

Πρόβλημα Δ'.

Χωρικός τις ώνητάμιος πήχεις ύφάσματος όκτώ κ' πέντε εγδοα τ' πήχεως, τιμωμένου εκάστ' πήχεως τριών τετάρτων τ' λεπτ'.

Α' χθήτω δ' α' αριθμός παραστατικός ών τ'ης του ύφάσματος ποσότητος επί τ'ό γ' δ', αυτ'ε κλάσμα, κ'η συνεσάσω τ'ό θ' κ'. Είτα πολλαπλασιασθήτω θ' αριθμός επί τ'όν αριθμητήν του ε' ζ', κλάσματος, κ'η ο γεόμενος λ' μερισθήτω επί τ'όν μ' τ'όν διά τ'ε Πολλαπλασιασμέ τ'ε κ' παρονομασού επί τ'όν ζ' παρονομασ'ην γεόμενον, κ'η τ'ό πηλίκον, ο ν' μετά τ'ε ξ' π', κλάσματος ίσαι ο ζητούμενος. ο Λόγος εκ τ'ων ειρημένων εν τ'ω τετάρτω Υποδείγματι σαφής.

α: 3:	γ: 5:	ε: 3:	
β: 8:	δ: 8:	ζ: 4:	
κ: 64:	σ: 69:	ε: 3:	λ: 207:
5:	κ: 8:	ζ: 4:	15:
δ: 69:			μ: 32
			ν: 6:
			ξ: 15:
			π: 32:

Πρόβλημα Ε'.

Ο' αυτός ώνήσατο πλίνθους όπτις πέντε κ'η πενήκοντα πρ'ος τοίς διακοσίοις, διδομένα εκάστου πλίνθου τεσσάρων λεπτ'ων κ'η τριών τετάρτων τ'ε λεπτ'.

Α' χθήτω κάρταυθα ο β' αριθμός επί τ'ό γ' δ', κλάσμα, κ'η τ'ε προειρημένα, κ'η συνεσάσω τ'ό ε' ζ', κλάσμα παραστατικόν ών τ'ης τιμής εκάστ'η πλίνθου. Είτα πολλαπλασιασθήτω ο α' αριθμός ο τ'ης τ'ων πλίνθων ποσότητος παραστατικός επί τ'όν αριθμητήν τ'ε ε' ζ', κλάσματος, κ'η ο γεόμενος η' μερισθήτω επί τ'όν δ' παρονομασ'ην, κ'η επεί παράγεται ως πηλίκον ο θ' μ' τ'ε κ' λ', κλάσματος, άλλον ότι ο τ'ες όπτους ώνησάμενος πλίνθους εφείλει δ'ναι τ'ω πλινθουργ'ω λεπτά ένδεκα κ'η διακόσια πρ'ος τοίς χιλίοις, κ'η εν τέταρτο τ'ε λεπτ'.

α: 355:	β: 4:	γ: 3:
19:		δ: 4:
2295:		ε: 19:
255:		ζ: 4:
κ: 4845:		
0001:		
δ: 4:		
σ: 1211:	π: 1:	
	λ: 4:	

Πρόβλημα ς'.

Ο' αυτός έτι ώνήσατο ε'ξ έτέρω ειδ'ος ύφάσματος πήχεις επτά κ'η ε'ξ εγδοα, τιμωμένα εκάστ'η πήχεως λεπτ'ων όκτωκαίδεκα κ'η ενός τρίτου τ'ε λεπτ'.

Είς εύρεσιν κ'η τότε α'χθήτω ο μ'εν α' αριθμός ο τ'ην τ'ων πήχεων εμφαίνων ποσότητα επί τ'ό ίσ'ιον κλάσμα, ο δ'ε δ' ο τ'ην τιμής εκάστου παρισ'ων πήχεως επί τ'ό ε' ζ', κ'η συνεσάσθωσαν τ'α η' θ', κ' λ', κλάσματα, ών οί,τε αριθμηταί κ'η παρονομασαι πολλαπλασιαζόμενοι α'λλήλοις ποιείτωσαν τ'ό μ'ν, κλάσμα, μερίζομένη δ'ε του μ' επί τ'όν ν' ε'σω πηλίκον ο ξ' μ' τ'ε π' ρ', κλάσματος. αγομένη δ'ε του π' ρ', εις ελαχίστους όρους συνεσάσθω τ'ό σ' τ'. Ο'φείλει άρα ο τ'ό ύφασμα ώνησάμενος δ'ναι τ'ω εμπόρ'ω λεπτά δύο κ'η τεσσαράκοντα πρ'ος τοίς εκατόν κ'η εν δωδέκατον τ'ε λεπτού. ο Λόγος εκ τ'ων εν τ'ω 5' Υποδείγματι σαφής.

α: 7:	β: 6:	δ: 18:	ε: 1:
8:	γ: 8:	ζ: 3:	
56:		3:	
6:		54:	
62:		1:	
		55:	
κ: 62:		μ: 3410:	
δ: 8:		λ: 3:	ν: 24:
		π: 2:	σ: 1:
		ξ: 24:	τ: 12:
		ε: 143:	

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε'.

Περί Διαιρέσεως Κλασμάτων.

Καθάπερ μ'η τ'ην Σύμφιν η περι Α'φαιρέσεως γέγονε Διδάσκαλια δια τ'ό αντιστρέφειν πρ'ος α'λλήλας, έτω κ'η μ'η τ'ην Πολλαπλασίασιν δι' αυτό τ'ετο έπίεται η περι Διαιρέσεως Ε'ρμηνεία. Διαιρείται δ'ε κ'η τ'ε κλάσματα ε'φ' έτερα κλάσματα, ώσπερ κ'η οι ολοκληροι αριθμοί ε'φ' έτέρως ολοκληρης αριθμός. άλλ' επ' εκείων μ'εν ε'χ' οίος τέ ποτε διαλείν τ'όν ελαττω αριθμόν επί τ'όν μείζονα, επί τ'ων κλασμάτων δ'ε τ'ό τυχόν επί τ'ό τυχόν μερίζεται, κ'ηκει μ'εν τ'ό πηλίκον ελαττον αείσει του μερίζοιτος, ένταύθα δ'ε τετραντίον πολλακις συμβαίνει. Ω'σπερ δ'ε επί τ'ης τ'ων ολοκληρων αριθμών Διαιρέσεως δύο αριθμών δοθέντων τ'ε μ'εν ως μερίστος, τ'ε δ'ε ως μερισθισόμενου, ζητείται αριθμός ενσημαίνων οία τ'ων εν αυτ'ω μοιάδω, ποσάκις ο μερίζων αριθμός τ'όν μερίζομενον καταμείρει, τ'ε τ'ω κ'η

ΕΡΜΗΝΕΙΑ 2006

τω κ' ἐπὶ τῆς τῶν κλασμάτων Διαίρεσιν, ζητεῖται κλάσμα ὅπερ παραστήσῃ ὅποιον μέρος εἰς τὸ μερίζων τῷ μεριζομένῳ, ὡς μετὰ μικρὸν δηλωθήσεται. Τὸ δ' εἶναι ἔχει τὸ μερίζον κλάσμα πρὸς τὸ μεριζόμενον, ὡς ἡ μονὰς πρὸς αὐτό.

Ἐπιδειγμα Α'.

Γραφομένων ἂν τῶν διδωμένων κλασμάτων τὸ τε μερίσοντος διπλοῦν, κ' μερισθισομένῳ ὡς δεῖ, πολλαπλασιασθήτωσαν οἱ ἀριθμηταὶ τῶν αὐτῶν ἐπὶ τὰς παρονομασὰς κατὰ χασμὸν, καὶ ὁ μὲν γενόμενος ἐκ τῶ ἀριθμητῶ τῷ μεριζομένῳ καὶ παρονομαστῷ τῷ μερίζοντος, ληφθήτω ὡς ἀριθμητῆς, ὁ δὲ γενόμενος ἐκ τῶ παρονομαστῷ τῷ μεριζομένῳ καὶ ἀριθμητοῦ τῷ μερίζοντος ταχθήτω ὑπ' ἐκείνου ὡς παρονομαστῆς. Οἷον κείσθω τὸ $\frac{αβ}{γδ}$ κλάσμα μερισθισομένο ἐπὶ τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$, κ' ἐκ μὲν τῶ $\frac{αβ}{γδ}$ ἐπὶ τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ γενέσθω ὁ $\frac{αεζ}{βηθ}$ ἀριθμητῆς, ἐκ δὲ τῶ $\frac{εζ}{ηθ}$ ἐπὶ τὸν $\frac{αβ}{γδ}$ ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ παρονομαστῆς, κ' συντελέσθω τὸ $\frac{αεζ}{βηθ}$ κλάσμα, κ' τὸτο εἶναι τὸ πηλίκον τῶ $\frac{αβ}{γδ}$ κλάσματος ἐπὶ τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$ μερισθισομένο. Πολλαπλασιασθήτω γὰρ ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ ἐπὶ τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ κ' γενέσθω ὁ $\frac{αεζ}{βηθ}$ ὑφ' ὧν τεθήτω ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ κ' συντελέσθω τὸ $\frac{αεζ}{βηθ}$ κλάσμα, κ' ἐπὶ ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ τῆς $\frac{αβ}{γδ}$ πολλαπλασιασθῶν τοὺς $\frac{αβ}{γδ}$ πεποιήκεν, πάντως γὰρ, κατὰ τὴν $\frac{αβ}{γδ}$ τῶ $\frac{εζ}{ηθ}$ τῶ στοιχειώτῳ εἶναι ὡς ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ κ' κατὰ τὴν $\frac{αβ}{γδ}$ τῶ παρόντος τῶ $\frac{αβ}{γδ}$ ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ κλάσματα ἴσα ἀλλήλοισιν εἶναι, ὡς τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$ κ' τὴν $\frac{εζ}{ηθ}$. τῶ $\frac{αβ}{γδ}$ τῶ στοιχειώτῳ ὡς ἔχει ἄρα τὸ $\frac{αβ}{γδ}$ πρὸς τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$ ὡς ἔχει κ' τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$ πρὸς τὸ αὐτὸ $\frac{εζ}{ηθ}$, ὡς δὲ τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$ πρὸς τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$ ἔχει κ' ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ ἀριθμητῆς πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ ἀριθμητῆν κατὰ τὴν $\frac{αβ}{γδ}$ τῶ παρόντος, ἄρα ὡς ἔχει ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ ἔχει κ' τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$ κλάσμα πρὸς τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$, ὡς κ' ἀνάπαλιν, ὡς ἔχει ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ ἔχει κ' τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$ κλάσμα πρὸς τὸ $\frac{αβ}{γδ}$. Ἐπεὶ δὲ πάλιν ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ τῶ $\frac{εζ}{ηθ}$ πολλαπλασιασθῶν τοὺς $\frac{αβ}{γδ}$ πεποιήκεν, ἔξει πάντως κ' ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ ὡς ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ κατὰ τὴν $\frac{αβ}{γδ}$ ἡθδεῖσθαι $\frac{αβδ}{γδθ}$ ὡς δὲ ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ δίδεικται ἔχει κ' τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$ κλάσμα πρὸς τὸ $\frac{αβ}{γδ}$, ἄρα ὡς ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ ἔχει κ' τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$ πρὸς τὸ $\frac{αβ}{γδ}$, ἀλλ' ὡς ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ πρὸς τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ ἔχει κ' ἡ μονὰς πρὸς τὸ $\frac{αβ}{γδ}$ κλάσμα, κατὰ τὴν $\frac{αβ}{γδ}$ τῶ παρόντος, ὡς ἔχει ἄρα ἡ μονὰς πρὸς τὸ $\frac{αβ}{γδ}$ κλάσμα, ὡς ἔχει κ' τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$ κλάσμα πρὸς τὸ $\frac{αβ}{γδ}$, ὡς κ' ἐναλλάξ, ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$ κλάσμα ὡς ἔχει κ' τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$ μερίζον πρὸς τὸ $\frac{αβ}{γδ}$ μεριζόμενον, ἄρα τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$ κλάσμα πηλίκον εἰς τοῦ $\frac{αβ}{γδ}$ ἐπὶ τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$ μεριζομένου, ἢ τινας εἰς ἐλαχίστους ἀγομένῳ ὅρου συσαθήσεται τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$, ὅπερ πολλαπλασιαζόν τὸ $\frac{αβ}{γδ}$ ποιήσῃ τὸ $\frac{αβδ}{γδθ}$, ὡς μικρῶ πρὸςθεν δέδεικται.

Ἄλλος.

Οὗτος μὲν ἂν ὁ κοινὸς τῆς Διαίρεσιν τῶν κλασμάτων τρόπος, κ' κατ' αὐτὸν ἔξει τὸ τυχὸν ἐπὶ τὸ τυχὸν μερίσαι κλάσμα. δυναμέθω δὲ κ' ἄλλως τὴν τῶν κλασμάτων ποιῆσαι διανομήν. δεῖ δὲ πρῶτον σκοπεῖν, εἴγε οἱ τῶ μερισθισομένου κλάσματος ὅροι ὑπὸ τῶν τῶ μερίζοντος μετρήνται ὅρων. καὶ μὲν εὐρεθῶσι μετρημένοι, μερισθίτω ὁ μὲν τῶ μερισθισομένου ἀριθμητῆς ἐπὶ τὸν τῶ μερίζοντος ἀριθμητῆν, ὁ δὲ παρονομαστῆς ἐπὶ τὸν παρονομαστῆν, κ' τὸ συσταθῆν κλάσμα εἶναι τὸ πηλίκον. οἷον ἐπεὶ, ἐπὶ τῶ ἀνωτέρῳ Ἐπιδειγματός ὁ μὲν $\frac{αβ}{γδ}$ μετρήνται ὑπὸ τῶ $\frac{εζ}{ηθ}$ ὁ δὲ $\frac{εζ}{ηθ}$ μερισθίτω ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ ἐπὶ τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ κ' εἶσω πηλίκον ὁ $\frac{αεζ}{βηθ}$ μερισθίτω δὲ κ' ὁ $\frac{εζ}{ηθ}$ ἐπὶ τὸν $\frac{αβ}{γδ}$ κ' εἶσω πηλίκον ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ καὶ συντελέσθω τὸ $\frac{αεζ}{βηθ}$ κλάσμα. Λέγω δὲ τὸ $\frac{αεζ}{βηθ}$ κλάσμα πηλίκον εἶναι τοῦ $\frac{αβ}{γδ}$ κλάσματος μερισθισομένου ἐπὶ τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$ κατὰ τὸν τῆς Διαίρεσιν κανόνα, ὁ μὲν $\frac{αβ}{γδ}$ τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ πολλαπλασιαζόν, ποιήσῃ τὸν $\frac{αεζ}{βηθ}$ ὁ δὲ $\frac{εζ}{ηθ}$ τὸν $\frac{αβδ}{γδθ}$ ὁμοίως πολλαπλασιαζόν ποιήσῃ τὸν $\frac{αβδ}{γδθ}$ ὡς τὸ $\frac{αβ}{γδ}$ κλάσμα γενήσεται ἐκ τῶ $\frac{αβ}{γδ}$ κλάσματος ἐπὶ τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$ πολλαπλασιαζομένου, ὡςπερ κ' ὁ μεριζόμενος ἀριθμὸς γίνεται ἐκ τῶ μερίζοντος πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸ πηλίκον.

Εἰδέτω οἱ τῶ μερισθισομένου ὅροι ἢ ἂν ὡς μετρήνται ὑπὸ τῶν τῶ μερίσοντος ὅρων, πολλαπλασιασθήτωσαν ἀλλήλοισιν οἱ ὅροι τῶ μερίσοντος, καὶ ἐπὶ τῶ γενόμενον ἐξ αὐτῶν πολλαπλασιασθήτω ἑκάτερος τῶν τῶ μερισθισομένου ὅρων, ὡς συσαθήναι ἐκ τῶν γενόμενων ἀριθμῶν ἕτερόν τι κλάσμα, κ' τὸτο ἴσον εἶναι τῶ μερισθισομένου, κ' τὴν $\frac{αβ}{γδ}$ τῶ $\frac{εζ}{ηθ}$ τῶ στοιχειώτῳ. Τύτου δὲ μεριζομένου, κατὰ τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ τῆς Διαίρεσιν τρόπον ἐπὶ τὸ $\frac{αβ}{γδ}$ τὸ πηλίκον εἶναι τὸ ζητούμενον. Οἷον κείσθω τὸ $\frac{αβ}{γδ}$ κλάσμα μερισθισομένο ἐπὶ τὸ $\frac{εζ}{ηθ}$ μὴ μετρήτωσαν δὲ οἱ τῶ $\frac{αβ}{γδ}$ κλάσματος ὅροι τῆς ὅρου τῶ $\frac{εζ}{ηθ}$. Τύτων δὲ κοιμένων πολλαπλασιασθήτω ὁ $\frac{αβ}{γδ}$ ἐπὶ τὸν $\frac{εζ}{ηθ}$ καὶ γενέσθω ὁ $\frac{αεζ}{βηθ}$ ἐφ' ὧν πολλαπλασιασθήτω ὁ $\frac{εζ}{ηθ}$ ἐπὶ τὸν $\frac{αβδ}{γδθ}$ κ' ἔσω πηλίκον ὁ $\frac{αεζ}{βηθ}$ καὶ γενέσθω ὁ $\frac{αεζδ}{βηθθ}$ ἀριθμὸς, καὶ ἐπὶ ὁ μὲν $\frac{εζ}{ηθ}$ γενήσεται ἐκ τῶ $\frac{αεζδ}{βηθθ}$ ἀριθμητῆς ἐπὶ τὸν $\frac{αβδ}{γδθ}$ ληφθήτω ὡς ἀριθμητῆς, ἐπὶ δὲ καὶ ὁ $\frac{αβδ}{γδθ}$ γέγονεν ἐκ τοῦ $\frac{εζ}{ηθ}$ παρονομαστῶ ἐπὶ τὸν αὐτὸν $\frac{αβδ}{γδθ}$ πολλαπλασιαζομένου, εἰλήφθω ἀπὸ παρονομαστῶ. καὶ συντελέσθω τὸ $\frac{αεζδ}{βηθθ}$ κλάσμα, ὅπερ ἴσον εἶναι τῶ $\frac{αβδ}{γδθ}$, ὡς εἴρηται. Τύτου

$\frac{α}{β} = \frac{6}{8}$	$\frac{γ}{δ} = \frac{3}{5}$	$\frac{ε}{ζ} = \frac{15}{20}$	$\frac{η}{θ} = \frac{15}{20}$
$\frac{αεζ}{βηθ} = \frac{90}{120}$	$\frac{εζ}{ηθ} = \frac{15}{20}$	$\frac{αβδ}{γδθ} = \frac{90}{120}$	$\frac{αεζδ}{βηθθ} = \frac{135}{160}$

Ε.Υ.Δ. 1955 Κ.Τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ὅτι οἱ ὅροι μετριθῆσονται πάντως ὑπὸ τῶν τῷ γ' δ', ὅρων. μετρεῖται γὰρ ἑκάτερος ὑπὸ τῷ ε': 9: 30:
 ἕτος δὲ μετρεῖται παρ' ἑκατέρου τῶν γ' δ'. Μερισθῆτω τοίνυν ὁ μὲν ζ': ἐπὶ τὸν γ': καὶ ἔσω κ: 24:
 πηλίκον ὁ θ': ὁ δὲ η': ἐπὶ τὸν δ': καὶ ἔσω πηλίκον ὁ κ': καὶ συνεσθῆτω τὸ θ' κ', κλάσμα, καὶ
 τῆτο ἔσαι τὸ ζητέμενον. ὅτι μὲν ἦν τῷ η' ζ', κλάσματος πηλίκου ἐστὶ τὸ θ' κ', ἐκ τῶν ἠδὲ εἰρημι-
 των δῆλον. Ἐπεὶ δὲ τὸ ζ' η', ἰσόνεσι τῷ α' β', τὸ θ' κ', πάντως πηλίκον ἐστὶ καὶ τῷ α' β',.

Ἰσῆον δ' ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς τῶν κλασμάτων Διαιρέσεως πολλᾶκις τὸ ὡς πηλίκον κλάσμα μείζον δὲ
 καὶ εἶναι τῷ μεριζομένῳ κλάσματος, ἢ μόντοι τῇ ἀληθείᾳ τοιούτων ἐσι. τὸ ἦν ὡς πηλίκον παραγώ-
 μενον κλάσμα, καὶ ἀπλῶν ἐσι, ἀλλὰ τῷ μερίζοντος, ἐφ' ὃ καὶ πολλαπλασιαζόμενον ποιήσει τὸ με-
 ρισθῆν. Οἷον ἐπὶ τῷ ἀνωτέρῳ Ἰποδείγματι, ἐπεὶ τῷ α' β', κλά- α: 8: γ: 2: ε: 24: θ: 4:
 σματος μερισθῆντος ἐπὶ τὸ γ' δ', παρήκται ὡς πηλίκον τὸ ε' ζ', ἢ 6: 18: δ: 3: ζ: 36: κ: 6:
 τικος εἰς ἐλαχίστας ὄρας ἀγομένη συνεσθῆ τὸ θ' κ', πάντως γε τὸ αὐ-
 τὸ θ' κ', πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὸ γ' δ', ποιήσει τὸ α' β', ὡς καὶ δοκεῖ μείζον εἶναι τὸ θ' κ', τῷ
 α' β', ἢ μόντοι γε τῇ ἀληθείᾳ τοιούτων ἐσι. τὸ ἦν θ' κ', κλάσμα τῷ γ' δ', κλάσματος λέγεται κλάσμα,
 καὶ τὰ εἰρημίνα ἐπὶ τῆς β'. Δείξεως τῆς τῶν κλασμάτων Πολλαπλασιαστικῆς. ἐμφαίται δὲ τὸ πηλίκον
 τὸν λόγον ὅν ἔχει τὸ μερίζον πρὸς τὸ μεριζόμενον, καὶ ἀνάπαλιν. Κείθω ἦν διὰ τὸ εὐληπτότερον τὰ
 α' β', μερισθῆναι ἐπὶ τὸ γ' δ', καὶ παραχθῆναι ὡς πηλίκον τὸ ε' ζ'. Ἐπεὶ α: 2: γ: 3: ε: 18:
 ἔν καὶ τῶν τῆς Διαιρέσεως κανόνα, καθὰ καὶ ἀνωτέρῳ δέδεικται, ὡς ἔχει β: 4: δ: 9: ζ: 12: ι: μορ:
 ἢ μορᾶς πρὸς τὸ ε' ζ', ἔχει καὶ τὸ γ' δ', πρὸς τὸ α' β', ὡς δὲ ἢ μορᾶς πρὸς
 τὸ ε' ζ', ἔχει καὶ ὁ ζ': παρονομαστῆς πρὸς τὸν ε': ἀριθμητῆς, ἀρα ὡς ὁ ζ': πρὸς τὸν ε': ἔχει καὶ τὸ γ' δ',
 κλάσμα πρὸς τὸ α' β', καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ὁ ε': πρὸς τὸν ζ': τὸ α' β', κλάσμα πρὸς τὸ γ' δ', ἀλλ' ὁ ε': πρὸς
 τὸν ζ': ἔχει λόγον ἡμιολίᾳ. ἀρα καὶ τὸ α' β', πρὸς τὸ γ' δ', λόγον ἔχει ἡμιολίᾳ. τὸ ἦν ἡμισυ πρὸς τὸ
 εἰς τρίτον, λόγον πάντως ἡμιολίᾳ ἔχει.

Ἰπόδειγμα Β'.

Ὅτε δὲ τὸ διαιρεθισόμενον ὀλόκληρος αἶς εἴη ἀριθμὸς, τὸ δὲ μερίσον, κλάσμα, πολλαπλασιασθῆ-
 τω ὁ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν τῷ κλάσματος παρονομαστῆν, καὶ ὁ γενόμενος ληφθῆτω ὡς ἀριθμητῆς, ἀπὶ δὲ
 τῷ παρονομαστῆ τῆσθῆτω ἢ τῷ κλάσματος ἀριθμητῆς, καὶ τὸ συσταθισόμενον κλάσμα ἔσαι τὸ πηλί-
 κον. Οἷον ἔσω μερισθισόμενος ὁ α': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ β' γ', κλάσμα. πολλα- α: 6: β: 2: δ: 24:
 πλασιασθῆτω δὲ ὁ αὐτὸς α': ἐπὶ τὸν γ': καὶ γενέσθω ὁ δ': τῆτο δὲ λαμβανο- ε: 1: γ: 4: β: 2:
 μέν ὡς ἀριθμητῆς, καὶ τῷ β': ὡς παρονομαστῆ συνεσθῆτω τὸ δ' β', κλάσμα,
 καὶ τῆτο ἔσαι τὸ πηλίκον τῷ α': μεριζομένῳ ἐπὶ τὸ β' γ'. Ἰποκείθω ἦν τῷ α': ἀριθμῷ ἢ ε': μονᾶς,
 ὡς γενέσθαι τὸ α' ε', κλάσμα μερισθισόμενον ἐπὶ τὸ β' γ', ἐπεὶ δὲ ἢ τῶν κλασμάτων Διαίρεσις
 γίνεται, ὅτι οἱ τῶν κλασμάτων ἀριθμηταὶ ἐπὶ τοὺς παρονομαστᾶς τῶν αὐτῶν καὶ χιασμὸν πολλα-
 πλασιασθῶσιν, ὡς εἴρηται, ἀρα εἴαν ὁ α': ἐπὶ τὸν γ': πολλαπλασιασθῆ γενήσεται ὁ δ': εἴαν δὲ ὁ β':
 ἐπὶ τὴν ε': μονάδα ὁμοίως πολλαπλασιασθῆ, ὁ αὐτὸς μενεῖ. Ὡς τὸ δ' β', κλάσμα ἐστὶ τὸ ζητέμενον.

Ἰπόδειγμα Γ'.

Ἐὰν δὲ τῷ ἀριθμῷ πρόσκειται κλάσμα μετενεχθῆτω α'. ὁ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα καὶ τὸ γε-
 γόμενον μερισθῆτω ἐπὶ τὸ ἕτερον κλάσμα, ὡς προηρμήνευται. Οἷον προσκείθω τῷ α': μερισθισόμενον
 ἀριθμῷ τὸ β' γ', κλάσμα, τὸ δὲ μερίσον κλάσμα ἔσω τὸ δ' ε'. α: 6: β: 3: δ: 2:
 Τῆτων δὲ κειμένων μετενεχθῆτω τὸ α': ἐπὶ τὸ β' γ', κλάσμα καὶ γ: 6: ε: 8:
 τὴν ι'. τῷ πρῶτος, καὶ γενέσθω τὸ ζ' η', κλάσμα. τῆτο δὲ με-
 ρισθῆτω ἐπὶ τὸ δ' ε', καὶ παραχθῆσεται ὡς πηλίκον τὸ θ' κ', κλά-
 σμα, ἢ τινος ὁ ἀριθμητῆς θ': μερισθῆτω ἐπὶ τὸν παρονομαστῆν,
 κ': καὶ ὁ λ': ἔσαι ὁ ζητέμενος. ὁ α': ἀρα ἀριθμὸς μὲν τῷ β' γ',
 κλάσματος μεριζόμενος ἐπὶ τὸ δ' ε', παρίξει μέρη ὀγδοῶ οἷα τὰ
 τῷ δ' ε', κλάσματος εἰς πρὸς τοῖς εἴκοσιν. ὁ Λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέ-
 τέρῳ σαφής.

Ἰπόδειγμα Δ'.

Εἰ δὲ γε δῆ ἀριθμὸν ὀλόκληρον ἐπ' ἀριθμὸν μὲν κλάσματος διαιρεθῆσαι, μετενεχθῆτω α'. ὁ μερί-
 σων ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα, εἴτα μερισθῆτω ἐπὶ τὸ γενόμενον κλάσμα ὁ ὀλόκληρος ἀρι-
 θμὸς. Οἷον κείθω ὁ α': ἀριθμὸς μερισθισόμενος ἐπὶ τὸν β': ὃ πρόσκειται τὸ γ' δ', κλάσμα. Πολ-
 λαπλασιασθῆτω δὲ ὁ β': ἐπὶ τὸν δ': καὶ τῷ γενομένῳ προσεθῆτω ὁ γ': ὁ δὲ συμποστῆμενος ε': λη-
 φθῆτω

φθίτω ἀντί ἀριθμητῶν, καὶ ὑπ' αὐτὸν ταχθῆτω ὁ δ': παρονομασῆς, καὶ τὸ εἶδ', κλάσμα ἴσον ἔσαι τῷ β': ἀριθμῶν καὶ γ' δ', κλάσματι, καὶ τὴν ἰ. τῶ παρόντος, ἐφ' ὃ μερισθῆτω ὁ α': ὀλοκλήρος ἀριθμὸς, τυτέσι πολλαπλασιασθῆτω ὁ αὐτὸς α': ἐπὶ τὸν δ': καὶ ὁ γεόμενος ζ': μερισθῆτω ἐπὶ τὸν εἶ: καὶ τὸ πηλίκον ὁ η': ἔσαι ὁ ζητούμενος. Ὁ θὸ η': πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ τὸν β': ὧ πρόσκειται τὸ γ' ε', κλάσμα ποιεῖ τὸν α': ὡς ἐπὶ τῷ Πολλαπλασιασμῷ δίδεικται.

a: 28:	β: 4:	γ: 2:	δ: 3:
		ε: 14:	β: 4:
a: 28:	ε: 14:	12:	
δ: 3:	δ: 3:	γ: 2:	
ζ: 84:		ε: 14:	
ε: 14:			
κ: 6:			

Υπόδειγμα Ε.

Επειδὴ πολλάκις συμβαίνει μερισθῆναι ὀλοκλήρον ἀριθμὸν μετὰ κλάσματος, ἐφ' ὀλοκλήρον ἀριθμὸν, καὶ τῆτον μὲν κλάσματος ἀχθῆτω πρῶτον, ὅτε τῆτο συμβαίνει, ἑκάτερος τῶν ὀλοκλήρων ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα. εἶτα διαιρεθῆτω τὸ α'. κλάσμα τῶν γεομένων ἐπὶ τὸ β'. Οἷον ἔσω ὁ α': ἀριθμὸς ὧ πρόσκειται τὸ β' γ', κλάσμα, διαιρεθισόμενος ἐπὶ τὸν εἶ: ἀριθμὸν ὧ πρόσκειται τὸ εἶ ζ', κλάσμα. Πολλαπλασιασθῆτω δὴ ὁ α': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν γ': παρονομασῆν, καὶ τῷ ἐξ αὐτοῦ προσεθῆτω ἡ β': μονάς. ἐκ δὲ τῶ γεομένου η': καὶ γ': παρονομασῆ συνεσάδω τὸ η' θ', κλάσμα, ὅπερ ἴσον ἔσαι τῷ α': ἀριθμῶ καὶ β' γ', κλάσματι, καὶ τῆν ἰ. τῶ παρόντος. πολλαπλασιασθῆτω δὲ καὶ ὁ δ': ἀριθμητῆς ἐπὶ τὸν ζ': παρονομασῆν καὶ τῷ ἐξ αὐτῆ προσεθῆτω ὁ εἶ: ἀριθμητῆς, ἐκ δὲ τῶ γεομένου κ' η' ζ': παρονομασῆ συνεσάδω τὸ κ' λ': κλάσμα, ὅπερ ἴσον ἔσαι τῷ δ': ἀριθμῶ καὶ εἶ ζ', κλάσματι. Τῆτων δ' ἄνω γεομένων διαιρεθῆτω τὸ η' θ', κλάσμα ἐπὶ τὸ κ' λ', καὶ τὸ πηλίκον ἔσω τὸ μ' ν', ἐπειδὴ τῆτο ὑπερέχει τῆς μονάδας, μερισθῆτω ὁ ἀριθμητῆς αὐτῆ μ': ἐπὶ τὸν παρονομασῆν ν': καὶ τὸ πηλίκον ἔσω ὁ ξ': μὲν τῶ π' ρ', κλάσματι. Μεριζομένου ἄρα τῶ α': ἀριθμῶ, ὧ πρόσκειται τὸ β' γ', κλάσμα, ἐπὶ τὸν δ': ἀριθμῶ, ὧ πρόσκειται τὸ εἶ ζ', κλάσμα, ἔσαι πηλίκον ὁ ξ': ἀριθμὸς μετὰ τῶ π' ρ', κλάσματος. ὁ αὐτὸς γὰρ ξ': ἀριθμὸς μὲν τῶ π' ρ', κλάσματος πηλίκον ἐστὶ τῶ η' θ', κλάσματος μεριζομένη ἐπὶ τὸ κ' λ': καὶ τὸ μὲν η' θ', κλάσμα ἴσον ἔσαι τῷ α': ἀριθμῶ καὶ β' γ', κλάσματι. τὸ δὲ κ' λ': τῷ δ': ἀριθμῶ καὶ εἶ ζ', κλάσματι, ὡς εἴρηται.

a: 8:	β: 1:	δ: 2:	ε: 2:
	γ: 3:	ζ: 4:	
κ: 25:	κ: 10:	μ: 100:	
θ: 3:	λ: 4:	ν: 30:	
	μ: 100:	10:	
	ν: 30:		
	ξ: 3:	π: 10:1:	
		ρ: 30:3:	

Πρόβλημα Α.

Ωνήσατότις ἑκτίνος εἶδος ὑφάσματος πέντε ὀγδοα τῶ πήχειος καὶ δέδωκεν ἀντ' αὐτῶν εἴκοσι τῶν ὀκτῶ καὶ τεσσαράκοντα τῶ ἀργυρία. Ζητεῖ εἶναι πόσου ὁ πήχυς τιμᾶται.

Εἰς εὐρίσιν τῆτο πολλαπλασιασθῆτω ὁ α': ἀριθμητῆς τῶ α' β', κλάσματος, παραστατικῶ ὄντος τῶν δεδομένων, ἐπὶ τὸν δ': παρονομασῆν τῶ γ' δ', κλάσματι τοῦ τῆν ποσότητας ἐμφαίνοντος τῶ ὑφάσματος, καὶ ὁ γεόμενος εἶ: εἰλήφθω ἀντὶ ἀριθμητῆ. εἶτα πολλαπλασιασθῆτω καὶ ὁ γ': ἀριθμητῆς τῶ γ' δ', κλάσματος ἐπὶ τὸν β': παρονομασῆν τῶ α' β', κλάσματος, καὶ ὁ γεόμενος ζ': ληφθῆτω αἰεὶ παρονομασῆ, καὶ συνεσάδω τὸ εἶ ζ', κλάσμα, καὶ τῆτο ἔσαι παραστατικὸν τῆς τιμῆς τῶ πήχειος. ἀχθῆτω γὰρ τὸ αὐτὸ εἶ ζ', κλάσμα εἰς ἐλαχίστους ὄρους, καὶ συνεσάδω τὸ η' θ', κλάσμα, ὅπερ ἴσον ἔσαι τῷ κ' λ', ἀλλὰ τῶ κ' λ', κλάσματι πολλαπλασιαζομένῳ ἐπὶ τὸ γ' δ', ἡ καὶ ἀναπαλιν, παράγεται τὸ α' β', καὶ τὸ α'. πρόβλημα τῶ προτέρῳ, ἄρα τὸ κ' λ', πηλίκον ἐστὶ τοῦ α' β', κλάσματος μεριζομένη ἐπὶ τὸ γ' δ', τῆτω δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ εἶ ζ', ἄρα τὸ εἶ ζ', ἐστὶ τὸ ζητούμενον. τιμᾶται ἄρα ὁ πήχυς τεσσάρων ἑκτῶν τῶ ἀργυρία. ὁ Λόγος τῆς κατασκευῆς σαφῆς καὶ τὸ α'. Υπόδειγμα τῶ παρόντος.

a: 20:	γ: 5:	ε: 160:	κ: 2:	κ: 4:
	β: 48:	δ: 8:	ζ: 240:	θ: 3:
				λ: 6:

Πρόβλημα Β.

Ὁ αὐτὸς ὠνήσατο ἐξ ἑτέρου ὑφάσματος τρία τέταρτα τῶν ἐξ ὀγδοῶν τῶ πήχειος, δέδωκας ἀντ' αὐτῶ ἐννέα τῶν δύο καὶ τριάκοντα τῶ ἀργυρία. Ζητεῖ δὲ μαθεῖν πόσα ὁ πήχυς τιμᾶται.

Αχθῆτω δὴ τὸ α' β', κλάσμα τοῦ γ' δ', κλάσματος, ὃ τῆν ποσότητα ἐμφαίνει τῶ ὠνηθέντος ὑφάσματος, εἰς ἀπλοῦν κλάσμα τὸ εἶ ζ', ἐφ' ὃ μερισθῆτω, καὶ τὰ εἰρημένα, τὸ η' θ', παραστατικὸν ὄν τῶν δεδομένων, ἀντὶ τῶ ληφθέντος ὑφάσματος, καὶ ἐπειδὴ παρέχει

κ: 2:	γ: 6:		
β: 4:	δ: 8:		
υ: 9:	ε: 18:	κ: 288:	μ: 12:
θ: 32:	ζ: 32:	λ: 576:	ν: 24:

Ε.Γ.Δ.Π.Σ.Κ.Τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ται ως πηλίκον τὸ κ' λ', τοῦτο δὲ ἰσόν ἐστι τῶ μ' ν', εἰς ἐλάττωμας ἀγόμενον ὄρους, ὁῦλον ὅτι ὁ πῆχυς τιμᾶται λεπτῶν ἑξήκοντα. τὰ ἥδ' ἀργυρία ὑπετίθειμιον λεπτῶν εἶναι εἰκοσι πρὸς τοῖς ἑκατὸν ἑκατοῦ τῶν εἰκοσιτετάρτων περιεκτικόν ἐστὶ λεπτῶν πέντε, ὥστε ὁ μ': ἐμφαίνει λεπτὰ ἑξήκοντα. ὁ λόγος σαφής καὶ τὸ β'. πρόβλημα τὰ προτέρη. τὸ ἥδ' μ' ν', ὡς ἐν ἐκείνῳ δίδεται πολλαπλασιάζομενον ἐπὶ τὸ ε' ζ', τὸ ἥδ' θ', ποιεῖ.

Πρόβλημα Γ'.

Ἄλλος δέ τις ἀνακαινίσας τὸν ἴδιον οἶκον, ἐπεὶ σεγάζειν ἔμελλον οἱ οἰκοδόμοι, ἀνήσατο κεράμους ἑξήκοντα πρὸς τοῖς τριακοσίοις, καὶ καταβαλὼν ἀντ' αὐτῶν λεπτὰ τεσσαράκοντα πρὸς τοῖς διακοσίοις ζητεῖ μαθεῖν πόσῃ ἑκάστος τῶν κεράμων τιμᾶται.

Εἰς εὐρεσιν τούτου μερισθήτω ὁ τῆς τῶν λεπτῶν ποσότητος ἀριθμὸς, δηλ: α: 240: γ: 2: ὁ α: ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν κεράμων, ἢτοι τὸν β': καὶ ἐπεὶ ὁ α: ἐλάττων ἐστὶ τῷ β': συνεσάδω ἐξ ἀμφοῖν τὸ α' β', κλάσμα καὶ τὴν ι' ζ'. τὰ α'. τὰ παρόντος. εἶτα β: 360: δ: 3: ἀχθήτω εἰς ἐλαχίστους ὄρους τὰς γ' δ', καὶ συνεσάδω τὸ γ' δ', κλάσμα, καὶ τῆτο ἔσαι τὸ ζητούμενον. Ἐκάστος ἄρα τῶν κεράμων τιμᾶται δύο τρίτων τῷ λεπτοῦ. καὶ γὰρ τὸ γ'. πρόβλημα τὰ προτέρη, εἰάν τὸ γ' δ', κλάσμα τὸν β': πολλαπλασιάσῃ ἀριθμὸν, παραχθήσεται ὡς πηλίκον ὁ α':.

Πρόβλημα Δ'.

Χωρὶς τις ἀνησαμέτος πῆχεις ὑφάσματος ὀκτώ, καὶ πέντε ὄγδα τοῦ πῆχεως δίδωκεν ἀντ' αὐτοῦ λεπτὰ ἑξ, καὶ πεντεκαίδεκα τῶν δύο καὶ τριάκοντα τοῦ λεπτοῦ. Ζητεῖ ἐν εἶδιναι πόσου ὁ πῆχυς ἐτιμᾶτο.

Εἶσω δὲ παρασατικὸς τῶν μὲν πῆχεων ὁ α': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ γ' δ', κλάσματος, τῶν δὲ ὀσθέντων λεπτῶν ὁ β': μετὰ τοῦ ε' ζ', κλάσματος. εἰς εὐρεσιν δὲ τοῦ ζητούμενου ἀχθήτω ὅ,τε α': ἀριθμὸς, καὶ ὁ β': ἐπὶ τὸ ἴδιον ἑκάστος κλάσμα, καὶ συνεσάδωσαν τὰ ἥθ', κ' λ', κλάσματα. εἶτα μερισθήτω τὸ κ' λ', κλάσμα ἐπὶ τὸ ἥθ', ὡς προσηρμένευται ἐπὶ τοῦ α'. προβλήματος, καὶ ἔσω πηλίκον τὸ μ' ν', καὶ τοῦτο ἔσαι τὸ ζητούμενον. Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον, ἀχθήτω τὸ μ' ν', κλάσμα εἰς ἐλαχίστους ὄρους τοὺς ξ' π', τιμᾶται ἄρα ὁ πῆχυς τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος τριῶν τετάρτων τοῦ λεπτοῦ, ὡς καὶ ἐν τῷ τετάρτῳ ὑπετίθει Ἰποδείγματι τῷ προτέρου Κεφαλαιῷ.

$$\begin{matrix} \alpha: 8: & \gamma: \frac{5}{8} & \beta: 6: & \nu: \frac{15}{32} \\ \delta: 8: & & \zeta: 32: & \\ \mu: 69: & \text{X} & \alpha: 207: & \\ \nu: 8: & & \lambda: 32: & \\ \mu: 1656: & & \xi: 3: & \\ \nu: 2208: & & \theta: 4: & \end{matrix}$$

Πρόβλημα Ε'.

Ὁ αὐτὸς ἐτι ἠγόρασε πλίνθους ὀπτάς πέντε καὶ πενήκοντα πρὸς τοῖς διακοσίοις δίδωκὼς τῷ πλινθουργῷ λεπτὰ ἑνδεκα καὶ διακόσια πρὸς τοῖς χιλίοις καὶ ἐν τέταρτον τῷ λεπτοῦ. Ζητεῖ οὖν μαθεῖν πόσων λεπτῶν ἑκάστος ἐτιμᾶτο πλίνθος.

Εἶσω δὲ παρασατικὸς τῆς μὲν τῶν πλίνθων ποσότητος ὁ α': ἀριθμὸς, τῆς δὲ τῶν δεδομένων λεπτῶν τῷ πλινθουργῷ ἐκτὲ τῶν πλίνθων ὁ β': μετὰ τοῦ γ' δ', κλάσματος. εἰς εὐρεσιν δὲ τοῦ ζητούμενου ἀχθήτω ὁ β': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, καὶ συνεσάδω τὸ ε' ζ', εἶτα μερισθήτω τὸ αὐτὸ ε' ζ', κλάσμα ἐπὶ τὸν α': ἀριθμὸν κατὰ τὰ προσηρμένα, καὶ ἔσω πηλίκον τὸ ἥθ', ἵπει δὲ ὁ ἥ: ἀριθμητῆς μείζων ἐστὶ τοῦ θ': παρονομασοῦ, μερισθήτω ὁ αὐτὸς ἥ: ἐπὶ τὸν θ': καὶ ἔσω πηλίκον ὁ κ': μετὰ τοῦ λ' μ', κλάσματος, εἰς ἀκριβεστέραν δὲ τοῦ ζητούμενου εὐρεσιν ἀχθήτω τὸ λ' μ', εἰς ἐλαχίστους ὄρους τὰς ν' ξ'. Ἐκάστος ἄρα πλίνθος τιμᾶται λεπτῶν τεσσάρων καὶ τριῶν τετάρτων τοῦ λεπτοῦ, ὡσπερ καὶ ἐν τῷ α'. ὑπετίθει προβλήματι τοῦ προτέρου.

$$\begin{matrix} \alpha: 255: & \beta: 1211: & \gamma: \frac{1}{4}: & \\ \delta: 4: & & \xi: \frac{1}{4}: & \\ \mu: 4845: & \text{X} & \alpha: 255: & \\ \zeta: 4: & & \nu: 1 & \\ \nu: 4845: & & \theta: 1020: & \\ \delta: 1020: & & \lambda: \frac{765}{1020}: & \nu: \frac{2}{4}: \\ \alpha: 4: & \mu: 1020: & \xi: 4: & \end{matrix}$$

Πρόβλημα 5.

Άλλος δὲ τις ἀνησάμενος ἔκτινος εἶδους ὑφίστατο πῆχυς ἑπτὰ, καὶ ἐξ ὀγδοῦ τοῦ πῆχους δίδωκε τῷ ἐμπέρῳ λεπτὰ δύο καὶ τεσσαράκοντα πρὸς τοῖς ἑκατόν, καὶ ἐν δωδέκῳ τῷ λεπτοῦ. Ζητεῖ ἔν εἶδέναι πόσων ὁ πῆχυς τιμάται.

Κείσθω ἔ μὲν αἰ μετὰ τοῦ βῖ γ, κλάσματος παραστατικὸς τῆς τῶν πῆχων ποσότητος, ὁ δὲ δῖ: μετὰ τοῦ εῖζ, κλάματος τῆς τῶν δεδομένων λεπτῶν ποσότητος. Εἶτα ἀχθήτω ἑκάτερος τῶν αὐτῶν ἀριθμῶν αἰ καὶ δῖ: ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα, καὶ συρτάσθωσαν τὰ κῖδ, κῖλ, καὶ μερισθήτω τὸ κῖλ, ἐπὶ τὸ κῖδ, καὶ ἐπεὶ τὸ ὡς πηλίκον παρεχόμενον μῖε, κλάσμα μείζον ἐστὶ τῆς μονάδος, μερισθήτω ὁ μῖ: ἀριθμητικῶς ἐπὶ τὸν κῖ: καὶ τὸ πηλίκον ὁ ξῖ: ἀριθμὸς μετὰ τῷ πῖρ, κλάσματος ἴσαι τὸ ζητούμενον. Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον ἀχθήτω τὸ πῖρ, κλάσμα εἰς εἰλαχίστους ἔρως τῆς σῖτ, ἰτιμάτο ἄρα ὁ πῆχυς λεπτῶν οὄκτωκαίδεκα, καὶ ἐνὸς τρίτου τῷ λεπτῷ, αἰς καὶ ἐν τῷ εῖ: ὑπετέθη τῷ προτέρῳ προβλήματι.

α: 7:	β: 6:	δ: 142:	εῖ: 1:
γ: 8:	ζ: 12:		
κ: 62:	λ: 1703:		
δ: 8:	μ: 12:		
	ν: 13640:		
	ξ: 6200:		
	ο: 248:		
	π: 744:		
	ρ: 18:		

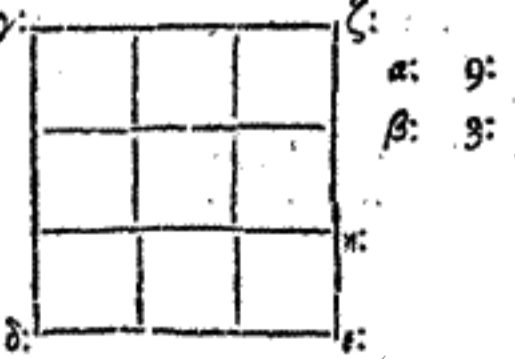
Τοιαυτὴ μὲν ἔν ἡ τῶν κλασμάτων χρήσις, κατὰ τὰ τέσσαρα τῶν ἀριθμῶν εἶδη, αἰ καὶ στοιχεῖα ἰπονομάζεται, τὴν Συναψιν, φημί, Ἀφαίρεσιν, Πολλαπλασίωσιν, καὶ Διαίρεσιν. Ἰσθόν δ' ὅτι διὰ μὲν τῆς Ἀφαίρεσιν ἡ Συναψις βιβαιῦται, καὶ ἀνάπαλιν διὰ τῆς Συναψιν ἡ Ἀφαίρεσις. διὰ δὲ τῆς Διαίρεσιν ἡ Πολλαπλασίωσις, ὡσπερ καὶ διὰ τῆς Πολλαπλασίωσιν ἡ Διαίρεσις. Ἐπεὶ δὲ παρὰ τὰ εἰρημένα εἶδη τοῦ ἀριθμοῦ εἰσὶ καὶ αἰ καλούμεναι Μέθοδοι, ἡ τῶν Τριῶν δηλ: ἡ τῶν Πέντε, καὶ ἡ τῶν ἑπτὰ, δυναμέθα πάντως καὶ κατ' αὐτὰς χρῆσθαι τοῖς κλάσμασιν, ἴαντε μόλα ὄσιν, ἴαντε ἀριθμοῖς πρόσκεινται, τὰ προσαπτόμενα ἐφ' ἑκάστης Μεθόδου φυλάττοντες. Οἷον ἐπὶ τῆς τῶν Τριῶν Μεθόδου κειμένων τῶν ὄρων ὡς δεῖ, ἴαν ὀρθὴ εἴη ἡ Μέθοδος, τὸν βῖ. χρῖων τῶν ὄρων ἐπὶ τὸν γῖ. πολλαπλασιάζειν, ἢ τὸ ἀνάπαλιν, καὶ τὸν γενόμενον μερίζειν ἐπὶ τὸν αἰ. Ἐὰν δὲ πλαγία ἢ, τὸν αἰ. δεῖ πολλαπλασιάζειν ἐπὶ τὸν γῖ. καὶ τὸν γενόμενον διαίρειν ἐπὶ τὸν βῖ. ἢ γῖν πολλαπλασιάζειν μὲν τὸν ὁ. ἐπὶ τὸν βῖ. τὸν δὲ γενόμενον μερίζειν ἐπὶ τὸν γῖ. ὡς ὅτε περὶ αὐτῆς ὁ λόγος ἠρμήνευται. Ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῆς τῶν Πέντε καὶ ἑπτὰ φυλάττειν χρῖ, ὅσα ἐν τῇ ἐκείνων διαίρεσιν Ἐρμηνεία πρὸς τε τὴν κατ' αὐτὰς τῶν ἀριθμῶν χρῖσιν, καὶ πρὸς τὸ μηδεμίαν συμβαίνειν ἀπάτην. Διὸ οὐδὲ μακρολογητέον ἡμῖν περατέρῳ, ἵνα μὴ εἰς ταυτολογίαν ἐμπέσωμεν.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν 5.

Περὶ Ἐξαγωγῆς Ριζῶν, καὶ Α' τῆς τετραγωνικῆς.

Πληρώσασιν ἤδη τὴν περὶ χρήσεως Ἐρμηνείαν τῶν τε ἀκεραίων ἀριθμῶν καὶ κεκλασμένων ἐπόμενον ἐστὶ διαλαβεῖν καὶ περὶ τοῦ τρόπου τῆς τῶν Ριζῶν ἔξαγωγῆς τετραγώνων φημί καὶ κύβων. Δυσχερεστέρα δὲ ἡ τούτε Ἐρμηνεία, καὶ οὐδὲν ἥττον χρήσιμος, ἅτε δὴ πολλοῖς καὶ διαφοροῖς Μαθηματικοῖς προβλήμασι χρησιμεύοντος. οὐδ' ἄλλη τιρὶ τῶν Μαθηματικῶν Πραγματειῶν οἰκεία, ὅτι μὴ τῇ Αριθμητικῇ, ὡς τὴν ποσότητα ἀνιχνεύοντος. Διὸ δὴ κἀνταῦθα ὅσον ἐνεῖσι σπουδάσομεν τὸν περὶ αὐτοῦ σαφηνίσαι λόγον.

Ἐστὶ μὲν ἔν τετράγωνος ἀριθμὸς ἰδίως μὲν ὁ ἰσάκις ἴσος, ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος, ἢ ὁ ἀπὸ τινος ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζομένου γενόμενος, οἷος ὁ αἰ. ὅς τις ἐκ τοῦ βῖ: ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενα γίνεται. καὶ ὁ μὲν βῖ: ρίζα τοῦ αἰ: ὀνομάζεται, ὁ δὲ αἰ: δύναμις τοῦ αὐτοῦ βῖ: λαμβάνεται δὲ ὁ τετράγωνος ἀριθμὸς παρὰ τοῖς Μαθηματικοῖς, ὡς ἐπίπεδόν τι τετραγώνῳ φέρον χῆμα, οἷον τὸ γῖδ' εῖζ, οὗ ρίζα τὸ δῖ, ὀρθογώνιον. Ὅσοι μὲν γὰρ τῶν ἀριθμῶν ὡς ἐπίπεδα λαμβάνονται τέτων καὶ αἰ μονάδες ὡς ἐπίπεδα ἐννοεῖται, κατὰ καὶ ἐν τῷ αἰ. Κεφαλαίῳ τοῦ αἰ. τῇ παρόντος εἴρηται. καὶ τοιοῦτος μὲν ὁ ἰδίως τετράγωνος ἀριθμὸς, ἀπλῶς δ' ἅπας ἀριθμὸς δύναται ὡς τετράγωνος ἐννοεῖσθαι, ὡσπερ ὁ κῖ: οὗ τις καὶ ἂν μὴ ἢ ρίζα ὀλό-



κλιρὸς τις ἀριθμὸς, ἔστι ἔμπης μετὰ τινος κλάσματος, ὅς τις ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος τετράγωνον ἀριθμὸν ποιήσει μικροῦτι μείζονα τοῦ ἢ ἔστι ρίζα. Τούτου δὲ παρασατικὸν ἔστι τὸ κ' λ' μ' ν', Διάγραμμα.

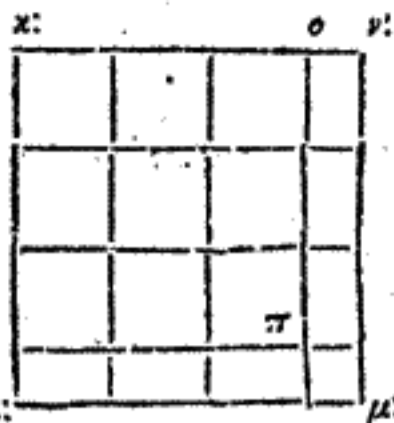
Κυβικὸς δὲ ἀριθμὸς ἔστι, ἰδίως μὲν ὁ διὰ Πολλαπλασιασμὸν τετραγώνου τινὸς ἀριθμοῦ ἐπὶ τὴν αὐτοῦ ρίζαν γινόμενος, ἢ δὲ τοῦ τετραγώνου ρίζα, καὶ τῆ κυβικῆ ἀριθμῆ ρίζα λέγεται. Οἷον κείσθω τετράγωνος ἀριθμὸς δ' α': αὐτὴ ρίζα ὁ β': ὁλόκληρος ἀριθμὸς. Πολλαπλασιαζόμενου γοῦν τοῦ α': ἐπὶ τὸν β': γέσθω ὁ γ': ὁ γ': ἀρα κυβικὸς ἔστιν ἀριθμὸς. καὶ τούτου μὲν ρίζα ἔστι ὁ β': τοῦ δὲ β': δυνάμεις ἔστιν ὁ αὐτὸς γ': μετὰ τῆ α' πρώτον μὲν ἢ ὁ β': ἑαυτὸν πολλαπλασιάζων τὸν α' ποιεῖ. πολλαπλασιάζων δὲ καὶ τὸν α' ποιεῖ τὸν γ': ὡσπερ δὲ οἱ τετράγωνοι ἀριθμοὶ ὡς ἐπίπεδα ἐνοεῖται, οὕτω καὶ οἱ κυβικοὶ ὡς σφεραὶ ὑποτίθενται, οἷον τὸ γ' ἢ ἡ β' αὖτις τὸ α' β' γ' δ', ρίζα δὲ ἢ τῆ αὐτοῦ α' β' γ' δ', ρίζα. Δεῖ δὲ καὶ τὰς μονάδας τοῦ κυβικοῦ ἀριθμοῦ, ὡς ἐλάχιστες κύβους ἐνοεῖν, ὡσπερ καὶ τὰ τοῦ τετραγώνου ὡς ἐλάχιστα ἐνοεῖται τετράγωνα. ἀπλῶς δ' ἅπασ ἀριθμὸς ὡς κύβος δύναται ἐνοεῖσθαι. Ἀλλὰ τῶν μὲν κυρίως κυβικῶν ἀριθμῶν ἢ ρίζα ὁλόκληρος ἔστιν ἀριθμὸς μόνος καὶ συμμετρὸς τῷ ὅλῳ, τῶν δὲ ἄλλων μετὰ τινος κλάσματος, καὶ ἀσύμμετρος.

Ἰστέον δ' ὅτι οὐ μόνον ὁ ὡς ρίζα λαμβανόμενος ἀριθμὸς ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάζων τετράγωνον ποιεῖ, τὸν δὲ τετράγωνον ὡσαύτως πολλαπλασιάζων ποιεῖ τὸν κύβον, ἀλλ' ἔτι δύναται καὶ τὸν κύβον πολλαπλασιάζων ποιεῖν τινὰ καὶ μετ' ἐκείνου ἄλλον, καὶ αὐτὸς ἄλλον, καὶ τοῦτο ἐπ' ἀπείρου. Πάντες δὲ οἱ γινόμενοι ἀριθμοὶ δυνάμεις ἔσονται τοῦ α'. αὐτὸς δὲ ρίζα τῶν γινόμενων πρώτων καθέστηκε. παρὰ δὲ τοῖς περὶ τὰ τοιαῦτα ἀχολουμένοις διαφοροῦς καὶ τὰς ὀνομασίας οἱ γινόμενοι ἀποδέχονται.

Οἷον εἰλήφθω πρὸς εὐκρίνειαν τῶν λεγομένων ἀντὶ ρίζης ὁ α' χαρακτήρ, ὅστις ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάζων ποιήσει πάντως τὸν β': τετράγωνον ἀριθμὸν. τὸν δὲ β': πολλαπλασιάζων ποιήσει τὸν γ': κυβικόν. τούτου δ' αὐτὸς πολλαπλασιάζων ποιήσει τὸν δ': τετράγωνον τετραγώνου προσαγορευόμενον. Διὰ τούτου δὲ ποιήσει τὸν ε': ὑπερσέρεον πρώτον. διὰ δὲ τούτου τὸν ζ': τετραγωνόκυβον. καὶ ἐφεξῆς αἰεὶ διὰ συνεχῆς πολλαπλασιασμοῦ, μείζονα ποιήσει σφερόν ἀριθμὸν ἄλλως πως παρονομαζόμενον, ὡς τοῖς Δεινοῖς περὶ ταῦτα ἔδοξε, περὶ ὧν Θεὸς δίδόντος πλατύτερον ἐν ἄλλοις ἱροῦμεν.

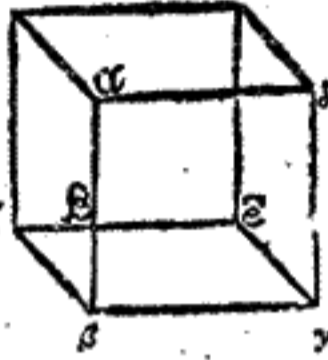
Οἱ μὲν ἔν α' β' γ' δ', καὶ λοιποὶ ἀριθμοὶ δυνάμεις εἰσὶ τοῦ 2: χαρακτήρος, ὁ δὲ 2: ρίζα τῶν αὐτῶν. πάντες γὰρ ὡς ἐκ πρώτης ἀρχῆς τοῦ 2: γινώσκονται. Ὅπερ δὲ γέγονεν ἐπὶ τῆ 2: τῆ αὐτοῦ ἔξεστι γινέσθαι καὶ ἐπὶ παντὸς ἄλλου ἀριθμοῦ.

Ἰστέον ἔτι, ὅτι ἐπὶ μὲν τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν ὁ ἐπὶ χαρακτήρι ἢ δυοὶ συνιστάμενος ρίζαν ἔχει ἐπὶ συνισαμένην χαρακτήρι. ὁ δὲ ἐκ τριῶν ἢ τεσσάρων συγκεῖμενος χαρακτήρων ρίζαν ἔχει ἐκ δύο μόνων συγκεῖμενην. τοῦ δὲ ἐκ πέντε ἢ ἕξ συγκεῖμενου χαρακτήρων ἢ ρίζα ἐκ τριῶν συνίσταται. ἐπὶ δὲ τῶν ἐφεξῆς ἀναλόγως. αἰεὶ γὰρ ἐπὶ τῆς γένεως τῶν τετραγώνων τὸ πλῆθος τῶν χαρακτήρων τῆς ρίζης μέχρι τοῦ διπλασίου ἐπεύχεται, καθὰ διὰ τῆς πράξεως δῆλον γίνεται. Ἐπὶ δὲ τῶν κυβικῶν ὁ ἐπὶ ἢ δυοὶ, ἢ τρισὶ συνιστάμενος χαρακτήρι ρίζαν ἔχει ἐπὶ συνισαμένην χαρακτήρι. ὁ δὲ ἐκ τεσσάρων, ἢ πέντε, ἢ ἕξ συγκεῖμενος χαρακτήρων, ρίζαν ἐκ δύο ἔχει συγκεῖμενην. τοῦ δὲ ἐπτά, ἢ οκτώ, ἢ ἐννέα συνισαμένου χαρακτήρων ἐκ τριῶν ἢ ρίζα συνίσταται. αἰεὶ ἢ ἐπὶ τῆς τῶν κυβικῶν ἀριθμῶν γένεως τὸ πλῆθος τῶν τῆς ρίζης χαρακτήρων μέχρι τοῦ τριπλασίου ἐπαύχεται. ὁ γὰρ α': χαρακτήρ μέγιστός ἐστι τῶν ἀπὸ μονάδος χαρακτήρων. ὁ δὲ β': ἀριθμὸς ὑπερέχει πάντας τῆς ἐκ δύο συγκεῖμενης χαρακτήρων, ὡσπερ καὶ ὁ γ': τοὺς ἐκ τριῶν. Ἐὰν ἔν οὗτοι ἀντὶ ρίζῶν ληφθῶσιν, ἐφ' ἑαυτούς μὲν ἅπασ πολλαπλασιαζόμε



κ: 11:
θ: 3: 1/4
κ: 11:
θ: 3: 1/4

α: 9: β: 3:
β: 3: γ: 3:
γ: 27: α: 9:



- 2: α: 4: β: τετράγωνος.
- 2: β: 4: γ: κύβος.
- 2: γ: 8: δ: τετράγωνος τετραγώνου.
- 2: δ: 16: ε: ὑπερσέρεος α'.
- 2: ε: 32: ζ: τετραγωνόκυβος.
- 2: ζ: 64: η: τετράγωνος τετραγωνόκυβου.
- 2: η: 128: θ: ὑπερσέρεος β'.
- 2: θ: 256: ι: κύβος κύβου.
- 2: ι: 512: κ: τετράγωνος α' ἐπιφερόμενος.
- 2: κ: 1024: λ: ὑπερσέρεος γ'.
- 2: λ: 2048: μ: κύβος τετραγώνου τῆ τετραγώνου.
- 2: μ: 4096: ν: τετράγωνος β' ἐπιφερόμενος.

νοι, ποιήσουσι τὴν δ' εἶς, τετραγώνου ἀριθμῶν. ὧν ὁ μὲν δ: διπλασιός ἐστι τῷ πλήθει τῆς χαρακτῆρος α: ὁ δὲ εἶ: τῷ β: ἀριθμῶν, καὶ ὁ ζ: τῷ γ: ἐπὶ δὲ τὸν ἐπ' αὐτοῦ τετραγώνον ἕκαστος πολλαπλασιαζόμενος ποιήσουσι τὴν η' εἶς, κυβικῶν ἀριθμῶν, ὧν ὁ μὲν η': τριπλασιός ἐστι τῷ πλήθει τῆς χαρακτῆρος α: ὁ δὲ θ: τῷ β: ἀριθμῶν, καὶ ὁ κ: τῷ γ:

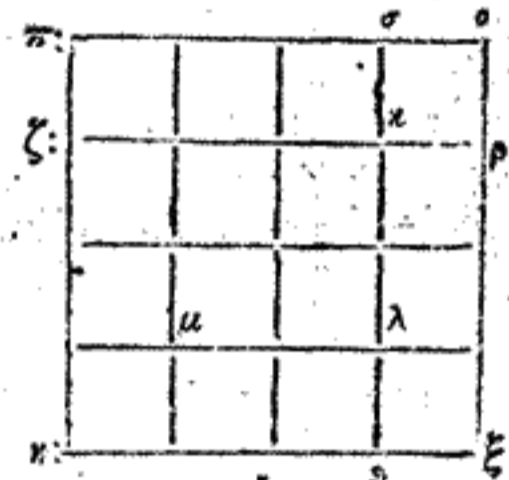
α: 9:	β: 99:	γ: 999:
9:	99:	999:
δ: 81:	891	8991
9:	891	8991
ε: 729:	α: 9801:	8991
	99:	ζ: 998001:
	88209	999
	88209	8982009
δ: 970299		8982009
		8982009

Λήμμα Α.

Ἐάν τετραγώνῳ ἀριθμῶν μονὰς προσέθῃ τῆς ῥίζης αὐτοῦ διπλασιασθείσης, ὁ εἶς ἀπέσται γινόμενος ἀριθμὸς προσεχῆς μείζων τετραγώνος ἔσται.

Ἐστω τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ α: ἡ ῥίζα δὲ β: διπλασιαζομένου δὲ τῷ β: γινέσθω ὁ γ' καὶ γραφέτω ὑπὸ τὸν α: ὑφ' ὃν ταχθήτω ἡ δ: μονὰς. Ἐἴτα γινέσθω ἐκ τῶν α' γ' δ', ὁ εἶς ἀριθμὸς, καὶ τῆτον λέγω εἶναι τετράγωνον προσεχῆ μείζονα τοῦ α'. Εἰληφθῶ ἡ δ' ἀντὶ τῷ α: ἀριθμῶν τὸ ζ' ἢ θ' κ', τετράγωνον, ἡ ῥίζα τὸ η' λ', ὀρθογώνιον ἐκ τριῶν μονάδων συγκεκμημένον τῶν η' μ', μ' ν', κ' λ', καὶ ἐξαχθήτω ἡ η' θ', ἐπὶ τὸ ζ': ὥστε τῆς θ' εἶς ἴσων εἶναι τῆς θ' δ', ἀπὸ δ' τῷ ζ': ἡχθῶ ἡ ζ' ο', παράλληλος μὲν τῆς θ' κ', ἴση δὲ τῆς η' ζ', καὶ συμπληρωθῶ τὸ η' ζ', ὅπ', παραλληλόγραμμον. καὶ ἐπεὶ ἡ ζ' ο' ἴση γέγονε τῆς η' ζ', καὶ τῆ μὲν η' ζ', ἴση ἐστὶν ἡ π' ο', τῆ δὲ ζ' ο', ἡ η' π', καὶ τῆν λ' δ'. τῶ α. τῷ στοιχειωτῆ πάντως γὰρ τὸ η' ζ' ο' π', παραλληλόγραμμοι ἰσόπλευροι ἐστί. Ὅτι δὲ καὶ ὀρθογώνιοι, εἴηλον. εἰς δύο ἡ δ' παραλλήλας τὰς η' π', ζ' ο', πέπτωκεν ἡ η' ζ', ὥστε αἱ ὑπὸ π' η' ζ', η' ζ' ο', γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσιν καὶ τῆν κ' θ'. τὰ αὐτὰ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ π' η' ζ', ὀρθὴ ἐστὶν καὶ τῆν ὑπὸ ζ' ο' π', ὀρθὴ ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ η' ζ' ο', ἀλλὰ τῆ μὲν ὑπὸ π' η' ζ', ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζ' ο' π', τῆ δὲ ὑπὸ η' ζ' ο', ἡ ὑπὸ η' π' ο', καὶ τῆν ρηθῆσαι λ' δ'. ἄρα τὸ η' ζ', ο' π', ὀρθογώνιον ἐστὶ, δίδεικται δὲ καὶ ἰσόπλευρον, τετράγωνον ἄρα. Ἐπεὶ δὲ πάλιν τέτμηται ἡ η' ζ', καὶ τὸ θ': ὡς ἐτύχε, πάντως γὰρ τὸ ζ' π', ἴσων ἐστὶ τοῖς η' κ', κ' ο', τετραγώνοις, καὶ ζ' κ', κ' π', ὀρθογώνιοις, καὶ τῆν δ. τῷ β. τῷ στοιχειωτῆ. Ἀλλὰ τὰ ζ' κ', κ' π', ἴσα ἀλλήλοισ ἐστὶν, καὶ τῆν μ' γ'. τῶ α. τοῦ αὐτοῦ, τὸ δὲ κ' π', ἴσων ἐστὶ τῶ η' λ', ἡ δὲ η' θ', ἴση ἐστὶ τῆς ζ' κ', καὶ ἡ θ' λ', τῆς κ' σ', ἄρα καὶ τὸ ζ' κ', ἴσων ἐστὶ τῶ η' λ', ἐστὶ δὲ καὶ τὸ κ' ο', ἴσων τῶ η' λ', τετράγωνον ἡ δ' ἑκάτερον, τὸ μὲν καὶ τὸ Πόρισμα τῆς δ. τῷ β. τῷ στοιχειωτῆ, τὸ δὲ ὅτι μέρος ἐστὶ τῶ η' κ', τετραγώνου, καὶ ὁμοίον αὐτῷ τῷ εἶδει. Ἀλλὰ τὸ η' λ', μονάδος ἐστὶ παρασατικόν, ἄρα καὶ τὸ κ' ο', ὁμοίως μονάδος ἐστὶ παρασατικόν. ὥστε τὸ η' ο', τετράγωνον συνίσταται ἐκ τῶ η' κ', τετραγώνου, καὶ τῆς αὐτοῦ πλευρᾶς δις λαμβανομένης, δηλ: τῶν ζ' κ', κ' π', παραλληλογράμμων. ἐπὶ δὲ καὶ τὸ κ' ο', μονάδος χώραν ἀναπληρῆντος, καὶ ἐπομένως ἀναλεγει τῷ εἶ ἀριθμῶν. Τὸ δὲ η' ο', τετράγωνον προσεχῆς ἐστὶ μείζον τῶ η' κ', τετραγώνου, ἄρα καὶ ὁ εἶς τετράγωνος ἀριθμὸς, προσεχῆς ἐστὶ μείζων τῶ α: τετραγώνου ἀριθμῶν.

α: 9:	β: 3:
γ: 6:	2:
δ: 1:	γ: 6:
ε: 16:	

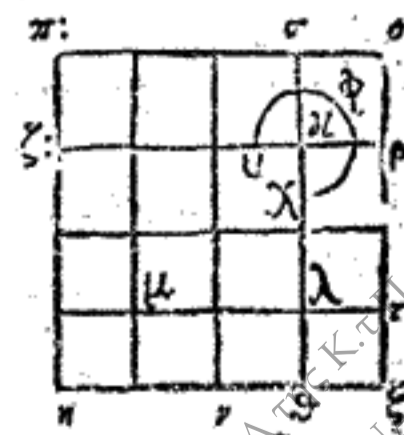


Λήμμα Β.

Ἐάν ἀπότινος τετραγώνου ἀριθμῶν δις ἢ αὐτῷ ἀφαιρεθῇ ῥίζα πλὴν μονάδος, ἐναπολειφθήσεται τετράγωνος ἀριθμὸς προσεχῆς ἐλάττων.

Ἐστω ὁ εἶς τετράγωνος ἀριθμὸς, ἡ ῥίζα δὲ δ: ἔτινος διπλασιασθέντος γινέσθω ὁ γ': τότε δὲ μονάδος ἀφαιρεθείσης ἐναπολειφθήτω ὁ β: ὅς τις ἀφαιρέσθω ἀπὸ τῶ εἶ: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ α: λέγω τὸν α: τετράγωνον εἶναι προσεχῆ ἐλάττωνα τῶ εἶ: ληφθήτω ἡ δ' τὸ κ' ο', τετράγωνον ἀντὶ τοῦ εἶ: τετραγώνου ἀριθμῶν, ἡ ῥίζα τὸ η' τ', ὀρθογώνιον, καὶ αφηρήθω τότε ὁ ὑφ' ἧς γινόμενων, ὥστε ἐναπολειφθήναι τὸ η' κ', τετράγωνον. Ἐπεὶ καὶ ὁ ὑφ' ἧς γινόμενων σύγκειται ἐκ τῶν θ' ο', ὅζ', ὀρθογώνιων, ἑκάτερον δὲ τῶν θ' ο' ἴσων ἐστὶ τῶ η' τ', πάντως γὰρ ὁ αὐτὸς ὑφ' ἧς γινόμενων ἴσος ἐστὶ τῶ η' τ', παραλληλόγραμμοι δις λαμβανομένων πλὴν μονάδος. Τὸ ἡ δ' κ' ο', παραλληλόγραμμον δις ἐν αὐτῷ λαμβάνεται, καὶ ἐπομένως ἀναλογεῖ τῷ β: ἀριθμῶν. Ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ η' ο', εἰληπται ἀντὶ τῶ εἶ: ἀριθμῶν, πάντως γὰρ τὸ η' κ', ἀναλογησῆσαι τῶ α: ἀλλὰ τὸ η' κ', τετράγωνον ἐστὶ προσεχῆς ἐλάττων. ἡ δὲ η' θ', ἴση ἐστὶ τῆς θ' κ', τὸ δὲ η' λ', ὀρθογώνιον, ἀφ' ἧς τὸ η' κ', ὡς ἀπὸ ῥίζης συνίσταται μονάδι ἐλαττεῖται τῶ η' τ', ἄρα καὶ ὁ α: τετράγωνος ἐστὶν ἀριθμὸς προσεχῆς ἐλάττων. Ὅπερ εἶδει δεῖξαι.

ε: 16:	δ: 4:
β: 7:	δ: 4:
α: 9:	γ: 8:
	1:
	β: 7:

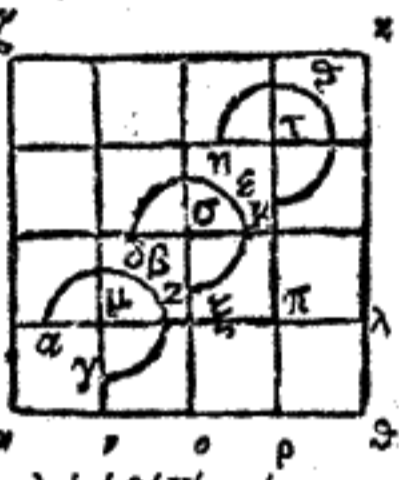


Λήμμα Γ.

Πᾶς τετράγωνος ἀριθμὸς ἐκ τσσάτων περιττῶν σύγκεται ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων, ὅσαι εἰσὶν αἱ τῆς αὐτῆ ρίζης μονάδες.

Ἐστω τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ εἰ: ἡ ρίζα ὁ δ': ἐκ τεσσάρων συκείμετος μονάδων. Λέγω δὴ καὶ τὸν εἰ: ἀριθμὸν ἐκ τεσσάρων συκείσθαι περιττῶν ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων. Εἰλήφθω ἥδὲ τὸ ζ' ἢ θ' κ', τετράγωνον ἀντὶ τοῦ εἰ: τετραγώνου ἀριθμοῦ, ἡ ρίζα τὸ η' λ', ὀρθογώνιον ἐκ τῶν η' μ', ζ' ξ', ὁ π', ρ' λ', ἐλαχίστων τετραγώνων συκείμετον. Ἐν τούτῳ οὖν τῷ ζ' ἢ θ' κ', τετραγώνῳ πρώτον τετράγωνόν ἐστι τὸ η' μ', ὃ καὶ μονάδα παρισκισι, δεῦτερον δὲ καὶ προσεχὲς μείζον τῷ η' μ', τὸ η' σ', ἡ ρίζα τὸ η' ξ', τρίτον δὲ καὶ προσεχὲς μείζον τῷ η' σ', τὸ η' τ', οὗ ρίζα τὸ η' π', τέταρτον δὲ καὶ προσεχὲς μείζον τῷ η' τ', τὸ η' κ', ἐστὶ τετράγωνον. Ἀφαιρημένῳ δὲ τῷ η' μ', ἀπὸ τοῦ η' σ', ἐγκαταλείπειται ὁ α' β' γ', γινώμων, καὶ ἕτος ἐστὶ πρώτη περιττῶ ἀριθμῶ παρασατικός μῆ μονάδα, καὶ τὸ α'. Λήμμα. τῷ δὲ η' σ', αφαιρημένῳ ἀπὸ τοῦ η' τ', ἐγκαταλείπειται ὁ δ' ε' ζ', γινώμων καὶ ἕτος ἐστὶ β'. περιττῶ ἀριθμῶ παρασατικός καὶ τὸ αὐτὸ Λήμμα. Ἀφαιρημένῳ δὲ καὶ τῷ η' τ', ἀπὸ τοῦ η' κ', ἐγκαταλείπειται ὁ η' θ' κ', γινώμων τρίτη ὡν περιττῶ ἀριθμοῦ παρασατικός, ἐπεὶ δὲ ἡ μονάς λαμβάνεται καὶ ἀντὶ ἀρτίου, καὶ ἀντὶ περιττῶ, δυνάμει γὰρ ἐστὶν ἑκάτερος, εἰάν ληφθῆ ἑνταῖθα ἀντὶ πρώτῃ περιττῶ, ὁ μὲν α' β' γ', γινώμων δεύτερος ἔσαι, ὁ δὲ δ' ε' ζ', τρίτος, καὶ ὁ η' θ' κ', τέταρτος, ἀλλὰ τὸ η' κ', τετράγωνον, ἴσόν ἐστι τοῖς τρισὶ γινώμασι, ἡ θ' κ', δ' ε' ζ', α' β' γ', καὶ η' μ', ἐλαχίστων τετραγώνων, καὶ εἰληπται ἀντὶ τοῦ εἰ: ἀριθμοῦ. Ἄρα ὁ εἰ: ἀριθμὸς περιέχεται ἐκ τεσσάρων περιττῶν ἀριθμῶν Α' Β', Γ' Δ', ἐστὶ δὲ καὶ ἡ τοῦτῃ ρίζα τεσσάρων παρασατικῆ μονάδων. Πᾶς ἄρα τετράγωνος ἀριθμὸς ἐκ τσσάτων περιττῶν σύγκεται ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων, ὅσαι εἰσὶν αἱ τῆς αὐτῆ ρίζης μονάδες. Ὅπερ ἦν τὸ ὑποχθεῖν.

ε: 16:	1
δ: 4:	3
	5
	7
ε: 16:	

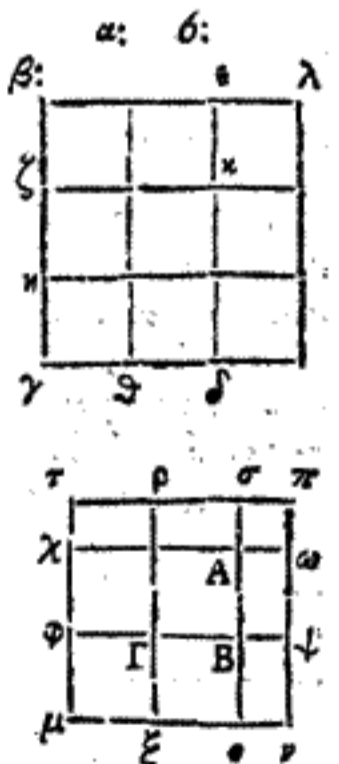


Λήμμα Δ.

Α Β Γ Δ:
1: 3: 5: 7:

Ὁ μὴ τετράγωνος ἀριθμὸς ἢ μόνον ἑτελεῦς, ἀλλὰ καὶ κεκλασμένης, ρίζης ἀπορεῖ.

Ἐστω μὴ τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ α': Λέγω δὴ τῶτον ἑτελεῦς ἄμα καὶ κεκλασμένης ρίζης ἀπορεῖν. Εἰλήφθω ἥδὲ τὸ β' γ' δ' ε', ὀρθογώνιον ἀντὶ τοῦ α': ἀριθμοῦ ὑπὸ τῶν β' γ', γ' δ', πλευρῶν περιεχόμενον, ὡν ἡ μὲν β' γ', ἐστω διηρημένη εἰς μέρη τρία ἴσα ἀλλήλοις τὰ β' ζ', ζ' η', η' γ', ἡ δὲ γ' δ', εἰς δύο τὰ γ' θ', θ' δ', τάτῃ μὲν ἔν ὅτι γε καὶ ἐστὶ ρίζα τετράγωνου ἢτε ἡ γ' δ', πλευρᾶ, ἢτε ἡ β' γ', διπλῶν. Ἐκ μὲν ἥδὲ τῆς γ' δ', πλευρᾶς συρίζεται τὸ γ' κ', τετράγωνον ἑλαττον τῷ γ' ε', ὀρθογώνιον, ἐκ δὲ τῆς β' γ', τὸ γ' λ', μείζον. Ὡστε τὸ γ' ε', ὀρθογώνιον ἑτελεῦς ρίζης ἀπορεῖ. ὅτι δὲ καὶ κεκλασμένης, δεῖκνυται. Εἰλήφθω γὰρ ἡ μ' ν', πλευρᾶ εἰς δύο καὶ ἡμισυ διηρημένη μέρη, οἷα τὰ τῆς β' γ', δηλ: τὰ μ' ξ', ξ' ο', ὁ γ', καὶ ἀπ' αὐτῆς ἀναγεγράφθω τὸ μ' π', τετράγωνον, καὶ τῆς μ' σ'. τῷ α'. τῷ στοιχειωτοῦ. Εἰτά ἀχθῆτωσαν ἀπὸ τῶν ξ': καὶ ο': σημείων, αἱ ξ' ρ', ὁ σ', εὐθεῖαι παραθήλων τῆ μ' τ', ἀπὸ δὲ τῶν φ': καὶ χ': ἀχθῆτωσαν αἱ φ' ψ', χ' ω', παραθήλων τῆ μ' ν', καὶ ἐπεὶ ἡ ξ' ο', διπλασία ἐστὶ τῆς ὀν', πάλλως γε τὸ ξ' Α', ὀρθογώνιον διπλασίον ἐστὶ τοῦ Α' ν', ἀλλὰ τῷ Α' ν', ἴσόν ἐστὶ τὸ τ' Α', καὶ τῆς μ' γ'. τοῦ αὐτῶ, τὸ ξ' Α', ἄρα διπλασίον ἐστὶ καὶ τῆς τ' Α', τὸ δὲ ξ' Α', σύγκεται ἐκ δύο μονάδων τῶν ξ' Β', Γ' Α', ἄρα ἑκάτερον τῶν τ' Α', Α' ν', ἴσόν ἐστὶ μᾶ μονάδι. Ἐπεὶ δ' αὐθις τὸ μ' Α', τετράγωνος σύγκεται ἐκ μονάδων τεσσάρων, πάλλως γε τὸ μ' π', σύγκεται ἐκ μονάδων ἕξ καὶ τῶ Α' π', τετραγώνου, ὅπερ παρεμφαίνειν τέταρτον μονάδος. Ἄρα τὸ μ' π', τετράγωνον μείζον ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῶ. Ἐάν δὲ ἡ μ' ν', πλευρᾶ ἑλαττων ληφθῆ τῶν δύο καὶ ἡμίσεως μερῶν, τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον ἑλαττον ἔσαι τῷ αὐτῷ α': ἀριθμῶ, ὥστε ὁ α': ἀριθμὸς καὶ ἔχει ρίζαν δι' ἀριθμῶ τινὲς κατισαμένην, ἢτε ἑτελεῦς, οὔτε μὲν κεκλασμένης. Ὁ μὴ τετράγωνος ἄρα ἀριθμὸς καὶ τ.



Ἐκ τῆς δὲ ὅτι εἰ ὁ μὴ τετράγωνος ἀριθμὸς ρίζαν ἔχει ἑτελεῦς ἢ κεκλασμένην πολλῶν γε μᾶλλον ἢ μὴ κυβικός.

Ε. Π. ΜΕΤΣ 2006
ΙΩΑΝΝΗΝΑ 2006

Πρότασις Α.

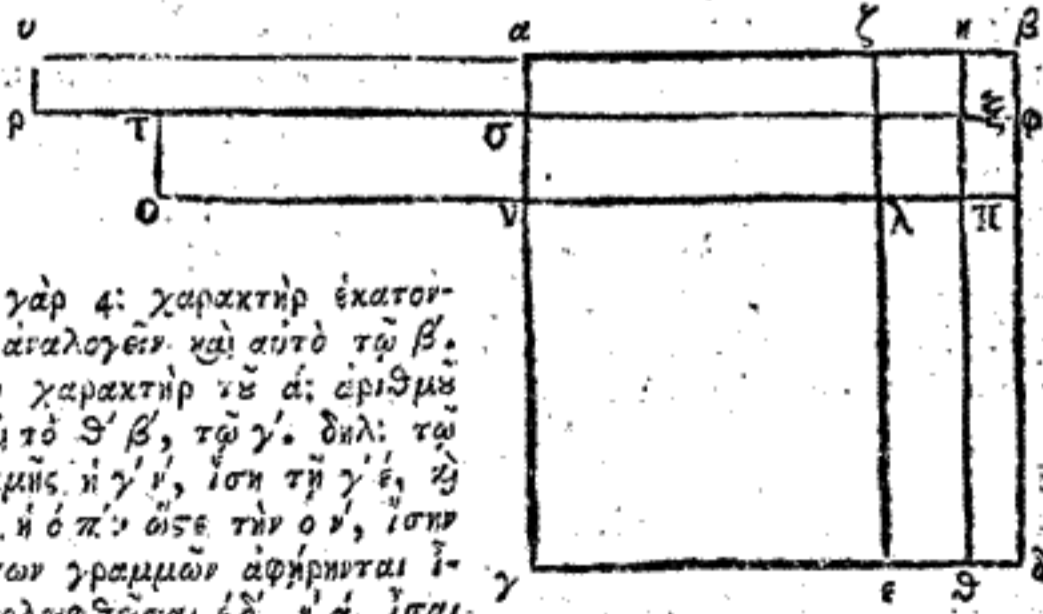
Αριθμὸν τετραγώνου δοθέντος τὴν τετραγώνου αὐτοῦ ρίζαν εὑρεῖν.

Ἐστω τετραγώνος ἀριθμὸς ὁ α΄ καὶ ζητηθῆτω ἡ τετραγώνου αὐτοῦ ρίζα, εἰς εὑρεσιν δὲ ταύτης, σημειωθῆτω σιγμα, ἢ γβ, ἐλαχίστη γραμμὴ ὁ α΄ τῶ α΄ καὶ τὰ δεξιὰ χαρακτῆρ, ὁ καὶ μονάδων χώραν ἀνεπληρῶν. Τῶ δὲ β΄ παρεωραμένῃ, σημειωθῆτω καὶ ὁ γ΄ τὸν αὐτὸν τρόπον, ὅς καὶ ἐκατοστάδας παρίσῃσι. Παρεωραμένῃ δὲ καὶ τῶ τετάρτῃ σημειωθῆτω καὶ ὁ δ΄ ὅστις δεκάδα χιλιάδος ἐμφαίνει, καὶ ἔτω διαιρεθῆσεται ὁ α΄ ἀριθμὸς εἰς μέρη τρία. Ἐὰν δὲ πλείονες ὡσι τῶν ἐξ χαρακτῆρες σημειωθῆσασαν καὶ οἱ λοιποὶ τὸν αὐτὸν τρόπον μέχρι τῶ ἑξάτου. Εἶτα ζητηθῆτω ἡ ρίζα τῶ α΄ μέρος κατὰ τὰ ἀριστερά. Εὑρεθῆσεται ὁ αὐτὴ εὐχερέστερον εἰάν ὁ προσεχὴς τετραγώνος ἀριθμὸς ἐγνωσμένος εἴη. Ἐπεὶ δὲ τὸ α΄ μέρος αἰεὶ ἐξ ἑνὸς ἢ δύο συγκείται χαρακτῆρων τῶ προκειμένῳ ἀριθμῷ πάντως γὰρ ἡ τετραγώνου αὐτοῦ ρίζα δι' ἑνὸς εὑρεθῆσεται χαρακτῆρος καὶ τῶ μικρῶν πρόσθεν εἰρημένα. Διὸ ἐκκείδασαν ἐφεξῆς οἱ ἐννέα ἀπὸ μονάδος χαρακτῆρες, καὶ ἕκαστος τῶν τῶν πολλαπλασιαζόμενος ἐφ' ἑαυτὸν ποιῆτω τῶν ἀπ' αὐτῶ τετραγώνου ἀριθμῶν. Τῶν δὲ τετραγώνων τῶν ἐφεξῆς κειμένων ὑπὸ τῆς ἰδίας ἑκάστῃ ρίζαν, παραβληθῆτω τὸ α΄ τῶ α΄ μέρος ἐκάστῳ τετραγώνῳ, καὶ ἡ ρίζα τῶ ἐχέσῃ αὐτῶ τετραγώνῳ ἴσαι καὶ αὐτῶ, τῶ α΄ δηλ. τῶ α΄ μέρος, ρίζα. Ἐπεὶ ἔν τῶ α΄ τῶ α΄ μέρος ἐγγύτερος εὑρίσκειται τῶν ἄλλων ὁ ἢ τετραγώνος ἀριθμὸς, καὶ τῶν ρίζα τετραγώνος εἰν ὁ δὲ χαρακτῆρ, γραφῆτω ὁ β΄ καὶ ἐπὶ τῆς μ΄ γραμμῆς ἐνθα τὸ ν΄ καὶ ὑπὸ τῶ α΄ μέρος τῶ α΄ ἐνθα τὸ ξ΄ εἶτα ἀφαιρεθῆτω ὁ τῶ β΄ τετραγώνος ἀριθμὸς ἀπὸ τῶ πρώτῃ μέρος τῶ α΄ καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος ζ΄ χαρακτῆρ, γραφῆτω ἐπὶ τῶ αὐτῶ μέρος. Τῶν δὲ γενομένων διπλασιασθῆτω ὁ ν΄ καὶ ὁ γεόμενος γραφῆτω ὑπὸ τῶν ξ΄ πρὸς τὰ δεξιὰ ἐκτεινόμενος ἐνθα τὸ π΄ ἐπεὶ δὲ ἔτος συσσιχῆ τῶ ζ΄ χαρακτῆρι, ζητηθῆτω ποσάκις εἰσέρχεται ἐν τῶ ζ΄ ἀριθμῷ ὁ αὐτὸς π΄ ἀριθμὸς, καὶ εὑρεθῆσεται πάντως τετράκις, διὸ δὴ γραφῆτω ἐφεξῆς τῶ τῶ ν΄ καὶ π΄ ὁ δὲ χαρακτῆρ. Εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ἕκαστος τῶ π΄ χαρακτῆρ ἐπὶ τὸν δ΄ τὸν ἐπὶ τῆς γραμμῆς, καὶ ὁ γεόμενος ἀφηρήθῃ ἀπὸ τῆ συσσιχέντος τῶ π΄ δηλ. ἀπὸ τῶ 521: ἀριθμῷ κατὰ τῆς τῆς Διαίρεσως Ἐπιπέδου, καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον γραφῆτω ἄνω. Ἐπεὶ τοίνυν ἐναπολείπεται ὁ ε΄ γραφῆτω ἐπὶ τῆς μὲν μονάδος ὁ 5: χαρακτῆρ συσσιχῆ ἢ ταύτῃ ὁ 4: τοῦ δὲ 2: χαρακτῆρος γραφῆτω ὡσαύτως ὁ 2: χαρακτῆρ. Διπλασιαζόμενων δ' αὐτῶν τῶν τοῦ ν΄ χαρακτῆρων ὁ γεόμενος γραφῆτω ὑπὸ τῶν π΄ ἕνα κατερχόμενος βᾶδμον ἐνθα τὸ ρ΄ ἐπεὶ δ' ὁ ἑξατος τῶ ρ΄ χαρακτῆρ συσσιχῆ τῶ β΄ τῶ α΄ χαρακτῆρι, ζητηθῆτω ποσάκις ὁ ρ΄ μετρεῖ τὸν 256: καὶ εὑρεθῆσεται δις, ὁθεν γραφῆτω ἐντε τῶ ν΄ καὶ ρ΄ ἀριθμῷ ὁ 2: χαρακτῆρ ἐφεξῆς τῶν χαρακτῆρων ἐκατέρου. Εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ἕκαστος τῶ ρ΄ χαρακτῆρ ἐπὶ τὸν 2: καὶ ὁ γεόμενος ἀφαιρεθῆτω ἀπὸ τοῦ συσσιχέντος τῶ ρ΄ ἀριθμῷ, δηλ. ἀπὸ τῶ 2564: καὶ ἐπεὶ ἔδην ἐναπολείπεται, πάντως γὰρ ὁ ν΄ ἀριθμὸς ἡ τετραγώνος εἰν τοῦ α΄ ρίζα.

1	2	3	4	5	6	7	8	9:
1	4	9	16	25	36	49	64	81:
β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	ι	λ:

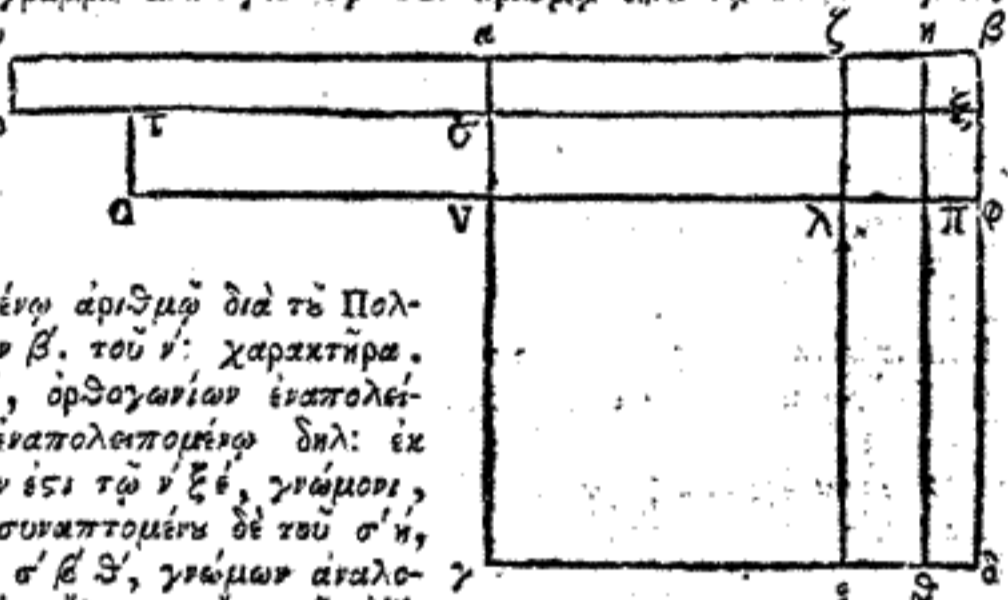
000
82800
α: 412164 | ν: 642: μ:
ξ: 6
π: 124
ρ: 1282:

Εἰλήθῃω ἀντὶ τῶ α΄ τετραγώνου ἀριθμῷ τὸ γ' β', τετραγώνου, αὐτῆς ρίζα τετραγώνου ἢ γ' δ', καὶ διαιρεθῆτω εἰς μέρη τρία, εἰς ὅσα καὶ ὁ α΄ δηλ. ἀριθμὸς διήρηται, τὰ γ' ζ', ἢ δ' β', ὡσεὶ τὸ μὲν γ' ζ', ἀναλογεῖν τῶ α΄ τοῦ α΄ μέρος, δηλ. τῶ 410000: ὁ γὰρ 4: χαρακτῆρ ἑκατοντάδας χιλιάδας παρίσῃσι. Τὸ δὲ ε' η', ἀναλογεῖν καὶ αὐτὸ τῶ β' τῶ α΄ μέρος, δηλ. τῶ 2100: ὁ γὰρ δύο χαρακτῆρ τῶ α΄ ἀριθμῷ μονάδος χιλιάδος παρασατικός εἰν. καὶ τὸ θ' β', τῶ γ' δηλ. τῶ 64: Εἶτα εἰλήθῃω ἀπὸ τῆς α' γ' γραμμῆς ἢ γ' ν', ἴση τῆ γ' ε', καὶ διὰ τῶ ν' παράλληλος τῆ γ' ο', διήχθῃ ἢ ὁ π' ὡσεὶ τὴν ο' ν', ἴσην εἶναι τῆ λ', ἐπεὶ δὲ τῶν α' γ', γ' δ', ἴσων γραμμῶν ἀφηρῆνται ἴσαι αἱ γ' ε', γ' ν', πάντως γὰρ αἱ ἐναπολειφθεῖσαι ε' δ', ν' α', ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ. Διὸ ἀφηρήθῃ τῆς ν' α', ἢ ν' σ', ἴση τῆ ε' θ', καὶ διὰ τῶ σ' διήχθῃ ἢ ρ' ξ', παράλληλος τῆ γ' δ', ὡσεὶ τὴν ρ' σ', ἴσην εἶναι τῆ σ' ξ', τῆ δὲ ν' α', ἔχθῃ παράλληλος ἢ, τε ὅτ, καὶ ρ' υ', καὶ ἀναπλήρωθῃ τὸ Σχῆμα.



Δείκνεται.

Επει το γζ, μέρος τῆ γ β, τετραγώνη αναλογεί τῷ α. μέρος τῶ α: αριθμῶ, πάντως γε ἢ γ' ε, αναλογεί τῷ α. του ε: χαρακτήρι δηλ: τῷ β: τὸ δὲ γ λ, τῶ ἀπὸ τοῦ β: γινόμενῳ τετραγώνῳ ἀριθμῶ δηλ: τῷ 36000: ὁ γὰρ β: χαρακτήρ ἐστὶ τῷ ε: χώρην ἔχει ἑκατοντάδος. Αὐτὸς ἐπειδὴ ἀφαιρέμενος τοῦ γ λ, τετραγώνη ἀπὸ τῆ γ ζ, ὀρθογώνιος, ἐναπολείπεται τὸ λ' α, ὀρθογώνιον, πάντως γε τὸ αὐτὸ λ' α, ὀρθογώνιον, αναλογεί τῷ 50000: τῷ ἐναπολειπομένῳ ἐκ τοῦ α. μέρος τοῦ α: ἀφαιρέμενου ἀπ' αὐτοῦ τοῦ προσεχέος αὐτῷ τετραγώνῳ ὁ γὰρ 5: χαρακτήρ δεκάδα χιλιάδος ἐμφαίνει. Προσλαμβανόμενος δὲ καὶ τοῦ ε, ὀρθογώνιος τὸ α λ, ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ε, αναλογεί τῷ 52100: ἐπεὶ δὲ ἢ μὲν ε σ, γραμμὴ εὐληπταί ἴση τῇ ε δ, ἢ τις αναλογεί τῷ β. χαρακτήρι τῷ ε: ἢ δὲ ὀ λ, τῇ ε λ, πάντως γε ἢ μὲν ὀ λ, γραμμὴ αναλογεί τῷ 12: ἀριθμῶ δηλ: τῷ 1200: τῷ ὡς μεριστῇ λαμβανόμενῳ τῷ β. μέρος τῆ υ



α: ἢ δὲ ὀ τ: ἴση ἔσται τῇ ε σ: καὶ τῆ λ δ. τῷ α. τῷ στοιχειωτῷ, αναλογεί τῷ β. τῷ ε: χαρακτήρι δηλ: τῷ 10: ἐπεὶ δὲ καὶ ἢ λ π, ἴση ἐστὶ τῇ ε δ, ἢ ὅλη ὀ π, αναλογεί τῷ π: ἀριθμῶ, δηλ: τῷ 1240 τὸ δὲ ὀ ζ, ὀρθογώνιον αναλογεί τῷ γινόμενῳ ἀριθμῶ διὰ τὸ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ π: ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν β. τοῦ ε: χαρακτήρα. Αφαιρέμενος δὲ τῷ ὀ ζ, ἀπὸ τῶν λ' α, ε, ὀρθογώνιον ἐναπολείπεται τὸ σ' η, αναλογεί τῷ 2500: τῷ ἐναπολειπομένῳ δηλ: ἐκ τῶν 52100: τὸ γὰρ ὀ ζ, ὀρθογώνιον ἴσόν ἐστὶ τῷ ε ζ ε, γνώμονι, ὅστις μὲν τῷ σ' η, αναλογεί τῷ 52100: συναπτομένῳ δὲ τοῦ σ' η, μὲν τοῦ γ. μέρος τοῦ γ β, τετραγώνῳ ὁ σ' β δ, γνώμων αναλογεί τῷ 2564: Επει δὲ πάλιν ἢ ρ σ, εὐληπταί ἴση τῇ σ' ζ, πάντως γε τὰ ρ α, α ζ, ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ, καὶ τῆ λ ε. τοῦ α. τῷ στοιχειωτῷ. Ἀλλὰ τὸ α ζ, ἴσόν ἐστὶ τῷ ε δ, κατὰ τῆ μ γ. τοῦ αὐτοῦ, ἀρα καὶ τὸ ρ α, ἴσόν ἐστὶ τῷ ε δ, κοινῶ δὲ προσκειμένα τοῦ σ' β, τὸ ρ β, ἴσόν ἐστὶ τῷ σ' β δ, γνώμονι, ὁ δὲ σ' β δ, γνώμων αναλογεί τῷ 2564: ἀριθμῶ, ὡς εἴρηται, ἀρα καὶ τὸ ρ β, ὀρθογώνιον αναλογεί τῷ αὐτῷ 2564: ἀριθμῶ, ἢ δὲ ρ φ, γραμμῶν τῷ ρ: ἀριθμῶ τῷ ὡς μεριστῇ λαμβανόμενῳ τῷ γ. μέρος τῆ α: ὡς τι συνάπτεται καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον ἀπὸ τῆ β. Επει δὲ ἢ β φ, ἴση ἐστὶ τῇ φ ζ, τετραγώνῳ γὰρ τὸ ε β, ἢ δὲ ε φ, τῇ φ δ, τὸ ρ β, ἀρα αναλογεί καὶ τῷ γινόμενῳ διὰ τὸ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ρ: ἀριθμῶ δηλ: τῷ 1282: ἐπὶ τὸν γ. τῷ ε: χαρακτήρα. Ὅτι δὲ ἢ τῷ α: τετραγώνῳ ἀριθμοῦ ρίζα ἐκ τριῶν συνίσταται χαρακτήρων, ἄλλον ἐκ τῶν εἰρημένων ἐπὶ τῷ παρόντος Κεφαλαίου σύγκειται γὰρ ὁ αὐτὸς α: ἐκ χαρακτήρων ε ζ, τοῦ δὲ ἐκπίπτα ἢ ε ζ συγκεκλιμένῳ χαρακτήρων ἢ ρίζα ἐκ τριῶν συνίσταται, ὡς εἴρηται. Διπλασιάζεται δ' ἕκαστος τῆς ρίζης χαρακτήρ, πληρὸν τῷ ἑκάστῳ, ὅτι ἐπὶ τῷ Πολλαπλασιασμῷ ἕκαστος ἀριθμὸς ὡς ὀρθογώνιον ὑποτίθεται. Επει ἢ τῷ α. χαρακτήρος τῷ ε: ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος, καὶ τῷ γινόμενῳ ἀφαιρέθέντος ἀπὸ τῆ α. μέρος τῆ α: ἐναπολείπεται ὁ 50000: ὅστις συναπτόμενος τῷ β. τῷ α: μέρος προκί: τὸν 52100: τότε δὲ παρακατακτικῶς ἐπὶ τῷ Διαγράμματι τὰ ε ζ, ε, ὀρθογώνιος, ὀφείλει πάντως καὶ τὰ ὀρθογώνια ταῦτα εἰς ἓν συναφθῆναι, ὡς τὸ γινόμενον πλάτος ἔχει ἴσον τῇ ε δ, ἐπεὶ δὲ ἢ ε λ, ἴση ἐστὶ τῇ λ ε, διαδοίκατο εὐληπταί ἢ ε δ, ἴση τῇ ε λ, ἵνα γένηται τὸ ὀ ζ, ἴσον τῷ ε ζ ε, γνώμονι, ἕστινος ἀφαιρέμενου ἀπὸ τῶν ε ζ, ε, ἢ, ἐναπολείπεται τὸ σ' η, ὀρθογώνιον αναλογεί τῷ 2500: Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ εὐληπταί καὶ ἢ ρ σ, ἴση τῇ σ' ζ, ὡς ἐκ τῆς πράξεως ἄλλον καθίσταται.

Πρότασις Β'. Θεώρημα.

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον πολλαπλασιάσας ἀριθμὸν ποιῆ τινα, ὁ γινόμενος τετράγωνος ἔσται, ἢ ρίζα ὁ ἐκ τῶν ρίζῶν τῆ τε πολλαπλασιάσαντος, καὶ πολλαπλασιασθέντος γινόμενος.

Τετράγωνος ἢ δὲ ἀριθμὸς ὁ α: ἢ ρίζα ὁ δ: πολλαπλασιάσας τὸν β: τετράγωνον ἀριθμὸν, ἢ ρίζα ὁ ε: ποιῆτω τὸν γ: πολλαπλασιάσας δὲ καὶ ὁ δ: τὸν ε: ποιῆτω τὸν ζ: Λέγω τὸν γ: ἀριθμὸν τετράγωνον εἶναι, ἢ ρίζα ὁ ζ: Επει γὰρ ὁ δ: ἑαυτὸν τε καὶ τὸν ε: πολλαπλασιάσας τῆς α: καὶ ζ: πρὸς ποιῆται πάντως γε ὁ α: πρὸς τὸν ζ: ἔξει ὡς ὁ δ: πρὸς τὸν ε: κατὰ τῆς ε ζ. τῷ ζ. τῷ στοιχειωτῷ. Επει δὲ καὶ ὁ ε: τὸν δ: καὶ ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας τῆς ζ: καὶ β: πεποιτικῶν, ὁ ζ: ἄπτεται πρὸς τῆ β: ἔξει

Ε. Π. Κ. 2006
ΙΩΑΝΝΗΝΑ 2006

β : ἔχει ὡς δ : πρὸς τὸν ϵ : κατὰ τὴν αὐτὴν ζ . ὡς δ' ἔχει δ : πρὸς τὸν ϵ : ἔχει α : β : γ :
 καὶ ὁ α : πρὸς τὸν ζ : ὡς δίδεικται, ἄρα ὡς ὁ α : πρὸς τὸν ζ : ὕψως ὁ ζ : πρὸς τὸν δ : 4 : 9 : 36 :
 Ὡς, κατὰ τὴν κ . τῶ αὐτῶ, ὁ ὑπὸ τῶν α : καὶ β : ἰσὸς ἐστὶ τῶ ἀπὸ τῶ ζ : ὁ δὲ ὑ- δ : ϵ : ζ :
 πὸ τῶν α : καὶ β : γινόμενος ἐστὶν ὁ γ : ὁ αὐτὸς ἄρα γ : γενήσεται καὶ ἀπὸ τῶ ζ : ἐφ' α : 3 : 6 :
 ἑαυτὸν πολλαπλασιαζομένου, καὶ ἐπομένως τετράγωνός ἐστιν ἀριθμὸς ἔχων ῥίζαν δ : 2 :
 τὸν ζ : ὁ δὲ ζ : γίνεται ὑπὸ τῶν δ : καὶ ϵ : ῥιζῶν, ἐὰν ἄρα τετράγωνος ἀριθμὸς τε- δ : 2 : ϵ : 3 : ϵ : 3 :
 τράγωνον πολλαπλασιάσας ἀριθμὸν ποιῆται, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται, οὗ α : 4 : ζ : 6 : β : 9 :
 ῥίζα ὁ ἐκ τῶν ῥιζῶν τῶ τε πολλαπλασιάσαντος καὶ πολλαπλασιαθέντος γινόμενος. Ὅπρι ἴδει δεῖξαι.

Πόρισμα .

Ἐκ τούτου δὲ δήλον ὅτι ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς μὴ τετράγωνον πολλαπλασιάσας ἀριθμὸν ποιῆται, ὁ γενόμενος ἀριθμὸς οὐκ ἔσται τετράγωνος.

Πρότασις Γ'. Θεώρημα .

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς ἐπὶ τετράγωνον μερισθῆ ἀριθμὸν τὸ πηλίκον ἔσται τετράγωνος ἀριθμὸς, οὗ ῥίζα τὸ πηλίκον ἐστὶ τῆς τοῦ μερισθέντος ἀριθμοῦ ῥιζῆς ἐπὶ τὴν τοῦ μερίσαντος μερισθείσας ῥίζαν.

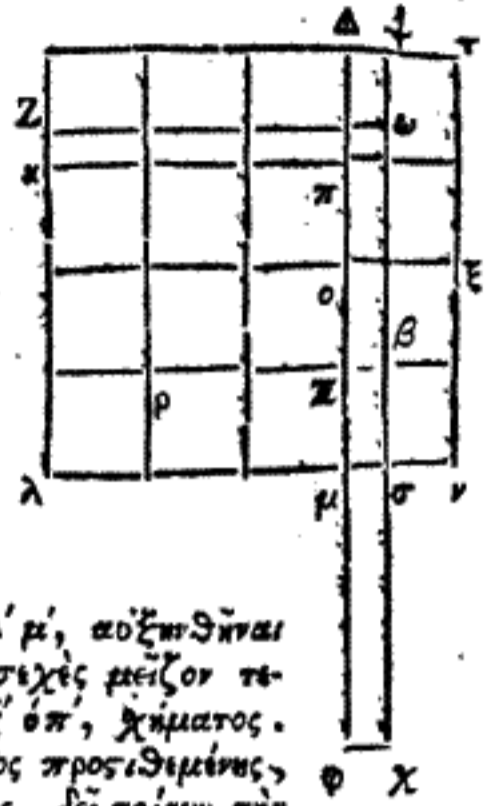
Μερισθῆτω δὴ ὁ γ : τετράγωνος ἀριθμὸς, ἢ ῥίζα ὁ ζ : ἐπὶ τὸν β : τετράγωνον ἀριθμὸν, ἢ ῥίζα γ : 36 : ζ : 6 :
 ὁ ϵ : καὶ ἔστω πηλίκον ὁ α : μερισθῆτω δὲ καὶ ὁ ζ : ἐπὶ τὸν ϵ : καὶ ἔστω πηλίκον ὁ δ : β : 9 : α : 4 : ζ : 6 :
 ὅς τι ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖτω τὸν η : λέγω δὴ τὸν α : τετρά- ϵ : 3 :
 γωνον εἶναι ἔχοντα ῥίζαν τετράγωνον τὸν δ : καὶ γὰρ τὸν τῆς Διαίρεσεως κα- ζ : 6 :
 νόνα, ἐὰν ἡ πράξις ὑγιῆς εἴη, ὁ α : τὸν β : πολλαπλασιάσας ποιήσει τὸν γ : δ : 2 :
 ἐπεὶ δὲ ὁ αὐτὸς γ : γίγνεται καὶ ἀπὸ τῶ ζ : ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαθέντος, πάν- δ : 2 :
 τως γε, καὶ τὴν κ . τῶ ζ . Εὐκλ. ὁ ζ : μῆσος ἀνάλογός ἐστι τῶν α β , καὶ ὡς ἔχει δ : 2 :
 ὁ α : πρὸς τὸν ζ : ὕψως ἔχει καὶ ὁ αὐτὸς ζ : πρὸς τὸν β : αὐθις ἐπεὶ ὁ ϵ : τὸν δ : 2 :
 μὲν δ : πολλαπλασιάσας πεποιήκε τὸν ζ : ἑαυτὸν δὲ αἰσαύτως πολλαπλασιά- α : 4 : ζ : 6 : β : 9 : γ : 36 : β : 9 : α : 4 :
 σας πεποιήκε τὸν β : κατὰ τὴν ι . ἄρα τῶ αὐτῶ οἱ δ ϵ α α : 4 : ζ : 6 : β : 9 : γ : 36 : β : 9 : α : 4 :
 ἄλογόν εἰσι τοῖς ζ β , ὡς ὡς ἔχει ὁ δ : πρὸς τὸν ϵ : ὕψως γ : 36 : ζ : 6 : ϵ : 3 : δ : 2 :
 ἔχει καὶ ὁ ζ : πρὸς τὸν β : ὡς δὲ ἔχει ὁ ζ : πρὸς τὸν β : δὲ- γ : 36 : ζ : 6 : ϵ : 3 : δ : 2 :
 δεικται ἔχειν καὶ ὁ α : πρὸς τὸν αὐτὸν ζ : ἄρα ὡς ἔχει ὁ δ : πρὸς τὸν ϵ : ἔχει καὶ ὁ α : πρὸς τὸν ζ :
 ἀλλ' ὡς ἔχει ὁ δ : πρὸς τὸν ϵ : ἔχει καὶ ὁ η : πρὸς τὸν ζ : ὁ γὰρ δ : ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάσας τὸν η :
 πεποιήκε, τὸν δὲ ϵ : ὁμοίως πολλαπλασιάσας πεποιήκε τὸν ζ : ἄρα ὡς ἔχει ὁ α : πρὸς τὸν ζ : ἔχει
 πάντως καὶ ὁ η : πρὸς τὸν αὐτὸν ζ : ὡς κατὰ τὴν θ . τῶ ϵ . τῶ Στοιχειωτῶ οἱ α : καὶ η : ἀριθμοὶ ἴσοι
 ἀλλήλοις εἰσιν. Ἐπεὶ δὲ ὁ η : τετράγωνός ἐστιν ἀριθμὸς, ἢ ῥίζα ὁ δ : πάθως γε καὶ ὁ α : τετράγωνός ἐστιν
 ἀριθμὸς ἔχων ῥίζαν τὸν αὐτὸν δ : ἀλλ' ὁ δ : πηλίκον ἐστὶ τῶ ζ : ἐπὶ τὸν ϵ : μερισθέντος κατὰ τὴν κα-
 τασκευὴν. Ἐὰν ἄρα τετράγωνος ἀριθμὸς ἐπὶ τετράγωνον μερισθῆ ἀριθμὸν, τὸ πηλίκον ἔσται τε-
 τράγωνος ἀριθμὸς, ἢ ῥίζα ἐστὶ τὸ πηλίκον τῆς τῶ μερισθέντος ἀριθμοῦ ῥιζῆς ἐπὶ τὴν τῶ μερίσαντος
 μερισθείσας ῥίζαν. Ὅπρι ἴδει δεῖξαι.

Πρότασις Δ'. Πρόβλημα .

Ἀριθμὸν μὴ τετράγωνον δοθέντος τὴν προσεχέστεραν αὐτῶ ῥίζαν εὐρεῖν .

Ὅτι γε ὁ μὴ τετράγωνος ἀριθμὸς μὴ μόνον ἐντελής, ἀλλὰ καὶ κεκλασμένης ἀπορεῖ ῥιζῆς, δίδεικται διὰ τῶ θ . Λήμματος, δυνατόν ἐμπικε τὴν προσεχέστεραν αὐτοῦ ῥίζαν εὐρεθῆναι δυσίτισι τρόποις. Ἔστω δὴ ὁ α : μὴ τετράγωνος ἀριθμὸς, ἢ ἡ προσεχέστερα ζητεῖται ῥίζα. καὶ ἐπεὶ προσεχῆς τῶ α : τετράγωνος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ γ : οὗ ῥίζα ὁ β : ἀφηρήθαι ὁ αὐτὸς γ : ἀπὸ τῶ α : καὶ ὁ δ : 2 :
 ἐναπολειφθεὶς δ : γραφήτω ἔνθα τὸ ϵ : καὶ η : Εἶτα διπλασιασθῆτω ὁ β : καὶ ὁ γινόμε- α : 11 : δ : 3 :
 νος γραφήτω ἔνθα μὲν τὸ ζ : μόνος, ὡς γενέσθαι ἐξ αὐτῶ τε καὶ τῶ ϵ : τὸ ϵ ζ , κλά- γ : 9 :
 σμα, ἔνθα δὲ τὸ θ : προσλαβῶν καὶ μονάδα, ὡς συσταθῆναι ἐκτε τῶ θ : καὶ η : τὸ α : 2 :
 θ , κλάσμα. Τύτω γὰρ γινόμενου ὁ β : μετ' τῶ ϵ ζ , κλάσματος προσεχῆς τῶ α : ἰ- α : 2 : α : 2 :
 σαι ῥίζα, κατὰ τὸν τῶ μείζονος λόγον. μετὰ δὲ τῶ θ : προσεχῆς ὁμοίως ἔσται τῶ ζ : 6 : δ : 2 : 7 :
 αὐτῶ ῥίζα, κατὰ τὸν τῶ ἐλάττωος λόγον, ὡς ἀπὸ μὲν τῶ β : ἀριθμοῦ καὶ ϵ ζ , κλάσματος γινέσθαι α : 2 :
 προσεχῆς μείζονα τετράγωνον ἀριθμὸν τῶ α : ἀπὸ δὲ τῶ αὐτῶ β : καὶ θ , κλάσματος γινέσθαι τῶ α :
 τετράγωνον.

τράγωνον ἀριθμὸν προσεχῆ ἑλάττωτα τῷ αὐτῷ α': Τηκεῖσθω γὰρ τὸ κ' λ' ν' ξ' ο' π', Σχήμα αὐτὸ
 τῷ α': ἀριθμῷ ἐκ τοσούτων τετραγώνων, οἷον τὸ λ' ρ, συγκεῖμενον, ἐξ
 ὅσων μονάδων εὐγώνεται καὶ ὁ α': ἀριθμὸς. ὥστε τὸ μὲν λ' π', τετραγώνου
 ἀναλογεῖν τῷ γ': τετραγώνου ἀριθμῷ, τὸ δὲ μ' ξ', ἀναλογεῖν ὁ-
 μοίως τῷ δ': ἰσαπέλιφθεντι. κείσθω δὲ καὶ τὴν μ' σ', γραμμὴν ἔχειν
 πρὸς τὴν μ' ν', πρῶτον μὲν ὡς ὁ ε': πρὸς τὸν ζ': ἀριθμὸν. Τύτων δ' ὅ-
 τως ὑποτιθέσθω ἑκάστην ἢ π' μ', γραμμὴν ἐπὶ τὸ φ': ὥστε τὴν μ' ρ,
 ὡσαύτως ἢ μ' σ', διὰ δὲ τῶ σ': ἢ χθω παραλληλος τῇ φ' π', ἢ χ' ψ,
 ἢ γαμίτης δὲ τῆς σ' ὡ, ἴσως τῇ λ' σ', ἢ χθω παραλληλος τῇ κ' π', ἢ ὡ ζ',
 ἢ ὡσαύτως κείσθω τὸ φ' ψ, παραλληλόγραμμον, καὶ λ' τ, τετράγωνον.



Δείκνυται.

Τὸ λ' σ', τετραγώνου ἀφαιρουμένου ἀπὸ τοῦ κ' λ' ν' ξ' ο' π', Σχήμα-
 τος φασκαλιπεται τὸ μ' ξ', ὀρθογώνιον, ὡς περ καὶ τῷ γ': τετραγώνου
 ἀριθμῷ ἀπὸ τῆ α': ἀφαιρουμένου εὐκαταλείπεται ὁ δ': ἐπεὶ δὲ τοῦ λ' π',
 τετραγώνου ρίζα τετραγώνου ἐστὶν ἢ λ' μ', εὐθεία, πάντως γε πρὸς τὸ
 κείσθω τετράγωνον ἴσον τῷ κ' λ' ν' ξ' ο' π', Σχήματι, ἀναγκαῖον τὴν λ' μ', αὐξήσθω
 μίξω. Ἐάν τις μονάδι αὐξήσθω, γενήσεται μὲν ἐξ αὐτῆς τὸ λ' τ', προσεχὲς μείζον τε-
 τραγώνου τῷ λ' π', τετραγώνου. μείζον δ' ἔσται μονάδι καὶ τοῦ κ' λ' ν' ξ' ο' π', σχήματος.
 γίνεται γὰρ τὸ αὐτὸ λ' τ', διπλασιαζομένης τῆς τῷ λ' π', ρίζης καὶ μονάδος προσετιμένης,
 κατὰ τὸ κ. Λήμμα. Ὡς ἢ λ' ν', ἢ ἔσται ρίζα τῷ κ' λ' ν' ξ' ο' π', Σχήματος. δεῖ τοίνυν τὴν
 λ' μ', αὐξήσθω μέρη τινί, ἢ γυν μέρησι μονάδος. Διὸ εἰλήφθω ἢ λ' σ', ἀναλογῶσα τῷ
 β': ἀριθμῷ καὶ ἐξ', κλάσματι. ὅτι δὲ ἡ αὐτὴ λ' σ', ἔτι ὑποτιθέμενη προσεχεστέρα ἔσται ρίζα
 τῷ α': ἀριθμῷ, ἀφ' ἧς γενήσεται τετράγωνον μικρόν τι μείζον τῷ αὐτοῦ α': οὐ χαλεπὸν δεῖξαι. Τὸ
 γὰρ π' σ', ὀρθογώνιον ἰσόν ἐστι τῷ σ' φ', κατὰ τὴν λ' σ'. τοῦ α'. Εὐκλι: τὸ δὲ π' σ', ἰσόν ἐστι τῷ
 π' ζ', κατὰ τὴν μ' γ'. τῷ αὐτῷ, ὥστε κατὰ τὸ α'. Δξίωμα τὸ σ' φ', ἰσόν ἐστι τῷ π' ζ', κοινῆ δὲ προ-
 σκεμίγη τῷ ὡ μ', ἔσται ὁ κ' ὡ μ', γνώμων ἴσος τῷ φ' ὡ, παραλληλογράμμου. Ἀλλὰ τὸ φ' ὡ, παραλλ-
 λογράμμου ὑπερέχει τῷ μ' ξ', τῷ π' ὡ, τετραγώνου, ὡς δεχθήσεται. καὶ ὁ κ' ὡ μ', ἀρα γνώμων ὑ-
 περέχει τῷ αὐτῷ μ' ξ', τῷ π' ὡ, τετραγώνου, κοινῆ δὲ προσκειμένη τῷ τῷ κ' ὡ μ', γνώμωνι, καὶ μ' ξ',
 παραλληλογράμμου τῷ λ' π', τετραγώνου, ὑπερέχει καὶ τὸ λ' ὡ, τετράγωνον, ἢ ρίζα ἢ λ' σ', τοῦ κ' λ'
 ν' ξ' ο' π', σχήματος τῷ π' ὡ, τετραγώνου, ἀλλ' ἢ λ' σ', ρίζα ἀναλογεῖ τῷ β': ἀριθμῷ μῆ τῷ ἐξ', κλά-
 σματος, ὁ αὐτὸς ἀρα β': ἀριθμὸς μῆ τῷ ἐξ', εἰρημῆνα κλάσματος προσεχὲς ἐστὶ ρίζα τοῦ α': ἀρι-
 θμῷ κατὰ τὸν τοῦ μείζονος λόγον. Ὅτι δὲ τὸ φ' ὡ, ὀρθογώνιον ὑπερέχει τῷ μ' ξ', τῷ π' ὡ, τετρα-
 γώνου, δῆλον. Τὸ γὰρ μ' ξ', παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῷ δ': ἀριθμῷ, ἢτοι τῷ ε': κατὰ τὴν ὑ-
 πόθεσιν. ἀντὶ δὲ τῷ μ' ξ', εἰλήφθω ἢ τῷ μ' ο', πλευρὰ, καθὰ λαμβάνεται καὶ ἢ λ' μ', εὐθεία ἀν-
 τὶ τῆς λ' ξ', ρίζης τῷ λ' π', ἢτις ἀναλογεῖ τῷ β': ἀριθμῷ, ὥστε κατὰ τὴν ὑπόθεσιν ταύτην, ἀναλο-
 γηί πάντως ἢ μ' ο', γραμμὴ τῷ ε': ἀριθμῷ, ἀναλογεῖ δὲ ἢ π' φ', τῷ ζ': διπλῆ γὰρ ἐστὶ τῆς λ' μ', ὡ-
 σπερ καὶ ὁ ζ': τῷ β': ἀρα ὅν λόγον ἔχει ὁ ε': ἀριθμὸς πρὸς τὸν ζ': τὸν αὐτὸν ἔχει δῆπερ καὶ ἢ μ' ο',
 πρὸς τὴν π' φ', ἀλλ' ὡς ὁ ε': πρὸς τὸν ζ': γέγονε καὶ ἢ μ' σ', πρὸς τὴν μ' ν', ἀρα ὡς ἔχει ἢ μ' ο', πρὸς
 τὴν π' φ': ἔχει καὶ ἢ μ' σ', πρὸς τὴν μ' ν'. Ὡς, κατὰ τὴν ις'. τῷ σ'. τῷ στοιχειωτῷ τὸ ὑπὸ τῶν μ' ο',
 μ' ν', περιεχόμενον ὀρθογώνιον, δηλ: τὸ μ' ξ', ἰσόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν π' φ', μ' σ', τῆτις τῷ π' χ', ἢ
 γὰρ μ' σ', ἰσόν ἐστι τῷ φ' χ', ἐπεὶ δὲ τὸ π' χ', παραλληλόγραμμον ἰσόν ἐστι τῷ μ' ξ', τὸ φ' ὡ, δῆπου-
 δει μείζον ἐστὶ τῷ αὐτῷ μ' ξ', τῷ π' ὡ.

Κείσθω δ' ἐτι ἢ μ' σ', ὥστε ἔχειν πρὸς τὴν μ' ν', ὡς ὁ ἦ: ἀριθμὸς πρὸς τὸν θ': Λέγω τὴν λ' σ',
 γραμμὴν ρίζαν εἶναι τῷ κ' λ' ν' ξ' ο' π', σχήματος προσεχεστέρα, κατὰ τὸν τῷ ἐλάττωτος λόγον. δηλ:
 σνίσσεται ἀπ' αὐτῆς τὸ λ' ὡ, τετράγωνον προσεχὲς ὅν ἐλάττω του κ' λ' ν' ξ' ο' π', σχήματος. Ἐπεὶ
 γὰρ τῇ π' φ', προσετέθη ἢ π' Δ', γραμμὴ, ἢ ὅλη πάντως Δ' φ', ἀναλογεῖ τῷ θ': ἀναλογεῖ δὲ καὶ τῷ
 ε' ἢ μ' ο', ἀρα ὡς ἔχει ὁ ἦ: ἀριθμὸς πρὸς τὸν θ': ἔχει καὶ ἢ μ' ο', γραμμὴ πρὸς τὴν Δ' φ', ἐπεὶ δὲ ὡς
 ε' ἢ μ' ο': ἀριθμὸς πρὸς τὸν θ': ὑπετέθη ἔχειν καὶ ἢ μ' σ', πρὸς τὴν μ' ν', πάντως γε ὡς ἔχει ἢ μ' ο', γραμ-
 μὴ πρὸς τὴν Δ' φ', ἔχει καὶ ἢ μ' σ', πρὸς τὴν μ' ν', καὶ κατὰ τὴν ρηθεῖσαν ις'. τὸ ὑπὸ τῶν μ' ο', μ' ν',
 παραλληλόγραμμον, δηλ: τὸ μ' ξ', ἰσόν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν Δ' φ', μ' σ', δηλ: τὸ Δ' χ', ἀλλὰ τὸ Δ' χ',
 ἰσόν ἐστι τῷ κ' ὡ μ', γνώμωνος τῷ Δ' ὡ, παραλληλογράμμου, ὁ κ' ὡ μ', ἀρα γνώμων ἐλάττω ἐστὶ τῷ
 μ' ξ', τῷ Δ' ὡ. Ἐπεὶ δὲ τοῦ κ' ὡ μ', γνώμωνος περιεκειμένου περὶ τὸ λ' π', τετράγωνον συνίσσεται τὸ
 λ' ὡ, τετράγωνον, ἀρα καὶ τὸ λ' ὡ, τετράγωνον ἐλάττω ἐστὶ τῷ κ' λ' ν' ξ' ο' π', σχήματος τῷ Δ' ὡ, πα-
 ραλληλόγραμμου. ρίζα δὲ τῷ λ' ὡ, τετραγώνου ἢ λ' σ', ἐστὶ γραμμὴ, πάντως γε ἢ αὐτὴ λ' σ', ρίζα
 τῷ κ' λ' ν' ξ' ο' π', σχήματος προσεχεστέρα, καὶ τὸν τῷ ἐλάττωτος λόγον. ἢ δὲ λ' σ', ἀναλογεῖ τῷ
 β': ἀριθμῷ καὶ ἢ θ', κλάσματι. Ὁ β': ἀρα ἀριθμὸς μῆ τῷ ἢ θ', κλάσματος ρίζα ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῷ.

Ε. Γ. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Δυνατόν δ' εὐρεθῆναι τὴν προσεχιστέραν ρίζαν τοῦ οἴου δῆποτε μὴ τετραγώνου ἀριθμοῦ ἢ ἔτος. Ἐξω μὴ τετραγώνος ἀριθμοῦ ὁ α': οὐ ἢ τετραγώνος προσεχιστέρα ζητεῖται ρίζα. Πολλαπλασιασθῆτω δὴ ὁ αὐτός α': μὴ τετραγώνος ἀριθμοῦ ἐπί τινα τετραγώνου ἀριθμοῦ οἴος ὁ β': ἢ ρίζα τετραγώνος ὁ γ': καὶ ἐπεὶ ὁ γενόμενος δ': οὐκ ἔστι τετραγώνος, καὶ τὸ Πέρισμα τῆς β'. τοῦ παρόντος, εὐρεθῆτω ἢ τετραγώνος αὐτοῦ ρίζα, κατὰ τὴν α'. τὰ αὐτὰ, καὶ ἔσω αὐτὴ ὁ ε': ἔτος γὰρ ρίζα τετραγώνος ἐστὶ τὴν προσεχῆς τετραγώνου, διότι καὶ ρίζα τετραγώνος τὴν δ': εἶναι λέγεται ἀριθμῶ. Εἶτα μερισθῆτω ὁ ε': ἐπὶ τὸν γ': καὶ τὸ πηλίκον δηλ. ὁ ζ': μὴ τὴν ἢ ε', κλάσματος ἔσαι ρίζα προσεχιστέρα τῶ α': ἀριθμῶ. τεθῆτω ἢ ὑπὸ τὸν δ': ἀριθμῶ ἢ κ': μονάς, ὡς ἂν γένηται τὸ α' κ', κλάσμα. Ἰστέ δὲ πολλαπλασιασθῆτω ὁ α' ἀριθμητικῆς καὶ κ': παρονομαστῆς ἐπὶ τὸν β': χωρὶς καὶ γινῆσεται τὸ δ' β', κλάσμα ἴσον τῶ α' κ', κατὰ τὴν δ'. τὴν παρόντος. Ὡς ἢ ὁ ε' πρὸς τὴν κ': μονάδα, ἔχει καὶ ὁ δ' πρὸς τὸν β': κατὰ τὴν ιζ'. τὴν ζ'. τὴν στοιχειώτῃ. Εἶτα εὐρεθῆτω ἢ τετραγώνος ρίζα ἐκατέρω τῶν δ' β', καὶ συνεσάδω ἐξ αὐτῶν τὸ ε' γ', κλάσμα, ὡς τὸν μὲν ε': ἀριθμητικὴν ρίζαν εἶναι τετραγώνου τὴν δ': τὸν δὲ γ': παρονομαστῆν ρίζαν εἶναι ὡσαύτως τετραγώνου τῶ β': Τέτων ἢ ἔτος ἔχοντων ἔσαι τὸ ε' γ', κλάσμα ρίζα τῶ δ' β', κλάσματος. ἐπεὶ δὲ τὸ δ' β', κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῶ α' κ', κλάσματι, τὸ ε' γ', πάντως κλάσμα ρίζα ἔσαι καὶ τῶ α' κ', κλάσματος, καὶ ἐπομένως τῶ α' ἀπλῶ ἀριθμῶ. Τὸ γὰρ α' κ', κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῶ αὐτῶ α': ἀπλῶ ἀριθμῶ. ἐπεὶ δ' αὐτῶ τῶ ἀπλῶ ἀριθμῶ, καὶ ἢ ρίζα ἀπλῶς ἀφίλει εἶναι ἀριθμῶ. Τὸ δὲ ε' γ', κλάσμα μείζον ἐστὶ μονάδος, διατοί τευτὸ δει τὸν ε': ἀριθμητικὴν ἐπὶ τὸν γ': μερίσαι παρονομαστῆν, ἵνα τὸ ε' γ', κλάσμα πρὸς ἀπλῶν μετνεχθῆ ἀριθμῶν, κακείνος ἔσαι ἢ τοῦ α': προσεχιστέρα ρίζα.

α: 11
β: 16 γ: 4
66
11
δ: 176
ε: 13
β: 16 γ: 4
ε: 13
γ: 4
δ: 3 ε: 1
δ: 4

Ἰστίον δ' ὅτι τοσαῦτον εὐρεθῆσεται προσεχιστέρα ρίζα τοῦ δοθέντος οἰκδήποτε ἀριθμῶ, ὅσον ἂν ὁ αὐτός ἀριθμῶ ἐπὶ μείζονα τετραγώνου πολλαπλασιασθῆ ἀριθμῶν. Διὸ εὐχερείας χάριν πολλαπλασιασθῆτω ὁ διδόμενος ἀριθμῶ, ἢ ἢ προσεχῆς ζητεῖται ρίζα ἐπὶ τῆς καλυμμένης δεκαδικῆς τετραγώνου ἀριθμῶ, οἴος ὁ ἑκατὸν ἢ ρίζα ὁ δέκα, ἢ ὁ μυριάδος παρασατικός, ἢ ρίζα ὁ ἑκατὸν, καὶ οἱ παραπλήσιοι. Ἐπὶ μὲν γὰρ τῶ Πολλαπλασιασμῶ τοσαύτας προσήκει προσιδέναι σιγμάς τῶ πολλαπλασιαζομένῳ, ὅσαι πρόσκεινται τῶ πολλαπλασιαζόντι, ὡς προείρηται. Ἐπὶ δὲ τῶ Μερισμῶ τοσαύτας σιγμάς ἐξ ἐναντίας ἀφαιρεῖν δεῖν ἀπὸ τοῦ μεριζομένου, ὅσαι πρόσκεινται τῶ μερίζοντι. Οἶον πολλαπλασιασθῆτω ὁ α': ἐπὶ τὸν λ': δεκαδικὴν τετραγώνου ἀριθμῶν, ἢ ρίζα ὁ μ': ἀριθμῶ, καὶ τῶ γενομένῳ ν': εὐρεθῆτω ἢ τετραγώνος ρίζα, ὡς προειρημένεται. καὶ ἔσω αὐτὴ ὁ ξ': ἀριθμῶ. Οὗτος δὲ μερισθῆτω ἐπὶ τὸν μ': καὶ τὸ πηλίκον ἔσω ὁ π': μὴ τῶ ρ', κλάσματος, καὶ ἔτος ἔσαι ἢ προσεχιστέρα τῶ α': ρίζα, κατὰ τὸν τῶ ἐλαττοῦ λόγον, ὡς δῆλον ἐκ τῶν ἀνωτέρω εἰρημένων.

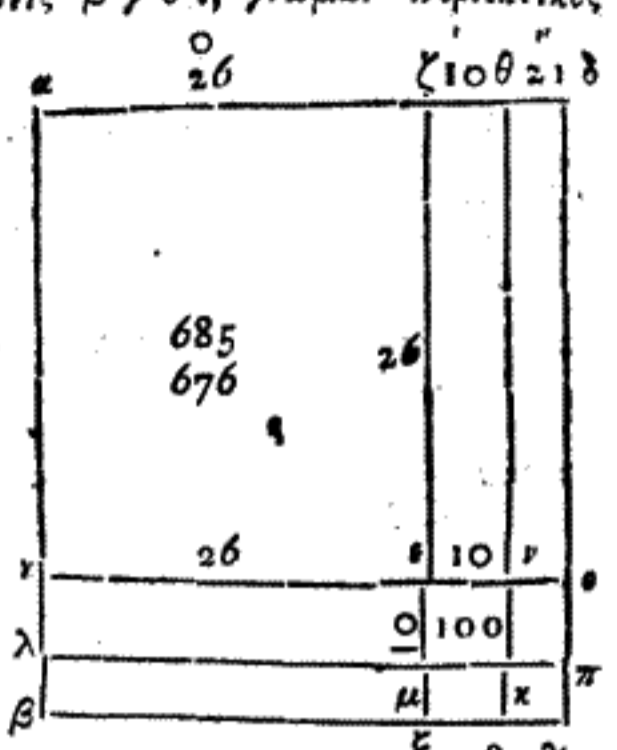
α: 11
λ: 10000 μ: 100
ν: 110000
ξ: 331
μ: 100
π: 3 σ: 100

Εἰδέσοι βελήθῃ καὶ τὰ ἐναπολειπόμενα ἐπὶ τῆς Ἐξαγωγῆς τῆς ρίζης τῶ μὴ τετραγώνου ἀριθμῶ εἰς λεπτὰ ἀλγυῖν πρῶτα δηλ. ἔξηκος ἢ καὶ δευτέρα, ἢ γὰρ τρίτα ἴταρτα καὶ λοιπὰ ἔως ἢ ἢ γρεία ἀπαίρει, ἵνα ἢ προσεχιστέρα αὐτῶ ρίζα ἀκριβέστερόν τε καὶ μεθοδέστερον εὐρεθῆ, ἀνάλυε ταῦτα εἰς ἔξηκος ἢ καὶ διπλασιαζῶν τὴν εὐρεθίσαν ρίζαν μερίζῃ ἐπὶ τὸν γινόμενον τὰ διὰ τῆς ἀναλύσεως πορίζόμενα. Οἶον ἔσω ἀριθμῶ μὴ τετραγώνος ὁ 685: καὶ ζητηθῆτω τούτου ἢ τετραγώνος ρίζα. εὐρεθῆτω δὴ καὶ τὸν προειρημένον τρόπον ἢ ρίζα τῶ πλησιέστερα τετραγώνου, καὶ ἔσω αὐτὴ ὁ 26: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπειται ὁ 9: ἀναλυθῆτω ἔτος ἐπὶ πρῶτα ἔξηκος ἢ ἢτοι πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν 60: καὶ γινῆσεται ὁ 540: πρῶτων ἔξηκῶν παρασατικός, διπλασιασθῆτω δὲ καὶ ἢ εὐρεθίσαν ρίζα δηλ. ὁ 26: ἀριθμῶ, καὶ γινῆσθαι ὁ 52: ἐφ' ὃν μερισθῆτω ὁ 540: τὰ α'. δηλ. ἔξηκος ἢ ἐπὶ τὰς μονάδας, καὶ εὐρεθῆσεται πηλίκον ὁ 10: πρῶτων καὶ αὐτὸς ἔξηκῶν παρασατικός. ἐπεὶ δὲ πάλιν ἐναπολείπειται 20: πρῶτα καὶ αὐτὰ ἔξηκος ἢ ὄντα, ἀναλυθῆτω καὶ ὁ 20: ἀριθμῶ εἰς δευτέρα ἔξηκος ἢ καὶ γινῆσθαι ὁ 1200 ἀφ' ἢ ἀφαιρεθῆτω ὁ 100: καὶ ἐναπολειφθήσεται δῆληθεν ὁ 1100: διπλασιασθῆτω δὲ καὶ ὁ 10: ὡσπερ καὶ ὁ 26: καὶ ἐπὶ τὸν γινόμενον καὶ ὁ 20: μερισθῆτω ὁ 1100: ἢ κρεῖττον εἴπειν ὁ 1099: καὶ 60. Τὰ αὐτὰ γινῆθω καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν, εἴγε ἐναπολειφθῶσι μετὰ τὴν ἑκάστη εἶδος τῶν λεπτῶν διανομῆν, καὶ εὐρεθῆσονται τρίτα ἔξηκος ἢ καὶ τέταρτα, καὶ ὁ 26: μετὰ τῶν εὐρεθῆτων λεπτῶν ἔσαι ρίζα προσεχιστέρα.

0
209
685 | 26 10:
2
49
60
9
1200
100
1100
1099
59
52: 20
21

Ε.Π. Δ. της Κ.Τ.Π.
2006

σεχασίμα του δευτέρου 685: Ειλήρθω γάρ το άγ, τετράγωνο αντί του 685: δευτέρου άριθμού, και εφάρθω απ' αυτή το αέ, τετράγωνο, αντί τη προσεχιστέρου τετραγώνου, ου ρίζα ε δζ, περιεκτική μονάδων 26: και επει εναπολείπεται εννά μονάδες επί της πράξεως της εξαγωγής του δευτέρου 685: άριθμού, δήλον, ότι ο εναπολειφθείς βγδ'ε, γνώμων περιεκτικός ενά γνόμων πρόσω εξηκωσών πρώτων ο βγδ'ε, γνώμων περιεκτικός εστι. Πράξεως δι' γενομένης ευρίσκεται ο αυτός γνώμων περιεκτικός εξ: α. 540: ταυτα δε οφείλει μερισθῆναι επεκεινη συγχειμένη εκ τε της ηε, κ' εζ, ει ηω τα β'ε, εδ'ε ορθογώνια επ' ευθείας αλληλοισ συσφθῶσι, συσφθῆσθαι η ορθογώνια ισαι τῶ βγδ'ε, γνώμωνι περιεχομένη η ορθογώνια, ων η μὲν ισαι ισαι ταις ηε, εζ, η δε ορθογώνια η μὲν μίζων γνώμη εστι η δε ελάττων α' 26: διατοι ταυτο διπλασιάζηαι η αζ, πλευρά δηλ: ο 26: κ' επί τον γενομένο 52: μερίζεται ο 540: επι δε παρέχεται πηλικον ο 10: πρώτων εξηκωσών παρασατικός, και εναπολείπεται ο 20: φανερὸν οτι η ζδ', αγνωστος πλευρά περιχει εζ: α. 10: προσκεται δ' αυτη κ' β'. ωσε τα λ'ε, εδ', ορθογώνια περιεκτικά εστι εζ: α. 520: ο δε βγδ'ε, γνώμων μ' του εκ, τετραγώνου περιέχει 20: μονα κ' ταυτα α. ογτα εξηκωσά, και η μὲν ζδ', παρασατικός εστι πρώτων εζ: 10: η δε εδ', αγνωστος εστιν. Επει δε κ' τα 20: εναπολειπόμενα α. εζ: οφείλει μερισθῆναι, επι της συγχειμένη εκ τε της λ'κ, κ' εδ', οπως αν κ' η εδ', γνωσθῆ, ταυτο δι' γνίσθαι αδύνατον, κατα τον της διαιρέσεως κανονα, η μὲν γάρ συγχειμένη εκ των λ'κ, εδ', παρίσκει μονάδας μὲν 52: εξηκωσά δε α. 20: ο δε εναπολειφθείς 20: ελάττων εστιν, του μερισου, ως α. εξηκωσών μονον 20: παρασατικός, διο δη αναλύεται τα α. ταυτα εξηκωσά 20: εις δευτερα, και ο γενομενος 1200: μερίζεται επι τον 2: κ' 20: τον παρασατικον της συγχειμένης πλευρας εκ των λ'κ, κ' εδ', ο γαρ βγδ'ε, γνώμων μετα του κ'ε, τετραγώνου περιεκτικός εστι εξηκωσών β. 1200: ωσε εαν τα β'κ, κ' εδ', ορθογώνια επ' ευθείας ωσι, συσφθῆσθαι ορθογώνια περιεκτικον εξηκωσών β. 1100: μονον μετα και του κ'γ, τετραγώνου, ου η μία των πλευρων, η ισαι δηλ: ταις λ'κ, κ' εδ', γνωση εστιν, η δε λοιπη εδ', αγνωστος, διο και αφαιρειται ο 100: απο του 1200: εις ευρεσιν δε της εδ', αγνωστου οφείλει μερισθῆναι ο 1100: επι τον 2: κ' 20: επι δε ο μερισθῆς ουτος συγκεται εκ τε μονάδων 2: κ' εζ: α. 20: διατοι ταυτο αφαιρειται εν α. εξηκωσών απο του 1100: και ο εναπολειπόμενος 1099: μερίζεται επι την συγχειμένην πλευραν εκ των λ'κ, κ' εδ', δηλ: επι τον 2: κ' 20: και επει παρέχεται πηλικον ο 21: β. εζ: παρασατικός: υπάρχει, οηλον οτι η εδ', περιεκτική εστι εξηκωσών β. 21: επει δε παλιν εναπολείπεται εξηκωσά β. 7: ατιγα επι τον 60: πολλαπλασιαζόμενα παρισῶσι εξηκωσά γ. 420: δήλον αυθις, οτι τα μὲν β'μ, εδ', ορθογώνια ομου περιεκτικά εισι εζ: β. 1092: εκάτερον δε των εδ', κ' ο, περιέχει γ. εζ: 210: και το κ'γ: 441, και ταυτα τέταρτα.



Ισέρου δ' οτι επι μὲν της ευρέσεως της ζδ', μερισθῆντων των 540: επι τον 52: εδεν απορον ην, επι δε της ευρέσεως της εδ', εδει μερισθῆναι τα 1099' κ' 60' επι τας 2: μονάδας, κ' 20: α. εζ: μεμερίσαι δε μόνον επι τας 2: μονάδας, διο και απορία εικότως συμβαίνει. αλλ' επει το συγχειμενον εκ των β'μ, εδ', ορθογώνια υπο δύο πλευρων περιέχεται, ων η μὲν ισαι ισαι τη εκ των λ'μ, εδ', συγχειμένη, δηλ: διπλή εστι της αζ, η δε ετέρα ομοίως ισαι ισαι τη εδ', διατοι ταυτο μεμερίσαι μόνον τα 1099: επι τας 2: μονάδας, και δέδοται η εδ', ζητημένη πλευρά. Και ταυτα μὲν ικανά εις αγαπτυσιν των περι ευρέσεως των προσκειμένων λεπτων τη ζητούμενη τετραγωνική ρίζη. Ειδέ σοι βουλητόν ειδέναι, ειγε η πράξις υγιής εστι, πολλαπλασιασον τας 26: μονάδας επι τον 60: και ο γενομενος 1560: πρώτά σοι εξηκωσά παρασήσει. Τούτοις δε προσεθήσεται τα 10: τα αιτι της ζδ', λαμβανόμενα, και ισαι το όλον 1570: πολλαπλασιασθήτω δε και ο 1570: επι τον 60: και γεινήσεται ο 94200: β. εζ: παρασατικός. Προσιθιμένων δε και των 21: των αιτι της εδ', ισαι το όλον 94221: παρασατικός, και τούτων β. τούτων δε γενομένων πολλαπλασιασον τον 94221: εφ' εαυτον, και ο γενομενος 8877596841: δ. εξηκωσών παρασατικός ισαι. επι δε ο 94221: παρίσκει της αδ', πλευραν, δηλ: οτι το άγ, τετράγωνο περιεκτικόν εστι τετάρτων 8877596841: εις δε την τέτη βεβαίωσιν μερισθῆτω ο 88776596841: επι τον 60: και το πηλικον ο 147959947: παρασατικός ισαι εζ: γ. μερισόμενου δε και τα 147959947: επι τον 60: το πηλικον ο 2465999: παρασήσει εζ: β. μερισόμενου δ' αυθις και τα 2465999: επι τον 60: το πηλικον ο 41099: παρασατικός εστι εξηκωσών α. ων επι τον 60: τελευταίον μερισόμενων παραθήσει.

Ε.Σ. ΔΕΛΤΑΝ 2006

Δύσεται ως πηλίκον ο 685: μονάδων παραστατικός. Ως τε δήλον ότι διά τῆς πράξεως ταύτης εὔρηται πλεῖρα τοῦ προσεχῶς ἐλάττωτος τετραγώνου τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ 685: Ἀλλά περὶ τούτων ἐν τοῖς ἑξῆς ἀκριβέστερον εἰρήσεται.

Πρότασις Ε΄.

Τὸ κλάσμα ἔσ' ὅτε ἀριθμητὴς καὶ παρονομαστὴς τετράγωνός ἐστι, καὶ αὐτὸ τετράγωνόν ἐστι.

Ἐστω ἄν τοῦ αβ, κλάσματος ὅτε ἀριθμητὴς α: καὶ παρονομαστὴς β: τετράγωνος. Λέγω καὶ τὸ αβ, κλάσμα τετράγωνον εἶναι. εὔρεθῆτω γάρ ἡ ρίζα τοῦτε α: καὶ β: καὶ ἔστω τῶ μὲν α: 9: γ: 3: α: ὁ γ: ρίζα τετράγωνος, τοῦ δὲ β: ὁ δ: καὶ συνεχάσθω ἐξ αὐτῶν τὸ γδ, κλάσμα. Τούτω γὰρ ὑφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιαζομένῳ, γενήσεται πάντως κλάσμα τετράγωνον. οὐ ρίζα τὸ πολλαπλασιασθῆν ἐφ' ἑαυτὸ γδ, κλάσμα. ὅτε δὲ τὸ κλάσμα ἐφ' ἑαυτὸ ὀφείλει πολλαπλασιασθῆναι δεῖ τὸν τε ἀριθμητὴν αὐτοῦ καὶ παρονομαστὴν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῆναι καθάπερ εἴρηται ἐν τῷ δ. κεφαλαιῷ τῶ παρόντος, ἀρα καὶ ἐπὶ τῶ πολλαπλασιασμῷ τοῦ γδ, κλάσματος ἐφ' ἑαυτὸ, ἀνάγκη τῶν τε γ: ἀριθμητὴν καὶ δ: παρονομαστὴν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῆναι ἑκάτερον. ταῦτα δὲ γενομένα παραχθήσεται πάντως τὸ αβ, κλάσμα, τῶ μὲν γὰρ α: ρίζα ἐστὶν ὁ γ: τοῦ δὲ β: ὁ δ: τὸ αβ, ἀρα κλάσμα τετράγωνόν ἐστι, οὐ ρίζα τὸ γδ, κλάσμα.

Πρότασις ς.

Κλάσμα τετράγωνον ποιῆσαι ἐκ μὴ τετραγώνων συνισάμενον ὄρων.

ὑποείσθω κλάσμα τετράγωνον τετραγώνοις συνισάμενον ὄροις, ὡς εἰπῆν, α: 4: δ: 12: τὸ αβ, τούτου δ' ὅ, τε ἀριθμητὴς καὶ παρονομαστὴς πολλαπλασιασθῆτω β: 9: γ: 3: ε: 27: χωρὶς ἐπὶ τῶν τυχόντα μὴ τετράγωνον ἀριθμῶν, φερεῖ εἰπῆν τὸ γ: καὶ γενέσθω τὸ δέ, κλάσμα, καὶ τούτο εἶναι τετράγωνον ἐκ μὴ τετραγώνων συνισάμενον ὄρων, ὅτι μὲν ἡ δ: καὶ ε: τούτου ὄροι καὶ εἰσὶ τετράγωνοι, δῆλον διὰ τῶ πορίσματος τῆς β. τοῦ παρόντος. ὅτι δὲ τὸ αὐτὸ δέ, κλάσμα τετράγωνόν ἐστι, δείκνυται. εἰπῆν γὰρ ὁ γ: τῆς αβ, πολλαπλασιάσας τῆς δέ, πεποιήκει, δ: 12: λ: 18: ε: 27: πάντως γὰρ κατὰ τὴν ιζ. τοῦ ζ. εὐκλι: οἱ δέ, ἀνάλογόν εἰσι τοῖς αβ, ἀριθμοῖς, ἔστω ἀρα ὡς ὁ α: πρὸς τὸν β: ὁ δὲ πρὸς τὸν ε: ὡς τε, κατὰ τὴν γ. τῶ παρόντος τὸ δέ, κλάσμα ἴσόν ἐστι τῶ αβ. Ἀλλὰ τὸ αβ, τετράγωνόν ἐστι, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἀρα καὶ τὸ δέ, τετράγωνον ἐστι.

Ὅτε δὲ πρόσκειται τι κλάσμα ἐκ μὴ τετραγώνων συγκείμενον ὄρων, καὶ βεβλόμεθα γινώσκει εἶγε τετράγωνόν ἐστι, ἢ μὴ, πολλαπλασιάζειν δεῖ τοὺς ὄρους τοῦ αὐτοῦ πρὸς ἀλλήλους. καὶ μὲν ὁ γενομένου τετράγωνος εὔρεθῆ, τῆς ρίζης αὐτοῦ, καὶ τὴν α. τῶ παρόντος ἐξαγομένης, τετράγωνον εἶναι καὶ τὸ κλάσμα. εἶδε γὰρ ὁ ἐκ τῶν ὄρων τετράγωνος καὶ ἂν εὔρεθῆ, οὐδὲ τὸ κλάσμα τετράγωνον εἶναι. Ὅσον κριθώσασιν τὰ δέ, ζή, κλάσματα ἐκ μὴ τετραγώνων συγκείμενα ὄρων, καὶ ζητηθῆτω πότερον αὐτῶν εἶναι τετράγωνον. Πολλαπλασιασθήτωσαν τεῖνον οἱ ὄροι ἑκατέρω κλάσματος πρὸς ἀλλήλους, καὶ ἐκ μὲν τῶν δέ, γενέσθω ὁ θ: ἐκ δὲ τῶν ζή, ὁ κ: εἶτα εὔρεθῆτω ἡ ρίζα ἑκατέρου τῶν θ κ, ἀριθμῶν, κατὰ τὰ ἐν τῶ α. τῶ παρόντος εἰρημένα. καὶ ἔστω τῶ μὲν θ: ρίζα ἀριθμὸς ἐτελής, ὁ λ: τῶ δὲ κ: ὁ μ: μετὰ τινος κλάσματος. Λέγω δὲ τὸ μὲν δέ, κλάσμα τετράγωνον εἶναι, ἢ μὴ δὲ καὶ τὸ ζή, καὶ γὰρ τὴν β. τῶ θ. εὐκλι: οἱ μὲν δέ, ἀριθμοὶ ὅμοιοι ἐπίπεδοι εἶσιν. οἱ δὲ τοιοῦτοι λόγον ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον, κατὰ τὴν κς. τῶ ζ. τῶ αὐτοῦ, ὡς τε τῶ δέ, κλάσματι δυνατόν εὔρεθῆναι ἔτερον κλάσμα ἴσον, ἐκ τετραγώνων συνισάμενον ὄρων, ὅσον τὸ αβ, ἐπεὶ δὲ τούτο τετράγωνόν ἐστι, καὶ τῶ β. τῶ παρόντος, πάντως γὰρ καὶ τὸ δέ, τετράγωνόν ἐστι. εἰ δὲ καὶ τὸ ζή, τετράγωνον εἶναι, εἶδε καὶ τῆς ὄρους λόγον ἔχειν ἔν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον, καὶ ἐπομένως ἦσαν ἂν ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοί. ὡς τε ἂν πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιήσωσιν τινα, ὁ γενομένου τετράγωνος ἂν εἶναι, ποιήσῃ δὲ τῶν κ: ἀρα ὁ κ: τετράγωνός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ καὶ ἐστὶν, ἀρα καὶ τὸ ζή, κλάσμα τετράγωνόν ἐστιν. Ὅπρι εἶδει δείξαι.

Πόρισμα

Ἐκ τῶν εἰρημένων δῆλον, ὅτι μετὰ τῶν ὄρων τῶ τετραγώνου κλάσματος εἰς μίση ἀνάλογος ἐπιπίπτει ἀριθμός. μετὰ τῶν δ: καὶ ε: ὁ λ: ἐπιπίπτει. διὸ ὁ ὑπὸ τῶν δέ, γενομένου ἴσόν ἐστι τῶ ἀπὸ τοῦ λ:.

Ε. Π. Κ. τ. Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006