

ρείται, ως προείρηται, εἰς οὐγγίας δυοκαίδεκα, ἢ δὲ οὐγγία εἰς χαρακτήρας τέσσαρας πρὸς τοῖς εἴκοσι, καὶ ὁ χαρακτήρ ὁμοίως διαιρεῖται εἰς κόκκους σίτου τσσαύτης, ἐπειδὴν λέγεται ἔχειν τινα ἀργυρον ἢ χρυσὸν δυοκαίδεκα, περὶ τῆ καθαρῶ ἐννοεῖται χρυσῆ ἢ ἀργύρη. ὅτε δὲ λέγεται ἔχειν ἀργυρον ἢ χρυσὸν ἑκτῶ καὶ δυοκαίδεκα, καὶ ἐξ σημαίνεται ἐκ τούτου εἶναι ἐν ἐκάστῃ λίτρᾳ οὐγγίας μὲν καθαρῶ χρυσῆ ἢ ἀργύρου ὀκτῶ, χαρακτήρας δὲ δυοκαίδεκα, καὶ κόκκους σίτου ἕξ, τὸ δὲ λοιπὸν μεταλλὸν ἑτέρου τινὸς εἶδους.

Ἡ δὲ δραχμὴ διαιρεῖται ὑπότινων μὲν εἰς μέρη τέσσαρα, ἕκαστον δὲ τέταρτον τῆς αὐτῆς αὐθις εἰς λεπτὰ τέσσαρα, ἕκαστον δὲ λεπτὸν εἰς κόκκους σίτου τέσσαρας. Ἐπ' ἄλλων δὲ καὶ μὲν α'. Διαίρεσιν εἰς λεπτὰ τρία τέμνεται, ἕκαστον δὲ λεπτὸν εἰς κόκκους σίτου τέσσαρας πρὸς τοῖς εἴκοσι, ὡς δὴ δὴλον, ὅτι καὶ ἡ δραχμὴ παρὰ πᾶσιν εὐρίσκεται ἢ αὐτῇ, ἀλλὰ τισὶ μὲν μείζων, τισὶ δὲ ἐλάττων ὑποτίθεται. Ἰδὲ γὰρ ἐπὶ τῆ παρόντος κατὰ μὲν τὴν α'. αὐτῆς Διαίρεσιν τε καὶ ὑποδιαίρεσιν συγκρίνεται ἐκ κόκκων σίτου τεσσάρων πρὸς τοῖς ἑξήκοντα. Εἰ γὰρ τὰ τέσσαρα α'. μέρη τῆς αὐτῆς ἐπὶ τὸν 4: πολλαπλασιασθῆ ἀριθμὸν γενήσονται μέρη δεύτερα τῆς αὐτῆς ἑκαίδεκα. Ἐὰν δὲ καὶ ταῦτα αὐθις ἐπὶ τὸν 4: πολλαπλασιασθῆς εὐρήσεις τὴν δραχμὴν ἐκ τεσσάρων καὶ ἑξήκοντα συγκριμένον κόκκων σίτου. κατὰ δὲ τὴν δευτέραν Διαίρεσιν ἐκ δύο καὶ ἑβδομήκοντα κόκκων σίτου ἡ δραχμὴ συγκρίνεται. τῶν τριῶν γὰρ ταύτης λεπτῶν ἐπὶ τὸν 24: πολλαπλασιαζομένων ἀριθμὸν ὁ ἑβδομήκοντα καὶ δύο παράγεται ἀριθμὸς. Διὸ δεῖ τῶ βουλομένῳ ἐν τοῖς τοιούτοις προβλήμασιν ἐκτὸς ἀπάτης εἶναι ζῆτεῖν α'. τὴν τῶν Σταδμῶν τάξιν τε καὶ Διαίρεσιν μέχρι τῆ ἑκάτης.

Ἐδοκίμω μὲν ἐνταῦθα πῆρας θῆναι τῶ α'. τῆς παρεύσης πραγματείας Βιβλίῳ, ὡς τὸ ὑποχεθῆν ἱκανῶς πληρωσάστας, ἵνα δὲ μὴ ἀτελὲς τισὶ δόξῃ διὰ τὸ παρὰ τὰς Μεθόδους, καὶ ἄλλ' ἄττα διαφόρως προβάλλεσθαι ὑπὸ τῶν ἐν τοῖς τοιούτοις ἀχολουμένων, ρητίον ἐστὶ καὶ περὶ τῶν τοιούτων ἐν συντομίᾳ. Εἰς ρασιότεραν δὲ τῶν ρηθισομένων κατάληξιν προκείσθαι τὸ παρὸν Λήμμα.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Ι Α'

Περὶ Μεθόδου, καθ' ἣν αἰνίγματα λύειν ἔχομεν. Λήμμα.

Ἀριθμὸν εὐρεῖν ἔχοντα τὰ δοθέντα μέρη.

Δεδόθωσαν μέρη τέσσαρα, ὧν τὸ α'. ἕξω ἡμισυ ὅλας τινὸς, τὸ δεύτερον τέταρτον, τὸ γ'. δυοκαίδεκατον, καὶ τὸ δ'. ἑκαίδεκατον, καὶ ζητηθῆτω ἀριθμὸς ὁ ἕξων πάντα τὰ μέρη ταῦτα. Ληφθήτωσαν δὴ ἀντὶ τῶν μερῶν τούτων α' β' γ' δ': ἀριθμοὶ ἀφ' ὧν τὰ μέρη ταῦτα παρονομάζονται. διχῶς δ' ἐξὸς τὴν εὐρεσιν τῶ ζητημένῳ γενέσθαι, κείσθω καθ' ἑκάτερον τὸν τρόπον ἢ τούτῃ ἐρμηνείᾳ, ὅπως αὐτὸς κενός, καθ' ὅποτερον αὐτῶ ἀρεῖον, τὴν πράξιν ποιῆ. Εὐρεθῆτω τοίνυν τῶν α' καὶ β': ἀριθμῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον κατὰ τὴν β'. τῶ ζ'. τῶ στοιχ': καὶ ἕξω τούτο 2: 4: 12: 16: ὁ ε': ἀριθμὸς, ὅσακις δ' ὁ ε': τὸν α': μετρεῖ, τσαάκις εἰλήφθω καὶ ὁ β': ἐπεὶ δ' ὁ ε': τὸν α': ἀπαξ μετρεῖ, τεθῆτω καὶ ὁ β': ἀπαξ ἔνθα τὸ ζ': εἶτα εὐρεθῆτω τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν ζ': καὶ γ': καὶ ἕξω τούτο ὁ η': ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ η': ἀπαξ τὸν ζ': μετρεῖ, εἰλημμένος καὶ ὁ γ': ἀπαξ τεθῆτω ἔνθα τὸ θ': τούτῃ δὲ γενομένῳ καὶ ἐπὶ τῶν θ': καὶ δ': ἀριθμῶν, ἐπεὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον ὁ κ': τρεῖς τὸν θ': μετρεῖ, τριπλασιαζόμενος, καὶ ὁ δ': τεθῆτω ἔνθα τὸ λ': τούτῃ αὐτὸ γινέσθω καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν, καὶ πλείονες ὡς τῶν τεσσάρων ἀριθμοὶ καὶ ὁ ἕκατος τῶν λαμβανομένων, οἷός ἐστιν ἐνταῦθα ὁ λ': ὁ ζητούμενος εἶναι ἀριθμὸς, ὁ μὲν γὰρ ζ': περιέχει τὸ α'. καὶ β'. τῶν δοθέντων μερῶν, μετρεῖται ἤδη παρ' ἑκατέρου τῶν α' καὶ β': ὁ δὲ θ': πρὸς τούτοις περιέχει καὶ τὸ γ'. μετρεῖται γὰρ παρ' ἐκάστῳ τῶν α' β' γ': ὁ δὲ λ': ἕκατος περιέχει πάντα τὰ δοθέντα μέρη ὡς ὑπὸ πάντων μετρεόμενος.

Οὕτω μὲν ἐν ὁ ζητούμενος εὐρίσκεται ἀριθμὸς καὶ τὸν α'. τρόπον. δύναται καὶ ἄλλως ὁ αὐτὸς εὐρεθῆναι πολλαπλασιαζομένων δηλ: τῶν α' β' γ' δ': ἀριθμῶν πρὸς ἀλλήλους. ὁ ἤδη γενομένος ἐξ αὐτῶν οἷος ὁ ε': πάντα τὰ δοθέντα ἔχει μέρη, μετρεῖται ἤδη ἐξ ἀπάντων τῶν α' β' γ' δ': ὡς ἐξ ἀπάντων γινόμενος. Διενήνοχε δ' ἔτος τῶ α'. τρόπῳ, ὅτι κατ' ἐκείνον μὲν εὐρίσκεται ὁ ἐλάχιστος τῶν τὰ αὐτὰ ἔχόντων μέρη αὐτῶ, κατὰ τούτο δ' ὁ τυχαῖον. καὶ ὅσον μὲν οὗτος εὐχερέστερος. τσαύτον ἐκεῖνος ἐπιπορώτερος.

α:	β:	γ:	δ:
2:	4:	12:	16:
ε'	η'	κ':	
3:	4:	4:	
ζ'	θ'	λ':	
4:	12:	48:	
δ:	16:		
γ:	12:		
	32:		
	16:		
	192:		
β:	4:		
	768:		
α:	2:		
ε':	1536:		

Πρόβλημα Α'

Ἀνδραπός τις ἐρωτηθεὶς ὑπὸ τινος τῶν γησιῶν αὐτοῦ φίλων ὅποση αὐ εἴη ἡ τῶν χρημάτων αὐτοῦ ποσότης, καὶ βουλομένος μῆτε τὸν ἴδιον λυκῆσαι φίλον, μῆτε γοῦν τὸν πλοῦτον αὐτοῦ τοῖς

Ε.Υ.Δ. Π.Ε.Ι. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2005

τοῖς ἄλλοις γνωρίσαι, ἀπεκρίνατο πρὸς αὐτὸν οὕτως λέγων. Τὸ μὲν ἡμισυ τῶν ὑπαρχόντων μοι δέδωκα τῷ πρώτῳ μου ὑφ', τὸ δὲ ἕκτον τῷ β'. τὸ δὲ δέκατον τῷ γ'. καὶ τὸ ὀκτωκαιδέκατον τῷ δούλῳ. κατέχον δὲ ἑμαυτῷ χρυσᾶ δύο καὶ ἑξηνήκοντα πρὸς τοὺς ἑκατόν. Ζητεῖται ἔν ᾧ τε τοῦ ὅλου ποσότης καὶ ἑκάστου τῶν μερῶν.

Εἰς λύσιν τοῦτον τάτε τὰ προβλήμα-
τος εἰληφθῶσαν οἱ ἀβ' γ' δ': ἀριθμοὶ ἀν-
τι: τῶν δοθέντων μερῶν, ὡς παρομομασαι
τῶν αὐτῶν. γραφήτω δὲ καὶ ὁ τῆ περι-
τεύοντος μέρους ἀριθμὸς δηλ: ὁ 192: ἐν-
θα τὸ ζ': εἶτα εὐρεθήτω κατὰ τὸ προε-
κτεθὲν Λήμμα ὁ πάντα τὰ δοθέντα μέ-
ρη ἔχων ἀριθμὸς, καθ' ὁποτέρων βῆ-
λει τρόπον, καὶ ἔστω ἄτος, κατὰ τὸν α'.
τρόπον γενομένης τῆς πράξεως, ὁ ε': διαί-
ρεθῆντος δὲ τῆ εἰ ἐπὶ τῆς ἀβ' γ' δ': χωρὶς
ἔσωσαν τάτε μέρη ἀνάλογα τοῖς ἀβ' γ' δ':

α:	β:	γ:	δ:	ζ: 192:
2	6:	10:	18:	
	2	2	6:	
	6	30:	ε: 90:	
α: 2	β: 6	γ: 10	δ: 18	ζ: 90
η: 45:	θ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
σ: 15:				
κ: 9:				
λ: 5:				
μ: 74:				

α: 2	β: 6	γ: 10	δ: 18	ζ: 90
η: 45:	θ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
σ: 15:				
κ: 9:				
λ: 5:				
μ: 74:				

α: 2	β: 6	γ: 10	δ: 18	ζ: 90
η: 45:	θ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
σ: 15:				
κ: 9:				
λ: 5:				
μ: 74:				

α: 2	β: 6	γ: 10	δ: 18	ζ: 90
η: 45:	θ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
σ: 15:				
κ: 9:				
λ: 5:				
μ: 74:				

α: 2	β: 6	γ: 10	δ: 18	ζ: 90
η: 45:	θ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
σ: 15:				
κ: 9:				
λ: 5:				
μ: 74:				

τὰ ἡθ' κ' λ' ἄτινα συναπτόμενα ἀλλήλοις ποιείτωσαν τὸν μ': ἀριθμὸν. Τάτε δὲ ἀφαιρημένον παρὰ τῆ ε': τὸ ἑξαπο-
λειφθὲν ἔστω ὁ ν': ὅς τις παραβληθήτω τῷ ζ': καὶ ἴ-
σος τοῦτω εὐρεθῆ, ὁ ε': πάντως ἔσαι ὁ ζητούμενος
ἀριθμὸς, οἱ δὲ ἡθ' κ' λ': οἱ τῶν μερῶν παρασατι-
κοί. Ἐπεὶ δ' ὁ ν': ἐλάττων εὐρίσκειται παραβαλ-
λόμενος τῷ ζ':, ζητηθήτω δια τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν ὁ δ'. ἀνόλογος ἀριθμὸς, τῆ μὲν ν': τὴν α':
ἔχοντος χωρῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς Μεθόδου, τῆ δὲ ζ': τὴν β'. καὶ τῆ ε': τὴν γ': καὶ ἔστω δ'. εὐρεθεὶς ὁ
ξ': καὶ ἄτος ἔσαι ἀναντιρρήτως ὁ ζητούμενος, ἕτινος διηρημένον ἐπὶ τοὺς ἀβ' γ' δ': χωρὶς εὐρεθήσεται
καὶ ἡ τῶν μερῶν ποσότης, ὡσπερ γὰρ ὁ ε': σύγκειται ἐκ τῶν ἡθ' κ' λ': τεσσάρων μερῶν, καὶ τοῦ ν':
περιτεύοντος, ἔτω καὶ ὁ ξ': συγκείμενος ἔσαι ἐκ τεσσάρων μερῶν ἀναλόγων τοῖς ἡθ' κ' λ': καὶ τῆ ζ':
περιτεύοντος, ἀλλὰ μὲν ὁ ζ': παρίσσει τὴν ποσότητα τῶν ὅσα ἑαυτῷ κατέχεν ὁ ἐρωτηθεὶς χρη-
μάτων, ἀρα καὶ τὰ ἐξ ὧν σύγκειται καὶ εἰς α' διαίρεται μέρη ὁ ξ': παραστήσους τὴν ποσότητα τῶν
ζητούμενων μερῶν.

Εἰδέ σοι βεβλητὸν καὶ κατὰ τὸν β'. εἰδεῦσαι τρόπον, εἰς λύσιν τῆ αὐτῆ προβλήματος, πολλαπλα-
σιασθήτωσαν οἱ ἀβ' γ' δ': ἀριθμοὶ ἐφ' ἑαυτῆς, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν οἶος ὁ Η': ἔξει τὰ δοθέντα μέρη κατὰ
τὸ προεκτεθὲν Λήμμα. Οὗτος δὲ μερισθήτω ἐπὶ τοὺς αὐτῆς ἀριθμούς, ἐξ ὧν γέγονε διὰ τῆ Πολλα-
πλασιασμοῦ. καὶ οἱ ἑξαχθέντις π' ρ' σ' τ': συναφθήτωσαν ἀλλήλοις. ἀναλογεσι γὰρ τοῖς ἀβ' γ' δ', ὁ
δὲ γεόμενος φ': ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆ αὐτῆ Η': καὶ ὁ ἑξαπο-
λειφθεὶς χ': παραβληθήτω τῷ ζ': καὶ ἴσος εὐρεθῆ ἐκεί-
νον, ὁ Η': ἔσαι ὁ ζητούμενος. Ἐπεὶ δ' εὐρίσκειται μείζων
ὁ Η': τῆ ζ': γενοῦσα Μεθόδος τῶν Τριῶν, ἀντὶ μὲν
τῆ α'. ὅρου λαμβανομένη τοῦ χ': ἀντὶ δὲ τῆ β'.
τῆ ζ': καὶ ἀντὶ τῆ γ'. τῆ Η': πολλαπλασιαζομένου
δὲ τῆ Η': ἐπὶ τὸν ζ': μερισθήτω ὁ γεόμενος ψ':,
κατὰ τὸν τῆς Μεθόδου κανόνα, ἐπὶ τὸν χ': καὶ πα-
ρέξει σοι ὡς πηλίκον τὸ ζητούμενον. Ὅτι δὲ ὁ αὐ-
τός ἐστι τῷ καὶ τῶν α'. εὐρεθῆσθε τρόπον, δῆλον. Ὡς
περ γὰρ ἐκεῖ, ὡς ἔχει ὁ ν': πρὸς τὸν ζ': ἔχει καὶ ὁ ε':
πρὸς τὸν ξ': ἔτω κατ' αὐτῶν ὡς ἔχει ὁ χ': πρὸς
τὸν ζ': ἔχει καὶ ὁ Η': πρὸς τὸν α': ὡσεὶ οἶον μέρος ἢ
ἐπὶ τῆ α'. τρόπῳ ὁ ν': τῆ ζ': τοιαῦτον εὐρηται καὶ ὁ ε':
τῆ ξ': ὅσα πλάσιος δ' ἐπὶ τοῦ β'. ἐστὶν ὁ χ': τῆ ζ': τοσαυτα-
πλάσιος ἐστὶ καὶ ὁ Η': τοῦ α'. Ἐπεὶ δὲ καθ' ἑκάτερον τὸν τρό-
πον ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς λαμβάνεται, ἀντὶ τῆ β'. ὅρου, πάντως
γε ὁ αὐτὸς εὐρεθήσεται ἀριθμὸς καὶ ἀντὶ τῆ γ'.

Πρόβλημα. Β'

Ὁ αὐτὸς δὲ αὐθὶς περὶ τῆ αὐτῆ καὶ ὑφ' ἑτέρου τινὸς ἐρωτη-
θεὶς ἀπεκρίνατο καὶ πρὸς αὐτὸν αἰνιγματωδῶς λέγων, ἐστὶν εἰ-

α: 2	β: 6	γ: 10	δ: 18	ζ: 90
η: 45:	θ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
σ: 15:				
κ: 9:				
λ: 5:				
μ: 74:				

α: 2	β: 6	γ: 10	δ: 18	ζ: 90
η: 45:	θ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
σ: 15:				
κ: 9:				
λ: 5:				
μ: 74:				

α: 2	β: 6	γ: 10	δ: 18	ζ: 90
η: 45:	θ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
σ: 15:				
κ: 9:				
λ: 5:				
μ: 74:				

α: 2	β: 6	γ: 10	δ: 18	ζ: 90
η: 45:	θ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
σ: 15:				
κ: 9:				
λ: 5:				
μ: 74:				

Ε.Υ.Δ της Κ.Τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

χον ἢ φιλότις, τὸ διπλασίον τῶν ἑσά ἔχω, καὶ τὸ ἥμισυ, καὶ τὸ τέταρτον, καὶ τὸ ὄγδοον, παραίχης δέ μοι κρυπτὸς χρυσᾶ πέρις, ἐγγίγνεται τὸ ὅλον τῶν ὑπαρχόντων μοι χρυσᾶ δέκα πρὸ τοῖς ἑκατὸν καὶ τριχίλια. Ζητεῖται οὖν καὶ οὕτω τῆς ἀποκρίσεως γινόμενης ἢ τῶν χρημάτων αὐτοῦ ποσότης.

Καθ' ἑκάτερον μὲν τὸν τρίτον ἔξει καπὶ τοῦ παρόντος τὸ ζητούμενον εὐρεθῆναι, θηρευθῆτω δὲ διὰ τὸ συντομώτερον, κατὰ τὸν α. μόνον τρόπον. Κειμένων δὲ τῶν α β γ δ: ἀριθμῶν ἐφεξῆς, παρῶν τὰ δοθέντα παρονομαζοῦνται μέρη, καὶ τοῦ παραστατικοῦ τῆς τοῦ ὅλου ποσότητος χωρὶς, ἔστω δηλ. τὸ λ': τοῦ δὲ τῶν β: χρυσῶν ἔστω τὸ ξ': εὐρεθῆτω ὁ δ': ἀριθμὸς κατὰ τὴν προεκδοθεῖσαν ἐρμηνείαν ὅστις ἔξει πάντα τὰ δοθέντα μέρη ἥμισυ δηλ. τέταρτον, καὶ ὄγδοον, εἶτα διπλασιασθῆτω ὁ αὐτὸς δ': ἀριθμὸς, καὶ τῶ γεγομένῳ ε: προσεθήτωσαν οἱ ζ' ἢ: μετὰ τῆς θ': μονάδος, ὥστε τὸν μὲν ζ: ὑποδιπλασίον εἶναι τῷ δ': τὸν ἢ: δὲ ὑποτετραπλασίον. ὁ μὲν γὰρ τὸ ἥμισυ τούτου παραστήσει, ὁ δὲ τὸ δ: τοῦ αὐτοῦ, ὡσπερ καὶ ἡ μονὰς τὸ ὄγδοον, καὶ γενήσεται ἐξ ἀπάντων ὁ κ': ἀριθμὸς. Τούτων δ' οὕτω γεγομένων ἀφηρήσθω ὁ ξ': ἀπὸ τοῦ λ': ἀριθμοῦ, ὅς τὴν τῷ ὅλου ἐμφαίνει ποσότητα, καὶ ἐναπολειφθήσεται ὁ μ': εἶτα εἰληφθῶ ὁ μὲν κ': ἀπὸ τοῦ α. ὅρου τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν, ὁ δὲ δ: ἀπὸ τοῦ β'. καὶ ὁ μ': ἀπὸ τοῦ γ'. οὕτως ἐπὶ τὸν δ: πολλαπλασιαζομένη ὁ γεγομένος μ': μερισθῆτω ἐπὶ τὸν κ': καὶ ὁ δοθεὶς π': ὡς πηλίκον ὁ ζητούμενος πάντως ἔσται. Ὡσπερ γὰρ ὁ κ': γέγονεν ἐκ τοῦ δ': δις λαμβανομένου, καὶ τῶν τούτου μερῶν ζ' ἢ θ': ἔτω καὶ ὁ π': διπλασιαζόμενος, καὶ τῶ γεγομένῳ παρέχω τὸ ἥμισυ αὐτοῦ μέρος, καὶ τὸ δ. ἐτι δὲ καὶ τὸ ἢ. ποιήσει τὸν μ': ὃ τιμὴ προσεθεμένη τοῦ ξ': γενήσεται ὁ λ':.

α:	β:	γ:	λ:	3110:
2:	4:	8:	ξ:	5:
2:	4:	8:	μ:	3105:
		8:		
		ε:	16:	
		ζ:	4:	
		η:	2:	
		θ:	1:	
κ:	23:	- 8:	- μ:	3105:
				8
				24840
				0184
				0000
				1080

Πρόβλημα Γ.

Ταχυγράφοι τέσσαρες ἀμειψόμενοι πρὸς ἀλλήλους περὶ ἀντιγραφῆς Βιβλίου τινός, ὁ μὲν τοῦτο ἀντέγραψεν ἐν ἑνὶ διαστήματι τεσσάρων, ὁ δὲ ἐν ἑξ, ὁ δὲ ἐν οκτῶ, καὶ ὁ δ. ἐν δυοκαίδεκα. Ζητεῖται δὲ εἰ πάντες ἀμὲν τὸ αὐτὸ καὶ μόνον ἀντέγραφον Βιβλίον, καὶ μὴ ἕκαστος τὸ ἴδιον χωρὶς ὡς πρότερον, ἐν πόσῳ ἀρα ἑνὶ διαστήματι τῶν ἀντέγραφον;

Εἰς λύσιν δὲ τούτου τετάχθωσαν ἐφεξῆς οἱ α β γ δ: ἀριθμοὶ, οἱ τὰς ἄρας παριστάντες, ὡς ἕκαστος χωρὶς ἀντιγράφας τὸ Βιβλίον δεδαπάγηκε. καὶ εὐρεθῆτω κατὰ τὸν α. τρόπον ὁ ἔχων ἀριθμὸς τὰ παρονομαζόμενα μέρη ὑπὸ τῶν αὐτῶν α β γ δ: ἀριθμῶν, δηλ. τὸ τέταρτον, τὸ ἕκτον, τὸ ὄγδοον, καὶ τὸ δωδέκατον. καὶ ἔτω οὗτος ὁ ε: ὅς τις μερισθῆτω ἐπὶ τὰς α β γ δ: ἀριθμοὺς, καὶ οἱ δοθέντες ζ' ἢ θ' κ': συναφθῆτωσαν ἀλλήλοις, καὶ ποιείτωσαν τὸν λ': εἶτα γενέσθω Μέθοδος τῶν Τριῶν, ἀπὸ μὲν τοῦ α. ὅρου τοῦ αὐτοῦ λ': λαμβανομένη, ἀπὸ δὲ τοῦ β. τοῦ ἐξήκοντα. καὶ ἀπὸ τοῦ γ. τοῦ ε: καὶ εὐρεθῆσεται ἀπὸ τοῦ δ. ὁ μ': ὅς τις μεριζόμενος ἐπὶ τὸν 60: περιέξει μονάδα μίαν καὶ λεπτὰ β: καὶ τριακότα, εἴαν ἀρα οἱ τέσσαρες ἔτοι ταχυγράφοι ἀμὰ τὸ αὐτὸ καὶ μόνον ἀντέγραφον Βιβλίον, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἠδύνατο πάντως ἀντιγράψαι αὐτὸ ἐν μιᾷ καὶ ἡμισίᾳ ἄρα, καὶ λεπτοῖς ἑξ. Κεῖσθω γὰρ τὸ Βιβλίον ἔχει σελίδας εἴκοσι καὶ τέσσαρας, ὅσας καὶ ὁ ε: μονάδας ἐν αὐτῷ περιέχει. τῆς ἀρα κειμένης, δηλονότι τῶν ταχυγράφων ὁ μὲν α. ἐν μιᾷ ἄρα δύναται ἀντιγράψαι σελίδας ἑξ δηλονότι τὸ τέταρτον τοῦ βιβλίου, ὁ δὲ β. τέσσαρας, δηλ. τὸ ε': τοῦ αὐτοῦ, ὁ δὲ γ. τρεῖς δηλ. τὸ ὄγδοον. καὶ ὁ δ. δύο δηλ. τὸ δωδέκατον. Ταῦτα δὲ πάντα συναπτόμενα ποιῶσι σελίδας πεντεκαίδεκα. ὥστε οἱ ρηθέντες ταχυγράφοι ἐν ἄρα μιᾷ ἀντιγράφουσι σελίδας ὡς εἴρηται πεντεκαίδεκα. διὸ ἀπὸ τοῦ α. ὅρου ἐπὶ τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν εἰληπταὶ ὁ πεντεκαίδεκα ἀριθμὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ β. ὁ ἐξήκοντα, ἢ γὰρ ἄρα εἰς λεπτὰ πρῶτα διαιρεῖται ἐξήκοντα, ἀπὸ δὲ τῷ γ. ὁ ε: εἰρήσεται γὰρ εἰκότως. Εἰ δὲ ρηθέντες ταχυγρά-

α:	β:	γ:	δ:
4:	6:	8:	12:
2:	4:	12:	
		12:	24:
		24:	ε:
		ε:	8:
		ε:	ε:
4:	6:	8:	12:
ζ:	6:	η:	4:
θ:	3:	κ:	2:
		λ:	3:
		μ:	4:
		ν:	6:
		ξ:	6:
		ο:	15:
		π:	36:
		ρ:	60:
		σ:	24:
		τ:	1:
		θ:	36:
		ι:	60:
		κ:	36:

Ε.Υ.Δ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ

ταχυγράφοι σελίδας πεντηκαίδεκα δύναται αντιγράψαι εν ώρα μιᾷ, τὰς εἰκοσι καὶ τέσσαρας τοῦ ὅ-
 λου Βιβλίου σελίδας ἐν πόσων ὥρῶν διαστήματι αντιγράφουσι; Πράξιως δὲ χρονομένης εὐρίσκονται
 λεπτά ἕξ καὶ ἑννεήκοντα, ἀντὶ τοῦ τετάρτου ὄρου. ταῦτα δὲ μερίζονται ἐπὶ τὸν 60: τὸν ἀπὸ μιᾶς
 λαμβανόμενον ὥρας, παρέχουσι ὥραν μίαν καὶ λεπτά ἕξ καὶ τριάκοντα. ἐπεὶ δὲ τὰ τριάκοντα λε-
 πτὰ ποιῶσιν ὥραν ἡμισίαν, δῆλον ὅτι οἱ ταχυγράφοι δύναται αντιγράψαι τὸ Βιβλίον, ἐν μιᾷ
 καὶ ἡμισίᾳ ὥρᾳ, καὶ λεπτοῖς α'. ἕξ. Ὅτι δ' ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς εὐρίσκειται καὶ κατὰ τὸν β'. τρόπον
 φανερόν ἐκ τῶν ἀνωτέρω. Διὸ δὴ τὴν κατ' αὐτὸν πρᾶξιν, ὡς ἐγνωσμένην καταλιμπάνομεν.

Τοιαῦτα μὲν ἐν καὶ ἄλλα τούτοις παραπλήσια Προβλήματα διὰ τῶν Ἀριθμητικῶν λύονται Με-
 θόδων. Καὶ ὁ ἐν ἔξει ταύτας ἔχων καὶ τοῦ Λυγγίας ἔσται ἐπὶ τῶν ὀξυδερκέσπερος. Τῶν δὲ παρα-
 ταῦτά τισι προβαλλομένων ἀγκυραίας μᾶλλον ἔργον ἢ Μεθόδου τινὸς ἀποτέλεσμα ἢ λύσις καθε-
 στικῆν. Ὁτου χάριν καὶ ἡμεῖς συντομίας ἕνεκα πέρας τῷ Α'. Βιβλίῳ ἐνταῦθα δεδώκαμεν.

Πρῶτος μὲν ὅδε Βιβλίου καίτοι Πέρας.

Γ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
 ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
 ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
 ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΣ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α.

Περὶ Κλασμάτων τί τε ἐστὶ Κλάσμα, καὶ ὅπως γράφεται.



Πληρωθέντος ἤδη τῷ Πρώτῳ Βιβλίῳ τῆς παρούσης πραγματείας, καὶ τῶν ταύτην κριω-
δεσίων τὸν εἶοντα ἐρμηνευθέντων τρόπων, ἐπόμενον ἐστὶ καὶ τῆς τοῦ Β'. ἀφασθαι ἐρμη-
νείας. Ἐπεὶ ὁ ἐνταῦθα ἡ διάσκεψις ἐπὶ τῶν κεκλασμένων μᾶλλον ἔσαι ἀριθμῶν, εἰ-
δαίαι δέον α. τίς ὁ κεκλασμένος ἀριθμὸς καὶ τὸ κλάσμα, καὶ ὅπως δεῖ γράφωσθαι. Κεκλασμένος
μὲν ἔν ἀριθμῶς ἔστιν, ὁ μὴ ἐκ μονάδων ὀλοκληρῶν συγκείμενος, ἀλλ' ἐκ μερῶν τινῶν μονάδος. Διὸ
δὴ καὶ κλάσμα καὶ λεπτόν λέγεται ὁ μέροςτί ἢ μέρη τινὰ παρισῶν μονάδος. οἷον δεδῶσθαι τὴν μο-
νάδα διηρημένην εἶναι εἰς μέρη, δὸς εἰπεῖν, τέσσαρα, καὶ ἐξ αὐτῶν λαβεῖν τὰ δύο, ὁ ἔν δύο χαρακτήρ,
ὅ τὰ δύο τῶν τεσσάρων τῆς μονάδος μερῶν παρισάνων κλάσμα ἢ λεπτόν προσαγορεύεται. Ἐκασον
δὲ τῶν κλασμάτων δυσὶ γράφεται χαρακτήρσι, γραμμῆς τινὸς μεσολαβούσης ὡς τὸ αβ': α: 2:
οὗ ὁ μὲν β': χαρακτήρ τὴν μονάδα ἐμφαίνει διηρημένην οὖσαν εἰς μέρη ὀρισμένα κατὰ —
τὸ πλῆθος τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων. ὁ δὲ α': τὰ ὅσα ἐκ τῶν αὐτῶν μερῶν τῆς μονάδος ἐλάβομεν. β: 4:

Καλεῖται δ' ὁ μὲν β': παρονομασίης, ὡς ἐξ αὐτοῦ τὰ λαμβανόμενα μέρη τὴν παρονομασίαν ἔχο-
τα, ὁ δὲ α': ἀριθμητῆς ὀνομάζεται. παρίσῃσι γὰρ τὸν ἀριθμὸν τῶν εἰλημμένων μερῶν. διὸ ἐὰν μὲν
ἡ μονὰς εἰς δύο διαιρεθῇ μέρη ἑκάτερον τῶν μερῶν αὐτῆς δεύτερον προσαγορεύεται. ἐὰν δὲ εἰς τρία,
ἕκασον αὐτῆς μέρος τρίτον καλεῖται. ἐὰν δὲ εἰς τέσσαρα τέταρτον, ὡσπερ καὶ εἰς πέντε διααιρεθείσης
τῆς μονάδος, ἕκασον τῶν αὐτῆς μερῶν πέμπτον ἐπονομάζεται. εἰς ἕξ δὲ ἕκτον, καὶ εἰς ἑπτὰ ἑβδό-
μον, καὶ ἐπὶ τῶν ἑφεξῆς ἀναλόγως δεκάδικῶν, φερεῖ εἰπεῖν, ἑκατοσῶν, χιλιοσῶν, καὶ τῶν αἰθῶν. Ὅταν
δὲ διαιρεθείσης τῆς μονάδος εἰς ὀσαδικοτάτων μέρη λάβομεν ἐν δυσὶ παρονομασίαις τοῦτο κοσμοῦ-
μεν, ἐν δεύτῳ αὐτὸ προσαγορεύοντες, ἢ ἐν τρίτῳ, ἢ ἐν τέταρτῳ, ἢ ἐν πέμπτῳ, καὶ ἐπὶ τῶν λοι-
πῶν ἀναλόγως. Ἐὰν δὲ λάβομεν δύο, δύο δεύτερα αὐτὰ ὀνομάζομεν, ἢ δύο τρίτα, ἢ δύο τέταρτα
καὶ τὸν προκείμενον παρονομασίην. ὡσαύτως δὲ κἄν τε τρία λάβομεν, κἄν τε πλείω, προσίδομεν αὐ-
τοῖς τὴν ἐκ σα. παρονομασοῦ παρονομασίαν. ὁ δ' ἀριθμητῆς τὴν ποσότητα γ: 2: ε: 3: κ: 4:
μόνον τῶν λαμβανόμενων παρίσῃσι μερῶν. Ἐκασον δὲ κλάσμα ἢ ἰ- δ: 2: ζ: 3: θ: 4:
σον ἔσαι μονάδι, ἢ μείζον, ἢ ἔλαττον. καὶ ἴσον μὲν πηνίκα ὁ ἀριθμη-
τῆς ἴσός ἐστι τῷ παρονομασίῃ. ὡς τὰ γ' δ', ἐζ', ἢ δ', τοσαῦτα γὰρ μέ- κ: 5: μ: 3: ξ: 7:
ρη μονάδος ἐν τοῖς τοιούτοις λαμβάνεται, εἰς ὅσα καὶ ἡ μονὰς διηρημέ- λ: 3: ν: 2: ο: 4:
τη ὑποτίθεται. μείζον δ' ἐπειδὴν ὁ ἀριθμητῆς μείζων εἴη τῷ παρο- π: 1: σ: 2: φ: 3:
νομασοῦ ὡς τὰ κ' λ', μ' ν', ξ' ο', πλείω γὰρ τῷ πλῆθει λαμβάνεται ἐνταῦ- ρ: 2: τ: 3: χ: 4:
θα μέρη τῶν εἰς ὅσα ἡ μονὰς διαιρεῖται. ἔλαττον δ', ὅτε ὁ ἀριθμητῆς ἔ-
λάττων εἴη τῷ παρονομασοῦ, ὡς τὰ π' ρ', σ' τ', φ' χ', ἐλάττονα γὰρ μέρη λαμβάνεται, ἢ εἰς ὅσα
ἡ μονὰς διαιρεῖται. κυρίως δὲ καὶ κατὰ α. λόγον κλάσμα καὶ λεπτόν ὀνομάζεται, τὸ ἔλαττον τῆς
μονάδος, τὸ δὲ ἴσον, ἢ μείζον καταχρηστικῶς. Ὅσπερ δ' ἐπὶ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν ἡ μονὰς προ-
σιδεμένη, ἢ ἀφαιρημένη γενετική ἐστὶ πάντων. Οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν κεκλασμένων ἀριθμῶν διαιρουμέ-
νη ἡ μονὰς πᾶν εἶδος ποιεῖ κλασμάτων.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων δυνάμεθα συναγαγεῖν τὸν λόγον, ὅν τὸ λεπτόν ἔχει πρὸς τὴν μονάδα. Ἐπεὶ γὰρ
ὁ μὲν ἀριθμητῆς τὴν τοῦ λεπτοῦ παρίσῃσι ποσότητα, ὁ δὲ παρονομασίης τὴν μονάδα. Φανερόν ὅτι
ὡς ἔχει ὁ ἀριθμητῆς πρὸς τὸν παρονομασίην, οὕτως ἔχει καὶ τὸ λεπτόν πρὸς τὴν μονάδα.

Ἐτι δὴλον αἰς ἕκασον ἀριθμὸν δυνατὸν ἀπὸ κλάσματος ἐννοεῖν δύναμει. Ἐκαστος γῶ ψ: 10:
τοσαύτας μονάδας περιέχει, ὅσων ἐστὶ σημαντικῶς. Ἐὰν δ' ἡ μονὰς ὑπ' αὐτὸν τεθῇ ἰ-
τεργεία πως γενίσκεται κλάσμα, ὡς τὸ ψ α'. — 1:

Πρότασις Α΄

Εστω κλάσμα πρὸς τὸ οἰκτεῖον ὅλον, ἢ τὴν μονάδα ἔχει ὡς ὁ ἴδιος ἀριθμητὴς πρὸς τὸν παρονομαστικόν, ἢ ἀνάπαλιν τὸ ὅλον ἢ ἡ μονὰς πρὸς τὸ κλάσμα ἔχει ὡς ὁ παρονομαστής πρὸς τὸν ἀριθμητήν.
 Ἐστω κλάσμα τὸ $\frac{α}{β}$: οὗ ἀριθμητὴς μὲν ὁ $α$: παρονομαστής δὲ ὁ $β$: λέγω δὲ τὸ $\frac{α}{β}$: κλάσμα ἔχειν πρὸς τὸ οἰκτεῖον ὅλον ἢ τὴν μονάδα ὡς ὁ $α$: πρὸς τὸν $β$: ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ παντός κλάσματος ὁ μὲν παρονομαστής ὑποτίθεται ἀντὶ τῆς ἑλίου ἢ τῆς μονάδος, ὁ δὲ ἀριθμητὴς παρίσχει τὸν κεκλασμένον ἀριθμὸν, κατὰ τὰ ἦδη εἰρημίνα, πάντως γὰρ ἐπὶ τοῦ $\frac{α}{β}$: κλάσματος ὁ μὲν $β$: τὸ ὅλον ἢ τὴν μονάδα παρεμφαίνει, ὁ δὲ $α$: τὸν κεκλασμένον ἀριθμὸν, ἀλλ' ὁ κεκλασμένος ἀριθμὸς καθ' ἡν δίχεται παρονομασίαν κλάσματι ἐμφαίνει, ὁ $α$: ἀρα ἀριθμητὴς κατὰ τὴν παρὰ τῷ $β$: παρονομασίαν τῷ $\frac{α}{β}$: κλάσματος παρασατικός ἐστιν, ὡς ἢ ἴσος τῷ αὐτῷ $\frac{α}{β}$: κλάσματι. Τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κατὰ τὴν ζ. τῷ ε. Εὐκλῆ: ἀρα καὶ τὸ $\frac{α}{β}$: κλάσμα ἴσον ὄν τῷ ἀριθμητῇ, ὡς δίδειται, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὸ ὅλον, ἢ τὴν μονάδα, ὄν καὶ ὁ $α$: ἀριθμητὴς πρὸς τὸν $β$: παρονομαστήν. ὅτι δὲ καὶ ἀνάπαλιν δῆλον. ὁ γὰρ $β$: τὴν μονάδα παρίσχει ὡς περ καὶ ὁ $α$: τὸ κλάσμα, ὡς εἴρηται.

Πρότασις Β΄

Επί παντός κλάσματος ὁ ἀριθμητὴς ὡς ὀλοκλήρος λαμβανόμενος ἀριθμὸς τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἑαυτὸν, ὡς λεπτόν παρασατικόν, ὄν καὶ ὁ παρονομαστής πρὸς τὴν μονάδα.
 Ὑποκείτω κλάσμα τὸ $\frac{α}{β}$: ἢ ἀριθμητὴς μὲν ἔστω ὁ $α$: παρονομαστής δὲ ὁ $β$: λέγω δὲ τὸν $α$: ἀριθμητήν, ὡς ὀλοκλήρον ἀριθμὸν, τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον πρὸς ἑαυτὸν, ὡς λεπτὸν παρασατικόν, ὄν καὶ ὁ $β$: παρονομαστής πρὸς τὴν μονάδα. Πολλαπλασιασθῆτω ἦ δὲ ὁ $α$: ἐπὶ τὸν $β$: καὶ γινέσθω ὁ $γ$: καὶ ἐπεὶ ὁ $α$: ἀριθμητὴς ἐνταῦθα μὲν τὴν τῷ κλάσματος παρίσχει ποσότητα, δύναται ὁ ἀπλῶς καὶ ἀντ' ὀλοκλήρως ληφθῆναι ἀριθμῷ, φανερόν ὅτι ἀντὶ μὲν κλάσματος παρασατικός ἐλάττων ἐστὶ τῷ $β$: ἀντὶ δὲ ὀλοκλήρως λαμβανόμενος ἀριθμῷ μείζων. περιέχει γὰρ οὕτω τὸν $β$: ὁσάκις καὶ τὴν μονάδα. ὁ γὰρ $β$: ἀντὶ μονάδος ἐνταῦθα ὑποτίθεται. Ἐπεὶ δ' αὐθις ὁ $α$: ἐπὶ τὸν $β$: πολλαπλασιασθεὶς τὸν $γ$: πιποῖσκειν, ὁ $γ$: πάντως παρίσχειν, ὅσα μέρη ὁ $α$: περιέχει, ὡς ὀλοκλήρος λαμβανόμενος ἀριθμὸς, οἷα τὰ τῷ $β$: τὸ γὰρ ἀριθμὸν τινα ἐφ' ἕτερον πολλαπλασιάσθαι ταύτῳ ἐστὶ τῷ τὰς μονάδας τοῦ πολλαπλασιαζομένου, εἰς τοσαῦτα μέρη διαιρεῖσθαι, εἰς ἴσας καὶ ὁ πολλαπλασιαζὼν διαιρεῖται μονάδας. ἀλλὰ καὶ μὲν τὸν κανόνα τῆς Πολλαπλασιαστικῆς, ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸν $β$: ἀντ' ὀλοκλήρως λαμβανόμενον ἀριθμὸν, ἔχει καὶ ὁ $α$: πρὸς τὸν $γ$: ὡς δὲ ὁ $γ$: πρὸς τὸν $α$: ἀνάπαλιν ἐστὶ καὶ ὁ $β$: πρὸς τὴν μονάδα. Ὁ $α$: ἀρα, ὡς ὀλοκλήρος ἀριθμὸς λαμβανόμενος, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἑαυτὸν ὡς παρασατικὸν κλάσματος, ὄν καὶ ὁ $β$: πρὸς τὴν μονάδα. Ὅπερ ἦν τὸ ὑποσχεθῆναι.

Πρότασις Γ΄

Τὰ κλάσματα ὧν οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς τοὺς παρονομαστικὰς τῶν αὐτῶν ἴσα ἀλλήλοις ἐσὶ, καὶ τῶν ἴσων κλασμάτων οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς τὰς αὐτῶν παρονομαστικὰς. Οὐ δὲ κλάσματος ὁ ἀριθμητὴς μείζονα λόγον ἔχει, μείζον καὶ κείνῳ ἐστὶν, οὐ δ' ἐλάττονα, ἐλάττονα.

Ἐσώσαν δὴ τὰ $\frac{α}{β}$, $\frac{γ}{δ}$, κλάσματα, ὡς τὸν ἀριθμητήν ἑκατέρω τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον πρὸς τὸν ἴδιον παρονομαστήν, ὡς ὁ $α$: ὄντ' πρὸς τὸν $β$: οὕτως ἔχειν καὶ τὸν $γ$: πρὸς τὸν $δ$: λέγω τὸ $\frac{α}{β}$: κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ $\frac{γ}{δ}$: Ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὁ $α$: ἀριθμητὴς πρὸς τὸν $β$: παρονομαστήν, οὕτω καὶ ὁ $γ$: ἀριθμητὴς πρὸς τὸν $δ$: παρονομαστήν, ὡς δ' ὁ $α$: πρὸς τὸν $β$: ἔχει καὶ τὸ $\frac{α}{β}$: κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὴν $α$: τῷ παρόντος, πάντως γὰρ ὡς ἔχει τὸ $\frac{α}{β}$: κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα ἔχει καὶ ὁ $γ$: πρὸς τὸν $δ$: ὡς δ' ὁ $γ$: πρὸς τὸν $δ$: ἔχει καὶ τὸ $\frac{γ}{δ}$: κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὴν $γ$: ῥηθεῖσαν, ἀρα ἑκάτερον τῶν $\frac{α}{β}$, $\frac{γ}{δ}$, κλασμάτων τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὴν μονάδα, καὶ ἐπομένως ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ, κατὰ τὴν θ. τοῦ ε. τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Κείσθω δὲ τὰ $\frac{α}{β}$, $\frac{γ}{δ}$, κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις. λέγω δὲ τοὺς ἀριθμητὰς τούτων τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον πρὸς τοὺς ἴδιους παρονομαστικὰς, ἐπεὶ γὰρ ἴσα ὑποτίθενται, τὸν αὐτὸν πάντως ἔχει λόγον ἑκάτερον πρὸς τὴν μονάδα, ἀλλ' ὡς τὸ $\frac{α}{β}$, κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ ὁ $α$: ἀριθμητὴς πρὸς τὸν $β$: παρονομαστήν, καὶ τὴν ῥηθεῖσαν $α$. ὡς δ' ἔχει πάλιν τὸ $\frac{γ}{δ}$, ὁμοίως πρὸς τὴν

Ε.Υ.Δ. Π.Κ.Ε. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τὴν μονάδα, ἔχει καὶ ὁ γ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν δ': παρονομασὴν, ἄρα καὶ τὴν θ'. τὰ ε'. τὰ στοιχειώδη, ὡς ἔχει ὁ α': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν β': παρονομασὴν. ἔχει καὶ ὁ γ': πρὸς τὸν δ': Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Κείσθω ἔτι τὰ εζ', ήθ', κλάσματα, καὶ τοῦ μὲν εζ', ὁ ἀριθμητὴς ἔχεται πρὸς τὸν ἴδιον παρονομασὴν μείζονα λόγον, τὰ δὲ ήθ', ὡσαύτως ὁ ἀριθμητὴς ἔχεται πρὸς τὸν ἴδιον παρονομασὴν ἐλάττονα λόγον. Λέγω δὴ τὸ εζ': κλάσμα ζ: 6: θ: 10: μείζον εἶναι τοῦ ήθ': ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ παντὸς κλάσματος ὁ παρονομασὴς ἀπὸς τὴν μονάδα ὑποτίθεται, ὡς εἴρηται. Ἐκαστον δὲ κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα ἔχει, ὡς ὁ ἀριθμητὴς αὐτὸ πρὸς τὸν παρονομασὴν, πάντως γὰρ καὶ τὸ εζ': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ τὸ ήθ': τῶν δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχόντων τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον ἐκεῖνο μείζον ἐστὶ, καὶ τὴν ι'. τὰ ε'. τὰ στοιχειώδη τὸ εζ': ἄρα μείζον ἐστὶ τὸ ήθ': Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις Δ'

Τὰ κλάσματα ὧν οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν πρὸς ἀλλήλους ἔχουσι λόγον, ὃν καὶ οἱ παρονομασταὶ ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ, καὶ τῶν ἴσων κλασμάτων οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλους, ὃν καὶ οἱ παρονομασταὶ, οὐδ' ὁ ἀριθμητὴς πρὸς τὸν τοῦ ἐτέρου ἀριθμητὴν μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περὶ τὸν παρονομασὴν πρὸς τὸν παρονομασὴν, ἐκεῖνο μείζον ἐστὶ, καὶ ἐλάττονα ἐλάττον.

Κειμένων ἤδη δύο κλασμάτων τῶν κ'λ', μ'ν', ἔχεται ὁ κ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν μ': ἀριθμητὴν ὡς ὁ λ': παρονομασὴς πρὸς τὸν ν': παρονομασὴν, καὶ εἰσὶ πάντως ἴσα ἀλλήλοις. Ἐπεὶ γὰρ εἰσὶν ὡς ὁ κ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν μ': ἀριθμητὴν, οὕτως ὁ λ': παρονομασὴς πρὸς τὸν ν': παρονομασὴν, ἔσαι πάντως καὶ ἐναλλάξ, ὡς ὁ κ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν λ': παρονομασὴν, οὕτω καὶ ὁ μ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ν': παρονομασὴν, καὶ ἐπομένως τὰ κ'λ', μ'ν', κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ κατὰ τὴν ἀνωτέρω.

Κείσθωσαν δὲ τὰ κ'λ', μ'ν', κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις, καὶ οἱ τῶν δὴ περὶ τὸν ἀριθμητὴν τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλους, ὃν καὶ οἱ παρονομασταὶ. Κατὰ γὰρ τὴν ἀνωτέρω ὡς ἔχει ὁ κ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν λ': παρονομασὴν, ἔχει καὶ ὁ μ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ν': παρονομασὴν, ὡς καὶ ἐναλλάξ, ὡς ὁ κ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν μ': ἀριθμητὴν, ἔχει καὶ ὁ λ': παρονομασὴς πρὸς τὸν ν': παρονομασὴν.

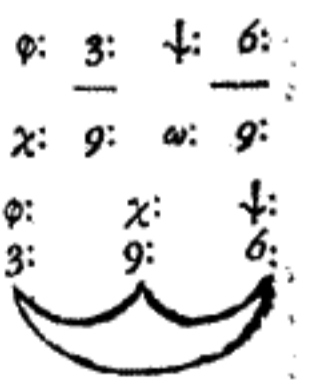
Ἐχίτω δ' ἔτι ὁ τὰ ξ'π': κλάσματος ἀριθμητὴς πρὸς τὸν τῶ ρ': κλάσματος ἀριθμητὴν μείζονα λόγον, ἢ περὶ τὸ π': παρονομασὴς πρὸς τὸν σ': παρονομασὴν. Λέγω δὴ τὸ ξ'π': κλάσμα μείζον εἶναι τῶ ρ': ἐπεὶ γὰρ ὁ ξ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ρ': ἀριθμητὴν μείζονα λόγον ἔχει κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἢ περὶ τὸ π': παρονομασὴς πρὸς τὸν σ': παρονομασὴν, πάντως γὰρ καὶ ἐναλλάξ, μείζονα λόγον ἔχει ὁ ξ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν π': παρονομασὴν, ἢ περὶ τὸ ρ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν σ': παρονομασὴν, οὐδὲ κλάσματος ὁ ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ἴδιον παρονομασὴν μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο μείζον ἐστὶ, κατὰ τὴν ἀνωτέρω, ἄρα καὶ τὸ ξ'π': κλάσμα μείζον ἐστὶ τῶ ρ': Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Πρότασις Ε'

Τὰ κλάσματα τὰ τὸν αὐτὸν ἔχοντα παρονομασὴν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἀλλήλα, ὃν καὶ οἱ ἀριθμηταὶ. Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα πρὸς ἀλλήλα λόγον κλάσματα, ὃν καὶ οἱ ἀριθμηταὶ, τὸν αὐτὸν ἔχουσι παρονομασὴν.

Ἐχίτωσαν α. τὰ φ'χ', ψ'ω, κλάσματα τὸν αὐτὸν παρονομασὴν. Λέγω δὴ ταῦτα τὸν αὐτὸν ἔχειν πρὸς ἀλλήλα λόγον, ὃν καὶ οἱ φ'ψ', πρὸς ἀλλήλους ἔχουσιν ἀριθμηταί. Ἐπεὶ γὰρ κατὰ τὴν α. τοῦ παρόντος ὡς ἔχει ὁ φ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν χ': παρονομασὴν, ἔχει καὶ τὸ φ'χ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα. ὡς δ' ὁ ω': παρονομασὴς ἔχει ὁ ψ': πρὸς τὸν ψ': ἔχει ἀριθμητὴν, κατὰ τὴν αὐτὴν, ὕτως ἔχει καὶ ἡ μονάδα πρὸς τὸ ψ'ω, κλάσμα, ἄρα καὶ δι' ἴσα, ὡς ἔχει ὁ φ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ψ': ἀριθμητὴν, ὕτως ἔχει καὶ τὸ φ'χ': κλάσμα πρὸς τὸ ψ'ω, κλάσμα. Ὅπερ ἦν τὸ α.

Ἐχίτωσαν ἔτι τὰ φ'χ', ψ'ω, κλάσματα τὸν αὐτὸν λόγον πρὸς ἀλλήλα, ὃν ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους καὶ οἱ φ'ψ', ἀριθμηταί. Λέγω δὴ ταῦτα τὸν αὐτὸν ἔχειν παρονομασὴν. Ἐπεὶ γὰρ εἰσὶν ὡς ὁ φ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ψ': ἀριθμητὴν, οὕτω καὶ τὸ φ'χ', κλάσμα πρὸς τὸ ψ'ω, κλάσμα, ὡς δ' ἔχει ὁ ψ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ω': παρονομασὴν, ἔχει καὶ τὸ ψ'ω, κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔσαι πάντως καὶ δι' ἴσα ὡς ὁ φ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ω': παρονομασὴν τὸ φ'χ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα. ὡς δ' ἔχει τὸ φ'χ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ ὁ φ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν χ':



ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

κῶν χ': παρονομασίῃ ὡς δίδεται. Ἄρα ὁ φ': ἀριθμητὴς τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἑκάτερον τῶν χ' ὡ: παρονομασῶν, καὶ ἰσομέγεθες οἱ χ' ὡ: παρονομασαί ἴσοι ἀλλήλοις εἰσὶ, καὶ τὴν θ'. τῷ εἰ. τῷ στοιχειωτῷ.

φ: 3: ψ: 6:
χ: 9: ω: 9:

φ: ψ: ω:
3: 6: 9:



φ: 3: ψ: 6:
χ: 9: ω: 9:



Πρότασις 5.

Εἰάν δύο τιῶν κλασμάτων οἱ ἀριθμηταὶ κατὰ τὸν χιασμόν ἐπὶ τοὺς παρονομασὰς τῶν αὐτῶν πολλαπλασιασθῶσιν, οἱ ἑξαχθέντες τὸν αὐτὸν ἔξουσι λόγον πρὸς ἀλλήλους, ὅν καὶ τὰ κλάσματα.

Τῶν α' β': τρίτου καὶ γ' δ': κλασμάτων πολλαπλασιασθήτωσαν οἱ α' γ': ἀριθμηταὶ ἐπὶ τὴν β' δ': παρονομασὰς κατὰ χιασμόν, καὶ γενέσθω ἐκ μὲν τοῦ α' ἀριθμητοῦ ἐπὶ τὸν δ': παρονομασῆν ὁ ζ': ἀριθμὸς. Ἐκ δὲ τοῦ γ' ἀριθμητοῦ ἐπὶ τὸν β': παρονομασῆν ὁ η'. Λέγω δὲ τὸν ζ': ἀριθμὸν πρὸς τὸν η': ἔχειν, ὡς τὸ α' β': κλάσμα πρὸς τὸ γ' δ': πολλαπλασιασθήτω γὰρ ὁ β': παρονομασῆς ἐπὶ τὸν δ': παρονομασῆν, καὶ γενέσθω ε' θ': ἀριθμὸς, καὶ ἐπεὶ ὁ δ': τῆς α' β': πολλαπλασιασῆσας τοὺς ζ' θ': πεποιήκειν, οἱ ζ' θ': πάντας ἀριθμοὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς α' β': καὶ τὴν ιζ'. τῷ ζ'. Εὐκλ. εἰσὶν ἄρα ὡς ὁ α': πρὸς τὸν β': ὁ ζ': πρὸς τὸν θ': ἀλλ' ὡς ὁ α': πρὸς τὸν β': ἔχει καὶ τὸ α' β': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὴν α' τῷ παρόντος, ἄρα ὡς ἔχει τὸ α' β': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ ὁ ζ': πρὸς τὸν θ': αὐθις ἐπεὶ ὁ β': τῆς γ' δ': πολλαπλασιασῆσας τῆς θ' η': πεποιήκειν, ἔσαι πάντως καὶ τὴν ρηθεῖσαι ιζ'. ὡς ὁ δ': πρὸς τὸν γ': ὁ θ': πρὸς τὸν η': ὡς δὲ ὁ δ': πρὸς τὸν γ', ἔχει καὶ ἡ μονὰς πρὸς τὸ γ' δ', κλάσμα, κατὰ τὴν α' τοῦ παρόντος, ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ γ' δ', κλάσμα, ἔχει καὶ ὁ θ': πρὸς τὸν η': καὶ δι' ἴσου ἄρα ὡς ἔχει τὸ α' β', κλάσμα πρὸς τὸ γ' δ', οὕτως ἔχει καὶ ὁ ζ': ἀριθμὸς πρὸς τὸν η'. Ὅπερ ἦν τὸ β'. εἰάν ἄρα δύο τιῶν κλασμάτων οἱ ἀριθμηταὶ καὶ τ.

ζ: 10: η: 12:
α: 2: β: 4:
β: 3: δ: 5:
θ: 15:

Πόρισμα.

Εκ τούτου δῆλον, ὅτι εἰάν οἱ ἑξαχθέντες ἀριθμοὶ ἴσοι ὦσιν ἀλλήλοις, ἴσα ἔσονται ἀλλήλοις καὶ τὰ κλάσματα ὧν οἱ ἀριθμηταὶ ἐπὶ τῆς παρονομασῆς κατὰ χιασμόν πολλαπλασιασθέντες τῆς αὐτοῦς πεποιήκασιν ἀριθμῶς.

Πρότασις Ζ.

Τὸ ὅλον ἦτοι ἡ μονὰς πρὸς τὸ συμποσέμενον δύο κλασμάτων τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν καὶ ὁ γενόμενος ἐκ τῶν παρονομασῶν τῶν αὐτῶν κλασμάτων ἔχει πρὸς τὸ συμποσέμενον τῶν γινομένων ἐκ τῶν παρονομασῶν, καὶ ἀριθμητῶν κατὰ χιασμόν πολλαπλασιαζομένων.

Ἐξωσαν ἤδη τὰ ὀπ': ρ σ': κλάσματα, καὶ ἐκ μὲν τῆς ὀ: ἀριθμητῆς ἐπὶ τὸν σ': παρονομασῆν γενέσθω ὁ ε': ἀριθμὸς, ἐκ δὲ τῆς ρ: ἐπὶ τὸν π': γενέσθω ὁ φ': καὶ ἐκ τῆς π': παρονομασῆς ἐπὶ τὸν σ': γενέσθω ὁ χ': Λέγω τοίγουν ἔχειν τὴν μονάδα πρὸς τὸ συμποσέμενον τῶν ὀπ', ρ σ', κλασμάτων, ὡς ἔχει ὁ χ': πρὸς τὸ συμποσέμενον τῶν τ' φ': ἀριθμῶν. Ἐπεὶ γὰρ ἔχει ὁ τ': πρὸς τὴν φ': ὡς τὸ ὀπ': κλάσμα πρὸς τὸ ρ σ': κατὰ τὴν ἀνωτέρω, πάντως γε καὶ ἐν συθίσει, ὡς ἔχει τὸ συμποσέμενον τῶν ὀπ', ρ σ', κλασμάτων πρὸς τὸ ρ σ': κλάσμα, οὕτως ἔχει καὶ τὸ συμποσούμενον τῶν τ' φ': ἀριθμῶν πρὸς τὸ φ': ἀλλ' ὡς τὸ ρ σ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα ἔχει καὶ ὁ φ': πρὸς τὸν χ': ὡς διχθένεται. δι' ἴσου ἄρα ὡς ἔχει τὸ συμποσούμενον τῶν ὀπ', ρ σ', κλασμάτων πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ τὸ συμποσέμενον τῶν τ' φ', ἀριθμῶν, πρὸς τὸν χ': ὡς καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸ συμποσούμενον τῶν αὐτῶν κλασμάτων, ἔχει καὶ ὁ χ': ἀριθμὸς πρὸς τὸ συμποσούμενον τῶν τ' φ', ἀριθμῶν, ὅπερ ἦν τὸ ὑποχθέν.

τ: 36: φ: 18
ο: 4: ρ: 3:
— —
π: 6: σ: 9:
χ: 54:

Ὅτι δὲ ὡς ἔχει τὸ ρ σ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα ἔχει καὶ ὁ φ': ἀριθμὸς πρὸς τὸν χ': δῆλον. Ὡς γὰρ ἔχει ὁ ρ: ἀριθμητῆς πρὸς τὸν σ': παρονομασῆν ἔχει καὶ ὁ φ': πρὸς τὸν χ': κατὰ τὴν ιζ'. τῷ ζ'. τοῦ στοιχειωτοῦ, ἀλλ' ὡς ὁ ρ: πρὸς τὸν σ': ἔχει καὶ τὸ ρ σ': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὴν α' τῷ παρόντος, ἄρα καὶ τὴν ια. τοῦ εἰ. τῷ στοιχειωτῷ ὡς τὸ ρ σ': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ ὁ φ': ἀριθμὸς πρὸς τὸν χ': Ὅπερ ἦν τὸ ἐπὶ τῆς δεξιῆς ἐξαπολειφθέν.

Πρότασις Η.

Τὸ δοθὲν κλάσμα ἐφ' ἕτερον ἴσον αὐτῷ, εἰ δυνατόν, ἀγαγεῖν ἔχον τὴν δοθῆσαν παρονομασίαν.

Κ

Ε.Υ. Δ. ΤΗΣ Κ. Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Εἶσω δοθὲν κλάσμα τὸ $\frac{\alpha}{\beta}$: ἢ δὲ δοθεῖσα παρονομασία ὁ γ : παρονομασίας. $\alpha: 3: \epsilon: 9:$
 καὶ ζητηθῆτω ἀγαγεῖν τὸ $\frac{\alpha}{\beta}$: κλάσμα ἐφ' ἕτερον ἴσον ἔχον τὸν γ : παρονο- $\frac{\alpha}{\beta}$: $\gamma: 12:$
 μασίην. Γενίσθω δὲ ἐκ τοῦ α : ἐπὶ τὸν γ : ὁ δ : ἀριθμὸς, ὅτι ὁ β : πάν- $\delta: 36:$
 τως μετρήσει ἢ μὴ. μετρεῖται δὲ α : τῷ ϵ : λέγω τοίνυν τὸ $\frac{\epsilon}{\gamma}$: κλάσμα
 ἴσον εἶναι τῷ $\frac{\alpha}{\beta}$: ἐπεὶ γὰρ ὁ β : μετρεῖ τὸν δ : διὰ τὰ ϵ : ὁ δ : πάντως γί-
 γνεται ἐκ τοῦ β : ἐπὶ τὸν ϵ : ἀλλ' ὁ αὐτὸς δ : γέγονε καὶ ἐκ τοῦ α : ἐπὶ τὸν γ : ἄρα κατὰ τὴν ϵ : τὰ
 ζ : τὰ στοιχειωτὰ ὡς ἔχει ὁ α : πρῶτος πρὸς τὸν β : δεύτερον, ἔχει καὶ ὁ ϵ : τρίτος πρὸς τὸν γ : τέ-
 τартον, κατὰ δὲ τὴν γ : τὰ παρόντος τὰ $\frac{\alpha}{\beta}$ $\frac{\epsilon}{\gamma}$: κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ.
 Μὴ μετρεῖται δὲ ὁ β : τὸν δ : λέγω ὅτι ἄχ' οἶόν τε τὸ $\frac{\alpha}{\beta}$: κλάσμα ἐφ' ἕτε- $\alpha: 3: \epsilon: 1:$
 ρον ἴσον αὐτῷ ἀγαγεῖν, ἔχον τὸν γ : παρονομασίην. εἰ γὰρ δυνατόν, ἀναχθῆ- $\beta: 4: \gamma: 10:$
 τω ἐπὶ τὸ $\frac{\epsilon}{\gamma}$: κλάσμα. καὶ ἐπεὶ τὸ $\frac{\epsilon}{\gamma}$: ἴσόν ἐστὶ τῷ $\frac{\alpha}{\beta}$: καὶ τὴν γ : πάν- $\delta: 30:$
 τως γε τὰ παρόντος ὡς ἔχει ὁ α : πρὸς τὸν β : ἔχει καὶ ὁ ϵ : πρὸς τὸν γ : ὥστε οἱ
 τέσσαρες ἀριθμοὶ $\alpha, \beta, \epsilon, \gamma$, ἀναλογαὶ εἰσὶ, καὶ κατὰ τὴν ϵ : τὰ ζ : τὰ στοιχειωτὰ
 ὁ ὑπὸ τῶν α : καὶ γ : γινόμενος ἀριθμὸς ἴσός ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν ϵ καὶ β : ἀλλ' ὁ ὑπὸ τῶν α καὶ γ , ἐστὶν ὁ δ :
 ὁ δ : ἄρα γίνεται καὶ ἐκ τῶν β καὶ ϵ , ἐκ ἀλλήλων πολλαπλασιαζομένων, καὶ ἐπομένως ὁ β : μετρεῖ τὸν
 αὐτὸν δ : κατὰ τὸν ϵ . ἀλλὰ καὶ ἑμμετρεῖ, ἀδύνατον ἄρα.

Πρότασις Θ.

Τὸ δοθὲν ὅλον εἰς κλάσμα ἀγαγεῖν ἔχον τὴν δοθεῖσαν παρονομασίαν. $\gamma: 6:$
 Τούτῳ πάντως γε διχῶς ἐνδέχεται προβληθῆναι, εἰ γὰρ τὸ διδόμενον ὅλον μο- $\alpha: 1: \frac{\alpha}{\beta}$
 νὰς εἶσαι, ἢ γὰρ ἀριθμὸς. Διὸ δὲ ὑποκείσθω α : τὴν μονάδα εἰς κλάσμα ἀγαγεῖν $\beta: 6:$
 ἔχον τὸν β : παρονομασίην, εἰς δὲ τὴν τύττου ἐκπλήρωσιν ληφθῆτω ὁ γ : ἀριθμητικῆς $\beta: 6:$
 ἴσος τῷ β : καὶ τὸ $\frac{\gamma}{\beta}$: κλάσμα ἴσον εἶσαι τῇ μονάδι. Ἐπεὶ γὰρ ὡς ὁ γ : πρὸς τὸν β : ἔχει καὶ τὸ
 $\frac{\gamma}{\beta}$: κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὴν α : τοῦ παρόντος, ὁ δὲ γ : ἀριθμητικῆς ἴσος εἰληπταὶ τῷ β :
 παρονομασίῃ, ἄρα καὶ τὸ $\frac{\gamma}{\beta}$: κλάσμα ἴσόν ἐστὶ τῇ μονάδι.
 Ὑποκείσθω δεύτερος τὸν δ : ἀριθμὸν εἰς κλάσμα ἀγαγεῖν ἔχον τὸν αὐτὸν β : $\delta: 7: \epsilon: 42:$
 παρονομασίην. Πολλαπλασιασθῆτω τοίνυν ὁ β : ἐπὶ τὸν δ : καὶ ὁ γενόμενος ϵ : $\zeta: 1: \beta: 6:$
 ληφθῆτω ἀντὶ ἀριθμητῆ ἐπὶ παρονομασίῃ τῷ δοθέντι β : καὶ τὸ $\frac{\epsilon}{\beta}$: κλάσμα ἴ-
 σον εἶσαι τῷ δ : ἀριθμῷ. Τεθῆτω γὰρ ὑπὸ τὸν δ : ἀριθμὸν μονάς. Καὶ ἐπεὶ ὁ δ : τὸν β : πολλα-
 πλασιάσας τὸν ϵ : πεποίηκεν ἀριθμὸν, ἔσται πάντως, καὶ πᾶς τῆς πολλαπλασιάσεως κανόνα, ὡς ὁ ϵ :
 πρὸς τὸν β : ὁ δ : πρὸς τὴν ζ : μονάδα, ὥστε κατὰ τὴν γ : τὰ παρόντος τὰ $\frac{\epsilon}{\beta}$, $\frac{\delta}{\zeta}$, κλάσματα ἴ-
 σα ἀλλήλοις εἰσὶν. ἀλλὰ τὸ $\frac{\delta}{\zeta}$: κλάσμα ἴσόν ἐστὶ τῷ δ : ἀριθμῷ. Διὸ γὰρ τῆς μονάδος ὑπ' αὐ-
 τὸν κειμένης ὑδὲν ἄλλο παράσται, ἢ ὅτι τοσαύτας περιέχει μονάδας ὁ αὐτὸς δ : ὅσων ἐστὶ σημαντι-
 κός, ἄρα καὶ τὸ $\frac{\epsilon}{\beta}$: κλάσμα ἴσόν ἐστὶ τῷ δ : ἀριθμῷ, ὅπρι ἦν τὸ προσαχθέν.

Πρότασις Ι.

Ἀριθμὸν καὶ τὰ δοθέντος κλάσματος εἰς κλάσμα ἀγαγεῖν ἔχον τὸν αὐτὸν παρονομασίην τῷ δο-
 θέντος κλάσματος. $\zeta: 8: \epsilon: 3:$
 Εἶσω ἀριθμὸς ὁ ζ : τὸ δὲ δοθὲν κλάσμα τὸ $\frac{\eta}{\theta}$: καὶ ζητηθῆτω τὸν ζ : ἀριθ- $\theta: 4: \theta: 4$
 μὸν μετὰ τοῦ $\frac{\eta}{\theta}$: κλάσματος εἰς ἕτερον κλάσμα ἀγαγεῖν ἔχον τὸν θ : παρο- $\kappa: 32:$
 νομασίην. Πολλαπλασιασθῆτω δὲ ὁ ζ : ἐπὶ τὸν θ : καὶ τῷ γενομένῳ κ : προσε- $\eta: 3: \lambda: 35:$
 θῆτω ὁ η : ἀριθμητικῆς τοῦ $\frac{\eta}{\theta}$: κλάσματος, καὶ γενίσθω ὁ λ : ἀριθμὸς. Τούτου $\lambda: 35: \theta: 4:$
 δὲ ἀντὶ ἀριθμητῆ λαμβανόμενον ἔχοντος παρονομασίην τὸν θ : τὸ $\frac{\lambda}{\theta}$: κλάσμα ἴ-
 σον ἔσται τῷ ζ : ἀριθμῷ καὶ $\frac{\eta}{\theta}$: κλάσματι. Ἐπεὶ γὰρ ὁ θ : τὸν ζ : πολλαπλασιάσας τὸν κ : πε-
 ποίηκεν, ὁ κ : πάντως ἀριθμὸς παράσται, ὅποσα μέρη, οἷα τὰ τῷ θ : περιέχει ὁ ζ : ἐπεὶ δ' αὐ-
 θὶς προσετέθη τῷ κ : ἀριθμῷ ὁ η : καὶ γέγονεν ὁ λ : ὁ λ : δὴπουθεν περιέχει ἐν ἑαυτῷ πάντα τὰ τοιαῦ-
 τὰ τῷ ζ : μέρη, καὶ ἔτι τὰ τοῦ $\frac{\eta}{\theta}$: κλάσματος, ὥστε τὸ $\frac{\lambda}{\theta}$: κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῷ ζ : ἀριθμῷ
 καὶ $\frac{\eta}{\theta}$: κλάσματι, ὅπρι ἦν τὸ προσαχθέν.

Πρότασις ΙΑ.

Δύο κλάσματα διαφόρου παρονομασίας ἐφ' ἕτερα δύο ἴσα τῆς αὐτῆς παρονομασίας ἀγαγεῖν.
 Εἶσωσαν διαφόρου παρονομασίας τὰ $\frac{\alpha}{\beta}$, $\frac{\gamma}{\delta}$, κλάσματα, ἃ διὲ ἐφ' ἕτερα δύο ἴσα αὐτοῖς ἀγα-
 γῆν τῆς αὐτῆς ὄντα παρονομασίας, πολλαπλασιασθῆτωσαν δὲ οἱ α καὶ γ : ἀριθμητικαὶ ἐπὶ τοὺς β καὶ δ :
 παρονομασίας κατὰ χιασμὸν, καὶ γενίσθω ἐκ μὲν τῶν α : ἐπὶ τὸν δ : ὁ ϵ : ἐκ δὲ τοῦ γ : ἐπὶ τὸν β :
 ὁ ζ : πολλαπλασιασθῆτω δὲ καὶ ὁ β : παρονομασίας ἐπὶ τὸν δ : καὶ γενίσθω ὁ η : λέγω τοίνυν τὰ $\frac{\epsilon}{\delta}$,
 καὶ $\frac{\zeta}{\delta}$.

ζ' α, κλάσματα ίσα είναι τὸ μὲν εἰς τὸν α' β': τὸ δὲ ζ' α: τῷ γ' δ': ἐπεὶ γὰρ ὁ
 δ': τοὺς α' β': πολλαπλασιάσας τοὺς εἰς πεποίηκεν, ἴσαι πάντως, κατὰ τὴν ιζ'.
 τῷ ζ'. τοῦ στοιχειωτοῦ, αἷς ὁ α' πρὸς τὸν β': ὁ δ' πρὸς τὸν γ': ὡν δὲ κλάσμάτων
 οἱ ἀριθμητικὴ πρὸς τοὺς ἰδίους παρονομασὰς τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον, ἰκίνα ἴσα
 ἀλλήλοισι εἰσὶ, κατὰ τὴν γ'. τοῦ παρόντος, ἀρα τὰ α' β', εἰς κλάσματα ἴσα
 ἀλλήλοισι εἰσὶ. Αὐθις ἐπεὶ ὁ β': τῷ γ' δ': πολλαπλασιάσας τῆς ζ' α: πεποίηκεν ἀριθμὸς, πάντως γὰρ
 αἷς ὁ γ': πρὸς τὸν δ': ἔχει καὶ ὁ ζ': πρὸς τὸν α': καὶ τὴν ἰσότητα ιζ': καὶ ἐπομένως τὰ γ' δ', ζ' α, κλάσμα-
 τα ἴσα ἀλλήλοισι εἰσὶ, κατὰ τὴν γ'. τοῦ παρόντος, ἀλλὰ τὰ εἰς, ζ' α, κλάσματα τῆς αὐτῆς εἰσὶ πα-
 ρονομασίαις, αἷς τὸν αὐτὸν ἑκάτερον ἔχοντα παρονομασίην, τὰ δύο ἀρα δοθέντα κλάσματα α' β', γ' δ',
 διαζόρου ὅσα παρονομασίας ἀνήχθησαν ἐπὶ τὰ εἰς, ζ' α, τῆς αὐτῆς ὑπάρχοντα παρονομασίας, ὅ-
 περ ἴδιαι πεποιῆσαι.

κ	10:	ζ	9:
α	2:	γ	3:
β	3:	δ	5:
ε	15:		

Πρότασις ΙΒ'

Πλείω τῶν δύο κλάσμων, καὶ ὅλα σὺν κλάσμασιν εἰς τὸν αὐτὸν ἀγαγεῖν παρονομασίην.
 Ἐξω δὲ πρὸς τὸν αὐτὸν ἀγαγεῖν παρονομασίην τὰ β' α, γ' δ, ε' ζ, κλάσματα, καὶ πρῶτον μὲν με-
 τηχθήτωσαν διὰ τῆς ἀνωτέρω τὰ α' β', γ' δ, ἐφ' ἕτερα δύο τῆς αὐτῆς ὅσα παρονομασίας, καὶ ἕ-
 τωσαν ταῦτα τὰ ε' ζ, κ' θ, κλάσματα. εἶτα πολλαπλασιασθήτω ἄτερος τῶν θ' θ: παρονομασιῶν
 ἐπὶ τὸν ζ': καὶ γενίσθωσαν οἱ λ' λ': παρονομασίαι. Πολλαπλα-
 σιασθήτω δὲ καὶ ἑκάτερος τῶν η' κ: ἀριθμητῶν ἐπὶ τὸν αὐτὸν ζ': πα-
 ρονομασίην, καὶ γενίσθωσαν οἱ μ' ν': ἀριθμηταί. Τούτων δ' οὕτω
 γενομένων πολλαπλασιασθήτω καὶ ἑκάτερος τῶν ε' ζ: ἐπὶ τὸν θ':
 παρονομασίην, καὶ γενίσθωτὸ ξ' π': κλάσμα. Λέγω τοίνυν τὰ μ' λ',
 ν' λ', ξ' π': κλάσματα ἴσα εἶναι τοῖς α' β', γ' δ, ε' ζ, κλάσμασιν,
 ἔχοντα καὶ τὸν αὐτὸν παρονομασίην. Ἐπεὶ γὰρ τὰ η' θ, κ' θ, κλά-
 σματα τὸν αὐτὸν ἔχουσι παρονομασίην, κατὰ τὴν ἀνωτέρω, οἱ δὲ
 λ' λ' π', παρονομασίαι γεγονῶσι διὰ τῆ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ θ':
 παρονομαστοῦ ἐπὶ τὸν ζ': διὸ καὶ ἴσοι ἀλλήλοισι εἰσὶ, πάντως γὰρ τὰ μ' λ', ν' λ', ξ' π', κλάσματα τὸν
 αὐτὸν ἔχουσι παρονομασίην. Ὅτι δὲ καὶ ἴσα τοῖς α' β', γ' δ, ε' ζ, κλάσμασι δῆλον. Ὁ γὰρ ζ': πα-
 ρονομασίας τοῦ ε' ζ: κλάσματος τοὺς μὲν η' θ: πολλαπλασιάσας ἀριθμὸς τοὺς μ' λ': πεποίηκεν. τῆς
 δὲ κ' θ: αἰταιύτως πολλαπλασιάσας πεποίηκε τοὺς ν' λ': ὥστε οἱ μὲν μ' λ': τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον
 τοῖς η' θ: κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ ζ'. τοῦ στοιχειωτοῦ. οἱ δὲ ν' λ': τοῖς κ' θ: κατὰ δὲ τὴν γ': τοῦ παρόν-
 τος τὸ μὲν μ' λ': κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῷ η' θ: τὸ δὲ ν' λ': τῷ κ' θ: ἀλλὰ τὰ η' θ, κ' θ, κλάσματα ἴ-
 σα εἰσι τοῖς α' β', γ' δ, κατὰ τὴν ἀνωτέρω, ἀρα τὰ μ' λ', ν' λ', ἴσα εἰσι τοῖς α' β', γ' δ, ἐπεὶ δὲ καὶ
 ὁ θ': τοὺς ε' ζ: πολλαπλασιάσας τοὺς ξ' π': πεποίηκε, πάντως γὰρ τῶν ε' ζ, ξ' π', κλάσμάτων οἱ
 ἀριθμηταί τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς ἰδίοις παρονομασίαις, καὶ κατὰ τὴν γ'. τοῦ παρόντος τὸ ξ' π':
 κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῷ ε' ζ: δέδεικται δὲ καὶ τὰ μ' λ', ν' λ', κλάσματα ἴσα τοῖς α' β', γ' δ, ἀρα τὰ μ' λ',
 ν' λ', ξ' π', κλάσματα ἴσα εἰσι τοῖς α' β', γ' δ, ε' ζ, ἔχουσι δὲ καὶ τὸν αὐτὸν παρονομασίην, ἀρα τὰ
 α' β', γ' δ, ε' ζ, κλάσματα εἰς τὸν αὐτὸν ἀνήχθησαν παρονομασίην, ὅπερ ἦν τὸ ἐξ ἀρχῆς προβλεπθέν.

α	2:	γ	4:	δ	5:
β	3:	δ	6:	ζ	8:
ε	12:	κ	12:		
θ	18:	θ	18:		
μ	96:	ν	96:	ξ	90:
λ	144:	λ	144:	π	144:

Ἐὰν δὲ τέσσαρα ὡς τὰ ἀναχθησόμενα κλάσματα ἐπὶ τὸν αὐτὸν παρονομασίην, πολλαπλασιασθήτω-
 σαν τὰ μ' λ', ν' λ', ξ' π', κλάσματα ἐπὶ τὸν παρονομασίην τῷ δ. καὶ συσθεθίσονται ἄλλα τιὰ κλάσματα
 ἴσα τοῖς α' β', γ' δ, ε' ζ, τὸν αὐτὸν ἔχοντα παρονομασίην. εἶτα πολλαπλασιασθήτω καὶ τῷ τετάρτῳ κλά-
 σματος ὅτε ἀριθμητικῆς καὶ παρονομασίας ἐπὶ τὸν παρονομασίην τοῦ μ' λ', κλάσματος, ἢ τοῦ ν' λ',
 ἢ τῷ ξ' π', ὁ αὐτὸς γὰρ ἐκάστῳ τῶν τριῶν, καὶ τὸ γεγόμενον κλάσμα ἴσον ἴσαι τῷ δ. ὡς πολλάκις
 δέδεικται. τὸν αὐτὸν γὰρ αὐτῷ ἔχει λόγον. Τῆτ' αὐτὸ γινέσθω καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν καὶ πλείω ὡς
 τῶν τεσσάρων. καὶ ἴσαι σοι πάντως τὸ προσαπτόμενον.

Ἐξω β'. ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀγαγεῖν παρονομασίην καὶ ὅλα σὺν κλά-
 σμασι, διχῶς δὲ καὶ τουτὶ ἐνδέχεται προβλεπθῆναι. εἰ γὰρ ζη-
 τηθῆσεται τὰ ὅλα, ὡσπερ καὶ τὰ τούτων κλάσματα ἐπὶ τὸν αὐ-
 τὸν ἀχθῆναι παρονομασίην, ὥστε καὶ τοὺς ὀλοκλήρους ἀριθμὸς ἀντι-
 σταμάτων χωρὶς λαμβάνεσθαι, ἢ γὰρ ζητηθῆσεται ἐπὶ τὸν
 αὐτὸν τὰ κλάσματα ἀγαγεῖν παρονομασίην τῶν ὀλοκλήρων ἀριθ-
 μῶν ἐπὶ τὸ ἴδιον ἐκάστου κλάσμα ἠγμένω. Προηγείσθω δὲ ἢ
 κατὰ τὸν β'. τρόπον ζήτησις, καὶ ἔσωσαν οἱ α' β', ὀλοκλήροι ἀριθ-
 μοί, εἷς ὅλα, μετὰ κλάσμάτων τῶν γ' δ, ε' ζ, ἵνα δὲ τὸ προσαχθῆν γένηται, ἀχθῆτω ὁ μὲν α' ε'
 ἐπὶ τῷ γ' δ. ἴδιον κλάσμα, ὁ δὲ β': ἐπὶ τῷ ε' ζ, κατὰ τὴν ι. τοῦ παρόντος, καὶ γενίσθωσαν τὰ η' θ,
 κ' λ, κλάσματα. ταῦτα δὲ ἀχθῆτωσαν ἐφ' ἕτερα κλάσματα, τὸν αὐτὸν ἔχοντα παρονομασίην, κα-
 τὰ τὴν γ'.

α	6:	γ	3:	β	8:	ε	2:
		δ	4:			ζ	5:
η	27:			κ	42:		
θ	4:			λ	5:		
μ	135:			ξ	168:		
ν	20:			π	20:		

E.Γ.Δ. 2006
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τὰ τὴν ια. τὸ αὐτοῦ, τὰ μ'ν, ξ'π', καὶ ἐπεὶ τὸ μὲν η'θ, κλάσμα ἰσὸν ἐστὶ τῷ α': ὁλοκλήρῳ ἀριθμῷ καὶ γ'δ, κλάσματι, τὸ δὲ κ'λ, τῷ β': ἀριθμῷ καὶ ε'ζ, κλάσματι κατὰ τὴν ρηθεῖσαν ι. τοῖς δὲ η'θ, κ'λ, κλάσμασιν ἰσά ἐστι τὰ μ'ν, ξ'π', κατὰ τὴν εἰρημένην ια. ἄρα καὶ τῶν μ'ν, ξ'π', κλάσματων θάτερον μὲν ἰσὸν ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῷ καὶ γ'δ, κλάσματι, θάτερον δὲ τῷ β': ὁμοίως ἀριθμῷ καὶ ε'ζ, κλάσματι. Ἀλλὰ τὰ μ'ν, ξ'π', κλάσματα τῆς αὐτῆς εἰσὶ παρονομασίας, οἱ α'β', ἄρα ὁλοκλήροι ἀριθμοὶ μὲν τῶν γ'δ, ε'ζ, κλάσματων ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἤχθησαν παρονομασίῃν. Ἐὰν δὲ πλείους τῶν δύο ὦσιν οἱ ἀριθμοὶ, μετὰ τὴν ἐκάστη μετάρθεσιν ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα, γενέσθωσαν τὰ λοιπὰ ἐπὶ τῆς πράξεως καὶ τὰ ἤδη εἰρημένα.

Κεῖσθω δὲ ἡ ζήτησις καὶ κατὰ τὸν α. τρόπον, καὶ ἔσω τοὺς αὐτῆς ἀριθμὸς μετὰ τῶν ἰδίων κλάσματων ἐπὶ τὸν αὐτὸν παρονομασίῃν ἀγαγεῖν. Μιτερεχθήτω δὴ α. ο'α: ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ η'θ, κλάσμα ἔχον τὸν δ: παρονομασίῃν, κατὰ τὴν θ. τὴν παρόντος, ὥστε εἶναι τὰ η'θ, γ'δ, κλάσματα τῆς αὐτῆς παρονομασίας. Εἶτα μετερεχθήτω καὶ ο'β': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ μ'ν, κλάσμα ἔχον τὸν αὐτὸν δ: παρονομασίῃν, καὶ ἔσονται τὰ η'θ, γ'δ, μ'ν, κλάσματα τῆς αὐτῆς παρονομασίας, καὶ τῷ μὲν η'θ, ἴσος ἐστὶ ο'α: ἀριθμὸς. τῷ δὲ μ'ν, ο'β': ὡσπερ καὶ τὸ γ'δ, ἑαυτῷ. Τούτων δὲ ἐκάστου τὸν τε ἀριθμητὴν καὶ παρονομασίῃν ο'ζ: πολλαπλασιάζω παρονομασίῃς ποιεῖτω τὰ ξ'π', ρσ, τφ, κλάσματα, ἅτινα ἴσα ἔσονται τοῖς η'θ, γ'δ, μ'ν, κλάσμασι τὸν αὐτὸν ἔχοντα παρονομασίῃν, κατὰ τὰ ἤδη εἰρημένα. Πολλαπλασιάζομένων δὲ καὶ τῶν ὄρων τῷ ε'ζ, κλάσματος χωρὶς ἐπὶ τὸν θ: παρονομασίῃν ἢ δ: ἢ ν': γενέσθω τὸ χ'ψ, κλάσμα, καὶ τοῦτο ἴσον ἐστὶ τῷ ε'ζ: ἔχον τὸν αὐτὸν παρονομασίῃν τοῖς ξ'π', ρσ, τφ, κλάσμασι. δίδεικται δὲ καὶ τὰ ξ'π', ρσ, τφ, κλάσματα ἴσα τοῖς η'θ, γ'δ, μ'ν, κλάσμασιν, ὡν τῷ μὲν η'θ: ἴσος ἐστὶν ο'α: ἀριθμὸς, τῷ δὲ μ'ν, ο'β': ἄρα ὁ μὲν α: ἀριθμὸς, ἴσος ἐστὶ καὶ τῷ ξ'π', κλάσματι. τὸ δὲ γ'δ, κλάσμα τῷ β'α, ὁ δὲ β': ἀριθμὸς τῷ τ'φ, καὶ τὸ ε'ζ, κλάσμα τῷ χ'ψ, ὥσπερ ἔδει ποιῆσαι.

α: 6:	γ: 3:	β: 8:	ε: 2:
1:	δ: 4:	1:	ζ: 5:
	κ: 24:	γ: 3:	μ: 32:
	δ: 4:	δ: 4:	ν: 4:

Πρότασις Γ.

Τὰ τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἀριθμητὴν κλάσματα ἀντιπεπονηθῆσιν τοῖς ἰδίοις παρονομασίαις. Ἐχέτωσαν τὸν αὐτὸν ἀριθμητὴν τὰ κ'λ, κ'μ, κλάσματα. Λέγω δὴ ταῦτα ἀντιπεπονηθῆναι τοῖς λ'μ, παρονομασίαις, ὥστε ὅν λόγον ἔχει τὸ κ'λ, κλάσμα πρὸς τὸ κ'μ, τὸν αὐτὸν ἔχειν καὶ τὸν μ': παρονομασίῃν πρὸς τὸν λ'. Πολλαπλασιασθήτωσαν γὰρ οἱ τῶν ἀριθμητῶν ἐπὶ τὰς ἰδίας παρονομασίας κατὰ χιασμόν, καὶ ποιεῖτωσαν τοὺς ν'ξ, ἀριθμὸς, ὡν ὁ μὲν ν: ἔσω ὅ ἐκ τῶ κ: ἐπὶ τὸν μ': γινόμενος, ὁ δὲ ξ: ὅ ἐκ τῶ αὐτοῦ κ: ἐπὶ τὸν λ': ἐπεὶ γὰρ ὁ κ: ἀριθμὸς τοὺς μ'λ: πολλαπλασιάζας τοὺς ν'ξ: πεποιήκει, πάντως γὰρ ὁ ν: πρὸς τὸν ξ: τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν ὁ μ': πρὸς τὸν λ': ἀλλ' ὁ ν: πρὸς τὸν ξ: ἔχει λόγον, ὅν καὶ τὸ κ'λ, κλάσμα πρὸς τὸ κ'μ, κατὰ τὴν σ. τὴν παρόντος, ἐστὶν ἄρα τὸ κ'λ, κλάσμα πρὸς τὸ κ'μ, ὡς ὁ μ': παρονομασίῃς πρὸς τὸν λ': παρονομασίῃν, ὅπερ ἦν τὸ ὑποχρεῖν.

κ: 105	ξ: 35:
κ: 5:	κ: 5:
λ: 7:	μ: 21:

Πρότασις ΙΔ.

Δύο κλάσματα διαφόρους ἔχοντα ἀριθμητὰς ἐφ' ἑτέρα δύο ἴσα τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἀριθμητὴν ἀγαγεῖν. Ἐχέτωσαν τὰ θ'κ, λ'μ, κλάσματα διαφόρους ἀριθμητὰς τῆς θ'λ, καὶ ζητηθήτωσαν ἑτέρα δύο ἴσα τούτοις τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἀριθμητὴν. Πολλαπλασιασθήτωσαν δὴ οἱ θ'λ, ἀριθμητῶν ἐπὶ τοὺς κ'μ, παρονομασίας, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω, καὶ γενέσθωσαν οἱ ν'ξ, παρονομασίαι. ὁ μὲν ν: ἐκ τοῦ μ: ἐπὶ τὸν θ': ὁ δὲ ξ: ἐκ τοῦ κ: ἐπὶ τὸν λ'. Εἶτα πολλαπλασιασθήτωσαν καὶ οἱ θ'λ: ἀριθμητῶν πρὸς ἀλλήλους, καὶ ποιεῖτωσαν τὸν π': ἀριθμητὴν. Λέγω δὴ τὰ π'ξ, π'ν, κλάσματα ἴσα εἶναι τοῖς θ'κ, λ'μ, κλάσμασιν. Ἐπεὶ γὰρ ὁ θ': τοὺς λ'μ, πολλαπλασιάζας τοὺς π'ν: πεποιήκει, ἐστὶν ὡς ὁ λ': πρὸς τὸν μ': ὁ π': πρὸς τὸν ν: καὶ τὴν ιζ. τοῦ ζ. τοῦ στοιχειωτῆ, καὶ ἐπομένως τὸ π'ν: κλάσμα ἰσὸν ἐστὶ τῷ λ'μ, κατὰ τὴν γ. τὴν παρόντος. διὰ τὰ αὐτὰ δεῖχθήσεται καὶ τὸ π'ξ: κλάσμα ἴσον τῷ θ'κ: δύο ἄρα κλάσματα τὰ θ'κ, λ'μ, διαφόρους ἔχοντα ἀριθμητὰς κατ.

θ: 3:	π: 12:	λ: 6:
κ: 4:		μ: 9:
π: 12:		π: 12:
ξ: 24:		κ: 18:

Πρότασις ΙΕ.

Τὸ δοθὲν κλάσμα διπλασιάσαι ἢ ἡμισθεύσαι. Κεῖσθω δὴ πρῶτον διπλασιάσαι τὸ α'β, κλάσμα. Τοῦτ' δὲ διχῶς ἐνδείχεται γενέσθαι, ἡ γὰρ ὁ του

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΝ ΤΗΣ Κ.Τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ἢ ὁ δοθέντος κλάσματος ἀριθμητὴς διπλασιάζεται τῷ αὐτῷ μείνοντος παρονομασίου. ἢ ὁ παρονομασίου ἡμισιύεται, ὅτ' ἂν ἀρτίος ἢ τὸ αὐτῷ μείνοντος ἀριθμητῆ, καὶ τὸ γινόμενον κλάσμα, διπλασίον ἔσται τῷ δοθέντος. Οἷον διπλασιάζω τὸ $\frac{1}{2}$ ἀριθμητῆς, καὶ ποιῶ τὸν γ'· ὑφ' ὃν τεθήτω παρονομασίου ὁ β'· καὶ γένηται τὸ $\frac{2}{3}$ κλάσμα. ἢ γὰρ διαιρέθῃ τὸ β' παρονομασίου εἰς δύο ἴσα, καὶ τούτου ἡμισυ ἔστω ὁ ζ'· οὗτινος ἀριθμητῆς λαμβανομένου, ἀριθμητῆς δὲ τοῦ α' γινέσθω τὸ α' ζ', κλάσμα. Λέγω δὲ ἑκάτερον τῶν $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ κλασμάτων ἔχειν πρὸς τὸ δοθὲν $\frac{1}{2}$ κλάσμα ὡς διπλασίον πρὸς ἡμισυ. κατὰ μὲν γὰρ τὴν ε' τοῦ παρόντος τὰ α' β', γ' β', κλάσματα τῶν αὐτῶν πρὸς ἀλλήλα ἔχουσι λόγον ὅσθι α' γ', ἀριθμηταὶ ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους, ἀλλ' ὁ γ' πρὸς τὸν α' λόγον ἔχει διπλασίον πρὸς ἡμισυ, ἀρα καὶ τὸ γ' β' κλάσμα διπλασίον ἔστι τοῦ α' β', κατὰ δὲ τὴν ε' τοῦ αὐτοῦ τὰ α' β', α' ζ', κλάσματα ἀντιπεπύδασι τοῖς ἰδίαις παρονομασίου. Ὡστ' ἂν λόγον ἔχει ὁ β' παρονομασίου πρὸς τὸν ζ' τῶν αὐτῶν (χωρὶς) τὸ α' ζ', κλάσμα πρὸς τὸ α' β', ἀλλ' ὁ β' παρονομασίου διπλασίον ἔχει λόγον πρὸς τὸν ζ'· ἀρα καὶ τὸ α' ζ', κλάσμα διπλασίον ἔστι τοῦ α' β'.

Ποιεῖται δὲ δεύτερον τὸ κ' ζ', κλάσμα ἡμισιύσαι. Διχῶς δὲ καὶ τούτου γινόμενον. ἢ γὰρ ὁ παρονομασίου τοῦ δοθέντος διπλασιάζεται κλάσματος τῷ αὐτῷ μείνοντος ἀριθμητῆ, ἢ ὁ ἀριθμητῆς ἡμισιύεται, ὅτ' ἂν ἀρτίος ἢ, τὸ αὐτῷ μείνοντος παρονομασίου, καὶ τὸ γινόμενον κλάσμα ἀρτίως ἔχει λόγον πρὸς τὸ δοθὲν, καὶ ἑκάτερον τὸν τρόπον τὸ προβλεπόμενον ποιῶμεν. Διπλασιάζω τὸ κ' ζ'· καὶ ποιῶ τὸν κ' παρονομασίου, μείνοντος τοῦ κ' ἀριθμητῆ, καὶ γινέσθω τὸ κ' κ', κλάσμα. ἢ γὰρ μερισθῆτω ὁ κ' ἀριθμητῆς, καὶ τῆτι ἡμισυ ἔστω ὁ λ' ἀριθμητῆς. μείνοντος δὲ τῷ ζ' παρονομασίου, συνεσάσθω τὸ λ' ζ', κλάσμα. Λέγω δὲ ἑκάτερον τῶν κ' κ', λ' ζ', κλασμάτων ὑποδιπλασίον εἶναι τῷ κ' ζ', ὁ λόγος σαφὴς ἐκ τῶν ἀνωτέρω. τὰ μὲν γὰρ κ' κ', λ' ζ', κλάσματα τῶν αὐτῶν ἔχουσι ἀριθμητῆ, καὶ κατὰ τὴν ε' τοῦ παρόντος ἀντιπεπύδασι τοῖς ἰδίαις παρονομασίου. Τὰ δὲ κ' ζ', λ' ζ', τῶν αὐτῶν ἔχουσι παρονομασίου, καὶ κατὰ τὴν ε' τῶν αὐτῶν ἔχουσι πρὸς ἀλλήλα ὡς οἱ αὐτῶν ἀριθμηταί.

Πόρισμα .

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω φημένων δήλον, ὅτι τὸ δοθὲν κλάσμα δύναμεθα εἶναι τριπλασιάζειν, τετραπλασιάζειν, πηταπλασιάζειν, ἢ ὅπως ἄλλως αὐξήσαι, τῷ μὲν ἀριθμητῆ τριπλασιαζομένῳ, τετραπλασιαζομένῳ, πηταπλασιαζομένῳ, ἢ ὅπως ἄλλως αὐξασομένῳ, τοῦ δὲ παρονομασίου μείνοντος τοῦ αὐτοῦ. Καὶ τούτων τῶν μείνοντος τῷ αὐτῷ ἀριθμητῆ, τοῦ δὲ παρονομασίου, εἰ δυνατόν, τὸ τρίτον, ἢ τέταρτον, ἢ πέμπτον, ἢ ἄλλοτι ὀπιλικῶν μέρος ἀφαιρεμένῳ, ὡσαύτως δὲ ἔχει τῷ αὐτῷ κλάσματος, τὸ τρίτον, ἢ τέταρτον, ἢ πέμπτον, ἢ ἄλλ' ὅ, τι μέρος λαβεῖν τῷ παρονομασίου τριπλασιαζομένῳ, τετραπλασιαζομένῳ, ἢ ὅπως ἄλλως πολλαπλασιαζομένῳ. ἢ γὰρ τῷ ἀριθμητῆ τὸ τρίτον, ἢ τέταρτον, ἢ πέμπτον, ἢ ἄλλ' ὅ, τι μέρος ἀφαιρεμένῳ κατὰ τὸ ἰσχυρῶς, τοῦ αὐτοῦ μείνοντος παρονομασίου.

Πρότασις . ΙΓ'.

Τὸ δοθὲν κλάσμα πρὸς ὅλον ἀγαγεῖν μείζον ὢν τῆς μονάδος .
 Ἐστω δὲ τὸ α' β', κλάσμα μείζον μονάδος, ὃ δὲ πρὸς ὅλον ἀγαγεῖ. Μερισθῆτω τοῖσιν ὁ α' ἀριθμητῆς ἐπὶ τὸν β' παρονομασίου, καὶ ἔστω πηλίκον ὁ γ' ἀριθμὸς. μετὰ τῷ δ' ε', κλάσματος. Λέγω δὲ τὸ α' β', κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ γ' ὀλοκλήρῳ ἀριθμῷ καὶ δ' ε', κλάσματι. καὶ γὰρ τὸν τῆς διαιρέσεως ὅρον ὁ γ' ἀριθμὸς μετὰ τοῦ δ' ε', κλάσματος ἐμφαίνω ὅσας ὁ β' τὸν α' καταμετρεῖ. Διὸ καὶ πολλαπλασιαζομένῳ τοῦ γ' ἐπὶ τὸν β'· καὶ τῷ ἑξαχθῆντι προσιδεμένου τῷ δ' ὁ γινόμενος ἴσός ἐστι τῷ α'· ἔδεν γὰρ ἄλλο ὁ γ' ἀριθμὸς μετὰ τοῦ δ' ε', παρίσῃσι κλάσματα, ἢ ὅτι ἐν τῷ α' πέντε εἰσὶ μονάδες, καὶ δύο τρίτα τῆς μονάδος μέρος.

Πρότασις . ΙΔ'.

Ἀριθμὸν ἐλάττωρον ἐπὶ μείζονα μερίσαι .
 Ἐστω ἐλάττωρον ἀριθμὸς ὁ α'· μερισθῆσόμενος ἐπὶ τὸν β'· μίζονα. Διηθήτω ὁ μὲν α' ἀπὸ ἀριθμητῆ, ὁ δὲ β' ἀπὸ παρονομασίου, καὶ συνεσάσθω τὸ α' β', κλάσμα. Λέγω δὲ τὸ α' β', κλάσμα τὸ πηλίκον παρίσῃν τοῦ α' ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν β' μερίζομενον. Κατὰ γὰρ τὸν τῆς διαιρέσεως ὅρον, ὃν ἔχει λόγον ὁ α' μερίζομενος πρὸς τὸν β'· μερίζοντα τὸν αὐτὸν πάντως ἔχει καὶ τὸ πηλίκον, ὅσθι α' μερίζομενον ἐπὶ τὸν β'.

E.Υ. Δ.Π.Κ. & Π.
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τὸν β, πρὸς τὴν μονάδα. Ἀλλ' ὡς ὁ α' πρὸς τὸν β: ἔχει καὶ τὸ αβ, κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἄρα τὸ αβ, κλάσμα, καὶ τὸ πηλίκον τοῦ α' μεριζομένου ἐπὶ τὸν β: τὸν αὐτὸν ἔχουσι πρὸς τὴν μονάδα λόγον, καὶ ἐπομένως ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν. Ὅπερ ἦν τὸ προσαχθέν.

Πρότασις ΙΗ.

Τὸ δοθέν κλάσμα εἰς ἐλαχίστους ὅρους ἀγαγεῖν.

Ἐῶ ἀγάγειν τὸ ζ' η', κλάσμα εἰς ὅρους ἐλαχίστους, τοῦτο δ' εἰσὶν ἕτερον εὐρεῖν ζ: 7: 9: 4: κλάσμα ἴσον τῷ ζ' η', ἐν ὅροις ἐλαχίστοις. Ἐρευνηθήτωσαν ἢν οἱ ζ' η', ἀριθμοὶ ὅποιοι εἰσὶ καὶ τῆς πρὸς ἀλλήλους χείσιν διὰ τῆς α. τῷ ζ'. τῷ στοιχειωτῷ, καὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εὐρεθῆεν, καὶ ἔξωθεν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐλάττωσας ἑαυτῶν, διὸ καὶ εἰς ἐλαχίστους ἀναχθήσονται ὅρους, εἰ γὰρ δυνατόν ἔσωσαν οἱ ζ' η', ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, καὶ ἀχθήτωσαν εἰς ἐλαχίστους ὅρους τοὺς θ' κ', καὶ ἐπεὶ τὸ θ' κ', κλάσμα ἴσον εἰς τῷ ζ' η', ἔσται πάντως ὡς ὁ ζ'. πρὸς τὸν η': ὁ θ': πρὸς τὸν κ'. κατὰ τὴν γ. τῷ παρόντος, ὡσεὶ οἱ θ' κ', ἐν τῷ αὐτῷ εἰσὶ λόγῳ τοῖς ζ' η', εἰσὶ δὲ καὶ ἐλάττωτες αὐτῶν, καὶ ἄρα ὁ ζ' η', ἐλαχιστοὶ εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐ- ζ: 7: 9: 4: πρὸς καὶ ἐπομένως οὐδὲ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους. οἱ γὰρ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους καὶ ἐλα- κ: 12: κ: 4: χιστοὶ εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, κατὰ τὴν κγ'. τῷ ζ'. τοῦ Στοι- χηιωτοῦ, ὑπερέθησαν δὲ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ ζ' η', ἀδύνατον ἄρα τούτους εἰς ἐλαχίστους ὅρους ἀ- γάγειν.

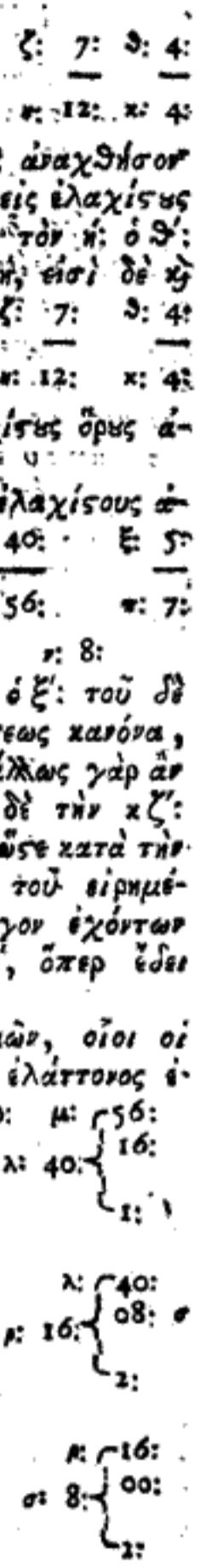
Ἐὰν δὲ μὴ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὡσιν οἱ ὅροι τῷ δοθέντος κλάσματος, οὕτως εἰς ἐλαχίστους ἀ- γάγονται ὅρους. Ἐῶ γὰρ τὸ λ' μ', κλάσμα ἐξ ὅρων μὴ πρῶτων πρὸς ἀλλή- λους συνισαμένων, ἵνα δὲ τούτο εἰς ἐλαχίστους ὅρους ἀχθῆ, κατὰ τὸ προσαχ- θέν, εὐρεθῆτω τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν λ': καὶ μ': ἀριθμῶν, κατὰ τὴν β. τῷ εἰρημέτῳ Βιβλίῳ τῷ Στοιχειωτοῦ καὶ ἔσω τῆτο ὁ ν': ἀριθμὸς. Εἴτα με- ρισθῆτω ἑκάτερος τῶν λ' μ': ἀριθμῶν ἐπὶ τὸν αὐτὸν ν': καὶ πηλίκον ἔσω τοῦ μὲν λ': ὁ ξ': τοῦ δὲ μ': ὁ π':, λέγω τὸ ξ' π': κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ λ' μ': κατὰ μὲν γὰρ τὸν τῆς Διαίρεσεως κανόνα, ἔσθ' ὁ ν': τὸν μὲν ξ': πολλαπλασιάσῃ ἀριθμὸν ὁ λ': γενήσεται: ἐὰν δὲ τὸν π': ὁ μ': ἄλλως γὰρ ἂν οὐδ' ὁ ξ': πηλίκον ἔσθαι τοῦ λ': μεριζομένου ἐπὶ τὸν ν': οὐδ' ὁ π': τοῦ μ': κατὰ δὲ τὴν κζ': τοῦ ζ'. τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὡς ἔχει ὁ ξ': πρὸς τὸν π':, ἔχει καὶ ὁ λ': πρὸς τὸν μ': ὡσεὶ κατὰ τὴν γ': τοῦ παρόντος τὰ λ' μ', ξ' π', κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν. κατὰ δὲ τὴν λε'. τοῦ εἰρημέ- νου Βιβλίου τοῦ Στοιχειωτοῦ οἱ ξ' π', ἀριθμοὶ ἐλαχιστοὶ εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων τοῖς λ' μ', ἀριθμοῖς. Τὸ ἄρα λ' μ', κλάσμα ἠχθῆ ἐπὶ ἐλαχίστους ὅρους τοὺς ξ' π', ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Εὐρεθῆσεται δὲ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν μὴ πρῶτων πρὸς ἀλλήλους ἀριθμῶν, οἷοι οἱ λ' μ', καὶ τὸν τρόπον τῆτον, μεριζομένου διπλοῦ: τοῦ μείζονος ἐπὶ τὸν ἐλάττωτα, τῷ δ' ἐλάττωτος ἐ- πὶ τὸ εναπολειφθέν, διὰ τῆς α. Διαίρεσεως, τῷ δὲ διὰ τῆς α. Διαίρεσεως ἐ- ναπολειφθέντος, ἐπὶ τὸ εναπολειφθέν διὰ τῆς β. τούτων δὲ ἔξῃς γινομένου ἕως ἂν μηδέντι εναπομείνη, ὁ τῆνικαῦτα μερισθῆς τὸ μέγιστον ἔσται κοινὸν μέ-τρον τῶν δοθέντων ἀριθμῶν. Οἷον μερισθῆτω ὁ μ': ἐπὶ τὸν λ': καὶ εναπολειφθῆ- τω ὁ ρ': ἴφ' ὃν μερισθῆτω ὁ λ': καὶ ἔσω εναπολειφθῆς ὁ σ': ἐπὶ τούτων δὲ με- ρισθῆτω ὁ ρ': καὶ ἐπὶ τούτων εναπολείπεται, ὁ σ': εἰς τὸ μέγιστον κοινὸν μέ-τρον τῶν λ' μ', ἀριθμῶν. Ὡς δὲ ὄφρα ἐὰν ἐπὶ τῆ Διαίρεσει τῷ μείζονος ἐπὶ τὸν ἐλάττωτα, καὶ ἐν τῷ εναπολειφθῆ, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον ὁ ἐλάτ- των ἔσται ἀριθμὸς. μετρήσει γὰρ ἑαυτὸν καὶ τὸν μείζονα, τὸν μὲν μείζονα πλεονάξῃ, ἑαυτὸν δὲ ἕπαξ.

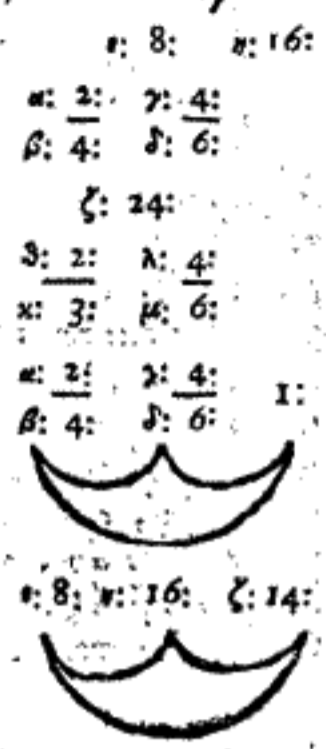
Πρότασις ΙΘ.

Κλάσμα κλάσματος ἢ κλασμάτων, πρὸς ἀπλῆντι κλάσμα ἀγαγεῖν.

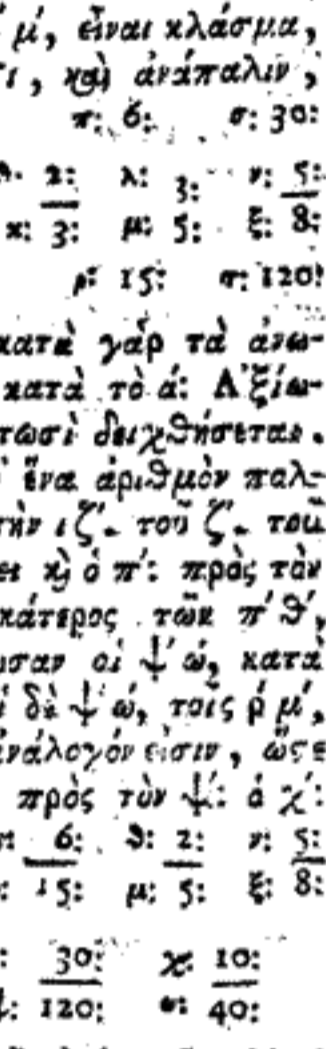
Κλάσμα κλάσματος λέγεται, ἐν ᾧ παρονομαστὴς λαμβάνεται ὁ τοῦ, ἢ εἰς κλάσμα, ἀριθμη- τῆς. Οἷον τὸ αβ, λέγεται κλάσμα τοῦ γδ, κλάσματος, ὅτι ἐν αὐτῷ χώρῳ παρονομαστῆς ἔχει αβ: ἀριθμὸς ἴσος αὐτῷ γ: ἀριθμητῆ τῷ γδ, κλάσματος. ἢ οὕτω κλάσμα κλάσματος λέγε- ται, ἢ ὁ παρονομαστὴς ἴσον δύναται τῷ ἀριθμητῆ τῷ, ἢ εἰς κλάσμα. οἷον τὸ θκ, λέγεται κλά- σμα τοῦ λμ, ὅτι ἀκ: δύναται ἴσα τῷ λ: ἐὰν γὰρ ὡς ὅλον ὑποτιθῆ ὁ λ' μ', ἀριθμὸς, ὁ κ: περιέξῃ τοιαῦτα μέρη κδ, ὅσα καὶ ὁ λ: ὅπως δὲ τὸ αὐτὸ αβ, κλάσμα τῷ γδ, κλάσματος πρὸς ἀπλῆντι ἀ- γάγωμε κλάσμα, πολλαπλασιασθήτωσαν πρὸς ἀλλήλους οἷτε αγ, ἀριθμηταὶ καὶ βδ, παρονομασταί, καὶ ἕκ μὲν



ἐκ μὲν τῶν ἀγ', γενέσθω ὁ εἶ: ἐκ δὲ τῶ βδ', ὁ ζ': λέγω δὴ τὸ ἀβ', κλάσμα
 τῆ γδ', κλάσματος ἴσον εἶναι τῶ εζ', ἀπλῶ κλάσματι. πολλαπλασιασθήτω
 δὲ ὁ β': ἐπὶ τὸν γ': ἢτοι πρὸς ἑαυτόν, καὶ γενέσθω ὁ η': ἐπεὶ ἔν ἐσὶν ὡς ὁ α':
 ἀριθμητικῆς πρὸς τὸν β': παρονομαστῆν, οὕτως τὸ ἀβ', κλάσμα πρὸς τὸ οἰ-
 κειον ὅλον, ὄηλον: τὸ γδ': κλάσμα, κατὰ τὴν α': τοῦ παρόντος, ὡς δὲ ὁ α':
 πρὸς τὸν β': ἔχει καὶ ὁ εἶ: πρὸς τὸν η': κατὰ τὴν ιη'. τοῦ ζ'. τοῦ στοιχειωτέ,
 ἀρα ὡς ἔχει τὸ ἀβ', κλάσμα πρὸς τὸ γδ', οὕτως ἔχει καὶ ὁ εἶ: ἀριθμὸς
 πρὸς τὸν η': αὐτῆς ἐπεὶ ἐσὶν ὡς ὁ γ': ἀριθμητικῆς πρὸς τὸν δ': παρονομαστῆν,
 οὕτως τὸ γδ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ὡς δὲ ὁ γ': πρὸς τὸν δ': ἔχει καὶ
 ὁ η': πρὸς τὸν ζ': κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ αὐτοῦ. ἀρα ὡς τὸ γδ', κλάσμα πρὸς
 τὴν μονάδα, οὕτως ἔχει καὶ ὁ η': πρὸς τὸν ζ': εἰ δὲ τοῦτο, ἴσαι παντὸς καὶ
 δι. ἴσου, ὡς τὸ ἀβ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, οὕτως ὁ εἶ: πρὸς τὸν ζ': ὡς
 δὲ ὁ εἶ: πρὸς τὸν ζ': ἀριθμητικῆς διηλ: πρὸς παρονομαστῆν, ἔχει καὶ τὸ εζ',
 κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, κατὰ τὴν α'. τοῦ παρόντος, τῶν ἀβ', ἀρα, εζ',
 κλασμάτων ἑκάτερον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὴν μονάδα, καὶ ἐπομένως
 ἴσα ἀλλήλοισ ἐσὶν, ὅπερ ἦν τὸ α'.



Ἐστὼ δὲ καὶ τὸ θκ', κλάσμα τῶν λμ', νξ', κλασμάτων, ὡς τὸ μὲν θκ', τῆ λμ', εἶναι κλάσμα,
 τὸ δὲ λμ', τοῦ νξ', ἀπλοῦ κλάσματος, οὐ ὁ παρονομαστῆς ξ': μονάδα παρίσῃσι, καὶ ἀνάπαλιν,
 τὸ μὲν νξ', κλάσμα ὅλου χωρὰν ἀναπληρῶν ἐπὶ τῆ λμ', κλάσματος,
 τὸ δὲ λμ', ἐπὶ τοῦ θκ', δεῖ δὴ τὸ θκ', κλάσμα τῶν λμ', νξ', κλα-
 σμάτων πρὸς ἀπλῶν κλάσμα ἀγαγεῖν. γενέσθω ἔν ἐκ μὲν τῆ θ: ἀ-
 ριθμητοῦ ἐπὶ τὸν λ: ἀριθμητικῆν ὁ π': ἐκ δὲ τοῦ κ': παρονομαστοῦ ἐπὶ
 τὸν μ': παρονομαστῆν ὁ ρ': ἐτι ἐκ μὲν τοῦ π': ἐπὶ τὸν ν': γενέσθω ὁ σ': ἐκ
 δὲ τοῦ ρ': ἐπὶ τὸν ξ': ὅτ: λέγω τὸ σ'τ', ἀπλῶν κλάσμα ἴσον εἶναι τῶ θκ', κατὰ γὰρ τὰ ἀνω-
 τέρω εἰρημέτα τὸ μὲν π'ρ, κλάσμα ἴσον ἐσὶ τῶ θκ', τούτῳ δὲ τὸ σ'τ', ὡς κατὰ τὸ α': Ἀξίω-
 μα τὸ σ'τ', κλάσμα ἴσον ἐσὶ τῶ θκ', ὅτι δὲ τὸ σ'τ', κλάσμα ἀπλῶν ἐσὶν οὕτως δειχθήσεται.
 Ἐπεὶ γὰρ ὁ κ': παρονομαστῆς ἴσός ἐσὶ τῶ λ': ἀριθμητικῆ, φανερόν ὅτι οἱ θμ', ἐφ' ἕνα ἀριθμὸν παλ-
 λαπλασιασθέντες τὸν κ': φερ' εἰπεῖν, ἢ λ': τοὺς π'ρ, πεποιθήκασιν, ὡς κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ ζ'. τοῦ
 στοιχειωτοῦ οἱ θμ', π'ρ, ἀνάλογόν ἐσὶν, ὡς ἔχει ἀρα ὁ θ': πρὸς τὸν μ': ἔχει καὶ ὁ π': πρὸς τὸν
 ρ': καὶ ἐκἀλλὰξ ὡς ὁ θ': πρὸς τὸν π': ὁ μ': πρὸς τὸν ρ': πολλαπλασιασθήτω δ' ἑκάτερος τῶν π'θ,
 ἐπὶ τὸν ν': καὶ γενέσθωσαν οἱ φχ', ἑκάτερος δὲ τῶν ρμ', ἐπὶ τὸν ξ', καὶ γενέσθωσαν οἱ ψω, κατὰ
 τὴν αὐτὴν τοίτην Πρότασιν, οἱ μὲν φχ', ἀριθμοὶ ἀνάλογόν ἐσὶ τοῖς π'θ, οἱ δὲ ψω, τοῖς ρμ',
 ἀλλ' οἱ π'θ, ἀνάλογόν ἐσὶ τοῖς ρμ', ὡς δέδεικται, ἀρα καὶ οἱ φχ', τοῖς ψω, ἀνάλογόν ἐσὶν, ὡς
 ὡς ἔχει ὁ φ': πρὸς τὸν χ': οὕτως ἔχει καὶ ὁ ψ': πρὸς τὸν ω': καὶ ἐκἀλλὰξ, ὡς ὁ φ': πρὸς τὸν ψ': ὁ χ':
 πρὸς τὸν ω': ἐπεὶ δὲ ὁ χ': πρὸς τὸν ω': ἔχει ὡςπερ καὶ ὁ θ': πρὸς τὸν ξ':
 ὡς δειχθήσεται, ἀρα καὶ ὁ φ': πρὸς τὸν ψ': ἔχει ὡς ὁ θ': πρὸς τὸν ξ': ἰ-
 δού τοίτην ὁ μὲν ψ': ἀναλογεῖ τῶ ξ': ὄηλον: τῆ μοναδῖ. ὁ γὰρ ξ': κατ'
 ἀρχὰς αἰτὶ μοναδος ὑπετέθη. ὁ δὲ φ': ἀναλογεῖ τῶ θ': ὡς ὁ μέρος
 ἐσὶν ὁ θ': ἀριθμητικῆς τοῦ ζ': παρονομαστῆ, τὸ αὐτὸ ἐσὶ καὶ ὁ φ': τοῦ ψ':
 ἀπλῶν δὲ κλάσμα ἐσὶν, οὐ παρονομαστῆς μονάς, τὸ φ'ψ', ἀρα κλάσμα ἀπλῶν ἐσὶν. ὅτι δὲ ὁ
 χ': πρὸς τὸν ω': τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅτι καὶ ὁ θ': πρὸς τὸν ξ': ὄηλον. ὁ γὰρ μ': ἴσός ἐσὶ τῶ ν':
 ὡς ὁ α': γέγονεν ἐκ τοῦ ξ': ἐπὶ τὸν ν': ἀλλὰ καὶ ὁ χ': ἐγγόνει ἐκ τοῦ θ': ἐπὶ τὸν ν': ἀρα κα-
 τὰ τὴν εἰρημέτην Πρότασιν τοῦ στοιχειωτέ, ὡς ὁ θ': πρὸς τὸν ξ': ἔχει καὶ ὁ χ': πρὸς τὸν ω':
 Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β.

Περὶ Συναψέως Κλασμάτων.
Ἔπόδειγμα Α'.

Καθάπερ μὲν ἐν τῶ Α'. ἐνθα περὶ Συναψέως τῶν ὁλοκλήρων ἀριθμῶν ὁ λόγος ἦν, ὀριζόμενοι
 τὴν Συναψιν ἐλέγομεν εἶναι συλλογὴν τελάχιστον δύο ἀριθμῶν ἐν μιᾷ ποσότητι, οὕτως δὴ κατὰ
 ἡμᾶς τὴν τῶν κλασμάτων Συναψιν συλλογὴν εἶναι τελάχιστον δύο κλασμάτων ἐν μιᾷ ποσότη-
 τητι καὶ ὡςπερ δ' ἐν ἐκείνῳ, ἔτω κατὰυθα τὰ προβαλλόμενα ἢ διδόμενα κλάσματα ὑπ' ἀκλήλα τὰ
 τεταρταῖα. ἀλλὰ καὶ πλάτος σοιχηδόν ἐφαπλοῦν. Ἐπεὶ δὲ τῶν κλασμάτων τὰ μὲν πῆς αὐτῆς ἐσὶ
 παρο-

ΙΩΑΝΝΗΝ 2006