

Δίνεται ως πηλίκον ο 685: μονάδων παραστατικός. Ως τε δήλον ὅτι διὰ τῆς πράξεως ταύτης εὐρίσκειται πλεονάζον του προσεχώς ἐλάττωτος τετραγώνου του δοθέντος ἀριθμοῦ 685: Ἀλλὰ περὶ τούτων ἐν τοῖς ἑξῆς ἀκριβέστερον εἰρήμα.

Πρότασις Ε΄.

Τὸ κλάσμα ἔστω ἀριθμητὴς καὶ παρονομαστὴς τετράγωνός ἐστι, καὶ αὐτὸ τετράγωνόν ἐστι.

Ἐστω ἄν τοῦ αβ, κλάσματος ὅτε ἀριθμητὴς α: καὶ παρονομαστὴς β: τετράγωνος. Λέγω καὶ τὸ αβ, κλάσμα τετράγωνον εἶναι. εὐρεθῆτω γάρ ἡ ρίζα τούτου α: καὶ β: καὶ ἔστω τὸ μὲν α 9: γ: 3: α: ὁ γ: ρίζα τετράγωνος, τοῦ δὲ β: ὁ δ: καὶ συνεχάδω ἐξ αὐτῶν τὸ γδ, κλάσμα. Τούτω γὰρ ὅφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιασθῆναι, γενήσεται πάντως κλάσμα τετράγωνον. οὐ ρίζα τὸ πολλαπλασιασθῆν ἐφ' ἑαυτὸ γδ, κλάσμα. ὅτε δὲ τὸ κλάσμα ἐφ' ἑαυτὸ ὀφείλει πολλαπλασιασθῆναι δεῖ τὸν τε ἀριθμητὴν αὐτοῦ καὶ παρονομαστὴν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῆναι καθάπερ εἴρηται ἐν τῷ δ. κεφαλαίῳ τὸ παρόντος, ἀρα καὶ ἐπὶ τῷ Πολλαπλασιασμῷ τοῦ γδ, κλάσματος ἐφ' ἑαυτὸ, ἀνάγκη τὴν τε γ: ἀριθμητὴν καὶ δ: παρονομαστὴν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῆναι ἑκάτερον. Ταῦτα δὲ γενομένα παραχθῆσεται πάντως τὸ αβ, κλάσμα, τὸ μὲν γὰρ α: ρίζα ἐστὶν ὁ γ: τοῦ δὲ β: ὁ δ: Τὸ αβ, ἀρα κλάσμα τετράγωνόν ἐστι, οὐ ρίζα τὸ γδ, κλάσμα.

Πρότασις ς.

Κλάσμα τετράγωνον ποιῆσαι ἐκ μὴ τετραγώνων συνισάμενον ὄρων.

Ἐποείσθω κλάσμα τετράγωνον τετραγώνοις συνισάμενον ὄροις, ὡς εἴπειν, α: 4: δ: 12: τὸ αβ, τούτου δ' ὅ, τε ἀριθμητὴς καὶ παρονομαστὴς πολλαπλασιασθῆτω β: 9: γ: 3: ε: 27: χωρὶς ἐπὶ τὸν τυχόντα μὴ τετράγωνον ἀριθμὸν, φερέειπειν τὸ γ: καὶ γενεῖσθω τὸ δέ, κλάσμα, καὶ τούτο εἶναι τετράγωνον ἐκ μὴ τετραγώνων συνισάμενον ὄρων, ὅτι μὲν ἡ δ: καὶ ε: τούτου ὄροι καὶ εἰσὶ τετράγωνοι, δῆλον διὰ τῷ Πορίσματος τῆς β. τοῦ παρόντος. ὅτι δὲ τὸ αὐτὸ δέ, κλάσμα τετράγωνόν ἐστι, δείκνυται. Εἰπεὶ γὰρ ὁ γ: τῆς αβ, πολλαπλασιάσας τῆς δέ, πεποιήκει, δ: 12: λ: 18: ε: 27: πάντως γὰρ κατὰ τὴν ιζ. τοῦ ζ. Εὐκλι: οἱ δέ, ἀνάλογόν εἰσι τοῖς αβ, ἀριθμοῖς, ἔστω ἀρα ὡς ὁ α: πρὸς τὸν β: ὁ δὲ πρὸς τὸν ε: ὡς τε, κατὰ τὴν γ. τὸ παρόντος τὸ δέ, κλάσμα ἴσόν ἐστι τῷ αβ. Ἀλλὰ τὸ αβ, τετράγωνόν ἐστι, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἀρα καὶ τὸ δέ, τετράγωνον ἐστι.

Ὅτε δὲ πρόσκειται τι κλάσμα ἐκ μὴ τετραγώνων συγκείμενον ὄρων, καὶ βεβλόμεθα γινώσκει εἶγε τετράγωνόν ἐστι, ἢ μὴ, πολλαπλασιασθῆναι δεῖ τοὺς ὄρους τοῦ αὐτοῦ πρὸς ἀλλήλους. καὶ μὲν ὁ γενομένου τετράγωνος εὐρεθῆ, τῆς ρίζης αὐτοῦ, καὶ τὴν α. τῷ παρόντος ἐξαγομένης, τετράγωνον εἶναι καὶ τὸ κλάσμα. εἶδε γὰρ ὁ ἐκ τῶν ὄρων τετράγωνος καὶ ἂν εὐρεθῆ, οὐδὲ τὸ κλάσμα τετράγωνον εἶναι. Οἷον κειθώσαν τὰ δέ, ζή, κλάσματα ἐκ μὴ τετραγώνων συγκείμενα ὄρων, καὶ ζητηθῆτω πότερον αὐτῶν εἶναι τετράγωνον. Πολλαπλασιασθῆτωσαν τῶν οἱ ὄροι ἑκάτερος κλάσματος πρὸς ἀλλήλους, καὶ ἐκ μὲν τῶν δέ, γενεῖσθω ὁ θ: ἐκ δὲ τῶν ζή, ὁ κ: εἶτα εὐρεθῆτω ἡ ρίζα ἑκάτερου τῶν θ κ, ἀριθμῶν, κατὰ τὰ ἐν τῷ α. τῷ παρόντος εἰρημένα. καὶ ἔστω τὸ μὲν θ: ρίζα ἀριθμὸς ἐτελής, ὁ λ: τῷ δὲ κ: ὁ μ: μετὰ τινος κλάσματος. Λέγω δὲ τὸ μὲν δέ, κλάσμα τετράγωνον εἶναι, ἢ μὴ δὲ καὶ τὸ ζή, καὶ γὰρ τὴν β. τῷ θ. Εὐκλι: οἱ μὲν δέ, ἀριθμοὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἶναι. οἱ δὲ τοιοῦτοι λόγον ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον, κατὰ τὴν κς. τῷ ζ. τῷ αὐτοῦ, ὡς τε τῷ δέ, κλάσματι δυνατόν εὐρεθῆναι ἔτερον κλάσμα ἴσων, ἐκ τετραγώνων συνισάμενον ὄρων, οἷον τὸ αβ, ἐπεὶ δὲ τούτο τετράγωνόν ἐστι, καὶ τῆς β. τῷ παρόντος, πάντως γὰρ καὶ τὸ δέ, τετράγωνόν ἐστι. εἰ δὲ καὶ τὸ ζή, τετράγωνον εἶναι, εἶδε καὶ τῆς ὄρους λόγον ἔχειν ὅν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον, καὶ ἐπομένως ἦσαν ἂν ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοί. ὡς τε ἂν πολλαπλασιασάντες ἀλλήλους ποιήσωσιν τινα, ὁ γενομένου τετράγωνος ἂν εἶναι, ποιούσιν δὲ τὸν κ: ἀρα ὁ κ: τετράγωνός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ καὶ ἐστὶν, ἀρα καὶ τὸ ζή, κλάσμα τετράγωνόν ἐστιν. Ὅτι εἶδε δείξαι.

Πόρισμα

Ἐκ τῶν εἰρημένων δῆλον, ὅτι μετὰ τῶν ὄρων τῷ τετραγώνου κλάσματος εἰς μίση ἀνάλογος ἐπιπίπτει ἀριθμός. μετὰ γὰρ τῶν δ: καὶ ε: ὁ λ: ἐπιπίπτει. διὸ ὁ ὑπὸ τῶν δέ, γενομένου ἴσων ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λ:.

Ε. Π. Κ. Τ. Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ.

Περί Ἐξαγωγῆς τῆς κυβικῆς ρίζης.

Μετὰ τὴν ἐκθεσιν ἢ σαφένειαν τῶ τρόπου τῆς Ἐξαγωγῆς τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῶν τε ἀκεραίων καὶ κεκλασμένων ἀριθμῶν ἐπιταί ἀμέσως ἡ Ἑρμηνεία τῶ τρόπου τῆς εὐρίσεως καὶ Ἐξαγωγῆς τῆς κυβικῆς ρίζης. τὸ γὰρ τετράγωνον ἐστὶ τὴν τετράγωνον αὐτῆ ρίζαν πολλαπλασιαζόμενον κύβον ποιεῖ. Διὸ οὕτως τὸν Εὐκλείδην ὁ κύβος οὕτως ὑπογράφεται. Κύβος ἐστὶν ὁ ἰσάκις ἰσος ἰσάκις, ἢ ὁ ὑπὸ τριῶν ἰσῶν ἀριθμῶν γινόμενος. ὑπογράφεται δὲ καὶ οὕτω. Κύβος ἐστὶν ὁ ἀπὸ τινος ἀριθμοῦ διὰ αὐτῆς γινόμενος Πολλαπλασιαστικῶς. Οἷον πολλαπλασιασθῆτω α . ὁ α : ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ πάλιν τὸν β : τετράγωνον ἀριθμὸν. Εἴτα πολλαπλασιασθῆτω καὶ ὁ β : τετράγωνος ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν α : καὶ ὁ γινόμενος, γ : ἐστὶ ὁ κύβος. ὡς περ δὲ ἢ τὰ κύβου γενέσθαι ἀπὸ τῆς τῆς τετράγωνου γενέσεως, οὕτω γε καὶ ὁ τῆς Ἐξαγωγῆς τῆς τῆς κυβικῆς ρίζης τρόπος δυσχερέστερος καθέστηκε τῶ τρόπου τῆς Ἐξαγωγῆς τῆς τῆς τετραγωνικῆς ρίζης. Οὗτω χάριν χρηταῦθα. Δημιμάτια τινὰ προκείσθω εἰς ῥασιτέρην τῶν ῥηθισομένων κατὰ τὴν φύσιν.

α : 8:
 α : 8:
 β : 64:
 α : 8:
 γ : 512:

Λήμμα Α.

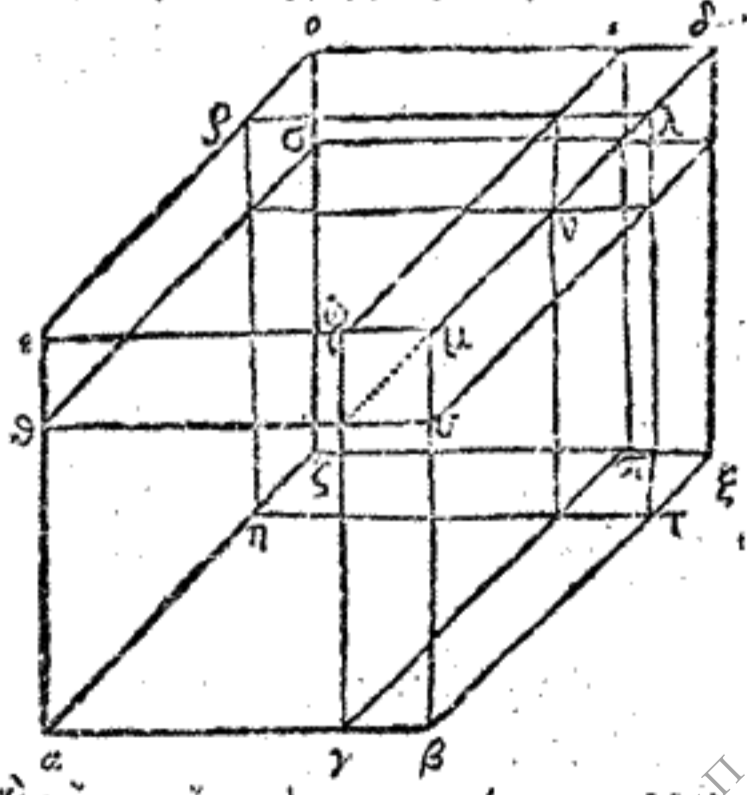
Ἐὰν ἀριθμὸς ὡς ἔτυχεν τμηθῆ, ὁ τοῦ ὅλου κύβος ἰσός ἐστὶ τοῖς τε τῶν μερῶν κύβοις, καὶ τῶ ὑπὸ τε τῶ ὅλου καὶ τῶν μερῶν τρεῖς περιεχομένῳ παραλληλεπιπέδῳ.

Τμηθῆτω ὁ α : ἀριθμὸς ὡς ἔτυχεν εἰς μέρη δύο τὰ β : γ : καὶ τοῦ μὲν α : ὅλου ἔστω κύβος ὁ δ : ἀριθμὸς. τοῦ δὲ β : μέρος ὁ ϵ : καὶ τοῦ γ : ὁ ζ . Πολλαπλασιαζόμενος δὲ τοῦ α : ἐπὶ τὸν β : γενέσθω ὁ η : τῆτος δὲ ἐπὶ τὸν γ : ὡσαύτως πολλαπλασιαζόμενον γενέσθω ὁ θ : καὶ οὕτως πάντως γε ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τε τῶ ὅλου καὶ τῶν μερῶν περιεχομένῳ παραλληλεπιπέδῳ. Λέγω δὲ τὸν δ : ἀριθμὸν ἰσὸν εἶναι τοῖς ϵ : καὶ ζ : ἀριθμοῖς, καὶ τῶ θ : τρεῖς λαμβανομένῳ. ὑποκείσθω γὰρ ἡ $\alpha\beta$, γραμμὴ ἀπὸ τῆς α : ἀριθμοῦ τεινομένη καὶ τῆς γ : ὡς τὸ μὲν $\alpha\gamma$, ταύτης μέρος ἀναλογεῖν τῶ β : ἀριθμῷ, τὸ δὲ $\gamma\beta$, τῶ γ : καὶ ἀναπεπληρωθῆσθαι ὁ ϵ ἔξ αὐτῆς κύβος $\alpha\delta$, οὗ μήκος μὲν τὸ $\alpha\epsilon$, πλάτος δὲ τὸ $\alpha\beta$, καὶ ὕψος τὸ $\alpha\zeta$, λαμβανομένων δὲ τῶν $\alpha\eta$, $\alpha\theta$, μερῶν ἰσῶν ἀλλήλοις, ὡς ἰσὸν εἶναι ἑκάτερον καὶ τῶ $\alpha\gamma$. Διήχθω διὰ μὲν τῆς γ : παραλλήλως τῆ $\beta\delta$. πλευρᾶ τοῦ αὐτοῦ κύβου, ἢ τῆς $\alpha\epsilon$, τὸ $\gamma\epsilon$, παραλληλόγραμμον, διὰ δὲ τῆς θ : τὸ $\theta\kappa$, παραλληλόγραμμον, παραλλήλως ἐκτεινόμενον καὶ αὐτὸ τῆς $\delta\epsilon$, πλευρᾶς, ἢ $\alpha\zeta$, τῶ αὐτῆ $\alpha\delta$, κύβου. Ἦχθω δὲ καὶ διὰ τῆς η : τὸ $\eta\lambda$, παραλλήλως τῆς $\zeta\delta$, πλευρᾶς τῶ αὐτοῦ κύβου, ἢ τῆς $\alpha\eta$. δείκνυται. ἔστι μὲν ἐν $\alpha\delta$, κύβος, ὅστις ἀναλογεῖ τῶ δ : ἀριθμῷ ἰσός ἐστὶ πάντως τοῖς ἰδίῳις μέρεσιν, $\alpha\epsilon$, $\nu\delta$, $\gamma\kappa$, ἢ η , $\theta\lambda$. Ἀλλὰ τὸ μὲν $\alpha\epsilon$, παραλληλεπίπεδον ἀναλογεῖ τῶ ϵ : ἀριθμῷ, τὸ δὲ $\nu\delta$, τῶ ζ : ὡς δείκνυται, ἕκαστον δὲ τῶν $\gamma\kappa$, ἢ η , $\theta\lambda$, ἀναλογεῖ τῶ θ : ἀριθμῷ. ὁ δὲ δ : ἀρα ἀριθμὸς ἰσός ἐστὶ τοῖς ϵ καὶ ζ : ἀριθμοῖς, ἐστὶ δὲ καὶ τῶ θ : τρισάκις λαμβανομένῳ. ἀλλ' ὁ μὲν δ : ἀριθμὸς κύβος ἐστὶ τοῦ α : ἀριθμοῦ, ὡς ἀπὸ ρίζης ἀπ' αὐτοῦ γινόμενος, ὁ δὲ ϵ : τοῦ β : καὶ ὁ ζ : τῆς γ : ὁ δὲ θ : ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τε τοῦ ὅλου καὶ τῶν μερῶν περιεχομένῳ παραλληλεπιπέδῳ, ὡς ἐπὶ τῆς πράξεως ἔηλον. Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς ὡς ἔτυχεν τμηθῆ, ὁ τῶ ὅλου κύβος ἰσός ἐστὶ τοῖς τε τῶν μερῶν κύβοις, καὶ τῶ ὑπὸ τε τοῦ ὅλου καὶ τῶν μερῶν τρεῖς περιεχομένῳ παραλληλεπιπέδῳ. Ὅπερ ἴδει δεῖξαι.

α : 8 β : 6 γ : 2:
 α : 8 β : 6 γ : 2:
64: 36: 4:
8: 4: 2:
 δ : 512: ϵ : 216: ζ : 8:

 α : 8: ϵ : 216:
 β : 6: ζ : 8:

 η : 48: θ : 96:
 γ : 2: δ : 96:
 δ : 96: α : 512:



Ὅτι δὲ τὸ $\alpha\epsilon$, παραλληλεπίπεδον ἀναλογεῖ τῶ ϵ : ἀριθμῷ, τὸ δὲ $\nu\delta$, τῶ ζ : ἔηλον. Ἐὰ μὲν $\alpha\gamma$, $\alpha\eta$, $\alpha\theta$, μέρη τῶν $\alpha\beta$, $\alpha\zeta$, $\alpha\epsilon$, πλευρῶν ἰσα ἀλλήλοις ἔληκται. τὸ δὲ $\gamma\beta$, παραλλη-

Εκ Διαιρητικῆς
 2006

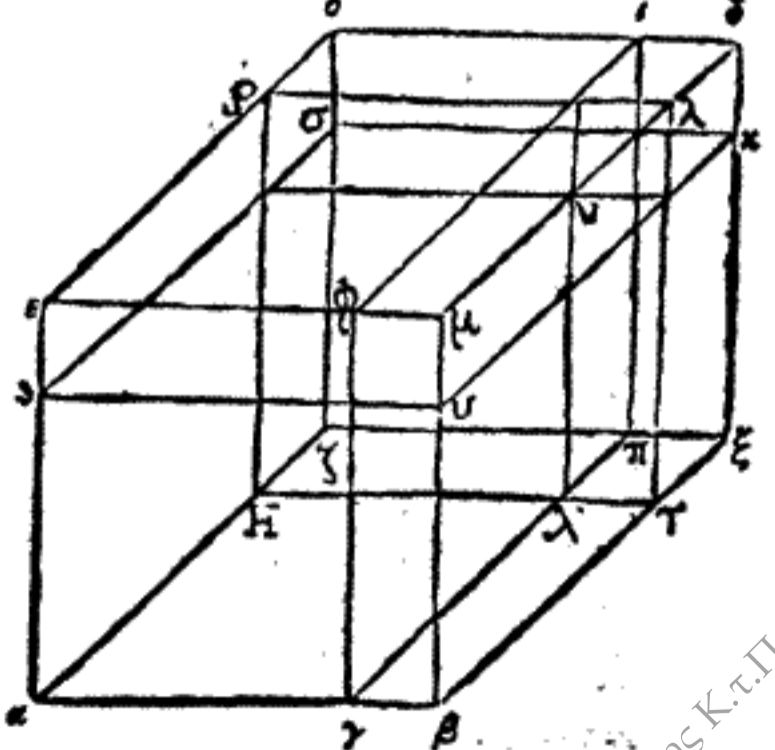
λόγραμμοι ἴσοι εἰσι τῷ θ' ἢ γ', ὡσπὲρ καὶ τὸ γ' ἢ δ', καὶ τὴν καθασκευὴν, ὥστε τὸ α', κύβος εἶναι ἢ ῥίζα τὸ α' γ', ἐπεὶ δὲ τὸ α' γ', μέρος ἀναλογεῖ τῷ β': ἀριθμῷ, καὶ τὸ α' ἢ, ἀρα παραλληλεπίπεδον ἀναλογεῖ τῷ β': ἀριθμῷ, οὐ ῥίζα ὁ β': Ἀυθις ἐπεὶ αἱ δ' μ', δ' ε', ὁ δ', ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ τῷ λόγῳ τῶν κύβου, τῶν δὲ ἀριθμῶν ἴσαι αἱ μ' λ', ε' κ', οἱ, πάντως γὰρ καὶ αἱ δ' λ', δ' κ', δ' ι', ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, ὡς τὸ γ' δ', παραλληλεπίπεδον κύβος εἶναι, ἢ ῥίζα ἢ δ' ι', ἀλλὰ ταύτη μὲν ἴση εἶναι ἢ ε' π', ἢ δ' ε' π', ἢ β' γ', κατὰ τὴν λδ. τῷ α'. Εὐκλ. ἀρα τοῦ γ' δ', ῥίζα κυβική εἶναι ἢ β' γ', ἐπεὶ δὲ ἢ β' γ', ἀναλογεῖ τῷ γ': ἀριθμῷ, καὶ ὁ γ' δ', ἀρα κύβος ἀναλογεῖ τῷ ζ': ἀριθμῷ. Τῶν δ' εὐθιῶν ἑκάστων εὐχερῶς διηχθῆσεται καὶ ἑκάστον τῶν γ' κ', η' ι', θ' λ', παραλληλεπίπεδων ὑπό τε τῷ ὅλῳ καὶ τῶν μερῶν αὐτῶν περιέχεσθαι, καὶ ἰσομῆκως ἴσα εἶναι ἀλλήλοις. τὸ μὲν γὰρ γ' κ', περιέχεται ὑπὸ τῶν ε' β', ε' κ', ε' π', τὸ δὲ η' ι', περιέχεται ὁμοίως ὑπὸ τῶν ζ' ο', ζ' π', ζ' η', καὶ τὸ θ' λ', ὑπὸ τῶν ε' ρ', ε' σ', ε' τ'. Τῶν δ' αἰ μὲν ε' β', ζ' ο', ε' μ', ἴσαι εἰσὶν ἑκάστη τῇ α' β', αἱ δὲ ε' κ', ζ' π', ε' ρ', τῇ α' γ', καὶ αἱ ε' π', ζ' η', ε' θ', τῇ γ' β'.

Λήμμα Β'.

Ἐάν ἀριθμὸς ὡς ἔτυχε τμηθῆ, ὁ τοῦ ὅλου κύβος ἴσος ἔσται τοῖς τε τῶν μερῶν κύβοις, καὶ ἐξ τῶν πλείστων παραλληλεπίπεδοις. Ὡς τὰ τρία δις μὲν ὑπὸ τῷ α'. ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ β'. μέρος περιέχονται ἑκάστον, τὰ δὲ λοιπὰ τρία δις μὲν ὑπὸ τῷ δευτέρῳ ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ πρώτῳ.

Ἐάν ὁ αὐτὸς α': ἀριθμὸς διηρημένος εἰς μέρη, ὡς ἔτυχε τὰ β' γ', καὶ τῷ μὲν ὅλου α': ἔσω κύβος ὁ δ': ἀριθμὸς τῷ δὲ β': μέρος αὐτῶν οἱ: καὶ τῷ γ': ὁ ζ': πολλαπλασιασθῆτω δ' αὐθις τὸ β': μέρος ἐφ' ἑαυτὸ, καὶ ποιείτω τὸν κ': τούτου δὲ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸ γ': μέρος, γενέσθω ὁ θ': καὶ ἕτος ἴσαι πάντως παραλληλεπίπεδος, δις μὲν ὑπὸ τῷ α'. περιεχόμενος μέρος, ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ β'. πολλαπλασιασθῆτω δὲ καὶ τὸ γ': μέρος πρὸς ἑαυτὸ, καὶ ποιείτω τὸν ε': τούτου δὲ ἐπὶ τὸ β': πολλαπλασιαζομένου μέρος, γενέσθω ὁ λ': ἀριθμὸς, καὶ ἕτος ἴσαι ὡσαύτως παραλληλεπίπεδος, δις μὲν ὑπὸ τοῦ β'. περιεχόμενος μέρος, ἀπαξ δ' ὑπὸ τοῦ α'. Τῶν δ' ἕτω γενομένων συναφθῆναι ἀλλήλοις οἱ ε' ζ', θ' λ', ἀριθμοί, τῶν μὲν ε': καὶ ζ': ἀπαξ ἑκάστη λαμβανομένων, τῶν δὲ θ': καὶ λ': τρίς, καὶ γενέσθω ὁ μ': Λίγω δὲ τὴν δ': ἀριθμὸν ἴσον εἶναι τῷ μ'. Ὑποκείδω γ' ὁ α' δ', κύβος ἀντὶ τῷ δ': κυβικῷ ἀριθμῷ, ἢ ῥίζα ἔσω ἢ α' β', διηρημένῃ καὶ τῷ γ': ὡς ἐστὶ τῆς μὲν ὅλην α' β', ἀναλογεῖ τῷ α': ἀριθμῷ, τῆς δὲ α' γ', τῷ β': καὶ τῆς γ' β', τῷ γ': καὶ ἀναπληρώδω τὸ σχῆμα ὡς προηρμήνυται. Ὁ γὰρ α' δ', κύβος πάλιν γὰρ ἴσος εἶναι τοῖς ἰδίοις μέρεσιν α' γ', γ' δ', ζ' ν', ν' β', ν' ε', ν' ξ', ν' μ', ν' ο', ἀλλὰ τὸ μὲν α' γ', κύβος εἶναι τῷ α' γ', μέρος, ὡς προσηχῶς ἤδη δέδεικται, ἀναλογεῖ ἀρα τῷ ε': ἀριθμῷ, ἐπεὶ δὲ τὸ γ' δ', κύβος εἶναι τῷ γ' β', μέρος, ἀναλογεῖ πάντως τῷ ζ': ἀριθμῷ. Ὅτι δὲ ἑκάστον μὲν τῶν ζ' ν', ν' β', ν' ε', ἀναλογεῖ τῷ θ': ἀριθμῷ, ἑκάστον δὲ τῶν ε' ξ', ν' μ', ν' ο', παραλληλεπίπεδων ἀναλογεῖ τῷ λ': ἀριθμῷ, δῆλον. Ἐκάστον μὲν γὰρ τῶν ζ' ν', ν' β', ν' ε', περιέχεται δις μὲν ὑπὸ τῷ α' γ', μέρος τῆς α' β', εὐθείας, ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ γ' β', ἑκάστη γὰρ τῶν ζ' σ', ζ' π', β' τ', β' υ', ε' ρ', ε' φ', ἴση εἶναι τῷ α' γ', α' μέρη τῆς α' β', εὐθείας, καὶ τὸ μὲν ζ' ν', περιέχεται ὑπὸ τῶν ζ' σ', ζ' π', ζ' η'. Τὸ δὲ ν' β', ὑπὸ τῶν β' τ', β' υ', β' γ'. Τὸ δὲ ν' ε', ὑπὸ τῶν ε' ρ', ε' φ', ε' θ'. Τῶν δὲ λοιπῶν τριῶν αὐθις τὸ μὲν ν' ξ', περιέχεται ὑπὸ τῶν χ' π', χ' τ', ὡς ἑκάστη ἴση εἶναι τῇ γ' β', καὶ λ' ν', τὸ δὲ ν' μ', ὡσαύτως περιέχεται ὑπὸ τῶν μ' υ', μ' φ', μ' λ', καὶ τὸ ν' ο', ὑπὸ τῶν ο' ρ', ο' σ', ο' ι', ὡς ἑκάστον τῶν αὐτῶν ν' ξ', ν' μ', λ' ο', παραλληλεπίπεδων ἀναλογεῖ τῷ λ': ἀριθμῷ, ὡς ἔστω ἑκάστον τῶν ζ' ν', ν' β', ν' ε', ἀναλογεῖ τῷ θ': Ἐπεὶ γὰρ α' δ', κύβος εἰληπται ἀντὶ τοῦ δ': κυβικῷ ἀριθμῷ, καὶ τὸ μὲν α' γ', τῶν μέρων ἀναλογεῖ τῷ ε': τὸ δὲ γ' δ', τῷ ζ': ἑκάστον δὲ τῶν ζ' ν', ν' β', ν' ε', τῷ θ': ὡσπερ δὴ καὶ τῶν ν' ξ', ν' μ', ν' ο', ἑκάστον ἀναλογεῖ τῷ λ': ὡς δέδεικται. Ὁ ζ' πάντως ἀριθμὸς ἴσος εἶναι τοῖς ε' ζ', κυβικοῖς ἀριθμοῖς καὶ θ' λ', παραλληλεπίπεδοις δὴλ: ἀριθμοῖς τρισῶς λαμβανομένοις. ἐκ τούτων δὲ γίνεται ὁ μ'.

α:	8:	β:	6:	γ:	2:
	8:		6:		2:
	64:		36:		4:
	8:		6:		2:
δ:	512:	ε:	216:	ζ:	8:
ε:	216:	β:	6:	γ:	2:
ζ:	8:	β:	6:	γ:	2:
θ:	72:	κ:	36:	κ:	4:
θ:	72:		2:		6:
θ:	72:	θ:	72:	λ:	24:
λ:	24:				
λ:	24:				
λ:	24:				
μ:	512:				



Ε. Π. Πηλιόπουλος Κ.τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ο μ: αριθμός, ο δ: τοίγυν ισός εσι τω μ: Εάν άρα αριθμός ως έτυχε τμηθῆ, ο τῷ ὄλη κύβος ἴσος εἶναι τοῖς τε τῶν μερῶν κύβοις, κῆ ἐξ τῶ πλήθει παραλληλεπιπέδοις, ὧν τὰ τρία δις μὲν ὑπὸ τῷ α. ἅπαξ δ' ὑπὸ τῷ β. περιέχονται μέρος, τὰ δὲ λοιπὰ τρία δις μὲν ὑπὸ τῷ β. ἅπαξ δ' ὑπὸ τῷ γ. Ὅπῃρ ἴδει δείξει.

Λήμμα Γ.

Παντὶ κύβῳ εἴαν ἡ αὐτὴ ρίζα, κῆ τὸ ἀπὸ τῆς ρίζης τετράγωνον τρεῖς προσεθῶσι, ἔτι δὲ καὶ μονάς, κύβος προσεχῶς μείζων αὐτῷ γενήσεται.

Ἐστὼ κύβος ο α: αριθμός, ἡ ρίζα ο β: ἀφ' ἧ τετράγωνος αριθμός ο γ: τῶν δὲ β: καὶ γ: τριπλασιασθέντων ἑκατέρου χωρὶς, γενήσονται οἱ δ: καὶ ε: αριθμοί. Τούτων δὲ β: 2: γ: 4: δ: 6: προσεθύντων τῷ α: μὲν τῆς ζ: μονάδος γενήσθω ο η: αριθμός. Λέγω δὲ τὸν αὐτὸν η: κύβον εἶναι προσεχῆ μείζονα τῷ α: οὐ ρίζα ο θ: μονάδι ὑπερέχει τῷ β: ὅσῃσι ρίζα τῷ α: ὑποκείσθω γὰρ ἐπὶ τῷ αὐτῷ χήματος τῆς α γ, εὐθέως ἀναλογεῖν τῷ β: ἀριθμῷ, τὴν δὲ γ β, τῆ ζ: μονάδι, ὥστε τὴν ὄλην α β, ἀναλογεῖν τῷ θ: τα δὲ λοιπὰ γενήσθω, ὡς προηρημένεται. Ὁ γοῦν α δ, κύβος ἴσός εσι, κῆ τὸ ἀνωτέρω Λήμμα, τοῖς α ν, ν δ, κύβοις, κῆ ζ ν, ν β, ν ε, ν ξ, ν μ, ν ο, παραλληλεπιπέδοις. Ἐπεὶ δὲ ο μὲν α ν, κύβος ἀναλογεῖ τῷ α: ἀριθμῷ, ὡσπῆρ κῆ ἡ τῆς ρίζα α γ, τῷ β: ο δὲ ν δ, τῆ ζ: μονάδι, παντός γὰρ κύβου κῆ αἱ μονάδες κύβοι εἰσὶν, ὡσπῆρ καὶ τὰ τετράγωνα τετράγωνα, κῆ τῶν μὲν ζ ν, ν β, ν ε, παραλληλεπιπέδων ἕκαστον ἀναλογεῖ τῷ γ: ἀριθμῷ, ἕκαστον δὲ τῶν ν ξ, ν μ, ν ο, τῷ β: ο α δ, πάλιν κύβος ἀναλογησεί τῷ η: ἀλλ' ο α δ, κύβος προσεχῆς εἶσι μείζων τῷ α ν, μονάδι γὰρ ἡ α β, κυβικὴ ρίζα τῆς α γ, ὑπερέχει, κῆ ο η: ἄρα κυβικὸς ἀριθμὸς προσεχῆς εἶσι μείζων τῷ α: Παντὶ ἄρα κύβῳ εἴαν ἡ τῆς ρίζα κῆτ.

Ὅτι δ' ο ν δ, κύβος μονάδες εσι, δῆλον. ἡ γὰρ τῆς κυβικῆς ρίζα ἰδ, ἴση εἶσι τῆ π' ξ, κῆ ἔσομαι τῆ γ β, ἡ δὲ γ β, ἀντὶ μονάδος ὑπετέθη, κῆ ο ν δ, ἄρα κύβος μονάδες εσι, ὡς ἔχων ρίζαν μονάδα. Ὅτι δὲ κῆ ἕκαστον μὲν τῶν ζ ν, ν β, ν ε, παραλληλεπιπέδων ἀναλογεῖ τῷ γ: ἀριθμῷ, ἕκαστον δὲ τῶν ν ξ, ν μ, ν ο, ἀναλογεῖ τῷ β: ἡ χαλεπὸν ἦδη δείξει. Τὰ μὲν γὰρ ζ ν, ν β, ν ε, περιέχονται ἕκαστον, ὡς δέδεικται, δις μὲν ὑπὸ τῆς α γ, ἅπαξ δ' ὑπὸ τῆς γ β. Ἀλλὰ κῆ τὸ τετράγωνον τῆς α γ, μήκος μὲν καὶ πλάτος ἔχει ἴσον τῆ α γ, ὕψος δὲ ἴσον τῆ γ β, ἕκαστον ἄρα τῶν ζ ν, ν β, ν ε, παραλληλεπιπέδων ἴσόν εσι τῷ τετράγωνῳ τῆς α γ, ἐπεὶ δὲ ἡ α γ, ἀναλογεῖ τῷ β: ἀριθμῷ, κῆ τῆς τετράγωνόν εσι τὸ γ: πάντως γὰρ κῆ τῶν ζ ν, ν β, ν ε, παραλληλεπιπέδων ἕκαστον ἀναλογησεί τῷ γ: Αὐθὺς ἐπεὶ ἕκαστον τῶν ν ξ, ν μ, ν ο, δις μὲν ὑπὸ τῆς γ β, περιέχεται, ἅπαξ δ' ὑπὸ τῆς α γ, ταῦτον δ' εἶναι εἶπεν τῆς ρίζης τῷ α ν, κύβου, ἐκ δύο ἢ μονάδων κυβικῶν σύγκεται, ο δὲ α ν, κύβος ἀντὶ τῷ α: κυβικῷ ἀριθμῷ εἰληπται, ἄρα τῶν ν ξ, ν μ, ν ο, παραλληλεπιπέδων ἕκαστον ἀναλογεῖ τῷ β:

Πρότασις Α. Πρόβλημα

Ἀριθμὸν κυβικῷ δοθέντος τῆς κυβικῆς αὐτῷ ρίζαν εὑρεῖν.

Ἐστὼ κυβικὸς ἀριθμὸς ο α: ἡ κυβικὴ ζητηθέντων ρίζα. Ὅσπῆρ ἢ οἷος δυνατὸν ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος τετράγωνον ποιεῖ, ἢ κῆ ἡ ρίζα τετράγωνος λέγεται εἶναι, ἔτω δὲ καὶ τετράγωνος ἀριθμὸς ἐπὶ τῆς αὐτοῦ ρίζαν πολλαπλασιαζόμενος κύβον ποιεῖ ὡς εἴρηται. Ὡς τε ἡ τοῦ πολλαπλασιαζομένου τετραγώνου ρίζα, κῆ τῷ γινόμενῳ ἐξ αὐτῆς ρίζα εἶσι, διὸ καὶ κυβικὴ ἡ αὐτὴ μετανομαζέται, τετραγωνικὴ πρότερον παρονομαζομένη. Εἴ ἂν τῷ κυβικοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ γινώσκῃς ἀν εἶναι τὸ τετράγωνον αὐτοῦ ἀριθμὸς, τὴν τετραγωνικὴν πάντως ἴδει ρίζαν, κῆ τὰ προηρημένα, ζήτησιν. ἐπεὶ δὲ ταῦτ' ἀπὸ σπανίως δύναται συμβῆναι. Διὰ τοῦτο κῆ ἑτέραν τιτὰ εἴσοδον πρὸς εὑρεσιν τῆς κυβικῆς εἴσοδον ρίζης οἱ περὶ τὰ τοιαῦτα Δεινοί.

Σημειώθηται ἂν ὁ ἕχαστος τῷ δοθέντος κυβικῷ ἀριθμῷ χαρακτήρ σιγμῆ, ὡσπῆρ κῆ ὁ τῷ τετραγώνῳ, τῷ δὲ δευτέρῳ κῆ γ. τῶν αὐτῶν χαρακτήρων παρεωραμένων, σημειώθηται ὁ δ. εἴτε ο ζ. εἴτε ἡ πλειόνων σύγκειται χαρακτήρων, κῆ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τὸ αὐτὸ γενέσθω, τῶν δύο γὰρ παρεωραμένων, καὶ ὅσαι αὖ ὡσπῆρ αἱ σιγμαί, τοσῶτοι εἴονται καὶ οἱ χαρακτῆρες τῆς εὑρεθσομένης κυβικῆς ρίζης. Ἐπεὶ τοίνυν ο α: ἀριθμὸς εἰς δύο διαίρεται μέρη, καθ' ὅν εἴρηται τρόπον τῆς διαιρέσεως γινόμενης, ζητηθέντων α. ἡ κυβικὴ ρίζα τῷ α: αὐτοῦ ἀριστερόθεν μέρος. Αὐτὴ δὲ ρίζαν εὑρεθήσεται, εἴαν ὁ προσεχέτερος κύβος τῷ αὐτῷ μέρει, ἰσώσκειν εἴη. Ἐπεὶ δὲ τὸ πρῶτον τοῦ α: μέρος ἐκ δύο ἀριθμῶν ἀποτελεῖται, ἡ κῆ τῆς δευτέρας ρίζα ἐπὶ συνίσταται χαρακτῆρι, κῆ τὰ πρότερον ἦδη εἴρηται.

ΒΙΒΛΙΟΝ Β'. ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ'.

αυτος

μία, διότι ἐκκίδωσαν ἐφεξῆς οἱ ἐνθά ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι χαρακτῆρες. Ἐκαστος δὲ τῶν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖται τὸν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων. Τῶν δὲ τετραγώνων ἕκαστος αὖθις ἐπὶ τὴν ἰδίαν πολλαπλασιαζόμενος ρίζαν ποιεῖται κύβου, ὡς εἶναι τῆς πάντας ἐνθά, καὶ ἕσονται ἡτοι οἱ α', β', γ', δ', ε', ζ', καὶ λοιποὶ κυβικοὶ ἀριθμοί. Τούτων δὲ ἐφεξῆς κειμένων ὑπὸ τὸν αὐτὸν ἕκαστον τετραγώνον ἀριθμὸν, παραβληθῆτω τὸ α'. τῷ α': μέρος ἕκαστον τῶν αὐτῶν κυβικῶν ἀριθμῶν, τῆ δὲ προσοχέστερον ἡ ρίζα ἔσται πάντως ρίζα καὶ τοῦ αὐτοῦ πρώτου μέρους τῷ α'. Ἐπειὶ ἔν, ἐπιπέδου γενομένης, προσοχέστερος ἔστιν ὁ β': ἔστι δὲ ρίζα ἔστιν ὁ 2: γραφῆτω ἐπάνω τῆς η': γραμμῆς ὁ ε: χαρακτῆρ, ἀπὸ τῷ α' χαρακτῆρος τῆς ρίζης τῷ α': ἐνθα τὸ θ': τῷ δὲ β': ἀφαιρούμεν ἀπὸ τῷ α' μέρος τῷ α': ὁ ἐναπολειπόμενος ἀριθμὸς, δηλ: ὁ 2: γραφῆτω ἐπάνω τῷ α' μέρος, καὶ τῶν τῆς διαιρέσεως κελόνων.

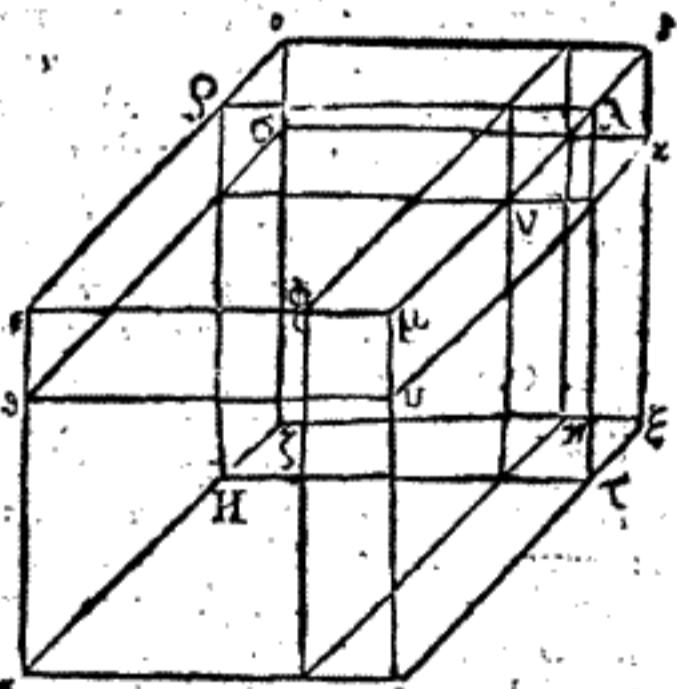
α:	10648	β:	8
κ:	6	ε:	4
λ:	12	μ:	24
μ:	24	ν:	24
σ:	26	ξ:	4
π:	8	ο:	8
ρ:	2648		

Ἔπειτα τριπλασιασθῆτω ὁ θ': καὶ ὁ γενομένος γραφῆτω ὑπὸ τὸν β': ἐνθα τὸ κ': συσσοιχῶν τῷ α' χαρακτῆρι τῷ β' μέρος τῷ α'. τῷ δὲ κ': ἐπὶ τὸν θ': πολλαπλασιαζόμενον γινέσθω ὁ λ': ὅς καὶ γραφῆτω ὑπὸ τὸν κ': ὡς τὸν ἕκαστον αὐτῶν χαρακτῆρα συσσοιχῆν τῷ ἕκαστῳ χαρακτῆρι τῷ αὐτῷ κ'. Τῶν δὲ γενομένων ζητηθῆτω ποσῆς ὁ αὐτὸς λ': μετρεῖ τὸ συσσοιχῶν αὐτῷ μέρος τῷ α': δηλ: τὸν 26: καὶ ἐπεὶ εὐρίσκειται δις, γραφῆτω αὖθις ἐπάνω τῆς η': γραμμῆς ἐφεξῆς τῷ θ': χαρακτῆρος ὁ ε: χαρακτῆρ ἐνθα τὸ ν': ἐφ' οἱ πολλαπλασιασθῆτω ὁ λ': καὶ ὁ γενομένος γραφῆτω ὑπὸ τὸν αὐτὸν λ': γραμμῆς μεσολαβήσεως ἐνθα τὸ μ': συσσοιχῶν τῷ λ', τε λ': καὶ κ': καὶ τὰ δεξιά. Τῷ δὲ ν': ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενον γινέσθω ὁ ξ': ὅς τις ἐπὶ τὸν κ': πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖται τὸν π': καὶ γραφῆτω ἕτος ὑπὸ τὸν μ': ἕνα μόνον βᾶθμῳ πρὸς τὰ δεξιά κατερχόμενος. Συναπτομένων δὲ τῶν μ': καὶ π': γινέσθω ὁ σ': τῷ δὲ ξ': ἐπὶ τὸν ν': πολλαπλασιαζόμενον γινέσθω ὁ ρ': καὶ γραφῆτω ὑπὸ τὸν σ': ἕνα καὶ αὐτὸς ὑπερχύπτων βᾶθμῳ. Τῶν δ' ἔτι γενομένων συναφθῆτωσαν οἱ μ' π', σ' ρ', ἀριθμοὶ καὶ ὁ ἕξ αὐτῶν συμποσόμενος δηλ: ὁ τ': ἀφαιρούσθω ἀπὸ τῷ ἐναπολειφθέντος μέρους τῷ α': καὶ ὑμῶν εἴη ἡ πρᾶξις, ὑδέντι ἐναπολειφθήσεται. Εἰ δὲ ὁ προκείμενος ἀριθμὸς, ἢ ἡ κυβικὴ ζητῆται ρίζα, μὴ ἰντελής εἴη κύβου, ἐναπολειφθήσεται ἰσὸς ἀριθμὸς, οὗτινος τῷ τῆς εὐρεθείσης ρίζης κύβου προσιδεμένου ὁ γενομένος ἴσος ἔσται τῷ δοθέντι ἀριθμῷ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81
α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	ι
1	8	27	64	125	216	343	512	729

Δείκνυται.

Ὁ α' δ', κύβος ἀπὸ τῷ α': κυβικῶ ἀριθμῷ λαμβανόμενος ἴσος ἔστι τῷ α'ν, κύβου, καὶ ζ' ν', ν' β', ν' ε', ξ' ν', ε' μ', ε' ο', παραλληλεπίπεδοις, καὶ ἐπὶ τῷ ν' δ', κύβου, καὶ τῷ β'. Λήμμα τῷ πρόοντος. Ἐπεὶ δὲ ἡ τούτου ρίζα αβ, σύγκειται ἐκ δύο μερῶν τῶν α' γ', γ' β', δηλον ὅτι τὸ μὲν α' γ', ταύτης μέρος ἀναλογεῖ τῷ θ': χαρακτῆρι, τὸ δὲ γ' β', τῷ ν': ἐπεὶ δὲ πάλιν ἐκ μὲν τοῦ θ': γέγονεν ὁ β': κυβικὸς ἀριθμὸς, ἐκ δὲ τοῦ α' γ', ὁ α'ν, κύβου, πάντως γὰρ ὁ α'ν, κύβου, ἀναλογεῖ τῷ β': κυβικῷ ἀριθμῷ. Ὅτι δὲ ἕκαστον τῶν ἕξ παραλληλεπίπεδων ζ' ν', ε' β', ν' ε', καὶ λοιπῶν ἀναλογεῖ τῷ σ': ἀριθμῷ, δηλον. Τῷ μὲν γὰρ κ': ἀριθμῷ ἀναλογεῖ τὸ τριπλασίον τῷ α' γ', μέρος τῆς αβ, κυβικῆς ρίζης τῷ φ' δ', κύβου, γέγονε γὰρ ὁ κ': ἐκ τῷ θ': τρεῖς εἰλημμένα. Λαμβανομένη δὲ τῷ τριπλασίῳ τῷ α' γ', μέρος αὐτῆς μήκους, τοῦ δὲ α' γ', ἀπὸ πλάτους, καὶ τοῦ γ' β', ἀπὸ ὕψους συσσοιχῆται πάντως παραλληλεπίπεδον ἴσον τοῖς ζ' ν', ε' β', ν' ε', παραλληλεπίπεδοις. Ἐὰν ἦν εἰς τρία ἴσα διαμεθῆν, τὸ αὐτὸ παραλληλεπίπεδον, ὡς εἰς ἐν αὐτῷ τομᾶς παραλλήλως εἶναι τοῖς ἀπεναντίον αὐτῷ ἐπιπέδοις. ἕκαστον τῶν μερῶν αὐτῶν τότε μήκος καὶ πλάτος ἴσον ἔξει τῷ α' γ', μέρει τῆς αβ, κυβικῆς ρίζης, ὕψος δὲ ἴσον τῷ γ' β', λοιπῷ μέρει τῆς αβ. Ἀλλὰ καὶ ἕκαστον τῶν ζ' ν', ε' β', ν' ε', παραλληλεπίπεδων, μήκος μὲν καὶ πλάτος ἔχει ἴσον τῷ α' γ', μέρει τῆς αβ, ὕψος δὲ ἴσον τῷ γ' β', ἀρα τὰ ζ' ν', ε' β', ν' ε', παραλληλεπίπεδα ὅμοια λαμβανόμενα ἴσα εἶσι τῷ γενομένῳ παραλληλεπίπεδῳ οὗ μήκος μὲν τριπλασίον τῷ α' γ', μέρος τῆς αβ, κυβικῆς ρίζης τῷ α' δ', κύβου, πλάτος δὲ ἴσον τῷ αὐτῷ α' γ', καὶ ὕψος ἴσον τῷ γ' β', λοιπῷ μέρει, τοῦτο δὲ ἀναλογεῖ δὴ πρὸς τῷ μ': ἀριθμῷ. γέγονε ἦν ἐκ τῶν α' θ' ν', ὡν ὁ μὲν π' ἀναλογεῖ τῷ τριπλασίῳ τῷ α' γ', μέρος τῆς αβ, ρίζης, ὁ δὲ θ': τῷ



α:	10648	β:	8
κ:	6	ε:	4
λ:	12	μ:	24
μ:	24	ν:	24
σ:	264	ξ:	4
π:	8	ο:	8
ρ:	2648		
σ:	10648		

D d

Ε.Τ.Δ.Τ.Κ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

αὐτῶ ἀ γ', καὶ ὁ ν': τῶ γ' β',. Ἀὐτῶ τῶ μὲν ξ': ἀναλογεῖ τὸ ἀπὸ τῶ γ' β', τετράγωνον, γέγονε ἦδ ἀπὸ τῶ ν': ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος. ἐπεὶ δὲ καὶ τῶ κ': ἀναλογεῖ τὸ τριπλάσιον τοῦ ἀ γ', ὡς δεικνύται, τῶ δὲ ξ': ἐπὶ τὸν κ': πολλαπλασιασθέντος γέγονε ὁ π': πάντως γὰρ τῶ αὐτῶ π': ἀριθμῶ ἀναλογεῖ ἕκασον τῶν λοιπῶν τριῶν παραλληλεπίπεδων ξ' ν', ν' μ', ν' ο', ἴαν ἦδ τὸ γενόμενον παραλληλεπίπεδον ἐκ μήκους μὲν τριπλάσιον τῶ ἀ γ', πλάτους δὲ καὶ ὕψους ἴσον τῶ γ' β', εἰς τρία ἴσα διαιρεθῆν μέρη ἐπιπέδοις παραλλήλοις ὡς τοῖς ἀπεναντίον αὐτῶ ἐπιπέδοις, ἕκασον τῶν τῶν μέρων ἔξει μήκος μὲν ἴσον τῶ ἀ γ', μέρη τῶν ἀ β', κυβικῆς ρίζης, πλάτος δὲ καὶ ὕψος ἴσον τῶ γ' β', λοιπῶ μέρη, ἀλλ' ἕκασον καὶ τῶν ξ' ν', ν' μ', ν' ο', μήκος μὲν ἔχει ἴσον τῶ ἀ γ', εἰρημένῳ μέρη, πλάτος δὲ καὶ ὕψος ἴσον τῶ γ' β', ἀρα τὰ αὐτὰ ξ' ν', ν' μ', ν' ο', παραλληλεπίπεδα ὅμῃ λαμβανόμενα ἴσα εἰσι τῶ γενόμενῳ παραλληλεπίπεδῳ. ἐκ μήκους μὲν τριπλάσιον τῶ ἀ γ', μέρη τῶν ἀ β', ρίζης, πλάτους δὲ καὶ ὕψους ἴσον τῶ γ' β', τὸ δὲ τὸ παραλληλεπίπεδον ἀναλογεῖ τῶ π': ἀριθμῶ, τῶ αὐτῶ ἀρα π': ἀριθμῶ ἀναλογεῖ καὶ τὰ ξ' ν', ν' μ', ν' ο', ὅμῃ λαμβανόμενα. Ἐπεὶ δὲ ἐκ τῶ μ': καὶ π': γέγονε ὁ σ': ὡν τῶ μὲν μ': ἀριθμῶ ἀναλογεῖ τὰ τρία προσηρμένα παραλληλεπίπεδα, τῶ δὲ π': τὰ λοιπὰ τρία, τῶ σ': πάντως ἀναλογεῖσι τὰ ἕξ τῶ ἀ δ', κύβη παραλληλεπίπεδα τὰ ζ' ν', ν' β', ν' ε', ν' ξ', ν' μ', ν' ο', ὅτι δὲ καὶ τῶ ρ': ἀριθμῶ ἀναλογεῖ ὁ ε' δ', κύβος φανερόν. ἔχει γὰρ ρίζαν κυβικὴν ὁ αὐτὸς ρ': ἀριθμὸς τῶν ν': ἀριθμῶν, ὡς τινὶ ἀναλογεῖ τὸ γ' β', μέρος τῆς ἀ β', ὅπερ ρίζα ἐστὶ τοῦ ν' δ', ἐπεὶ δὲ ἐκ τῶν σ' καὶ ρ': γέγονε ὁ τ': ἀριθμὸς, ἴαν τοῦτῳ προσεθῆ καὶ ὁ θ': ὁ γενόμενος φ': ἴσος εἶσιν τῶ ἀ: ἀλλ' ἢ εἰληπταὶ ὁ ἀ δ', κύβος, ὡς προείρηται. Ὡς περ ἦδ ὁ αὐτὸς ἀ δ', κύβος σύγκειται ἐκ τῶ ἀ ν', κύβου, καὶ ἕξ παραλληλεπίπεδων ζ' ν', ν' β', ν' ε', ν' ξ', ν' μ', ν' ο', ἔτι δὲ καὶ τῶ ν' δ', κύβου, ἔτω καὶ ὁ φ': ἀριθμὸς σύγκειται ἐκ τῶν β' σ', καὶ ρ': ἀριθμῶν, ὡν τῶ μὲν β': ἀναλογεῖ ὁ ἀ ν', κύβος, τῶ δὲ σ': τὰ ῥηθέντα ἕξ παραλληλεπίπεδα, καὶ τῶ ρ': ὁ ε' δ', κύβος.

Ἐπὶ τῶν ἐν δὴλον, ὅτι ὁ τρόπος οὗτος εὐμεθέως χῶρεϊ πρὸς εὐρεσίαν τῆς κυβικῆς ρίζης παντὸς προβαλλομένου ἀριθμοῦ. δεικνύται γὰρ ὁ ἀ: ἀριθμὸς διὰ τῶν σιγμῶν εἰς δύο μόνῃ μέρη, ὅτι καὶ ἡ κυβικὴ ρίζα τῶ ἐκ πέντε χαρακτῆρων συγκείμενη κύβη, δυσὶ συνίσταται χαρακτῆρσιν. Ἐπεὶ δὲ ὁ β': προσεχὴς ἐστὶ κύβος τῶ ἀ. μέρος τοῦ ἀ: ἢ ρίζα ἐστὶν ὁ θ': διὰ τοῦτο ὁ θ': ἐπὶ μὲν τὸν τρία πολλαπλασιασθεὶς τὸν κ': πεποικίην, ἐπὶ δὲ τὸν κ': ὡσαύτως πολλαπλασιασθεὶς πεποικίην τὸν λ': ἕκασος γὰρ παρίσσει τῆν τῶ παραλληλεπίπεδον βάσιν, ἢ μήκος μὲν τὸ τριπλάσιον τῶ ἀ γ', μέρους τῆς ἀ β', ρίζης, πλάτος δὲ τὸ αὐτὸ ἀ γ', καὶ ὕψος τὸ γ' β',. ἐπεὶ δὲ τὸ γ' β', ἀγνωστόν ἐστι, τῶν ἑνεκα ἐζητήθη ποσάκις ὁ λ': τὸν συσοιχάντα αὐτῶ τῶ ἀ: ἀριθμῶν μετρεῖ, δηλ. τὸν 26: τοῦτου γὰρ ἐγνωμένῃ γινώσκειται τὸ γ' β', μέρος, ὅπερ τῶ ν': ἀναλογεῖ ἀριθμῶ. Ὁθεν καὶ ὁ λ': ἐπὶ τὸν κ': πολλαπλασιασθεὶς τὸν μ': πεποικίην ἀριθμῶν, τὸν τὰ τρία παρῃσῆκα τῶν τῶ ἀ δ', κύβη παραλληλεπίπεδων, τὸ ζ' ν', ν' β', ν' ε', τὰ λοιπὰ δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων σφῆ.

Εἰδὲ γὰρ ὁ προβληθεὶς ἀριθμὸς ἐκ πλειόνων σύγκειται χαρακτῆρων, ὡς εἰς πλείων τῶν δύο διαιρεῖσθαι μέρη, χρῆται δὲ εὐρεθέντας τῆς αὐτῆς ρίζης χαρακτῆρας, ὡς ἕνα λαμβάνειν ἀριθμῶν, καὶ ἐπὶ τὸν τρία πολλαπλασιασθῶν, τὸν δὲ γενόμενον ἐπὶ τὸν αὐτὸν εὐρεθέντα ἀριθμῶν, καὶ τὰ ἄλλα ποικίην, καὶ τὰ προσηρμένα, καὶ εὐρεθῆσθαι τὸ ζητούμενον, ὡς ὀφείμεθα. Ὁσον ἴσω ἀριθμὸς ὁ ἀ: οὗ ἡ κυβικὴ ζητεῖται ρίζα. διαιρεθῆτω τῶν σιγμῶν, ὡς προσηρμένευται, ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς ἀ: ἀπὸ δὲ τῶ ἀ: ἀριθμῶ, ἀφῆρθεὶς ὁ προσεχὴς αὐτῶ κύβος, τυτέσιν ὁ γ': ἢ ρίζα ὁ τρία χαρακτῆρ, ὅστις γραφῆτω ἐπὶ τῆς δ': γραμμῆς ἔσθαι τὸ ε': καὶ τὸ ἐναπολειφθῆν γραφῆτω ἀνω τοῦ 34: ὡς ἔθος. Εἶτα τριπλασιασθῆτω ὁ ε': καὶ γινέσθω ὁ ζ': ἢ τιπὸς ἐπὶ τὸν ε': πολλαπλασιαζομένου γινέσθω ὁ η': καὶ ζητηθῆτω ποσάκις ὁ η': τὸν συσοιχάντα αὐτῶ τοῦ ἀ: ἀριθμῶν μετρεῖ, δηλ. τὸν 73: καὶ ἐπεὶ εὐρίσκειται δις γραφῆτω ὁ κ': χαρακτῆρ ἔσθαι τὸ θ': τῆς δ': γραμμῆς ἕξαχθείσης. Ἰπὸ δὲ τῶ η': γραμμῆς ἐκτεταθείσης, καὶ τῶ η': ἐπὶ τὸν θ': πολλαπλασιαζομένου, ὁ γενόμενος κ': γραφῆτω ὑπὸ τῆς γραμμῆς ὡς μεριστῆς τῶ β': μέρους τῶ ἀ: τῶ δὲ θ': ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος γινέσθω ὁ λ': πολλαπλασιασθεὶς δὲ καὶ ὁ λ': ἐπὶ τὸν ζ': ποικίτωσθαι μὲν ἢ τιπὸς ἐφεξῆς τῶν χαρακτῆρων τυτέσθω ὁ μ': κύβος, καὶ καὶ δεξιῶν. Γραμμῆς δὲ ἐκτεταθείσης καὶ ὑπὸ τὸν μ': συναφθῆσθαισθαι ἀπὸ τῶ μ', εἰς ἕνα τὸν α': ἢ τιπὸς ἀφαιρούμενον ἀπὸ τῶ β' μέρους τῶ ἀ: δηλ. τῶ 7328: τὸ ἐναπολειφθῆν γραφῆτω ἀνω, ὡς συναφθῆσθαισθαι τῶ γ': μέρος τῶ αὐτῶ ἀλ. γραμμῆς εἰ καὶ ὑπὸ τῶ α': ἐκτεταθείσης τριπλασιασθῆτω ὁ ε' θ', καὶ ποικίτω τὸν ζ': τῶν δὲ ἐπὶ τὸν θ', πολλαπλασιασθέντος γινέσθω ὁ π': καὶ γραφῆτω ὑπὸ τῶ β' μέρους τῶ ἀ: ἀφαιρούμενον ἀπὸ τῶ β' μέρους τῶ ἀ:

α:	34328125	3	8
β:	27		
γ:	9		
δ:	27		
ε:	1		
ζ:	7560		
η:	34328125	3	8
θ:	27	2	32
ι:	9	2	31
κ:	27	4	98
λ:	54	9	22
μ:	368	36	198
ν:	5768		288
ξ:	96		3078
π:	3078		15368
ρ:	15360		
σ:	240		
τ:	125		29
υ:	1560125		4128

γραμμῆς δι' ἢ ὑπ' αὐτὸν ἰκτεπεμένης ζητηθῆτω ποσάκις μετρεῖ ὁ αὐτὸς π': σὺν συστοί-
 λῆτα αὐτῶ τῶν δ': ἀριθμὸν δηλ: τὸν 15602: καὶ ἐπεὶ εὐρίσκεται πεντάκις, γραφήτω
 ἐφεξῆς τῷ δ': ὁ δ': χαρακτήρ ἴσθα τὸ ρ': ἐφ' ἑν πολλαπλασιασθῆτω ὁ π': καὶ γενέσθω
 ὁ σ': πολλαπλασιασθῆτω δὲ καὶ ὁ ρ': ἐφ' ἑαυτὸν καὶ ποιήτω τὸν τ': ἕτος δὲ πολλαπλασια-
 σθῆτω ἐπὶ τῷ ξ': καὶ ὁ γεόμενος φ': γραφήτω ὑπὸ τὸν σ': ἕνα κατερχόμενος χαρακτή-
 ρα, ὑφ' ἑν γραφήτω ὁ τῷ ρ': κύβος δηλ: ὁ ψ': ἕνα καὶ αὐτὸς κατερχόμενος ὑπὸ τὸν φ':
 χαρακτήρα. Τῶτων δ' ἕτω γεομένων συναφθῆτωσαν οἱ σ' φ' ψ', καὶ ποιήτωσαν τὸν ε':
 ἕτος δ' αφαιρεθῆτω ἀπὸ τῷ γ' μέρος τῷ α': καὶ τῷ ἐναπολειφθέντος ἀπὸ τῷ β'. αἰς ἀφ' ἑ-
 τος, καὶ ὕλης εἴη ἡ πράξις, ἕδην ἐναπολειφθήσεται, τῷ α': ἀριθμοῦ κυβικῷ ὄντος καὶ τὴν ὑπόθε-
 σιν. ὁ λόγος ἐκ τῶν ἀνατίρω εἰρημέγων σαφῆς. Οὐδὲν γὰρ τῷ προτέρῳ διενήνοχεν, ἢ ὅτι ἡ πράξις
 ἐν αὐτῷ διπλασιάζεται, ὡσπερ καὶ ἐπὶ τῶν μειζόνων διπλασιασθῆσεται καὶ τριπλασιασθῆσεται.

5:
 5:
 25:
 96:
 150:
 225:
 φ: 2400:

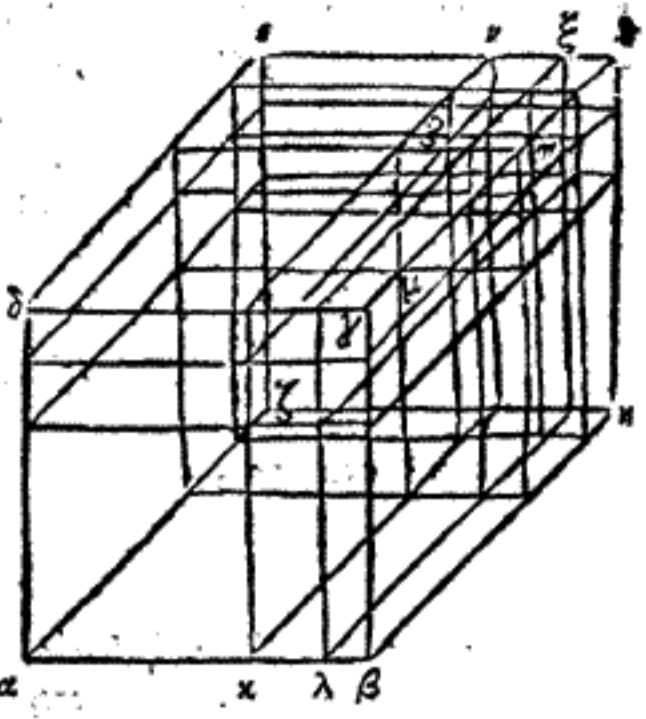
Ἄλλος.

Ἐστω ὁ αὐτὸς α': κυβικός ἀριθμός, ἢ ἡ κυβικὴ ζητῆται ρίζα. Δυνατὸν δὲ καὶ ἕτω τῆς εὐρίσεως ἐκ-
 τὸς τυχήν, διαιρεθῆτω, αἰς πρότερον, διὰ τῶν σιγμῶν εἰς τὰ ἐν αὐτῷ μέρη, καὶ παραβληθῆτω τὸ
 φ' αὐτῷ καὶ τὰ ἀριστερὰ μέρος ἐκάσῳ τῶν προεκτεθέντων κυβικῶν ἀριθμῶν, ὡς ρίζαι αἰ ἀπὸ μο-
 ναδος ἀρχόμενοι ἐνία χαρακτήρες. καὶ ἐπεὶ εὐρίσκεται προσεχέστερος αὐτῷ ὁ γ': ἢ ρίζα ὁ δ': ὡς
 προήρηται, γραφήτω ἐπάνω τῆς γραμμῆς ἀπὸ τῷ α' χαρακτήρος τῆς ζητούμενης ρίζης ὁ δ': χαρα-
 κτήρ ἴσθα τὸ β': ὁ δὲ γ': αφηρήσθω ἀπὸ τῷ α' μέρος τῷ α': δηλ: τῷ 34: καὶ τὸ ἐναπολειφθῆν γρα-
 φήτω ὑπὸ τὸν δ': ἴσθα τὸ δ': ἢ ἐφεξῆς γραφήτωσαν καὶ σὶ τῷ β'. μέρος τῷ α': χαρακτήρες ὡς γ-
 νείσθαι τὸν δ': ἀριθμὸν περιεκτικὸν ὅλη τῷ β'. μέρος τῷ α': καὶ τῷ ἐναπολειφθέντος ἀπὸ τῷ α' τῷ δὲ
 β'. ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος γενέσθω ὁ ε': τῶτων δὲ ἐπὶ
 τῶν χαρακτήρων κείσθωσαν δύο τζίφραι, ὡς παρ' ἑαυτῶν τὸν α'.
 αὐτῷ χαρακτήρα μονάδας χιλιάδος, ὡσπερ καὶ ὁ τῷ δ': καὶ γρα-
 φήτω ὑπὸ τὸν ε': ὡς μεριστῆς τῷ αὐτῷ. Εἶτα ζητηθῆτω ποσά-
 κισ καταμετρεῖ ὁ αὐτὸς ζ': τὸν δ': καὶ ἐπεὶ εὐρίσκεται δὶς, γρα-
 φήτω ὁ 2: χαρακτήρ ἐφεξῆς τῷ τε β': χαρακτήρος καὶ ε': ὡς
 εἶναι τὸν αὐτὸν ε': ἐκ δύο συυκείμενον χαρακτήρων, ὅς τις ἐπὶ
 τὸν δεύτερον τῷ β': χαρακτήρα πολλαπλασιασθῆς ποιήτω τὸν
 θ': ἕτος δὲ προσεθῆτω τῷ ζ': καὶ συνεσάσθω ἐξ ἀμφοῖν ὁ κ': ὅς
 καὶ πολλαπλασιασθῆς ἐπὶ τὸν η': ποιήτω τὸν λ': τῶτων δὲ ἀπὸ
 τῷ δ': αφαιρεθῆτος ἐναπολειφθῶ ὁ μ': ἢ ἐφεξῆς τῶν χαρακτή-
 ρων γραφήτωσαν οἱ τῷ τρίτῳ μέρος τῷ α' χαρακτήρες, ὡς γ-
 νείσθαι τὸν αὐτὸν μ': παρασατικὸν τῷ τε τρίτῳ μέρος τῷ α': καὶ
 τῷ ἐναπολειφθέντος ἀπὸ τῷ δευτέρῳ μέρος τῷ αὐτῷ. Τῶτων δ'
 ἕτω γεομένων ὑποκείσθω ὁ β': ἑκατοντάδος παρασατικός, καὶ
 ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος ποιήτω τὸν ν'. Τῶτου δὲ ἐπὶ
 τὸν 3: ὁμοίως πολλαπλασιαζόμενος ὁ γεόμενος ξ': γραφήτω ὑ-
 πὸ τὸν μ': καὶ ζητηθῆτω ποσάκις καταμετρεῖ τὸν αὐτὸν μ': ἐπεὶ
 δ' εὐρίσκεται πεντάκις, γραφήτω ὁ 5: χαρακτήρ ἐφεξῆς τῶν τῷ
 β': χαρακτήρων ἀπὸ μονάδων. Εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ 6:
 ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν 3: τῷ 5: μόνον χαρακτήρος παρεωραμένῳ, ἢ
 ἀρείπτου. εἰπεὶν αἰς σιγμῆς λογιζόμενου, τῷ δὲ γεομένῳ π':
 προσεθῆτω ὁ 5: χαρακτήρ, καὶ συνεσάσθω ὁ ρ': τῶτων δὲ ἐπὶ
 φρε αὐτὸν 5: πολλαπλασιαζόμενος χαρακτήρα γενέσθω ὁ σ': ὅς τις
 ἀναπτόμενος τῷ ξ': ποιήτω τὸν τ': τῶτων δὲ ἐπὶ τὸν 5: ὡσαύ-
 κος πολλαπλασιασθέντος γενέσθω ὁ φ': ὅς τις αφηρήσθω ἀ-
 πὸ τῷ μ': καὶ ὕλης εἴη ἡ πράξις οὐδέν τι ἐναπολειφθήσεται.
 Ἄλλω δὲ τὸν 6: ρίζαν εἶναι κυβικὴν. τῷ α': ὄντος ἀριθμῷ.

α:	34328125:	β:	325:	3:
γ:	27:			3:
δ:	7328:		ε:	9:
ζ:	2700:			3:
θ:	184:			27:
κ:	2884:		ι:	92:
λ:	5768:			2:
μ:	1560125:		θ:	184:
ξ:	307200:		β:	320:
σ:	4825:		β:	320:
τ:	312025:			6400:
	5:			960:
φ:	1560125:		γ:	102400:
	32768:			3:
	34328125:		ξ:	307200:
	32:		β:	320:
	32:			3:
	64:		π:	960:
	96:			5:
	1024:		ρ:	965:
	32:			5:
	2048:		σ:	4825:
	3072:			
	32768:			

ὑποκείσθω ὁ α' β' γ' δ' ε' ζ' η' θ', κύβος ἀπὸ τῷ α' κυβικοῦ ἀριθμῷ, οὗ ρίζα ἢ α' β', εὐθεία, καὶ
 διαιρεθῆτω εἰς μέρη τρία ἀνάλογα τοῖς τῷ α' ἀριθμῷ μέρεσι, τὰ α' γ', κ' ε', λ' θ', καὶ ἀναπληρω-
 θῆτω τὰ ἐν αὐτῷ πάντα ἀνάλογως, ὡς διαιρεθῆναι καὶ τὴν α' β', αὐτῷ ρίζαν εἰς μέρη τρία ἀνάλο-
 γως τοῖς τρισὶ μέρεσι τῆς β': ρίζης τῷ α': κυβικῷ ἀριθμῷ τὰ α' κ', κ' λ', λ' θ', δείκνυται.
 καὶ τῆς α' λ', κύβος δηλ: ὁ α' π', ἴσος ἐστὶ τοῖς τε τῶν μερῶν τῆς α' λ', κύβοις δηλ: τῶν α' ε', κ' λ', καὶ
 τῶν α' λ', παραλληλεπιπέδοις, ὡς τὰ τρία περιέχεται δὶς μὲν ὑπὸ τῷ α' κ', μέρος, ἑσάκις δὲ ὑπὸ τῷ α' λ',
 καὶ τὰ δὲ

τά δε λοιπά τρία δὴ μὲν ὑπὸ τοῦ κ' λ', μέρος ὡσούτως περιέχεται, ἅπαξ δ' ὑπὸ τοῦ α' λ', κατὰ τὸ β'. τοῦ παρόντος Διήμματος. Ἐπεὶ δὲ ἡ α' λ', τέμνεται εἰς δύο μέρη τὰ α' κ', κ' λ', φανερόν ὅτι καὶ ὁ α' π', κύβος εἰς δύο τὰ μέγιστα διήρηται μέρη τὰ α' ρ', κ' π', ὧν τὸ μὲν α' ρ', ἀναλογεῖ τῷ πρώτῳ μέρει τοῦ α': δηλοῦν τῷ 34, τὸ δὲ κ' π', ἀναλογεῖ τῷ β'. τοῦ αὐτοῦ α': μέρος δηλοῦν τῷ 328 . . . ὡσπερ ὅλος ὁ α' π', κύβος ἀναλογεῖ τῷ ἐκ τῶν δύο μέρων τοῦ α': συγχεόμενου ἀριθμοῦ δηλ: τῷ 34328 . . . ἔγνωσμένων τοιούτων τῶν μεγίστων μέρων τοῦ α' π', κύβου, τῶν α' ρ', κ' π', ζητεῖται τὰ μέρη τῆς ρίζης αὐτοῦ α' λ', εἰς εὐρεσιν δὲ τούτων ἀφαιρεῖται ὁ τοῦ α' μέρους α' κ', κύβος, δηλ: ὁ α' μ', ἀπὸ τοῦ α' ρ', ἀ μέρους τοῦ α' π', κύβου, καὶ τὸ ἐναπολείφθην ἀπὸ τοῦ α' ρ', μετὰ τοῦ δευτέρου μέρους κ' π', ἀναλογεῖ τῷ δ': ἀριθμῷ. Ἐπεὶ δὲ τὸ πρῶτον τοῦ α' μέρους τοῦ α' π', κύβου ἴσον ἔστι τοῖς ἐξ ἑξήκοντα παραλληλεπιπέδοις καὶ τῷ κύβῳ τοῦ κ' λ', δευτέρου μέρους τῆς α' λ', ρίζης δηλ: τῷ μ' π', εἰς εὐρεσιν τοῦ αὐτοῦ κ' λ', μέρος τριπλασιασθέντα τὸ α' κ', μέρος, ὡπερ ἀναλογεῖ τὰ πρώτῳ χαρακτήρι τοῦ β': ἀριθμοῦ, καὶ τὰ γεόμενον πολλαπλασιασθέντα ἐκ αὐτοῦ τὸ κ' κ', ἵνα γένηται τὸ ἐκ τῶν τριῶν συγχεόμενον μείζονον παραλληλεπιπέδον τοῦ α' π', κύβου. Ἐπεὶ δὲ τούτο ἔχει μῆκος μὲν τὸ τριπλασίον τοῦ α' κ', μέρος, πλάτος δὲ τὰ αὐτὸ α' κ', καὶ ὕψος ἴσον τῷ κ' λ', τὰ δὲ μῆκος ἐπὶ τὸ πλάτος πολλαπλασιασθέντος γέγονεν ἡ βάση αὐτῆ ἀναλογισα τῷ ζ': ἀριθμῷ, ἡτις οφείλει πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸ ὕψος, ἵνα πληρωθῆ τὸ ὅλον τῶν τριῶν μείζονων παραλληλεπιπέδων τῷ α' π', κύβῳ, τότε χάριν εἰληπταί α' ζ': ἀριθμὸς ὡς μεριστῆς τῷ ε': καίπερ μὴ ἀλόκληρος ἔστι ὡς. Ὁ γὰρ εὐρεθείς τῷ β': χαρακτήρ τὸ ὕψος παρίσσει τὰ ἐκ τῶν τριῶν μείζονων παραλληλεπιπέδων συγχεόμενον σῶμα, δηλ: τὸ κ' λ', μέρος. Ἐπεὶ δ' αὐθις παρ' αὐτὰ τὰ τρία μείζονα παραλληλεπιπέδα εἰσι καὶ ἑτέρα τρία, ἐλάττονα, ἔστι δὲ καὶ ὁ κύβος τῷ κ' λ', μέρος, διὰ τοῦτο προσίδεται τῷ ε': ὁ δευτέρος εὐρεθείς χαρακτήρ τοῦ β': ἀριθμοῦ, καὶ ὁ γεόμενος ἐξ αὐτῶν πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν αὐτὸν χαρακτήρα, ὅπως γένηται ὁ θ': ἕκτος γὰρ παρίσσει τὴν βάση τῶν συγχεόμενων παραλληλεπιπέδων ἕκτε τῶν τριῶν ἐλαττόνων παραλληλεπιπέδων τοῦ α' π', κύβου, καὶ ἐκ τοῦ μ' π', κύβου τοῦ κ' λ', μέρος, διὰ καὶ συνάπτεται τῷ ζ': ἀριθμῷ, ὅστις παρίσσει τὴν βάση τῶν ἐκ τῶν τριῶν μείζονων παραλληλεπιπέδων συγχεόμενον, ὡς εἴρηται. Ὁ γὰρ κ': ἀριθμὸς ἐμφαίνει τὴν βάση τῶν ἕκτε τῶν ἐξ παραλληλεπιπέδων καὶ τὸν κύβον τῷ κ' λ', μέρος συγχεόμενον. Ἐπεὶ δὲ πάλιν τὰ ἐξ αὐτῶν παραλληλεπιπέδα, ὡσπερ καὶ τοῦ κ' λ', κύβου τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχουσιν ἴσον δηλοῦν τῷ κ' λ', μέρος τῆς α' λ', τούτῳ εἴδει πολλαπλασιασθῆναι ὁ κ' ἐπὶ τὸν δευτέρον χαρακτήρα τῷ β': ὁ γὰρ λ': παραστήσει πάλιν τὸ συγχεόμενον σῶμα ἕκτε τῶν εἰρημένων ἐξ παραλληλεπιπέδων, καὶ τῷ μ' π', κύβῳ τῷ κ' λ', μέρος, ἕτινος ἀφαιρημένου ἀπὸ τοῦ συγχεόμενου ἕκτε τῶν ἐναπολείφθην μ' τῷ γ'. μέρος τῶ ὅλου α' θ', κύβου, ἀναλογεῖ τῷ μ': ἀριθμῷ. Ἐπεὶ δὲ τούτο σύγκειται ἕκτε τῶν παραλληλεπιπέδων ἐξ, ὧν τὰ τρία μείζονα, ἔχει μῆκος μὲν καὶ πλάτος ἴσον τῷ α' λ', μέρους τῆς α' β', ρίζης, καὶ ὕψος δὲ ἴσον τῷ λ' β', τὰ δὲ λοιπὰ τρία ἐλάττω, μῆκος μὲν ἔχει ἴσον τῷ α' λ', μέρος, πλάτος δὲ καὶ ὕψος ἴσον τῷ λ' β', ὁ καὶ τὸν κύβον τῷ λ' β', μέρος, διὰ τοῦτο πολλαπλασιασθῆναι ὁ β': ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν, ὅπως παρίσσει τὸ α' λ', μέρος τῆς α' β', ρίζης, ἵνα γένηται ὁ κ': ἀριθμὸς ὁ ἐμφαίνων τὴν βάση ἑκάστη τῶν τριῶν μείζονων παραλληλεπιπέδων. Πολλαπλασιασθῆναι δὲ καὶ ὁ ν': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν 3, ὅτι ὁ γεόμενος ζ': παρίσσει τὸ συγχεόμενον σῶμα ἐκ τῶν βάσεων τῶν τριῶν εἰρημένων μείζονων παραλληλεπιπέδων. λαμβάνεται δ' ὁ ε': ὡς μεριστῆς τοῦ μ': ὅπως ἀν' ἐρεθῆ τὰ ὕψος ἑκάστη παραλληλεπιπέδων, ὡπερ ἴσον ἐστὶ τῷ λ' β', ζητούμενον μέρος τῆς α' β', ρίζης. Εἰ γὰρ ὁ αὐτὸς ε': ἀτελής ἐστὶ μεριστῆς τῷ μ': ὡς διόμοιος καὶ τῶν βάσεων τῶν λοιπῶν τριῶν ἐλαττόνων παραλληλεπιπέδων, ἔστι δὲ καὶ τῶν τῷ λ' β', μέρος, ὁ α' μὲν τοῦ αὐτοῦ χαρακτήρα καὶ ἐστὶν ἀτελής, ὡς ὀψόμεθα. Διὸ καὶ ὁ χαρακτήρ καθ' ὃν ὁ ε' μετρεῖ τὸν μ': τέτυκται ἐφεξῆς τῶν τῷ β': χαρακτήρων, ὡς τῷ λ' β', μέρος παραστατικός. Ὅθεν χάριν ἐπὶ τῆς πράξεως ἡ δὲ ἐφεξῆς ζῆν ἐπὶ τὸ καὶ πρώτῃ προσβολῇ εὐρισκόμενα, ἀν μὴ καὶ τῆτο προσεῖθῃ τοῖς λοιποῖς τῶν ὡς μέρων ἐκ λαμβανόμενα ἀριθμὸν χαρακτήρων, τῆσιν καὶ γὰρ ἐτελής ἴσαι ὁ μεριστῆς, καὶ ἡδεμία ἕκαστη συμβήσεται, πολλαπλῶς δὲ τὸ καὶ πρώτῃ εὐρισκόμενον προσβολῇ μείζον ἐστὶ τῷ ἀληθῆς, καὶ ἡδὲ τῆς πρώτῃ ἀπάσαι γίνεται πράξις. Πολλαπλασιασθῆναι δὲ ὁ β' ἀνεῦ τῆ τρίτῃ τῶν αὐτῶν χαρακτήρων ἐπὶ τὸ πρῶτον ἵνα γένηται ὁ π': ἕκτος γὰρ παρίσσει τὸ τριπλασίον τῷ μῆκος τῶν τριῶν ἐλαττόνων παραλληλεπιπέδων προκείμενα δὲ τῷ π' ὁ ἕκτος τῷ β', χαρακτήρ, δηλ: ὁ τῷ λ' β', μέρος πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν γ' ἵνα γένηται ὁ θ': ἐμφαίνει τὸ συγχεόμενον μῆκος ἕκτε τῶν μῆκων τῶν τριῶν ἐλαττόνων



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ
 ΔΙΕΥΚΡΙΝΙΣΤΗΣ ΚΑΙ
 ΕΠΙΜΕΛΕΤΗΣ ΚΑΙ
 ΕΚΔΟΣΗΣ

Ε.Ι.Ι.Ε. 2006
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ

τόνω παραλληλεπίπδων, κ' τῆ μήκος τῷ κύβῳ τῷ λ' β', μέρως. Πολλαπλασιάζεται δὲ ἐπὶ ὁ ρ': ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἔχατος χαρακτήρα τῷ β': ὅτι ὁ γινόμενος σ': παρίσχει τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν βάσεων τῶν τριῶν ἐλαττόνων παραλληλεπίπδων κ' τῷ κύβῳ τῷ λ' β', μέρως. Συνάπτεται δὲ ὁ σ': τῷ ξ': ἵσα γίνονται ὁ τ': ὅστις ἐμφαίνει τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν βάσεων τῶν μείζονων τε καὶ ἐλαττόνων παραλληλεπίπδων, κ' τῆς τῷ κύβῳ βάσιως τῷ λ' β', μέρως. Τελευταῖον δὲ πολλαπλασιάζεται κ' ὁ αὐτός τ': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἔχατον τῷ β': χαρακτήρα. Ὅτι ὁ γινόμενος φ': παρίσχει τὸ συγκείμενον σῶμα ἐκ τῶν ἐξ παραλληλεπίπδων μείζονων τε καὶ ἐλαττόνων κ' τῷ κύβῳ τῷ λ' β', μέρως τῆς α' β', ρίζης, ὅστις ἴσος ἔσται τῷ μ': ὅτε γὰρ ἡ βᾶσις τινὸς σφαιρῶ ἐπὶ τὸ αὐτὸ ὕψος πολλαπλασιασθῆ τὸ σφαιρῶν ἀναπληρῆται σῶμα. ἐπεὶ γοῦν καίταῦθα ὁ μὲν τ': παρίσχει τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν βάσεων τῶν τε ἐξ παραλληλεπίπδων κ' τῷ κύβῳ τῷ λ' β', μέρως, ὁ δὲ ἔχατος τῷ β': χαρακτήρ ἐμφαίνει τὸ ὕψος τῶν αὐτῶν, ὅπερ ἴσος ἔσται τῷ λ' β', μέρως, διατοί τῷτο πολλαπλασιαζομένου τοῦ τ': ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἔχατον τῷ β': χαρακτήρα, ὁ γινόμενος φ': ἴσος ἔσται τοῖς τε ἐξ παραλληλεπίπδοις κ' τῷ κύβῳ τῷ λ' β', μέρως. Τῷ κυβικῷ ἀρα δοθέντος ἀριθμῷ εὑρηται ἡ κυβικὴ ρίζα, ὅπερ ἦν τὸ ἐξ ἀρχῆς προβλεθῆν.

Τούτων δὲ τὸν τρόπον θεωρεῖται ἡ κυβικὴ ρίζα κ' παντὸς ἄλλου ἀριθμοῦ κυβικῆς κ' μή. γίνονται δὲ ἡ τῆς πράξιως βάσεις διττῶς διὰ τὴ Πολλαπλασιασμοῦ καὶ δι' Ἀφαιρέσεως τοῦ ἐννέα. Οἷον ἐπὶ τοῦ α': κυβικῷ ἀριθμῷ εὑρηται ρίζα κυβικὴ ὁ β': ἀριθμὸς, πολλαπλασιασθῆτω ὁ αὐτὸς β': ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ ποιείτω τὸν γ': οὗτος δὲ πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν β', κ' ποιείτω τὸν δ': καὶ ὁ δ': ἴσος ὀφθῆ τῷ α': ὑγιῆς ἔσται ἡ πράξις. Ὡς περὶ γὰρ ὁ τετραγωνίος ἀριθμὸς ἀπὸ τῆς αὐτοῦ τετραγωνικῆς γίνεται ρίζης ἐφ' ἑαυτὴν ἀπαξ πολλαπλασιαζομένης, οὕτω κ' ὁ κύβος ἀπὸ τῆς κυβικῆς αὐτοῦ γίνεται ρίζης οὐ μόνον ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιαζομένης, ἀλλὰ καὶ τὸν ἀπ' αὐτῆς γινόμενον πολλαπλασιαζούσης. Τοῦ μὲν γὰρ τετραγώνου μήκος καὶ πλάτος μόνον δίδονται, τοῦ δὲ κύβου πρὸς τούτοις καὶ ὕψος.

Εἰάν δὲ ὁ προβλεθὴς ἀριθμὸς ἐντελής ἐκ ἑσσι κύβος, καὶ διὰ τοῦτο ἐξαγομῆς τῆς κυβικῆς αὐτοῦ ρίζης ἐναπολείπεται τι, προσεθῆτω τῷ ἀπὸ τῆς εὐρεθείσης ρίζης συνισαμένῳ ἀριθμῷ τὸ ἐναπολειπόμενον, καὶ ὁ γινόμενος ἴσος ἔσται τῷ προβλεθέντι ἀριθμῷ. Οἷον ἔστω μὴ κυβικὸς ἀριθμὸς ὁ ε': οὗ ρίζα ὁ ζ': καὶ ἐπὶ ἐναπολείπεται ὁ η': πολλαπλασιασθῆτω δὲ ὁ ζ': ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ ποιείτω τὸν θ': τοῦτον δ' αὐθις πολλαπλασιάζων ὁ αὐτὸς ζ': ποιείτω τὸν κ': ὅ τινι προσεθῆτω ὁ η': καὶ γινέσθω ὁ λ': Εἰάν ἔν ὁ λ': ἴσος εἴη τῷ ε': ὑγιῆς ἔσται ἡ πράξις.

Διὰ μὲν ἔν τῷ Πολλαπλασιασμοῦ οὕτως ἡ πράξις βασανίζεται, εἰδέσοι κ' ἄλλως βουλευτὸν τὴν βᾶσανον ταύτης ποιῆσαι, ἀφῆλε ἀπὸ τῆς εὐρεθείσης ρίζης τὸν ἐννέα ὅσακις δυνατόν, τὸ δ' ἐναπολειφθὲν πολλαπλασιασθῆτω ἐφ' ἑαυτὸ, καὶ ἀπὸ τοῦ γεγονότος ἀφῆλε ὁμοίως τὸν ἐννέα. τὸ δὲ ἀπὸ τούτου ἐναπολειπόμενον πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸ πρῶτον ἐναπολειφθὲν, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου ἀφῆλε, ὡς καὶ ἀπὸ τῶν ἄλλων τὸν ἐννέα, κ' τὸ ἐναπολειφθὲν γράψον ἔν τινι τόπῳ. Εἶτα ἀφῆλε καὶ ἀπὸ τοῦ προβλεθέντος ἀριθμοῦ τὸν ἐννέα, καὶ τὸ ἀπ' αὐτοῦ ἐναπολειφθὲν ἴσον ἢ τῷ μικρὸν πρόσθεν ἐναπολειφθέντι, ὑγιῆς ἔσται ἡ πράξις.

Οἷον ἔστω κυβικὸς ἀριθμὸς ὁ α': οὗ ρίζα ὁ β': ἀφ' οὗ ἀφῆρῆσθω ὁ θ': ὅσακις δυνατόν, καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον ἔστω ὁ γ': οὗτος ἔν πολλαπλασιασθῆτω ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ ποιείτω τὸν δ': οὗτινος ἀφῆρῆσθω ὁ ἐννέα, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν γραφήτω ἐνθα τὸ ε', ἐφ' ὃ πολλαπλασιασθῆτω ὁ γ': καὶ ποιείτω τὸν ζ': τούτου δὲ ἀφῆρῆσθω ὁ ἐννέα, κ' τὸ ἐναπολειπόμενον γραφήτω ἐνθα τὸ η': ἀφῆρῆσθω δ' ἔτι καὶ ἀπὸ τοῦ α': ὁ ἐννέα ὅσακις δυνατόν, καὶ τὸ ἀπὸ τούτου ἐναπολειπόμενον γραφήτω ἐνθα τὸ θ': καὶ τούτο ἴσον ἢ τῷ η': ὑγιῆς πάντως ἔσται ἡ πράξις.

Εἰ δὲ ὁ προβλεθὴς ἀριθμὸς μὴ εἴη κυβικὸς, ἐπεὶ περ ἐξαγομῆς τῆς κυβικῆς αὐτοῦ ρίζης ἐναπολείπεται τι, ἀφῆλε κ' ἀπὸ τῆ ἐναπολειφθέντος τὸν ἐννέα, τὸ δ' ἀπ' αὐτοῦ ἐναπολειπόμενον συναψον τῷ ἤδη ἐναπολειφθέντι, κ' ἀπὸ τοῦ γενομένου ἀφῆλε ὁμοίως τὸν ἐννέα, καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον ἴσον ἢ τῷ ἀπὸ τῆ α': ἐναπολειπόμενον, ὑγιῆς ἔσται ἡ πράξις. Οἷον ἔστω μὴ κυβικὸς ἀριθμὸς ὁ ε': οὗ ρίζα κυβικὴ ὁ ζ': καὶ ἐναπολειφθὲν ὁ η': ἀφῆλε δὲ ἀπὸ τοῦ ζ': τὸν ἐννέα, καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον ἔστω ὁ θ': ὅς τις ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος ποιείτω τὸν κ': ἀφ' ὃ ἀφῆρῆσθω ὁ ἐννέα, κ' τὸ ἐναπολειπόμενον γραφήτω ἐνθα τὸ λ': ἐφ' ὃ πολλαπλασιασθῆτω ὁ θ': κ' ἀπὸ τοῦ γενομένου ἀφῆρῆσθω αὐθις ὁ ἐννέα. κ' τὸ ἐναπολειπόμενον γραφήτω ἐνθα τὸ ς': ἀφῆρῆσθω δ' ἐπὶ τῷ η': ὁ ἐννέα, τὸ δ' ἀπ' αὐτοῦ ἐναπολειπόμενον ἔστω ὁ ξ': ὅπερ συνωφθῆτω τῷ ς': καὶ ἀπὸ

α:	34328125:
β:	325:
β:	325:
	1625:
	650
	975
γ:	105625:
	325:
	528125:
	211250
	316875
δ:	34328125:
ε:	1738:
κ:	10:
ξ:	12:
ξ:	12:
	24:
	12
θ:	144:
ζ:	12:
	288:
	144
	1728:
κ:	10:
λ:	1738:
α:	12167:
β:	23:
γ:	5:
γ:	5:
δ:	25:
ε:	7:
γ:	5:
ζ:	35:
κ:	8:
δ:	8:

E. V. ΔΕΛΤΑ 2006

ἐπὶ τοῦ γενομένου π': ἀφαιρήσθω εἰ δυνατόν ὁ ἐννέα, εἰ δὲ γε ὁ π': ἐλάττων εἴη τοῦ ἐννέα, ἀφαιρήσθω μόνον ὁ ἐννέα ἀπὸ τοῦ ε': καὶ τὸ ἀπ' αὐτοῦ ἐναπολειπόμενον παραβληθῆτω τῷ π': ἢ γὰρ τῷ ἀπὸ τοῦ π': ἐναπολειπομένῳ. καὶ ἴσον τῷ π': εὔρεθῆναι, ὕγιής ἢ πράξις εἶναι. Ἀφαιρουμένου γὰρ τοῦ ἐννέα ἀπὸ τῆς ρίζης, καὶ τοῦ ἐναπολειφθέντος ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζομένου, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κ': τοῦ ἐννέα αὖτις ἀφαιρουμένου τὸ αὐτὸ ἐναπολείπεται, ὅπερ ἂν καὶ ἀπὸ τοῦ τετραγώνου τῆς ρίζης ἐναπολειφθῆναι. Πολλαπλασιαζομένῳ δὲ τοῦ λ': ἐναπολειφθέντος ἐπὶ τὸν θ': καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου μ': τοῦ ἐννέα ἀφαιρουμένου ἐναπολείπεται πάντως ὅπερ ἂν καὶ παρὰ τοῦ κύβου. ὅτι δὲ ὁ προβληθεὶς ἀριθμὸς μὴ εἴη κύβος, ὡς ὁ ε': ἐπεὶ ἐξαγομένης τῆς κυβικῆς αὐτοῦ ρίζης ἐναπολείπεται ὁ ἦ: διάτοι τοῦτο ἀφαιρεῖται καὶ ἀπὸ τούτου ὁ ἐννέα, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ξ': συναπτεται τῷ ν': καὶ τοῦ γενομένου ἀφαιρεῖται ὁ ἐννέα εἰ δυνατόν.

ε: 4108:
ζ: 16: η: 12:
θ: 7:
κ: 49:
λ: 4:
θ: 7:
μ: 28:
ν: 1:
ξ: 3:
π: 4:
ρ: 4:

Πρότασις Β.

Μὴ κυβικοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ τὴν πλησιεστέραν αὐτῷ τῇ ἀληθεῖς ρίζαν εὔρειν.

Ἄπλως μὲν ἐν παντὸς ἀριθμοῦ ἔξῃσι κατὰ τὴν ἤδη παραδοθέντα τρόπον τὴν κυβικὴν εὔρισκειν ρίζαν, τοῦ δὲ μὴ κυβικῆς δυνατόν καὶ ἄλλως θηρεῦσαι τὴν πλησιεστέραν τῇ ἀληθεῖς κυβικῆς ρίζαν, τὰ μὲν δοθέντος ἀριθμοῦ ἐπίτινα κυβικὸν πολλαπλασιαζομένῳ ἀριθμῷ, καὶ τῆτον δεκαδικὸν διὰ τὸ εὐχερίστερον, ὅσον δ' ἂν εἴη μείζων ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς, τοσαῦτον ἀκριβέστερα εἶναι ἢ πράξις, τὰ δὲ γενομένου εὔρεθῆναι τῆς κυβικῆς ρίζης, καὶ τὰ ἤδη εἰρημένα, ταύτης δὲ μεριζομένης ἐπὶ τὴν ρίζαν τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ, ἐφ' ὃν ὁ δοθεὶς πεπολλαπλασιάσασαι, οὕτω γὰρ ἔξῃσι τὴν προσεχέστεραν ρίζαν παντὸς μὴ κυβικοῦ ἀριθμοῦ.

Ἐστω γὰρ μὴ κυβικὸς ἀριθμὸς ὁ α': δεκαδικὸς δὲ κυβικὸς ὁ β': οὗ ρίζα ὁ γ': ἐφ' ὃν τοῦ α': πολλαπλασιαζομένῳ γενέσθω ὁ δ': τούτου εὔρεθῆτω κατὰ τὸν προημνησθέντα τρόπον ἡ κυβικὴ ρίζα, καὶ ἔστω ὁ ε': ὅς τις μερισθῆτω ἐπὶ τὸν γ': καὶ ἔστω πηλίκον ὁ ζ': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ ἦ θ', κλάσματος. Λέγω δὴ τὸν ζ': ἀριθμὸν ρίζαν εἶναι τοῦ α': προσεχέστεραν. Συνεσάσθω γὰρ ἐκ μὲν τῶν δ': καὶ β': ἀριθμῶν τὸ δ' β', κλάσμα, ἐκ δὲ τῶν ε': καὶ γ': ριζῶν τὸ ε' γ', καὶ τελευταῖον ἐκ τοῦ α': δοθέντος ἀριθμοῦ καὶ τῆς κ': μονάδος συνεσάσθω τὸ α' κ', κλάσμα. καὶ ἐπεὶ τὰ μὲν β': ρίζα εἶναι ὁ γ': τοῦ δ' αὐ' δ': εὔρεται ὁ ε': πάντως γε τὸ ε' γ', κλάσμα προσεχέστερα ἐστὶ ρίζα τοῦ δ' β', τοῦτο δὲ ἴσον ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῷ, ὡς δειχθήσεται, τὸ ε' γ', ἀρα κλάσμα ρίζα ἐστὶ καὶ τοῦ α'. Ἐπεὶ δὲ τὸ ε' γ', ἴσον ἐστὶ τῷ ζ': ἀριθμῷ καὶ ἦ θ', κλάσματι κατὰ τὴν 15. τοῦ παρόντος, ὁ ζ': δήπουθεν ἀριθμὸς μετὰ τῷ ἦ θ', κλάσματος ρίζα ἐστὶ τοῦ α': ἀριθμοῦ.

α: 40: β: 1000:
δ: 40000: γ: 10:
27
13000: ε: { 34:
9: γ: 10: { ε: 4:
27: ζ: { 3: θ: 10: ε: 40:
108
144 δ: 40000: κ: 40
1224 β: 1000: κ: 1:
64
12304: ε: 34:
696: γ: 10:
13000:

Ὅτι δὲ τὸ δ' β', κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῷ δὴλον. Ὁ μὲν γὰρ β': τὸν α': πολλαπλασιάσας τὸν δ': πεποίηκεν, εἰάν δὲ καὶ τὴν μοῖρὰ πολλαπλασιάσῃ ἑαυτὸν πάντως ποιήσει, ὡς ὡς ἔχει ὁ α': ἀριθμὸς πρὸς τὴν κ': μονάδα, ἔχει καὶ ὁ δ': πρὸς τὸν β': κατὰ τὴν 15. τοῦ ζ'. Εὐκλείδης. καὶ δὲ τὴν γ'. τοῦ παρόντος τὰ δ' β', α' κ', κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις εἶναι. ἀλλὰ τὸ α' κ', κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῷ. οὐδὲν γὰρ ἡ α': μονὰς ἀριθμῷ τινι ὑποκειμένη παράσησιν, ἢ ὅτι ὁ ἀριθμὸς ἐκεῖνος ὑφ' ὃν κεῖται ἡ μονὰς ὀλόκληρὸς ἐστὶν, ἀρα τὸ δ' β', κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῷ.

Κατὰ μὲν ἔν τας ἤδη παραδοθείσας ἐφόδους πρὸς εὔρεσιν τῆς κυβικῆς ρίζης δυνάμεθα παντὸς ἀριθμοῦ κυβικοῦ τε καὶ μὴ, τὴν κυβικὴν ἐξάγειν ρίζαν, μετὰ τίνος μέρτοι δυσχερείας τὰ καὶ πόνου. Ἐξέσι δὲ τῷ βυλομένῳ καὶ ἀπορωτέρον πως τῆτο ποιῆν ἅπαξ ποτε ποιήσαντι εἰς κατασκευὴν τινὸς Διαγράμματος, ὃ καὶ Ἐσχάραν οἱ περὶ τὰ τοιαῦτα ἐνασχολούμενοι καλοῦσιν. ἐστὶ δὲ ἡ κατασκευὴ τοῦ Διαγράμματος τούτου τοιαύτη. Συνεσάσθω παραλληλόγραμμον ἑτερόμηκες, οἷον τὸ α' β' γ' δ', καὶ τούτου ἡ μὲν α' β', πλευρὰ διαιρεθῆτω εἰς μέρη ἴσα ἀλλήλοις δέκα, τὰ α' ε', ε' ζ', ζ' ἦ καὶ λοιπὰ. Ἡ δὲ α' δ', εἰς ἑξῆκα, ἀνίστα μέρτοι, τὰ α' θ', θ' κ', κ' λ', καὶ λοιπὰ. καὶ τούτων τὸ μὲν α' θ' ἔστω ἐλάχισον, τὰ δὲ ἐφεξῆς ἐπὶ τὸ μείζον αἰεὶ χαρτεῖταισαν ἀναλόγως τοῖς ὑπ' αὐτῶν περιεχομένοις ἀριθμοῖς. Ἀπὸ δὲ τῶν τομῶν ἑκατέρας τῶν α' β', α' δ', παράλληλοι ἀχθήτωσαν εὐθεῖαι αἰ μὲν τῇ α' β', αἰ δὲ τῇ α' δ', αἰ θ' μ', κ' ν', λ' ξ', ε' ο', ζ' π', ἦ ρ, καὶ λοιπαί, καὶ διαιρεθῆσονται τὰς εὐθεῖαις παραλληλόγραμμον εἰς μέρη δέκα πρὸς τοῖς ἑκατὸν ἀνόμοια τῶντε ὅλην καὶ ἀλλήλοις. Τοῦτο δὲ κατασκευασθέντων, γραφήτω ἐν μὲν τῷ α'. καὶ κοινῶ μέρει τῶν α' μ', α' ο', παραλληλόγραμνον ἑτερόμηκες, ἐν δὲ τοῖς λοιποῖς τοῦ μὲν α' μ', κατὰ βᾶθος γραφήτωσαν οἱ ἀπὸ μέρτοι γὰδες

τάδος ἀρχόμενοι ἀριθμοὶ μέχρι τοῦ ρ: τοῦ δὲ αὐτοῦ, κατὰ πλάτος γραφῆται ἐν ἑκάστῳ μέρει ὁ χαρακτήρ οὗτος Κ: ἀλλ' ἐν μὲν τῷ β'. μέρει τῷ θ' σ', ἕστω ὁ αὐτὸς χαρακτήρ μόνος, ἐν δὲ τοῖς λοιποῖς γραφῆταισαν ἐν ἑκάστῳ ἰφίξῃς τοῦ Κ: χαρακτήρος εἰς τις τῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων μέχρι τοῦ ἑννία, ὡς ἐν μὲν τῷ α'. τοῦ αὐτοῦ παραλληλογράμμου μέρει τῷ θ' ε', εἶναι τὸν ρ: ἐν δὲ τῷ β'. τῶν Κ: χαρακτῆρα μίον, ἐν δὲ τῷ γ. τῶν Κ: μῆτις τῆς μονάδος, καὶ ἐν ἑκάστῳ τῶν λοιπῶν τῶν αὐτῶν Κ: μεθ' ἑνὸς χαρακτήρος τῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων, καὶ κατὰ τῆς φυσικῆς αὐτῶν χωρίται προόδου εὐτάκτως. Τῶν δ' ἡτῶν εὐτρεπιζομένων γραφῆταισαν ὑπὸ μὲν τοῦ Κ: χαρακτήρα τῶν ἐν τῷ θ' σ', παραλληλογράμμοι ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι κύβου χαρῶντες ἐπὶ βάθος ἐπὶ τὸ μείζον, ὡς συσοικεῖν ἕκαστον τῆ ἰδίᾳ ρίζῃ. Ὑπὸ δὲ τοὺς λοιποὺς ἑμοίους χαρακτῆρας, οἷς καὶ οἱ τῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων ἀριθμῶν πρόσκεινται χαρακτῆρες, τετάχθωσαν οἱ ἀπὸ παντοῦ κυβικοῦ ἀριθμοῦ ἐναπολειπόμενοι ἀριθμοὶ ἀφαιρουμένου α'. τοῦ προσεχέστερου κύβου τῷ α'. μέρει τοῦ προβαλλομένου, οὗ ἡ κυβικὴ ζητεῖται ρίζα. Ἐξῆς δὲ τοὺς τοιοῦτους ἀριθμῶς τοικύτη κεχρημένους ἰφῶδω.

	ρ	Κ	Κ: 1	Κ: 2	Κ: 3	Κ: 4	Κ: 5	Κ: 6	Κ: 7	Κ: 8	Κ: 9
ε	1	1	331	1261	2791	4921	7651	10781	14911	19441	24571
ζ	2	8	728	2168	5768	10088	15608	22328	30248	39368	49688
η	3	27	1197	4167	8937	15507	23870	34047	46017	59787	75357
θ	4	64	1744	5824	12304	21184	32464	45144	59224	74704	91584
ι	5	125	2375	7625	15875	27125	41375	58625	78875	102125	128375
κ	6	216	3096	9576	19656	33336	50516	71469	95976	124056	155736
λ	7	343	3913	11683	23653	39823	60193	84763	113533	146503	183673
μ	8	512	4832	13753	27872	46572	70112	98432	131552	169472	212192
ν	9	729	5829	16389	32319	53649	80279	112509	150939	192965	241299

ἰφῶδω γὰρ ἕκαστος χαρακτήρ τῶν ἐν τῷ αὐτῷ, παραλληλογράμμο ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων ἀριθμῶν εἶναι δεκαδικός. Ταῦτόν δ' εἶναι εἰπεῖν, ἡ μὲν μονὰς εἰληφθῶ ἀντὶ τοῦ 10: ὁ δὲ 2: ἀντὶ τοῦ 20: ὁ δὲ 3: ἀντὶ τοῦ 30: καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστος ἀντὶ τοῦ ἀνάλογον. Εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ἕκαστος τῶν αὐτῶν ἀριθμῶν ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ ὁ ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνος τριπλασιασθῆτω, ὁ δὲ συσαθείς πολλαπλασιασθῆτω ἐφ' ἑνα ἕκαστον χωρὶς τῶν ἐν τῷ αὐτῷ, παραλληλογράμμο, καὶ ὁ γεόμενος διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ γραφῆται, καὶ μόντοι ἐν τῷ Διαγράμματι, ἀλλ' ἐν ἄλλῳ τινὶ τόπῳ. Πολλαπλασιαζομένη δὲ καὶ τοῦ τριπλασίου ἕκαστου τῶν ἐν τῷ αὐτῷ, παραλληλογράμμο δεκαδικῶν ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ τετράγωνον ἕκαστου τῶν ἐν τῷ αὐτῷ, Παραλληλογράμμο ὁ συνισάμενος γραφῆται ὑπ' ἐκείον, ὑφ' ὃν τετάχθω καὶ ὁ κύβος τοῦ ἐφ' ὃν ὁ Πολλαπλασιασμός γέγονε τῷ τριπλασίῳ τοῦ τετραγώνου καὶ τῆς ρίζης τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐν τῷ αὐτῷ, παραλληλογράμμο, καὶ ὁ ἐκ τῶν τριῶν ἀλλήλοις συναπτομένων συνισάμενος τετάχθω ἐν τῷ Διαγράμματι συντρέχουσιν οἱ πρὸς ἀλλήλους παραβαλλόμενοι. Οἷον πολλαπλασιασθῆτω ὁ 10: ἀριθμὸς ὁ ἐν τῷ σ' λ', παραλληλογράμμο ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ ὁ γεόμενος 100: τριπλασιασθῆτω, ὁ δὲ συνισάμενος 300: πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὴν μονάδα τὴν ἐν τῷ ε' τ', παραλληλογράμμο, καὶ ἐπεὶ οὐδεμίαν δέχεται τροπὴν γραφῆται ἔνθα τὸ Α': τριπλασιασθῆτω δὲ καὶ ὁ 10: ὅς ἐστι ρίζα τῷ 100: καὶ ὁ γεόμενος 30: πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ἐν τῷ ε' τ', μονάδος, ἡτοι ἐπ' αὐτὴν τὴν μονάδα, δύναμι γὰρ ἐστὶ πάντα, καὶ ἐπεὶ ὁ αὐτὸς ἐναπομένει, γραφῆται ὑπὸ τὸν 30: ἔνθα τὸ Β': ὑφ' ὃν τετάχθω μονὰς ἀντὶ τῷ κύβου, καὶ συνάψως γεομένης, ὁ συμποσάμενος Γ': τετάχθω ἐν τῷ σ' φ', παραλληλογράμμο τῆ κοίτῃ συνδρομῇ τῆς ἐν τῷ ε' τ', μονάδος καὶ τῷ ἐν τῷ σ' λ', 10: ἀριθμοῦ. Αὐτίς παραβληθῆτω ὁ 10: ἀριθμὸς ὁ ἐν τῷ σ' λ', παραλληλογράμμο πρὸς τὸν 2: χαρακτήρα τὸν ἐν τῷ ἡ τ', πολλαπλασιασθῆτω δὲ ὁ 10: ἐφ' ἑαυτὸν, ὅς καὶ πρότερον, καὶ ὁ ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνος τριπλασιασθῆτω, καὶ ὁ γεόμενος 300: πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν 2: καὶ ὁ συνισάμενος 600: γραφῆται ἐν τινὶ τόπῳ, ὡς ὅρας, εἶτα πολλαπλασιασθῆτω τὸ τριπλασίον τῷ 20: ἄλλ: ὁ 30: ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῷ 2: ἡτοι τὸν 4: καὶ ὁ γεόμενος 120: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 240: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 480: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 960: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1920: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 3840: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 7680: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 15360: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 30720: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 61440: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 122880: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 245760: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 491520: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 983040: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1966080: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 3932160: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 7864320: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 15728640: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 31457280: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 62914560: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 125829120: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 251658240: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 503316480: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1006632960: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 2013265920: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 4026531840: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 8053063680: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 16106127360: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 32212254720: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 64424509440: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 128849018880: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 257698037760: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 515396075520: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1030792151040: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 2061584302080: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 4123168604160: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 8246337208320: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 16492674416640: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 32985348833280: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 65970697666560: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 131941395333120: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 263882790666240: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 527765581332480: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1055531162664960: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 2111062325329920: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 4222124650659840: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 8444249301319680: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 16888498602639360: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 33776997205278720: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 67553994410557440: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 135107988821114880: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 270215977642229760: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 540431955284459520: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1080863910568919040: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 2161727821137838080: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 4323455642275676160: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 8646911284551352320: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 17293822569102704640: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 34587645138205409280: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 69175290276410818560: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 138350580552821637120: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 276701161105643274240: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 553402322211286548480: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1106804644422573096960: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 2213609288845146193920: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 4427218577690292387840: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 8854437155380584775680: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 17708874310761169551360: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 35417748621522339102720: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 70835497243044678205440: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 141670994486089356410880: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 283341988972178712821760: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 566683977944357425643520: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1133367955888714851287040: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 2266735911777429702574080: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 4533471823554859405148160: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 9066943647109718810296320: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 18133887294219437620592640: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 36267774588438875241185280: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 72535549176877750482370560: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 145071098353755500964741120: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 290142196707511001929482240: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 580284393415022003858964480: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1160568786830044007717928960: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 2321137573660088015435857920: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 4642275147320176030871715840: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 9284550294640352061743431680: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 18569100589280704124886863680: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 37138201178561408249773727360: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 74276402357122816499547454720: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 148552804714245632999094909440: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 297105609428491265998189818880: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 594211218856982531996379637760: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1188422437713965063992759275520: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 2376844875427930127985518551040: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 4753689750855860255971037102080: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 9507379501711720511942074204160: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 19014759003423441023884148408320: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 38029518006846882047768296816640: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 76059036013693764095536593633280: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 152118072027387528191073187266560: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 304236144054775056382146374533120: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 608472288109550112764292749066240: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 1216944576219100225528585498132480: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 2433889152438200451057170996264960: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 4867778304876400902114341992529920: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 9735556609752801804228683985059840: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 19471113219505603608457367970119680: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 38942226439011207216914735940239360: γραφῆται ὑπὸ τὸν 600: ὑφ' ὃν τετάχθω ὁ κύβος τοῦ 2: ἄλλ: ὁ γεόμενος 77884452878022414433829471880478720: γραφῆται ὑπὸ τ

ἐπὶ τῶν β: τὸν ἐν τῷ α' μί, καὶ γενήσεται πάντας ὁ 45000: Εἶτα πολλαπλασιασθήτω καὶ τὸ τετράγωνον τῶ β: δηλ: ὁ 36: ἐπὶ τὸν τριπλασίον τῶ 5: τοῦ ἀντὶ 50: λαμβανομένη ἴσος ἐπὶ τὸν 150: καὶ συσαθήσεται ὁ 5400: ἢ τινος συσαπτεμένου τῷ 45000: κατὰ τοῦ κύβου τῶ β: χαρακτήρος, δηλ: τῶ 216: καὶ ὁ γενόμενος 50616: γραφήτω ἐν τῇ κοινῇ συνδρομῇ τῶ 5: καὶ β: χαρακτήρος ἐνθα ὁ ἀσερίσκος ἔστος * : Τούτων δὲ γενομένων καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν χαρακτήρων, εὔρεθήσονται πάντες οἱ ἐν τοῖς λοιποῖς τοῦ α' γ', Διαγράμματος παραλληλογράμμοις κείμενοι ἀριθμοί.

50:	50:	45000
50:	3:	5400
2500:	150:	216
3:	36:	
7500:	900	50616
6:	450	
45000:	5400	

Καὶ ἔστος μὲν ὁ τρόπος τῆς κατασκευῆς τῆ Διαγράμματος τῆτου, ἢ δὲ χρῆσις τοιαύτη. Ζητηθήτω γὰρ ἡ ρίζα τῶ α: ἀριθμοῦ, καὶ διαιρεθήτω σιγμαῖς κατὰ τὰ προειρημένα, καὶ δῆλον ὅτι ἡ τούτου ρίζα δυσὶ συνίσταται χαρακτήρων. Εἶτα παραβληθήτω τῶ α. αὐτοῦ μέρει, δηλ: τῶ 91: ἕκαστος τῶν ἐν τῷ 91, παραλληλογράμμοι, καὶ ἐπεὶ ἐγγύτερος αὐτῶ εὔρισκεται ὁ 64: οὗ ρίζα ὁ 4: γραφήτω ἀντὶ τοῦ α. χαρακτήρος τῆς ρίζης τοῦ α: δοθέντος ἀριθμοῦ ὁ 4: ἐνθα τὸ β: ἀφαιρούμενος δὲ τοῦ 64: ἀπὸ τοῦ 91: ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 27: γραφήτωσαν ἐφεξῆς τῶν τούτων χαρακτήρων καὶ οἱ λοιποὶ τοῦ α: χαρακτῆρες, καὶ ὁ συνισάμενος γ: ζητηθήτω ἐν τῇ παραλληλογράμμοι τῶν τῶ αβ, Διαγράμματος κείναι, καὶ ἐπεὶ εὔρισκεται, ἐνθα τὸ 3: συσοιχῶν τῷ 5: χαρακτῆρι τῶν ἐν τῷ α' μί, γράψον ἀντὶ τῶ β: χαρακτήρος τὸν 5: ἐφεξῆς τῶ 4: καὶ ὁ β: ἔσαι δῆπουθεν ἡ ζητημένη ρίζα τῶ δοθέντος α: ἀριθμοῦ.

δ: 91125:	β: 45:
64:	
ζ: 27125:	

Δοθήτω ἔτι ὁ δ: ἀριθμὸς καὶ ζητηθήτω ἡ τῆς ρίζα, γενομένης ἔν τῆς Δια- ρίσεως κατὰ τὰ προειρημένα, ζητηθήτω ὁ προσεχέστερος κύβος τῷ α. αὐτοῦ μέρει, καὶ ἐπεὶ εὔρισκεται ὁ 729: οὗ ρίζα ὁ 9: γραφήτω ἀντὶ τῶ α. χαρακτήρος τῆς ζητημένης ρίζης τοῦ δ: ἀριθμοῦ ὁ 9: ἐνθα τὸ ε: Εἶτα ἀφαιρέθητω ὁ 729: ἀπὸ τῶ α. μέρους τοῦ δ: ἴσος τῶ 970: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 241: γραφήτωσαν ἐφεξῆς τούτου καὶ οἱ λοιποὶ χαρακτῆρες τοῦ δ: δοθέντος ἀριθμοῦ, καὶ συσαθήσεται ὁ ζ: ἀριθμὸς. Ἐπεὶ δὲ καὶ οὗτος ἐν τῷ Διαγράμματι συσοιχῶν τῷ 9: εὔρισκεται, γραφήτω αὐτὸς ἀντὶ τῶ β. χαρακτήρος τῆς ρίζης τῶ δ: ἀριθμοῦ ἐφεξῆς τῶ ἤδη γεγραμμένῳ 9: καὶ ἔσαι πάντως ρίζα τοῦ δοθέντος δ: ἀριθμοῦ ὁ ε:.

δ: 970299:	β: 09:
ζ: 729:	
241299:	

Ζητηθήτω γ. ἡ ρίζα τοῦ η: ἀριθμοῦ, καὶ τῆς πράξεως γενομένης, ὡς προειρημύεται, ἐπεὶ τοῦ προσεχέστερου κύβου τῷ α. μέρει τοῦ δοθέντος η: ἀριθμοῦ ρίζα ἔστιν ὁ 2: χαρακτήρ, δῆλον ὅτι πρῶτος χαρακτήρ τῆς ζητημένης ρίζης ὁ 2: ἔστιν. Ἐπεὶ δὲ τῇ Α' φαιρέσει τοῦ 8: κύβου ἀπὸ τῶ α. μέρους τῶ η: οὐδέντι ἐναπολείπεται, κείσθω ἐφεξῆς τοῦ 2: τζίφρα, ὡς ρίζα τῶ η: δοθέντος ἀριθμοῦ ἔστιν ὁ 20:

η: 8000:	β: 20:
8:	
0000:	

Ἰσίου δ' ὅτι οἱ προβληθέντες ἀριθμοὶ ἐντελεῖς εἰσι κύβοι, διὸ δὴ ἐπὶ τῆς πράξεως οὐδέντι ἐναπολείπεται. Ἐπειδὴ δὲ ζητηθῆ ρίζα μὴ κυβικοῦ ἀριθμοῦ, ζητητέον τὸν προσεχέστερον τῶ ἐναπολειπομένῳ ἀριθμῷ. Οὐ γὰρ εὔρισκεται ἐν τῷ α' γ', Διαγράμματι ὁ τυχὼν ἀριθμὸς, ὅτι μὴ αἱ ρίζαι τῶν κύβων τῶν μέχρι τριῶν αὐξομένων χαρακτήρων, οἷτε κύβοι τῶν αὐτῶν ριζῶν, καὶ οἱ ἐναπολειπόμενοι ἀφ' ἑκάστου κύβου τῇ Α' φαιρέσει τοῦ προσεχέστερου κύβου τῷ α. αὐτῶ μέρει.

Δεδόσθω γὰρ ὁ κ: ἀριθμὸς καὶ ζητηθήτω ἡ τούτου ρίζα. διαιρεθήτω δὴ ὁ κ: ἀριθμὸς εἰς δύο, κατὰ τὰ προειρημένα καὶ ἐπεὶ τῶ α. αὐτοῦ μέρει προσεχέστερος κύβος ἔστιν ὁ 27: οὗ ρίζα ὁ 3: γραφήτω ἀντὶ τῶ α. χαρακτήρος τῆς ζητούμενης ρίζης ὁ 3: ἀφαιρούμενος δὲ τοῦ 27: ἀπὸ τῶ α. μέρους τῶ κ: ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 23: γραφήτωσαν ἐφεξῆς τῶν τῆτου χαρακτήρων, οἱ τοῦ β. μέρους χαρακτῆρες, καὶ ὁ συσαθείς μ: ζητηθήτω ἐν τῷ α' γ', Διαγράμματι, καὶ ἐπεὶ εὔρισκεται, εἰλήφθω ὁ τούτου προσεχέστερος ν: ὅστις συσοιχῆ τῷ 7: χαρακτῆρι τῶν ἐν τῷ α' μί, παραλληλογράμμοι, καὶ γραφήτω ἀντὶ μὲν τῶ β. χαρακτήρος τῆς ζητούμενης ρίζης ὁ 7: ἀφαιρούμενος δὲ ὁ ν: ἀπὸ τοῦ μ: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 6: δῆλον ὅτι ρίζα τῶ κ: ἀριθμοῦ ἔστιν ὁ 27: ἐναπολείπεται δὲ καὶ ὁ 134:

κ: 50787	β: 37:
27:	
μ: 23787:	
ν: 23653:	
ε: 00134:	

Ἰσίου ἔτι, ὅτι τὸ παρὸν Διάγραμμα χρησιμεύει μόνον τοῖς μὴ τὸν ἕξ ὑπερβαίνουσιν ἀριθμοῖς τῶν χαρακτήρων, ἐξ ὧν καὶ συνίστανται. Ὅτε δὲ ὁ προβληθείς κυβικὸς ἀριθμὸς ἐκ πλείονων ἢ ἕξ συνίσταται χαρακτήρων, ἐφ' ἑτέραν τινὰ καταφυκτέον ἴσοδον τῶν προερμινευθειῶν, ἢ μεριστέον τὸν δοθέντα ἀριθμὸν, οὗ ἡ κυβικὴ ζητεῖται ρίζα, ἐπὶ τινε κυβικὸν ἀριθμὸν, οὗ ἡ κυβικὴ ἔγνωσαι ρίζα, καὶ τὸ πηλίκον πολλαπλασιαστέον ἐπὶ τὴν τοῦ μεριστοῦ ρίζαν. κατὰ τὴν τὸν κατὰ τῆς Διαρίσεως ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸν μεριστὸν, ἔχει καὶ τὸ πηλίκον πρὸς τὸν μερίζομενον, ἀλλ' οἱ κύβοι ἐκ τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων ριζῶν, κειμένης ἄρα καὶ τῆς μονάδος ἀντὶ κύβου, ἢ φαιρούμενος, ἀπὸ τῆς ρίζης λαμβανομένης πρὸς τὴν ρίζαν τοῦ μερίζοντος κύβου, ὡς τὸ πηλίκον πρὸς τὴν ρίζαν τῶ μερίζομενου. ἐγνωσμένης ἄρα τῆς ρίζης τοῦ μερίζοντος κύβου, καὶ τῆς διδομένης ἀπὸ τῆς Διαρίσεως, εἰς γένηται Πολλαπλασιασμὸς τῶν αὐτῶν πρὸς ἀλλήλα, ἕξασθαι

Θήσεται πάντως ὁ ζητούμενος ὁ ὅρος, ἡ ρίζα δηλ. τῶ διδομένων. Δεῖ δὲ τὸν μερίσθητα κύβου πη-
λίκον εἶναι μέρος τοῦ μεριδισομένου.

Πρότασις Γ'.

Κλάσματος οἰκδηπστῆν δοθέντος πῆν κυβικήν αὐτῆ ρίζαν ἐκβαλεῖν.

Ἐστω κλάσμα τὸ $\alpha\beta$, οὗ ἡ κυβική ζητεῖται ρίζα. Ἐπεὶ δὲ καὶ τῶν κλα-
σμάτων τὰ μὲν εἰσὶ κυβικὰ τὰ δὲ μὴ, ὡσπερ καὶ οἱ ἀκέραιοι τῶν ἀριθμῶν,
καὶ κυβικὰ μὲν εἰσιν, ὧν οἱ ὅροι κυβικοὶ, μὴ κυβικὰ δὲ ὧν οὐδὲ οἱ ὅροι κυ-
βικοὶ εἰσι, σκεπτέον πρῶτον ὁποῖον ἂν εἴη τὸ δοθὲν κλάσμα. κἂν μὲν κυβικὸν ᾖ, εὐρεθήτω ἡ
κυβική ρίζα ἑκατέρου τῶν ὀρων αὐτοῦ, καὶ συνεσάσθω ἐκ τῶν εὐρεθεισῶν ριζῶν ἕτερον κλάσμα,
καὶ τοῦτο εἶσαι ἡ κυβική ρίζα τοῦ δοθέντος κλάσματος. Ἐπεὶ τοίνυν τὸ $\alpha\beta$, κυβικὸν εἶναι, εὐρεθή-
τω α ἡ κυβική ρίζα τοῦ α : ἀριθμοῦ, καὶ τὴν ἀνωτέρω, καὶ ἔστω γ : ἀριθμὸς, εἶτα εὐρεθή-
τω, καὶ τὴν αὐτήν, καὶ ἡ ρίζα τῶ β : παρονομασοῦ, καὶ ἔστω δ : ἐξ ὧν συνεσάσθω τὸ $\gamma\delta$, κλά-
σμα, καὶ τοῦτο εἶσαι ρίζα κυβική τῶ $\alpha\beta$, κλάσματος, πολλαπλασιαζομένου γὰρ τοῦ αὐτοῦ $\gamma\delta$,
κλάσματος ἐφ' ἑαυτὸ, συσαθήσεται τὰ αὐτοῦ τετράγωνον, πολλαπλασιαζομένου δὲ καὶ τοῦ τετρα-
γώνου ἐπὶ τὸ $\gamma\delta$, κλάσμα, συσαθήσεται τὸ $\alpha\beta$. Εἶδε τὸ δοθὲν κλάσμα μὴ εἶναι κυβικὸν, εὐρε-
θήτω ἡ ἀκριβέστερα ρίζα τοῦ τῶ ἀριθμοῦ καὶ παρονομασοῦ, καὶ ἐξ αὐτῆ συνεσάσθω κλάσμα, κα-
κεῖτο εἶσαι τὸ ζητούμενον.

α : 27: γ : 3:
 β : 64: δ : 4:

Τοσούτοι μὲν ἔν καὶ τοιοῦτοι οἱ ἀκριβέστεροι τῆς τῶν ριζῶν Ἐξαγωγῆς τρόποι. Εἰώθασι δέ τιτες
καὶ περί τιτων ἄλλων διαλαμβάνειν ἐν τῷ τέλει τῆς παρούσης Πραγματείας, ἅτινα διὰ τὸ περιέργει
εἶναι μᾶλλον ἢ χρήσιμα παρελείφθησαν. Ἐρούμεν δὲ ἐν τοῖς ἔξῃς διὰ βραχείων περί τε τῆς Γεωμε-
τρικῆς, καὶ Ἀστρονομικῆς Ψηφφορίας, ὡς ἄλλοις τισὶ χρειωδесаῖτης ἕτης.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Η.

Περὶ Γεωμετρικῆς Ψηφφορίας.

Ψηφφορία, ἣτις καὶ Ψηφφορία μεταλήψει τῶ στοιχείου, παράτισι λέγεται, ἔξις τίς ἐστιν ἐπί-
κτιτος διατομική περί τὰς τῶν ἀριθμῶν κατὰ τοὺς πάλαι καταγινόμενῃ ψήφους, καθὰ καὶ τῶ
γράμα δηλοῖ. Οἱ γὰρ ἀρχαῖοι ψήφους τισὶν ἐχρῶντο, ὡς ἐν ἀρχῇ εἶρηται, λογιζόμενοι. Ἐπεὶ
δὲ ἡ τῶν ἀριθμῶν χρήσις παντὶ εἶδει τῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης χρειωδесаῖτη ἐστίν, ἅτε οὐ
τῆς Ἀριθμητικῆς κοινῆς τινὸς οὐσίας ὑπερέτιδος, διάτοι τοῦτο καὶ διαφοροῦ τετύχηκε τῆς ἐπιση-
μίας. ἢ μὲν γὰρ τοῖς Γεωμέτραις συγγελεῖ, Γεωμετρική ποσαγορεύεται. ἢ δὲ τοῖς Ἀστρονό-
μοις Ἀστρονομική, ἢ δὲ ἄλλοις τισὶν ἄλλως. Χρῶνται δὲ οἱ τῶν Γεωμέτρων Παῖδες ταύτη πρὸς
τὴν τῶν μήκων, ἐπιφανειῶν, καὶ σεριῶν ἢ οἱ σωμάτων διανομήντε καὶ διαμέτρησιν. Τὸ δὲ παρ
αὐτοῖς κοινὸν μέτρον ράβδος τίς ἐστιν, εἰς δέκα μέρη, ἃ καὶ πρῶτα λέγονται, ἴσα ἀλλήλοις δι-
ρημίη, ἢν τινα ψήφου Γεωμετρικῆν, ράβδον, δεκάποδα, καὶ δεκαδικὸν ποσαγορεύουσιν ἀριθμὸν.
Ἐκασον δὲ τῶν δεκαδικῶν αὐτῆς μερῶν εἰς δέκα β'. ὑποδιαιρῆσι, καὶ τούτων αὐδὲς ἕκασον εἰς δέ-
κα τρίτα, ἕκασον δὲ τῶν τρίτων εἰς δέκα τέταρτα, καὶ τῶτο ἐφεξῆς ποιῶσι μέχρι τῶν ἕκτω δια-
τὸ ἀκριβέστερον. Δῆλον δ' ὅτι τῆς δεκάποδος ταύτης ράβδου ἕκασον μὲν τῶν πρώτων μερῶν δεκα-
δικόν ἐστιν, ἕκασον δὲ τῶν β'. ἑκατοσόν, ἕκασον δὲ τῶν τρίτων χιλιοσόν, ἕκασον δὲ τῶν τετάρ-
των μυριοσόν, τῶν δὲ λοιπῶν ἕκασον ἄλλης τινὸς ἐπιτεύχεται προσηγορίας, ὡς ὀφόμενα. Λύ-
σις τῶν μὲν δεκαδικῶν αὐτῆς μερῶν ἕκασον πῆς λέγεται, καὶ λεπτόν α'. τῶν δὲ ἑκατοσῶν λεπτόν
δευτέρον, τῶν δὲ χιλιοσῶν λεπτόν τρίτον. τῶν δὲ μυριοσῶν τέταρτον. καὶ τῶν τὸ δέκατον, πέμ-
πτον, ὡσπερ καὶ τοῦ πέμπτου τὸ δέκατον, ἕκτον προσηγορεύεται. Γνώρισμα δὲ τῆς μὲν δεκάπο-
δος τὸ ε': τῶν δὲ λοιπῶν γραμμαὶ ἐλάχιστοι, μία μὲν τῶν α'.
λεπτῶν, δύο δὲ τῶν β'. τρεῖς δὲ τῶν τρίτων, τῶν δὲ τετάρ-
των τέσσαρες, τῶν δὲ ε'. πέντε, καὶ τῶν σ'. ἕξ, ὡς ἐπὶ τοῦ
πρόστος καθοράται ὑποδείγματος, οὗ ἐν μὲν τῶ α'. εἴχον δε-
κάποδες εἰσι τεσσαρεσκαίδεκα, λεπτὰ δὲ α'. ὀκτώ, δευτέρα δὲ ἑνὴν, καὶ τὰ α'
ἕκτω, τέταρτα δὲ ἕξ, πέμπτα δὲ τέσσαρα, καὶ ἕκτα δύο. ἐν δὲ τῶ β'. εἴχον δεκάποδες εἰσι
εἰσι ἑνὴν, λεπτὰ δὲ α'. ὀκτώ, δευτέρα δὲ καὶ τρίτα ἕξ, τέταρτα δὲ ὀκτώ, πέμπτα ἑπτὰ, ἢ
ἕκτα τρία.

14: 8, 9, 8, 6, 4: 2:
9, 8, 6, 6, 8, 7: 3:

Ἰσίου δ' ὅτι καθάπερ παρὰ τοῖς Ἀριθμητικοῖς ἐπὶ μὲν ἀπὸ γραμμῶν οἱ ἀριθμοὶ ὑποτίθενται.

ὅτε δὲ ἀντ' ἐπιπέδων, καὶ ἄλλοτε ἀντὶ στερεῶν, ὡς ἐν ἀρχῇ εἴρηται, οὕτω καὶ παρὰ τοῖς Γεωμέτραις τὰ ἴδια μέτρα διαφόρως λαμβάνονται. Ὅτε μὲν γὰρ πρόκειται αὐτοῖς τὰ μήκη καταμετρεῖν, ἢ τὰ πλάτη, ἢ γὰρ τὰ ὕψη χωρῖς, τινικαῦτα ὡσπερ γραμμαὶ τὴν τε δεκάποδα, καὶ τῶν μερῶν ταύτης ἕκασον ὑποτιθέασιν, ἃ καὶ ἀπλὰ ὀνομάζονται μέτρα. ὅτε δὲ τὰ ἐπίπεδα, ὡς τετράγωνα, καὶ ὅτε τὰ στερεὰ, ὡς κύβους, ταῦτα γὰρ συνδέτ' εἰσι, καὶ λέγεται μέτρα. Ὡςτε φανερόν τὴν μὲν τετράγωνον δεκάποδα περιέχειν πόδας τετραγώνους ἑκατόν. τὸν δὲ τετράγωνον πόδα ἑκατόν δευτέρα λεπτά. ἕκασον δὲ τῶν τετραγώνων δευτέρων λεπτῶν ἑκατόν τρίτα, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. τὴν δὲ κυβικὴν δεκάποδα περιεκτικὴν εἶναι ποδῶν κυβικῶν χιλίων, ὡσπερ καὶ ὁ κυβικὸς πούς χίλια κυβικὰ δευτέρα λεπτά περιέχει. Ἐκασον δὲ τῶν δευτέρων τοσαῦτα τρίτα, καὶ τῶν λοιπῶν πάντων τὸ πρότερον χιλιοπλασίον ἐστὶ τῷ μετ' αὐτό.

Παρὰ δὲ τὴν δεκάποδα εἰσι καὶ ἄλλα Γεωμετρικὰ μέτρα, βήματα δηλον. σταδία, ὀκτοστάδια, καὶ τὰ λοιπὰ, περὶ ὧν ἐν τῇ τῶν Γεωγραφικῶν προβλημάτων Πραγματεῖα πλατύτερον ἠρμηνεύσαμεν. Χρῶνται δὲ καὶ τέτοις οἱ τῶν Γεωμέτρων Παῖδες κατὰ τὴν κατεπεύγεταν αὐτῆς χρῆσιν, ὅτε μὲν ὡς γραμμαῖς, ὅτε δὲ ὡς τετραγώνοις, καὶ ἄλλοτε ὡς κύβοις. Ἐπεὶ δὲ καὶ παρ' αὐτοῖς ἕκασον εἶδος ἀριθμοῦ Συναφῆς δηλ. Α' φαίρεσις, καὶ τὰ λοιπὰ, ἐμικρὸν συντελεῖ, ρητέον ἡμῖν ἤδη καὶ περὶ τῶν ἀπάντων ἐφεξῆς ἀρχομένοις ἀπὸ τῆς α'.

Περὶ Συναφῆος Γεωμετρικῆς.

Συναφῆς μὲν ἐν Γεωμετρικῇ ἐστὶ συλλογή τις ὅλων πρὸς ὅλα, ἢ λεπτῶν πρὸς λεπτά, ἢ γὰρ λεπτῶν πρὸς ὅλα. Ὅταν μὲν γὰρ τὰ προβαλλόμενα, ἢ διδόμενα ὅλα ὡσι, δεκάποδος φερ εἰπεῖν, ἢ βήματι, ἢ ἄλλοτε τῶν λοιπῶν, τινικαῦτα καὶ τὸ συμποσῶμενον ἐξ αὐτῶν ὅλων εἶσαι παρασατικόν. Ἡνίκα δὲ τὰ διδόμενα λεπτά ὡσι πρῶτα δηλ. ἢ δευτέρα, ἢ ἄλλῃ τινὸς εἶδους, εἰ μὲν τὸ συμποσῶμενον ἐξ αὐτῶν οὐχ ὑπερέξει τὸ συσατικὸν ἀριθμοῦ τῶν διδομένων λεπτῶν, τοιούτως δ' ἐστὶ ἐπὶ μὲν τῶν ἀπλῶν ὁ δέκα, ἐπὶ δὲ τῶν συνδέτων ὁ ἑκατόν, ἢ ὁ χίλια, τότε δὴ παρασατικόν εἶσαι λεπτῶν τῶν αὐτῆς εἶδους, εἰδὲ γὰρ ὑπερέξει τῶν αὐτῶν συσατικῶν ἀριθμῶν τὸ ἐξ αὐτῶν συμποσῶμενον, παρασατικόν εἶσαι λεπτῶν τῶν αὐτῆς εἶδους τοῖς δοθεῖσιν, ἐτι δὲ καὶ τῶν προσεχέστερον. Οἷον εἴαν τὰ προβαλλόμενα εἶ. ὡσι, καὶ τὸ συμποσῶμενον ἐξ αὐτῶν ὑπερέξει τὸ συσατικὸν ἀριθμῶν, ἐκτῶν τε καὶ ε. λεπτῶν εἶσαι παρασατικόν. Εἴαν δὲ ὁ. ἢ τὰ διδόμενα, τὸ συμποσῶμενον τετάρτων λεπτῶν ἐτι δὲ καὶ ε. εἶσαι ἐμφαντικόν, καπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

Ἐπειδὴν τοίνυν πρόκειται σοι συναφῆαι ὅλα εἶδους τινὸς πρὸς τι ὅλον τοῦ αὐτοῦ εἶδους, χρῆ τῇ Μεθόδῳ τῆς Συναφῆος τῶν ὀλοκλήρων ἀριθμῶν. Οἷον ἐς ὧσαν οἱ α' β' γ', ἀριθμοὶ συναφθῆσόμενοι ἀλλήλοις, ὧν ἕκασος ποσότητά τινα δεκάποδων παριστάτω. Τούτων δὲ ὡς α: 3 6: προηρμηνεύται γραφομένων, ὡςε τὰς μονάδας ὑπὸ ταῖς μονάσι κείσθαι, καὶ δεκάδας ὑπὸ ταῖς δεκάσι, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων βαθμῶν ὁμοίως, συναφθῆτωσαν πρῶτον αἱ μονάδες ἀλλήλαις, εἶτα αἱ δεκάδες, κατὰ τοὺς τῆς Συναφῆος κανόνας, καὶ ὁ γενόμενος δ' ἀριθμὸς δ: 9 0: ἴσος εἶσαι τοῖς δοθεῖσιν. ὁ Λόγος ἐκ τῶν προηρημένων σαφής.

Εἰδὲ τὰ συναφθῆσόμενα λεπτά ἢ, γραφήτωσαν τὰ τῶν αὐτῆς εἶδους λεπτά ὑπὸ τοῖς τῶν αὐτῆς εἶδους λεπτοῖς. τὰ πρῶτα δηλ. ὑπὸ τοῖς πρώτοις, τὰ δευτέρα ὑπὸ τοῖς δευτέροις, καὶ τὰ τρίτα ὡς εἰπεῖν, ὑπὸ τοῖς τρίτοις, ὡσπερ καὶ τὰ τέταρτα ὑπὸ τοῖς τετάρτοις. Εἶτα συναφθῆτωσαν ἀλλήλοις τὰ τοῦ αὐτῆς εἶδους λεπτά ἀπόρων ἐχάτων τῆς ἀρχῆς γινομένης, κὰν ὁ γενόμενος μὴ ὑπερέξει ἐπὶ μὲν τῶν ἀπλῶν τοῦ δέκα, ἐπὶ δὲ τῶν συνδέτων τῶν ἑκατόν, ἢ τοῦ χίλια γραφήτω ὑπὸ τὰ συναφθῆντα, εἴαν δὲ ὑπερέξει, γραφήτω μὲν ὑπὸ τὰ συναφθῆντα ἢ ὑπεροχῇ, τὰ δὲ λοιπὰ φυλαττέσθωσαν, ἵνα τοῖς προσεχέστεροις συναφθῶσι. Δείον μὲντοι εἶδεναι, ὅτι ἐπὶ μὲν τῶν ἀπλῶν ἀντὶ τοῦ δέκα μονὰς προσίθεται, τοῖς προσεχέστεροις, ἀντὶ δὲ τοῦ εἰκοσι δυὰς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τὸ ἀνάλογον. Ἐπὶ δὲ τῶν συνδέτων τῶν μὲν τετραγώνων μονὰς ἀντὶ τοῦ ἑκατόν τοῖς προσεχέστεροις προσίθεται, δυὰς δὲ ἀντὶ τῶν διακοσίων, καπὶ τῶν ἄλλων τὸ ἀνάλογον, τῶν δὲ κυβικῶν ἀντὶ μὲν τῶν χιλίων μονὰς, ἀντὶ δὲ τῶν διχιλίων δυὰς τοῖς προσεχέστεροις ὁμοίως προσίθεται, ὡσπερ δὴ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τὸ ἀνάλογον. Οἷον ἐς ὧ ἐπὶ παραδείγματος συναφῆαι τοὺς α' β' γ', ἀριθμοὺς, ὧν ἕκασος ἐχέτω ἐν ἑαυτῷ δεκάποδας καὶ λεπτά α. β. μέχρι τῶν ε'. ὑποκείδωσαν δὲ οἱ τοῖστοι ἀριθμοὶ ἀπλοῖ, καὶ γραφήτωσαν καταλλήλως, ὡςε τὰ τῶν αὐτῆς εἶδους λεπτά ὑπὸ τοῖς τοῦ αὐτοῦ εἶδους εἶναι λεπτοῖς. Ἀρχόμενος δὲ δεξιόθεν συναφῶν πάντα τὰ ἕκτα, καὶ ἐπεὶ τὸ ἐξ αὐτῶν οὐχ ὑπερβαίνει τὸν δέκα ἀριθμῶν, γράφω αὐτὸ ὑπὸ τῆς γραμμῆς, ὡςε συσαχεῖν τοῖς ἕκτοις. Εἶτα συναφῶν τὰ πέμπτα ἀλλήλοις, ἐπεὶ οὐ συσαττόμενα ποιεῖσιν εἰκοσι, γράφω ὑπὸ τῆς γραμμῆς στήμην, ἢ τζίφραν, ἥτις κατ' ἰσὺς ὑπὲρ σημαίνει, τὰ γὰρ εἰκοσι πέμπτα ἐξισῶνται δυοῖς τετάρτοις, διὸ συναφῶν τὰ τετάρτα

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
α:	12	8	6	3	5	7	4				
β:	8	5	9	7	6	5	2				
γ:	3	8	2	6	4	8	0				
δ:	25	2	8	7	7	0	6				

E. P. K. 1906
ΙΩΑΝΝΙΝΟΥ

