὴ* $2NE = \frac{1}{2}NX$. *Ἔστι δὲ* $NE : 2N = NE : 4NE$· *ἄρα ἡ* NE *μέση ἐστὶν ἀνάλογον τῆς* NE *ϰαὶ* $4NE$. *Ἀλλὰ ϰαὶ ἡ* EM *ἐστι μέση ἀνάλογον τῆς* NE *ϰαὶ* $4NE$, *εἴγε* $4NE = NX$· *ἄρα* $2NE = EM$· *ἐπεὶ δὲ* $2NE = \frac{1}{2}NX$· *ἄρα ϰαὶ* $EM = \frac{1}{2}NX$.

δευτέρου (Προτ. Κ΄.) ἄρα καὶ ὁ τρίτος τεταρτημόριόν ἐστι τοῦ τετάρτου. Ἔνθεντοι ἡ ΕΜ ἥμισυ ἔσται τῆς ΝΧ, ἵνα τὸ ἀπ' ἐκείνης τετράγωνον ᾖ τοῦ ἀπὸ ταύτης τεταρτημόριον.

Ἐπεὶ δ' οὖν τὸ ὀρθογώνιον ΞΕΝ ἐστὶ τεταρτημόριον τοῦ ΞΝΧ, ἐξισωθήσονται ἄρα τῷ ὑπὸ τῆς ἡμιπλαγίας καὶ τῆς ἡμιπαραμέτρου, ἢ τῷ ὑπὸ τῆς ΓΝ καὶ τῆς ΕΜ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Ὅθεν ἐπεὶ τὸ ὀρθογώνιον ΞΕΝ ἐξισοῦται καὶ τῷ ΓΕΘ (Πορ. Η΄. τῆς Θ΄.) ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς ΓΝ καὶ τῆς ΕΜ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἐξισοῦται τῷ ὑπὸ τῆς ΓΕ καὶ τῆς ΕΘ. Ἔνθεντοι ὡς ἡ ΓΕ πρὸς τὴν ΓΝ (ἢ ἡ ΓΝ πρὸς τὴν ΓΘ), οὕτως ἡ ΜΕ πρὸς τὴν ΕΘ, ἢ ἡ ΝΟ πρὸς τὴν ΝΘ. Ἀλλ' ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τῇ ΓΕ πρὸς τὴν ΓΝ, ἢ τῇ ΓΝ πρὸς τὴν ΓΘ ἐστιν, ὡσαύτως καὶ ἡ ΕΝ πρὸς τὴν ΝΘ (διαιρέσει γὰρ καὶ αἱ διαφοραὶ τῶν ὅρων (110) ἔσονται ἀνάλογον ὡς αὐτοὶ οὗτοι οἱ ὅροι)· ἄρα ἡ ΕΝ ἐστὶν ἴση τῇ ΝΟ,

---

110) Ἐν μὲν τῇ Ἐλλείψει ἐπεὶ ἐστι $\Gamma E : \Gamma N = \Gamma N : \Gamma \Theta$, καὶ ἀνάπαλιν $\Gamma N : \Gamma E = \Gamma \Theta : N\Gamma$, ἔσεται ἄρα διαιρέσει $\Gamma N - \Gamma E : \Gamma E = \Gamma \Theta - \Gamma N : \Gamma N$, ἤτοι $EN : \Gamma E = N\Theta : \Gamma N$, ἢ $EN : NO = \Gamma E : \Gamma N = \Gamma N : \Gamma \Theta = ME : E\Theta = NO : N\Theta$· ἄρα $EN : N\Theta = NO : N\Theta$, ἤτοι $EN = NO$. Ἐν δὲ τῇ Ὑπερβολῇ, ἐπεὶ ἐστιν ὡσαύτως $\Gamma E : \Gamma N = \Gamma N : \Gamma \Theta$, ἔσεται δὴ καὶ $\Gamma E - \Gamma N : \Gamma N - \Gamma \Theta = \Gamma N : \Gamma \Theta$, ἤτοι $EN : \Theta N = \Gamma N : \Gamma \Theta = ME : E\Theta = NO : N\Theta$· ἄρα κἀν ταῦτα $EN = NO$.

ὔσης ἑκατέρας πρὸς τὴν ΝΘ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ (111).

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Α'.

Ε'ν μὲν τῇ Παραβολῇ ἡ ΘΕ ἐξισῦται τῇ ΕΜ (εἴγε ΘΕ=2ΝΕ, 2ΝΕ=ΕΜ), ἐν δὲ ταῖς ἄλλαις Τομαῖς ἴση μὲν ὐκ ἔςιν, ἔςι δὲ ἐν λόγῳ τῆς ΘΝ πρὸς τὴν ΝΟ (ὔσης ΓΕ:ΕΜ=ΘΝ:ΝΟ) ἢ πρὸς τὴν αὐτῇ ἴσην ΝΕ. Ε'ςι δὲ ἡ ΘΝ πρὸς τὴν ΝΕ, ὡς ἡ ΘΞ πρὸς τὴν ΞΕ (Πορ. ΙΒ'. τῆς Θ'.) Η' γάρ τοι διάμετρος ἁρμονικῶς τέμνεται ὑπό τε τῆς τεταγμένης κατὰ τὸ Ε, καὶ τῆς ἐφαπτομένης κατὰ τὸ Θ, καὶ δὴ καὶ τῆς καμπύλης κατὰ τὰ πέρατα Ν, Ξ· ἄρα ἡ ΘΕ πρὸς τὴν ΕΜ ἔςι καὶ ὡς ἡ ΞΘ πρὸς τὴν ΞΕ.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Β'.

Καὶ ἐπεὶ ἡ ΘΞ ἐν μὲν τῇ Ὑπερβολῇ ἐςιν ἐλάσσων τῆς ΕΞ· ἐν δὲ τῇ Ε'λλείψει ἐκείνη μείζων ταύτης· διὰ τῦτο δὴ ἡ ΘΕ ἔσεται ἐν μὲν τῇ

---

111) *Ε'κ τῆς παρέσης Προτάσεως συνάγεται ὅτι ἐν τῇ Ὑπερβολῇ τὸ τῆς Ἑςίας ἀπὸ τῆς ἀντικειμένης Ὑπερβολῆς ἀπόςημα, τῦτ' ἐςιν ἡ ΕΞ ἐςιν ἴση τῇ ἐφαπτομένῃ ΞΖ. Ε'ςι γὰρ (ἐκ τῆς ΙΗ'.)* $ΞΖ \times ΝΟ = ΓΗ^2$ · *ἀλλὰ* $ΓΗ^2 = ΞΕ \times ΕΝ$ *(Πρότ. Κ'.) ἄρα* $ΞΖ \times ΝΟ = ΞΕ \times ΕΝ$. *Ε'νθεντοι* $ΞΖ : ΞΕ = ΕΝ : ΝΟ$. *Ε'ςι δὲ ἐκ τῆς παρέσης* $ΕΝ = ΝΟ$ · *ἄρα* $ΞΖ = ΞΕ$.

Ὑπερβολῇ ἀεὶ ἐλάσσων τῆς τεταγμένης ΕΜ· ἐν δὲ τῇ Ἐλλείψει ἀεὶ μείζων.

ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄.

Ἐπιζευχθείσης δὲ τῆς ΕΟ, ἡ γωνία ΝΕΟ ἥμισυ ἔςαι ὀρθῆς. Ἔςι γὰρ ἡ πλευρὰ ΝΕ ἴση τῇ ΝΟ, καὶ ἡ γωνία πρὸς τῷ Ν ὀρθή.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΚΘ΄.

Τῶν αὐτῶν κειμένων, ταχθείσης ἐπὶ τὸν ἄξονα ἑτέρας οἱασδήποτε ΤΒΗ, τεμνούσης τὴν ἐφαπτομένην ΘΜ κατὰ τὸ Α, ἐπιζευχθεῖσα ἀπὸ τῆς Ἑςίας ἐπὶ τὴν καμπύλην ἡ ΕΗ ἔσεται ἴση τῇ ΒΑ.

Τὸ γὰρ ὀρθογώνιον ΤΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ΜΑ τετράγωνον, ἐςιν ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΝΟ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΟΜ (Προτ. Iϛ΄.) ἀλλ᾽ ἡ ΝΟ ἐςιν ἴση τῇ ΝΕ, ἄρα καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΝΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΟΜ· ἢ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΕΒ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΜ (ἔςι γὰρ ΝΕ : ΟΜ = ΕΒ : ΑΜ (Πορ. 1 τῆς 1 τοῦ ϛ΄.). Ὅθεν τὸ ὀρθογώνιον ΤΑΗ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΕΒ τετραγώνῳ· καὶ προσκειμένου κοινοῦ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΗ, τὸ ὀρθογώνιον ΤΑΗ συνάμα τῷ ἀπὸ τῆς ΒΗ τετραγώνῳ, ἔςαι ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΒ, ΒΗ ἅμα ληφθεῖσιν. Ὅ ἐςι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΑ τετράγωνον ἔςαι ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΕΗ (ἔςι γὰρ ΤΑΗ$+$ΒΗ^2$=$ΒΑ^2. (6 τῦ Β΄.) ϗ ΕΒ^2 $+$ΒΗ^2$=$ΕΗ^2. 47 τῦ Α΄.) ἄρα ὁ ἀπὸ τῆς Ἑςίας ἀπὶ τὴν καμπύλην κλῶνος ΕΗ, ἴσος τῇ ΒΑ τεταγμένῃ ἐπὶ τὰ πρὸς τὴν ἐφαπτομένην ΘΜ προεκβληθείσῃ.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Α΄.

Ὅθεν δῆλον, ὅτι τὰ ὑπὸ τῶν ἐπὶ τὸν ἄξονα τεταγμένων ἄχρι τῆς ἐφαπτομένης ΘΜ προεκβληθεισῶν, ϗ τῶν ἐκτὸς τῆς καμπύλης ἀπολαμβανομένων αὐτῶν μερῶν περιεχόμενα ὀρθογώνια ΤΑΗ, τα η, ἐξισῦται τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῆς Ἑςίας τῶν τεταγμένων ἀποςημάτων ΕΒ, ΕΒ τετραγώνοις, ἕκαςον ἑκάςῳ ἀντιςοιχῦντι.

ΠΟ΄ΡΙΣΜΑ Β΄.

Οἱαδήποτε ἄρα Κωνικὴ Τομὴ ῥᾷςα καταγραφείη, ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ ΘΕΜ προεκβληθεισῶν αὐτῦ τῶν πλευρῶν ΟΕ, ΟΜ, ἀχθῶσιν οἱαιδήτινες τεταγμέναι ΒΑ, ϐα, παράλληλοι τῇ ΕΜ, ἀπὸ δέ τινος σημείῦ μένοντος τῦ Ε προσκλιθῶσιν ἐπ᾽ αὐτὰς οἱαιδήποτε εὐθεῖαι αἱ Εη, ΕΗ ταῖς ῥηθείσαις τεταγμέναις ἴσαι. Τύτων γὰρ ὕτω κατασκευαθέντων, εἰμὲν ἡ ΘΕ ἴση εἴη τῇ ΕΜ (Πορ. Α΄. τῆς προηγυμένης), τὰ σημεῖα η, Η, ἔσεται ἀπὸ τῆς Παραβολῆς· εἰ δὲ μείζων ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως, εἰδ᾽ ἐλάσσων, ἐπὶ τῆς Ὑπερβολῆς (Πορ. Β΄. τῆς προηγεμένης), ϗ δὴ ϗ τῆς αὐτῇ ἀντικειμένης (112).

ΠΌΡΙΣΜΑ Γ΄.

Ἐὰν ἀπὸ τῦ σημείυ Θ (καθ᾽ ὅτι ἀπὸ τῦ πέρατος τῆς διὰ τῆς Ἑςίας τεταγμένης ΕΜ, ἀχθεῖσα ἐφαπτομένη ΜΘ συμβάλλει τῷ ἄξονι) ἀχθῇ ἡ ΘΠΚ τῇ τεταγμένῃ παράλληλος, κληθήσεται αὕτη ἐν τῇ Ἐλλείψει ϗ τῇ Ὑερβολῇ (ὥσπερ δὴ κἀν τῇ παραβολῇ κέκληται) εὐθεῖα τῦ Μετεωρισμῦ· πρὸς ἣν ἐὰν ἀφ᾽ οἱυδήποτε τῆς καμπύλης σημείυ Η, ἀχθῇ ἡ ΗΚ παράλληλος τῷ ἄξονι, ὡσαύτως δὴ ϗ ἡ ΜΠ, ἔσεται ἀεὶ ὁ ἀπὸ

---

112) Ἐπεὶ τὰ τρίγωνα $M\Theta E$, $\Theta Z\Xi$ ἀλλήλοις ὅμοια· ἔσεται δὴ $M\Theta : \Theta E = \Theta Z : \Theta\Xi$ ἄρα (12. τῦ ς΄.) $M\Theta + \Theta Z : \Theta E + \Theta\Xi = M\Theta : \Theta E$· ἤτοι $MZ : \Xi E = M\Theta : \Theta E$· ἀλλὰ $M\Theta : \Theta E = \Theta\alpha : \Theta\beta$· ἄρα (διὰ τὴν αὐτὴν) $M\Theta + \Theta\alpha : \Theta E + \Theta\beta = M\Theta : \Theta E$, ἤτοι $M\alpha : E\beta = M\Theta : \Theta E$. Ὅθεν $MZ : \Xi E = M\alpha : E\beta$· καὶ $M\alpha : MZ = E\beta : \Xi E$· καὶ $M\alpha^2 : MZ^2 = E\beta^2 : \Xi E^2$. Ἔςι δὲ ϗ $\tau\alpha\eta : \Xi Z^2 = M\alpha^2 : MZ^2$ (Προτ. Ις΄.), ἄρα $\tau\alpha\eta : \Xi Z^2 = E\beta^2 : \Xi E^2$. Καὶ ἐπεὶ $\Xi Z^2 = \Xi E^2$ (σημ. προηγ.) ἄρα ϗ $\tau\alpha\eta = E\beta^2$· ϗ προσκειμένυ κοινῦ τῦ $\beta\eta^2$, $\tau\alpha\eta + \beta\eta^2 = E\beta^2 + \beta\eta^2$· ϗ $\beta\alpha^2 = E\eta^2$. Ἔςι γὰρ τὰ μὲν $\tau\alpha\eta + \eta\beta^2 = \beta\alpha^2$ (6. τῦ Β.) τὰ δὲ $E\beta^2 + \beta\eta^2 = E\eta^2$ (47. τῦ Α.). Τοιγαρῦν ἡ $E\eta =$ τῇ $\beta\alpha$.

τῆς Ἑςίας ἐφ' οἱονδήποτε τῆς καμπύλης σημεῖον κλῶνος ΕΗ πρὸς αὐτὴν τὴν ΗΚ, ὡς ἡ τεταγμένη ΕΜ πρὸς τὴν ἑτέραν ΜΠ· ἢ ὡς ἡ ΝΟ ἢ ἡ αὐτῇ ἴση ΕΝ πρὸς τὴν ΝΘ. Ἔςι γὰρ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ αὐταῖς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΘ, ἄρα ϗ ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΗΚ αἱ ἐκείναις ἴσαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'.

Ἐὰν ἔτι ἀχθῇ ἀπὸ τῆς Ἑςίας πρὸς τὴν τῦ Μετεωρισμῦ εὐθεῖαν οἱαδήποτε κεκλιμένη ἡ ΕΗΣ, ἀχθῇ δ' ἔτι ϗ ἕτερος κλῶνος ὁ ΕΛ· ἀπὸ δὲ τῦ κατ' αὐτὸν πέρατος Λ ἀχθῇ ἑτέρα εὐθεῖα ἡ ΛΡ τῇ ΕΣ παράλληλος, ϗ ἐπὶ τὴν τῦ Μετεωρισμῦ εὐθεῖαν παρατεινομένη, ἔσεται ἐν πάσῃ Κωνικῇ Τομῇ ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΣ, ὕτως ἡ ΕΛ πρὸς ΛΡ. Ἀχθεισῶν γὰρ τῶν ΗΚ, ΛΠ παραλλήλως τῷ ἄξονι, ἔςαι ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΚ, ὕτως ἡ ΕΛ πρὸς ΛΠ (Πορ. προηγ.). Ἔςι δὲ ϗ (διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ΚΗΣ, ΠΛΡ) ὡς ἡ ΗΚ πρὸς ΗΣ, ὕτως ἡ ΛΠ πρὸς ΛΡ, ἔςαι ἄρα ϗ διΐσυ ὡς ἡ ΕΗ πρὸς ΗΣ, ὕτως ἡ ΕΛ πρὸς ΛΡ. Σχημ. 83.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Α'.

Ἐὰν ἀπὸ τῦ τῆς ἀφῆς σημείυ Ὑπερβολῆς, ἢ Ἐλλείψεως ἀχθῇ τῇ ἐφαπτομένῃ κάθετος ἡ ΜΠ ὑπὸ τῦ πλαγίυ παρατεινομένη ἄξονος, ἀχθῇ δὲ ϗ ἀπὸ τοῦ Σχημ. 84. 85.

κέντρυ ἑτέρα κάθετος τῇ αὐτῇ ἐφαπτομένη ἡ ΓΣ, τὸ ὑπὸ τῶν δυεῖν τύτων καθέτων ΜΠ, ΓΣ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἐξισωθήσεται τῷ ἀπὸ τῦ συζυγῦς ἡμιάξονος ΓΑ τετραγώνῳ, ἢ τεταρτημορίῳ τῦ ὑπὸ τῆς πλαγίας ϗ τῆς κατ᾽ αὐτὴν ὀρθίας πλευρᾶς περιεχομένυ ὀρθογωνίυ.

Τεταγμένων γὰρ ἐφ᾽ ἑκάτερον τὸν ἄξονα τῶν ΜΚ, ΜΠ, τὰ τρίγωνα ΗΓΣ, ΠΜΚ ἔσεται ὅμοια. Οὐσῶν γὰρ τῶν ΓΣ, ΜΠ παραλλήλων, ἡ γωνία ΜΠΚ ἐςιν ἴση τῇ ΣΓΠ, ἐναλλὰξ μὲν ἐν τῇ Ὑπερβολῇ, ἐκτὸς δὲ ἐν τῇ Ἐλλείψει· ἀλλ᾽ ἡ ΣΓΠ ἔςιν ἴση τῇ ΣΗΓ. Ἑκατέρα γὰρ μετὰ τῆς ΣΓΗ ἐξισῦται ὀρθῇ (32 τῦ Α΄. Πορ. 6)· ἄρα ἡ ὑπὸ ΜΠΚ ἴση ἐςὶ τῇ ὑπὸ ΣΗΓ· ἴση δὲ καὶ ΜΚΠ τῇ ΗΣΓ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα, ἄρα τὰ τρίγωνα ὅμοια. Ἔνθεντοι ὡς ἡ ΜΠ πρὸς ΜΚ, ὕτως ἡ ΓΗ πρὸς ΓΣ· καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ΜΠ καὶ τῆς ΓΣ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῆς ΓΗ ϗ τῆς ΜΧ, ἢ τῆς αὐτῇ ἴσης ΓΡ (16 τῦ ς΄.). Ἀλλὰ τὸ ὀρθογώνιον ΓΗΡ ἐξισῦται τῷ ἀπὸ ΑΓ, ὡς εἴρηται ἐν τῇ δείξει τῆς ΙΗ΄. ἄρα ϗ τὸ ὑπὸ τῆς ΜΠ ϗ τῆς ΓΣ τῶν δυεῖν καθέτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἔςαι τῷ ἀπὸ τῦ ἐλάσσονος ἡμιάξονος ΓΑ τετραγώνῳ, ὅπερ ἐςὶν ἴσον τεταρτημορίῳ τῦ ὑπὸ τῦ πλαγίυ ἄξονος, ϗ τῆς αὐτῦ Παραμέτρυ περιεχομένυ ὀρθογωνίυ.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Α'.

Ἐπεὶ δὲ τῷ ἀπὸ τῦ ἐλάσσονος ἡμιάξονος τετραγώνῳ ἐξισῦται ϗ τὸ ὑπὸ τῶν κατὰ κορυφὴν ἐφαπτομένων ΞΝ, ΝΟ περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἄρα τῷ ὑπὸ τῆς ΞΖ, ϗ τῆς ΝΟ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ ἐξισωθήσεται ϗ τὸ ὑπὸ τῶν ΜΠ, ΓΣ. Καὶ δὴ (2 μέρ. τῆς 16 τῦ ς'.) ὡς ἡ ΞΖ πρὸς ΓΣ, ὕτως ἡ ΜΠ πρὸς ΝΟ.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Β'.

Καὶ ἐπεὶ, ὄντων τῶν τριγώνων ΖΘΞ, ΓΘΣ, ΠΘΜ, ΟΘΝ ὁμοίων (ἔχει γὰρ τὰς γωνίας ΘΞΖ, ΘΣΓ, ΘΜΠ, ΟΝΘ ὀρθὰς ἤτοι ἴσας, ϗ τὴν πρὸς τῷ Θ κοινήν)· ἐςὶν ὡς ἡ ΞΘ πρὸς ΞΖ, ὕτως ἡ ΘΣ πρὸς ΓΣ, ἢ ἡ ΘΜ πρὸς ΜΠ, ἢ ἡ ΘΝ πρὸς ΝΟ, ϗ οἱ ἑπόμενοι τῶν ἴσων τύτων λόγων εἰσὶν ἀνάλογον (ἤτοι ΞΖ : ΓΣ = ΜΠ : ΝΟ Πορ. προηγ.) Ἄρα ϗ οἱ ἡγύμενοι ἀνάλογον ἔσονται (113), ἤτοι ἔςαι ὡς ἡ ΞΘ πρὸς ΘΣ, ὕτως ἡ ΘΜ πρὸς ΘΝ, ὅθεν ϗ τὸ ὀρθογώνιον ΞΘΝ ἴσον τῷ ΜΘΣ.

---

113) Ἐπεί ἐςι ΞΘ : ΞΖ = ΘΣ : ΓΣ, ἔσεται ΞΘ : ΘΣ = ΞΖ : ΓΣ. Ὡσαύτως ἐπεί ἐςι ΜΘ : ΜΠ = ΘΝ : ΝΟ, ἔςαι ΘΜ : ΘΝ = ΜΠ : ΝΟ. Ἔςι δὲ ΞΖ : ΓΣ = ΜΠ : ΝΟ, (Πόρ. Α'.) ἄρα ΞΘ : ΘΣ = ΘΜ : ΘΝ.

ΠΟ'ΡΙΣΜΑ Γ'.

Α'νάλογον ἔσονται δὴ (114) ϗ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ΞΘ, ΓΘ, ΘΠ, ΘΟ, ϗ ἑπομένως τὸ ὀρθογώνιον ΓΘΠ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΑ'.

Σχημ. 86. 87. 88. Ε'ν πάσῃ Κωνικῇ Τομῇ ἐὰν ἀφ' οἱουδήποτε τῆς καμπύλης σημείου Μ ἀχθῇ τῇ ἐφαπτομένῃ ΜΖ κάθετος εὐθεῖα ΜΠ συμβάλλουσα τῷ ἄξονι κατὰ τὸ Π, ἀπὸ δὲ τοῦ Π ἀχθῇ τῷ ἀπότινος Ἑστίας ἠγμένῳ κλώνῳ ΜΕ κάθετος ἡ ΠΔ· τὸ μέρος ΜΔ τοῦ κλώνου, ἴσον ἔσαι τῇ ἡμιπαραμέτρῳ τοῦ ἄξονος.

Τοῦτο ἐν μὲν τῇ Παραβολῇ ἐσὶ πρόδηλον· ἀχθείσης γὰρ παρὰ τὸν ἄξονα τῆς διαμέτρου ΜΡ, ϗ τεταγμένης ἐπὶ τὸν ἄξονα τῆς ΜΚ, τὰ τρίγωνα ΜΠΔ, ΠΜΚ, ἔσεται ἀλλήλοις ἴσα ϗ ὅμοια (115). Αἱ γάρ τοι ἀλλήλοις ἴσαι γωνίαι ΔΜΠ,

---

114) Ο'ντων τῶν τριγώνων ΖΘΞ, ΓΘΣ ὁμοίων, ἔσεται $Z\Theta : \Gamma\Theta = \Xi Z : \Gamma\Sigma$. Ω'σαύτως ἐπεὶ τὰ τρίγωνα $\Pi\Theta N : O\Theta N$ ὅμοια, ἄρα $\Theta\Pi : \Theta O = M\Pi : NO$. Ε'σι δὲ $\Xi Z : \Gamma\Sigma = M\Pi : NO$, ἄρα ϗ $\Xi\Theta : \Gamma\Theta = \Theta\Pi : \Theta O$.

115) Η' γωνία $\Pi M\Delta +$ τῇ $\Delta MZ =$ τῇ ὀρθῇ

ΠΜΡ, ὧν ἑκάστη μεθ' ἑκάστης τῶν ἴσων ἀλλήλαις ΔΜΖ, ΡΜΣ (Πρότ. ΙΘ.) ἐξισοῦται ὀρθῇ, ἐξισωθήσονται τῇ ΜΠΚ (27 τοῦ Α'.). Ὅθεν ἐπεὶ ἐν ἑκατέρῳ ὑποτείνουσά ἐστιν ἡ αὐτὴ ΠΜ, αἱ ὁμόλογοι ἄρα πλευραὶ ΔΜ, ΠΚ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται (19 τοῦ ς'.)· ἀλλ' ἡ ΠΚ ὑποκάθετος, ἐξισοῦται τῷ ἡμίσει τῆς ὀρθίας πλευρᾶς (Πορ. Ις. τῆς Θ'.) τῷ αὐτῷ ἄρα ἴση ἔσεται καὶ ἡ ΔΜ.

Ἐν δὲ τῇ Ἐλλείψει καὶ Ὑπερβολῇ ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν ἐφαπτομένην, τῆς εὐθείας ΓΙ παραλλήλως τῷ ΕΜ κλώνῳ, τῆς τε ΓΣ πρὸς ὀρθὰς ἢ παραλλήλως τῇ ΜΠ, ἔσεται ἡ γωνία ΙΓΣ ἴση τῇ ΠΜΔ. ἑκατέρα γὰρ μετὰ τῆς ΓΙΣ, ἢ τῆς αὐτῇ ἴσης ΕΜΖ (27 τοῦ Α'.) ἐξισοῦται ὀρθῇ. Ὅθεν ἐν τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις ΙΓΣ, ΠΜΔ, ἔσεται ὡς ἡ ΙΓ πρὸς ΓΣ, οὕτως ἡ ΜΠ πρὸς ΜΔ· καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ΓΙ καὶ τῆς ΜΔ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΓΣ, ΜΠ περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ (16 τοῦ ς'.). Ἀλλὰ τοῦτο ἐξισοῦται τεταρτημορίῳ τοῦ ὑπὸ τοῦ ἄξονος καὶ τῆς αὐτοῦ Παραμέτρου, τοῦτ' ἔστι τοῦ ὑπὸ τῆς ΓΝ καὶ τῆς

ΠΜΖ· καὶ ἡ ΠΜΡ+ΡΜΣ= τῇ ὀρθῇ ΠΜΣ. Ὅθεν ἡ ΠΜΔ+ τῇ ΔΜΖ= τῇ ΠΜΡ+ τῇ ΡΜΣ. Ἀλλ' ἡ ΡΜΣ= τῇ ΔΜΖ (ΙΘ'.), ἄρα ἡ ΠΜΔ= τῇ ΠΜΡ= τῇ ΜΠΚ (27. τοῦ Α'.) εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ΠΚΜ: ΜΔΠ ὀρθαί, ἄρα καὶ αἱ γωνίαι ΠΜΚ, ΜΠΔ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅθεν τὰ τρίγωνα ΜΠΔ, ΜΚΠ ὅμοια. Τοιγαροῦν ἔσεται τὸ ΠΚΜ = τῷ ΠΔΜ (19. τοῦ ς'.) καὶ ἡ ΔΜ= τῇ ΠΚ.

ἡμιπαραμέτρου περιεχομένου ὀρθογωνίου (Προ. Λ΄.)· ἄρα κἀκεῖνο. Ὅθεν ἐπεὶ ἡ ΓΙ ἴση τῷ ἡμιάξονι ΓΝ, (Προ. ΚΑ.)· ἄρα καὶ ἡ ΔΜ ἐστιν ἴση τῇ ἡμιπαραμέτρῳ ο, ε, δ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ σημείου Π ἀχθῇ καὶ τῷ ΥΜ κλῶνῳ κάθετος ἡ ΠΡ ἔσεται ὡσαύτως ἡ ΜΡ, ἴση τῇ ἡμιπαραμέτρῳ. Πᾶσαι γὰρ αἱ πλευραὶ τῶν τριγώνων ΜΠΔ, ΜΠΡ ἔσονται ἴσαι, ἤτοι ἡ ΔΜ, ἴση τῇ ΜΡ, καὶ ἡ ΠΔ ἴση τῇ ΠΡ (26 τοῦ Α΄.). Οὐσῶν τῶν γωνιῶν ΔΜΠ, ΡΜΠ ἀλλήλαις ἴσων (116) καὶ δὴ καὶ τῆς ὑπὸ ΔΜΠ ἴσης τῇ ὑπὸ ΡΠΜ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ΛΒ΄.

Σχημ. 87. 88. Ἐπὶ τῆς Ἐλλείψεως καὶ Ὑπερβολῆς τὸ ὑπὸ τῶν ἀποστημάτων τοῦ κέντρου ἀπὸ τῆς συμβολῆς τοῦ ἄξονος καὶ τῆς ἐφαπτομένης, καὶ τῆς ἐπὶ τὴν ἐφαπτομέ-

116) *Ἐπεὶ αἱ γωνίαι ΠΜΘ, ΠΜΙ εἰσὶν ὀρθαὶ καὶ ἑπομένως ἴσαι ἀλλήλαις· ἐὰν ἀφαιρεθῶσιν αὐτῶν αἱ ἀλλήλαις ἴσαι (Πρότ. Κ΄.) γωνίαι ΕΜΘ, ΘΜΥ, ἀπολειφθήσεται ἡ γωνία ΔΜΠ = τῇ ΡΜΠ. Ὅθεν ἐπεὶ αἱ πρὸς τῷ Δ γωνίαι εἰσὶν ὀρθαὶ, καὶ διὰ τοῦτο ἴσαι, ἔσεται ἡ γωνία ΔΠΜ ἴση τῇ γωνίᾳ ΡΠΜ (Πόρ. 9. τῆς 32. τοῦ Α΄.)*