

60 ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ

πλευράν $\left. \begin{array}{l} ΒΓ \\ ΑΒ \\ ΒΓ \end{array} \right\} .$

Ἀπόκρισις 168.213, 1.201, 4.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Β'.

99. Δοθείσης τῆς ὑποτένουσας, κ' μιᾶς ἀπὸ τὰς λοιπὰς πλευρὰς νὰ εὔρη τις μίαν ἀπὸ τὰς ὀξείας γωνίας.

Τὰ γνωστὰ μέρη εἶναι τρία, α' ἡ ὑποτένουσα, β' ἡ μία ἢ ἡ ἄλλη πλευρὰ, κ' γ' ἡ ὀρθὴ γωνία, τὸ δὲ ζητούμενον εἶναι μία ἀπὸ τὰς ὀξείας γωνίας, ἣτις εὔρεται πάντοτε διὰ τῆς δευτέρας ἀναλογίας (95) ἔτω.

Ἡ ὑποτένουσα

σέκει πρὸς τὴν ἡμιδιάμετρον,

ὡσπερ ἡ γνωστὴ πλευρὰ.

Πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ἀντικειμένης γωνίας ἕως τὴν αὐτὴν πλευράν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ἐσὼ ἡ ὑποτένουσα ΑΓ (σχῆ: γ') 355 μίλια, κ' ἡ πλευρὰ ΒΓ 213· ζητεῖται λοιπὸν ἡ γωνία Α.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ.

Ἡ ὑποτένουσα ΑΓ = 355 σέκει εἰς τὴν ἡμιδιάμετρον, ὡσπερ ἡ πλευρὰ ΒΓ = 213 σέκει εἰς τὸ ἡμίτονον τῆς ζητούμενης γωνίας Α, ἣτις εὔρεται 36°, 52'· διότι.

Σύναψε	§	Λογ. τῆς ἡμιδία.	10.000000
	§	Λογ. ΒΓ 213	2.328380
			<hr/>
Ἀφσλε	§	Κεφ.	12.328380
	§	Λογ. ΑΓ 355	2.550228
			<hr/>
		Διαφ. . . .	9.778152

Ἄν δὲ θέλῃς νὰ μεταχειρισθῆς τὸ ἀριθμητικὸν παραπλήρωμα, πρέπει νὰ πράττῃς τοιοῦτοςῶς.

	Λογ. ἡμιδ.	10.000000
	Λογ: 213	2.328380
Ἀριθμητικὸν παραπλήρω.	Λογ. 355	7.449772
		<hr/>
	Κεφ.	19.778152

Ὅθεν ἀφ' ἧ ἀφαιρέσεως τὴν μονάδα, ὁ 9.778152 εἶναι ὁ λογάριθμὸς τῆς ἡμιτόνου τῆς γωνίας Α, ὅστις ζητούμενος εἰς τὸς πίνακας τῶν ἡμιτόνων, εὐρίσκεται ἀνταποκρινόμενος εἰς 36°, 52'. Τώρα διὰ νὰ εὔρῃς τὴν λοιπὴν γωνίαν Γ δὲν ἔχεις νὰ κάμῃς παρὰ νὰ ἀφαιρέσῃς τὴν εὑρεθεῖσαν γωνίαν Α, ἤτοι 36°, 52' ἀπὸ 90° μοίρας, καὶ ἡ διαφορὰ 53°, 8' θέλει εἶσθαι ἡ δύναμις τῆς γωνίας Γ· διότι ἡμεῖς εἶπομεν ὅτι αἱ δύο ὀξείαι γωνίαι ἐνδὲς ὀρθογωνίου τριγώνου, ὁμῶς λαμβανόμεναι, κάμνουν μίαν ὀρθὴν γωνίαν, ἤτοι 90°. Πρέπει νὰ ἐξεύρῃς ὅτι εἰς τὸ ἐξῆς ἡμεῖς θέλομεν μεταχειρισθῆ τὰ ἀριθμητικὰ παραπλήρωματα ἀντὶ τῶν λογαρίθμων, τὸς ὁποῖους πρέπει ν' ἀφαιρέσωμεν, ἐκτὸς μόνον ὅταν ὁ λογάριθμὸς ὁτῶν πρέπει ν' ἀφαιρεθῆ,

62 ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ

ἦναι τῆς ἡμιδιαμέτρου, κὶ διὰ τὰ φανερώσωμεν μίαν ποσότητα ἴσην μετὰ μίαν ἄλλην, θέλομεν μεταχειρισθῆ τῆτο τὸ σημεῖον = .

ΑΛΛΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ. Ὑποθέτω τὴν μὲν ὑποτένουσαν ΑΓ (πίναξ. 5' σχη: γ') = $\left. \begin{array}{l} 336 \\ 2810 \\ 349 \end{array} \right\}$ μίλια,

τὴν δὲ πλευρὰν $\left. \begin{array}{l} AB = 291 \\ BG = 1831 \\ AB = 285 \end{array} \right\}$ μίλια κὶ ζητῶ

τὴν γωνίαν $\left. \begin{array}{l} \Gamma \\ \Gamma \\ A \end{array} \right\}$.

Ἀπόκρισις $60^{\circ}, 10' \cdot 49^{\circ}, 20' \cdot 35^{\circ}, 15'$.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Γ'.

100. Δοθείσης μιᾶς πλευρᾶς κὶ μιᾶς τῶν ὀξειῶν γωνιῶν νὰ εὔρη τις τὴν ὑποτένουσαν.

Τῆτο τὸ πρόβλημα λύεται διὰ τῆς πρώτης ἀναλογίας (95) ἔτω

Τὸ ἡμίτονον τῆς ἀντικειμένης γωνίας εἰς τὴν δοθεῖσαν πλευρὰν εἶκει πρὸς τὴν αὐτὴν πλευρὰν,
Ὡσπερ ἡ ἡμιδιάμετρος
εἶκει πρὸς τὴν ὑποτένουσαν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ὑποθέτω τὴν μὲν πλευρὰν ΑΒ 183 μίλια κὶ $\frac{1}{10}$, τὴν δὲ γωνίαν Α $49^{\circ}, 20'$ κὶ ζητῶ τὴν ὑποτένουσαν ΑΓ.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ.

Ἐδ ἡμι. τῆς γωνίας $\Gamma = 40^\circ, 40'$, παραπλήρωμα
 τῆς Α : Πλευρὰν $AB = 183, \frac{1}{10} :: \text{Ἡμιδι} : \text{ὑπο-}$
 τείνουσαν $AG = 281$.

Λογ. $AB = 183,1$ 2.262688

Λογ. ἡμιδ. 10.000000

Αριθμ. παραπλη. τῆ $\text{Λογ. } \Gamma = 40^\circ, 40'$ 0.185981

Κεφ. 2.448669

Ὁ λογάριθμὸς ἔστ' 2.448669 ἀνταποκρίνεται
 εἰς τὸν ἀριθμὸν 281, ὅστις εἶναι ἡ ζητούμενη ὑποτεί-
 νουσα $AG = 281$.

ἌΛΛΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ. Ὑποθέτω τὴν μὲν

πλευρὰν $\left. \begin{array}{l} BG = 168 \\ AB = 285 \\ BG = 284 \end{array} \right\}$ μίλια, τὴν δὲ γωνίαν

$A = \left\{ \begin{array}{l} 30^\circ, 0' \\ 35, 15 \\ 53, 8 \end{array} \right\}$ μοίρας κὶ ζητῶ τὴν ὑποτείνουσαν AG .

Ἀποκρίσις 336 . 349 . 555

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Δ'.

101. Δοθείσης μιᾶς πλευρᾶς κὶ μιᾶς ἀπὸ τὰς ὀξείας
 γωνίας νὰ εὔρη τις τὴν λοιπὴν πλευρὰν.

Λέγω διὰ τῆς πρώτης ἀναλογίας τῆ 95 ἀριθ. ἔτω

64 ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΤΥΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ

Τὸ ἡμίτονον τῆς ἀντικειμένης γωνίας εἰς τὴν δοθεῖσαν πλευρὰν,
 εἶναι πρὸς αὐτὴν τὴν πλευρὰν

Ὡσπερ τὸ ἡμίτονον τῆς ἀντικειμένης γωνίας εἰς τὴν ζητού-
 μένην πλευρὰν

Πρὸς αὐτὴν τὴν ζητούμενην πλευρὰν.

Ἡ δὲ τῆς πρώτης τῆ 97 ἀριθ. λαβὼν τὴν δοθεῖσαν
 πλευρὰν ὡς ἡμιδιάμετρον.

Ἡ ἡμιδιάμετρος

εἶναι πρὸς τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἀντικειμένης γωνίας εἰς
 τὴν ζητούμενην πλευρὰν.

Ὡσπερ ἡ δοθεῖσα πλευρὰ

εἶναι πρὸς τὴν ζητούμενην πλευρὰν

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ὑποθέτω τὴν πλευρὰν $AB=284$
 ποδάρια, τὴν δὲ γωνίαν $\Gamma=53^{\circ},8'$ (πίναξ. 5' σχη:γ')
 καὶ ζητῶ τὴν πλευρὰν $B\Gamma$.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ.

Ἡμιτο. τῆς γωνίας $\Gamma=53^{\circ},8'$: πλευρ. $AB=284$::
 Ἡμι. γωνίας $A=36^{\circ},52'$: Πλευρὰν $B\Gamma=213$.

Λογ. $AB = 284$	2.453318
Λογ. $A = 36^{\circ},52'$	9.778119
Ἀριθμ. παραλη. τῆ Λογ. $\Gamma = 53^{\circ}, 8'$	0.096892
Κεφ.	<u>2.328329</u>

Οὗτος ὁ λογάριθμος ἀνταποκρίνεται εἰς τὸν 213,
 ὅστις εἶναι ἡ ζητούμενη δύναμις τῆς $B\Gamma$.

Ἐάν

Ἐὰν δὲ λάβῃ τις τὴν ΑΒ πλευρὰν ὡς ἡμιδιάμετρον, καὶ τὴν κορυφὴν τῆς γωνίας Α ὡς κέντρον ἢ ἄλλη πλευρὰ ΒΓ θέλει εἶσθαι ἢ ἐφαπτομένη τῆς γωνίας Α (96) ὅθεν δύναται νὰ εἰπῇ διὰ τῆς ἀνωτέρω δευτέρας ἀναλογίας (101).

Ἡμιδ. ΑΒ: ΒΓ ἐφαπτ. τῆς γωνίας Α = 36°, 52' :: ΑΒ = 284: ΒΓ = 213.

Λογ. Α	=	36°, 52'	9.875010
Λογ. ΑΒ	=	284	2.453318
Λογ. ΑΒ ἡμιδ.	.	.	10.000000
Κεφ.	.	.	2.328328

ΑΛΛΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ. Ὑποθέτω τὴν $\left\{ \begin{matrix} ΒΓ \\ ΑΒ \\ ΒΓ \end{matrix} \right\}$

πλευρὰν = $\left\{ \begin{matrix} 168, 0 \\ 213, 1 \\ 201, 4 \end{matrix} \right\}$ μίλια, καὶ τὴν γωνίαν

$\left\{ \begin{matrix} Α = 30°, 0' \\ Α = 40, 40 \\ Γ = 54, 45 \end{matrix} \right\}$ καὶ ζητῶ τὴν πλευρὰν $\left\{ \begin{matrix} ΑΒ \\ ΒΓ \\ ΑΒ \end{matrix} \right\}$

Ἀποκρίσις 291 . 183,1 . 285.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Ε'.

102. Δοθεσάντων τῶν δύο πλευρῶν, νὰ εὔρη τις μίαν ἀπὸ τὰς δύο ὀξείας γωνίας.

Γνωστὰ μέρη τρία $\left\{ \begin{matrix} ΑΒ \\ ΒΓ \\ Ημιδια. \end{matrix} \right\}$, τὸ δὲ ζητούμενον

Τὸ Α

66. ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ

εἶναι μία ἀπὸ τὰς ὀξείας γωνίας (σχη : γ), ἣτις εὐρίσκεται διὰ τῆς 6' ἀναλογίας τῆ 97 ἀριθ.

Ἡ ὑποκείμενη πλευρὰ κ'ς τὴν ζητούμενην γωνίαν
 εἶκ'η πρὸς τὴν ἀντικείμενην πλευρὰν αὐτῆς,

Καθὼς ἡ ἡμιδιάμετρος,

Πρὸς τὴν ἐφαπτομένην τῆς ζητούμενης γωνίας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ἐσὼ ἡ πλευρὰ $AB = 291$ μί-
 λια, κ' ἡ πλευρὰ $BΓ = 168$. Ζητεῖται λοιπὸν ἡ γω-
 νία A .

Π Ρ Α Ξ Ι Σ.

$AB = 291 : BΓ = 168 :: AB$. Ἡμιδ. : Ἐφαπτο. τῆς A
 γωνίας, ἣτις εὐρίσκεται $30^{\circ}, 0'$.

	Λογ. ἡμιδ.	10.000000
	Λογ. 168	2.225309
Ἄριθμητι. παραπλή. τῆ	Λογ. 291	7.536107
	Κεφ.	<u>9.761416</u>

ὁ λογάριθμος ἔτ' ἀνταποκρίνεται εἰς τὰς $30^{\circ}, 0'$
 εἰς τὸς πίνακας τῶν ἡμιτόνων.

ἌΛΛΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ. Ἐγὼ ὑποθέτω τὴν μὲν

$AB = \begin{Bmatrix} 284 \\ 285 \end{Bmatrix}$ μίλια, τὴν δὲ $BΓ = \begin{Bmatrix} 213,0 \\ 101,4 \end{Bmatrix}$

μίλια κ' ζητῶ τὴν γωνίαν $\begin{Bmatrix} \Gamma \\ A \end{Bmatrix}$.

Ἀπόκρ. $53^{\circ}, 8.35', 15'$.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α 5'.

• 103. Δοθέντων τῶν δύο πλευρῶν ἑνὸς ὀρθογωνίου τριγώνου, νὰ εὔρη τις τὴν ὑποτένουσαν.

Τὸτο τὸ πρόβλημα δύναται νὰ λυθῆ κατὰ δύο τρόπους. Ὁ πρῶτος τρόπος συνίσταται εἰς τὸ νὰ συνάψῃ τις ὁμοῦ τὰ δύο τετράγωνα τῶν γνωστῶν πλευρῶν, καὶ νὰ ἐβγάλῃ τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν ἀπὸ τὸ κεφάλαιον· διότι αὕτη εἶναι μία ιδιότης τῶν ὀρθογωνίων τριγώνων, τὸ νὰ ἦναι ἴσον τὸ τετράγωνον τῆς ὑποτείνουσας μετὰ τὰ δύο τετράγωνα τῶν ἄλλων πλευρῶν, αἱ ὁποῖαι περιέχουν τὴν ὀρθὴν γωνίαν, καθὼς μᾶς διδάσκει ἡ γεωμετρία (ὄρα τὴν γεωμ: τῆ Νικη: βιβλί: α'. προτα: μζ').

Ὁ δεύτερος τρόπος συνίσταται εἰς τὸ νὰ εὔρη τις διὰ τῆ προηγουμένου προβλήματος (102) μίαν ἀπὸ τὰς ὀξείας γωνίας πρῶτον, καὶ ἔπειτα διὰ τῆ γ' προβλήματος (101) νὰ εὔρη τὴν ὑποτένουσαν.

α'. Ἡ ὀποκνημένη πλευρὰ εἰς τὴν ζητούμενην γωνίαν, εἴκει πρὸς τὴν ἀντικνημένην πλευρὰν αὐτῆς.

Καθὼς ἡ ἡμιδιάμετρος,

πρὸς τὴν ἐφαπτομένην τῆς ζητούμενης γωνίας.

β'. Τὸ ἡμίτονον τῆς γωνίας ἐκείνης, ἣτις ἀντίκειται εἰς τὴν δοθεῖσαν πλευρὰν,

εἴκει πρὸς τὴν αὐτὴν πλευρὰν,

ὡσπερ ἡ ἡμιδιάμετρος

πρὸς τὴν ὑποτένουσαν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ἐσὼ ἡ μὲν $AB=284$ μίλια, ἡ δὲ $BC=213$ μίλια, καὶ ἄς ζητηθῆ ἡ AG ὑποτένουσα (σχη: γ').

Π Ρ Α Ξ Ε Ι Σ.

Διὰ τῆς α' ἀναλογίας·

284:213:: Ημιδ : Εφαπτο. τῆς γωνίας Α.

Λογ. 213 2.328380

Λογ. ἡμιδ. 10.000000

Ἀριθμητι. παραπλή. τῆ Λογ. 284 7.546682

Κεφ. 9.875062

ὁ λογάριθμ[⊙] ἔτ[⊙] ἀνταποκρίνεται εἰς τὰς ἐφαπτο-
μένας εἰς μίαν ἐφαπτομένην 36°,52'. Ὅθεν ἡ γωνία
Α εἶναι 36°,52'.

Διὰ τῆς β' ἀναλογίας.

Τὸ ἡμίτο. Α (36°,52'):213:: Ημιδ[∘]: Ὑποτένυσα ΑΓ

Λογ. 213 2.328380

Λογ. ἡμιδ. 10.000000

Ἀριθμ. παραπ: τῆ Λογ. ἡμι. (36°,52') 0.221881

Κεφ. 2.550261

ὁ λογάριθμ[⊙] ἔτ[⊙] ἀνταποκρίνεται εἰς τὸν ἀριθμὸν
355, ὅστις εἶναι ἡ ὑποτένυσα ΑΓ.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Ζ'.

104. Δοθείσης τῆς ὑποτείνουσας, κὶ μιᾶς ἀπὸ τὰς
λοιπὰς πλευρὰς, νὰ εὔρη τις τὴν ἄλλην πλευράν.

Καὶ τῆτο τὸ πρόβλημα, καθὼς κὶ τὸ ἀνωτέρω λύεται
κατὰ δύο τρόπους· ὁ α' τρόπος[⊙] συνίσταται εἰς τὸ νὰ
ἀφαιρέσῃ τις τὸ τετράγωνον τῆς δοθείσης πλευρᾶς, ἀπὸ
τὸ τετράγωνον τῆς ὑποτείνουσας, κὶ ἡ τετραγωνικὴ ρίζα
τῆς διαφορᾶς θέλει εἶσθαι ἡ ζητούμενη πλευρὰ, ἢ εἰς τὸ νὰ

λάβη α' τὸ κεφάλαιον τῆς δοθείσης πλευρᾶς κὶ τῆς ὑπο-
 τεινύσης, κὶ β' τὴν διαφορὰν αὐτῶν χωρὶς, κὶ ἀφ' ἧ
 λάβῃ τὰς λογαρίθμους τῆ κεφαλαίᾳ κὶ τῆς διαφορᾶς,
 νὰ τὰς συνάψῃ ὁμῶς, κὶ τὸ ἥμισυ τῆ κεφαλαίᾳ αὐτῶν
 τῶν λογαρίθμων θέλει εἶσθαι ἡ ζητούμενη πλευρά.

Ὁ β' τρόπος συνίσταται εἰς τὴν νὰ κάμῃ τὰς δύο
 ταύτας ἀναλογίας.

α' Ἡ ὑποτέμνουσα,

εἶκῃ πρὸς τὴν ἡμιδιάμετρον.

Ὡσπερ ἡ γνωστὴ πλευρά,

εἶκῃ πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ἀντικειμένης γωνίας ἕως αὐτὴν
 τὴν πλευράν.

Διὰ τῆς ἀναλογίας ταύτης εὐρίσκει τις ὅλας τὰς γω-
 νίας τῆ τετῆ τῆ τριγώνου.

β'. Ἡ ἡμιδιάμετρος.

εἶκῃ πρὸς τὴν ὑποτέμνουσαν.

Ὡσπερ τὸ ἡμίτονον τῆς ἕως τὴν ζητούμενην πλευρὰν ἀντικει-
 μένης γωνίας,

εἶκῃ πρὸς αὐτὴν τὴν ἰδίαν πλευρὰν (97).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ἐστω ἡ ὑποτέμνουσα $ΑΓ = 355$
 μίλια, κὶ ἡ πλευρὰ $ΒΓ = 213$ (σχη: γ').

α'. τρόπος

Υποτει. $ΑΓ = 355$

Πλευρὰ. $ΒΓ = 213$

Κεφ. . . .	568	Λογ. 568	2.754348
Διαφορ. . .	142	Λογ. 142	2.152288
			<hr/>
		Κεφ. . . .	4.906636
		Ἡμισυ . . .	2.453318

70 ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ

ὁ λογάριθμⓄ εἶτⓄ 2.453318 ἀνταποκρίνεται κυρίως εἰς τὸν ἀριθμὸν 284, ὅστις εἶναι ἡ δύναμις τῆς ζητούμενης πλευρᾶς AB.

ἜτⓄ τρῶπⓄ. διὰ τῆς πρώτης ἀναλογίας.

Ἡ ὑπόθεσις. $ΑΓ = 355 : Ημιδ. :: ΒΓ = 213 : Ημιτο. Γ$

	Λογ.	213°		2.328380
	Λογ.	ἡμιδ.		10.000000
Αριθμ. παραπλ. τῆ	Λογ.	355		7.449772
				9.778152
	Κεφ.	. . .		

ἜτⓄ ὁ λογάριθμⓄ ἀνταποκρίνεται ἐν τοῖς πίναξι τῶν ἡμιτόνων εἰς τὰς 36°, 52'. Ὅθεν ἡ μὲν γωνία ΓΒ εἶναι = 36°, 52', ἡ δὲ Α = 53°, 8'.

Διὰ τῆς δευτέρας ἀναλογίας.

Ἡμιδ. : 355 :: Ἡμιτ. 53°, 8' : AB.

	Λογ.	355		2.550228
	Λογ.	ἡμι. (53°, 8')		9.903108
				12.453336
	Κεφ.	. . .		
	Λογ.	ἡμιδ.		10.000000
				2.453336

ὅστις ἀνταποκρίνεται ἐν τοῖς φυσικοῖς ἀριθμοῖς εἰς τὸν ἀριθμὸν 284, καὶ διὰ τῆτο ἡ ζητούμενη πλευρὰ AB θέλει εἶσθαι 284 μίλια.

Λύσεις τῶν Λοξογωνίων Εὐθύγραμμων
Τριγώνων.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Α'.

105. Δοθισών δύο ἀπὸ τὰς γωνίας ἑνὸς τριγώνου καὶ μιᾶς πλευρᾶς, νὰ εὔρη τις τὰς δύο ἄλλας πλευρᾶς.

Τὰ γνωστὰ μέρη εἰς τῆτο τὸ πρόβλημα εἶναι αἱ δύο γωνίαι τῆ τριγώνου, καὶ ἡ μία πλευρᾶ, καὶ τὰ ζητούμενα ἡ μία ἀπὸ τὰς δύο ἄλλας πλευρᾶς, ἣτις εὔρισκεται διὰ τῆς πρώτης ἀναλογίας (95).

Τὸ ἡμίτονον τῆς γωνίας, ἣτις ἀντίκειται εἰς τὴν δοθῆσαν πλευρᾶν,

εἶκνι πρὸς αὐτὴν τὴν πλευρᾶν.

Ὡσπερ τὸ ἡμίτονον τῆς γωνίας, ἣτις ἀντίκειται εἰς τὴν ζητούμενην πλευρᾶν,

πρὸς αὐτὴν τὴν ζητούμενην πλευρᾶν.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ἐσὼ ἡ γωνία Α μοιρῶν $50^{\circ}, 40'$ καὶ ἡ γωνία Γ μοιρῶν $62^{\circ}, 40'$ (σχη: δ'), ἡ δὲ πλευρᾶ ΒΓ μιλίων 255. Ζητῶνται λοιπὸν αἱ πλευραὶ ΑΒ καὶ ΑΓ.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ.

$$\text{Ἡμι. Α} = 55^{\circ}, 40' : \text{ΒΓ} = 255 : : \text{Ἡμι. Γ} = 62^{\circ}, 40' : \text{ΑΒ}$$

$$\text{Λογ. ἡμι. } (62^{\circ}, 40') \quad 9.948584$$

$$\text{Λογ. } \quad \quad 255 \quad 2.406540$$

$$\text{Αριθμ. παραπλ. τῆ Λογ. ἡμι. } (55^{\circ}, 40') \quad \underline{0.083141}$$

$$\text{Κεφ. } \quad \quad \quad \quad \quad 2.438265$$

ὁ λογάριθμὸς ἔτι εὔρισκεται ἀνταποκρινόμενος εἰς

τὸν ἀριθμὸν $274 \frac{3}{10}$, ὅστις εἶναι ἡ δύναμις τῆς ζη-
 τημένης πλευρᾶς ΑΒ.

Ὡς τότεν διὰ τὴν εὐρῆς κὶ τὴν ἄλλην πλευρὰν ΑΓ,
 πρέπει πρῶτον νὰ εὐρῆς τὴν τρίτην γωνίαν Β τῆς τρι-
 γώνου, τὴν ὁποίαν θέλεις εὐρεῖ συνάπτων τὰς δύο ἄλ-
 λας, κὶ ἀφαιρῶν τὸ κεφάλαιον αὐτῶν ἀπὸ 180° μοί-
 ρας (55). Αὕτη εἶναι εἰς τὸ παρὸν παράδειγμα
 $61^\circ 40'$. Ὄθεν

$$\text{Ἡμί. Α} = 55^\circ 40' : \text{ΒΓ} = 255 :: \text{Ἡμί. Β} = 61^\circ 40' : \text{ΑΓ}$$

$$\text{Λογ. 255} \quad . \quad . \quad . \quad 2.406540$$

$$\text{Λογ. ἡμιτ. (61^\circ 40')} \quad 9.944582$$

$$\text{Ἀριθμ. παραπλη. Λογ. ἡμι. (55^\circ 40')} \quad .0.083141$$

$$\text{Κεφ.} \quad . \quad . \quad . \quad \underline{2.434263}$$

Ἐὰν ζητήσης τὸν λογάριθμον τῆτον 2.434263,
 μ' ἓν χαρακτηρισικὸν 3, θέλεις ἰδεῖ ὅτι ἀνταποκρίνεται
 εἰς τὸν ἀριθμὸν $271 \frac{8}{10}$ κὶ αὐτὸς θέλει εἶσθαι ἡ δύνα-
 μις τῆς ΑΓ πλευρᾶς.

ἌΛΛΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ. Ὑποθέτω τὴν $\left. \begin{matrix} \text{Α} \\ \text{Β} \end{matrix} \right\}$

γωνίαν $\left. \begin{matrix} 29^\circ 30' \\ 28^\circ 30' \end{matrix} \right\}$ μοίρας, κὶ τὴν γωνίαν $\left. \begin{matrix} \text{Β} 45^\circ 15' \\ \text{Γ} 40^\circ 30' \end{matrix} \right\}$

τὴν δὲ πλευρὰν $\left. \begin{matrix} \text{ΑΓ} = 192 \\ \text{ΑΒ} = 175 \end{matrix} \right\}$ μίλια, κὶ ζητῶ τὰς

πλευρὰς $\left. \begin{matrix} \text{ΑΒ} \text{ κὶ } \text{ΒΓ} \\ \text{ΑΓ} \text{ κὶ } \text{ΒΓ} \end{matrix} \right\}$.

Ἀπο-

Ἀποκρ: $\left\{ \begin{array}{l} AB = 260, \frac{8}{10} \cdot B\Gamma = 133, \frac{6}{10} \\ A\Gamma = 128,6 \cdot B\Gamma = 251,6 \end{array} \right\}$

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Β'.

106. Δοθέντων δύο ἀπὸ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ἑνὸς τριγώνου καὶ μιᾶς ἀπὸ τὰς ἀντικειμένας γωνίας εἰς μίαν ἀπὸ τὰς δύο, νὰ εὔρη τις τὴν γωνίαν, ἣτις ἀντίκειται εἰς τὴν ἄλλην; πρέπει ὅμως νὰ ἐξεύρη, πρῶτον ἀν ἦναι ὀξεῖα, ἢ ἀμβλεία.

Ἡ γωνία αὕτη εὔρισκεται διὰ τῆς δευτέρας ἀναλογίας (95) ἔτω.

Ἡ τὴν γνωστὴν γωνίαν ὑποκίνουσα πλῆρὰ, εἶκη πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς αὐτῆς γωνίας.

Ὡσπερ ἡ λοιπὴ γνωστὴ πλῆρὰ,

εἶκη πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ὑποκινέσης αὐτὴν γωνίας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ἐστω ἡ μὲν AB πλευρὰ = 152 μίλια, ἡ δὲ AΓ = 213, καὶ ἡ γωνία Γ = 41°, 15' καὶ ἄς ζητηθῇ ἡ ὀξεῖα γωνία Β (πίναξ. 5'. σχη: δ').

Π Ρ Α Ξ Ι Σ.

Η AB = 152 : Ημίτ. τῆς Γ = 41°, 15' :: AΓ = 213 : Ημίτ. τῆς Β.

Λογ. ἡμίτ. (41°, 15') 9.819113

Λογ. AΓ = 213 2.328380

Ἀριθμητι. παρ. τῆ Λογ. AB = 152 7.818156

Κεφ. 9.965649

Τόμ. Α'

10

74 ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΤΥΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ

Ζήτησε τὸν λογάριθμον τῦτον εἰς τὴν πίνακα τῶν ἡμιτόνων, καὶ θέλει ἰδεῖ ὅτι ἀνταποκρίνεται εἰς 67° μοίρας καὶ $31'$, καὶ τοσούτων μοιρῶν θέλει εἶσθαι ἡ γωνία Β. Ἄν ὅμως ἡ γωνία αὕτη ἤθελεν εἶσθαι ἀμβλεῖα, τότε ἡ δύναμις αὐτῆς θέλει εἶσθαι τὸ ἀναπλήρωμα τῦτου τῦ εὐρεθέντ^ο ἀριθμοῦ εἰς τὰς 180° μοίρας, ἦτοι $112^{\circ}, 29'$.

ἌΛΛΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ. Ὑποθέτω τὴν μὲν ΒΓ = $\left\{ \begin{array}{l} 172 \\ 382 \end{array} \right\}$ μίλια, τὴν δὲ $\left\{ \begin{array}{l} ΑΓ = 105 \\ ΑΒ = 645 \end{array} \right\}$, καὶ τὴν γωνίαν $\left\{ \begin{array}{l} Β = 36^{\circ}, 12' \\ Α = 25^{\circ}, 45' \end{array} \right\}$ καὶ ζητῶ τὴν γωνίαν

$\left\{ \begin{array}{l} Α \text{ ἀμβλεῖαν.} \\ Β \text{ δεξιῖαν.} \end{array} \right.$

Α π. ἡ μὲν γωνία $Α = 104^{\circ}, 39'$, ἡ δὲ γωνία $Γ = 47^{\circ}, 11'$.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Γ'.

107. Δοθεισῶν δύο ἀπὸ τὰς πλευρὰς ἑνὸς τριγώνου, καὶ τῆς γωνίας, ἣτις περιέχεται ἀπὸ αὐτὰς, νὰ εὕρη τις τὰς δύο ἄλλας γωνίας, καὶ τὴν τρίτην πλευρὰν. Καὶ ἔμε α' τὴν ἀναλογίαν ταύτην.

Τὸ κεφάλαιον τῶν δύο πλευρῶν,

σέκη πρὸς τὴν διαφορὰν αὐτῶν.

Καθὼς ἡ ἐφαπτομένη τῶ ἡμίσει^ο τῶ ἀναπληρώματ^ο τῆς γνωστῆς γωνίας,

σέκη πρὸς τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἡμισίας διαφορᾶς τῶν

δύο ζητημένων γωνιῶν.

Σύναψε αὐτὸ τὸ ἡμισυ τῆς διαφορᾶς μὲ τὸ ἡμισυ τῶ ἀναπληρώματ^ο τῆς δοθείσης γωνίας, διὰ νὰ εὕρη

τὴν μεγαλιτέραν ἀπὸ αὐτὰς τὰς δύο γωνίας, τὴν ὁποίαν ζητεῖς, καὶ ἀφαίρεσε αὐτὸ διὰ τὰ εὐρῆς τὴν μικροτέραν.

Τέλος πάντων ἀφ' ἧς εὐρῆς αὐτὰς τὰς δύο γωνίας, εὐρίσκει καὶ τὴν τρίτην με εὐκολίαν διὰ τῆς ἀναλογίας τῶ πρώτου προβλήματ^ο (105).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ἐσὼ ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ = 247 μέλια, ἡ δὲ ΑΓ = 202, καὶ ἡ γωνία Α = 44°, 40' (σχῆ : δ') καὶ ἄς ζητηθῇ ἡ γωνία Β καὶ Γ, καὶ ἡ πλευρὰ ΒΓ.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ.

ΑΒ	247	180°, 0'
ΑΓ	202	ΒΑΓ	44, 40
Κεφ.	<u>449</u>	Ἀναπλήρ	<u>135, 20</u>
Διαφ.	45	Ἡμισυ	67, 40

Τὸ κεφάλαιον τῶν δύο πλευρῶν = 449 : Διαφορὰν αὐτῶν = 45 :: Εφαπτομ. 67° 40' : Εφαπτομ. 13°, 43'.

Λογ. 45	1.653213
Λογ. ἐφαπτο. (67, 40')		10.386359
Αριθμ. παρ. τῷ Λογ. 449	<u>7.347754</u>
Κεφ.	9.387326

ὁ λογάριθμ^ο ἔστ^ο, ὡς βλέπεις, ἀνταποκρίνεται εἰς τὰς 13°, 43'.

76 ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΝΑΥΤΙΚΗΣ

Ημισυ τῆ ἀναπληρώματ[⊙] τῆς γωνίας Α 67°, 40'

Ημισυ τῆς διαφορᾶς τῶν ζητημ. γωνιῶν Β κὶ Γ 13, 43

Κεφάλαιον διὰ τὴν μεγαλητέραν γωνίαν Γ 81, 23

Διαφορὰ διὰ τὴν μικροτέραν γωνίαν Β . 53, 57

Ἡμεῖς ἴδαμεν (56) ὅτι ἡ μεγαλητέρα γωνία ὑπο-
 τίνει εἰς τὴν μεγαλητέραν πλευρὰν, κὶ ἡ μικροτέρα εἰς
 τὴν μικροτέραν. Δύναται λοιπὸν τις νὰ γνωρίσῃ τὴν με-
 γαλητέραν γωνίαν ἀπὸ τὴν μεγαλητέραν πλευρὰν τῶν
 δύο γνωστῶν, εἰς τὴν ὁποίαν ὑποτίνει, κὶ τὴν μικροτέ-
 ραν ἀπὸ τὸν μικροτέραν τῶν αὐτῶν δύο πλευρῶν.

Διὰ νὰ εὔρηστέλ[⊙] πάντων τὴν τρίτην πλευρὰν
 ΒΓ θέλει κάμει τὴν ἀκλόνητον ἀναλογίαν τῆ α' προ-
 βλήματ[⊙] (105).

Τὸ Ημίτ. τῆς γωνίας Γ = 81°, 23' : Πλευρὰν
 ΑΒ = 247 :: Ημίτ. τῆς γωνίας Α = 44°, 40' :
 Πλευρὰν ΒΓ, ἣτις εὔρισκεται = 175,6 μέλια, ἕτως.

Λογ.	227	2.392697
Λογ. ἡμίτ. (44°, 40')		9.846944
Αριθμητι. παρ. τῆ	Λογ. ἡμίτ. (81°, 23')	0.004913
		2.244571
Κεφ.		

Ζήτητε τὸν λογάριθμον τῆτον εἰς τὰς πίνακας τῶν
 φυσικῶν ἀριθμῶν, κὶ θέλει ἰδεῖ ὅτι ἀνταποκρίνεται εἰς
 τὸν $175 \frac{6}{10}$.

Δύναται δὲ νὰ λύτῃς τῆτο τὸ προβλήμα κὶ κατὰ
 τῆτον τὸν τρόπον. Τράβιξε μίαν κάθετον γραμμὴν

ἀπὸ μίαν τῶν ζητημένων γωνιῶν ἐπάνω εἰς τὴν ἀντικειμένην πλευρὰν αὐτῆς, ἐξαχθεῖσαι ἂν κάμη χρεῖα. Καὶ ἔτω τὸ τρίγωνον θέλει διαιρεθῆ εἰς δύο ὀρθογώνια τρίγωνα ΑΓΔ, ΒΓΔ (σχῆ: ε', ε' κ' ζ'), ζήτησε λοιπὸν α' εἰς τὸ τρίγωνον ΑΓΔ, ὀρθογώνιον κατα Δ, τὴν κάθετον ΓΔ, κ' τὸ μέρ⊕ ἢ τὸ τμήμα ΑΔ (98). Λάβε τὸ κεφάλαιον, ἢ τὴν διαφορὰν τῆς ΑΒ κ' ΑΔ (κατὰ τὸ μέγεθ⊕ τῆς δοθείσης γωνίας Α, ἂν δηλαδὴ ἦναι ἀμβλεία ἢ ὀξεία), τὸ ὅποσον θέλει σοὶ δώσει τὸ ἄλλο τμήμα ΒΔ. ε'. Εἰς τὸ τρίγωνον ΒΓΔ, ὀρθογώνιον κατα Δ, ἐὰν ἐξεύρης τὰς δύο πλευρὰς ΓΔ κ' ΒΔ, θέλεις εὑρεῖ τὴν γωνίαν ΓΒΔ, κ' τὴν ὑποτείνουσαν ΒΓ, καθὰς εἰς τὸ πέμπτον κ' ἕκτον πρόβλημα τῶν ὀρθογωνίων τριγώνων (102, 103). Ἡμέθοδ⊕ αὕτη μ' ὄλον ὅτι διεξοδική, ὡς βλέπεις, δὲν εἶναι ὅμως εὐκαταφρόνητ⊕. διότι εἶναι ὡσαν μίαν προετοιμασίαν, κ' προοδοποιήσεις διὰ τὰ πολυσύνθετα σχήματα.

ΑΛΛΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Ὑποθέτω τὴν μὲν πλευρὰν

$$ΑΒ = \begin{Bmatrix} 165 \\ 186 \end{Bmatrix} \text{ μίλια, τὴν δὲ } ΑΓ = \begin{Bmatrix} 145 \\ 335 \end{Bmatrix}$$

$$\text{κ' τὴν γωνίαν } Α = \begin{Bmatrix} 115^\circ, 0' \\ 33,30 \end{Bmatrix} \text{ κ' ζητῶ τὰς γωνίας}$$

Β κ' Γ, κ' τὴν πλευρὰν ΒΓ.

$$\text{Απόκρι: Ἡ γωνία } Β = \begin{Bmatrix} 30^\circ, 9' \\ 116,47 \end{Bmatrix}, \text{ ἡ γωνία}$$

$$Γ = \begin{Bmatrix} 34^\circ, 51' \\ 29,43 \end{Bmatrix} \text{ κ' ἡ πλευρὰ } ΒΓ = \begin{Bmatrix} 261,7 \\ 207,1 \end{Bmatrix}.$$

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Δ'.

108. Δοθαισών των τριών πλευρών ενός τριγώνου, να εύρη τις, ὅποιαν θέλει ἀπὸ τὰς τρεῖς γωνίας. Κάμε ταύτην τὴν ἀναλογίαν.

Τὸ γινόμενον ἐκ τῶν δύο πλευρῶν τῶν τὴν ζητούμενην γωνίαν περιεχουσών,

εἶκη πρὸς τὸ γινόμενον ἐκ τῶν δύο ὑπεροχῶν τῆς ἡμίσεως τῆς κεφαλαίας τῶν τριῶν πλευρῶν ἐφ' ἑκάστης τῶν δύο τετωνί πλευρῶν.

Ὡσπερ τὸ τετράγωνον τῆς ἡμισυμέτρου,

πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἡμιτόνου τῆς ἡμισείας ζητούμενης γωνίας.

109. Ἡ ἀναλογία αὕτη μεταβάλλεται εἰς τὸν ἀκόλυθον κανόνα διὰ μέσων τῶν λογαρίθμων· τὸν ὅποιον δύνασαι νὰ μεταχειρίζεσαι μὲ εὐκολίαν, ὅταν ἡ χρεία τὸ καλέσῃ ἀφ' ἑκάστης ὀλίγην γύμνασιν ἐπάνω εἰς αὐτόν. „ Σύναψε ἀντάμα τὰς τρεῖς πλευράς, γράψων πάντοτε εἰς τὴν ἀρχὴν τὴν εἰς τὴν ζητούμενην γωνίαν ὑποτένευσαν πλευρᾶν· λάβε τὸ ἥμισυ τῆς κεφαλαίας· κὶ ἀπ' αὐτὸ τὸ ἥμισυ ἄφελε κατὰ διαδοχὴν ἑκατέραν τῶν δύο πλευρῶν, αἱ ὅποσαι περιέχουν τὴν ζητούμενην γωνίαν, τὸ ὅποιον θέλει σοὶ δώσει δύο διαφοράς· σύναψε τὰς λογαρίθμους αὐτῶν τῶν δύο διαφορῶν μὲ τὰ ἀριθμητικὰ παραπληρώματα τῶν λογαρίθμων τῶν δύο πλευρῶν, αἱ ὅποσαι περιέχουν τὴν ζητούμενην γωνίαν· λάβε τὸ ἥμισυ τῆς κεφαλαίας, κὶ αὐτὸ θέλει εἶσθαι ὁ λογαρίθμος τῆς ἡμιτόνου τῆς ἡμισείας ζητούμενης γωνίας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Έστω ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ = 260
ἡ δὲ ΒΓ = 190 μίλια, καὶ ἡ ΑΓ = 135 καὶ ἄς ζη-
τηθῆ ἡ γωνία Γ.

Π Ρ Α Ξ Ι Σ.

ΑΒ	260		
ΒΓ	190	Λογ.	2.278754(α)
ΑΓ	135	Λογ.	2.130334(β)
<hr/>			
Κεφ. τῶν τριῶν πλευρῶν	585		
Ἡμισυ.	292,5	(α) ἀριθ. παρ	7.721246
		(β) ἀριθ. παρ.	7.869666
Πρώτη διαφορά	102,5	Λογ.	2.010724
Δευτέρα διαφορά	157,5	Λογ.	2.197281
<hr/>			

Κεφ. ἔως λογ. ἔως διαφ. καὶ ἔως ἀριθ. παρ. 19.798917
 Ἡμισυ τῆς κεφ. τῆς ἡμίτ. λογ. τῆς ἡμίσεως τῆς γω-
 νίας Γ = 52°, 30' 9.899258
 Ἡ ζητούμενη λοιπὸν γωνία Γ εἶναι = 105, 0

ἌΛΛΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ. Ὑποθέτω τὴν μὲν ΑΒ

πλευρὰν = $\begin{Bmatrix} 221 \\ 279 \end{Bmatrix}$ μίλια, τὴν δὲ ΒΓ = $\begin{Bmatrix} 160 \\ 165 \end{Bmatrix}$.

καὶ τὴν ΑΓ = $\begin{Bmatrix} 134 \\ 273 \end{Bmatrix}$ καὶ ζητῶ τὴν γωνίαν $\begin{Bmatrix} Α \\ Β \end{Bmatrix}$.

Ἀποκρι. ἡ μὲν γωνία Α = 45°, 56', ἡ δὲ Β = 70°, 38'.