

# Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Θ.

## Περὶ Διαίρεσεως ἀριθμοῦ εἰς μέρη ἄνισα.

Ὅπως μὲν οἷοςδιποτοῦν ἀριθμὸς ἐφ' οἷοσδιποτοῦν ἀριθμὸν μερίζεται εἰς μέρη ἴσα ἀλλήλοις τεμνόμετος, μικρὸν δὲ πρόσθεν προκρίνεται. Ἐπεὶ δὲ πολλάκις συμβαίνει ζητεῖσθαι καὶ εἰς ἄνισα διαίρειν μέρη τὸν τυχόντα ἀριθμὸν, καὶ ταῦτα ἐπὶ τῆς ἑταιρείας, ἐπόμερον ἐστὶ πάντως γὰρ εἶπεν ἡδὴ καὶ περὶ τοῦ τρόπου τῆς τοιαύτης τῶν ἀριθμῶν Διαίρεσεως. Ἰδίον δὲ ταύτης τὸ ἐκ ψευδῆς ὑποθέσεως τὸ ἀληθὲς εὐρίσκειν. τοῦτο δὲ διχῶς ἐνδέχεται γενέσθαι. ἢ γὰρ ἐκ μίας ψευδοῦς ὑποθέσεως εἰς εὐρείαν τοῦ ἀληθοῦς ἐρχόμεθα, ἢ γὰρ ἐκ δύο. Ὅτε μὲν οὖν πρόκειται τις ἀριθμὸς εἰς μέρη ἄνισα διαιρεθῆναι, ἔχοντα μόνον λόγον τινὰ πρὸς ἄλληλα, δεῖ ἅ. λαμβάνειν τοσοῦτους ἀριθμοὺς τῷ πλήθει, ὅσα καὶ τὰ ζητούμενα μέρη τοῦ προκειμένου ἀριθμοῦ, τὸν αὐτὸν ἐκείνοις ἔχοντα λόγον, εἶτα συναπτέτω τῆς εἰς ἕνα. Καὶ ὁ γενόμενος ἴσος ἢ τῷ δοθέντι, ἀνευ τινὸς Μεθόδου γένηται τὸ ἐπιταχθῆναι. οἱ γὰρ εἰς ἕτυχε ληφθέντες ἀριθμοὶ, τὰ ζητούμενα εἰσι τῷ προκειμένου ἀριθμοῦ μέρη, εἰ δὲ γὰρ μείζων ἐκείνου, ἢ ἐλάττω ἐυρεθῆναι τῇ Μεθόδῳ τῶν Τριῶν ἐπὶ τῆς προσήκει χρῆσθαι, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς ἑταιρείας. καὶ τὸ ἐκ ψευδῆς ὑποθέσεως τὸ ἀληθὲς εὐρίσκειν. Ὅσον κείσθω τὸν ἅ. ἀριθμὸν μερισθῆναι εἰς μέρη τρία, ὡς τὸ ἅ. τούτων ἔχειν  $\alpha. 182:$  πρὸς τὸ  $\beta.$  λόγον ἡμισιῶν, τὸ δὲ  $\beta.$  πρὸς τὸ  $\gamma.$  ἐπιτρίτου, τήτου δὲ κειμένου  $\beta. - 6:$  ληφθήτωσαν οἱ  $\beta. \gamma. \delta.$  ἀριθμοὶ ἀντὶ τῶν ζητούμενων μερῶν τοῦ προκειμένου ἀριθμοῦ  $\gamma. - 4:$  κατὰ τοὺς δοθέντας λόγους, ἔξεις δὲ τῆς εἰς ἕνα ἔχοντος ληφθῆ τοιοῦτος, ὡς  $\delta. - 3:$  δύνασθαι ἐν ἑαυτῷ τοιαῦτα ἔχειν μέρη οἷα τὰ τῆς ὑπεροχῆς μεταξὺ τούτου καὶ τῷ πρὸ αὐτοῦ. Ὅσον ἐπὶ τῷ παρόντος ἐπεὶ ὁ  $\beta.$  πρὸς τὸν  $\gamma.$  ἔχει λόγον ἐπιτρίτου, τῆτο  $\delta.$  εἰς ἕνα ὅλον ἐν ἑαυτῷ ἔχει τὸν  $\gamma.$  καὶ προσέτι τρίτον αὐτῷ μέρος, προσήκει ἀντὶ τρίτου λαμβάνειν ἀριθμὸν τινὰ δυνάμενον γὰρ παρῶν ἐπὶ τὸν  $\delta:$  διαίρεσθαι. Τούτου γὰρ τοιοῦτος ὄντος δυνατὸν καὶ τοὺς ἄλλους εὐχερῶς εὐρεῖν. προσκειμένου γὰρ αὐτῷ τοῦ  $\gamma.$  μέρος, γενήσεται ὁ  $\beta.$  κακείνου τοῦ ἡμισιῶν προσιδεμένου ὁ  $\alpha.$  πληρωθήσεται. Εἶτα συναφθήτωσαν οἱ ληφθέντες  $\beta. \gamma. \delta.$  ἀριθμοὶ, καὶ ἐπεὶ ὁ γενόμενος ἐλάττω ἐστὶ τοῦ δοθέντος ἅ. ἀριθμοῦ γενέσθω τριπλῆ Μεθόδος τῶν Τριῶν, ἔχουσα  $\alpha. 182:$  πρὸς τὸν  $\beta. 6:$  τὸν  $\alpha.$  καὶ  $\gamma. 4:$  ἕκασον τῶν  $\beta. \gamma. \delta.$  Εἰρήσεται γὰρ προσήκοντως, εἰ ὁ  $13:$  ἐληφται ἀντὶ τοῦ  $182:$  ὁ  $\epsilon. 13 - 182$   $\left\{ \begin{array}{l} \beta. 6: - \zeta. 84: \\ \gamma. 4: - \eta. 56: \\ \delta. 3: - \theta. 42: \end{array} \right.$  μὲν  $\delta:$  ἀντὶ τίνος ἐληφθη, ἀντὶ τίνος δὲ ὁ  $4:$  καὶ ἀντὶ τίνος ὁ  $3:$  πράξεως δὲ γενομένης, κατὰ τὰ παραδοθέντα, εὐρεθήσεται ὁ  $\beta:$  ἀντὶ τοῦ  $\zeta:$  λαμβανόμενος. ὁ δὲ  $\gamma:$  ἀντὶ τοῦ  $\eta:$  καὶ ὁ  $\delta:$  ἀντὶ τοῦ  $\theta:$  εἰς ὧν ὅλον τοῦ χάριν τῇ Μεθόδῳ ταύτῃ ὡς ἰδίον τὸ ἐκ ψευδῆς ὑποθέσεως τὸ ἀληθὲς εὐρίσκειν ἀποδίδεται. Εἰδέσοι βελκτὸν γινῶναι ἴαν γὰρ ἀνευ ἀπάτης τινὸς ἢ πράξεως γένηται, συναπτέτω τῆς  $\zeta. \eta. \theta.$  εἰς ἕνα ἀριθμὸν, καὶ ὁ γενόμενος ἴσος ἢ τῷ ἅ, ὕψης εἴηκεθεν καὶ ἢ πράξις ἔσαι. Ὅν γὰρ λόγον ἔχει ὁ  $\epsilon:$  πρὸς τὸν  $\alpha:$  τὸν αὐτὸν πάντως ἔχει, καὶ ὁ μὲν  $\beta:$  πρὸς τὸν  $\zeta:$  ὁ δὲ  $\gamma:$  πρὸς τὸν  $\eta:$  καὶ ὁ  $\delta:$  πρὸς τὸν  $\theta:$  καὶ τὸν τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν κανόνα. κατὰ δὲ τὸν  $13.$  ὄρον τοῦ  $\epsilon.$  Εὐκλ. καὶ ἐναλλάξ ἔσαι, ὡς ὁ  $\epsilon:$  πρὸς ἕκασον τῶν  $\beta. \gamma. \delta.$  ἔσται καὶ ὁ  $\alpha:$  πρὸς ἕκασον τῶν  $\zeta. \eta. \theta.$  Ὡσπερ ἂν οἱ  $\beta. \gamma. \delta.$  συναπτόμενοι ποιῶσι τὸν  $\epsilon:$  οὕτω καὶ οἱ  $\zeta. \eta. \theta.$  ποιῶσι τὸν  $\alpha:$

### Β.

Τρεῖς συγκάπηλοι ἐκέρδησαν ἀργύρια 100: καὶ ζητοῦσι ταῦτα διελεῖν εἰς μέρη τρία ἔχοντα πρὸς ἄλληλα ὡς ἔχουσιν οἱ  $\alpha. \beta. \gamma.$  ἀριθμοὶ, καὶ τῷ μὲν  $\alpha.$  δοθῆναι τὸ μείζον μέρος, τῷ  $\beta.$  δὲ τὸ ἐλάττω του  $\alpha.$  καὶ τῷ  $\gamma.$  τὸ ἐλάττω του  $\beta.$

Εἰς λύσιν τούτου συναφθήτωσαν οἱ  $\alpha. \beta. \gamma.$  ἀριθμοὶ, καὶ ὁ γενόμενος  $\delta.$  ληφθήτω ἀντὶ τοῦ  $\alpha.$  ὄρου. λαμβανόμενου δὲ καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀργυρίων, δηλον. τοῦ 100: ἀντὶ τῷ  $\beta.$  καὶ ἀντὶ τῷ  $\gamma.$  ἕκασου τῶν  $\alpha. \beta. \gamma.$  γενέσθω τριπλῆ Μεθόδος τῶν Τριῶν, καὶ δοθήσεται τῷ μὲν  $\alpha.$  44: καὶ  $\frac{1}{8}$  ἢτοι  $\frac{1}{8}$ : τῷ δὲ  $\beta.$  33:  $\frac{1}{8}$ : ἢτοι  $\frac{1}{8}$ : τῷ δὲ  $\gamma.$  22:  $\frac{1}{8}$ : δηλ.  $\frac{1}{8}$ : ὁ Λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρω σαφῆς.

### Γ.

Συντραπεζῖται τρεῖς ἐκέρδησαν ἀργύρια 120: καὶ ζητοῦσι ταῦτα διελεῖν εἰς μέρη τρία ἔχοντα λόγον

Ε.Υ.Δ. ΤΗΣ ΕΤ. Π.  
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

γον ὃν οἱ ε' ζ' η' πρὸς ἀλλήλους ἔχουσιν ἀριθμοὶ. ζητεῖ δ' ὁ α'. λαβεῖν πρὸς τῷ ἀνήκοντι αὐτῷ μέρει, ἀργύρια ἐτι 8: ὁ δὲ β'. 6: καὶ ὁ γ'. 4:

Τῇ αὐτῇ πάντως γε Μεθόδῳ λυθήσεται καὶ τοῦτο τὸ πρόβλημα. Δεῖ δὲ ἅ. ἀφελεῖν ἀπὸ τῶ ἀριθμῶ τῶν ἀργυρίων ὅσα ἕκαστος τῶν τριῶν ζητεῖ ὡς προσθήκην τοῦ ἀνήκοντος αὐτῷ μέρος. Εἶτα συναπτὴν τὰς ε' ζ' η' ἀριθμῶς εἰς ἓνα, ὡς ἑρᾶς, καὶ τὰ λοιπὰ τῆς Μεθόδου ποιῶν ὡς καὶ ἐπὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ. Τῶν γὰρ ὑφ' ἑκάστου παρὰ τὸ ἀνήκον αὐτῷ μέρος ζητούμενων ἀπὸ τῶ ὅλου αφαιρουμένων τὸ ἐναπολειπόμενον κατὰ τὴν δοθεῖσαν ἀκριβῶς μερισθήσεται ἀναλογίαι.

Δ.

Δύο συνέμποροι ἐκέρδησαν ἀργ: 300: καὶ ζητοῦσι ταῦτα διαιρεθῆναι εἰς μέρη δύο ἔχοντα πρὸς ἀλλήλα λόγον, ὃν καὶ οἱ θ' κ' πρὸς ἀλλήλους ἔχουσιν ἀριθμοὶ. Ἀλλ' ὁ μὲν τὸ μείζον ζητῶν μέρος ἐδαπάνησεν ἐκ τῶν ἰδίων χάριν τῶν πρὸς ἐκάτερον ἐφοδίων ἀργ: 12: ὁ δὲ τὸ ἔλατον οἰκειούμενος ἔλαβεν ἐκ τοῦ κοινῆ κέρδους πρὸς ἰδίαν χρεῖαν, ἀργ: 18: ὡς προσήκει τῷ μὲν α'. δοθῆναι τὸ ἀνήκον αὐτῷ μέρος καὶ πρὸς τούτῳ ἐτι ἀργ: 12: ἀπὸ δὲ τοῦ ἀνήκοντος τῷ β'. αφαιρεθῆναι ἀργ: 18.

Εἰς λύσιν δὲ καὶ τοῦ τοιούτου προβλήματος αφαιρετικῶν μὲν ἀπὸ τοῦ κέρδους ἀργ: 42: ἅτινα ὁ α' πρὸς τὰ κοινὰ ἐφοδία ἐκ τῶν ἰδίων καταδάπησεν, καὶ ἐναπολειφθήσονται ἀργύρια, 288: τούτοις δὲ προσεθήτωσαν οκτωκαίδεκα, ὅσα διπλοῦ: ὁ β'. ὀφείλει αποδοῦναι εἰς ἀναπλήρωσιν τοῦ ὅλου κέρδους, καὶ γενήσονται ἀργ: 306: Τούτων δ' οὕτω γενομένων συναφθήτωσαν οἱ θ' κ': ἀριθμοὶ καὶ ὁ

γενόμενος λ': ἐν τῇ α'. τῶν ὄρων τετάχθω χάριν, τοῦ δὲ 306: ἀριθμοῦ τῶν ἀργυρίων τὴν β'. λαχόντος τάξιν, καὶ ἐκατέρου τῶν θ' κ', τὴν γ'. γενέσθω διπλὴ Μέθοδος τῶν Τριῶν, καὶ δοθήσονται τῷ μὲν α'. ἀργ: 188: καὶ  $\frac{4}{11}$ : τῷ δὲ β'. 117: καὶ  $\frac{2}{11}$ : Ἐπεὶ δὲ ὁ μὲν α'. ζητεῖ προσέτι ἀργ: 12: ἅτινα ἀφηρέθησαν τῷ κέρδους, ὁ δὲ β'. ὀφείλει αποδοῦναι 18: ἅ καὶ προσετέθησαν τῷ ἐναπολειφθέντι, τότε χάριν προσήκει ἐτι τῷ μὲν τῷ α'. μέρει προσεθῆναι ἀργύρια 12: ὡς γενέσθαι τὸ ὅλον 200: καὶ  $\frac{4}{11}$ : ἀπὸ δὲ τοῦ μέρους τοῦ β'. αφαιρεθῆναι ἀργ: 18: οὗ γενομένου ἐναπολειφθήσονται ἀργ: 99: καὶ  $\frac{2}{11}$ : Συναψίως δὲ γενομένης, εἴαν ἡ πράξις ὑγιής ἢ, ὁ ἐξ ἀμφοῖν ἴσος ἔσαι τῷ τῷ κέρδους ἀριθμῶ, δηλ: τῷ 300: ὁ μὲν γὰρ 306: ἀριθμῶς, ὅς καὶ τὴν β'. τῶν ὄρων ἐπέχει χώραν γίνεται ἐξ ἀμφοῖν τοῦτε 188:  $\frac{4}{11}$ : καὶ τοῦ 117:  $\frac{2}{11}$ : ἐπεὶ δὲ ὁ μὲν 200:  $\frac{4}{11}$ : ὑπερέχει τῷ 188:  $\frac{4}{11}$ : ἀργυρίοις 12: ὁ δὲ 99:  $\frac{2}{11}$ : ἔλαττάται τῷ 117:  $\frac{2}{11}$ : ἀργυρίοις 18: Φανερόν ὅτι οἱ δύο οὗτοι ἀριθμοὶ τῶν 300: ποιήσουσι, εἰς ἓνα συναπτόμενοι ἀριθμῶ. ὁ γὰρ 18: ἀργυρίοις 6: τὸν 12: ὑπερέχει, ὡπερ καὶ ὁ 306: τὸν 300.

θ: 8:				
κ: $\frac{5}{13}$ :				
λ: 13:	λ: 13 — 306:			
		θ: 8: — 188: $\frac{4}{11}$ :		
		κ: 5: — 117: $\frac{2}{11}$ :		
κέρδ:				
300:	188: $\frac{4}{11}$ :	117: $\frac{2}{11}$ :	200: $\frac{4}{11}$ :	
12	12: $\frac{4}{11}$ :	18:	99: $\frac{2}{11}$ :	
288:	200: $\frac{4}{11}$ :	99: $\frac{2}{11}$ :	300:	
18				
306				

Ε.

Τρεῖς αὐθις συνέμποροι κερδήσαντες ἀργ: ἰκανῆς ποσότητος δίνειμαν ταῦτα πρὸς ἀλλήλους, καθ' ἣν συνεφώνησαν ἀναλογίαν, καὶ τούτων μὲν ἕκαστος ἔλαβε τὸ ἀνήκον αὐτῷ μέρος. ἀγνοεῖται δὲ ἡ τῶ ὅλου ποσότης, εἰ ἔν ὁ α': οὔτε μὲν ὁ β'. τὴν τῶ ἰδίου μέρους ἐμφαίνει ποσότητα, πλην ὁ μὲν β'. φησὶν εἰληφῆναι τὸ γ'. τῶν τοῦ α'. ὁ δὲ γ'. τὸ ἡμισυ τῶν τῶ β'. καὶ α'. καὶ γεγονέναι τὴν τῶ ἰδίῳ μέρους ποσότητα ἀργυρίων 60: Ζητεῖται δ' ἡ ποσότης τοῦ τῶ ὅλου κέρδους, καὶ τοῦ μέρους ἐκατέρου τῶ α'. φημί καὶ β'.

Καὶ ἐπὶ τούτου ληφθήτω ἀντὶ τῶ μέρους τοῦ α'. ἀριθμῶς τις εἰς τρία διαιρούμενος, οἷος ὁ α': ὁ γ'. μέρος ὁ β': ἀντὶ τῶ μέρους τῶ δευτέρου λαμβανόμενος. Τῶτων δὲ συναπτομένων ἀλλήλοις γενήσεται ὁ γ': σὺ ληφθήτω τὸ ἡμισυ, καὶ ἔσω ὁ δ': ἀντὶ τοῦ μέρους τῶ γ'. ὑποτιθέμενος. Εἶτα γενέσθω διπλὴ Μέθοδος τῶν Τριῶν. ἔχουσα α'. ἔρον τὸν δ'. β'. τὸν τῶ κέρδους τῶ γ'. δηλ: τὸν 60: καὶ γ'. ἕκατέρον τῶν α' β': καὶ εὔρεθήσεται τὸ τῶ α'. μέρος ἀργυρίων εἶναι 90: τὸ δὲ τῶ β'. 30: κατὰ γὰρ τὸν τῆς Μεθόδου κανόνα, ὃν λόγον ἔχει ὁ α' τῶν ὄρων πρὸς τὸν β'. τὸν αὐτὸν πάντως ἔξει, καὶ ὁ γ'. πρὸς τὸν δ'. καὶ ἐναλλάξ. ὃν ἔχει λόγον ὁ α' πρὸς

α: 9:			
β: 3:	δ: 6: — 60:		
γ: 12:		α: 9: — 90:	
δ: 6:		β: 3: — 30:	
		γ: 60:	
		δ: 180:	

πρὸς ἑκάτερον τῶν τῆν γ'. λαχόντων τάξιν, τὸν αὐτὸν ἔξει καὶ ὁ δεύτερος πρὸς ἑκάτερον τῶν εὐρεθέντων, ὡς περὶ ὁ ἐκεῖτος ὑποδιπλασίος ἐστὶ τοῦ γ'. τοῦ ἕκτε τῶ α': καὶ β': γενομένη, οὕτω καὶ οὗτος ὑποδιπλασίος ἐστὶν τῶ ἐκ τῶν εὐρεθέντων. Τούτων δ' οὕτω γενομένων συσφθίτωσαν οἱ δύο εὐρεθέντες ἀριθμοὶ τῶ τῆ γ'. δηλ. τῶ βο: καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν τοῦ ὅλου κέρδης ἔσαι παρασατικός.

Περὶ τῶ β'. Τρόπος τῆς αὐτῆς Μεθόδου.

Περὶ μὲν ἐν τοῦ τρίπου τῶ ἐκ μίας ψευδοῦς ὑποθέσεως τὸ ἀληθὲς εὐρίσκειν ἰκανά πως καὶ ταῦτα. Ὅπως δὲ καὶ ἐκ δύο ψευδῶν ὑποθέσεων τῆτ' αὐτὸ οἶόντε γενέσθαι, ῥητέον ἤδη. τριχῶς ἐν τῆν πράξιν γενέσθαι ἐνδέχεται. ἢ γὰρ ἑκάτερα τῶν ληφθισομένων ψευδῶν ὑποθέσεων ἐλάττων ἔσαι τῶ ἀληθῆς, ἢ μείζον ἑκάτερα, ἢ γὰρ ἢ μὲν μείζων ἢ δ' ἐλάττων, ὅθεν καὶ ὁ τρόπος οὗτος δυσχερέστερος ἂν εἴη, ἢ ὁ τοῦ διὰ μίας ὑποθέσεως τὸ αὐτὸ ποιῆν. Οὐ χάριν διὰ τὸ εὐχερέστερον προκείμεσθωσαν τὰ παρόντα Λημμάτια.

Λήμμα Α'

Εἰ ἂν ὡς δύο ἀριθμοὶ δυσὶν ἀριθμοῖς ἀνάλογον· καὶ οἱ ἐλάττορες τῶν μείζονων ἀφαιρεθῶσι, οἱ ἐναπολειφθέντες ἀνάλογον ἔσονται τοῖς ἀφαιρεθεῖσι. Κείσθωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ α' β': δυσὶν ἀριθμοῖς ἀνάλογον τοῖς γ' δ': καὶ ἀφαιρουμένων τῶν γ' δ': ἐλαττόνων ἀπὸ τῶν μείζονων α: 12: β: 9: α' β': ἐναπολειφθήτωσαν οἱ ε' ζ': λέγω δὴ τοὺς ε' ζ': ἀριθμὸς ἀνάλογον εἶναι τοῖς γ: 8: δ: 6: γ' δ': κατὰ γὰρ τῆν εἰδ'. τῶ ε'. τῶ Στοιχ: εἰ ἂν ἢ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθῶσι πρὸς ἀφαιρεθῶσι, ἔσαι καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, λαμβανόμενου δὲ τοῦ α': πρὸς τὸν β': ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, τῶ δὲ γ': πρὸς τὸ δ': ὡς ἀφαιρεθῶσι πρὸς ἀφαιρεθῶσι, ἔσαι καὶ ὁ λοιπὸς ε': πρὸς τὸν λοιπὸν ζ': ὡς ὁ α': πρὸς τὸν β': ὡς δὲ ὁ α': πρὸς τὸν β': ἔσαι καὶ ὁ γ': πρὸς τὸν δ': κατὰ τῆν ὑπόθεσιν, ἄρα οἱ ε' ζ': ἀνάλογον ἐστὶ τοῖς γ' δ': Εἰ ἂν ἄρα ὡς δύο ἀριθμοὶ δυσὶν ἀριθμοῖς ἀνάλογον, καὶ οἱ ἐλάττορες τῶν μείζονων κατ.

Β'

Εἰ ἂν δύο ἀριθμοὶ ἐπὶ τὸν αὐτὸν πολλαπλασιασθῶσιν ἀριθμὸν, καὶ τῶν ἐξαχθέντων ὁ ἐλάττων ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρεθῆ, ἐναπολειφθήσεται ἀριθμὸς ἴσος τῶ γινόμενῳ ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ πολλαπλασιασθέντος ἀριθμοῦ ἐπὶ τὴν διαφορὰν τῶν πολλαπλασιασθέντων.

Κείσθωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ β' γ': ὧν διαφορὰ ὁ δ': καὶ πολλαπλασιασθήτωσαν ἑκάτερος ἐπὶ τὸν α', καὶ γενέσθωσαν ἐξ αὐτῶν οἱ ε' ζ': τούτων δ' ὁ ἐλάττων ε': ἀφαιρήσθω ἀπὸ τοῦ ζ': μείζονος, καὶ ἐναπολειφθήτω ὁ ἦ: εἴτα πολλαπλασιασθήτω ὁ α': ἐπὶ τὸν δ': καὶ γενέσθω ὁ θ'. λέγω δὴ τὸν ἦ: ἴσον εἶναι τῶ θ': Δ'. οἱ ε'. καὶ β'. συναπτόμενοι ἀριθμοὶ, ποιῶσι τὸν γ': ἀλλ' ὁ α': τὸν μὲν β': πολλαπλασιάσας, τὸν ε': πεποιήκε τὸν δὲ γ': τὸν ζ': καὶ τὸν δ': τὸν θ': φανερόν τοίνυν ὅτι γὰρ καὶ οἱ ε' θ': συναπτόμενοι ποιῶσι τὸν ζ': καὶ γὰρ τῆν εἰδ'. τῶ ζ'. τῶ Στοιχ: τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν οἱ β' γ' δ': ἀριθμοὶ τοῖς ε' ζ' θ'. Ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ ε': ἀφαιρεθείς ἀπὸ τοῦ ζ': ἐναπέλειπε τὸν ἦ: οἱ ε': καὶ ἦ: πάντως συναπτόμενοι, ποιήσουςι καὶ αὐτοὶ τὸν ζ': ὡς οἱ ε': καὶ θ': ἴσοι εἶσι τοῖς ε': καὶ ἦ: κοινῶ δὲ ἀφαιρεμένου τοῦ ε': ἐναπολείπεται ὁ ἦ: ἴσος τῶ θ': ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Εἰ ἂν ἄρα δύο ἀριθμοὶ ἐπὶ τὸν αὐτὸν πολλαπλασιασθῶσιν ἀριθμὸν κατ.

Γ'

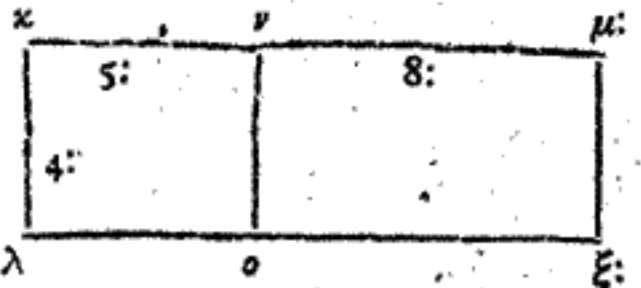
Εἰ ἂν ἀριθμὸς δύο τινὲς ἀριθμὸς πολλαπλασιάσῃ, καὶ τῶν γενομένων εἰς ἓνα συσφθίτων ἀριθμὸν, ὁ ἐκ τῶν δύο τῆτων συγκείμενος μερισθῆ ἐπὶ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν ἡδη πολλαπλασιασθέντων, τὸ πηλίκον ἔσαι ἀριθμὸς, ἴσος τῶ πολλαπλασιασθέντι.

Ἐστω ἀριθμὸς ὁ α': καὶ πολλαπλασιάσων τοὺς β' γ': ποιείτω ἐξ αὐτῶν τῶς δ' ε': οἵτινες συναπτόμενοι ἀλλήλοις ποιείτωσαν τὸν ζ': συναπτόμενοι δὲ ἀλλήλοις καὶ οἱ β' γ': ποιήτωσαν τὸν ἦ. Εἴτα μερισθήτω ὁ ζ': ἐπὶ τὸν ἦ: καὶ ἔστω πηλίκον ὁ θ'. λέγω δὴ τὸν θ': ἴσον εἶναι τῶ α'. Κείσθω γὰρ ἡ κ' λ': γραμμὴ ἀπὸ τοῦ α'. ἢ δὲ κ' μ': ἀπὸ τοῦ ἦ: συγκείμενη ἐκ τῶν κ' ν': ν' μ': ὧν ἡ μὲν κ' ν': τῶ γ': ἀναλογεῖ ἀριθμῶν, ἢ δὲ ν' μ': τῶ β': καὶ ἀναπεπληρώσθω τὸ κ' ξ': ὀρθογώνιον. παράλληλος δὲ τῆ κ' λ': ἢ μ' ξ': ἢ χθῶ ἢ ν' ε'. Δ: τὸ μὲν κ' ο' ὀρθογώνιον ἀναλογεῖ πάντως τῶ ε' ἀριθμῶ· ὅτι γίνεται ἐκ τῆς κ' ν': ἐπὶ τῆν κ' λ': πολλαπλασιαζομένης, ὡς περὶ καὶ ὁ ε': ἐκ τοῦ γ': ἐπὶ τὸν α': τὸ δὲ ν' ξ': ἀναλογεῖ

	α:	4:
	β:	8:
	γ:	5:
	δ:	32:
	ε:	20:
	ζ:	32:
	η:	8:
	θ:	32:
	ι:	20:
	κ:	52:
	λ:	00:
	μ:	13:
	ν:	4:

Ε.Υ.Δ τῆς Κ.Τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τῷ δ: ὅτι γίνεται ἐκ τῆς ν' μ': ἐπὶ τὴν ν' ο': ὡσπερ καὶ  
 ὁ δ: ἐκ τῶ β': ἐπὶ τὸν α': ἐπεὶ δὲ τὸ κ' ξ': σύγκειται ἐκ τῶ  
 κ' ο': ὁ μ': ἀναλογεῖ πάντως τῷ ζ': τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν  
 ε' καὶ δ': ἀλλὰ καὶ ἡ κ' μ': σύγκειται ἐκ τῶν κ' ν': ν' μ': ἀναλο-  
 γει ἄρα καὶ αὐτὴ τῷ ν': τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν γ' β': ἐπεὶ  
 δ' αὐτὴ τὸ κ' ξ': μεριζόμενον ἐπὶ τὴν κ' μ': πλευρὰν δίδω-  
 σι πηλίκον τὴν ἑτέραν αὐτοῦ πλευρὰν, κ' λ': πάντως γε  
 καὶ ὁ ζ': ἀριθμὸς μερισθεὶς ἐπὶ τὸν κ' δώσει πηλίκον ἴσους  
 τῷ α': ὅπερ ἦν τὸ ὑποχέθειν. Ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς δύο τινὰς ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσῃ, καὶ τῶν γε-  
 νομένων εἰς ἕνα συναφθῆτω ἀριθμὸν, ὁ ἐκ τῶν δύο κατ.



Τ' πῶδειγμα.

Τούτων ἦν ἡδὴ προβλεφθέντων, κείσθω ὁ α': ἀριθμὸς μερισθισόμενος εἰς μέρη τρία λόγον ἔχοντα  
 πρὸς ἀλλήλα, ὅς οἱ β' γ' δ': ἀριθμοὶ καὶ ληφθῆτωσαν δύο ψευδεῖς ὑποθέσεις ὡσεὶ ἑκατέραν ἀναλο-  
 γεῖν τῷ α'. τῶ α' μέρει. Τῆτο δὲ γενήσεται ἐὰν ὁ β': ἀριθμὸς ἐπὶ δύο τινὰς διαφορὰς εἶδος πολλα-  
 πλασιασθῇ ἀριθμοὺς, Πολλαπλασιασθῆτω δὴ ἐπὶ τὸν η' καὶ θ': καὶ γενήσονται οἱ ε' καὶ ζ': ἀπὸ τῶν  
 δύο ψευδῶν ὑποθέσεων τῶν ἡδὴ εἰς λύσιν ληφθισομένων τῶ ὑπο-  
 θέσματος, ὅτι ἂν ἑκάτερος τῶν ε' καὶ ζ': ἐλάττων ἐστὶ τῷ ἀληθῆς,  
 δῆλον, ἑκάτερος γὰρ ἀπὸ τῶ πρώτου ὑπετέθη μέρος. πολλα-  
 πλασιασθέντων δὲ καὶ τῶν γ' καὶ δ': ἀριθμῶν ἐπὶ τοὺς αὐτοὺς ἀ-  
 ριθμοὺς χωρὶς, ἐφ' ἧς καὶ ὁ β': τῶν γενομένων ἑκάτερος μὲν τῶν  
 κ' καὶ μ': τῷ β'. ἀναλογησεί μέρει. ἑκάτερος δὲ τῶν λ' καὶ ν': τῷ  
 γ'. Συναπτομένων δὲ τῶν ε' καὶ λ': εἰς ἕνα τὸν ξ': καὶ τῶν ζ' μ' ν': εἰς τὸν π': ἑκάτερος τῶν ξ' καὶ π':  
 ἐλάττων ἐστὶ τῷ α'. Ὡσπερ ἦν ἐλάττων ἐστὶ, τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ, ἢ τῷ καὶ τὸ μέρος τῷ μέρει.

α:	182:	β:	6:	β:	6:
β:	6:	κ:	3:	δ:	4:
γ:	4:	ε:	18:	ζ:	24:
δ:	3:	κ:	12:	μ:	16:
		λ:	9:	ν:	12:
		ξ:	39:	π:	52:

Τῆτο δὴ τὸν τρόπον εὐρίσκειν ἔχομεν τὰς ψευδεῖς ὑποθέσεις, ἐάντε ἄμφω μείζους ὡσεὶ τῷ ἀλη-  
 θῆς, ἢ ἄντε ἢ μὲν μείζων, ἢ δ' ἐλάττων. Εἰλημμένων δὲ τῶν ε' καὶ ζ': ψευδῶν ὑποθέσεων τῆτο τὸν  
 τρόπον, ἀφηρήσθω ἀπὸ τοῦ α': ἑκάτερος τῶν ξ':  
 καὶ π': καὶ ἐναπολειφθήσονται οἱ σ' τ': Καλεῖσθωσαν  
 δ' οὗτοι, διὰ τὸ συντομώτερον, ἢ γὰρ εὐχερέστερον  
 ἀπάται τῶν γενομένων. Εἴτα πολλαπλασιασθῆ-  
 τωσαν αἱ τῶν γινομένων ἀπάται, κατὰ χιασμόν,  
 ἐπὶ τὰς εἰλημμένας ὑποθέσεις. δηλ: ὁ μὲν τ': ἐπὶ  
 τὸν ε': ὁ δὲ σ': ἐπὶ τὸν ζ': καὶ γενήσονται οἱ χ' ψ':  
 Τούτων δ' ἀφηρήσθω ὁ ἐλάττων ἀπὸ τοῦ μείζονος,  
 καὶ ἐναπολειφθήσεται ὁ ω': ἀφαιρεθῆτω δ' ἐτι καὶ ἡ  
 ἐλάττων ἀπάτη τῶν γινομένων ἀπὸ τῆς μείζονος.  
 δηλ: ὁ τ': ἀπὸ τοῦ σ': καὶ ἐναπολειφθήσεται ὁ λ':  
 ἐφ' ὃν μερισθῆτω ὁ ω': καὶ ἔσῳ πηλίκον ὁ ζ': Λέγω  
 δὴ τῆτον εἶναι ἴσους τῷ α'. μέρει τῶ α'. ἀναλογη-  
 νει τῷ β': ἀριθμῷ, οὗτινος εὐρεθῆτω ἐὰν γένη-  
 ται διὰ τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν ὡς ὁ β': πρὸς τὸν  
 ζ': ἢ τῶς ἑκάτερος τῶν γ' δ': πρὸς ἄλλον τινὰ, εὐ-  
 ρεθῆσεται καὶ τὸ β'. καὶ γ'. μέρος τοῦ α': ὡν τὸ μὲν  
 ἀναλογησεί τῷ γ': τὸ δὲ τῷ δ':. Εἰς ἐμπέδωσιν  
 τούτου ὑποκείσθω, καὶ τὸ α'. μέρος τοῦ α': ὡς ἐγγραφμένον, καὶ ἄγνωστον ἐστὶ, καὶ ἔσῳ τούτο ὁ ρ':  
 ἀριθμὸς, ἀφ' οὗ ἀφηρήσθωσαν ἑκάτερος τῶν ε' καὶ ζ': καὶ ἐναπολειφθήτωσαν οἱ υ' καὶ φ': καὶ οὗτοι προ-  
 σαγορευθήσωσαν ἀπάται τῶν ὑποθέσεων.



σ:	143:	ψ:	3432:	}	γ:	4: — 56:	
τ:	130:	χ:	2340:		δ:	3: — 42:	
Α:	13:	ω:	1092:	}	β:	6: — 84:	
		Α:	13:		}		
			0052:				
			00				
		Ζ:	84:				

Δείκνυται.

Ἐπεὶ οἱ β' γ' δ': ἀριθμοὶ ἐπὶ τοὺς αὐτοὺς ἐπολλαπλασιάσθησαν ἀριθμοὺς, καὶ γεγονῶσιν ἐξ αὐτῶν οἱ  
 ε' λ': καὶ ζ' μ' ν', πάντως γε καὶ τὴν ιζ. τῶ Στοιχειωτῆ οἱ ε' λ': καὶ ζ' μ' ν'. ἀνάλογόν εἰσι τοῖς β' γ' δ':  
 Οὗτοι δὲ ἀναλογοῦσι τοῖς ζητούμενοις τρισὶν τοῦ α' μέρεισιν, ἄρα καὶ οἱ ε' λ': ζ' μ' ν': ἀνάλογόν εἰ-  
 σι καὶ τοῖς ζητούμενοις τοῦ α' μέρεισιν, ἐπεὶ ὁ αὐτὸς ἑκάτερος τῶν ε' καὶ ζ': εἰληπται ἀπὸ τοῦ α' μέρ-  
 ρος τοῦ α' ἀφαιρήσας τοῖσιν καὶ ἑκάτερος μὲν τῶν κ' μ': ἀναλογεῖ τῷ β'. ἑκάτερος δὲ τῶν λ' ν':  
 τῷ γ'. συναφθῆτω δὲ τῶν ε' λ': καὶ ζ' μ' ν': εἰς ἕνα χωρὶς, ἐπεὶ γεγονῶσιν οἱ ξ' π': ἑκάτερος δὴ  
 πηλίκον

πυθιν τέτων ἀναλογεῖ τῶ α: κ' ἐπομένως ὡς ὁ α: πρὸς τὸν ρ: οὕτω καὶ ὁ μὲν ξ': πρὸς τὸν ε: ὁ δὲ π': πρὸς τὸν ζ': ἀφαιρεθέντων δὲ τῶν μὲν ε' ζ': ἀπὸ τῶ ρ: τῶν δὲ ξ': κ' π': ἀπὸ τῶ α: ἐπεὶ ἐναπολείφθησαν οἱ ὑ φ: κ' σ' τ': πάντως γε, κατὰ τὸ α: Δῆγμα οἱ μὲν υ: κ' σ': ἀνάλογόν εἰσι τοῖς ε: κ' ξ': οἱ δὲ φ' τ': τοῖς ζ' π': ἀλλ' οἵτε ζ' π': κ' ε' ξ': ἀνάλογόν εἰσι τοῖς ρά: ὡς δέδειχται, ἀρα καὶ τὴν ιά: τοῦ ε: τῶ Στοιχειωτῶ οἱ υ' σ': φ' τ': ἀνάλογόν εἰσι τοῖς τε ρά: κ' ἀλλήλοισ, ὡσε κατὰ τὴν ιθ'. τοῦ ζ'. τῶ αὐτῶ, ἐὰν ὁ τ': ἐπὶ τὸν υ: πολλαπλασιασθῇ, κ' ὁ σ': ἐπὶ τὸν φ: ὁ αὐτὸς γενήσεται ἀριθμὸς.

Γενομένης δὲ τῆς πράξεως γραφήτω οὗτος ἑκατέρωθεν ἐφεξῆς τῶν υ: καὶ φ: ἐνθα τὸ β': κ' γ': γραφήτω δ' ἐτι κ' ὁ ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τῶ τ': ἐπὶ τὸν ε: δηλ: ὁ χ': κατὰ τὰ πλάγια τῶ ε: ὁ δ' ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ σ': ἐπὶ τὸν ζ': ὅς ἐστιν ὁ ψ': κατὰ τὰ πλάγια τῶ ζ': Ἐπεὶ δὲ πάλιν οἱ ε' υ: ὁμοῦ λαμβανόμενοι ἴσοι εἰσι τῶ ρ: πάντως γε ἐὰν ὁ τ': ἐπὶ τὸν ρ: πολλαπλασιασθῇ γενήσεται ἀριθμὸς ἴσος τοῖς χ': καὶ β': διὰ τὰ τοιαῦτα δὴ ἐὰν καὶ ὁ σ': ἐπὶ τὸν αὐτὸν ρ: πολλαπλασιασθῇ γενήσεται ἀριθμὸς ἴσος τοῖς ψ: κ' γ': οἱ γὰρ ζ' φ: ὁμοῦ λαμβανόμενοι ἴσοι εἰσι τῶ ρ: ὡσε καὶ οἱ χ' β': ἀφαιρεθῶσι ἀπὸ τῶ ψ' γ': ὁ αὐτὸς ἐναπολείφθησεται ἀριθμὸς, ὅς τις ἐναπολείφθησεται ἂν, εἴγε ὁ ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τῶ τ': ἐπὶ τὸν ρ: ἀφαιρεθῇ, ἀπὸ τοῦ γενομένου διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ σ': ἐπὶ τὸν αὐτὸν ρ: ἐπεὶ δὲ ὁ β': ἴσος ἐστὶ τῶ γ': τὸ αὐτὸ δὴ πύθιν γενήσεται, καὶ ὁ χ': μόνος ἀπὸ τῶ ψ: ἀφαιρεθῇ. ἀφαιρουμένη δὲ τῶ χ' ἀπὸ τῶ ψ: ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ ω: ὁ αὐτὸς ἀρα ὁ ω: ἐστὶν ὁ ἐναπολείπόμενος καὶ ὁ ἐκ τῶ τ': ἐπὶ τὸν ρ: ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ γενομένου ἐκ τοῦ σ': ἐπὶ τὸν ρ: διαφορὰ δὲ τῶν τ': καὶ σ': ἐστὶν ὁ Α': ἀρα κατὰ τὸ δεύτερον Δῆγμα. Ἐὰν ὁ ρ: ἐπὶ τὸν Α': πολλαπλασιασθῇ, γενήσεται ἀριθμὸς ἴσος τῶ ω: Ἐπεὶ δὲ τελευταῖον ὁ ρ: ἀγνωστὸς ἐστὶν, ὁ δὲ ω: ἐγνωσμένος, ὀφείλον ὅτι μεριζομένου τῶ ω: ἐπὶ τὸν Α': πηλίκον εἶσαι ὁ ρ: ὅς ἦν ὁ ε' ἀρχῆς ζητούμενος. Τούτῳ δ' ἐγνωσμένου ἐὰν γένηται διὰ τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν ὡς ὁ β': πρὸς τὸν ρ: οὕτως ὁ γ': πρὸς ἄλλον τινὰ, εὑρεθήσεται κ' τὸ β'. τῶ α: β: 6: — ρ: 84: { γ: 4: — 56: μέρους, ἐὰν δὲ γένηται κ' ὡς ὁ β': πρὸς τὸν ρ: οὕτω κ' ὁ δ': δ: 3: — 42: πρὸς ἄλλον τινὰ, εὑρεθήσεται κ' τὸ γ'. ὡς ὅρα, ἐστὶν ἀρα τῶν ζητημένων τῶ δοθέντος α: μέρων κ' τὴν δοθεῖσαν κ' αλογίαν. α. μὲν ὁ 84: β. ὁ 56: κ' γ. ὁ 42: Ὅπερ ἦν τὸ προσαχθέν.

ρ: 84:

χ: 2340: ε: 18: ζ: 24: ψ: 3432: φ: 60: γ: 8580:

ξ: 39: π: 52:

σ: 143: α: 182: τ: 130:

β: 6: — ε: 18: σ: 130 σ: 143: γ: 4: — κ: 12: υ: 66: φ: 60: δ: 3: — λ: 9: 780: γ: 8580: ζ: 39: β: 8580 σ: 143: β: 6: — ζ: 24: τ: 130 ζ: 24: γ: 4: — μ: 16: κ: 18: 572: δ: 3: — ν: 12: 1040: 286: π: 52: χ: 2340: ψ: 130: ψ: 143: 3432: τ: 130: χ: 2340: φ: 60: 1092: σ: 143: Α: 013: Α: 13: 0052: 00

Περὶ τοῦ β'. Τρόπος τῆς ἐκ δύο ψευδῶν ὑποθέσεων Μεθόδου.

Κατὰ μὲν ἐν τὸν α. τρόπον, ἐνθα ἑκατέρα τῶν εἰλημμένων ψευδῶν ὑποθέσεων ἐλλείπει τοῦ ἀληθοῦς, ἔτῳσι τὸ προβληθέν θηρεύεται. Κεῖσθω δὲ κ' καὶ τὸν β'. τοῦτ' αὐτὸ ἀποδείξει γινόμενον, κ' ἐσω ἑκατέρα τῶν ὑποθέσεων μείζων τῶ ἀληθοῦς. πολλαπλασιασθῆτωσαν δὴ οἱ β' γ' δ': ἀριθμοὶ ἐπὶ δύο τινὰς ἀριθμοὺς φέρ' εἰπεὶν τοὺς ε: κ' ζ': κ' ἐσωσαν οἱ γινόμενοι ἠθ' κ': λ' μ' ν': ἀντὶ τῶν ζητημένων μέρων τοῦ α: ὡν οἱ ἠλ': πρῶτον ληφθήτωσαν ὡς ψευδεῖς ὑποθέσεις, εἴτα συναφθῆτωσαν εἰς ἓνα ἀριθμὸν. χαίρις οἱ τε ἠθ' κ': κ' λ' μ' ν': κ' ἀφ' ἑκατέρω των γενομένων ξ': καὶ π': ἀφηρήσθω ὁ α: καὶ ἐναπολείφθησονται οἱ ρ: καὶ σ': καὶ οὗτοι ἴσονται αἱ ἀπάται των γενομένων. Ἄποκείσθω δὲ καὶ ὁ τ': ἀριθμὸς ἀντὶ τοῦ ζητούμενου α. μέρους τοῦ α: καὶ ἀφηρήσθω οὗτος ἀφ' ἑκατέρω των ἠ καὶ λ': καὶ οἱ ἐναπολείπο-

β: 6: — ν: 90: υ: 15: { γ: 4: — δ: 60: δ: 3: — κ: 45: β: 6: — λ: 96: ζ: 16: { γ: 4: — μ: 64: δ: 3: — ν: 48:

Ε.Υ.Δ. της Κ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

μενοι χ': κ' φ': ἴσονται ἀπάται τῶν ὑποθέσεων. τούτων δ' οὕτω γενομένων πολλαπλασιασθήτωσαν εἰ ρ': κ' σ': ἐφ' ἑκάτερον τῶν κ': κ' λ': καὶ φ' χ': χαρὶς, κ' τῶν ψ': κ' ω': γ': Δ': παραγομένων γεέσθωσαν τὰ λοιπὰ ὡς καὶ ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω. Ο' μὲν οὖν λόγος τῆς κατασκευῆς ἐκ τῶν ἀνωτέρω δηλὸς ἐστὶ τῶ μετ' ἀκριβείας, ἐκείνων ἀφαμένω, οἱ δὲ φ' ρ': ἀνάλογον εἰσι τοῖς χ' σ' κ' χ' τὸ α'. Λήμμα, ὡς ἐπὶ τῶν φ' κ' σ': κατὰ τὴν ἰσότητος τοῦ ζ'. τοῦ στοιχ. ἴσος ἐστὶ τῶ ὑπὸ τῶν χ' καὶ ρ': δηλ. ὁ γ': τῶ Δ': Ἐπεὶ δὲ ὁ μὲν ἡ: ἴσος ἐστὶ τοῖς τ': κ' φ': ὁμοῦ λαμβανόμενοι, ὁ δὲ λ': τοῖς τ': καὶ χ', φανερόν ἐστι ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ ἡ: κ' σ': γεόμενος ἀριθμὸς δηλ. ὁ ψ': ἴσος ἐστὶ τοῖς γινομένοις διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ σ': ἐπὶ τὸν φ': κ' τ': δηλ. τοῖς γ' κ' υ': ὁ δ' ἐκ τῶ λ': κ' ρ': δηλ. ὁ ω': τοῖς διὰ τὰ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ρ': ἐπὶ τὸν χ': κ' τ': δηλ. τοῖς Δ': Ε: καὶ ἐπομένως εἴαν οἱ Ε: κ' Δ': ὡς ἐλάττωτες ἀφαιρεθῶσιν ἀπὸ τῶν υ': κ' γ': ὁ ἐναπολειπόμενος ἴσος ἐσται τῶ ἐναπολειπόμενῳ ἀπὸ τοῦ ψ': τῆ ἀφαιρέσει τοῦ ω': ἀλλ' οἱ γ' κ' Δ': ἴσοι ἀληθῶς εἰσιν, ὡς δέδεικται, ἀρα εἴαν ὁ Ε: ἀπὸ τῶ υ': ἀφαιρεθῆ, ὁ δὲ ω': ἀπὸ τῶ ψ': οἱ ἐναπολειπόμενοι ἴσοι ἴσονται. Ἐπεὶ δὲ οἱ ξ' κ' υ': ἀγνωστοί εἰσιν διὰ τὸ ἀγνωστον εἶναι κ' τὸν Γ': διάτοι τούτο ἀφήρηται ὁ ω': ἀπὸ τοῦ ψ': κ' ἐναπολείφθῃ ὁ τ': διαφορὰ οὕσα προσέτι κ' τῶν υ': καὶ Ε: ἀφαιρουμένου δὲ καὶ τοῦ ρ': ἀπὸ τῶ σ': ἐπεὶ ἐναπολείφθῃ ὁ β': διαφορὰ δ' ἕτος τῶν ἐπὶ τῶν τ': πολλαπλασιασθέντων εἰς ἐξαγωγήν τῶν Ε: κ' υ': πάντως γὰρ ἀπὸ τοῦ β' κ' τ': ἴσος ἐστὶ τῶ Γ': ἀλλ' ὁ τ': ἀγνωστός ἐστιν, ἀρα εἴαν ὁ Γ': ἐπὶ τὸν β': μερισθῆ γινώσκεται ὁ τ': Ὅπρι εἶδει ποιῆσαι.

υ: 2184:	τ: 84:	Ξ: 1092:
γ: 156:	φ: 6:	Δ: 156:
ψ: 2340:	η: 90:	ω: 1248:
	ξ: 195:	π: 208:
ρ: 13:	σ: 26:	
	α: 182:	
η: 90:	λ: 96:	η: 90:
θ: 60:	μ: 64:	σ: 26:
κ: 45:	ν: 48:	540:
ξ: 195:	τ: 208:	180:
α: 182:	α: 182:	ψ: 2340:
ρ: 013:	σ: 026:	ω: 1248:
η: 90:	λ: 96:	σ: 26:
τ: 84:	τ: 84:	φ: 6:
φ: 06:	χ: 12:	γ: 156:
		ρ: 13:
		χ: 12:
		26:
		13
		Δ: 156:
		τ: 84:
		η: 13
		504:
		168:
		υ: 2184:
		Ξ: 1092:
		σ: 26:
		ψ: 2340:
		ω: 1248:
		Τ: 1092
		0052:
		β: 13
		00:
		τ: 84:

Περὶ τῆ γ. Τροπὴ τῆς αὐτῆς Μεθόδου.

Δεδειχόσιν ἤδη τὸ αὐτὸ πρόβλημα κατὰ τοῦ α'. κ' β'. τρόπου ἐπομένον ἐστὶ διασαφῆσαι, εἴγε δυνατόν ἀποδειχθῆναι τὸ αὐτὸ γινόμενον καὶ κατὰ τὸν γ'. τρόπον. Ὑποκείσθωσαν δὴ οἱ ε' ζ': ἀριθμοὶ ἀπὸ τῶν δύο ψευδῶν ὑποθέσεων, ἀγαθὰ γὰρ ἑκατέρῃ τῶ α'. ζητούμενῳ μέρει τοῦ προβληθέντος ἀριθμοῦ. Ἐστω δὲ ὁ μὲν ζ': ἐλάττω τῶ ἀληθῆς, ὁ δὲ ε': μείζων. Τῆς πράξεως δὲ γενομένης, ὡς πρότερον πολλαπλασιασθήτωσαν ἀπάται τῶν γινομένων ἐπὶ τὰς εἰλημμένας ὑποθέσεις κατ' ὃν προσημειώθη τρόπος, οἱ γινομένοις συναφθῆτωσαν εἰς ἓνα ἀριθμὸν, κ' οὗτος ἐσται ὁ μερισθῆσόμενος. Συναφθῆτωσαν ὁ ε' κ' αὐτὰ ἀπάται τῶν γινομένων εἰς ἓνα ὁμοίως ἀριθμὸν, κ' οὗτος ἐστί ὁ μερίσων. Οἷον κείσθω ὁ α: ἀριθμὸς μερισθῆσόμενος εἰς μέρη 3: ἀνάλογα τοῖς β' γ' δ': οὗ πρῶτον μέρος ἐστω, ὡς ἐγνωσμίον ὁ η: ἀριθμὸς, ἐσώσαν δὲ καὶ ἀπάται τῶν γινομένων οἱ θ' κ' λ': εἴτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ μὲν ε' ἐπὶ τὸν θ': ὁ δὲ ζ': ἐπὶ τὸν κ': κ' οἱ γεόμενοι λ' μ': συναφθῆτωσαν, καὶ γινώσκεται ἐξ αὐτῶν ὁ ξ': συναφθῆτωσαν δὲ καὶ οἱ θ' κ': καὶ γινώσκεται ἐξ αὐτῶν ὁ π': τούτων δ' οὕτω γινομένων μερισθῆτω ὁ ξ': ἐπὶ τὸν π': καὶ τὸ πηλίκον δηλ. ὁ ρ': ἐσται ἴσος τῶ α'. μέρει τοῦ α: ἢ τῶ η'. Ἐσώσαν δ' ἀπάται τῶν ὑποθέσεων οἱ σ' κ' τ': κ' ἐπεὶ ὁ μὲν ζ': ἐλάττω ἐστὶ τοῦ η', ὁ ε': δὲ μείζων, φανερόν ἐστι οἱ ζ' κ' σ': ὁμοῦ ἴσοι εἰσι τῶ η': οἱ δὲ ἡ καὶ τ': τῶ ε'. Ὡς εἴαν ὁ κ': πολλαπλασιασθῆ τοὺς ζ': καὶ σ': οἱ γεόμενοι μ': κ' φ': ἴσοι ἴσονται τῶ γινομένῳ ἐκ

Ζ: 1092:	η: 84:	ψ: 6552:
φ: 468:	σ: 36:	Τ: 6:
μ: 624:	ζ: 48:	η: 90:
		λ: 7020:
φ: 468:	104:	195:
μ: 624:		
Ζ: 1092:	θ: 78:	κ: 13:
	α: 182:	

Ε.Υ.Δ. ms. K. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

του ή: επί τον αυτόν κ': δηλ: τῷ Ζ: ἀριθμῶ. Ἐάν δὲ ὁ θ': τὰς ή: κ' Τ: πολλαπλασιασθῆ, οἱ γινόμενοι χ': κ' ψ': ἴσοι ἔσονται τῷ λ': ἐπεὶ δ' αὐθις ὁ σ': καὶ Τ: ἀνάλογον εἰσι τοῖς θ' κ': κατὰ τὰ προειρημένα, ἐάν ὁ σ': πολλαπλασιασθῆ ἐπὶ τὸν κ': κ' ὁ Τ: ἐπὶ τὸν θ': οἱ γινόμενοι φ': κ' χ': ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται. Ἐάν οὖν συνάψωμεν τοὺς Ζ:

ζ:	1092:	λ:	7020:	λ:	7020:	δ:	7 8:
ψ:	6552:	μ:	624:	μ:	624:	κ:	1 3:
χ:	468:	φ:	468:	ξ:	7644:	ω:	9 1:
	8112:		8112:				

ξ:	7644:
ω:	91:
	364:
	000:
ρ:	84:

ψ: χ: λ: μ: φ: χωρίς, οἱ γινόμενοι ὁμοίως ἴσοι ἔσονται. ὁ μὲν γὰρ Ζ: μόνος κ' οἱ μ' φ': ὅμῃ λαμβάνονται ὡς δύο μέρη ἴσα, ἀτικε προσίδεται ἑτέροις τισὶν ἴσοις τοῖς ψ' χ': δηλ: ὁμοῦ λαμβανομένοις, κ' τῷ λ': μόνῳ. Ἐάν τοῖς μὲν ψ' χ' προσίδεται τὸ Ζ: τῷ δὲ λ': οἱ μ' φ': ὅταν δὲ ἴσοις ἴσα προσεθῆ, κατὰ τὸ Ἀξίωμα, τὰ ὅλα εἰσὶν ἴσα. ἀλλὰ κ' οἱ φ' χ': ἴσοι ἀλλήλοις εἰσὶν, ὡς δέδεικται, ἔαυτὸς ἀρα ἀριθμὸς γενήσεται, ἐάντε ὁ Ζ: τῷ ψ': προσεθῆ, κ' ὁ μ': τῷ λ': ἕτος δ' εἰσὶν ὁ ξ':. Ἐπεὶ δὲ οἱ Ζ': κ' ψ': εἰσὶν οἱ γινόμενοι διὰ τῆ Πολλαπλασιασμοῦ τῶν θ': κ' κ': ἐπὶ τὸν ή: ὁ ξ': πάντως γε εἰσὶν ὁ ξ' αὐτῶ, γινόμενος, μερίζεται δ' ἐπὶ τὸν π': τὸν συκκείμενον ἐκ τοῦ θ': καὶ κ': ἀρα κ' τὸ γ', Ἀξίωμα ὁ ρ': ἴσος εἰσι τῷ ή: Ὅπερ ἦν τὸ ὑποχρεθέν.

### ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι.

#### Περὶ Ἐπισυνδέσεως εἴ τ' ἔν Συμμίξεως.

Ἐπισυνδέσεις εἴ τ' ἔν Συμμίξεως εὔρεσις εἰσι τιμῆς πραγμάτων τιος ὠρισμένης ὄντος ποσότητος, ἐκ διαφορῶν εἰδῶν συκκείμενου, ὡν κ' ἡ τιμὴ ἑκάστου διάφορος. Οἷον ἐάν τις ἔχων φέρ εἰπεῖν, φιάλην τινὰ ὠρισμένην ἔχουσαν ποσότητα βαρύτητος, κ' ἐκ διαφορῶν συκκείμενην μετάλλων, ὡν καὶ ἡ τιμὴ διάφορος, ζητεῖ μαθεῖν πόσων, ὁδὸς εἰπεῖν, ἀργυρίων ἢ ὅλη τῆς αὐτῆς φιάλης τιμάται ποσότης, ἢ Μέθοδος καθ' ἣν τὸ ζητούμενον εὔρισκεται Ἐπισυνδέσεις καλεῖται. ἢ οὕτω Ἐπισυνδέσεις εἰσι μεταβάσεις πραγμάτων διαφορῶν τιμῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατὰ τινὰ ὠρισμένην ποσότητα, οἷον διαφορῶν μετάλλων κειμένων, ἢ ὑφασμάτων εἰδει διαφερόντων, ἢ γὰρ ἄλλων τιῶν πραγμάτων διαφορῶν τιμῆς, ἐάν τις βουλόμενος ἐξ ἀπάντων λαβεῖν εἰς ἀναπλήρωσιν ὠρισμένης τιος ποσότητος ζητεῖ εἶδῆναι πόσων ἀφ' ἑκάστου αὐτῶ ληπτέον, ὡσεὶ τὴν αὐτὴν δέχσασθαι τιμὴν τὰ τῆς ὅλης ποσότητος μέρη, ἢ τοῦ προβλήματος τούτου Μέθοδος Ἐπισυνδέσεις λέγεται. Συκκερισάτης δὲ οὕσης τῆς Μεθόδου ταύτης, ἀτὲ δὴ τῆς τῶν κατ' αὐτὴν προβλημάτων πράξεώς τε, κ' ἀποδείξεως ἀπλῆς ἔδη κ' μικτῆς γνομῆνης, κ' μὴ μόνον δι' ἀριθμῶν, ἀλλὰ γε κ' δι' ἐπιπέδων παρισσμένης, προύργον τῶ ὄντι Λημματίοντι τῆς τῆ Προβλήματος προύποθέσθαι Ἐρμηνείας.

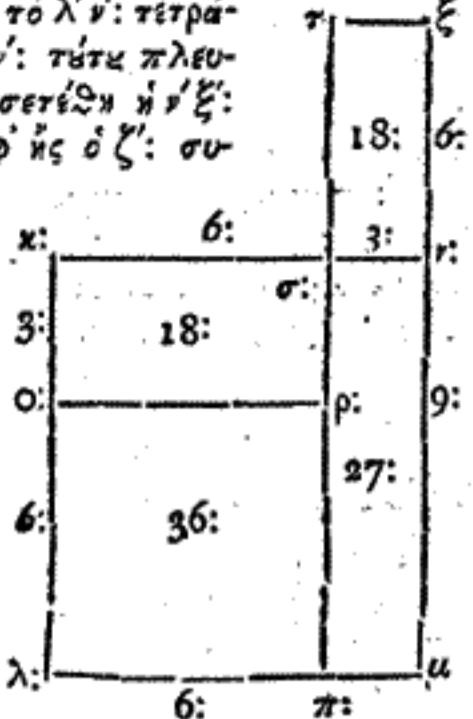
#### Λήμμα.

Ἐάν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων' αἱ πρὸς ἄλλου τινὰ μέσον διαφοραὶ εὔρεθῆσαι κ' χιασμὸν ἐπὶ τοὺς αὐτοὺς πολλαπλασιασθῶσιν ἀριθμῶς, οἱ γινόμενοι ἴσοι ἔσονται ὅμῃ λαμβανόμενοι τῷ ἀπὸ τοῦ μίση τετραγώνῳ, ἢ τῷ ἰπότε τοῦ μίση κ' τῶν διαφορῶν συκκείμενῳ, δὲ δὲ τὸν μίση ἀριθμὸν μὴ τ' ἀμφω ὑπερέχειν τοὺς ἄκρους, μῆτε ἀμφὸν ὑπερέχεσθαι. Ἐσῶσαν δύο ἀριθμοὶ ἀνισοὶ οἱ α' β', μίση δὲ τούτων ὁ γ': παραβαλλόμενου δ' ἑκατέρου τῶν α' β': τῷ γ': ἔσω τοῦ μὲν α': πρὸς τὸν γ': διαφορὰ, κατ' ἄλλοις, ὁ δ': τοῦ δὲ β'. πρὸς τὸν αὐτὸν γ': ὁ ε': καθ' ὑπεροχὴν. Τούτι δὲ διχῶς ἐνδέχεται γενέσθαι. ἢ γὰρ αἱ εὔρεθῆσαι διαφοραὶ τῶν α' β': πρὸς τὸν γ': συναπτόμεναι ἴσαι ἔσονται τῷ γ': ἢ μὴ. Κεῖσθω δὴ α. τὰς δ' ε': διαφορὰς ἴσας εἶναι τῷ γ': ὅμῃ λαμβανομένας. Εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ γ': πρὸς ἑαυτὸν κ' γενέσθω ὁ ζ': τετραγώνος ἀριθμὸς. πολλαπλασιαζομένου δὲ κ' τοῦ μὲν α': ἐπὶ τὸν ε': τοῦ δὲ β': ἐπὶ τὸν δ': κ' χιασμὸν γενέσθωσαν οἱ ή θ': ἀριθμοὶ, οἷτινες συναπτόμενοι ποιείτωσαν τὸν κ': Λέγω δὴ τὸν κ': ἴσον εἶναι τῷ ζ':. Εἰλήφθω τὸ κ' λ' μ': τετραγώνον ἀντὶ τοῦ ζ': τετραγώνου ἀριθμοῦ, ἀπὸ πλευρᾶς τῆς λ' μ': ἀναλογούσης τῷ γ': ἀριθμῶ. κ' προσεθῆτω μὲν τῆ μ' ν': αὐτῆ πλευρᾶ, ἢ ν' ξ'. εὔθεια ἀναλογούσα τῷ ε': ἀριθμῶ, ἀφῆρῆσθω δὲ τῆς μὲν κ' λ': ἢ κ' ο': ἀναλογούσα τῷ θ': τῆς δὲ λ' μ': ἢ λ' π', ἀναλογούσα καὶ αὐτὴ τῷ ε': ἀπὸ δὲ τῶν π' κ' ο': τομῶν ἀχθῆτωσαν αἱ π' τ': ὁ ρ': εὔθειαι, ἢ μὲν τῆ μ' ξ': ἴσητε καὶ παράλληλος, ἢ δὲ τῆ λ' π':

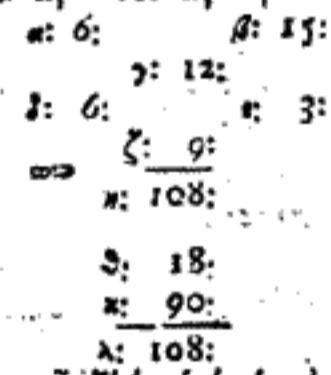
α:	β:
6:	15:
γ:	9:
δ:	ε':
3:	6:
κ:	9:
λ:	9:
ε:	81:
ν:	36:
θ:	45:
η:	81:
θ:	81:
λ' π':	

ΒΙΒΛΙΟΝ Α'. ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι.

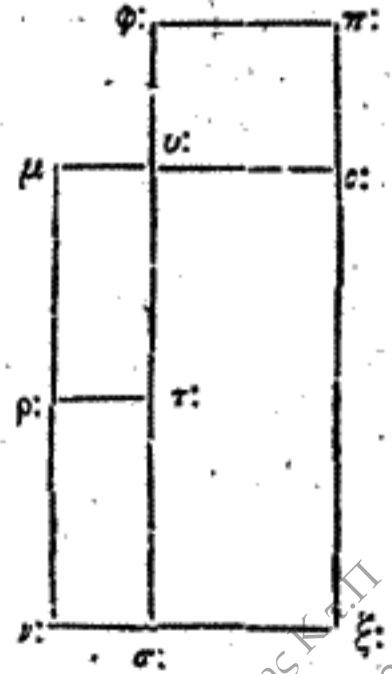
λ' π': η κ' σ': η συμπεπληρώθησαν τα λ' ρ: η π' ξ': ὀρθογώνια. Δι: ἐπεὶ τὸ λ' ν': τετράγωνόν ἐστιν, ἀναλογεῖ τῷ ζ': ἀριθμῷ ὡς ἡδὴ εἴρηται, πάντως γὰρ ἡ μ' ν': τῆς πλευρᾶς, ὡς περ καὶ αἱ λοιπαί, ἀναλογεῖ τῷ γ': ἀριθμῷ, ταύτη δὲ προσετέθη ἡ ν' ξ': ἀναλογούσα τῷ ε': ἡ ὅλη ἀρα μ' ξ': ἀναλογήσεται τῷ β': πλευρὰ γὰρ ἀφ' ἧς ὁ ζ': συνίσταται ὁ γ': ἐστὶν ἀριθμὸς, τῆς δὲ διαφορὰ πρὸς τὸν β': ὁ ε': ὡς εἰ οἱ γ': καὶ ε': ἀλλήλοις συρτιθέμενοι τὸν β': ποιήσασιν ἀριθμὸν, ὡς περ καὶ αἱ μ' ν', γ' ξ': εὐθείαι τὴν μ' ξ': ἀφαιρεθέντος δὲ τῶ κ' ο': μέρους ἀπὸ τῆς κ' λ': τὸ ἐναπολειφθὲν ὁ λ': ἀναλογήσεται τῷ α': ἀφαιρουμένου γὰρ καὶ τοῦ δ': ἀριθμοῦ ἀπὸ τοῦ γ': ὁ α': ἐναπολείπεται. Ἐπεὶ δὲ ἀφῆρηται καὶ τῆς λ' μ': τὸ λ' π': μέρος ἀναλογεῖ τῷ ε': ἀριθμῷ, τὸ ἐναπολειφθὲν π' μ': ἀναλογήσεται τῷ δ': οἱ γὰρ ε': καὶ δ': ἀριθμοὶ, αἱ τῶν α' β': πρὸς τὸν γ': διαφοραὶ, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν ἴσαι εἰσι τῷ γ': ὅτι ἀναλογεῖ ἕκαστη πλευρὰ τοῦ λ' ν': τετραγώνου. Τούτων δ' οὕτω προαποδείκνυται φανερόν, ὅτι τὸ μὲν λ' ρ': ὀρθογώνιον ἀναλογεῖ τῷ η': ἀριθμῷ τῷ ὑπὸ τῶν α': καὶ ε': τὸ δὲ π' ξ': τῷ θ': τῷ ὑπὸ τῶν β': καὶ δ': ἄτινα ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα εἰσὶν τῷ λ' ν': τετραγώνῳ. ἡ γὰρ κ' σ': ἴση ἐστὶ τῇ λ' π': κατὰ τὴν λδ: τοῦ α': τῆς στοιχειωτοῦ. ἡ δὲ λ' π': ἀναλογεῖ τῷ ε': ἀριθμῷ, καὶ ἡ κ' σ': ἀρα τῷ αὐτῷ ἀναλογεῖ ε': ἀριθμῷ, ἀλλὰ καὶ ἡ ν' ξ': εἰληπταὶ ἀναλογούσα τῷ ε': ἀριθμῷ, ταύτη δὲ ἴση ἡ τ' σ': κατὰ τὴν ρηθεῖσαν τοῦ στοιχειωτοῦ πρότασιν λδ: ἡ κ' σ': ἀρα ἴση ἐστὶ τῇ τ' σ': ἐστὶ δὲ καὶ ἡ μὲν σ' ν': ἴση τῇ π' μ': ἡ δὲ σ' ρ': τῇ κ' ο': ἕκαστερά δὲ τῶν κ' ο': π' μ': ἀναλογούσα δέδεικται τῷ δ': ἀριθμῷ, πάντως γὰρ αἱ σ' ν': σ' ρ': εὐθείαι ἴσαι ἀλλήλοις εἰσὶν, ὡς τῶν ὁ σ', σ' ξ': εὐθύγραμμων ἀντιπεπληρωθῶσιν αἱ πλευραὶ, εἰσι δὲ καὶ αἱ πρὸς τὸ σ': τούτων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλοις, κατὰ τὴν εδ: τῆς α'. τῆς στοιχειωτῆς, ἀρα τὰ ὁ σ': σ' ξ': εὐθύγραμμα ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ, κατὰ τὴν ιδ: τῆς σ'. τοῦ αὐτοῦ. Κοινὸν δὲ προσκειμένον τοῦ σ' μ': ἴσαι ὁ π' ν' σ'. γωνίων ἴσος τῷ ὁ ξ': ὀρθογώνιον. κοινὸν δὲ προσκειμένον ἐστὶ καὶ τοῦ λ' ρ': ὀρθογώνιον, ἴσονται τὰ λ' ρ': π' ξ': ὀρθογώνια ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα τῷ λ' ν': τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ λ' ν': τετράγωνον ἀναλογεῖ τῷ ζ': τετραγώνῳ ἀριθμῷ, καὶ τὴν ὑπόθεσιν τῷ ἀπὸ τῆς γ': τὸ δὲ λ' ρ': τῷ η': ἀριθμῷ τῷ ὑπὸ τῶν α': καὶ ε': καὶ τὸ π' ξ': τῷ θ': τῷ ὑπὸ τῶν β': καὶ δ': οἱ η': καὶ θ': ἀρα ἀριθμοὶ ὁμοῦ λαμβανόμενοι, ἡ κρείττον ἐπιπέδον, συναπτόμενοι ἴσαι εἰσὶν τῷ ζ': ὡς περ δέδεικται, καὶ τὰ λ' ρ': π' ξ': ἴσα τῷ λ' ν': τετραγώνῳ. Ἐὰν ἀρα δύο ἀριθμῶν ἀρίστων αἱ πρὸς ἄλλον τινὰ μίσην διαφοραὶ κατ.



Μὴ ἴσων δ' αἱ δ: καὶ ε': διαφοραὶ ἴσαι τῷ γ': μέσῳ ἀριθμῷ. ἀλλ' ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν συναπτομένων κείσθω ἐλάττων τοῦ αὐτοῦ γ': οἷος ὁ ζ': ἐφ' ὃν πολλαπλασιασθῆτω ὁ γ': καὶ ποιείτω τὸν η': πολλαπλασιαζομένων δὲ καὶ τῶν α' β': ἐπὶ τοὺς δ: καὶ χιασμὸν γενέσθωσαν οἱ θ' κ': ἀριθμοὶ, οἵτινες συναπτόμενοι ἀλλήλοις ποιείτωσαν τὸν λ': Δέγω δὲ καὶ τὸν λ': ἴσον εἶναι τῷ κ':.



Εἰλήφθω γὰρ τὸ μ' ν', ξ' ο': παραλληλόγραμμον ἀντὶ τῆς η': ἀριθμῷ, οὗ ἡ μὲν μ' ν': πλευρὰ ἀναλογεῖται τῷ γ': ἀριθμῷ, ἡ δὲ ν' ξ': τῷ ζ': εἶτα προσεθήτω τῇ ξ' ο': ἡ ὁ π': ἀναλογούσα τῷ ε': ἀφῆρησθῶ δὲ τῆς μὲν μ' ν': ἡ μ' ρ': ἀναλογούσα τῷ δ': τῆς δὲ ν' ξ': ἡ ν' σ': ἀναλογούσα καὶ αὐτὴ τῷ ε': καὶ ἀναπεπληρώσθω τὰ ν' τ', σ' ο', ὁ φ', ρ' υ', παραλληλόγραμμοι. Κατὰ ἐπεὶ τὸ ν' ο': παραλλ: ἐστὶ, πάντως γὰρ ἡ ξ' ο': αὐτῆς πλευρᾶς ἴση ἐστὶ τῇ μ' ν': καὶ τὴν εἰρημένην λδ: τῆς α'. τοῦ στοιχ: ἀλλ' ἡ μ' ν': ἀναλογεῖ τῷ γ': ἀριθμῷ καὶ τὴν ὑπόθεσιν, ἀρα καὶ ἡ ξ' ο': ὡσαύτως ἀναλογήσεται τῷ αὐτῷ γ':. Ἐπεὶ δὲ προσετίθη ταύτη ἡ ὁ π': ἀναλογούσα τῷ ε': δῆλον ὅτι γε ἡ ὅλη ξ' π': ἀναλογεῖ τῷ β': καὶ γὰρ τοῦ γ': πρὸς τὸν β': διαφορὰ ὁ ε': καθέστηκεν ἀριθμὸς. ἀφῆρηται δὲ τῆς μ' ν': πλευρᾶς τὸ μ' ρ': μέρος ἀναλογεῖ τῷ δ': ἀριθμῷ, τῆς δὲ ν' ξ': τὸ ν' σ': ἀναλογεῖ τῷ ε': πάντως γὰρ τὸ μὲν ρ' ν': ἐναπολειφθὲν ἀναλογήσεται τῷ α': ἀριθμῷ. τοῦ γὰρ α': πρὸς τὸν γ': διαφορὰ ἐστὶν ὁ δ': τὸ δὲ σ' ξ': ἀναλογήσεται τῷ δ': ὡς περ γὰρ ἐκ τῶν ε': καὶ δ': ἀριθμῶν συνίσταται ὁ ζ': οὕτως ἐκ τῶν ν' σ', σ' ξ': εὐθειῶν συνίσταται ἡ ν' ξ':. Ἐκ τούτων δὲ δῆλον ὅτι τὸ μὲν ρ' σ': παραλληλόγραμμοι ἀναλογεῖ τῷ θ': ἀριθμῷ, τῷ ὑπὸ τῶν ε': καὶ α': τὸ δὲ σ' π': τῷ κ': τῷ ὑπὸ τῶν δ': καὶ β': ὅτι δὲ τὰ ρ' σ', σ' π', παραλληλόγραμμοι ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα εἰσι τῷ ν' ο': εὐχερῶς δειχθήσεται. ἡ γὰρ μ' υ': ἴση ἐστὶ τῇ ν' σ': τῇ δὲ ὁ π': ἡ φ' υ': ἀλλ' αἱ ν' σ': ὁ π': ἴσαι ἀλλήλαις εἰσι κατὰ τὴν κατασκευὴν, ἀρα καὶ αἱ μ' υ', φ' υ', ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν. αὐτὴς αἱ μ' ρ': σ' ξ': ἴσαι ὁμοίως ἀλλήλαις εἰσὶν, ὡς ἀναλογεῖσαι





σαι εκατέρα τῶ δ: ἀριθμῶ, ἀλλὰ τῆ α' ζ': ἴση ἐστὶ καὶ ἡ υ' ο', κατὰ τὴν προειρημένην λ δ: ἀρα καὶ ἡ μ ρ: ἴση ἐστὶ τῆ υ' ο': ὡς τῶν ρ υ', ὑπ: παραλληλόγραμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ. εἰσι δὲ καὶ αἱ πρὸς τῶ υ': αὐτῶν γωνίαι ἴσαι, ἀρα κατὰ τὴν ιδ: τῆ ε'. τοῦ Στοιχειωτοῦ, τὰ ρ υ': ὑπ: εὐθύγραμμα ἴσα ἀλλήλοις εἰσι. Κοινοῦ δὲ προκειμένου τοῦ σ' ο': ο' σ' ορ: γωνίων ἴσος ἴσαι τῶ σ' π': παραλληλόγραμμο, κοινοῦ δ' ἐτι προκειμένου καὶ τοῦ ρ σ': τὸ ον: παραλληλόγραμμον ἴσον ἴσαι τοῖς ρ σ': σ' π': παραλληλόγραμμοις, ἀλλὰ τὰ μὲν ρ σ': σ' π': παραλληλόγραμμο ἀναλογουσι τοῖς δ κ': ἀριθμοῖς, ὡς δεδεικται, τὸ δὲ ρ' ο': τῶ η', ἀρα καὶ οἱ δ κ': ἀριθμοὶ ἴσοι εἰσι τῶ η': ἐκ δὲ τῶν δ κ': γέγοιεν ο λ': ο λ': ἀρα ἴσος ἐστὶ τῶ η'. Ἐὰν ἀρα αἱ διαφοραὶ μὴ ἴσαι εἴσαν τῶ μίσῳ κατ.

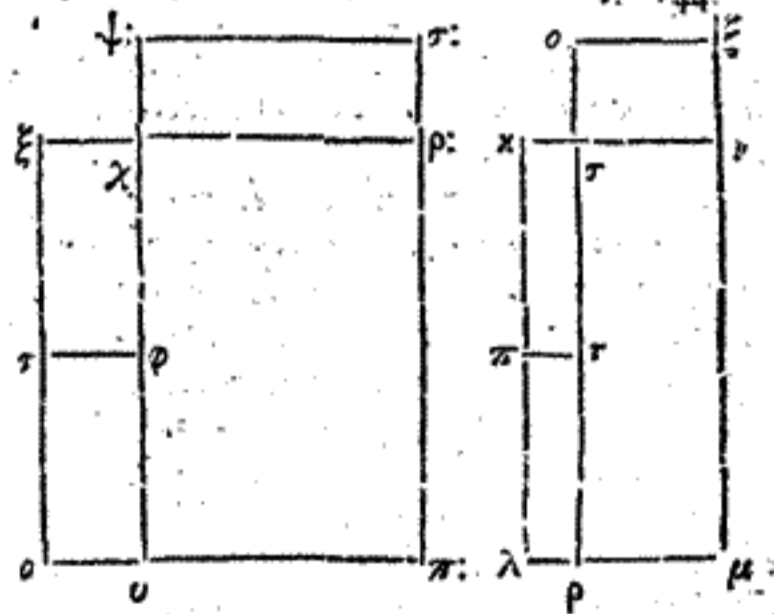
Πόρισμα.

Ἐκ τῶν εἰρημένων δεδεικται συναγαγεῖν, ὅτι ἐὰν οἱ γεόμενοι ἀριθμοὶ ὑπότε τῶν διαφορῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἀριθμῶν, τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ κατὰ χιασμόν γεόμετε, τῶ ὑπότε τοῦ μίσου καὶ τοῦ ἐκ τῶν διαφορῶν γεόμενω, ἢ τῶ ἀπὸ τῆ μίσου παραβληθῶσι γραμμικῶς, δύο ἀναφανήσονται παραλληλόγραμμα ἐν τῇ παραβολῇ ἴσα ἀλλήλοις, τὸ μὲν θάτερον τῶν ὑπότε τῶν διαφορῶν καὶ ἀνίσων ἀριθμῶν γεόμενων ἀφαιρέμετον, τὸ δὲ τῶ ἐτέρῳ προσιδέμετον, ὡς δῆλον ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ διαγράμματος, τὸ μὲν γὰρ ν' τ: παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῶ γεόμενω ἀριθμῶ ὑπότε τοῦ α': ἀριθμοῦ καὶ τῆς ε' διαφορᾶς. τὸ δὲ σ' π': τῶ ὑπότε τῆ β': καὶ δ': διαφορᾶς. Τῶν δὲ παραβληθέντων τῶ ν' ο': παραλληλόγραμμοι τῶ ἀναλογεῖντι τῶ ὑπότε τοῦ μίσου καὶ τῶν ἐκ τῶν διαφορῶν γεόμενων ἀριθμῶν, τὰ μὲν σ' π': ἀφῆρηται τὸ ὑπ: παραλληλόγραμμον, τῶ δὲ ε' τ: προσετέθη τὸ ρ υ': ἄτινα ἴσα ἀλλήλοις εἶναι δεδεικται, ὡς ἔχοντα τὰς ἰδίας πλευρὰς ἀντιπεπονθείας. Τοῦτ' αὐτὸ συμβαίνει καὶ ἐν τῶ προτέρῳ.

Ἐτι ἐὰν αἱ διαφοραὶ ἀναλόγως αὐξηθῶσιν, ἢ γὰρ ἐλαττωθῶσιν, τὸ αὐτὸ πάντως γενήσεται. Κείσθω γὰρ α. τὰς δ' ε' διαφορᾶς ἀναλόγως αὐξημένας, πεποιμένας τοὺς ζ' η': μείζονας ἀριθμοὺς, ὡς εἶναι ὡς τὸν δ: πρὸς τὸν ζ': οὕτω τὸν ε' πρὸς τὸν η': εἶτα συναφθήτωσαν οἱ ζ' η': ἀριθμοὶ ἀλλήλοις καὶ ποιείτωσαν τὸν θ': ἐφ' οὗ τοῦ γ': πολλαπλασιαζομένη γενέσθω ο' κ': πολλαπλασιαζομένων ἀε καὶ τῶν α' β': ἐπὶ τοὺς ζ' η': κατὰ χιασμόν, ὡς καὶ πρότερον γενέσθωσαν οἱ λ' μ', οἵτινες συναπτόμενοι ἀλλήλοις ποιείτωσαν τὸν ν': ον: πῶτως κατὰ τὰ ἀνωτέρω ἴσος ἴσαι τῶ κ': λαμβανομένη γὰρ τῆ ε' ο' π' ρ: παραλληλόγραμμο ἀπὸ τῆ κ': τῶν δὲ λοιπῶν γεόμενων, ὡς ἐν τοῖς πρότερον, δῆλον ὅτι τὰ μὲν ο' φ': ὑσ': παραλληλόγραμμο ἐμοῦ λαμβανόμενα ἴσα εἰσι τῶ ο' ρ': τῶν δὲ τ' χ': χ' σ': ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, καὶ ἐπομένως ἴσα ἀλλήλοις εἰσονται τὰ αὐτά.

Κείσθω β. τὰς αὐτὰς διαφορὰς ἐλαττωθῶσαι ἀπὸ αὐτῶν τῶν ζ' η': ἀριθμῶν λαμβανομένων, ὡς εἶναι τὸν δ': πρὸς τὸν ζ': ἀριθμῶν, οἷς ο' ε': πρὸς τὸν η': τῶν δὲ λοιπῶν γεόμενων ὡς ἀνωτέρω, δευχθήσονται τὰ π' ρ': ρ' ε': παραλληλόγραμμο ἴσα τῶ λ' ν', τὰ δὲ π' σ', σ' ε': ἔχειν τὰς ἰδίας πλευρὰς ἀντιπεπονθείας, τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ἐπομένως ἴσα εἶναι ἀλλήλοις.

α:	β:
6:	15:
γ:	
12:	
δ:	ε:
6:	3:
ζ:	η:
4:	2:
θ:	
6:	
κ:	72:
λ:	12:
μ:	60:
ν:	72:



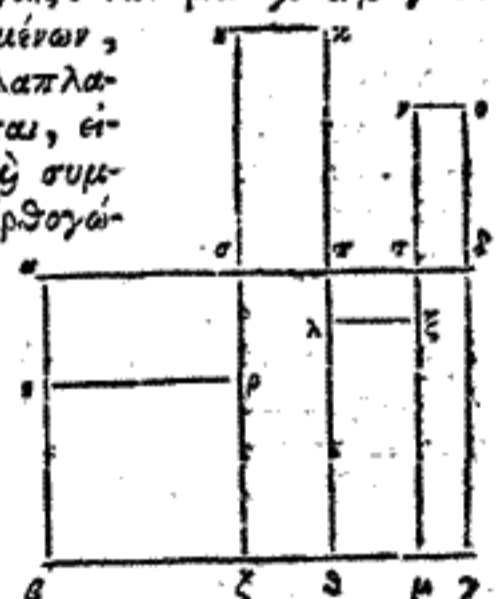
Πρόβλημα Α.

Ἐκ διαφόρων τιμημάτων ἐπὶ τὸ δοθὲν τίμημα τὰ τιμώμενα ἀγαγεῖν, καὶ τὴν δοθεῖσαν ποσότητα. Ἀναπτύχθεις ἤδη τοῦ ἀνωτέρου Λήμματος, καὶ κατὰ τὴν παρῶσαν ἐκταθέντος χρεῖαν ἀμέσως εἶδει τὸ πρόβλημα ἀφασθαι. Διττῆς δὲ ἕσης τῆς τῆς Μεθόδου, ἀπλῆστε δῆλον καὶ συνδέτε, καὶ τῶν ἐκατέρας ἢ δι' ἀρτίου ἀριθμοῦ, ἢ διὰ περιττῶν γεόμενης. Ἐστω πρότερον εἰς ἔρευναν ἐπὶ τῆς ἀπλῆς Μεθόδου τὸ δι' ἀρτίου ἀριθμοῦ γεόμενον, καὶ κείσθω α. β. γ. δ. εἶδη ὑφάσματος ἴσων τιμώμενα διαφόρως 4: φερ εἶπειν εἶδη ὑφάσματος, τὰ α. β. γ. δ. εἶδη ὑφάσματος. δὲ διάφορα τῶν τιμημάτων οἱ α' β' γ' δ' ἀριθμοὶ, τὸ δὲ ε' 9: ζ: 13: δοθὲν τίμημα ο' ε': καὶ ἡ δοθεῖσα ποσότης ο' ζ': δεῖ δὲ τὰ τέσσαρα ταῦτα εἶδη τῆ ὑφάσματος ἐκ τῶν α' β' γ' δ' ἀριθμῶν ἐπὶ τῶ ε' ἀγαγεῖν, καὶ τὸν ζ':. Τεῖο δ' ἐστὶ τὸ διὰ Μεθόδου τινὸς εὑρεῖν ὅπως πηχίαι παρ' ἐκάστῃ εἶδος λιπτίον, ἵνα τὸ μὲν τῶν συμπιπόμενον ἴσος ἦ τῶ ζ': ἀριθμῶ, τὸ δὲ ὅλον τῶν

τῶν γινόμενων ἀριθμῶν ἐξ αὐτῶν τε τῶν πῆχων καὶ τῶν ἀβ' γ' δ': τιμημάτων ἴσον ἢ τῶ γινόμενῳ ἀριθμῷ ἐκ τῆ ζ': ἐπὶ τὸν ε'. Κειμένων ἔν ἐφεξῆς τῶν ἀβ' γ' δ': ἀριθμῶν συζευχθέντων οἱ ἐλάττωτες τοῖς μείζουσι ἀνά δύο, καὶ τῶ ε': παραβαλλομένων χωρὶς αἱ εὐρεθεῖσαι ἐφ' ἐκάστης συζυγίας διαφοραὶ τεθέντων ὑπὸ τῶν συζευχθέντων ἀριθμῶν καὶ χιασμῶν.

οἷον· συζευχθέντων α. οἱ α' δ': ἀριθμοὶ καὶ τῶ ε': παραβληθέντων ἐκάτερος. διαφοραὶ δὲ τέτων ἔσωσαν οἱ ἡ θ': ἀριθμοὶ, ὧν ὁ μὲν ἡ: διαφορὰ ὧν τὰ α': πρὸς τὸν ε': τεθέντων ὑπὸ τὸν δ': ὁ δὲ θ': ὑπὸ τὸν α': διαφορὰ ἧ ἐστὶ τῆ δ': πρὸς τὸν ε': τέτων δὲ γινόμενα καὶ ἐπὶ τῶν β' γ': τεθέντων ἢ μὲν τὰ β': πρὸς τὸν ε': διαφορὰ δηλ: ὁ κ': ὑπὸ τὸν γ': ἢ δὲ τὰ γ': δηλ: ὁ λ': ὑπὸ τὸν β': τὸ αὐτὸ γενέσθω καὶ ὡς πλείους τῶν τεσσάρων αἱ τιμαί, εἴτα συναρθεῖν αἱ εὐρεθεῖσαι διαφοραὶ πρὸς ἓν τὸ ὅλον, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν συμποσούμενον τῶ ζ' παραβληθέντων ἀριθμῶν, καὶ τούτῳ ἐξισωθῆ, ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος ὑποδείγματος, εὔρηται τὸ ζητούμενον. Καὶ αὕτη ἐστὶν ἡ ἀπλὴ λεγομένη τῆς Ἐπισυνδέσεως Μέθοδος. ὅσας ἧ μονάδας περιέχει ἡ ἑατέρη τῶν συζευχθέντων ἀριθμῶν διαφορὰ, τοσούτης πῆχης δεῖον λαβεῖν παρὰ τῆ ἑτέρας, τοῦ ἐπὶ τῆς αὐτῆς συζυγίας, καὶ οὐ δεῖ περαιτέρω ἵναί. οἷον ἐπὶ μὲν τῆς ε'. συζυγίας τῶν α' δ': ἀριθμῶν, ἐπεὶ τὰ μὲν α': διαφορὰ ἐστὶν ὁ ἡ: τὰ δὲ γε δ': ὁ θ': λιπτότερον ἢ δὲ ἐκ μὲν τῆ δ': πῆχης ἰσαρίθμης τῶ ἡ: ἐκ δὲ τῆ α': ἰσαρίθμης τῶ θ': ἐπὶ δὲ τῆς β'. συζυγίας τῶν β' γ' ἀριθμῶν, λιπτότερον ἐκ μὲν τῆ γ': τοσούτης πῆχης ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῶ κ': διαφορὰ ἧ οὗτος τοῦ β': πρὸς τὸν ε': ἐκ δὲ τοῦ β': λιπτότερον πῆχης, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῶ λ': διαφορὰ ἧ ὁ λ': τῆ γ': ἐστὶ πρὸς τὸν αὐτὸν ε': καὶ ἔτω, ἡ πράξις ἔσαι ὑγίης. τῶν μὲν ἧ ἀβ' γ' δ': ἀριθμῶν ἐπὶ τὰς θ' λ' κ' ἡ: διαφορὰς ἐκάστη ἐφ' ἐκάστην πολλαπλασιαζομένων, καὶ τῶν γινόμενων εἰς ἓνα συμποσούμενων, τοῦ δὲ ζ': ἐπὶ τὸν ε': πολλαπλασιαζομένου ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς γενήσεται. Ἰνα δὲ τῆτο εὐκρινέστερον γένηται, εἰλήσθω ἀπὸ τῆ ε': ἀριθμῶ ἡ ἀβ': γραμμῆ, ἀπὸ τοῦ ζ': ἡ β' γ': καὶ συμπεισασθῶν ἀλλήλαις καὶ τὸ β': πρὸς ὀρθὴν ἀναπεπληρώσθω τὸ β' δ': ὀρθογώνιον. εἴτα ἀφηρέσθω τῆς ἀβ': ἡ α' ε': ἀπὸ τῆς ἡ: διαφορᾶς. τῆς δὲ β' γ': ἡ β' ζ': ἀπὸ τῆς θ': διαφορᾶς. καὶ ἀπὸ τοῦ ζ': σημεῖα ἡ γ' θ'ω παράλληλος τῆ ἀβ': ἡ ἡ ζ': ἀπὸ τοῦ δ': ἀριθμῶ. ἀφηρέσθω δὲ καὶ τῆς ζ' γ': ἡ ζ' θ': ἀπὸ τῆς ἡ: διαφορᾶς, καὶ ἀναπεπληρώσθω τὸ ζ' κ': παραλληλόγραμμον. Αὕτως ἀφηρέσθω τῆς θ' κ': ἡ θ' λ': ἀπὸ τοῦ β': ἀριθμοῦ λαμβανομένη. τῆς δὲ θ' γ': ἡ θ' μ': ἀπὸ τῆ λ': εἰλημένη ἀριθμῶ, ὅς ἐστι διαφορὰ τοῦ γ': πρὸς τὸν ε': καὶ ἀπὸ τοῦ μ': ἡ γ' θ'ω παράλληλος τῆ γ' δ': ἡ μ' ν': ἀπὸ τοῦ γ': ὑποτιθεμένη ἀριθμοῦ. καὶ συμπειπληρώσθωσαν τὰ θ' ξ': καὶ μ' ο': παραλληλόγραμμα.

α:	β:	γ:	δ:
6:	8:	12:	15:
3:	λ:	κ:	μ:
6:	3:	1:	3:
	ε:	6:	
	9:	3:	
	ζ:	1:	
		3:	
	13:	13:	



Δείκνυται. Ἐπεὶ ἡ μὲν ἀβ': εὐθεῖα εἰληπται ἀπὸ τῆ ε': ἀριθμῶ, ἡ δὲ β' γ': ἀπὸ τῆ ζ': πάντως γὰρ τὸ β' δ': παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τῶν ε': καὶ ζ': ἀριθμῶν, τὰ δὲ β' ρ': ζ' κ': θ' ξ': μ' ο': ἀναλογῶσι τοῖς ὑπὸ τῶν ἀβ' γ' δ': ἀριθμῶν, καὶ θ' λ' κ' ἡ: διαφορῶν γινόμενοις ἀριθμοῖς. ἡ μὲν ἧ β': εὐθεῖα εἰληπται ἀπὸ τῆ α': ἀριθμῶ, καὶ τῆν κατασκευῆν, ἡ δὲ β' ζ': ἀπὸ τῆς θ': διαφορᾶς. ὡς τὸ β' ρ': παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τῆ α': ἀριθμῶ καὶ τῆς θ': διαφορᾶς γινόμενῳ ἀριθμῶ. Ἐπεὶ δὲ ἀφηρέσθω καὶ τῆς ζ' γ': εὐθείας ἡ ζ' θ': ἀπὸ τῆς ἡ: διαφορᾶς, ἡ δὲ ζ' ἡ: εἰληπται ἀπὸ τοῦ δ': τὸ ζ' κ': ὀντως παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τῆ τοῦ δ': ἀριθμοῦ καὶ τῆς ἡ: διαφορᾶς γινόμενῳ ἀριθμῶ. Τῆτον τὸν τρόπον δείκνυται καὶ τὸ μὲν θ' ξ': ἀναλογεῖν τῶ ὑπὸ τῆ β': ἀριθμῶ καὶ τῆς λ': διαφορᾶς γινόμενῳ ἀριθμῶ. τὸ δὲ μ' ο': τῶ ὑπὸ τῆ γ': καὶ τῆς κ': διαφορᾶς, ἀλλὰ τὰ β' ρ', ζ' κ', θ' ξ', μ' ο', παραλληλόγραμμα, ἰσά ἐστὶ τοῖς β' σ', ζ' π', θ' τ', μ' δ', παραλληλογράμμοις καὶ τὸ ἀνωτέρω Λήμμα. τὰ δὲ β' σ', ζ' π', θ' τ', μ' δ', ἰσά ἐστὶ τῶ β' δ', καὶ τῆν α'. τὰ β'. τὰ στοιχειωτῆ. Ἄρα καὶ τὰ β' ρ', ζ' κ', θ' ξ', μ' ο', ἰσά ἐστὶ τῶ β' δ', καὶ τὸ α'. Ἀξίωμα. ἐπεὶ δὲ τὸ μὲν β' δ', παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τῆ ε': καὶ ζ': ἀριθμοῦ γινόμενῳ, ὡς εἴρηται, τὰ δὲ β' ρ', ζ' κ', θ' ξ', μ' ο', τοῖς ὑπὸ τῶν ἀβ' γ' δ': ἀριθμῶν, καὶ τῶν θ' λ' κ' ἡ: διαφορῶν γινόμενοις ἀριθμοῖς, πολλαπλασιαζομένων ἄρα τῶν ἀβ' γ' δ': ἀριθμῶν ἐπὶ τὰς θ' λ' κ' ἡ: διαφορὰς ἐκάστη ἐφ' ἐκάστην, καὶ τῶν γινόμενων εἰς ἓνα συναπτομένων, τὰ δὲ ζ': ἐπὶ τὸ ε': ὡσαύτως πολλαπλασιαζομένων, ἡ τῆμπαλιν, ὁ αὐτὸς γενήσεται ἀριθμὸς. Ἐπὶ τῶ παρόντος τοῖον προβλήματος εὔρηται διὰ τῆς Μεθόδου ταύτης ὅσας πῆχης δεῖον λαβεῖν παρ' ἐκάστη εἴδους ὑφάσματος, ὅπερ ἦν τὸ ζητούμενον. Ἐκ διαφορῶν ἄρα τιμημάτων ἐπὶ τὸ δοθεῖν τίμημα τὰ τιμώμενα ἡκται κατὰ τῆν δοθεῖσαν πρῶσιτα. ὅπερ εἶδει ποιῆσαι.

α:	β:	γ:	δ:	ε:	9:
6:	8:	12:	15:	ζ:	13:
3:	λ:	κ:	μ:		27:
6:	3:	1:	3:	ο:	3:
				ο:	117:

Ε.Υ.Δ.Τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Ἐπιδειγμα ἐπὶ τῆς συνθέσεως ἤτοι μικτῆς Μεθόδου τῆς Ἐπι-  
συνδέσεως κατ' ἄρτιον ἀριθμὸν.

Κείσθω αὐτίς εἰς ἔρευαν ἑτέρα τινὰ εἶδη ὑφάσματος β: τὸν ἀριθμὸν, ὡς τὸ α. τιμάσθω ὀβό-  
λων 4: τὸ β. 7: τὸ γ. 9: τὸ δ. 12: τὸ ε. 16: καὶ τὸ ς. 20: Αἰτείσθωσαν δὲ ἐξ ἀπάντων πη-  
χαις δυοκαίδεκα πρὸς τοὺς ἑκατὸν, καὶ τέτρω ἑκασον, δέδασθω, δέκα ὀβόλων τιμάσαι. Δεῖ δὲ  
ἐκ τῶν προκειμένων τιμημάτων ἐπὶ τὸ δοθὲν τίμημα τὰ τιμώμενα ἀγαγεῖν, κατὰ τὴν δοθεῖσαν  
ποσότητα. Ἐσώσαν τοίνυν διαφορὰ μὲν τιμήματα τῶν ὑφασμά-  
των οἱ α β γ δ ε ζ: ἀριθμοὶ, τὸ δὲ δοθὲν τίμημα ὁ η: καὶ ἡ δοθεῖ-  
σα ποσότης ὁ θ: τῆς αὐτῆς δὲ πράξεως γενομένης, κατὰ τὴν ἀνω-  
τέρω ἐρμηνείαν, ἔσωσαν διαφοραὶ τῶν αὐτῶν τιμημάτων πρὸς τὸν  
η: ἀριθμὸν οἱ λ, ν, ο, ξ, μ, κ, τούτων δὲ συμποσομένων ἔ-  
σω ἐξ αὐτῶν γενομένος ἀριθμὸς ὁ π: καὶ παραβληθῆτω τῷ θ: ἀ-  
ριθμῷ. ἵππει δὲ ὁ π: παραβαλλόμενος τῷ θ: ἐλάττωσεν αὐτοῦ εὐ-  
ρίσκειται, οὐ πάντως γε τὸ ζητούμενον εὐρίσκειται. οὐ γὰρ ὁ αὐτὸς γε-  
νήσεται ἀριθμὸς διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῷ θ: ἐπὶ τὸν η: καὶ τῶν διαφορῶν ἐπὶ τοὺς ἀριθ-  
μοὺς, ὡς πρῶτον. Διὸ οὐδὲ ἡρεμητίον ἡμῖν με-  
χρι τούτου καταφευκτίον δ' ἐφ' ἑτέραν τινὰ πρά-  
ξιν. ἀνθ' ὅτου καὶ ἡ Μέθοδος αὕτη μικτὴ οὐκ ἀ-  
πεικότως προσηγόρευται. Διαιρεθῆτω τοίνυν ὁ  
θ: ἀριθμὸς, εἰς μέρη ἀνάλογα ταῖς λ, ν, ο, ξ,  
μ, κ, διαφοραῖς. Τετὶ δὲ διὰ τῆς Μεθόδου τῶν  
Τριῶν γενήσεται. Εἰρήσθω ἔν εἴγε ὁ π: ἀριθμὸς  
εἰς τοὺς λ, ν, ο, ξ, μ, κ, ὡς εἰς μέρη διηρη-  
ται. ὁ θ: ἀρα εἰς τινὰς διαιρεθήσεται ἀριθμοὺς,  
ἕξαπλῆς δὲ Μεθόδου τῶν Τριῶν γενομένης, εὐρε-  
θήσονται ἀριθμοὶ, ἀντὶ μερῶν τοῦ θ: ἀναλόγως  
ἔχοντες τοὺς τῷ π: μέρεισιν, οἱ ρ, σ, τ, υ, φ,  
χ, ἢ γὰρ γενέσθω ὡς ὁ π: ἀριθμὸς πρὸς τὸν θ: ἕτως οἱ λ, ν, ο, ξ, μ, κ, πρὸς ἄλλας τινὰς, καὶ  
εὐρεθήσονται οἱ αὐτοὶ ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ἀριθμοὶ, καὶ διὰ τῆς αὐτῆς Μεθόδου, ὡς μέρη τῷ θ: τοῖς  
τοῦ π: μέρεισιν ἀνάλογα. ὅπερ ἐπὶ τῶν ἐπ' ὀψιν παραδειγμάτων καθοράται γινόμενον. Λέγω δὲ  
τῶν μὲν ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ἀριθμῶν, ἐπὶ τῆς α, β, γ, δ, ε, ζ, πολλαπλασιαζομένων ἑκάστω ἐφ' ἑ-  
κάστω, καὶ τῶν γενομένων συμποσομένων, τοῦ δὲ θ: ἐπὶ τὸν η: ὡσαύτως πολλαπλασιαζομένου,  
τῶν αὐτῶν ἀριθμῶν ἀνακτιρήτως γενήσεσθαι.

Ἐσώ δὲ καὶ τετὶ ἐπὶ διαγράμματος πρὸς ἐμπέδωσιν τῶν εἰρημένων. καὶ ἀντὶ μὲν τοῦ η: ἀριθμοῦ  
εἰλήφθω ἡ αβ: γραμμὴ, ἀντὶ δὲ τῷ θ: ἡ βγ: καὶ ἀναπληρέσθω τὸ βδ: παραλληλόγραμμον.  
Εἶτα ἀντὶ μὲν τῷ α: εἰλήφθω ἡ εβ', ἀντὶ δὲ τοῦ ζ: ἡ ζ'η', ἀντὶ δὲ τοῦ β': ἡ θ'κ', ἀντὶ δὲ τοῦ  
ε: ἡ λ'μ', ἀντὶ δὲ τῷ γ: ἡ ν'ξ', καὶ ἀντὶ τοῦ δ: ἡ οπ'. Αὐτίς εἰλήφθω ἡ μὲν βζ', ἀντὶ τῷ ρ:  
ἀριθμῷ, ἡ δὲ ζθ', ἀντὶ τῷ χ': ἡ δὲ θλ', ἀντὶ τοῦ σ': ἡ δὲ λν', ἀντὶ τῷ φ: ἡ δὲ νο', ἀντὶ τῷ  
τ: καὶ ἡ ογ', ἀντὶ τῷ υ: καὶ συμπεπλη-  
ρώσθωσαν τὰ βρ, ζσ, θτ, λυ,  
νφ, καὶ πγ, παραλληλόγραμμα.

Δείκνυται. Ἐπεὶ αἱ μὲν βζ', θζ', θλ',  
λν', νο', ογ', εὐθείαι εἰλήφθησαν ἀντὶ  
τῶν ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ἀριθμῶν, ἀναλό-  
γως ἔχοντων ταῖς λ, ν, ο, ξ, μ, κ,  
διαφοραῖς. αἱ δὲ εβ', ηζ', κθ', μλ',  
νξ', πο', ἀντὶ τῶν αζ', βε', γδ', ἀριθμῶν, πάντως γε τὰ βρ, ζσ',  
θτ', λυ', νφ', πγ', παραλληλόγραμμα ἀναλογουσι τοῖς ὑπὸ τε τῶν  
αβγδ'εζ', καὶ τῶν ρστ'υφ'χ', γινόμενοις ἀριθμοῖς. Ἐπεὶ δ' αὐτίς ἡ  
μὲν αβ', εἰληπται ἀντὶ τῷ η: ἡ δὲ βγ', ἀντὶ τοῦ θ: τὸ βδ', δῆπου  
θεν παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῷ ὑπὸ τε τοῦ η: καὶ θ: ἀριθμῶν. Ὡς  
εἰσὶν τὰ βρ, ζσ', θτ', λυ', νφ', πγ', παραλληλόγραμμα ἀποδειχθῆ  
ἴσα τῷ βδ', ἔπειτα τῷ ὄντι καὶ τὰς ὑπὸ τε τῶν αβγδ'εζ', καὶ ρσ'  
τ'υφ'χ', γινόμενοις ἀριθμοῖς ἴσας εἶναι ὁμοῦ λαμβανομένης τῷ ὑπὸ τε τοῦ η: καὶ θ: γινόμενῳ  
ἀριθμῷ.

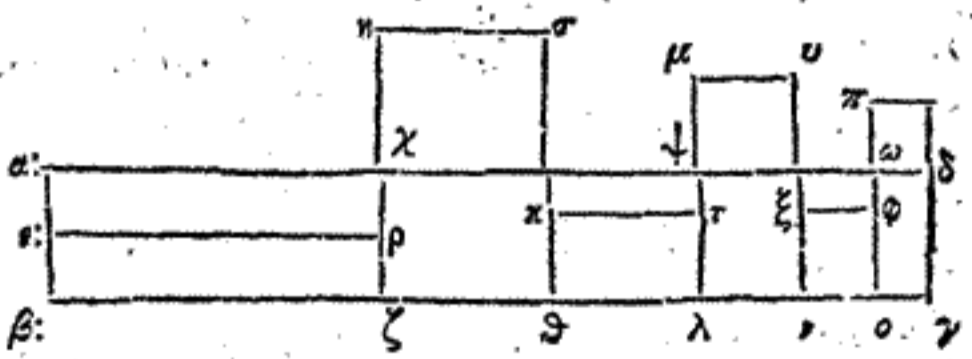
α:	β:	γ:	δ:	ε:	ζ:
4:	7:	9:	12:	16:	20:
λ:	ν:	ο:	ξ:	μ:	κ:
10:	6:	2:	1:	3:	6:
π:	28:				
				η:	10:
				θ:	112:
				τ:	28:

λ:	10:	ρ:	40:
ν:	6:	σ:	24:
ο:	2:	τ:	8:
ξ:	1:	υ:	4:
μ:	3:	φ:	12:
κ:	6:	χ:	24:

λ:	10:	ρ:	40:
ν:	6:	σ:	24:
ο:	2:	τ:	8:
ξ:	1:	υ:	4:
μ:	3:	φ:	12:
κ:	6:	χ:	24:



α:	β:	γ:	δ:	ε:	ζ:
4:	7:	9:	12:	16:	20:
λ:	ν:	ο:	ξ:	μ:	κ:
10:	6:	2:	1:	3:	6:
				η:	10:
				θ:	112:
				τ:	28:

Ε. Ν. ΜΑΤΙΝΑΚΗΣ Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ΒΙΒΛΙΟΝ Α. ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι.

αριθμῶ. Ὅτι δὲ τὸ ἠγούμενον ἀληθές, ἴσον. τὰ μὲν γὰρ β' ρ', ζ' σ', θ' τ', λ' υ', φ', π' γ', παραλληλόγραμμα ἰσάεσι τοῖς β' χ', χ' θ', θ' ψ', ψ' ν', ν' ω', ω' γ', καὶ τὸ προεκτεθέν Λήμμα. τὰ δὲ β' χ', χ' θ', θ' ψ', ψ' ν', ν' ω', ω' γ', ἰσάεσι τῷ β' δ', καὶ τὴν α'. τὰ β', τὰ στοιχειώδη, ἀρα τῷ αὐτῷ β' δ', παραλληλογράμμω ἰσάεσι, καὶ τὰ β' ρ', ζ' σ', θ' τ', λ' υ', φ', π' γ', ἀληθεύοντος δὴ τοῦ ἠγούμενου, ἀληθεύει πάντως καὶ τὸ ἐπόμενον. Ἐάν ἄρα οἱ α', β', γ', δ', ε', ζ', ἀριθμοὶ ἐπὶ τὰς ρ', σ', τ', υ', φ', χ', πολλαπλασιασθῶσι, καὶ οἱ γινόμενοι εἰς ἓνα συναφθῶσιν, ὁ αὐτὸς γενήσεται ἀριθμὸς, ὅς τις γίνε-  
ται καὶ τῷ θ': ἐπὶ τὸν ἠ: πολλαπλασιαζόμενος, καὶ τῷ τῷ ἢ τὸ προβληθέν. ὅπερ εἶδει ποιῆσαι.

Ἦπόδειγμα ἐπὶ τῆς Μεθόδου τῆς Ἐπισυνδέσεως, κατὰ περιττὸν ἀριθμὸν.

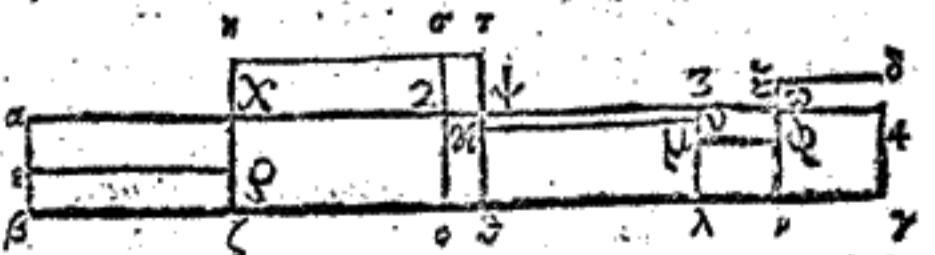
Τούτων δὴ τὸν τρόπον γίνεται ἢτε ἀπλὴ καὶ μικτὴ Μέθοδος τῆ προβλήματος ἐπὶ τῷ ἀρτίῳ ἀριθ-  
μῷ. Ἐπειδὴν δὲ τὰ τιμήματα διὰ περιττῷ ἀριθμοῦ τύχῃσι παρισνώμια, ἐπεὶ τῶν λοιπῶν συ-  
ζευχθέντων ἀριθμῶν, εἰς τῶν πάντων ἀζυγὸς ἐγκαταλείπεται, δεῖ πρῶτον τῷ δοθέντι τιμήμα-  
τι τῆτον παραβαλεῖν, καὶ μὲν ἐλάττων οφθῆ, ἐνί τινι τῶν μειζόνων καὶ τῆτον συζευξάσαι. εἰδὲ μεί-  
ζων, ἐπὶ τῶν ἐλαττόνων. εἴτα τῆς αὐτῆς πράξεως γενομένης εὐρεθήσεται τὸ ζητούμενον, ὡς καὶ πρότε-  
ρον. οἷον ἔσῳσαν διαφορὰ τιμήματα τῶν αὐτῶν ὑφασμάτων, οἱ α' β' γ' δ' ε': ἀριθμοὶ, τὸ δὲ δοθὲν  
τίμημα ὁ ἠ: ἢ δὲ δοθεῖσα ποσότης, ὁ θ': συζευγμένον ἐν τῶν α' ε', β' δ', ε-  
πεὶ ὁ γ': ἀζυγὸς ὁράται, παραβαλλόμενος, δὲ τῷ ἠ: ἐλάττων ἀναφαίνεται, 4: 7: 9: 12: 16:  
συζευχθέντων ἐνί τῶν δ' ε': ὁ αὐτὸς γ': συζευχθέντος δὲ, φέρει εἰπεῖν, τῷ ε': ἔ-  
σῳ τούτῃ διαφορὰ ἢ οἱ: τῷ δ' ε': ἢ μ': συμποσοουμένων δὲ τῶν κ' λ' μ' ν' ξ' ο',  
διαφορῶν, ἐπεὶ ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν χ': ἐλάττων ἐστὶ τοῦ θ': διακρινθή-  
ται ὁ αὐτὸς θ': εἰς μέρη ἰσοπληθῆ, καὶ ἀνάλογα ταῖς κ' λ' μ' ν' ξ' ο': δια-  
φοραῖς, διὰ τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν, ἀπὸ μὲν τοῦ α'. ὅρου, λαμβανομέ-  
νου τοῦ χ': ἀπὸ δὲ τοῦ β', τῶν κ' λ' μ' ν' ξ' ο', διαφορῶν, καὶ ἀπὸ τοῦ  
γ'. τοῦ θ': καὶ ἔσῳσαν ταῦτα τὰ π', ρ', σ', τ', υ', φ'. λέγω δὴ τῶν μὲν  
α' β' γ' δ' ε', ἀριθμῶν ἐπὶ τοὺς π' ρ' σ' τ' υ' φ', ἀριθμοὺς πολλαπλασιαζο-  
μένων, καὶ τῶν γινόμενων ἀλλήλοις συναπτομίσγων, τοῦ δὲ θ': ἐπὶ τὸν  
ἠ: τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν γίνεσθαι, ὡς καὶ ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω.

α:	β:	γ:	δ:	ε:
4:	7:	9:	12:	16:
κ:	λ:	μ:	ν:	ξ:
6:	2:	6:	3:	6:
		η:	10:	1:
		θ:	96:	
π:	ρ:	σ:	τ:	υ:
24:	8:	24:	12:	24:
κ:	6:			9:
λ:	2:			4:
μ:	6:			
ν:	3:			
ξ:	6:			
π:	γ:			
χ:	24:			

Εἰληφθῶ τὸ β' δ': παραλληλόγραμμον ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ἠ θ':  
γινόμενου ἀριθμοῦ, καὶ τῆς β' γ': πλευρᾶς τοῦ αὐτοῦ παραλληλογράμ-  
μου εἰληφθῶ ἢ μὲν β' ζ': ἀπὸ τοῦ π': ἀριθμοῦ, ἢ δὲ ζ' ο': ἀπὸ τοῦ υ':  
ἢ δὲ θ' ο', ἀπὸ τοῦ φ': ἢ δὲ θ' λ': ἀπὸ τοῦ σ':  
ἢ δὲ λ' ν': ἀπὸ τοῦ ρ': καὶ ἢ ν' γ': ἀπὸ τοῦ τ'.  
Αὐτῆς ἢ μὲν ε' β': εἰληφθῶ ἀπὸ τοῦ α': ἢ δὲ  
ζ' κ': ἀπὸ τοῦ ε': ἢ δὲ θ' κ': ἀπὸ τοῦ γ': ἢ δὲ  
λ' μ': ἀπὸ τοῦ β': καὶ ἢ ν' ξ': ἀπὸ τοῦ δ': καὶ  
τὰ λοιπὰ γενήσθω, ὡς πρότερον.

κ:	6:	π:	24:
λ:	2:	ρ:	8:
μ:	6:	σ:	24:
ν:	3:	τ:	12:
ξ:	6:	υ:	24:
ο:	1:	φ:	4:

Δείκνυται, τὸ μὲν β' ρ': παραλληλόγραμμον καὶ  
τῆς καλασκυῆν, ἀνάλογεῖ τῷ ὑπὸ τῶν α' π': γινόμε-  
νω ἀριθμῷ. τὸ δὲ ζ' σ', τῷ ὑπὸ τῶν ε' υ': τὸ δὲ  
θ' τ': τῷ ὑπὸ τῶν ε' φ': τὸ δὲ θ' υ': τῷ ὑπὸ τῶν  
γ' σ': τὸ δὲ λ' φ': τῷ ὑπὸ τῶν β' ρ': τὸ δὲ ν' δ':  
τῷ ὑπὸ τῶν δ' τ'. τρεῖς ἄν συζυγίαι ἐν τοῖς ἀ-  
ριθμοῖς θεωροῦνται, τρεῖς δὲ καὶ τῷ διαγράμ-  
ματι. καὶ τῆ μὲν συζυγία τὰ α' καὶ ε': ἀ-  
νάλογεῖ ἢ τῶν β' ρ', καὶ ζ' σ', συζυγία. τῆ  
δὲ τοῦ γ': καὶ ε': ἢ τῶν θ' τ': καὶ θ' υ': τῆ δὲ  
τὰ β': καὶ δ': ἢ τῶν λ' φ': καὶ ν' δ': ἀλλὰ τὰ  
β' ρ', ζ' σ', θ' τ', θ' υ', λ' φ', καὶ ν' δ', ὀρθο-  
γώνια ἰσάεσι τοῖς β' χ': ζ' 2: ὁκ': θ' 3:



λ' ω': καὶ ν' 4: ὀρθογώνιας καὶ τὸ Πέρισμα τῷ ἀνωτέρω Λήμματι. Τὰ δὲ β' χ': ζ' 2: καὶ λοιπὰ ὀρ-  
θογώνια ἰσάεσι τῷ β' δ': ὀρθογώνια, καὶ τὴν α'. τὰ β': τὰ στοιχειώδη. Ἐάν ἄρα ὁ μὲν α': ἐπὶ τὸν π':  
ἀριθμὸν πολλαπλασιασθῆ, ὁ δὲ ε': ἐπὶ τὸν υ': καὶ φ': ὁ δὲ γ': ἐπὶ τὸν σ': ὁ δὲ β': ἐπὶ τὸν ρ': καὶ θ'  
δ': ἐπὶ τὸν τ': καὶ οἱ γινόμενοι πρὸς ἓνα συναφθῶσιν, πολλαπλασιασθεὶς δὲ ὁ ἠ: ἐπὶ τὸν θ': ὁ αὐτὸς  
ἀριθμὸς γενήσεται. Οὕτω δὴ τὰ καὶ τῆς β'. τῆς Μεθόδου περιγραφὴν λύονται προβλήματα. Πρό-

Πρόβλημα Β.

Πράγματός τινος εκ διαφόρων ειδών συκκειμένα, ών κ' το τίμημα διάφορον, τής ποσότητος έγνωσμένης, τής εν αυτώ βαρύτητος το τίμημα αυτώ εύρειν.

Τύττε τε τῷ προβλήματος κ' τῶν όμοίων αυτώ, τῶν κατά α. περιγραφῆν τής Μεθόδου προβαλλομένων η λύσις ευχεριετέρα τε εστ' κ' ευληπτοτέρα, ατε δὴ κ' απλυτέρα.

Εἶσω τοίνυν δός εἶπειν, φιάλη τις εκ διαφόρων μετάλλων συκκειμένη, αργυρία, ορειχάλκη, κ' άλλων, τεσσάρων όντων τῷ πλήθει κ' τῷ μέρει α. εἶσω η τιμή μετάλλ. α. β. γ. δ. λεπτῶν 24: τῷ δὲ β: 18: τῷ γ: 11: τῷ δ: 10: εἶσω δὲ κ' η τιμή: 24: 18: 11: 10: η βαρύτης τής αυτης φιάλης δραχμῶν 70: ών τὰς μὲν 10: παρ' η βαρῦ: 10: 15: 20: 25: παρ' τῷ α. υποκείδω δεικνείδαι, τὰς δὲ 15: παρ' τῷ β. τὰς δὲ 20: παρ' τῷ γ. κ' τὰς 25: παρ' τῷ δ. κ' ζητηθῆτω η ποσότης τῷ τιμήματος εκάστης δραχμῆς τής αυτης φιάλης, η μεμιγμένης.

Εἰς εύρεσιν τοιγαρῶν τῷ ζητούμενῷ, πολλαπλασιασθήτωσαν α. αἱ βαρύτητες εκάστου μετάλλου ἐπὶ τὰ τιμήματα τῶν αυτῶν, κ' γενέσθωσαν οἱ ε' ζ' η θ: αριθμοί. Εἶτα συναφθῆτωσαν άλλήλοις οἱ αυτοί αριθμοί, κ' ποιείτωσαν τὸν κ'. Τύττε δὲ μεριζομένη ἐπὶ τὸν λ: αριθμὸν τὸν τής βαρύτητος δηλ: τής φιάλης, τὸ πηλίκον θ μ: αριθμὸς η ποσότης εἶσαι τῷ ζητούμετος εκάστης δραχμῆς τής αυτης φιάλης, η μεμιγμένης. Επει γάρ ο λ: αριθμὸς η τής φιάλης δηλ: ποσότης συκκειται εκ τῶν ποσοτήτων τῶν εν αυτῇ μετάλλων, πάντως γε κ' το τίμημα τής αυτης φιάλης συκκειται εκ τῶν αριθμῶν τῶν γινόμενων δια τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ποσοτήτων τῶν μετάλλων ἐπὶ τὰ τιμήματα τῶν αυτῶν, άλλ' ο κ: αριθμὸς συκκειται εκ τῶν ε' ζ' η θ: ὅτοι δὲ εἴσιν οἱ δια τῷ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ποσοτήτων τῶν μετάλλων ἐπὶ τὰ τιμήματα τῶν αυτῶν γινόμενοι. το τίμημα άρα τής ολης ποσότητος τής φιάλης εἶσαι ο κ: ὅθεν εἰκότως μερίζεται α αυτὸς κ: ἐπὶ τὸν λ: εύρεθήσεται γάρ αριθμὸς εφ' ον ο λ: πολλαπλασιασζόμενος τὸν αυτὸν κ: ποιήσει, κ' ὅτος εἶσαι το τίμημα εκάστης μέρους τής ολης ποσότητος τής αυτης φιάλης. παρήκται δ' ἐπὶ τῷ μερισμῷ τῷ κ: ἐπὶ τὸν λ: ο μ: αριθμὸς, το τίμημα άρα τῶν μερῶν τοῦ λ: ο μ: εἶσιν αριθμοί. Οὕτω μὲν οὖν το ζητούμενον εύρίσκειται, ἥνεκα τότε τίμημα κ' η ποσότης εκάστης μετάλλου έγνωσμένα εἴσιν, ὅτε δὲ τῶν μὲν μετάλλων τὰ τιμήματα δοθῆ. τῆς φιάλης, ἦτε τῷ ολη ποσότης, κ' το εκάστης μέρους αυτης τίμημα μη έγνωσμένα ὡσι, καταρκοκτιον εἶ τὴν τῷ α. προβλήματος Μεθόδον. Ζητεῖται ὅδ' τότε η ποσότης εκάστης μετάλλου, εἴ αν η φιάλη συνετέθη.

24:	18:	11	10:
10:	15:	20:	25:
δ: 240:	ε: 270:	ζ: 240:	η: 250:
			θ: 210:
			ι: 270:
			κ: 240:
			λ: 980:
			μ: 280:
			ν: 600:
			ξ: 14:

Γ.

Ανδρωπός τις δίδωκε χρυσοχόφῃ τιτὴ δραχμῆς καθαρῆς χρυσίῳ ογδοήκοντα. ἢ το τίμημα ἦν χαρακτηριστῶν εικοσιτεσσάρων εἰς τὸ κατασκευάσαι αυτῷ σίφανον χρυσοῦ. ο δὲ εννοθεύσατο τὸν χρυσὸν αναμίξας αυτῷ χαλκῷ δραχμῆς πεντεκαίδεκα, ἢ το τίμημα ἦν δύο χαρακτηριστῶν. Ζητεῖ εν μαθεῖν πόσης τιμῆς εἴσιν ο σίφανος, η νοθιυμένες.

Διχῶς πάντως γε τῷτι εννοῖσθαι γινόμενον ενδέχεται. ἢ γὰρ τὰς ογδοήκοντα τοῦ καθαρῆ χρυσίῳ δραχμαῖς προσέθῃτο ο χρυσοχόος κ' δραχμῆς πεντεκαίδεκα χαλκοῦ, ὡσε γενέσθαι το ὅλον εἴς εκάτερον τῶν χρυσῆ κ' χαλκοῦ δραχμῶν πέντε κ' εννεήκοντα, ἢ ὕφιλαι τῷ καθαρῷ χρυσίῳ δραχμῆς πεντεκαίδεκα, αντ αυτῷ χαλκὸν αναμίξασατο τῷ ενεποληφθέντι χρυσῷ, ὡσε τὴν α. αναπληρῆσθαι ποσότητα.

Κατὰ μὲν εν τὸν α. τρόπον εύρίσκειται ἡμῖν το ζητούμενον πολλαπλασιάσασιν μὲν παρὰ μέρος τὰς τε τῷ καθαρῷ χρυσῷ δραχμῆς, κ' τὰς τῷ χαλκῷ ἐπὶ τὰ ἴδια τιμήματα. τῆς δὲ γινόμενης αριθμοῦς συναφάσιν, κ' τὸν εἴς αυτῶν μερίσασιν ἐπὶ τὸν συκκειμένον εκτε τής τῷ καθαρῷ χρυσῷ, κ' τής τοῦ χαλκοῦ ποσότητος, οἷον κείσθω τὸν χρυσοχόου προσέθῃται τὰς ογδοήκοντα δραχμαῖς τῷ καθαρῷ χρυσῷ, κ' χαλκῷ δραχμῆς πεντεκαίδεκα, ὡσε εἶσαι τὴν ολην ποσότητα τῷ σίφανῳ δραχμῆς πέντε κ' εννεήκοντα, κ' ζητηθῆτω η τής ποσότητος τῆς αυτης τιμῆς. Πολλαπλασιασθήτω εν ο μὲν ογδοήκοντα αριθμὸς ἐπὶ τὰς εικοσιτεσσάρων, κ' ποιείτω τὸν α: ο δὲ πεντεκαίδεκα ἐπὶ τὸν β: κ' συναφάτω τὸν β: εἶτα συναφθῆτω ο β: τῷ α: κ' γενέσθω ο γ: ο δὲ γ: μερισθῆτω ἐπὶ τὸν εννεήκοντα κ' πέντε αριθμῶν, τὸν τής ολης δηλ:

χρυσ:	80:	χαλ:	15:
η τιμή	24:		2:
	320:	β:	30:
	160:		
α:	1910:	χρυσ:	80:
	30:	χαλ:	15:
γ:	1950:		95:
	050:		
δ:	10:	50:	η:
	95:	ζ:	

Ε.Υ.Δ της Κ.Τ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ποσότητος, καὶ ἕξω πηλίκον ὁ δ'· μετὰ τοῦ λεπτοῦ ἐζ'· καὶ τοσοῦτον ἔσαι τὸ τίμημα ἑκάστης δραχμῆς τοῦ νεοθυσμένου σεφάνου. ὁ Λόγος σαφὴς ἐκ τῶν ἀνωτέρω. Διὸ καὶ ἀποδείξω δέεται.

Ἐὰν δὲ κατὰ τὸν β'. ὑποθεθῆ τὸ πρόβλημα, ἀφαιρητίον α'. τῆς τῆ δεδομένη χρυσοῦ ποσότητος, ὅσας τοῦ καθαροῦ ὁ χρυτοχόος ἐνεσφίσατο δραχμᾶς. Ἐἴτα πολλαπλασιαστίον τήν τε τοῦ ἐναπολειφθέντος χρυσοῦ ποσότητα, καὶ τὴν τοῦ ἀναμιχθέντος χαλκοῦ ἐπὶ τὴν ἑκατέρω τιμὴν χωρὶς. τῆς δὲ γειομένης ἀριθμῆς συναπτέον ἀλλήλοις, καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν διαιρητίον ἐπὶ τὴν τῆ νεοθυσμένη χρυσοῦ ποσότητα. οἷον δεδοῦν τὸν χρυτοχόον λαβεῖν καθαρῶ χρυσῶ δραχμᾶς ὀγδοήκοντα, καὶ νεοθυσάμενος παρ' αὐτοῦ δραχμᾶς πεντακαίδεκα ἀναμίξαι ἀντὶ τῆτων τῶ καθαροῦ χρυσοῦ χαλκόν, ὡς ἀναπληρωθῆναι τῆς α'. ποσότητος. Εἰς εὐρέσειν δὲ τῆ ζητουμένου ἀφηρήθω τῆ 80: ἀριθμοῦ ὁ 15: καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς πολλαπλασιασθήτω ἐπὶ τὸν 24: τὴν τιμὴν δηλαδὴ τῆ καθαροῦ χρυσοῦ, καὶ γενήσεται ὁ θ': πολλαπλασιασθήτω δὲ καὶ ὁ 15: ἢ τῆ χαλκοῦ ποσότης ἐπὶ τὴν τιμὴν αὐτῆ δηλαδὴ τῆς 2: καὶ γενήσεται ὁ κ': εἴτα συναφθήτω ὁ κ': τῶ θ': καὶ ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν, ἦτοι ὁ λ': μερισθήτω ἐπὶ τὸν 80: τὴν ποσότητα δηλαδὴ τῆ νεοθυσμένη χρυσοῦ, καὶ τὸ πηλίκον ὁ μ': ἀριθμῆς μετὰ τῆς ἐζ': κλάσματος τὴν ἑκάστης δραχμῆς τῆς τοῦ νεοθυσμένου χρυσοῦ ποσότητος παραστήσει τιμὴν.

80:	6 5:	15:
15:	2 4:	2
κ: 65:	2 6 0	κ: 30:
	1 3 0:	
θ: - - -	1 5 6 0:	80
	κ: 3 0:	19
		720
λ: - - -	1 5 9 0:	80.
	7 9 0:	1520
	0 7 0:	70
	19: 70: ε:	1590:
	μ: 80: κ:	

Οὗτοι μὲν ἔν δὴ θηρεύεται ἡ τοῦ νεοθυσμένη χρυσοῦ, ἢ ἀργύρου τιμὴ τῆς ποσότητος αὐτῆ τῆ καὶ τῶν ἄλλων μετάλλων δοθείσης, οἷς ἀναμίχεται, ἐπειδὴν ὁ ἦτε τῆ καθαροῦ χρυσοῦ, ἢ ἀργύρου ποσότης δοθῆ, ζητηθῆ δὲ π τοῦ μετάλλου, ἃ τινὶ ἀφείλει ἀναμιγῆναι, ὡς τὴν ὀρισμένην δέξασθαι τιμὴν τοιαύτην τινὶ χρησίῳ Μεθόδῳ. Πολλαπλασιασθήτω δὲ α'. ἢ τοῦ καθαροῦ χρυσοῦ, ἢ ἀργύρου ποσότης ἐπὶ τὴν ἰδίαν τιμὴν. εἴτα μερισθήτω ὁ γινόμενος ἐπὶ τὴν ζητουμένην τιμὴν, καὶ τοῦ εὐρεθέντος ἀριθμοῦ, ὅς καὶ πηλίκον προσαγορεύεται, ἀφαιρεθήτω ὁ τῆς ποσότητος τοῦ καθαροῦ χρυσοῦ ἢ ἀργύρου ἀριθμῆς, καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς παρίξει σοὶ ἄγνωστον τὴν τοῦ ἀναμιχθέντος μετάλλου ποσότητα. Οἷον ἔχοντός τινος δραχμᾶς ἀργύρου καθαροῦ ἑξήκοντα, καὶ τὸ τίμημα ἑκάστης δραχμῆς χαρακτηρῶν ἐστὶν εἰκοσιτεσσαράρων, βυλαμένα δὲ τούτῳ ἐλάττονος ποιῆσαι τιμῆς, ὅς εἴπῃν κερμάτων ἄκτωκαίδεκα, ζητηθήτω ἢ τοῦ ἀναμιχθυσμένου χαλκοῦ ποσότης.

κ: 60:
β: 24:
240
120
7: 1440
κ: 18 { 0000
Ζ: 80:
Ζ: 80:
60
δ: 20
2
κ: 40:
γ: 1 4 4 0:
ε: 4 0:
ζ: 1 4 8 0
η: 18 { 0 0 4 0
θ: 0 4:
ι: 32: 4: κ:
κ: 60: 18: λ:
μ: 22:

Εἰς εὐρέσειν ἔν τούτου πολλαπλασιασθήτω ὁ τῆς τοῦ καθαροῦ ἀργύρου ποσότητος ἀριθμῆς ἐπὶ τὴν ἰδίαν τιμὴν, ὁ βο: δηλαδὴ ἐπὶ τὸν 24: καὶ ὁ γινόμενος γ': μερισθήτω ἐπὶ τὸν τῆς ζητουμένης τῆ ἀργύρου τιμῆς ἀριθμῶν, δηλαδὴ τὸν 18: καὶ τοῦ εὐρεθέντος Ζ: ἀφηρήθω ὁ βο: καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς δ': τὴν τοῦ χαλκοῦ παραστήσει ποσότητα. Ἡ πράξις τῆταυτε καὶ τῶν ὁμοίων προβλημάτων γίνεται καὶ τὸν β'. τρόπον τῆς πλαγίας τῶν Ἑτῶν Μεθόδῳ, διὸ καὶ ὁ λόγος ἐκ τῶν ἐν ἐκείνῳ θηράσιμος. ἐπεὶ δὲ ἀνεξαρτήτως τῆς βαρύτητος τῆ ἀργύρου διὰ τῆς τῆ χαλκοῦ προδίκης συσφύεταί πως καὶ ἡ τῆταυτε τιμὴ διὰ τῆς προδίκης τῆς τῆ χαλκοῦ τιμῆς, ἵνα ἢ τῆ ζητουμένη εὐρέσειν ἀκριβέστερα γένηται, κατασκευάσει ἡδὴ καὶ ἐφ' ἑτέραν τινὰ πρᾶξιν. οἷον ἐπὶ τῆ δετῆ προβλήματος ἔπει ὁ μὲν α'. ἀριθμῆς τὴν τῆς βαρύτητος τῆ καθαροῦ ἀργύρου παρίσσει ποσότητα, ὁ δὲ β': τὴν τιμὴν ἑκάστης τούτου δραχμῆς, καὶ ὁ γ': τὴν τῆ τιμήματος τῆ α'. ποσότητα, πρᾶξίως δὲ γενομένης εὐρίσκει ὁ δ': παραστατικὸς τῆς ποσότητος τῆς τῆ προσεθισμένη χαλκοῦ βαρύτητος, ὅς τε ἐπὶ τὸν 2: πολλαπλασιαζόμενος παρέχει τὸν ε': ἀριθμῆς παραστατικὸν τῆς αὐτῆ τιμῆς, οὗτινος προσθεμένη τῶ γ': γίνεται ὁ ζ':, μερισθήτω δὲ διὰ τὸ ἀκριβέστερον ὁ ζ': ἐπὶ τὸν η': καὶ παρέξει σοὶ τὸν θ': ὡς πηλίκον μετὰ τοῦ κ' λ': κλάσματος, οὗτινος ἀφηρήθω ὁ α': καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς μ': παραστήσει ἀκριβέστερον τὴν τῆς βαρύτητος ποσότητα τοῦ προσεθισμένου χαλκοῦ.

Ἄλλος δέ τις ἔχων καθαρὸν ἀργύρον ὀρισμένης βαρύτητος, καὶ βουλόμενος ἑκάστῳ τούτου δραχμὴν ἐπίτινα ζητουμένην ἀγκυρῆν τιμὴν τῆς βαρύτητος τῆ ἀργύρου μὴ ἐλάττωμένης, οὔτε μὲν ἀνεξομένης ζητῆ μεθεῖν πῶσας δραχμᾶς τοῦ καθαροῦ ἀργύρου ἀφαιρέσθαι διόν, ἀνθ' ὧν χαλκὸς προσεθίσεται;

Εἰς λύσιν ἔν τούτου πολλαπλασιαστίον ἡμῖν τὸν τῆς βαρύτητος τῆ καθαροῦ ἀργύρου ἀριθμῶν, ἐπὶ τὸν ἀριθμῶν τῆς ζητουμένης τιμῆς, καὶ τὸν γινόμενον μεριστίον ἐπὶ τὸν ἀριθμῶν τῆς τῆ καθαροῦ ἀργύρου τιμῆς, τὸ δὲ πηλίκον πᾶντως παρίξει τὴν ποσότητα τοῦ ἀφαιρεθισμένου ἀργύρου καὶ τούτῳ καθαροῦ. Διὰ δὲ τὸ ἀκριβέστερον ἀφαιρητίον ἔτι τὸ εὐρεθῆν πηλίκον ἀπὸ τοῦ βο: καὶ τὸ ἐναπολειφθῆν πολλαπλασιαστίον ἐπὶ τὴν τιμὴν τῆ χαλκοῦ, καὶ τὸν ἐξαχθέντα μεριστίον ἐπὶ τὴν τιμὴν τῆ καθαροῦ ἀργύρου. τὸ δ' ἐκ τῆταυτε πηλίκον προσθετίον τῶ ε'. καὶ τοσαύτος ἔσαι ὁ ἀφαιρεθισόμενος ἀργύρος,

2006

γυρος, ανθ' ου χαλκόν προσδεύειν, οίον κείσθω ἔχειν τινα ἀργύρου καθαροῦ δραχμᾶς ἐξήκοντα, οὐ ἢ τιμὴ χαρακτήρων εἰκοσιτάσδεκα, καὶ ζητείτω ἀγαγεῖν τὸν αὐτὸν ἀργυρον ἐπ' ἑλάττονα τιμῆς, ὡς εἰπεῖν, ἐπὶ τὸν ἑπτακαίδεκα. κείσθω δὲ καὶ τοῦ χαλκῆ τιμᾶσθαι ἐκάστην δραχμὴν δύο χαρακτήρων. Εἰς εὐρεσιν δὲ τούτου πολλαπλασιασθήτω ὁ 60: ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν 18: καὶ ὁ γεόμενος γ': μερισθήτω ἐπὶ τὸν 24: καὶ ἔστω πηλίκον ὁ δ': αὐτίτος ἀφαιρεσόμενος ἀπὸ τοῦ 60: ὁ ἐναπολειφθεὶς ε': πολλαπλασιασθήτω ἐπὶ τὸν 2: καὶ ὁ ἐξαχθεὶς ζ': πρῶτον μὲν προσεθήτω τῷ γ': καὶ γενέσθω ὁ ξ': μῆ δὲ τῆτο μερισθήτω ἐπὶ τὸν 24: τὸ δὲ ἐκ τούτου πηλίκον διηλ: ὁ κ': μῆ τῆ δ' κ': λεπτε προσεθήτω τῷ δ': καὶ ὁ γενόμενος λ': ἀφηρήσθω ἀπὸ τοῦ 60: καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς μ': παραστατικὸς ἔσαι τούτε ἀφαιρεθσομένη ἀργύρε, καὶ τῆ προσεθισμένῃ αὐτ' αὐτῆ χαλκῆ. τῷ γὰρ ἔχοντι τὰς ἐξήκοντα δραχμᾶς τῆ καθαρῆ ἀργύρε, καὶ ζητήσῃ ἀγαγεῖν τῆτον ἐπὶ τὴν τῆ οκτωκαίδεκα τιμὴν, ἀφαιρετίον τῆ καθαρῆ ἀργύρε δραχμᾶς τρεῖς πρὸς ταῖς δέκα, καὶ τρία τέταρτα τῆς δραχμῆς. ὁ γὰρ οκτωκαίδεκα ἀριθμὸς τρία τέταρτα ἐμφαίνει τοῦ εικοσιτάσδεκα. Τούτου δὲ γεομένη ἐναπολειφθήσονται ἀργύρε καθαρῆ δραχμαὶ ἐξ πρὸς ταῖς τεσσαράκοντα, καὶ ἑν τέταρτον τῆς δραχμῆς. Τῷ δὲ βουλομένῳ εἶδέναι εἶγε ἀνευ ἀπάτης ἢ πράξης γέγονε, πολλαπλασιασθῆτω τὴν τῆ καθαρῆ ἀργύρου ποσότητα ἐπὶ τὴν ἰδίαν τιμὴν, καὶ ὁ ἐξαχθεὶς ἰσος ἢ τῷ ξ': ἀληθῆς ἔσαι ἢ πράξις.

Ἄλλος δὲ πάλιν εἶχεν ἑγγίας νεοθευμένῃ ἀργύρε τέσσαρας πρὸς ταῖς εἴκοσι, οὐ ἑν ἐκάστῃ ἑγγίᾳ ἦσαν καθαροῦ μὲν ἀργύρε δραχμαὶ ἐννέα, χαλκῆ δὲ τρεῖς. Βυλόμενος δὲ ποιῆσαι ἐκάστην τῆτῃ ἑγγίαν ἐλάττονος τιμῆς, ὡς ἔχειν ἐν αὐτῇ δραχμᾶς καθαρῆ μὲν ἀργύρε οκτῶ, χαλκῆ δὲ τέσσαρας. Ζητεῖ μαθεῖν πόσας δραχμᾶς χαλκῆ οφείλει προσιδέναι. Διχῶς δὲ καὶ τῆτῃ δύναται προβληθῆναι. ἢ γὰρ αὐξηθήσεται ἢ τῆ ὅλου ποσότης προσιδεμένη τῆ χαλκοῦ, ἢ ἢ αὐτῆ μινεῖ. Κατὰ μὲν ἑν τὸν α'. τρόπον, πολλαπλασιασθήτω ὁ ἀριθμὸς τῆς ποσότητος τῆ νεοθευμένῃ ἀργύρε ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῆς ποσότητος τῆ καθαρῆ τῆ ἐν ἐκάστῃ τῆ ὅλου δραχμῆ ὁ α': δηλ: ἐπὶ τὸν β': ὁ δὲ ἐξαχθεὶς γ': μερισθήτω ἐπὶ τὸν 8: καὶ τῆ δοθέντος δ': ἀφαιρεθήτω ὁ α': καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς ζ': γνωρίσει σοι πάντως τῆ ποσότητα τῆ προσεθισομένη χαλκῆ. ὅν γὰρ ἔχει λόγον ὁ α': πρὸς τὸν δ': τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ὁ ε': πρὸς τὸν β': κατὰ τὴν ἰδ' τῆ ζ'. τῆ στοιχηωτῆ, τὴν δὲ τῆ ὅλου ποσότητα ὁ δ': ἀριθμὸς παραστήσει.

Κατὰ δὲ τὸν β'. τρόπον πολλαπλασιασθήτω ὁ α': ἐπὶ τὸν ε': καὶ ὁ γεόμενος ἢ: μερισθήτω ἐπὶ τὸν β': ὁ δὲ δοθεὶς δ': ἀφηρήσθω ἀπὸ τῆ α': καὶ ἐναπολειφθήσεται ὁ κ': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ λ' μ': κλάσματος, ὅς καὶ παρίσσει τῆτῃ τῆ ἀφαιρεθσομένου ἀργύρε ποσότητα, καὶ τὴν τῆ προσεθισομένη χαλκῆ. ὡς τὸ ὅλον μηδέντι ἐλαττωσθαι. κατὰ γὰρ τὴν ὑπόθεσιν ἐκάστη ἑγγία τῆ δοθέντος ἀργύρε εἶχε δραχμᾶς καθαροῦ μὲν ἀργύρε ἐννέα, χαλκοῦ δὲ τρεῖς. ὡς πολλαπλασιαζόμενα τῆ α': ἐπὶ τὸν 9: καὶ 3: γενήσεται ὁ ξ': καὶ ν': ἀριθμὸς, εἴτινες ἀλλήλοις συναπτόμενοι ποιήσουσι τὸν π': κατὰ δὲ τὴν ζήτησιν δοθήσονται ἐκάστῃ τῆ ὅλου ἑγγίᾳ δραχμαὶ ἀργύρου μὲν καθαροῦ οκτῶ, χαλκοῦ δὲ τέσσαρες, ὡς εἰς βεβαίωσιν τοῦ λεγομένη πολλαπλασιασθήτω αὐθις ὁ α': ἐπὶ τὸν οκτῶ καὶ τέσσαρα, καὶ οἱ γεόμενοι ρ': καὶ σ': συναφθήτωσαν ἀλλήλοις, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν τ': ἀριθμὸς ἴσος ἢ τῷ π': ὑγιῆς ἔσαι ἢ πράξις. ὁ λόγος σαφῆς.

ἀργ: δρ: 60:	τιμ: α: 24:	τιμ: β: 18:
	18:	60:
	480:	45:
	60:	
γ: 1080:		ε: 15:
	120:	2
24 { 000		ζ: 30:
δ: 45:		γ: 1080
κ: 1: $\frac{6}{24}$ :		30:
λ: 46: $\frac{6}{24}$ :		ξ: 1110
59: 24:		ζ: 30:
46: 6:		0 6:
μ: 13: 18:		24 { 6 3 1
λ: 46: - 6:		π: 24 κ 4
24:		
184:		
92		
1104:		
6:		
1110		

κ: 24:
β: 9
γ: 216:
8 { 56:
00
δ: 27
24
ζ: 03

α: 24:	α: 24:	α: 24:
β: 9:	3:	ε: 8:
ξ: 216:	ν: 72:	π: 1 9 2
ν: 72:		1 2
π: 288:		0 3
		δ: 21: $\frac{1}{9}$ : $\frac{1}{3}$ :
α: 24:	α: 24:	α: 24:
8:	4:	δ: 21: $\frac{1}{9}$ :
ρ: 192:	σ: 96:	κ: 02: $\frac{1}{3}$ : λ:
σ: 96:		μ:
τ: 288:		

Ἄλλο.

Χρυσόχοστίς λαβὼν ἀπὸ τινος χρυσῆ ἑγγίας οκτωκαίδεκα, οὐ ἢ τιμὴ κόκκων σίτου ἑκαταίδεκα τῷ χωνευτηρίῳ τῆτον ἐπέβαλε, μὴ ὅστος δὲ καθαροῦ ἐναπελειφθῆσαν ἐξ αὐτοῦ μόναι ἑγγίαι πεντεκαίδεκα. Ζητεῖ ἂν οὗτος μαθεῖν πόσων κόκκων ἔσαι ἢ τιμὴ τῆ ἐναπολειφθέντος.

Ε.Υ.Δ. της Κ.Π.Ι.  
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006  
Εἰς

Εἰς εὐρεσιν δὲ τούτῃ πολλαπλασιασθήτω ἡ α'. τῷ χρυσοῦ ποσότης ἐπὶ τὴν α'. αὐτῆ τιμῆν, ὁ ὀκτωκαίδεκα δηλ: ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἑκακίδεκα, καὶ ὁ ἑξαχθεὶς φ': ἀριθμὸς μερισθῆτω ἐπὶ τὴν ποσότητα τῷ ἐναπολειφθέντος, δηλ: τὸν πεντεκαίδεκα, καὶ ὁ δοθεὶς χ': ὡς πηλίκον μετὰ τῷ ψ' ὡ: κλάσματος τὸ ζητούμενον παραστήσει. Ἔσαι γὰρ ἡ τιμὴ τῷ ἐναπολειφθέντος χρυσοῦ κόκκων σίτου ἑνεκακίδεκα, καὶ ἐνὸς πέμπτου μέρους τῷ κόκκῳ.

	18
	16
	108
	18
φ:	288
	138
15	003
χ	19 1/5 1/10 1/20

Ἄλλο:

Ὁ αὐτὸς ἔχων χρυσὸν καθαρὸν, οὐ ἡ τιμὴ κόκκων εἰκοσιτεσσάρων, καὶ βουλόμενος κατασκευάσαι δακτύλιον δραχμῶν τριῶν ἐκ χρυσοῦ τιμωμένῳ κόκκων ἑκακίδεκα, ζητεῖ μαθεῖν πόσον μὲν τοῦ καθαρῷ χρυσῷ λαβεῖν δεῖ, πόσον δὲ τῷ χαλκῷ, ὡς ποιῆσαι τὸν δακτύλιον οἷον βούλεται.

Εἰς εὐρεσιν ἔν τούτῃ πολλαπλασιασθήτω ὁ ἑκακίδεκα ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν τρία, καὶ ὁ γενόμενος β': μερισθῆτω ἐπὶ τὴν τιμῆν τῷ καθαρῷ χρυσοῦ, δηλ: τὸν 24: καὶ ὁ ἑξαχθεὶς γ': παραστήσει σοὶ τὴν τῷ καθαρῷ χρυσῷ ποσότητα, ἕτινος ἀφαιρημένῳ ἀπὸ τῷ 3: ὁ ἐκαπολειφθεὶς δ': παραστατικὸς ἔσαι τῆς τοῦ χαλκοῦ ποσοτήτος. Δεῖ ἔν τῷ χρυσοχόῳ πρὸς τῷ κατασκευάσαι τὸν τοιοῦτον δακτύλιον λαβεῖν μὲν ἀπὸ τῷ καθαρῷ χρυσῷ δραχμὰς δύο, μίαν δὲ ἀπὸ τῷ χαλκῷ.

	16	3
	3	γ: 2
β:	48	δ: 1
24	00	
γ:	2:	

Ἄλλο.

Ἄλλος δὲ τις πάλιν ἔχων χρυσὸν καθαρὸν, ἢ ἡ τιμὴ κόκκων εἰκοσιτεσσάρων, καὶ ἀργυρον ὡσαύτως καθαρὸν, ἢ ἡ τιμὴ κόκκων δυοκαίδεκα, καὶ βουλόμενος ἐκ τῶν δύο τύτων λαβεῖν τι μέρος ἀφ' ἑκάτερου, ὡς γενέσθαι φιάλην τινα, ἥς ἡ μὲν βαρύτες ἔσαι δραχμῶν τριάκοντα, ἡ δὲ τιμὴ ἑκάστης δραχμῆς, ἑκακίδεκα κόκκων, ζητεῖ μαθεῖν πόσον μὲν ἀπὸ τῷ χρυσοῦ, πόσον δὲ ἀπὸ τῷ χαλκῷ ὀφείλει λαβεῖν.

Εὐρίσκεται δὲ τὸ ζητούμενον κατὰ τὴν ἔφοδον τῷ α'. παραδείγματος τῆς παρούσης Μεθόδου, λαμβανόμενων ἤδη τῶν τιμῶν τῷ τε χρυσοῦ καὶ ἀργύρου ἀντὶ τῶν διαφόρων τιμημάτων. Τῆς δὲ ζητούμενης τιμῆς ἀντὶ τῷ δοθέντος τιμηματος, καὶ τῶν λοιπῶν γινόμενων, ὡςπερ ἐκεῖ διηρμάνευται.

Παρὰ ταῦτα δὴ τὰ προβληθέντα εἰσὶ μὲν καὶ ἄλλα. ἐπεὶ δὲ τὰ πλείω περὶ μετάλλων ἤδη προβέβληται. τοῖς δὲ μετάλλοις βαρύτερος τιςος μέτεσι, καὶ ὅτε μὲν μείζονα, ὅτε δ' ἐλάττονα δέχονται τὴν τιμῆν, καὶ ἀποσκοποῦ τῷ ὄντι γε καὶ περὶ τῶν ζυγῶν ταύτων καὶ σταθμῶν ἐλίγ' ἄττα διαλαβεῖν.

Περὶ διαφορῶν εἰδῶν τῶν Σταθμῶν.

Παρὰ μὲν ἔν τοῖς χρυσοχόοις καὶ ἀργυροκόποις τὸ ἐλάχισον πάντων, οἷς τισιν ὅ, τε χρυσὸς καὶ ἀργυρὸς καὶ τὰ λοιπὰ τῶν μετάλλων σταθμίζεται, ὁ κόκκος ἐστὶ τοῦ σίτου. μείζων δὲ τούτου ἡ δραχμὴ, τῆς δὲ δραχμῆς ἡ οὐγγία. τῆς δὲ οὐγγίας ἡ λίτρα, διαφορῶς δὲ τῆς λίτρας λαμβανόμενης παρ' αὐτοῖς διαφορῶς ὑποτίθεται καὶ ἡ οὐγγία. Ἔνιοι μὲν γὰρ τὴν λίτραν ὑποτιθέασιν δραχμῶν ἑκατὸν τριάκοντα τριῶν καὶ ἐνὸς τρίτου, καὶ τῶν αὐτῶν οἱ μὲν διαιροῦσι ταύτην εἰς οὐγγίας ἕξ διδόντες ἑκάστη οὐγγία δραχμὰς δύο πρὸς ταῖς εἰκοσι, καὶ δύο ἑννάτα τῆς δραχμῆς. οἱ δὲ εἰς οὐγγίας δυοκαίδεκα, ἀποπέμνουντες ἑκάστη οὐγγία δραχμὰς ἑνδίκῃ μεθ' ἐνὸς ἑννάτου. Ἄλλοι δ' αὖ διαιροῦσι τὴν λίτραν εἰς οὐγγίας πεντεκαίδεκα μετὰ κλάσματος τοῦδε 1/2: ἀποδιδόντες ἑκάστη οὐγγία δραχμὰς ὀκτῶ καὶ ἡμίσειαν μεθ' ἐνὸς τετάρτου τῆς δραχμῆς ὀκτῶ καὶ ἕξ ὀγδοα. τὸ γὰρ ἡμισυ τῆς δραχμῆς μετὰ τῷ ἐνὸς τετάρτου τῆς αὐτῆς ἕξ ὀγδοα ποιεῖ. Παρὰ τισιν δὲ ἡ λίτρα ὑποτίθεται δραχμῶν ἕξ πρὸς ταῖς ἑνενηκόντα. καὶ τῶν αὐτῶν οἱ μὲν διαιροῦσι ταύτην εἰς οὐγγίας ὀκτῶ. οἱ δὲ εἰς δυοκαίδεκα. κακεῖνοι μὲν ἀποδιδόασιν ἑκάστη οὐγγία δραχμὰς δυοκαίδεκα, οὗτοι δὲ ὀκτῶ. Ὅσοι δ' ἄλλως πως τὴν λίτραν ὑποτιθέασιν, ἄλλως πως ταύτην καὶ διαιροῦσιν.

Ἡ δὲ οὐγγία παρὰ μὲν τοῖς πλείοσιν εἰς δραχμὰς διανέμεται, οὐ μὲν δὲ ἰσοπληθεῖς, ὡς ἐκ τῶν ἐνηρμάνων δῆλον, παρὰ τισιν δὲ εἰς μίρη τέσσαρα τὸ α. διαιρεῖται, ἕκασον δὲ ταύτης τέταρτον μέρος εἰς χαρακτῆρας διανέμεται ἕξ καὶ τριάκοντα. ἕκασος δὲ χαρακτῆρ, ὅς καὶ λεπτόν λέγεται, εἰς κόκκους σίτου διαιρεῖται τέσσαρας. Διὸ ἠνίκα λέγεται ἔχειν τινα χρυσὸν ἢ ἀργυρον εἰκοσιτεσσάρων μόνον, ὁ χρυσὸς ἐκεῖνος ἢ ἀργυρὸς καθαρὸς ἔσαι, ὅταν δέ σοι τις εἴποι χρυτὸν ἔχει ἢ ἀργυρον εἰκοσι καὶ τεσσάρων, ἐγγύστερον ἔναι ἐν τῷ χρυσῷ ἢ ἀργύρῳ χαρακτῆρας μὲν καθαρῷ χρυσοῦ ἢ ἀργύρου εἰκοσι. κόκκους δὲ σίτου τέσσαρας, τὰ δὲ λοιπὰν μετάλλων διαφορὰ εἶδες. αὐαύτως ἐπεὶ ἡ λίτρα διαίρεται,

IOANNINA 2006



ρείται, ως προείρηται, εἰς οὐγγίας δυοκαίδεκα, ἢ δὲ οὐγγία εἰς χαρακτῆρας τίσαρας πρὸς τοῖς εἴκοσι, καὶ ὁ χαρακτῆρ ὁμοίως διαιρεῖται εἰς κόκκους σίτου τσσαύτης, ἐπειδὴν λέγεται ἔχειν τινα ἀργυρον ἢ χρυσὸν δυοκαίδεκα, περὶ τῆ καθαρῶ ἐννοεῖται χρυσῆ ἢ ἀργύρη. ὅτε δὲ λέγεται ἔχειν ἀργυρον ἢ χρυσὸν ἑκτῶ καὶ δυοκαίδεκα, καὶ ἐξ σημαίνεται ἐκ τούτου εἶναι ἐν ἐκάστῃ λίτρᾳ οὐγγίας μὲν καθαρῶ χρυσῆ ἢ ἀργύρου ὀκτῶ, χαρακτῆρας δὲ δυοκαίδεκα, καὶ κόκκους σίτου ἕξ, τὸ δὲ λοιπὸν μεταλλὸν ἑτέρου τινὸς εἶδους.

Ἡ δὲ δραχμὴ διαιρεῖται ὑπότινων μὲν εἰς μέρη τίσαρα, ἕκαστον δὲ τέταρτον τῆς αὐτῆς αὐθις εἰς λεπτὰ τίσαρα, ἕκαστον δὲ λεπτὸν εἰς κόκκους σίτου τίσαρας. Ἐπ' ἄλλων δὲ καὶ μὲν ἁ. Διαίρεσιν εἰς λεπτὰ τρία τέμνεται, ἕκαστον δὲ λεπτὸν εἰς κόκκους σίτου τίσαρας πρὸς τοῖς εἴκοσι, ὡς δὴ δῆλον, ὅτι καὶ ἡ δραχμὴ παρὰ πᾶσιν εὐρίσκεται ἢ αὐτῇ, ἀλλὰ τισὶ μὲν μείζων, τισὶ δὲ ἐλάττων ὑποτίθεται. Ἰδὲ γὰρ ἐπὶ τῆ παρόντος κατὰ μὲν τὴν ἁ. αὐτῆς Διαίρεσιν τε καὶ ὑποδιαίρεσιν συγκρίνεται ἐκ κόκκων σίτου τίσάρων πρὸς τοῖς ἑξήκοντα. Εἰ γὰρ τὰ τίσαρα ἁ. μέρη τῆς αὐτῆς ἐπὶ τὸν 4: πολλαπλασιασθῆ ἀριθμὸν γενήσονται μέρη δεύτερα τῆς αὐτῆς ἑκαίδεκα. Ἐὰν δὲ καὶ ταῦτα αὐθις ἐπὶ τὸν 4: πολλαπλασιασθῆς εὐρήσεις τὴν δραχμὴν ἐκ τίσάρων καὶ ἑξήκοντα συγκριμένον κόκκων σίτου. κατὰ δὲ τὴν δευτέραν Διαίρεσιν ἐκ δύο καὶ ἑβδομήκοντα κόκκων σίτου ἡ δραχμὴ συγκρίνεται. τῶν τριῶν γὰρ ταύτης λεπτῶν ἐπὶ τὸν 24: πολλαπλασιαζομένων ἀριθμὸν ὁ ἑβδομήκοντα καὶ δύο παράγεται ἀριθμὸς. Διὸ δεῖ τῶ βουλομένῳ ἐν τοῖς τοιούτοις προβλήμασιν ἐκτὸς ἀπάτης εἶναι ζητεῖν ἁ. τὴν τῶν Σταδμῶν τάξιν τε καὶ Διαίρεσιν μέχρι τῆ ἑκάτης.

Ἐδοκίμω μὲν ἐνταῦθα πείρας θῆναι τῶ ἁ. τῆς παρεύσης πραγματείας Βιβλίῳ, ὡς τὸ ὑποχεθῆν ἰκανῶς πληρωσάμενος, ἵνα δὲ μὴ ἀτελὲς τισὶ δόξῃ διὰ τὸ παρὰ τὰς Μεθόδους, καὶ ἄλλ' ἄλλα διαφόρως προβάλλεσθαι ὑπὸ τῶν ἐν τοῖς τοιούτοις ἀχολουμένων, ρητίον ἐστὶ καὶ περὶ τῶν τοιούτων ἐν συγγραμμῇ. Εἰς ρασιότεραν δὲ τῶν ρηθισομένων κατάληξιν προκείσθω τὸ παρὸν Λήμμα.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Ι Α'

Περὶ Μεθόδου, καθ' ἣν αἰνίγματα λύειν ἔχομεν. Λήμμα.

Ἀριθμὸν εὐρεῖν ἔχοντα τὰ δοθέντα μέρη.

Δεδοθῶσαν μέρη τίσαρα, ὡς τὸ ἁ. ἕσω ἡμισυ ὅλα τινὸς, τὸ δεύτερον τέταρτον, τὸ γ'. δυοκαίδεκατον, καὶ τὸ δ'. ἑκαίδεκατον, καὶ ζητηθῆτω ἀριθμὸς ὁ ἕξων πάντα τὰ μέρη ταῦτα. Ληφθήτωσαν δὲ ἀντὶ τῶν μερῶν τῶν α' β' γ' δ': ἀριθμοὶ ἀφ' ὧν τὰ μέρη ταῦτα παρονομάζονται. διχῶς δ' ἐξὸς τὴν εὐρεσιν τῶ ζητημένῳ γενέσθαι, κείσθω καθ' ἑκάτερον τὸν τρόπον ἢ τούτῃ ἐρμηνείᾳ, ὅπως ἂν ἕκαστος, καθ' ὁποτέρου αὐτῶ ἀρισθῶν, τὴν πράξιν ποιῇ. Εὐρεθῆτω τοῖσιν τῶν α' καὶ β': ἀριθμῶν τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον κατὰ τὴν β'. τῶ ζ'. τῶ στοιχ': καὶ ἕσω τῆτο 2: 4: 12: 16: ὁ ε': ἀριθμὸς, ὡσάκις δ' ὁ ε': τὸν α': μετρεῖ, τσαάκις εἰλήφθω καὶ ὁ β': ἐπεὶ δ' ὁ ε': τὸν α': ἀπαξ μετρεῖ, τεθῆτω καὶ ὁ β': ἀπαξ ἔνθα τὸ ζ': εἶτα εὐρεθῆτω τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν ζ': καὶ γ': καὶ ἕσω τῆτο ὁ η': ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ η': ἀπαξ τὸν ζ': μετρεῖ, εἰλημμένος καὶ ὁ γ': ἀπαξ τεθῆτω ἔνθα τὸ θ': τῆτο δὲ γενομένῳ καὶ ἐπὶ τῶν θ': καὶ δ': ἀριθμῶν, ἐπεὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον ὁ κ': τρεῖς τὸν θ': μετρεῖ, τριπλασιαζόμενος, καὶ ὁ δ': τεθῆτω ἔνθα τὸ λ': τῆτ' αὐτὸ γινέσθω καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν, καὶ πλείονες ὡς τῶν τίσάρων ἀριθμοὶ καὶ ὁ ἕκατος τῶν λαμβανομένων, οἷός ἐστιν ἐνταῦθα ὁ λ': ὁ ζητούμενος εἶναι ἀριθμὸς, ὁ μὲν γὰρ ζ': περιέχει τὸ α'. καὶ β'. τῶν δοθέντων μερῶν, μετρεῖται ἤδη παρ' ἑκατέρου τῶν α' καὶ β': ὁ δὲ θ': πρὸς τούτοις περιέχει καὶ τὸ γ'. μετρεῖται γὰρ παρ' ἐκάστῃ τῶν α' β' γ': ὁ δὲ λ': ἕκατος περιέχει πάντα τὰ δοθέντα μέρη ὡς ὑπὸ πάντων μετρεόμενος.

Οὕτω μὲν ἐν ὁ ζητούμενος εὐρίσκεται ἀριθμὸς καὶ τὸν α' τρόπον. δύναται καὶ ἄλλως ὁ αὐτὸς εὐρεθῆναι πολλαπλασιαζομένων δηλ: τῶν α' β' γ' δ': ἀριθμῶν πρὸς ἀλλήλους. ὁ ἤδη γενομένος ἐξ αὐτῶν οἷός ὁ ε': πάντα τὰ δοθέντα ἔχει μέρη, μετρεῖται ἤδη ἐξ ἀπάντων τῶν α' β' γ' δ': ὡς ἐξ ἀπάντων γινόμενος. Διενήνοχε δ' ἔστος τῶ α' τρόπῳ, ὅτι κατ' ἐκείνον μὲν εὐρίσκεται ὁ ἐλάχιστος τῶν τὰ αὐτὰ ἔχόντων μέρη αὐτῶ, κατὰ τῆτο δ' ὁ τυχαῖον. καὶ ὅσον μὲν οὗτος εὐχερέστερος. τσαῖτον ἐκεῖνος ἐπιπορώτερος.

α:	β:	γ:	δ:
2:	4:	12:	16:
ε'	η'	κ':	
3:	4:	4:	
ζ'	θ'	λ':	
4:	12:	48:	
δ:	16:		
γ:	12:		
	32:		
	16:		
	192:		
β:	4:		
	768:		
α:	2:		
ε':	1536:		

Πρόβλημα Α'

Ἀνδραπός τις ἐρωτηθεὶς ὑπὸ τινος τῶν γησιῶν αὐτοῦ φίλων ὅποση ἂν εἴη ἡ τῶν χρημάτων αὐτοῦ ποσότης, καὶ βουλομένος μῆτε τὸν ἴδιον λυπεῖσθαι φίλον, μῆτε γοῦν τὸν πλοῦτον αὐτοῦ τοῖς

Ε.Υ.Δ. Π.Ε.Ι. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2005