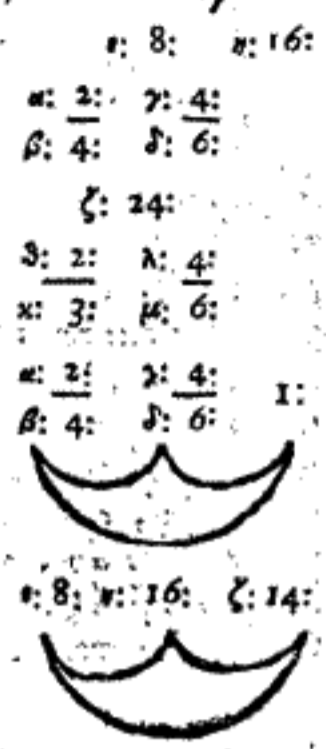
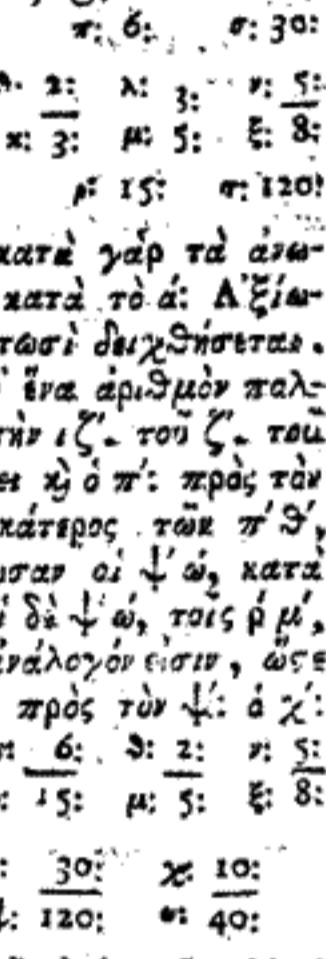


ἐκ μὲν τῶν ἀγ', γενέσθω ὁ εἰ: ἐκ δὲ τῶ βδ', ὁ ζ': λέγω δὴ τὸ ἀβ', κλάσμα
 τῆ γδ', κλάσματος ἴσον εἶναι τῷ εζ', ἀπλῶ κλάσματι. πολλαπλασιασθήτω
 δὲ ὁ β': ἐπὶ τὸν γ': ἢτοι πρὸς ἑαυτὸν, καὶ γενέσθω ὁ η': ἐπεὶ ἔν ἐστιν ὡς ὁ α':
 ἀριθμητικῆς πρὸς τὸν β': παρονομαστῆν, οὕτως τὸ ἀβ', κλάσμα πρὸς τὸ οἰ-
 κειον ὅλον, ὄηλον: τὸ γδ': κλάσμα, κατὰ τὴν α': τοῦ παρόντος, ὡς δὲ ὁ α':
 πρὸς τὸν β': ἔχει καὶ ὁ εἰ: πρὸς τὸν η': κατὰ τὴν ιη'. τοῦ ζ'. τοῦ στοιχειωτέ,
 ἀρα ὡς ἔχει τὸ ἀβ', κλάσμα πρὸς τὸ γδ', οὕτως ἔχει καὶ ὁ εἰ: ἀριθμὸς
 πρὸς τὸν η': αὐτῆς ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ γ': ἀριθμητικῆς πρὸς τὸν δ': παρονομαστῆν,
 οὕτως τὸ γδ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ὡς δὲ ὁ γ': πρὸς τὸν δ': ἔχει καὶ
 ὁ η': πρὸς τὸν ζ': κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ αὐτοῦ. ἀρα ὡς τὸ γδ', κλάσμα πρὸς
 τὴν μονάδα, οὕτως ἔχει καὶ ὁ η': πρὸς τὸν ζ': εἰ δὲ τοῦτο, ἴσαι παντὸς καὶ
 δι. ἴσου, ὡς τὸ ἀβ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, οὕτως ὁ εἰ: πρὸς τὸν ζ': ὡς
 δὲ ὁ εἰ: πρὸς τὸν ζ': ἀριθμητικῆς διηλ: πρὸς παρονομαστῆν, ἔχει καὶ τὸ εζ',
 κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, κατὰ τὴν α'. τοῦ παρόντος, τῶν ἀβ', ἀρα, εζ',
 κλασμάτων ἑκάτερον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὴν μονάδα, καὶ ἐπομένως
 ἴσα ἀλλήλοισ ἐστίν, ὅπερ ἦν τὸ α'.



Ἔστω δὲ καὶ τὸ θκ', κλάσμα τῶν λμ', νξ', κλασμάτων, ὥστε τὸ μὲν θκ', τῶ λμ', εἶναι κλάσμα,
 τὸ δὲ λμ', τοῦ νξ', ἀπλοῦ κλάσματος, οὐ ὁ παρονομαστῆς ξ': μονάδα παρίσῃσι, καὶ ἀνάπαλιν,
 τὸ μὲν νξ', κλάσμα ὅλου χώραν ἀναπληρῶν ἐπὶ τῶ λμ', κλάσματος,
 τὸ δὲ λμ', ἐπὶ τοῦ θκ', δεῖ δὴ τὸ θκ', κλάσμα τῶν λμ', νξ', κλα-
 σμάτων πρὸς ἀπλῶν κλάσμα ἀγαγεῖν. γενέσθω ἔν ἐκ μὲν τῶ θ: ἀ-
 ριθμητοῦ ἐπὶ τὸν λ: ἀριθμητικῆν ὁ π': ἐκ δὲ τοῦ κ': παρονομαστοῦ ἐπὶ
 τὸν μ': παρονομαστῆν ὁ ρ': ἐτι ἐκ μὲν τοῦ π': ἐπὶ τὸν ν': γενέσθω ὁ σ': ἐκ
 δὲ τοῦ ρ': ἐπὶ τὸν ξ': ὅτ: λέγω τὸ σ'τ', ἀπλῶν κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ θκ', κατὰ γὰρ τὰ ἀνω-
 τέρω εἰρημέτα τὸ μὲν π'ρ, κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῷ θκ', τούτω δὲ τὸ σ'τ', ὥστε κατὰ τὸ α': ἀξίω-
 μα τὸ σ'τ', κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῷ θκ', ὅτι δὲ τὸ σ'τ', κλάσμα ἀπλῶν ἐστὶν οὕτως δειχθήσεται.
 Ἐπεὶ γὰρ ὁ κ': παρονομαστῆς ἴσός ἐστι τῷ λ': ἀριθμητικῆ, φανερόν ὅτι οἱ θμ', ἐφ' ἕνα ἀριθμὸν παλ-
 λαπλασιασθέντες τὸν κ': φερ εἶπεν, ἢ λ': τοὺς π'ρ, πεποιθήκασιν, ὥστε κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ ζ'. τοῦ
 στοιχειωτοῦ οἱ θμ', π'ρ, ἀνάλογόν εἰσιν, ὡς ἔχει ἀρα ὁ θ: πρὸς τὸν μ': ἔχει καὶ ὁ π': πρὸς τὸν
 ρ': καὶ ἐκἀλλῆξ ὡς ὁ θ: πρὸς τὸν π': ὁ μ': πρὸς τὸν ρ': πολλαπλασιασθήτω δ' ἑκάτερος τῶν π'θ,
 ἐπὶ τὸν ν': καὶ γενέσθωσαν οἱ φ'χ', ἑκάτερος δὲ τῶν ρμ', ἐπὶ τὸν ξ', καὶ γενέσθωσαν οἱ ψ'ω, κατὰ
 τὴν αὐτὴν τοίτην Πρότασιν, οἱ μὲν φ'χ', ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσι τοῖς π'θ, οἱ δὲ ψ'ω, τοῖς ρμ',
 ἀλλ' οἱ π'θ, ἀνάλογόν εἰσι τοῖς ρμ', ὡς δέδεικται, ἀρα καὶ οἱ φ'χ', τοῖς ψ'ω, ἀνάλογόν εἰσιν, ὥστε
 ὡς ἔχει ὁ φ': πρὸς τὸν χ': οὕτως ἔχει καὶ ὁ ψ': πρὸς τὸν ω': καὶ ἐκἀλλῆξ, ὡς ὁ φ': πρὸς τὸν ψ': ὁ χ':
 πρὸς τὸν ω': ἐπεὶ δὲ ὁ χ': πρὸς τὸν ω': ἔχει ὡςπερ καὶ ὁ θ': πρὸς τὸν ξ':
 ὡς δειχθήσεται, ἀρα καὶ ὁ φ': πρὸς τὸν ψ': ἔχει ὡς ὁ θ': πρὸς τὸν ξ': ἰ-
 δού τοίτην ὁ μὲν ψ': ἀναλογεῖ τῷ ξ': ὄηλον: τῆ μοναδῆ. ὁ γὰρ ξ': κατ'
 ἀρχὰς αἰτὶ μοναδος ὑπετέθη. ὁ δὲ φ': ἀναλογεῖ τῷ θ': ὥστε ὁ μέρος
 ἐστὶν ὁ θ': ἀριθμητικῆς τοῦ ξ': παρονομαστῆ, τὸ αὐτὸ ἐστὶ καὶ ὁ φ': τοῦ ψ':
 ἀπλῶν δὲ κλάσμα ἐστίν, οὐ παρονομαστῆς μονάς, τὸ φ'ψ', ἀρα κλάσμα ἀπλῶν ἐστίν. ὅτι δὲ ὁ
 χ': πρὸς τὸν ω': τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅτι καὶ ὁ θ': πρὸς τὸν ξ': ὄηλον. ὁ γὰρ μ': ἴσός ἐστι τῷ ν':
 ὥστε ὁ ω': γέγονεν ἐκ τοῦ ξ': ἐπὶ τὸν ν': ἀλλὰ καὶ ὁ χ': ἐγγόνει ἐκ τοῦ θ': ἐπὶ τὸν ν': ἀρα κα-
 τὰ τὴν εἰρημέτην Πρότασιν τοῦ στοιχειωτέ, ὡς ὁ θ': πρὸς τὸν ξ': ἔχει καὶ ὁ χ': πρὸς τὸν ω':
 Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'

Περὶ Συναψέως Κλασμάτων.
 Ἐπόδειγμα Α'.

Καθάπερ μὲν ἐν τῷ Α'. ἐνθα περὶ Συναψέως τῶν ὁλοκλήρων ἀριθμῶν ὁ λόγος ἦν, ὀρίζομενοι
 τὴν Συναψιν ἐλέγομεν εἶναι συλλογὴν τελάχιστον δύο ἀριθμῶν ἐν μιᾷ ποσότητι, οὕτω δὴ κατὰ
 ἑαυτὴν τὴν τῶν κλασμάτων Συναψιν συλλογὴν εἶναι τελάχιστον δύο κλασμάτων ἐν μιᾷ ποσότη-
 τητι καὶ ὡςπερ δ' ἐν ἐκείνω, ἔτω κατὰῦθα τὰ προβαλλόμενα ἢ διδόμενα κλάσματα ὑπ' ἀκλήλα τὰ
 τεῖν δεῖ. ἀλλὰ καὶ πλάτος σοιχηδὸν ἐφαπλοῦν. Ἐπεὶ δὲ τῶν κλασμάτων τὰ μὲν πῆς αὐτῆς εἰσι
 παρο-

ΙΩΑΝΝΗΝ 2006

παρονομασίας, τὰ δὲ διαφόρα, ρητίον α. περί Συναφείως τῶν τῆς αὐτῆς παρονομασίας κλάσμα-
των, ὡς εὐχερέστερας οὐσίας τῆς τῶν ἄλλων.

Κεμίτων τοίνυν τῶν αβ, γδ, κλάσματων τῆς αὐτῆς παρονομασίας, α: 4: γ: 5: ε: 6:
αὐτὰ δὲ εἰς ἓν ὅλον ἀγαγεῖν συναφθεύσασαν ἀλλήλοις οἱ τούτων ἀριθμη- β: 6: δ: 6: ζ: 6:
ταὶ ε: κ: γ: κ' ὑπὸ τὸν γινόμενον ἐξ αὐτῶν δηλ: τὸν ε: τεθήτω ὁ αὐτὸς πα-
ρονομασίας. Λέγω δὴ τὸ εζ: κλάσμα ἴσον εἶναι τοῖς αβ, γδ, κλάσμασιν. Ἐπεὶ γὰρ τὰ αβ,
γδ, κλάσματα τὸν αὐτὸν ἔχουσι παρονομασίην, ἔχει πάντως γε τὸ αβ, κλάσμα πρὸς τὸ γδ, ὡς
ὁ α: ἀριθμητικῆς πρὸς τὸν γ: κ' τῆς ε. τοῦ α. τὰ παρότιος, ὡσε, καὶ ἐν συνθείσει τὰ αβ, γδ, ὁ-
μοῦ κλάσματα τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς τὸ γδ, ὅν κ' οἱ αγ, ἀριθμηταὶ ὁμοῦ πρὸς τὸν γ:
μόνον, ὁ δὲ γ: ἀριθμητικῆς πρὸς τὸν ε: ἔχει, ὡς τὸ γδ, κλάσμα πρὸς τὸ εζ, δι' ἴσου ἄρα ὡς ἔχει
σιν οἱ αγ, ἀριθμηταὶ ὁμοῦ πρὸς τὸν ε: οὕτως ἔχουσι καὶ τὰ αβ, γδ, κλάσματα ὁμοῦ πρὸς τὸ
εζ, ἀλλ' οἱ αγ, ἀριθμηταὶ ὁμοῦ ἴσοι εἰσὶ τῷ ε: ἀριθμητικῆ, ἄρα κ' τὰ αβ, γδ, κλάσματα ὁμοῦ
ἴσα εἰσι τῷ εζ, κλάσματι. Τὰ αβ, αβ, γδ, δοθέντα κλάσματα εἰς ἓν ὅλον τὸ εζ, ἠχθισαν.
Ὅπερ ἴδει ποιῆσαι.

Ἐπίδειγμα Β.

Τούτῳ τὸν τρόπον συναπτεται ἀλλήλοις τὰ τῆς αὐτῆς παρονομασίας κλάσματα, κ' ἂν τρία ὡσιν, ἢ κ'
πλείω. ἐπειδὴ δὲ διαφόρα τύχεισι παρονομασίας, διάφορος κ' ὁ τῆς Συναφείως τῶν κλάσματων
τρόπος. Ἄν γὰρ πρῶτον τοὺς τῶν προβαλλομένων κλάσματων ἀριθμητὰς κατὰ χιασμόν πολλα-
πλασιασθῶσιν ἐπὶ τοὺς παρονομασίας τῶν αὐτῶν. τοὺς δὲ γινόμενας ἀριθμοὺς ἀλλήλοις συναπτεῖται, κ'
ὁ ἐξ αὐτῶν ἔσαι ὁ τοῦ κλάσματος ἀριθμητικῆς. εἶτα πολλαπλασιάσθωσιν κ' τοὺς παρονομασίας τῶν
αὐτῶν πρὸς ἀλλήλους, κ' ὁ γινόμενος ἔσαι ὁ ζητούμενος παρονομασίας.

Οἷον ἐσὼ συναφῶσιν τὰ ηδ, κλ, κλάσματα διαφόρα ὄντα παρονο- κ: 4: κ: 5: ε: 62:
μασίας. Πολλαπλασιάσθωσιν δὴ ὁ μὲν η: ἀριθμητικῆς ἐπὶ τὸν λ: ὁ δὲ κ: δ: 6: λ: 8: π: 48:
ἐπὶ τὸν δ: κ' γενέσθωσιν ἐξ αὐτῶν οἱ μν, ἀριθμοί. τούτων δὲ συνα-
πτομένων ἀλλήλοις γενέσθω ὁ ξ: καὶ ληφθῆτω ἀντὶ ἀριθμητοῦ. πολλα-
πλασιασθῆτω δὲ καὶ ὁ λ: ἐπὶ τὸν δ: καὶ γενέσθω ὁ π: ἀριθμός. οὕ-
τως οὖν ἐπὶ τὸν ξ: τεθήτω ἀντὶ παρονομασίου, καὶ συσυνθείσεται τὸ
ξπ, κλάσμα, ὃ λέγω ἴσον εἶναι τοῖς ηδ, κλ, κλάσμασιν ὁμοῦ λαμ-
βαζομένοις. κατὰ γὰρ τῆς ζ. τὰ παρότιος, ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸ συμποσόμενον τῶν ηδ, κλ,
κλάσματων, ἔχει δηπουθεῖν καὶ ὁ π: πρὸς τὸν ξ: ὡσε εἶναι αὐ καὶ ἀνάπαλι, ὡς τὸ συμποσόμενον
τῶν ηδ, κλ, κλάσματων πρὸς τὴν μονάδα, ὁ ξ: ἀριθμητικῆς πρὸς τὸν π: παρονομασίην, ὡς ἔχει
δὲ ὁ ξ: πρὸς τὸν π: ἔχει καὶ τὸ ξπ, κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα κ' τὴν α. τὴ αὐτῆ, ἄρα τὸ συμ-
ποσόμενον τῶν ηδ, κλ, κλάσματων καὶ τὸ ξπ, κλάσμα τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς τὴν μο-
νάδα, τὰ δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις εἰσιν, ἴσον ἄρα εἰσι τὸ
ξπ, κλάσμα τοῖς ηδ, κλ, κλάσμασιν ὁμοῦ λαμβανομένοις. Ὅπερ ἦν τὸ πρόσαχθέν.

Ἐπίδειγμα Γ.

Ἐὰν δὲ πλείω ὡσιν τὰ συναφθεύσόμενα κλάσματα, συναπτεῖται α. τὰ δύο πρῶτα ἀλλήλοις, καὶ
τῷ γινόμενῳ ἐξ αὐτῶν συναπτεῖται τὸ γ. τὰ δὲ ἐκ τῶν τριῶν γινόμενῳ συναπτεῖται τὸ δ. τοῦτ' αὐ-
τὸ ποιητέον κατὰ τῶν ἄλλων, κ' συμποσυνθείσονται εἰς ἓν τὰ πάντα ἔσαι περ ἂν ὡσιν τῷ πλήθει.
Οἷον ἐσῶσαν τὰ ηδ, κλ, μν, κλάσματα ἀλλήλοις συναφθεύσόμενα. κ: 4: κ: 5: μ: 7:
συναφθεύσασαν δὴ α. κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον τὰ ηδ, κλ, κ' γενέ- δ: 6: λ: 8: π: 9:
σθω ἐξ αὐτῶν τὸ ξπ, κλάσμα, τῆτο συναφθεύσασαν τῷ μν, κ' γενέσθω
τὸ χψ, κ' τοῦτ' ὁ κλάσμα ἴσον ἔσαι τοῖς δοθεῖσι τρισὶ κλάσμα-
σιν, ηδ, κλ, μν, ἔσαι γὰρ ἴσον τὸ αὐτὸ χψ, κατὰ τὰ ἡδη εἰρη-
μένα τοῖς ξπ, μν, κλάσμασιν, ἀλλὰ τὸ ξπ: κλάσμα ἴσον εἰσι τοῖς ηδ, κλ, ἄρα τὸ χψ,
κλάσμα ἴσον εἰσι τοῖς τρισὶ ηδ, κλ, μν, τὸ αὐτὸ γενέσθω καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν, εἰάν ὡσιν πλείω
τῶν τριῶν.

Οὗτος μὲν ἦν ὁ εὐχερέστερος τῆς Συναφείως τρόπος τῶν κλάσμα-
των. Εἰσὶ δὲ παρά τήν τε καὶ ἄλλοι τινὲς διαφόρως πως ἔχοντες
πρὸς ἀλλήλους, δυσχερέστεροι δ' ἐμπης, ἵνα δὲ μὴ κ' τούτων ἀπείροι
ὄλων ὄμεν, ρητέον ἡδὴ κ' περὶ τινὸς ἄλλου ἐν συγτόμῳ.
ξ: 62: π: 48: π: 48:
π: 9: μ: 7: π: 9:
ρ: 558: σ: 336: σ: 432:
σ: 336:
π: 894:

Ε.Υ.Δ. της Κ.Ε.Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Γ' πῶδειγμα Δ'

Αὐτὰ μὲν οὖν συνάψαι τὰ προβαλλόμενα κλάσματα καὶ εὖτε, μετενεχθήτωσαν γὰρ τὰ ἀδ-
 ῶτα κλάσματα πρὸς τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν, εἶτα συναφθήτωσαν οἱ ἀριθμηταὶ τῶν αὐτῶν ἀλ-
 λάλοις, καὶ ὁ γινόμενος ληφθήτω ὡς ἀριθμητὴς, ὑπ' αὐτοῦ δὲ τεθήτω ὁ αὐτὸς παρονομαστὴς, καὶ
 τὰ γινόμενα κλάσμα ἴσον ἔσται τοῖς δοθείσι. Γίνεται δὲ ἢ τῶν κλασμάτων πρὸς τὸν αὐτὸν
 παρονομαστὴν μετάβασις καὶ καθ' ὃν προηρημένον τρόπον ἐν τῇ α. καὶ β. τοῦ παρόντος, γίνεται
 δὲ καὶ οὕτω. Καμίων ἐν τῷ ἀνωτέρῳ προβληθέντων κλασμάτων ἢ δ', κ' λ', μ' ν', πολλαπλασια-
 σθήτωσαν οἱ δ': λ': γ': παρονομασαι πρὸς ἀλλήλους, καὶ ποιήτωσαν
 τὸν ε': ἀριθμὸν. Οὗτος δὲ μεριδθήτω ἐφ' ἕκαστον τῶν δ': λ': γ': πα-
 ρονομαστῶν καὶ δώσεισι τὸ ε'. τὸ η. καὶ θ'. αὐτὸ μέρος, ὡν τοῦ
 μὲν τετραπλασιαζομένης γενήσεται ὁ π': ἀριθμὸς ἀναλογῶν τῷ η':
 ἀριθμητῇ. τῷ δὲ πενταπλασιαζομένης γενήσεται ὁ ρ': ἀναλογῶν
 τῷ ε': τοῦ ε' λοιποῦ ἑπταπλασιαζομένης γενήσεται ὁ σ': ἀναλο-
 γῶν τῷ μ'. Λαμβανόμενων δὲ τῶν π': ρ': σ': ἀντὶ ἀριθμητῶν,
 καὶ τῷ ε': ἀπὸ παρονομαστῆ συσαθήσονται τὰ π' ξ', ρ' ξ', σ' ξ', κλά-
 σματα ἴσα τοῖς ἢ δ', κ' λ', μ' ν', κλάσμασι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα πα-
 ρονομαστὴν. τῶν δὲ π': ρ': σ': συναφθέντων ἀλλήλοις γενήσεται ὁ τ': ἀριθμὸς, ὅστις ἀντὶ ἀριθμητοῦ
 λαμβανόμενος, τοῦ ε' ξ': ἀντὶ παρονομαστοῦ, συιεσάσθω τὸ τ' ξ', κλάσμα, καὶ τοῦτο ἔ-
 σται πάντως ἴσον τοῖς ἢ δ', κ' λ', μ' ν', κλάσμασιν. ὁ Λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρῳ εἰρημένων
 σαφής.

ε: 4:	κ: 5:	μ: 7:	τ: 894:
δ: 6:	λ: 8:	ν: 9:	ξ: 432:
	ζ: 6:		ω: 288:
		48:	φ: 270:
		ν: 9:	σ: 336:
	ε: 432:		τ: 894:
ε: 288:	ρ: 270:	σ: 336:	
ε: 432:	ε: 432:	ε: 432:	
			τ: 894:
			ε: 432:

Ὅτι αὖ μὲν ἐν τὰ διδόμενα κλάσματα μόνα ὦσιν, ἕξιςίσοι καθ' ὅποτερον ἂν βάλει τρόπον εἰς
 εἰς τὰ πάντα ἀγαγεῖν. Καὶ τὸ γινόμενον μίξοι εἰν μονάδος διαιρεθήτω ὁ τούτου ἀριθμητὴς ἐ-
 πί τὸν ἴδιον παρονομαστὴν, καὶ τὸ πηλίκον ἔσται παραστῆκόν τῆς τῶν κλασμάτων ποσότητος, καὶ
 τὸν εἶν. τοῦ παρόντος, οἷον ἐπὶ τὸ τ' ξ', κλάσμα, τὸ συμποσοῦμενον δηλ. ἐκ τῶν ἢ δ', κ' λ', μ' ν',
 κλασμάτων μίξοι εἰς τῆς μονάδος, κατὰ τὰ ἐν ἀρχῇ ἐπὶ τοῦ πα-
 ρότος εἰρημένα, μεριδθήτω ὁ τ': ἐπὶ τὸν ε': καὶ ἐπεὶ τὸ πηλίκον
 ἔσται ὁ φ': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ χ' ψ', κλάσματος, δῆλον ὅτι τὸ τ' ξ',
 κλάσμα περιέχει μονάδας δύο καὶ τριάκοντα τετρακοσιασὰ τρια-
 κοσὰ δεύτερα μέρη, μονάδος. ἢ γὰρ πεντεκαίδεκα διακοσιασὰ δέκα-
 τα ἑκτά. τοῦ γὰρ χ' ψ', κλάσματος εἰς ἐλάττονας ὄρας ἀγομένῃ, κατὰ τὴν εἰ. τὰ παρόντος συ-
 σαθήσεται τὸ α' β'.

π: 894:	ρ: 270:	σ: 336:
ε: 432:	ε: 432:	ε: 432:
		τ: 894:
		ε: 432:
π: 894:	ρ: 270:	σ: 336:
ε: 432:	ε: 432:	ε: 432:
		τ: 894:
		ε: 432:
π: 894:	ρ: 270:	σ: 336:
ε: 432:	ε: 432:	ε: 432:
		τ: 894:
		ε: 432:
π: 894:	ρ: 270:	σ: 336:
ε: 432:	ε: 432:	ε: 432:
		τ: 894:
		ε: 432:

Γ' πῶδειγμα Ε.

Εάν δὲ μετὰ τῶν κλασμάτων τύχῃσιν ὄντες καὶ ὀλοκλήροι ἀριθμοὶ συναφθῆσόμενοι συναφθῆ-
 τῶσαν αἱ οἱ ὀλοκλήροι ἀριθμοὶ εἰς ἓνα, κατὰ τὸν προηρημένον τρόπον ἐν τῷ α. τοῦ παρόν-
 τος, εἶτα συναφθήτωσαν καὶ τὰ κλάσματα ἀλλήλοις, κατὰ τὰ ἤδη εἰρημένα. τοῦ δὲ συμποσομένου
 ἐκ τῶν κλασμάτων εἰς ὅλον τί ἀγομένῃ, εἰν μίξοι ἢ τῆς μονάδος, τὸ πηλίκον προσεθήτω τῷ
 ἐκ τῶν ὀλοκλήρων συμποσομένου ἀριθμῷ. Οἷον ἔσω-
 σαν οἱ α' β' γ': ἀριθμοὶ μετὰ τῶν δ' ε' ζ' η' θ' κ', κλα-
 σμάτων, καὶ ζητηθήτω ὁ ἐξ αὐτῶν συμποσομένος. Συνα-
 φθήτωσαν εἰς πρῶτον οἱ α' β' γ': ἀριθμοὶ ἀλλήλοις κα-
 τὰ τὸν τῆς συνάψεως τρόπον τῶν ὀλοκλήρων ἀριθμῶν καὶ
 ποιήτωσαν τὸν λ': εἶτα συναφθήτωσαν ἀλλήλοις καὶ τὰ δ' ε'
 ζ' η' θ' κ', κλάσματα, κατὰ τὰ μικρὸν πρόσθεν εἰρημένα,
 καὶ γενήσεται ἐξ αὐτῶν τὸ μ' ν', κλάσμα. τούτου δὲ ὁ μ':
 μεριδθήτω ἐπὶ τὸν ν': παρονομαστὴν, καὶ ἔστω
 πηλίκον ὁ ξ': μετὰ τοῦ π' ρ', κλάσματος, οὗτις προσ-
 θεθήτω τῷ λ': γενήσεται ὁ σ': μετὰ τοῦ π' ρ', κλάσματος,
 καὶ οὗτος ἔσται ὁ συμποσομένος ἐκ τῶν ὀλοκλήρων ἀριθ-
 μῶν καὶ προσκειμένων αὐτοῖς κλασμάτων. ὁ Λόγος ἐκ τῆς
 πράξεως ὀρθός, δυνατὸν δὲ καὶ ἄλλως τουτὶ γενέσθαι.

δ: 2:	ζ: 4:	θ: 2:
ε: 7:	η: 6:	κ: 8:
β: 9:	ι: 12:	λ: 8:
γ: 12:	ρ: 3:	σ: 18:
λ: 28:	ε: 6:	18:
24:	δ: 2:	μ: 2 2 8:
18:	κ: 8:	ν: 1 4 4:
λ: 28:	μ: 2 2 8:	ο: 8 4:
ε: 7:	ρ: 144:	π: 24:
θ: 29:	ρ: 144:	ε: 1: ρ 44

Υπόδειγμα 5.

Αναχθήτωσαν εν οι δοθέντες ολοκληροι αριθμοι εκασος επι το ιδιον κλάσμα, κατα την ι. τυ παρόντος, κη τα συρισάμενα κλάσματα συναφθήτωσαν αλληλοις, το δε εκ των κλασμάτων συμπο...

Οιον πολλαπλασιασθήτω ο μιν α: επι τον ε: κη τω γενομένη προσεθήτω ο δ: κη γενήσεται το λ' μ', κλάσμα. ο δε β: ομοίως επι τον η: πολλαπλασιασθήτω, κη τω γενομένη προσεθήτω ο ζ': κη συσαθήσεται το ν' ξ', κλάσμα. Πολλαπλασιαζομένου δε κη τω γ: επι τον κ: προσεθήτω τω γενομένη ο θ': κη...

Table with mathematical ratios and calculations: α: 7: δ: 2: ζ: 4: γ: 12: θ: 2: κ: 3: β: 9: κ: 6: π: 98: ρ: 8: λ: 23: ς: 58: μ: 3: ξ: 6: ρ: 8: 312: 98: σ: 4260: 12: 8: τ: 144: σ: 4 2 6 0: μ: 144: θ: 29: 84: 144: 4:

Υπόδειγμα 7.

Ειδε τύχασι κλάσματα κλασμάτων συναφθισόμενα, ως τα αβ, γδ, αν το μιν τω εζ, το δε του ηθ, εστιτε κλάσμα κη ονομάζεται, αναχθήτωσαν πρώτον εις απλα κλάσματα, τα κλ, μν, κατα την ιθ. του παρόντος. Ειτα συναφθήτωσαν αλληλοις τα αυτα κλμν, κλάσματα, κατα τα ανω...

Table with mathematical ratios: α: 2: ε: 3: γ: 4: η: 6: β: 3: ζ: 6: δ: 6: θ: 8: κ: 6: μ: 24: λ: 18: ς: 48: 288: ξ: 720: 432: π: 864: 720:

Επειδαν δε οφείλει αριθμός ολοκληρος κλάσματι συναφθῆναι πολλαπλασιασθήτω τινικαυτα ο προκείμενος αριθμός επι τον του κλάσματος παρονομασῆν, κη τω γενομένη συναφθήτω ο αριθμητής. Τω αυτου δε παρονομασου λαμβανομένη το συρισάμενον κλάσμα ισον εσαι τω δοθέντι...

Πρόβλημα Α.

Δικατηλόγος ποτε δεκάτας σίτου συλλέγων, αφ ενός μιν ελαβεν εν τρίτον του μεδίμνου, αφ ετέρω δε δυο τρίτα, κη απ' αλλου τέσσαρα τρίτα, ελαβε δε κη από τινος πέντε τρίτα. Ζητείται...

Εις λύσειν τύτου γραφήτωσαν τα αβ, γδ, εζ, ηθ, κλάσματα εφεξῆς ως προκρίνεται. Ειτα συναφθήτωσαν οι τῆτων αριθμηταί εις ένα αριθμόν τον κ: ο δε κ: μεριδῆτω επι τον παρονομασῆν των αυτων κλασμάτων δηλ: τον β: κη το πηλίκον εσω ο λ: κη ουτος εσαι ο ζητούμενος. Είληφεν αρα ο τας δεκάτας συλλέξας μεδίμνους σίτου τέσσαρας. ο Λόγος...

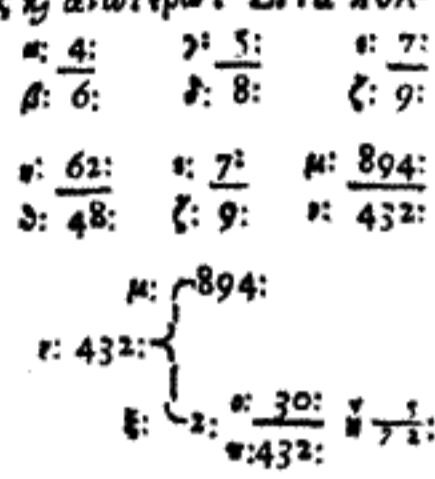
Table with mathematical ratios: α: 1: γ: 2: ε: 4: η: 5: β: 3: δ: 3: ζ: 3: θ: 3: κ: 12: λ: 100: μ: 4: β: 3: γ: 4: δ: 3: ε: 5: ζ: 6: η: 8: θ: 12: κ: 15: λ: 20: μ: 25: ν: 30: ξ: 36: ο: 40: π: 45: ρ: 50: σ: 60: τ: 70: υ: 80: φ: 90: χ: 100:

Ε.Χ.Α.Π.Ε.Κ.Τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Πρόβλημα Β'.

Ο αὐτὸς δικατηλόγος αὐθις δεκάτας κριθῆς συλλέγων, ἀφ' ἐνὸς μὲν ἔλαβε μεδίμνου τίσσαρχ ἕκτα, ἀφ' ἑτέρου δὲ πέντε ὀγδοα, καὶ ἀπότινος ἄλλου ἑπτὰ ἑννατα. Ζητεῖται δὲ κἀνταῦθα πότους μεδίμνου κριθῆς συνέλιξεν.

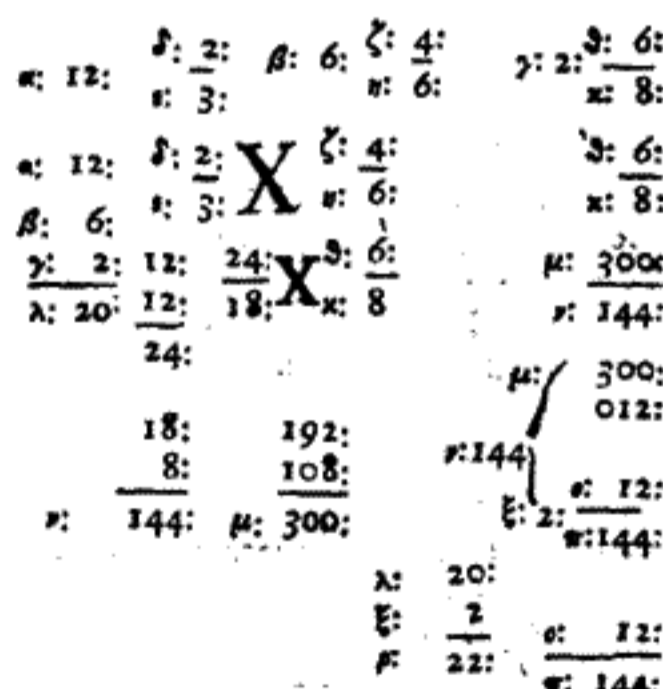
Εἰς λύσιν αὐτοῦ γραφήτωσαν ἐφεξῆς τὰ ἀβ, γδ, εζ, κλάσματα ὡς καὶ ἀνωτέρω. Εἶτα πολλαπλασιασθήτωσαν οἱ τῶν ἀβ, γδ, κλασμάτων ἀριθμηταὶ ἐπὶ τοὺς αὐτῶν παρονομασὰς κατὰ χιασμόν, καὶ οἱ γενόμενοι συναφθήτωσαν εἰς ἕνα καὶ ἴσῳ οὗτος ὁ ἦ: πολλαπλασιασθέντων δὲ τῶν παρονομασῶν πρὸς ἀλλήλους γινέσθω ὁ θ': καὶ συσαθήτω τὸ ἦθ', κλάσμα, καὶ τὸτο ἴσον ἴσαι τοῖς ἀβ, γδ, κλάσμασι, καὶ τὰ πρότερον εἰρημίσει. Τοῦτ' αὐτὸ γινέσθω καὶ ἐπὶ τῶν ἦθ', εζ, κλασμάτων, καὶ συσαθήτω ἐξ αὐτῶν τὸ μ', καὶ τῆτον ἴσον ἴσαι τοῖς τρισὶ δοθεῖσι κλάσμασι ἀβ, γδ, εζ, ὡς δῆλον ἐκ τῶν προειρημένων. Τελευταῖον μερισθήτω ὁ μ': ἐπὶ τὸν ν': ὡς μίζων τοῦ αὐτοῦ ν': καὶ τὸ πηλίκον ἴσῳ ὁ ξ': μετὰ τοῦ ὁπ', κλάσματος. Οἱ δεκάτας τοίνυν συλλέγων εἴληφεν μεδίμνου κριθῆς δύο καὶ $\frac{1}{2}$: ἢ γὰρ $\frac{1}{2}$: τῶν τῶ κλάσματος ὄρων εἰς ἐλαχίστους ἡγμένων. Δυνατὸν δὲ καὶ ἕτω γινέσθαι τὴν πράξιν. Μετενεχθήτωσαν γὰρ τὰ ἀβ, γδ, εζ, κλάσματα εἰς ἕτερα τρία ἴσα αὐτοῖς τῆς αὐτῆς ὄντα παρονομασίας, εἶτα συναφθήτωσαν εἰς ἕνα, καὶ τὰ εἰρημίσει ἐν τῷ β'. ὑποδείγματι.



Πρόβλημα Γ'.

Τελώνης ποτὲ ἐν τῷ τελωνεῖω παρερχομένων τριῶν ἐμπόρων, ὧν ὁ μὲν σιρικὸν μεθ' ἑαυτῷ ἐκόμιζε τῆμα, ὁ δὲ λίβανον, καὶ ὁ γ'. ρίτρον, ἀπὸ μὲν τῶ α. ἔλαβε τελωνίας χάριν ἀργύρια δυοκαίδεκα μῶ δύο τρίτων, ἀπὸ δὲ τῶ δευτέρου ἀργύρια ὁ: μῶ τεσσάρων ἕκτων, καὶ ἀπὸ τῶ γ'. ἀργύρια δύο μεθ' ἕξ ὀγδῶν. Ζητεῖται οὖν πόσα ἀπὸ τῶν τριῶν ἐμπόρων ἀργύρια ὁ τελώνης ἔστος εἴληφεν.

Εἰς τὴν τῆτε λύσιν γραφήτωσαν αἱ τῶν ἀργυρίων ποσότητες μῶ τῶν προσκειμένων αὐταῖς κλασμάτων ἐφεξῆς, ὡς προειρημέναι, καὶ ἔσῳσαν αὐταὶ οἱ ἀβγ, ἀριθμοὶ μῶ τῶν δέ, ζή, θ' κ', κλασμάτων. Εἶτα συναφθήτωσαν οἱ ἀβγ, ἀριθμοὶ χωρὶς, καὶ γενέσθω ἐξ αὐτῶν ὁ λ': ἀριθμὸς. Συναφθήτωσαν δὲ καὶ τὰ δέ, ζή, θ' κ', κλάσματα εἰς ἕνα, κατὰ τὰ προειρημένα, καὶ συνεσάσθω τὸ μ', κλάσμα. Μιριζομένη δὲ τοῦ μ': ἀριθμητῶ ἐπὶ τὸν ν': παρονομασίην, ἐπεὶ παρέχεται πηλίκον ὁ ξ': ἀριθμὸς μετὰ τῶ ὁπ', κλάσματος συναφθήτω ὁ ξ': τῶ λ': ἀριθμῶ καὶ ὁ γενόμενος ρ': μῶ τῶ ὁπ', κλάσματος ἴσαι ὁ ζητούμενος. ὁ τελώνης ἀρα οὗτος, ἀπὸ τῶν τριῶν εἰρημένων ἐμπόρων ἔλαβε τελωνίας χάριν ἀργύρια δύο πρὸς τοῖς εἰκοσι, καὶ $\frac{1}{4}$: ἢτοι $\frac{1}{2}$: τῶ ἀργυρία. ὁ Λόγος ἐκ τῶν εἰρημένων ἐν τῷ α. ὑποδείγματι σαφῆς.



Ἄλλως.

Ἡ καὶ ἕτως ἀχθήτωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ἕκαστος ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα, καὶ τὴν κ'. τῶ παρόντος. Εἶτα συναφθήτωσαν εἰς ἕνα καὶ τὸ σ'. ὑπόδειγμα, καὶ ἴσαι τὸ ζητούμενον.

Πρόβλημα Δ'.

Ο αὐτὸς τελώνης μῶ δύο ὥρων διάστημα παρερχομένων δύο χωρικῶν, ὧν ὁ μὲν ἐκόμιζεν εἰς ἀγορὰν φορτίον οἶνου, ὁ δὲ μέλιτος, ἔλαβεν ἀπὸ μὲν τῶ α. δύο ἕκτα τῶν ἕξ ὀγδῶν τῶ ἀργυρία, ἀπὸ δὲ τῶ δευτέρου δύο τρίτα τῶν τριῶν τετάρτων. Ζητεῖται ἔν πόσα ἕξ ἀμφοῖν εἴληφεν.

Ε.Υ.Δ. της Κ. Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Εἰς λύσιν δὲ καὶ τὰς γραφομένων τῶν αβ, γδ, εζ, ήθ, κλασμάτων ἐφεξῆς ὡς ὄρας, ἐπεὶ τὰ αβ, εζ, κλάσματα κλασμάτων εἰσι μετερχθήτωσαν εἰς ἀπλὰ κλάσματα, τὰ κλ, μν, ὧν συναπτομένων εἰς ἐν τὸ ζο, κλάσμα, τὸ πάντως εἶσαι τὸ ζητούμενον. ὁ λόγος ἐκ τῶν εἰρημέγων ἐν τῷ ζ. ὑποδείγματι δηλός. διὰ δὲ τὸ σαφέστερον, ἀχθήτωσαν οἱ ὄροι, εἰ δυνατὸν, τῶν ζο, κλάσματος εἰς ἐλαχίστους, καὶ συσταθήσεται πάντως τὸ πρ, κλάσμα ἴσον τῷ ζο, ὡς δὴλον ὅτι γὰρ ὁ ρηθεὶς τελώνης ἔλαβεν ἀπὸ τῶν δύο ἐκείνων χωρικῶν τρία τέταρτα τοῦ ἀργυρίου, ἧτοι λεπτὰ 90: ὑποτιθεμένων γὰρ τῶν ἀργυρίων λεπτῶν 120: ἐν μὲν ὄγδοον τῶν λεπτῶν εἰσι πεντεκαίδεκα. Τὰ δὲ δύο ἕκτα τῶν ἐξ ὄγδων λεπτὰ περιέχουσι τριάκοντα. Ὡσαύτως ἐν τέταρτον λεπτῶν εἰσι τριάκοντα. δύο δὲ τρίτα τῶν τριῶν τετάρτων λεπτὰ ἐξήκοντα περιέχουσι. Συναπτομένων ἄρα τῶν τριάκοντα τοῖς ἐξήκοντα συμποσῶνται τὰ ἐννιήκοντα.

α: 2: γ: 6: ε: 2: η: 3:
β: 6: δ: 8: ζ: 3: θ: 4:
κ: 12: μ: 16:
λ: 48: X ς: 12:
ξ: 432: π: 3:
ο: 576: ρ: 4:

Τούτου δὴ τὸν τρόπον δυναίεται τις καὶ ἄλλα πλείω λύειν προβλήματα ἔχων ἐν τῇ μνήμῃ τὰ τε περὶ Συναφῆς κλασμάτων εἰρημένα, καὶ ὅσα πρὸ αὐτῆς ἐν λόγῳ τέτακται εἰσαγωγῆς.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Γ.

Περὶ Ἀφαιρέσεως Κλασμάτων.

Μετὰ τὴν Συναφιν ἐπιταί ἀμέσως ἡ Ἀφαίρεσις ἢ μόνον ἐν τοῖς ὁλοκλήροις ἀριθμοῖς, ἀλλὰ καὶ τοῖς κεκλασμένοις. ἀντισρέφουσι γὰρ καὶ διὰ μὲν τῆς Συναφῆς ἢ τῆς Ἀφαιρέσεως πράξις τὸ πιστὸν δέχεται, διὰ τῆς Ἀφαιρέσεως δὲ τὸ τῆς Συναφῆς ὑγιὲς θρηύεται. Ὡς περ δ' ἐν τῷ α. περὶ τῆς τῶν ὁλοκλήρων ἀριθμῶν Ἀφαιρέσεως εἴρηται, εὔρεσιν εἶναι ὑπεροχῆς, καθ' ἣν ὑπερέχει ὁ μείζων ἀριθμὸς τὸν ἐλάττονα, ἢ τῶν κλάσμων οὐδὲν ἄλλο εἶναι τὴν τῶν κλασμάτων Ἀφαιρέσιν φασίν, ἢ εὔρεσιν τινὰ ὑπεροχῆς, καθ' ἣν ὑπερέχει τὸ μείζον κλάσμα τὸ ἐλάττονος. Διὸ δὲ καὶ ἐπὶ τῶν κλασμάτων τὸ ἐλάττον αἰετ ἀφαιρεῖν ἀπὸ τοῦ μείζονος. ἢ μὴν δὲ καὶ τὸ ἀνάπαλιν. Γραψίον δὲ ἐπὶ τῆς Ἀφαιρέσεως τὰ κλάσματα σοιχηδὸν καὶ πλάτος, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς Συναφῆς, καὶ μὲν τῆς αὐτῆς ὡς παρονομασίας, ἀφαιρέθητω ὁ τοῦ ἐλάττονος ἀριθμητῆς ἀπὸ τοῦ ἀριθμητῆ τοῦ μείζονος, τῷ δὲ ἐναπολειφθέντι ὑποτιθήτω ὁ αὐτὸς παρονομαστῆς, καὶ τὸ συγισάμενον κλάσμα εἶσαι τὸ ζητούμενον.

Ὑποδειγμα Α.

Οἷον κείδω ἀφελῆν τὸ γδ, ἐλάττον κλάσμα ἀπὸ τοῦ εζ, μείζονος. Γραφομένων ἂν, καθ' ὃν προσημνῆνται τρόπον, τῶν δοθέντων κλασμάτων ἀφηρήδω ὁ β: ἴσος ὡν τῷ δ: καὶ ζ: ἀριθμητῆς ἀπὸ τοῦ ε: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ α: γραφήτω ὑπ' αὐτὸν ὁ β: ἴσος ὡν τῷ δ: καὶ ζ: καὶ τὸ αβ, κλάσμα εἶσαι ἢ ὑπεροχῆ, καθ' ἣν τὸ εζ, ὑπερέχει τὸ γδ, ἐπεὶ γὰρ τὰ γδ, εζ, κλάσματα τὸν αὐτὸν ἔχουσι παρονομασίην, ὡς περ καὶ τὸ αβ, πάντως γὰρ κατὰ τὴν ε. τὴν παρόντος, ὡς ἔχει ὁ ε: ἀριθμητῆς πρὸς τῆς γ: καὶ α: ὅπως ἔχει καὶ τὸ εζ, κλάσμα πρὸς τὰ γδ, αβ, κλάσματα. Ἀλλ' ὁ ε: ὑπερέχει τὸ γ: τῷ β: καὶ τὰ τῆς Ἀφαιρέσεως λόγον, ἄρα καὶ τὸ εζ, κλάσμα ὑπερέχει τὸ γδ, τῷ αβ, κλάσματι, ὡς τὸ αβ, κλάσμα ὑπεροχῆ εἶσαι τῷ εζ, καθ' ἣν ὑπερέχει τὸ γδ, ὅπερ ἴδει δεῖξαι.

α: 4: γ: 5: ε: 5:
β: 6: δ: 6: ζ: 6:
η: 3: θ: 4:
κ: 12: μ: 16:
λ: 48: X ς: 12:
ξ: 432: π: 3:
ο: 576: ρ: 4:

Ὑποδειγμα Β.

Διαφόρῃ δὲ ὄντα παρονομασίας τὰ κλάσματα ἐπὶ τῆς αὐτῆς δεῖ α. ταῦτα ἀγαγεῖν, κατὰ ἀφαιρεῖν τὸν τὸ ἐλάττονος ἀριθμητῆν ἀπὸ τοῦ ἀριθμητῆ τοῦ μείζονος, καὶ τὰ λοιπὰ ποιῆν ὡς ἀνωτέρω ἠρμήνευται. Οἷον κείδω ἀφελῆν τὸ κλ, κλάσμα ἀπὸ τοῦ ξπ, ἀχθήτωσαν δὲ πρῶτον ταῦτα ἐφ' ἑτέρα δύο ἴσα τῆς αὐτῆς ὄντα παρονομασίας, εἴα τὰ ρσ, τσ, διὰ τῆς ια. τῆ παρόντος, εἴτα ἀφηρήδω ὁ ρ: ἀριθμητῆς ἀπὸ τοῦ τ: καὶ τῷ ἐναπολειφθέντι χ: ὑποτιθήτω ὁ αὐτὸς σ: παρονομαστῆς, καὶ τὸ χσ, συσταθὲν κλάσμα ὑπεροχῆ εἶσαι τῷ ξπ, κλάσματος, καθ' ἣν ὑπερέχει τὸν κλ, καὶ γὰρ τὰ ἡδὴ εἰρημένα τὸ χσ, κλάσμα ὑπεροχῆ εἶσαι τοῦ τσ, καθ' ἣν ὑπερέχει τοῦ ρσ, ἀλλὰ τὸ μὲν τσ, ἴσος εἶσαι τῷ ξπ, καὶ τὰ ια. τῆ παρόντος, τὸ δὲ ρσ, τῷ κλ, ἄρα τὸ αὐτὸ χσ, ὑπεροχῆ εἶσαι τῷ ξπ, καθ' ἣν ὑπερέχει τὸ κλ, ἴσα δὲ τῷτο σαφέστερον γίνεται, μετερχθήτω τὸ

δ: 2: η: 4: κ: 5: ε: 6:
ε: 3: θ: 6: λ: 8: ς: 48:
χ: 256: ρ: 240: π: 496:
σ: 384: σ: 384: σ: 384:
128:
χ: 256: ρ: 240: π: 496:
σ: 384: σ: 384: σ: 384:
128: 000 128 000
χσ,

γ' ς', εις ἰλαχίμους ὄρους, καὶ τὴν ι' α'. τῷ παρόντος, καὶ συνιστάτω ἐξ αὐτῶν τὸ ψ' ω', κλάσμα, ὅπερ ἴσόν ἐστι τῷ κ' λ', ἐπεὶ ἥδ' ἐπ', γίγσκειν ἐκ τῶν κ' λ', κ' λ', κλάσματων, ὡς δέδεικται μικρὸν προοίμιον, ἰσά ἐστὶ λόγος περὶ συνάφης, κεκλασμένων ἀριθμῶν ἢν, πάντως γὰρ καὶ τὸ κ' λ', ὑπεροχὴ ἐστὶ τῷ κ' λ', καθ' ἣν ὑπερέχει τῷ κ' λ'.

Υπόδειγμα Γ.

Εἰσὶ δὲ ἡ πλείων τοῦ ἰσῶς ὡς τὰ ἀφαιρέσιμα κλάσματα συνθεσθέντων πρώτον τὰ πάντα εἰς ἡ, εἴτα τὸ γινόμενον ἐξ ἀπάντων ἀφαιρέτω ἀπὸ τοῦ μείζονος. Οἷον κείτω ἀφελῆν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἡ β', τὰ γ' δ', ἐζ', κλάσματι τῆς αὐτῆς ὅλη παρονομασίας. Συνθεσθέντων δὲ τὰ αὐτὰ γ' δ', ἐζ', κλάσματα, καὶ ποιείτωσαν τὸ κ' λ', ὅπερ ἀφαιρέτω ἀπὸ τοῦ α' β', καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν κ' λ', ὑπεροχὴ ἴσται τῷ α' β', καθ' ἣν ὑπερέχει τῶν γ' δ', ἐζ', δηλ. τῷ κ' λ', ὁ λόγος σαφής.

κ:	5:	γ:	2:	ε:	1:	η:	3:	κ:	2:
β:	6:	δ:	6:	ζ:	6:	θ:	6:	λ:	6:

Υπόδειγμα Δ.

Εἰ δὲ τὰ δίδόμενα, κλάσματα ὡς κλάσματων, καὶ ζητεῖται τὸ ἔλαττον ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρέσειν, ἀναχθέντων α'. ἀμφότερα εἰς ἀπλὰ κλάσματα, κατὰ ἀφαιρέσειν τὸ ἔλαττον ἀπὸ τοῦ μείζονος, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἴσται ὑπεροχὴ, καθ' ἣν ὑπερέχει τὸ μείζον κλάσμα τῶν δεδωμένων, τῷ ἔλαττονος.

Οἷον κείτω ἀφελῆν τὸ α' β', κλάσμα τοῦ γ' δ', κλάσματος ἀπὸ τοῦ ἐζ', ὅπερ ἐστὶ κλάσμα τῷ κ' λ', κλάσματος. Ἀναχθέντων δὲ ἑκάτερον τῶν α' β', ἐζ', μὴ ἀπλῶν κλάσματων εἰς ἀπλῶν κλάσμα, τὸ μὲν εἰς τὸ κ' λ', τὸ δὲ εἰς τὸ κ' λ', καὶ τὴν ι' α'. τῷ παρόντος. ταῦτα δὲ διαφέρει ὅλη παρονομασίας, ἐφ' ἣν ἴτερα δύο ἀχθέντων τῆς αὐτῆς ὄντα παρονομασίας καὶ ἴσται τῷ αὐτῷ. εἴα τὰ κ' λ', ς' ς', εἴτα ἀφαιρέτω τὸ κ' λ', ἔλαττον ἀπὸ τοῦ ς' ς', μείζονος, καθ' ἣν προοιμίουται τρόπον, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἴσται τῷ ς' ς', ἀπλῶν κλάσμα, καὶ τῷ τῷ λέγω εἶναι τὴν διαφορὰν τοῦ ἐζ', κλάσματος, καθ' ἣν ὑπερέχει τῷ α' β', ὅτι μὲν ἥδ' τὸ αὐτὸ ς' ς', κλάσμα ὑπεροχὴ ἐστὶ τῷ ς' ς', κλάσματος καθ' ἣν ὑπερέχει τῷ κ' λ', κλάσματος, δηλον. ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ τῆς τῶν ἀπλῶν κλάσματων ἀφαιρέσεως. Τὰ δὲ κ' λ', ς' ς', ἰσά ἐστι τοῖς κ' λ' μ' ν', καὶ τὴν ι' α'. τῷ παρόντος, τὸ ς' ς', ἀρα διαφέρει εἰς καὶ τῷ μ' ν', κλάσματος, καθ' ἣν ὑπερέχει τὸ κ' λ', κλάσμα. Ἐπεὶ δὲ τὰ κ' λ', μ' ν', κλάσματα ἰσά ἐστι τοῖς α' β', ἐζ', καὶ τὴν ι' α'. τῷ αὐτῷ, τὸ ς' ς', πάντως κλάσμα διαφέρει εἰς καὶ τῷ ἐζ', καθ' ἣν ὑπερέχει τῷ α' β'.

κ:	2:	γ:	4:	η:	8:	θ:	4:
β:	4:	δ:	6:	ζ:	3:	θ:	5:
κ:	8:	μ:	8:	λ:	24:	ν:	15:
ε:	120:	ρ:	192:	σ:	360:	τ:	360:
φ:	192:	ι:	72:	κ:	120:	λ:	360:
μ:	072:						

Υπόδειγμα Ε.

Εἰ δὲ μὴ τῶν κλάσματων καὶ ἐλόκληροι τύχασιν ὄντες ἀριθμοί, διχῶς ἐνδέχεται γενέσθαι τὴν τῶν ἀφαιρέσεων. ἢ ἥδ' αὖ καὶ τὸς ὀλοκλήρους ἀριθμούς, ἐπὶ τὰ ἴδια ἀναλύεσθαι κλάσματα, καὶ τῶν γινόμενων κλάσματων ἀφαιρέσειν τὸ ἔλαττον ἀπὸ τοῦ μείζονος, ἢ γὰρ ἀφαιρέσειν χωρὶς, τὸς μὲν ἀριθμούς ἀπὸ τῶν ἀριθμῶν, τὰ δὲ κλάσματα ἀπὸ τῶν κλάσματων. Διὰ δὲ τὸ τοῦ λόγου πληρέστερον γενέσθαι καθ' ἑκάτερον τὸν τρόπον ἢ πράξις. Οἷον ἴσται ἀφελῆν τὸν α'. ἀριθμὸν μὴ τοῦ β' γ', κλάσματος, ἀπὸ τοῦ δ'. ἀριθμοῦ μὴ τῷ ἐζ', κλάσματος. καὶ μὲν δὴ τὸν β'. τρόπον, αὐδέπως ἢ πράξις γίνεται. Ἀφαιρέτω ὁ α'. ἀριθμὸς ἀπὸ τοῦ δ': καὶ ἐναπολειφθῆτω ὁ η'. ἀφαιρέτω δὲ καὶ τὸ β' γ', κλάσμα ἀπὸ τοῦ ἐζ', κλάσματος, καὶ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ β'. ὑποδείγματι. καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἴσται τῷ ε' ζ', κλάσμα. Ἐκ τῶν ἢν δηλον, ὅτι ὁ η'. ἀριθμὸς μὴ τῷ ε' ζ', κλάσματος ὑπεροχὴ ἐστὶ τῷ δ': ἀριθμοῦ καὶ ἐζ', κλάσματος, καθ' ἣν ὑπερέχει τῷ α': ἀριθμοῦ, καὶ β' γ', κλάσματος.

κ:	6:	β:	3:	δ:	8:	ε:	4:	ζ:	6:
γ:	8:	δ:	8:	ε:	4:	ζ:	6:	θ:	8:
δ:	8:	β:	3:	ε:	4:	ζ:	6:	θ:	8:
κ:	6:	γ:	8:	ζ:	6:	θ:	18:	ι:	6:
μ:	2:	ν:	24:	ξ:	14:	ο:	48:		

Εἰδὲ τὸ τῷ ἔλαττονος ἀριθμοῦ κλάσμα, μείζον ἢ τῷ κλάσματος τῷ ἐν τῷ μείζονι ἀριθμῷ, προσεθήτω τῷ ἔλαττονι κλάσματι μονάς, ἀφαιρέσειν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀριθμοῦ, τὰ δὲ λοιπὰ γενέσθαι ὡς προοιμίουται. Οἷον κείτω ἀφελῆν, τὸν α'. ἀριθμὸν μὴ τῷ β' γ', κλάσματος ἀπὸ τοῦ δ': ἀριθμοῦ καὶ ἐζ', κλάσματος. Ἐπεὶ δὲ τὸ β' γ', κλάσμα μείζον ἐστὶ τῷ ἐζ', καὶ τὴν γ'. τῷ παρόντος, ἀφαιρέτω ἀπὸ τοῦ δ': ἀριθμοῦ μονάς, καὶ ἐναπολειφθῆτω ὁ η'. ἐπεὶ δὲ αὐθις ὁ ζ': παρονομασίας παρίσσει τὴν μονάδα εἰς ε' ζ' διηρημένην μέρη προσεθήτω τῷ ε': ὅ ἐξ: ἀντὶ μονάδος, καὶ γενέσθαι τὸ ε' κ', κλάσμα. Τῶν δ' ἢν γεγομένων ἀφαιρέτω ὁ α': ἀπὸ τοῦ η': καὶ ἐναπο-

κ:	6:	β:	6:	δ:	8:	ε:	3:	θ:	9:
γ:	8:	ζ:	6:	κ:	6:	λ:	7:	μ:	6:
ν:	7:	ξ:	6:	ο:	9:	π:	72:	ρ:	36:
σ:	6:	τ:	36:	υ:	8:	φ:	6:	χ:	36:
λ:	1:	μ:	48:						

Ε. ΠΑΤΗΚΗΣ
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

λειφθῶ ὁ λ': ἀριθμὸς. ἀφαιρήθῃ δὲ καὶ τὸ β' γ', κλάσμα ἀπὸ τοῦ θ' κ', κλάσματος καὶ ἔσῃ ἐναπολειφθῶν τὸ π' κ', ὁ οὖν λ': ἀριθμὸς μῆ τῷ π' κ', κλάσματος ὑπεροχῆ ἐστὶ τῷ δ': ἀριθμῷ, καὶ ἔξ, κλάσματος καθ' ἣν ὑπερέχει τοῦ α': ἀριθμοῦ καὶ β' γ', κλάσματος. ὁ λόγος ἐκ τῆς πράξεως σαφής.

Ἐπίδειγμα ε.

Οὕτω μὲν ἔν, καὶ τὸν β. τρόπον, λύεται τὸ προβλεπόμενον· κατὰ δὲ τὸν α. οἶον. Πολλαπλασιασθέντων τῶν α' ἀριθμῶν, ἐπὶ τὸν γ': καὶ τῶν γενομένων ἢ προσεθήτω ὁ β': καὶ ἔσῃ ἀριθμητὴς ὁ θ': ἐπὶ παρονομαστῆ τῷ γ': πολλαπλασιασθέντων δὲ καὶ ὁ δ': ἐπὶ τὸν ζ': καὶ τῶν γενομένων κ': προσεθήτω ὁ ε': καὶ γενήσεται ὁ λ': ἀριθμητὴς ἐπὶ παρονομαστῆ τῷ ζ'. Εἶτα πολλαπλασιασθέντων ὁ θ': ἐπὶ τὸν ζ': καὶ ὁ λ': ἐπὶ τὸν γ': καὶ τῶν γενομένων μ', κ' ἀφαιρήθῃτω ὁ ἐλάττω ἀπὸ τοῦ μείζονος, καὶ ἔσῃ ἐναπολειφθεὶς ὁ ξ': πολλαπλασιαζομένου δὲ καὶ τῷ γ': ἐπὶ τὸν ζ': γενήσῃ ὁ π': ἐφ' ὃν μεριθῆτω ὁ ξ': καὶ τὸ πηλίκον ἔσῃ ὑπεροχὴ τῷ δ': ἀριθμῷ καὶ ἔξ, κλάσματος, καθ' ἣν ὑπερέχει τῷ α': ἀριθμῷ καὶ β' γ', κλάσματος. Τὸ μὲν γὰρ θ' γ', κλάσμα ἰσότητι τῷ α': ἀριθμῷ καὶ β' γ', κλάσματι τὸ δὲ λ' ζ', ὁμοίως ἰσότητι τῷ δ': ἀριθμῷ καὶ ἔξ, κλάσματι, καὶ τὴν Γ. τῷ παρόντος. Ἐπεὶ δὲ ἐκ τῷ θ': ἐπὶ τὸν ζ': γέγονεν ὁ μ': ἀριθμὸς, καὶ ἐκ τῷ λ': ἐπὶ τὸν γ': ὁ ν': ἐκ δὲ τῷ γ': ἐπὶ τὸν ζ': ὁ π': φανερόν ὅτι τὰ θ' γ', λ' ζ', κλάσματα διαφορῶν οἷα παρονομαστίας ἰσάεσι τοῖς μ' π', ν' π', τὸν αὐτὸν ἔχουσι παρονομαστῆν, καὶ τὴν ε. τῷ αὐτῷ. Ὡστε καὶ ὁ μὲν α': ἀριθμὸς μῆ τοῦ β' γ', κλάσματος ἰσός ἐστι τῷ μ' π', κλάσματι· ὁ δὲ δ': μῆ τῷ ἔξ, κλάσματι ἰσός ἐστι τῷ ν' π', ἀλλ' ἢ τοῦ ν' π', κλάσματος διαφορὰ, καθ' ἣν ὑπερέχει τῷ μ' π', ἐστὶ τὸ ξ' π', κλάσμα, ἢ γὰρ ἀφαιρέσεις ἐπὶ τῶν τῆς αὐτῆς παρονομαστίας κλασμάτων γίνεται, ἰσείδων ὅτι ὁ ἐλάττω ἀριθμητὴς ἀπὸ τοῦ ἀριθμητοῦ τοῦ μείζονος ἀφαιρήθῃ, καὶ ὁ αὐτὸς ὑποτεθῆ παρονομαστῆς, ἀρα τὸ ξ' π', κλάσμα διαφορά ἐστι καὶ τῷ δ': ἀριθμῷ μῆ τῷ ἔξ, κλάσματι, καθ' ἣν ὑπερέχει τοῦ α': ἀριθμοῦ καὶ β' γ', κλάσματος· ἰσὴ δὲ μείζον ἐστὶ τὸ ξ' π', κλάσμα τῆς μονάδος, δι' αὐτὸ τῷ το μεμείρισται ὁ ξ': ἀριθμητὴς ἐπὶ τὸν π': παρονομαστῆν, ἵνα τὸ κλάσμα πρὸς ὅλον ἀχθῆ, καὶ τὴν γ. τῷ παρόντος.

Table with mathematical ratios and fractions: α: 6, β: 6, δ: 10, ε: 4, γ: 8, ζ: 6, α: 6, δ: 10, π: 48, κ: 60, β: 6, ε: 4, δ: 54, λ: 64, θ: 54, λ: 64, γ: 8, ζ: 6, π: 512, μ: 324, μ: 324, π: 48, ε: 188, π: 512, π: 48, π: 48, ε: 188, π: 48.

Ἐπίδειγμα ζ.

Ἐπειδὴν δὲ συμβῆ ἀφαιρῆν κλάσματι ἐξ ὀλοκλήρου τινὸς ἀριθμοῦ, πολλαπλασιασθέντων ὁ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν παρονομαστῆν τῷ κλάσματι καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου ἀφαιρήθῃτω ὁ τοῦ κλάσματος ἀριθμητὴς, ὁ δὲ ἐναπολειφθεὶς ἀριθμὸς μεριθῆτω ἐπὶ τὸν παρονομαστῆν, καὶ τὸ πηλίκον ἔσῃ τὸ ἐναπολειπόμενον ἐκ τοῦ ὀλοκλήρου ἀριθμοῦ, αφαιρημένου, ἀπ' αὐτοῦ τῷ ἀριθμῷ, τῷ δοθέντος κλάσματος. Οἷον ἔσῃ ἀφαιρῆν τὸ α' β', κλάσμα ἀπὸ τοῦ γ': ὀλοκλήρου ἀριθμοῦ. Πολλαπλασιασθέντων ἔν ὁ γ': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν β': παρονομαστῆν καὶ τῷ γενομένῳ δ': αφαιρήθῃτω ὁ α': ὁ δὲ ἐναπολειφθεὶς ε': μεριθῆτω ἐπὶ τὸν β': καὶ ἰσὴ ὁ ζ': ἀριθμὸς μῆ τῷ ἥ θ', κλάσματι, ἐστὶ τὸ πηλίκον, πάντας γὰρ αφαιρημένου τῷ α' β', κλάσματος ἀπὸ τοῦ γ': ὀλοκλήρου ἀριθμοῦ ὁ ζ': ἐναπολείπεται ἀριθμὸς μῆ τῷ ἥ θ', κλάσματος. Ἐάν ᾗδ' ὑπὸ τὸν γ': ἀριθμὸν ε' κ': μονὰς ὑποτεθῆ, συσταθήσεται τὸ γ' κ', κλάσμα, ἀφ' οὗ ζῆτεται ἀφαιρήθῃναι τὸ α' β', καὶ ἰσὴ τὰ α' β', γ' κ', κλάσματα διαφορῶν εἰσὶ παρονομαστίας, δέον ταῦτα ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀγαγεῖν. Τῷτο δὲ γίνεται, ἰάν οἱ ἀριθμηταὶ ἐπὶ τῆς παρονομαστῆς, κατὰ χρισμὸν, πολλαπλασιασθῶσιν, ὡς εἴρηται, καὶ οἱ γενομένοι ἀπὸ ἀριθμητῶν ληφθῶσιν, πολλαπλασιαζομένων δὲ καὶ τῶν παρονομαστῶν πρὸς ἀλλήλους, ὁ γενομένος ἐν ἑκατέρῳ χώρῳ λάβῃ παρονομαστοῦ. Ἐπεὶ δὲ ἡ μονὰς ἔτε τὸν α': ἔτε μὲν τὸν β': πολλαπλασιασθῆσα αὔξει, διά τοι τῷτο ἔφημεν τὸν γ': μόνον ἐπὶ τὸν β': πολλαπλασιασθῆναι, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου δ': αφαιρῆν τὸν α': τὰ δὲ λοιπὰ γίνεσθαι οφείλει, καθ' ὃν προκρινέσθαι τρόπον ἐπὶ τῆς τῶν κλασμάτων ἀφαιρέσεως.

Table with mathematical ratios: α: 2, γ: 4, δ: 12, β: 3, κ: 1, 3: 3, ε: 1, 0: 1, α: 2, γ: 4, 2: 12, β: 3, κ: 1, 3: 3, ζ: 3, 3: 3.

Πρόβλημα Α.

Γνωρὸς τις βυλόμιμος σπείρει τὸν ἴδιον ἀγρὸν, καὶ μὴ ἔχων ἱκανὸν αὐτῷ τὸν σπόρον, ἰδανείσαστο παρὰ τῷ πλεσίῳ μεδίμνῳ ὄγδοα ἔξ, ὑποχόμενος δύναι αὐτῷ ἐν τῇ τῷ θέρμῃ ἀκμῇ ἑπτὰ ὄγδοα, συλλέξας δὲ τὸν καρπὸν δέδωκε τῷ δανείσαντι ἀπὸ τῷ ὀφειλομένου κατ' ἀρχὰς μὲν τρία ὄγδοα,

ἔσται, καὶ δὲ ἡμέρας τινὰς δύο ὄγδοα, καὶ μὴ ταῦτα ἐν ὄγδοον. Ζητεῖται οὖν τὸ ἐναπολειπόμενον
καὶ ἐκπληροῦν τὸ ὀφειλόμενον.

Εἰς λύσιν τούτου γραφήτωσαν τὰ δοθέντα μέρη τῷ μεδί- κ: 3: 2: 1: 6: 7: 1: 1:
μῶν, ἴσων: τὰ α' β', γ' δ', ε' ζ', κλάσματα, ἐφεξῆς, καὶ συ- β: 3: 8: 8: ζ: 8: 3: 8: λ: 8: 8: 8:
μμεθίστασαν εἰς εἶ, καὶ τὸ πρῶτον πρόβλημα τῶν περὶ Συναφῆς κλασμάτων προβαλλομένων, καὶ
δοῦναι τὸ ε' θ', εἰ ἐφεξῆς γραφήτω τὸ κ' λ', κλάσμα παρασπαικὸν ὅν τὸ ὀφειλόμενον. Εἶτα ἀφ-
εῖλω δ' ε': ἀφαιρήτω ἀπὸ τῶ κ: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται μονάς, κείνηται ὑπ' αὐτὴν ὁ αὐτὸς παροιο-
μασῆς, ὡς τὰς αὐτῆς ὄντων παρασπαικῆς τῶν κλασμάτων, καὶ συνισάτω τὸ μ' ν', κλάσμα, καὶ τῶ-
σα ἔσται τὸ ζητούμενον. Οφείλει ἄρα ὁ γεωργὸς ἔτος δοῦναι ἑπὶ τῷ δανείσαντι, καὶ τὴν αὐτοῦ ὑπό-
χρισιν ἐν ὄγδοον. ὁ λόγος ἐκ τῶν προηρημένων σαφής.

Πρόβλημα Β.

Ἄλλος δὲ τις γεωργὸς δανεισθεὶς παρά τινος μεδίμνου ὄγδοα πέντε ἐπέχεται δοῦναι αὐτῷ ἐπὶ
τοῦ ἀπορίας καιροῦ ἔξ ὄγδοα τῷ μεδίμνῳ, πληθύνσης δὲ τῆς προθεσμίας δίδωκεν αὐτῷ πρῶτον μὲν με-
δίμνου ὄγδοα δύο, εἶτα ἐν πέμπτον. Ζητεῖται ἔν κἄνταῦθα τὸ ἐναπολειπόμενον.

Συναφῆτωσαν δὴ κἄνταῦθα τὰ α' β', γ' δ', κλάσματα, παρασπαικῆ ὄντα τῷ δο- α: 2: 7: 1:
θέντος, εἰς εἶ, καὶ τὸ β'. πρόβλημα τῷ προτέρῳ κεφαλαίῳ, καὶ τὰ συνισάμενον ἐξ αὐ- β: 8: 8: 5:
τῶν ε' ζ', κλάσμα, ἀφαιρήτω ἀπὸ τῶ η' θ', καὶ τὸ γ'. ὑπόδειγμα τοῦ παρόντος, ὃ
τὸ ὀφειλόμενον παρίσσει, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται τὸ κ' λ', δῆλον ὅτι ὁ γεωργὸς ἔτος
ὅ τὰ πέντε ὄγδοα τῷ μεδίμνῳ δανεισθεὶς, οφείλει ἑπὶ δοῦναι τῷ δανείσαντι ἔξ καὶ ἐννε-
μηκόντα τῶν εἰκοσι πρὸς τοῖς τριακοσίοις, ἢ γὰρ τρία δέκατα, τῷ κ' λ', κλάσματος εἰς
ἐλαχίστως ἔτος ἀγομένη. Ἐπεὶ δὲ, κατὰ τινος ὁ μεδίμνος ὑποτίθεται εἶναι λίτρων
ἑξήκοντα πάντως γὰρ ὁ γεωργὸς ἔτος οφείλει λίτρας ὀκτώ καὶ τεσσαράκοντα
ὅ τὸ δέκατον μέρος τῷ ἑκατὸν ἐξήκοντα ἑκαταίδεκα λίτρων εἰσι παρασπαικὸν τῷ δὲ ἑκαταίδεκα ἀρι-
θμῷ τριπλασιαζομένη, ὁ ὀκτώ καὶ τεσσαράκοντα συνίσταται.

Πρόβλημα Γ.

Πῶς οφείλωσιν τινὲ τῶν τοκιστῶν τρία τέταρτα τῶν τεσσάρων πέμπτων τῷ χρυσῷ δέδωκεν
αὐτῷ ἔξ ὄγδοα τῶν ὀκτῶ δέκατων πέμπτων, ζητεῖται ἔν τὸ ἐναπολειπόμενον.

Εἰς λύσιν τούτου ἐπὶ τὰ ὀφειλόμενα, καὶ αὐτὰ ἑπὶ τὰ δοθέντα κ: 6: 8: 3: 7: 4:
κλάσματ' εἰσὶ κλασμάτων, ἀχθήτωσαν πρῶτον εἰς ἀπλᾶ κλάσμα- θ: 8: λ: 15: β: 4: δ: 5:
τα, εἶτα γενίσθω ἀφαιρέσεις ἐπὶ τῶν ἀπλῶν κλασμάτων καὶ ἔσται
τὸ ζητούμενον. ἀχθήτωσαν δὴ τὰ α' β', γ' δ', κλάσματα κλασμάτων, μ: 48: ε: 12:
κατὰ τὴν ε' θ'. τῷ παρόντος εἰς ἀπλῶν κλάσμα τὸ ε' ζ', καὶ τῶτο ἔσται γ: 120: ζ: 20:
παρασπαικὸν τῷ ὀφειλόμενον, εἶτα ἀχθήτωσαν καὶ τὰ η' θ', κ' λ', ὁ-
μοίως εἰς ἀπλῶν κλάσμα τὸ μ' ν', καὶ τῶτο ἔσται τὸ δοθέν. Τῶτων δὲ
συνισαμένων ἀφαιρήτω τὸ μ' ν', ἀπὸ τῶ ε' ζ', καὶ τὸ δ'. ὑπόδειγμα
τῷ παρόντος, καὶ ἔστω ἐναπολειφθῆν τὸ ξ' π', οφείλει ἄρα ὁ δανεισθεὶς
τὰ τρία τέταρτα τῶν τεσσάρων πέμπτων δοῦναι ἑπὶ τῷ τοκιστῇ $\frac{4}{4} \frac{4}{8}$: ἢ τοι $\frac{1}{2}$: ἐπεὶ δὲ ὁ χρυσὸς ἤ-
δη ὑποτίθεται λεπτῶν τετρακοσίων πενήκοντα, δῆλον ὅτι ἕκαστον μὲν αὐτῶ πέμπτον μέρος πε-
ρικτικὸν εἰσι λεπτῶν ἐννεηκόντα ἕκαστον δὲ δέκατον πέμπτον τριάκοντα, ὡς τὰ μὲν τέσσαρα πέμ-
πτα περιεκτικὰ εἰσι λεπτῶν τριακοσίων καὶ ἐξήκοντα, τὰ δὲ τρία τέταρτα διακοσίων ἐβδομήκοντα,
καὶ τσαυτὰ εἰσι τὰ ὀφειλόμενα αὐθις τὰ μὲν ὀκτώ τῶν δέκατων πέμπτων περιεκτικὰ εἰσι διακο-
σίων τεσσαράκοντα, τὰ δὲ ἔξ ὄγδοα ἑκάτον καὶ ὄγδοηκόντα, καὶ τσαυτὰ εἰσι τὰ δοθέντα. Ἀφαιρημέ-
νων ἔν τῶν 180: ἀπὸ τῶν 270: ἐναπολείπεται ὁ 90: τὸ πέμπτον δῆλον: τῶν 450:

Πρόβλημα Δ.

Ὁ αὐτὸς ἑπὶ οφείλων ἑτέρῳ τινὲ ὀκτώ δέκατα τῶν τριῶν πέμπτων τῷ χρυσοῦ ἐλθούσης τῆς προ-
θεσμίας δέδωκεν αὐτῷ ἑπτὰ ἔννατα τῶν πέντε δέκατων. Ζητεῖται ἔν τὸ ἐναπολειπόμενον.

Ἀναχθήτω δὴ κἄνταῦθα τότε α' β', κλάσμα τῷ γ' δ', κλάσματος, καὶ τὸ ε' ζ', τῷ η' θ', εἰς ἀπλῶν
κλα-

Ε. Δ. ΤΡΕ. ΚΕ. Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

κλάσμα ἑκάτερον· καὶ ἴσωσαν ταῦτα τὰ κ' λ', μ' ν'. Εἶτα ἀφαιρεθῆτω τὸ κ' λ', κλάσμα ἀπὸ τοῦ μ' ν', καὶ ἐναπολειφθῆτω τὸ ξ' π', καὶ τῆτο ἴσαι τὸ λοιπόμενον, ἕτινος εἰς ἐλαχίστους ὄρους ἀγομένῃ, κατὰ τὰ προειρημένα συνεσάσω τὸ ρ' σ', οφείλει τοίνυν ὁ τὰ ὀκτώ δέκατα τῶν τριῶν πέμπτων δανεισθεὶς ἔτι τεσσαράκοντα καὶ ἑν. Ὑποτιθεμένη γὰρ τῷ χρυσῷ λεπτῶν 450: ἕκασον αὐτὴ πέμπτη περιέχει λεπτὰ ἐννεήκοντα· τὰ δὲ τρία πέμπτα περιεκτικὰ εἰς λεπτῶν διακοσίων ἑβδομήκοντα, ὥστε ἕκασον δέκατον τῆς ε' ζ', κλάσματος περιέχει λεπτὰ ἑπτὰ πρὸς τοῖς εἴκοσι, τὰ δὲ ὀκτώ δέκατα ἑκκαίδεκα πρὸς τοῖς διακοσίοις αὐτοῖς, κατὰ τὴν αὐτὴν τῆ χρυσοῦ ποσότητα, ἕκασον δέκατον τοῦ γ' δ', περιεκτικὸν εἰς λεπτῶν πέντε καὶ τεσσαράκοντα, τὰ δὲ πέντε δέκατα πέντε καὶ εἴκοσι πρὸς τοῖς διακοσίοις. Ἐπιὶ δὲ ὁ β': παρονομαστῆς ἰσοδύναμός ἐστι τῷ γ': ἀριθμητῆ, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, πάντως γὰρ ἕκασον ἑννατον τοῦ β': παρονομαστοῦ περιέχει λεπτὰ πέντε πρὸς τοῖς εἴκοσι. Ὁ δὲ α': ἀριθμητῆς ἐμφαίνει λεπτὰ πέντε καὶ ἑβδομήκοντα πρὸς τοῖς ἑκατὸν οφείλων. ἀρὰ ὁ αὐτὸς πέντε καὶ δεκάκον 175: ἀφαιρημένῃ δὲ τῶν 175: ἀπὸ τῶν 216: ἐναπολείπονται 41: Ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον.

α:	7:	γ:	5:	ε:	8:	κ:	3:
β:	9:	δ:	10:	ζ:	10:	θ:	5:
η:	3:	ι:	5:	κ:	2:	λ:	4:
λ:	9:	ο:	10:	μ:	5:	π:	0:
ι:	7:	5:	0:	2:	1:	6:	0:
4:	5:	0:	0:	4:	5:	0:	0:
ε:	4:	1:	0:	ρ:	4:	1:	
π:	4:	5:	0:	σ:	4:	5:	0:

Πρόβλημα Ε'

Ἀνδραπόστις εἰς πανδοχεῖον καταλύσας δέδωκε τῷ πανδοχεῖ ἀργύρια ἑπτὰ καὶ δύο τέταρτα. Ἐπειδὴ δὲ μεθ' ἡμέρας δυοκαίδεκα ἐμελλεν ἀποδημῆσαι ἐζήτει παρ' αὐτοῦ ὁ πανδοχεὺς ἀργύρια ἑννέα καὶ πέντε ὄγδοα. Ζητεῖται ἕν πόσα οφείλει δοῦναι ἔτι τῷ πανδοχεῖ.

Εἰς λύσιν καὶ τούτου ἀφαιρεθῆτω ὁ α': ἀριθμὸς τῶν ἀργυρίων ἀπὸ τοῦ β': καὶ τὸ γ' δ', κλάσμα ἀπὸ τοῦ ε' ζ', κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ ὑποδείγματι, καὶ ἐπειδὴ ἐναπολείπεται ὁ κ': ἀριθμὸς μετὰ τῆς ε' κ', κλάσματος, δῆλον ὅτι οφείλει ἔτι ἀργύρια δύο καὶ τεσσαρα τῶν δύο καὶ τριάκοντα, ταῦτόν δ' ἐστὶν εἶπεν ἐν ὄγδοον, δηλον: λεπτὰ πεντεκαίδεκα. τοῦ γὰρ ἀργυρία ὑποτιθεμένη λεπτῶν εἴκοσι πρὸς τοῖς ἑκατόν, ἕκασον ὄγδοον πεντεκαίδεκα περιέχει.

α:	7:	γ:	2:	ε:	5:
β:	9:	δ:	4:	ζ:	8:
η:	2:	ι:	2:	κ:	5:
λ:	7:	ο:	4:	μ:	8:
π:	2:	ρ:	4:	σ:	8:
τ:	16:	υ:	20:	φ:	4:
θ:	32:	χ:	32:	ψ:	8:
ι:	2:	ω:	4:	ω:	1:
κ:	32:	ω:	8:		

Ἄλλως.

Ἀχθῆτω ὁ μὲν α': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, κατὰ τὴν ι', τοῦ α' τοῦ παρόντος, καὶ συνεσάσω τὸ η' θ', κλάσμα. ὁ δὲ β', ἐπὶ τὸ ε' ζ', καὶ συνεσάσω τὸ κ' λ', ἀγομένων δὲ καὶ τῶν η' θ', κ' λ', εἰς τὰ μ' ν', ξ' ο', κλάσματα τῆς αὐτῆς παρονομαστῆς, ἀφαιρεθῆτω ὁ μ': ἀριθμητῆς ἀπὸ τῆς ξ': ἀριθμητοῦ, καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς π': διαιρηθῆτω ἐπὶ τὸν ν': ἢ ὁ: καὶ τὸ πηλίκον ὁ ρ': ἴσαι τὸ ζητούμενον μετὰ τῶ σ' τ', κλάσματος, ἢ γὰρ τὸ χ' φ', ὁ λόγος κατὰ τὸ ε'. ὑπόδειγμα σαφές.

α:	7:	γ:	2:	ε:	5:	μ:	240:
β:	9:	δ:	4:	ζ:	8:	ν:	32:
28:		72:		ε:	308:		
2:		5:					
30:		77:		ο:	32:		
π:	30:	κ:	77:	ε:	308:		
θ:	4:	λ:	8:	μ:	240:		
				π:	6:	8:	
				ρ:	32:	0:	4:
				σ:	2:	φ:	4:
				τ:	32:	χ:	8:

Πρόβλημα ς'

Ὁφειλέτις ἀργύρια ε'ξ, δέδωκε δὲ τῷ δανεικῷ κατὰ διαφόρους καιροὺς, δύο τρίτα τῶ ἀργυρίων, τρία τέταρτα, καὶ πέντε ὄγδοα. Ζητεῖται ἕν τὸ ἐναπολειπόμενον.

Ἐῶ δὴ ὁ α': ἀριθμὸς παρασατικὸς τοῦ ἐφειλομένου, τὰ δὲ β' γ', δ' ε', ζ' η', κλάσματα τῶν δοθέντων, ἅτινα οφείλει ἀφαιρεθῆναι ἀπὸ τῶ α': ἀριθμοῦ εἰς εὕρεσιν τοῦ ἐναπολειπομένου, συναφθῆτω δὴ τὰ β' γ', δ' ε', ζ' η', κλάσματα, κατὰ τὸ β'. ὑπόδειγμα τοῦ β'. τῷ παρόντος, καὶ συνεσάσω τὸ θ' κ', εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ α': ἐπὶ τὸν κ': ἢ καὶ ἀνάπαλιν, καὶ ἀπὸ τοῦ γινομένου ρ': ἀφαιρεθῆτω ὁ θ': ὁ δὲ ἐναπολειφθεὶς σ': μερισθῆτω ἐπὶ τὸν κ': καὶ ἴσω πηλίκον ὁ τ': μετὰ τῶ φ' χ', κλάσματος, ἢ γὰρ τοῦ ψ' ω', οφείλει ἀρὰ ὁ τὰ ε'ξ δανεισθεὶς ἀργύρια, ἀποδοῦναι ἔτι τῷ δανείσαντι ἀργύρια τρία καὶ λεπτὰ πεντεκαίδεκα πρὸς τοῖς ἑκατόν. τὰ γὰρ ε'ξ ἀργύρια περιεκτικὰ

β:	2:	δ:	3:	ζ:	5:	α:	6:
γ:	3:	ε:	4:	η:	8:		
λ:	8:	ν:	9:	ο:	17:	ζ:	5:
μ:	12:	ξ:	12:	π:	11:	θ:	8:
				κ:	8:	κ:	96:

κα'

ἡ δὲ ἐστὶ λεπτῶν εἰκοσι πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις. τὰ δὲ δύο τρίτα ἐμφαί-
 γναι, λεπτά οὐδοῦκοντα. τὰ δὲ τρία τέταρτα ἐννεήκοντα, καὶ τὰ πέντε
 ὄγδοα πέντε καὶ ἑβδομήκοντα, ἅτινα συναπτόμενα ἀλλήλοις ποιεῖσι τὸ ὅλον
 περιεκτικῶν λεπτῶν πέντε καὶ τεσσαράκοντα πρὸς τοῖς διακοσίοις. Ἀφαι-
 ρουμένων δὲ τῶν ἀπὸ τῶν εἰκοσι πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις ἐναπολεί-
 πονται πέντε καὶ ἑβδομήκοντα πρὸς τοῖς τετρακοσίοις. Ταῦτα δὲ μερι-
 ζόμενα ἐπὶ τῆς τῆ ἀργυρίας πεσόγητα, διὰ τὸν 120: παρέχεται πηλί-
 κος τὸν 3: καὶ ἐναπολείπεται λεπτά 115: τῶν 120: τούτων δὲ εἰς
 ἐλαχίστην ἀγομίων ὄρησ συνίσταται τὸ ψω, κλάσμα.

κ: 96:
 β: 6:
 μ: 576:
 θ: 196:
 σ: 380:
 92:
 κ: 96: {
 τ: 3: { θ: 92: ψ: 22:
 χ: 96 θ: 24:
 720: 80:
 245: 90:
 475: 75:
 115: 245:
 3 { 115: ψ: 23:
 120: θ: 24:

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ.

Περὶ Πολλαπλασιασέως Κλασμάτων.

Πολλαπλασιάζεται δὲ καὶ τὰ κλάσματα πρὸς ἀλλήλα, ὡσπερ καὶ οἱ ὅλο-
 κληροὶ ἀριθμοί. καὶ ὡσπερ ἐπὶ τῆς τῶν ὁλοκληρῶν ἀριθμῶν Πολλαπλασιασέως, δύο διδομένων ἀριθ-
 μῶν, ζητεῖται, ὡς εἴρηται, ὁ γ'. ὅστις ἔξει πρὸς τὸν πολλαπλασιαζόμενον, ὡς ὁ πολλαπλασιάζων
 πρὸς τὴν μονάδα, ἔτω καὶ ἐπὶ τῶν κλασμάτων δύο τινῶν διδομένων, γ'. ζητεῖται τὸν αὐτὸν ἔξον λό-
 γον πρὸς τὸ πολλαπλασιάζομενον, ὃν καὶ τὸ πολλαπλασιάζον πρὸς τὴν μονάδα. Ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῶν ὁ-
 λοκληρῶν ἀριθμῶν, ἐπεὶ ὁ πολλαπλασιάζων ἀριθμὸς ὑπερέχει αἰετῆς μονάδος. Διὰ τοῦτο
 καὶ ὁ εὐρεθεὶς διὰ τῆς πράξεως τρίτος ἀριθμὸς ὑπερέχει πάντως τοῦ πολλαπλασιαζόμενου. Ἐπὶ
 δὲ τῶν κλασμάτων οὐ καὶ τὸ αὐτὸ συμβαίνει. Ὅτε γὰρ τὸ πολλαπλασιάζον κλάσμα ἴσον ἢ
 εἴη τῇ μονάδι, τότε δὴ καὶ τὸ εὐρεθέν ἴσον ἔσαι τῷ πολλαπλασιασθέντι. Ἐπειδὴν δὲ τὸ πολλα-
 πλασιάζον κλάσμα ἐλάττων εἴη τῆς μονάδος, πάντως γε καὶ τὸ εὐρεθέν ἐλάττων ἔσαι τοῦ πολλα-
 πλασιασθέντος.

Ἐπίδειγμα Α.

Δεῖ δὲ καταῦθα τὰ κλάσματα γράφειν, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς Συνάψεως τε καὶ Ἀφαιρέσεως. Εἶτα πολ-
 λαπλασιάζειν πρὸς ἀλλήλους τοὺς τε ἀριθμητὰς τῶν αὐτῶν καὶ παρονομασάς, καὶ τὸ ἐκ τῶν γενομέ-
 νων συνιστάμενον κλάσμα τὸ ζητούμενον ἔσαι. Οἷον δεδύσθωσαν τὰ αβ', γδ', κλάσματα, καὶ ζη-
 τηθῆτω πολλαπλασιασθῆναι πρὸς ἀλλήλα. πολλαπλασιασθῆτω δὲ ὁ α: ἐπὶ τὸν γ: καὶ γενέσθω
 ὁ ε: πολλαπλασιασθῆτω δὲ καὶ ὁ β: ἐπὶ τὸν δ: καὶ γενέσθω ὁ ζ: καὶ συνεσάσθω τὸ εζ', κλά-
 σμα. Λέγω τοίνυν τοῦτο εἶναι τὸ ἐκ τῶν αβ', κλάσματος ἐπὶ τὸ γδ',
 γινόμενον. πολλαπλασιασθῆτω γὰρ ὁ α: ἐπὶ τὸν δ: καὶ ποιείτω τὸν η:
 τούτου δὲ ἀντὶ ἀριθμητοῦ λαμβανομένου, καὶ τῶ ζ': ἀντὶ παρονομασίου
 συνεσάσθω τὸ ηζ', κλάσμα. καὶ ἐπεὶ ὁ δ: τοὺς αβ', πολλαπλασιάσας
 τῶς ηζ', πεποιήκει, πάντως γε κατὰ τὴν ιζ'. τῶ ζ'. τῶ στοιχειωτῆ, ὃν
 λόγον ἔχει ὁ α: πρὸς τὸν β: τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ὁ η: πρὸς τὸν ζ': κα-
 τὰ δὲ τὴν γ'. τῶ α. τῶ παρόντος τὰ αβ', ηζ', κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν. Αὐθις ἐπεὶ ὁ α: τῆς
 γδ', πολλαπλασιάσας τοὺς ε: καὶ η: πεποιήκειν ἀριθμῶς, κατὰ τὴν ρηθεῖσαν ἀρα τοῦ στοιχειωτῆ
 Πρότασιν, ὃν λόγον ἔχει καὶ ὁ γ: πρὸς τὸν δ: τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ὁ ε: πρὸς τὸν η: καὶ ἀνάπαλιν, ὃν λό-
 γον ἔχει ὁ δ: πρὸς τὸν γ: ἔχει καὶ ὁ η: πρὸς τὸν ε: ἀλλ' ὡς ὁ δ: πρὸς τὸν γ: ἔχει καὶ ἡ μονὰς
 πρὸς τὸ γδ', κλάσμα, κατὰ τὴν α. τῶ α. τοῦ παρόντος, ἀρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ γδ', κλάσμα
 ἔχει καὶ ὁ η: πρὸς τὸν ε: ἀλλ' ὡς ὁ η: πρὸς τὸν ε: ἔχει καὶ τὸ ηζ', κλάσμα πρὸς τὸ εζ', καὶ τὴν ε.
 τοῦ αὐτοῦ, ἀρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ γδ', κλάσμα ἔτω καὶ τὸ ηζ', κλάσμα πρὸς τὸ εζ', κατὰ τὴν
 ζ'. τῶ ε. τῶ στοιχειωτῆ, τὰ γὰρ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἀρα ὡς ἡ μονὰς
 πρὸς τὸ γδ', οὕτω καὶ τὸ αβ', πρὸς τὸ εζ', ὡς κατὰ τὸν τῆς Πολλαπλασιασέως κανόνα τὸ γδ',
 πολλαπλασιάσαν τὸ αβ', πεποιήκει τὸ εζ', δέδεικται γὰρ ἔχειν ἡ μονὰς πρὸς τὸ πολλαπλασιάσαν
 κλάσμα, ὡς τὸ πολλαπλασιασθέν πρὸς τὸ γεόμενον.

α: 2: γ: 4: ε: 8:
 β: 3: δ: 6: ζ: 18:
 η: 12:
 ζ: 18

Ἄλλος.

Δειχθήσεται δὲ καὶ οὕτως ἐπὶ τῆς Πολλαπλασιασέως τῶν κλασμάτων τὸ πολλαπλασιάζομενον,
 εἶη ἀπλῶς, ἀλλὰ τοῦ πολλαπλασιάζοντός ἐστὶ κλάσμα, ὡς ἐνταῦθα γίνεται δῆλον. Βουλούμε-
 νος γὰρ τὸ αβ', κλάσμα ἐπὶ τὸ γδ', πολλαπλασιάσαι, ζητοῦμεν πάντως μαθεῖν τί ἀνείη τὰ
 δύο

δύο τρίτα τῶν τεσσάρων ἕκτων, ὡς δὲ κλάσμα κλάσματος εἰς ἀπλῶν κλάσμα ἀγαγεῖν. Τοῦτο δὲ γίνεται διὰ τῆς τῶν ἀριθμητῶν καὶ παρονομασιῶν Πολλαπλασιαστικῆς, κατὰ τὴν 13. τῷ α. τῷ παρόντος. Διὰ τοῦ τούτου κἀνταῦθα προσαιτῶμενοι τὸ αβ, ἐπὶ τὸ γδ, πολλαπλασιάσαι τοῦς τε ἀριθμητῶς καὶ παρονομασίας αὐτῶν πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιάζομεν.

$$\begin{array}{r} \alpha: 2: \gamma: 4: \\ \beta: 3: \delta: 6: \end{array}$$

Γ' πῶδειγμα Β'.

Εἰ δὲ τὰ πολλαπλασιασθησόμενα κλάσματα, κλάσματων ὡς κλάσματα, ἀνακτίον δὲ πρῶτον ταῦτα εἰς ἀπλᾶ κλάσματα, καὶ τὴν ῥηθεῖσαν 13. Πρότασιν. Εἶτα πολλαπλασιασθήτωσαν πρὸς ἀλλήλα τὰ γεκόμενα ἀπλᾶ κλάσματα, ὡς ἤδη ἠρμήνευται, καὶ τὸ συσθεῖν κλάσμα εἶσαι τὸ ζητούμενον.

Πόρισμα.

Εκ τῶν εἰρημίμων δὴλον, ὅτι πᾶν κλάσμα οφείλει κλάσμα ἐφ' ἑαυτῷ πολλαπλασιασθῆναι. δεῖ τότε ἀριθμητῶν τούτου καὶ παρονομασιῶν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάζεσθαι ἑκάτερον χωρὶς.

Γ' πῶδειγμα Γ'.

Ὅτε δὲ ἀριθμὸς ἀλόκληρος ἐπί τε κλάσμα οφείλει πολλαπλασιασθῆναι, ἢ καὶ ἀνάπαλις πολλαπλασιασθῆτω ὁ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν τῷ κλάσματος ἀριθμητῆ, καὶ τῷ γεκόμενῳ ὑποθεθῆτω ὡς παρονομασίας ὁ τῷ κλάσματος παρονομασίας. Οἷον κείσθω ὁ αἰ ἀριθμὸς πολλαπλασιασθησόμενος ἐπὶ τὸ βγ, κλάσμα, ἢ γὰρ τὸ βγ, κλάσμα ἐπὶ τὸν αἰ ἀριθμὸν. Τούτου δὲ κειμήλιον πολλαπλασιασθῆτω ὁ αἰ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν β: ἀριθμητῆ, καὶ τῷ γεκόμενῳ δὲ ὑποθεθῆτω ὁ γ: παρονομασίας, καὶ τὸ δγ, κλάσμα εἶσαι τὸ γεκόμενον ἐκ τῆ αἰ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸ βγ, κλάσμα, ἢ ἐκ τῷ βγ, κλάσματος ἐπὶ τὸν αἰ ἀριθμὸν. κείσθω γὰρ ὑπὸ τὸν αἰ ἢ εἰ μονάς, καὶ συσθεῖται τὸ αἰ, κλάσμα. τούτου δὲ γεκόμενον, δὴλον ὅτι ζητεῖται τὸ αἰ, κλάσμα πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸ βγ. Κατὰ δὲ τὰ ἤδη εἰρημίμα, δεῖ τῶς τε ἀριθμητῶς καὶ παρονομασίας πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιάζειν. Ἐπεὶ δὲ ἡ μονάς πολλαπλασιάζουσα τὸν γ: οὐκ αὐξεί αὐτὸν, διὰ τοῦ τούτου τὸν ἀριθμὸν μόνον ἐπὶ τὸν τῷ κλάσματος ἀριθμητῶν πολλαπλασιάζει δίδει, ὡς ἤδη εἴρηται.

$$\begin{array}{r} \alpha: 8: \beta: 3: \delta: 24: \\ \gamma: 4: \end{array}$$

Γ' πῶδειγμα Δ'.

Εἰ δὲ τῷ ἀριθμῷ προσκεῖται καὶ κλάσμα ἀνακτίον πρῶτον τὸν ἀριθμὸν ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα, κατὰ τὴν 1. τῷ α. τοῦ παρόντος. Εἶτα πολλαπλασιασθῶσι τὰ κλάσματα πρὸς ἀλλήλα. Οἷον κείσθω τῷ αἰ ἀριθμῷ τὸ βγ, κλάσμα, καὶ ζητηθῆτω πολλαπλασιασθῆναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν μὲν τῷ βγ, κλάσματος ἐπὶ τὸ δέ, κλάσμα. Τούτου δὲ κειμήλιον ἀχθῆτω ὁ αἰ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ βγ, κλάσμα, καὶ γενέσθω τὸ ζ' ἢ, ὅπερ ἴσον εἶσαι τῷ αἰ ἀριθμῷ, καὶ βγ, κλάσματι, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν Πρότασιν. Εἶτα πολλαπλασιασθῆτω τὸ ζ' ἢ, κλάσμα ἐπὶ τὸ δέ, ἢ τὸ δέ, ἐπὶ τὸ ζ' ἢ, καὶ ὅν ἤδη προεἰρημίκεται τρόπον καὶ γενέσθω τὸ ε' ἢ, κλάσμα, ὅπερ εἶσαι δευτέρου τὸ ζητούμενον.

$$\begin{array}{r} \beta: 9: \delta: 4: \zeta: 20: \eta: 80: \\ \alpha: 6: \gamma: 3: \epsilon: 5: \kappa: 3: \lambda: 15: \end{array}$$

Γ' πῶδειγμα Ε'.

Εἰ δὲ οφείλει ἀριθμὸς ἀλόκληρος ἐφ' ἀριθμὸν μετὰ κλάσματα πολλαπλασιασθῆναι, ἢ καὶ ἀνάπαλις, ἀχθῆται πρῶτον ὁ ἀριθμὸς, καὶ τὸ κλάσμα προσκεῖται, εἰς τὸ αὐτὸ κλάσμα, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν 1. Πρότασιν. εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τῶν ἀριθμητῶν τῷ συσθεῖντος κλάσματος, ὁ αἰ κλάσματος ἀριθμὸς, ὁ δὲ γεκόμενος μερισθῆτω ἐπὶ τὸν παρονομασίῃν τοῦ αὐτοῦ κλάσματος, καὶ τὸ πηλίκον εἶσαι ὁ ζητούμενος. Οἷον κείσθω ὁ αἰ ἀριθμὸς πολλαπλασιασθησόμενος ἐπὶ τὸν β: ἀριθμὸν, καὶ προσκεῖται τὸ γδ, κλάσμα. Ἀχθῆται δὲ ὁ β: ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ γδ, κλάσμα, τυτίσει πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν δ: καὶ τῷ γεκόμενῳ εἰ προσκεῖται ὁ γ: καὶ γενέσθω ὁ ζ: ἐφ' αὐτὸ πολλαπλασιασθῆτω ὁ αἰ ἢ καὶ ἀνάπαλις, ὁ δὲ γεκόμενος κ: μερισθῆτω ἐπὶ τὸν ε: καὶ εἶσαι πηλίκον ὁ ε: παραστατικὸς ὢν τῷ ζητούμενον. Κατὰ μὲν γὰρ τὴν 1. τῷ

$$\begin{array}{r} \alpha: 6: \beta: 4: \gamma: 2: \eta: 18: \\ \delta: 3: \zeta: 14: \\ \epsilon: 5: \kappa: 3: \lambda: 15: \\ \mu: 12: \nu: 24: \\ \xi: 14: \end{array}$$

Ε.Π. ΠΑΝΣΚ. Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

πρώτος ἀριθμὸς τῷ β': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, συσάθεται τὸ ζ' δ', ἴσον ἐν τῷ αὐτῷ β': ἀριθμῷ καὶ γ' δ', κλάσματι. Ἐπεὶ δὲ ὀφείλει ὁ α': ἀριθμὸς πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν β': κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, καὶ αὐτὸ πάντως γινίσκται. Ἐὰν ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς, καὶ ἐπὶ τὸ ζ' δ', κλάσμα πολ-
 ληπλασιασθῆ, ἴση δὲ ὅτι ὑπόκειται ἀριθμὸς πολλαπλασιασθῆσόμενος ἐπὶ τι κλάσμα, ἢ καὶ ἀ-
 ριθμητῆς, τότε αὐτὸς ἀριθμὸς πολλαπλασιασθῆσόμενος ὀφείλει ἐπὶ τὸν τῷ κλάσματος ἀριθμητῆν, ὃ
 ἢ γινόμενος ἐπὶ τὴν παρονομαστὴν μερίζεσθαι, ὡς ἤδη εἴρηται. διὰ τοῦτο κριταῦθα ὁ ζ': ὃ
 πολλαπλασιασθῆ ἐπὶ τὸν α': καὶ ὁ γινόμενος μερίζεσθαι ἐπὶ τὸν δ':

Ἄλλως,

Γίνεται δὲ ταυτὶ καὶ τοῦτο τὸν τρόπον, πολλαπλασιαζομένη δηλ: τοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν ἀριθ-
 μόν, καὶ τῷ γινόμενῳ προσιδεμένη μέρος τινὸς τῷ ἀνευ κλάσματος ἀριθμοῦ, ἀνάλογον τῷ ἐν τῷ β'.
 ἀριθμῷ κλάσματι. Οἷον ἐπεὶ ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω ὑποδείγματος ὑπόκειται
 ὁ α': ἀριθμὸς ἀνευ κλάσματος, ὃ δὲ β': μὴ τοῦ γ' δ', κλάσματος, καὶ ὀφεί-
 λει ὁ α': ἐπὶ τὸν β': πολλαπλασιασθῆναι, ὃ προσκεῖται τὸ γ' δ', κλάσμα,
 ὃ καὶ ἀπάλιν, πολλαπλασιασθῆτω ὁ α': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν β', καὶ γινί-
 σκται διπλοῦσθαι ὁ ε': ἐπεὶ δὲ πάλιν τὸ γ' δ', κλάσμα δύο τρίτα παρίσκη-
 σι μονάδος, ληθθήτωσαν εἰ δυνατὸν, καὶ ἀπὸ τοῦ α': τὰ δύο τρίτα, καὶ ἔ-
 σω τούτων παραστατικὸς ὁ ζ': εἴτα προσιδῆτω ὁ ζ': τῷ ε': καὶ γινίσκθω ὁ
 α': καὶ οὗτος ἴσως ὁ ζ' γινόμενος. Εἶδε τὸ κλάσμα ἀλλ' ὅτιον παρίσκησι τῆς
 μονάδος μέρος, τοιούτων δὲ καὶ ἐκ τοῦ α': λαβεῖν. ὁ γὰρ α': ἀριθμὸς ὀφείλει πολλαπλασιασθῆναι
 οὐ μόνον ἐπὶ τὸν β': ἀριθμὸν, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα. πολλαπλασιασθεὶς ἐν ἐπὶ τὸν β':
 ἀριθμὸν, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, πολλαπλασιασθεὶς ἐν ἐπὶ τὸν β': χωρὶς παρέχε τὸν ε':
 πολλαπλασιασθεὶς καὶ ἐπὶ τὸ γ' δ', παρέχει τὸν ζ': δεῖ γὰρ αὐτὸν κατὰ τὰ πρότερον εἰρημίνα πολ-
 ληπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν γ': τὸν δὲ γινόμενον μερίζεσθαι ἐπὶ τὸν δ': τοῦτο δ' ἐστὶ λαβεῖν μέρος ἐξ αὐ-
 τοῦ ἀνάλογον τῷ γ' δ', κλάσματι.

α: 6:	β: 4:	γ: 2:	δ: 3:
ε: 4:			κ: 6:
ζ: 24:			ο: 6:
η: 4:		θ: 3:	0
ι: 28:			2:
			3:
			ζ: 4:

Ἐπίδειγμα ζ'

Ὅτι δὲ τὰ πολλαπλασιασθῆσόμενα ὁλόκληροι εἰσὶν ἀριθμοὶ μετὰ κλάσματων, ἀχθήτω ἐκά-
 τερος τῶν ὁλοκλήρων ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα. τὰ δὲ συνιστάμενα κλάσματα πολλαπλασια-
 σθήτωσαν ἀλλήλοις, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν κλάσμα ἀχθήτω εἰς ὅλον, καὶ ἴσως τὸ ζητούμενον. Οἷον
 ἴσω ὁ α': ἀριθμὸς, ὃ προσκεῖται τὸ β' γ', κλάσμα πολλαπλασιασθῆσόμενος ἐπὶ τὸν δ': ἀριθμὸν
 ὃ προσκεῖται τὸ ε' ζ', κλάσμα. Τούτων δὲ κειμένον ἀχθήτω ὅ, τε α': καὶ δ': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ἴδιον κλά-
 σμα κατὰ τὴν ε'. τοῦ ε'. τοῦ παρόντος, καὶ συσάσθωσαν τὰ ἦθ',
 κ' λ', κλάσματα, ἅτινα πολλαπλασιασθήτωσαν πρὸς ἀλλήλα κατὰ
 τὰ ἐν ἀρχῇ εἰρημίνα ἐπὶ τοῦ παρόντος κεφαλαίου. ὡσεὶ γινέσθαι ἐξ
 αὐτῶν τὸ μ' ν', κλάσμα, καὶ τοῦτο ἴσως πάντως τὸ ζητούμενον, τὸ
 γὰρ μ' ν', κλάσμα ἐστὶ τὸ γινόμενον διὰ τῶν Πολλαπλασιασμῶν τῶν ἦθ',
 κ' λ', κλάσματων. ἐπεὶ δὲ τὸ μὲν ἦθ', ἴσων ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῷ καὶ
 β' γ', κλάσματι, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν Πρότασιν. Τὸ δὲ κ' λ', κλάσμα
 τῷ δ': ἀριθμῷ καὶ ε' ζ', κλάσματι, πάντως γὰρ τὸ αὐτὸ μ' ν', κλάσμα
 γινίσκται καὶ ὁ α': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ β' γ', κλάσματος ἐπὶ τὸν δ':
 πολλαπλασιασθῆ ἀριθμὸν ὃ προσκεῖται τὸ ε' ζ', κλάσμα, Ἄξις ἐ-
 πεὶ τὸ αὐτὸ μ' ν', κλάσμα μεῖζόν ἐστὶ τῆς μονάδος, μεριθῆτω ὁ μ': α
 ριθμητῆς ἐπὶ τὸν ν': παρονομαστῆν, καὶ οὕτω συσάθεται εἰς ὅλον
 τινά, τὸν ξ': δηλ: ἀριθμὸν, ὃ τινι προσκεῖται τὸ π' ρ', κλάσμα. Πολλαπλασιαζομένων ἀρα τῶν
 α': καὶ δ': ἀριθμῶν σὺν τοῖς κλάσμασι πρὸς ἀλλήλους ὁ ξ': γέγονεν ἀριθμὸς μετὰ τοῦ π' ρ', κλά-
 σματος. Ὅπερ εἶδει ποιῆσαι.

α: 4:	β: 2:	δ: 6:	ε: 3:
	γ: 3:		ζ: 8:
ν: 14:	κ: 33:	κ: 3:	3:
θ: 3:	λ: 5:	η: 1:	4:
		1:	3:
		2:	3:
μ: 4:	6:	2:	
ι: 15:	0:	1:	2:
	π: 12:		
	ξ: 39:	ρ: 15:	

Πρόβλημα Α'

Ὡρίσθη τις ἐξ ὑφάσματος εἶδος τινὸς πέντε ὀγδοῦ τῶ πήχεως τιμωμένον τεσσάρων ἔκτων
 τοῦ ἀργυρίου. Ζητεῖ τοῖσιν οὗτος πόσα ὀφείλει δοῦναι τῷ ἐμπόρῳ.
 Εἰς εὐρίσθαι τούτου γραφήτωσαν τὰ α' β', γ' δ', κλάσματα, ὡς προημι-
 κευται, ὡς καὶ μὲν α' β', ἴσω παραστατικὸν τοῦ ὑφάσματος, τὸ δὲ γ' δ', τῆς
 τιμῆς τῶ πήχεως. Εἴτα πολλαπλασιασθήτωσαν ἀλλήλοις οἷτε α' γ', ἀριθμηταί, καὶ β' δ', παρονο-
 μασταί,

α: 5:	γ: 4:	ε: 20:
β: 8:	δ: 6:	ζ: 48:

μασαι, κ' συνεχάθω τὸ εζ', κ' τὺτο ἔσαι τὸ ζητούμενον. οφείλει ἄρα ὁ τὰ πέντε ὄγδοα ἀνησάμενος τοῦ πύχους ἑκτοῦ ὑφάσματος, οὗ ὁ πῆχυς τεσσάρων ἑκτῶν τῆ ἀργυρίας τιμάται, ἀποδοῦναι τῷ ἐμπόρῳ εἴκοσι τῶν ὀκτῶ κ' τεσσαράκοντα τῆ ἀργυρίας. ταῦτόν δ' ἐστὶν εἰπεῖν λεπτὰ πενήκοντα, τῆ γὰρ ἀργυρίας ὑποτιθεμένη λεπτῶν εἶναι περιεκτικῶν εἴκοσι πρὸς τοῖς ἑκατόν, πάντως γέ ἕκασον τεσσαράκοντον αὐτοῦ ὄγδοον μέρος περιεκτικόν ἐστὶ λεπτῶν δύο μετὰ ἡμίσεως, ὡς τὰ εἴκοσι τῶν τεσσαράκοντων ὄγδοον ἐμφαίνει λεπτὰ πενήκοντα. ὁ Λόγος ἐκ τῶν εἰρημένων ἐν τῷ α'. ὑποδείγματι τῆ παρόντος σαφής.

Πρόβλημα Β'

Ὁ αὐτὸς ἀνήσατο ἐξ ἑτέρου ὑφάσματος τρία τέταρτα τῶν ἐξ ὄγδοον τῆ πύχους τιμωμένων τεσσάρων ἑκτῶν τῶν τριῶν τετάρτων τῆ ἀργυρίου. Ζητεῖ ἄν μαθεῖν πόσα οφείλει δοῦναι τῷ ἐμπόρῳ.

Εἰς εὐρεσιν τούτου ἀχθῆτωσαν τὰ αβ', εζ', κλάσματα κλασμάτων α: 3: γ: 6: δ: 4: ε: 32
 εἰς ἀπλὰ κλάσματα, κ' συνεχάθωσαν τὰ κ' λ', μ' ν'. Εἶτα πολλαπλασιασθῆτωσαν τὰ αὐτὰ κλάσματα κ' λ', μ' ν', ὡς κ' ἀνωτέρω, κ' συνεχάθω τὸ ξ' ο', κ' τὺτο ἔσαι τὸ ζητούμενον. οφείλει ἄρα ὁ τὰ τρία τέταρτα τῶν ἐξ ὄγδοον ἀνησάμενος δοῦναι τῷ ἐμπόρῳ ἑκκαίδεκα πρὸς τοῖς διακοσίοις, τῶν ὀκτῶ κ' ἐξήκοντα πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις τῆ ἀργυρίας, τοῦτο δ' ἐστὶ διελθεῖν τὸ ἀργύριον εἰς ὀκτῶ κ' ἐξήκοντα πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις, καὶ δοῦναι τοιαῦτα μέρη ἑκκαίδεκα πρὸς τοῖς διακοσίοις.

Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον ἀχθῆτω τὸ ξ' ο', κλάσμα, εἰ δυνατόν, εἰς ἐλαχίστους ὄρους, κ' συνεχάθω τὸ π' ρ'. ὡς οφείλει ὁ αὐτὸς δοῦναι ἑννέα τῶν τριάκοντα κ' δύο τῆ ἀργυρίας, ἤτοι λεπτὰ τριάκοντα τρία, κ' τρία τέταρτα. τιμωμένη γὰρ τῆ ἀργυρίας λεπτῶν ἑκατῶν εἴκοσι τῶν τετάρτων τῆ η' θ', κλάσματος περιεκτικόν ἐστὶ λεπτῶν τριάκοντα, τὰ δὲ τρία τέταρτα ἐμφαίνει λεπτὰ ἐννεήκοντα. Επεὶ δὲ ὁ τὰ εζ', παρονομαστικῆς ἰσοδυναμίας ἐστὶ τῷ η': ἀριθμητῇ τῆ η' θ', κλάσματος, δῆλον ὅτι ἕκασον τῶν τὰ ζ': μερῶν περιεκτικόν ἐστὶ λεπτῶν πεντεκαίδεκα, τὰ δὲ τέσσαρα ἕκτα ἐμφαίνει λεπτὰ ἐξήκοντα, ὁ πῆχυς ἄρα τιμάται λεπτῶν ἐξήκοντα. τὰτα δὲ μεριζομένη ἐπὶ τὸν ὀκτῶ, ἕκασον ὄγδοον τιμάται λεπτῶν ἑπτὰ κ' ἡμίσεως. αὐτίς ἐπεὶ ὁ πῆχυς διαιρεῖται εἰς ὀκτῶ ὁ δὲ τῶν αβ' παρονομαστικῆς ἰσοδυναμίας ἐστὶ τῷ τῆ γ' δ', ἀριθμητῇ, πάντως γέ ὁ β': παρονομαστικῆς παραστατικὸς ἐστὶν ἐξ ὄγδοον τῆ πύχους διὰ δὲ τὸ ἀκριβέστερον κείδω ὁ πῆχυς διηρημένος εἰς δύο κ' τριάκοντα, ὡς ἕκασον τῶν ὄγδοον εἰς τέσσαρα διαιεμεται. τούτου γὰρ κειμένη ὁ γ': ἀριθμητικῆς περιέχει τοιαῦτα μέρη τέσσαρα πρὸς τοῖς εἴκοσι. ἕκασον δὲ τῶν τὰ β': παρονομαστικῆς μερῶν περιεκτικόν ἐστὶ τοιαῦτων μερῶν ἐξ ὁ δὲ α': ἀριθμητικῆς ἐμφαίνει τοιαῦτα μέρη ὀκτωκαίδεκα ἤτοι τέσσαρα ὄγδοα τῆ πύχους μὲν ἡμίσεως. ἕκασον δὲ τῶν ὄγδοον τῆ πύχους τιμάται λεπτῶν ἑπτὰ κ' ἡμίσεως, ὡς δὲδεικται, ἄρα πολλαπλασιαζομένων τῶν τεσσάρων ὄγδοον κ' ἡμίσεως ἐπὶ τὰ ἑπτὰ λεπτὰ μετὰ ἡμίσεως συμποσῆται ὁ τρία κ' τριάκοντα ἀριθμὸς μὲν τῶν τριῶν τετάρτων.

Ὅτι δὲ κ' τὰ ἑννέα τῶν δύο κ' τριάκοντα τοσαῦτα ποιῆσι, δῆλον. ἕκασον γὰρ τῶν δύο κ' τριάκοντα περιεκτικόν ἐστὶ τριῶν λεπτῶν, κ' τριῶν τετάρτων τῆ λεπτοῦ, εἰς ἑκατόν καὶ εἴκοσι τοῦ ἀργυρίας διηρημένῳ. ὡς ἕκασον κ' τῶν ἑννέα τῶν δύο κ' τριάκοντα τοσαῦτα περιέχει λεπτὰ. Πολλαπλασιαζομένων δὲ τῶν ἑννέα ἐπὶ τὸν τρία ἀριθμὸν, κ' τρία τέταρτα τῆ λεπτοῦ συνίσταται ὁ δύο κ' τριάκοντα μετὰ τῶν τριῶν τετάρτων.

Πρόβλημα Γ'

Ἀνήσατέ τις κεράμης ἐξήκοντα πρὸς τοῖς τριακοσίοις τιμωμένη ἕκασον κεράμῳ δύο τρίτων τῆ λεπτοῦ. Ζητεῖ ἄν μαθεῖν πόσα οφείλει τῷ κεραμῷ.

Εἰς εὐρεσιν τούτου πολλαπλασιασθῆτω ὁ τῶν κεράμων ἀριθμὸς δῆλον: ὁ α': ἐπὶ τὸν β': ἀριθμητῆν τῆ β' γ', κλάσματος, ὅς κ' παρίσῃσι τὴν τιμὴν τοῦ κεράμῳ, κ' ὁ γενόμενος δ': μεριδῆτω ἐπὶ τὸν γ': παρονομαστικῆν τῆ αὐτῆ κλάσματος, καὶ ἐπεὶ παρέχεται πηλίκον ὁ ε': δῆλον ὅτι οφείλει ὁ τοῖς κεράμῳ ἀνησάμενος τῷ κεραμῷ λεπτὰ τεσσαράκοντα πρὸς τοῖς διακοσίοις. ὁ Λόγος κ' τὰ ἐν τῷ γ'. ὑποδείγματι σαφής. τῆ γὰρ α': εἰς τρία διηρημένῳ τὸ τρίτον αὐτῆ μέρος ἐστὶ περιεκτικόν εἴκοσι πρὸς τοῖς ἑκατόν. τὰ δὲ δύο τρίτα τῶν τεσσαράκοντα πρὸς τοῖς διακοσίοις πληροῖ.

$$\begin{matrix} \alpha: & 360: & \beta: & 20 \\ \beta: & 2 & \gamma: & 3 \\ \delta: & \left\{ \begin{matrix} 720 \\ 12 \end{matrix} \right. & & \\ \gamma: & 3: & & \\ \epsilon: & \left\{ \begin{matrix} 240 \end{matrix} \right. & & \end{matrix}$$

Ε. Μ. της Κ. Τ. Π.
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006
 Πρό

Πρόβλημα Δ'.

Χωρικός τις ώνητάμιος πήχεις ύφάσματος όκτώ κ' πέντε εγδσα τ'ε πήχεως, τιμωμένου εκάστ'ε πήχεως τριών τετάρτων τ'ε λεπτ'ε. Ζητεί ειδέναι πόσα όφείλει τ'ω εμπόρ'ω.

Α'χθήτω δ'η ό α': αριθμός παραστατικός ών τ'ης του ύφάσματος ποσότητος επί τ'ο γ' δ', αυτ'ε κλάσμα, κ'η συνεσάσω τ'ο δ' κ'. Είτα πολλαπλασιασθήτω ε' δ': αριθμός επί τ'όν αριθμητήν του ε' ζ', κλάσματος, κ'η ό γεόμενος λ': μερισθήτω επί τ'όν μ': τ'όν διά τ'ε Πολλαπλασιασμέ τ'ε κ': παρονομασού επί τ'όν ζ': παρονομασ'ην γεόμενον, κ'η τ'ο πηλίκον, ό ν': μετά τ'ε ξ' π', κλάσματος ίσαι ό ζητούμενος. ό Λόγος εκ τ'ων ειρημένων εν τ'ω τετάρτ'ω Υποδείγματι σαφής.

α: 3:	γ: 5:	ε: 3:	
δ: 8:	δ: 8:	ζ: 4:	
ν: 64:	ζ: 69:	ε: 3:	λ: 207:
5:	κ: 8:	ζ: 4:	15:
δ: 69:			μ: 32
			ε: 15:
			ν: 32:

Πρόβλημα Ε'.

Ο' αυτός ώνήσατο πλίνθους όπτις πέντε κ'η πενήκοντα πρός τοίς διακοσίοις, διδομένα εκάστου πλίνθου τεσσάρων λεπτ'ων κ'η τριών τετάρτων τ'ε λεπτ'ε. Ζητεί τ'οίνυν γνώριαι πόσα όφείλει τ'ω πλινθουργ'ω.

Α'χθήτω κ'η ταυ'θα ό β': αριθμός επί τ'ο γ' δ', κλάσμα, κ'η τ'ε προειρημένα, κ'η συνεσάσω τ'ο ε' ζ', κλάσμα παραστατικόν όν τ'ης τιμής εκάστ'ε πλίνθου. Είτα πολλαπλασιασθήτω ό α': αριθμός ό τ'ης τ'ων πλίνθων ποσότητος παραστατικός επί τ'όν αριθμητήν τ'ε ε' ζ', κλάσματος, κ'η ό γεόμενος η': μερισθήτω επί τ'όν δ': παρονομασ'ην, κ'η επεί παράγεται ώς πηλίκον ό θ': μ'η τ'ε κ' λ', κλάσματος, όλλον ότι ό τ'ες όπτους ώνησάμειος πλίνθους εφείλει δ'έναι τ'ω πλινθουργ'ω λεπτά ένδεκα κ'η διακόσια πρός τοίς χιλίοις, κ'η έν τέταρτον τ'ε λεπτ'ε, ό λόγος ό αυτός.

α: 255:	β: 4:	γ: 3:
19:		δ: 4:
2295:		ε: 19:
255:		ζ: 4:
ν: 4845:		
0001:		
δ: 4:		
ζ: 1211:	η: 1:	
	λ: 4:	

Πρόβλημα ς'.

Ο' αυτός έτι ώνήσατο ε'ξ έτέρω ειδ'ος ύφάσματος πήχεις επτά κ'η ε'ξ εγδσα, τιμωμένα εκάστ'ε πήχεως λεπτ'ων όκτωκαίδεκα κ'η ένός τρίτου τ'ε λεπτ'ε. Ο'θεν ζητείται τ'ο παρ' αυτ'ε όφειλόμενον.

Είς εύρεσιν κ'η τ'ότ'ε α'χθήτω ό μ'έν α': αριθμός ό τ'ην τ'ων πήχεων εμφαίνων ποσότητα επί τ'ο ίσ'ιον κλάσμα, ό δ'ε δ': ό τ'ην τιμής εκάστου παρισ'ων πήχεως επί τ'ο ε' ζ', κ'η συνεσάσθωσαν τ'α η' θ', κ' λ', κλάσματα, ών οί,τε αριθμηταί κ'η παρονομασαι πολλαπλασιαζόμεναι αλληλόις ποιείτωσαν τ'ο μ'έν, κλάσμα, μεριζόμεν'η δ'ε του μ': επί τ'όν ν': ε'σω πηλίκον ό ξ': μ'η τ'ε π' ρ', κλάσματος. αγομέν'η δ'ε του π' ρ', εις ελαχίστους όρας συνεσάσθω τ'ο σ' τ'. Ο'φείλει άρα ό τ'ο ύφασμα ώνησάμειος δ'έναι τ'ω εμπόρ'ω λεπτά δύο κ'η τεσσαράκοντα πρός τοίς εκατόν κ'η έν δωδέκατον τ'ε λεπτού. ό Λόγος εκ τ'ων εν τ'ω 5' Υποδείγματι σαφής.

α: 7:	β: 6:	δ: 18:	ε: 1:
8:	γ: 8:	ζ: 3:	
56:		3:	
6:		54:	
62:		1:	
		55:	
ν: 62:		κ: 55:	μ: 3410:
δ: 8:		λ: 3:	ν: 24:
			ξ: 143:
			η: 2:
			σ: 1:
			τ: 12:

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε'.

Περί Διαιρέσεως Κλασμάτων.

Καθάπερ μ'η τ'ην Σύμφιν ή περι Α'φαιρέσεως γέγονε Διδάσκαλια διά τ'ο αντιστρέφειν πρός αλληλάς, έτω κ'η μ'η τ'ην Πολλαπλασίασιν δι' αυτό τ'ετο έπίεται ή περι Διαιρέσεως Ε'ρμηνεία. Διαιρείται δ'ε κ'η τ'ε κλάσματα ε'φ' έτερα κλάσματα, ώσπερ κ'η οι όλοκληροι αριθμοί ε'φ' έτέρως όλοκληρους αριθμούς. αλλ' επ' εκείων μ'έν ε'χ' οίος τ'ε ποτε διαλείν τ'όν ελαττω αριθμόν επί τ'όν μείζονα, επί τ'ων κλασμάτων δ'ε τ'ο τυχόν επί τ'ο τυχόν μερίζεται, κ'ηκει μ'έν τ'ο πηλίκον ελαττον αείσει του μερίζοιτος, ένταυθα δ'ε τετραντίον πολλακίς συμβαίνει. Ω'σπερ δ'ε επί τ'ης τ'ων όλοκληρων αριθμών Διαιρέσεως δύο αριθμών δοθέντων τ'ε μ'έν ώς μερίστοτος, τ'ε δ'ε ώς μερισθισομένου, ζητείται αριθμός εισημκίτων οία τ'ων εν αυτ'ω μοιάδω, ποσάκις ό μερίζων αριθμός τ'όν μερίζόμενον καταμείρει, τ'ε τ'ω κ'η

ΕΡΜΗΝΕΙΑ 2006