

σιαζομένη γὰρ τὸ α΄ ἀριθμοῦ, πρῶτον μὲν ἐπὶ τὸν γ΄ καὶ δύναμιν, τῶν ἐν τῷ β΄ χαρακτηρῶν γίνεται ὁ η΄, β΄ δὲ ἐπὶ τὸν 4: ὅς τὴν β΄ ἔλαχε τάξιν γίνεται ὁ θ΄ βαθμὸν ἓνα κατερχόμενος, καὶ ὑπερεκπίπτων τὴν πρὸ αὐτῆς πρὸς τὰ δεξιά. γ΄ δὲ ἐπὶ τὸν 3: τὸν α΄ κατὰ δύναμιν, γίνεται ὁ κ΄, δύο κατερχόμενος βαθμῶς, ἐκ τῆτων δὲ συστατομένων, γίνεται ὁ λ΄ ὁ αὐτὸς ὡν τῷ ζ΄ τῶν ἐκ τῶν γ΄, δ΄, ε΄, συμπληρωμένων. Τῆτον μὲν ἐν τὸν τρόπον δυνήσῃ πάντως γὰρ πολλαπλασιασάσῃ εὐχερῶς τὸν τυχόντα ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν τυχόντα, ἐπειδὴν δὲ τζίφρα ἢ θατέρω τῶν ἀριθμῶν τῷ πολλαπλασιάζοντι φέρει εἶπεν, ἢ τῷ πολλαπλασιαζομένῳ, ἢ καὶ ἀμφοῖν, ὑδέντι ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ ταύτης πρὸς τίνα χαρακτηρῶν, ἢ καὶ πρὸς ἑτέραν τζίφραν γίνεται. Διὸ εἰ μὲν φυλάττεται τι ὡς περιττεύον, τάττεται τετὶ ἀντὶ τῆς τζίφρας, μηδενὸς δὲ φυλαττομένη τζίφρα αὐδὲς γράφεται. οἷον κείδω ὁ η΄ ἀριθμὸς πολλαπλασιασθῆσόμενος ἐπὶ τὸν θ΄ καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ α΄ βαθμῷ τοῦ θ΄ τζίφρα ἐστίν, ἢ δὲ τζίφρα ὑδέντι σημαίνει, φανερόν ὅτι ὁ α΄ χαρακτηρ τοῦ θ΄ οὐ δύναται τὸν η΄ ἀριθμὸν πολλαπλασιάσῃ. διὸ τζίφρα γράφεται ὑφ' ἑκάστων τῶν αὐτῆς χαρακτηρῶν. ὁ γὰρ α΄ χαρακτηρ τοῦ η΄ δηλ. ὁ β΄ μηδαμῶς λαμβανόμενος οὐδέντι ποιεῖ, ὡσπερ καὶ ἡ τζίφρα, τῆμπαλιν ἐξάκις λαμβανομένη μηδὲν ποιεῖ. τῆτ' αὐτὸ συμβήσεται καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν χαρακτηρῶν τῆ η΄ ἐν δὲ τῷ πολλαπλασιασμῷ τοῦ η΄ ἐπὶ τὸν β΄ χαρακτηρῶν τῆ θ΄ δις ὁ β΄ λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν ιβ΄ διὸ τάττεται ὑπὸ τὰς δεκάδας ὁ ζ΄ μόνος χαρακτηρ, καὶ φυλάττεται ἡ δεκάς ἀντὶ μιᾶς ἑκατοντάδος. εἰκοσάκις γὰρ τῆ β΄ λαμβανομένη ὁ ιβ΄ αποτελείται. δις δὲ τῆς τζίφρας λαμβανομένης ὑδέντι αποτελείται. Ὁθεν ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας μόνος μόνον γράφεται, ἢ φυλαττομένη δηλονότι ἑκατοντάς ἀπὸ τῆ γεγονότος ἐκ τῆ πολλαπλασιασμοῦ τῆ β΄ ἐπὶ τὸν 20: λαμβανομένης δὲ καὶ τῆ 4: δις γίνεται ὁ 8: ὅς καὶ ἐν τῷ βαθμῷ τῆς χιλιάδος τάττεται. ἐπεὶ δὲ μετὰ τὸν πολλαπλασιασμὸν ἑκάστου ἀριθμοῦ ἐφ' ἑκάστον συνάφεις ἐπίσται ἀνάγκη πάντως κἀνταῦθα ταύτην γίνεσθαι. ἐπεὶ δ' αὐδὲς ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ η΄ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν α΄ χαρακτηρῶν τῆ θ΄ ὑδέντοι γέγονε, διάτοι τῆτο ἐν τῇ συνάφει τζίφρα μόνον τίθεται ὑπὸ τὰς μονάδας.

4625: α:

143: β:

4625: η:

18500: θ:

13875: κ:

661375: λ:

406: η:

20: θ:

000

812

8120:

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τῆτος φανερόν, ὅτι εἴαν ἀριθμῷ τινὶ τζίφρα μόνον προσεθῆ, ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς γενήσεται. ὅς τις ἂν ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ τῆ αὐτῆ ἐπὶ τὸν 10: γένοιτο. εἰδέ τινι ἀριθμῷ δις λαμβανομένῳ τζίφρα προσεθῆ γενήσεται ἀριθμὸς ὁ καὶ ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ τῆ αὐτῆ ἐπὶ τὸν 20: γενόμενος. τρίς δὲ λαμβανομένῳ τῆς τζίφρας προσιδεμένης γενήσεται, ὅς ἂν καὶ ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ τῆ αὐτῆ ἐπὶ τὸν τριάκοντα ἀναφανεῖν. τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν δεκαδικῶν, ἑκατοσῶν, χιλιοσῶν, καὶ λοιπῶν ἀναλόγως συμβαίνει. ὡσεὶ ἡνίκασοι πρόκειται ἀριθμὸν τινὰ ἐπὶ τὸν 10: πολλαπλασιάσαι πρόσθεσ αὐτῷ μόνον τζίφραν. Ὅτε δὲ ἐπὶ τὸν 20: καὶ διπλασίασον αὐτὸν προσέτι. τριπλασίασον δ' ὅτε ἐπὶ τὸν 30: καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν δεκαδικῶν τὸ ἀνάλογον ἐκάστω ποίει. ὅτε δὲ ἐπὶ τὸν 100: πρόσθεσ μόνον τζίφρας δύο: ἐπὶ δὲ τὸν 200: καὶ διπλασίασον αὐτὸν πρὸς τῆτω, τριπλάσιον δὲ ἐπὶ τὸν 300: ἀπαξ απλῶς δ' εἶπεν ὅσαι μὲν ἂν εὐρεθῶσι τζίφραι ἐν τῷ πολλαπλασιάζοντι τοσαύτας σοι προσιδένας δέον καὶ τῷ πολλαπλασιαζομένῳ. ὅσάκις δὲ τὴν μονάδα ὁ ἐκείνου περιέχει χαρακτηρ, τοσάκις καὶ τῆτον λαμβάνειν διὰ τὸ εὐχερέτερον. ὅταν δὲ δεκαδικὸς ἀριθμὸς ἐπὶ δεκαδικόν, ἢ ἑκατοσόν, ἢ ἄλλης τινὸς προσηγορίας ὀφείλει πολλαπλασιασθῆναι, τῆς χαρακτηρας μόνον τῆτε πολλαπλασιάζοντος καὶ πολλαπλασιαζομένου πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιάσει, τῷ δὲ γινομένῳ πρόσθεσ τοσαύτας τζίφρας, ὅσαι εἰσὶν ἑκατέρω προσκείμεναι. οἷον δεδόςθω τὸν 300: ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 30: πολλαπλασιασθῆναι, καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν ἐστὶν ἑκατοσός, ὁ δὲ δεκαδικὸς πολλαπλασιασθῆτω ὁ σημαντικὸς χαρακτηρ τῆ 200: δηλ. ὁ 2: ἐπὶ τὸν σημαντικὸν χαρακτηρ τῆ 30: καὶ τῷ γινομένῳ β΄ χαρακτηρι πρόσθεσ τζίφρας τρεῖς τὰς δύο μὲν ἐκ τῆ ἑκατοσῆ δυνειζόμενος, τὴν δὲ μίαν ἀπὸ τῆ δεκαδικῆ καὶ γενήσεται ὁ 6000: ὅς τις γίνεται εἴαν καὶ ὁ 200: ὅλος ἐφ' ὅλον τὸν τριάκοντα πολλαπλασιασθῆ.

Βάσανος Πολλαπλασιασέως.

Ἡ μὲν ἂν πράξις τῆς ἐκάστου ἀριθμοῦ ἐφ' ἑκάστον πολλαπλασιασέως τοιαύτη. ἢ δὲ βάσανος ταύτης ὡδὲ πως γίνεται. ἀφηρείδω α΄ ὁ 9: ἀπὸ τῶν δεδομένων ἀριθμῶν χωρὶς, καὶ τὰ ἐναπολειφθέντα ἐξ ἀμφοῖν πολλαπλασιασθήτωσαν, πρὸς ἀλλήλα, καὶ ἀπὸ τῆ γινομένη ἀφηρείδω αὐδὲς ὁ 9 εἴαν τοῦ 10: ὑπερέχη, τὸ δὲ ἐναπολειφθὲν σημειωθήτω. εἶτα ἀφηρείδω ὁ ἐννέα καὶ ἀπὸ τῆ ζητούμενης, κἀν τῆ

ἐναπολειφθέν ἐξ αὐτῆ ἴσον ἢ τῷ ἐναπολειφθέντι ἀπὸ τῶν διδομέ-
νων, ὕγι᾽ εἶναι ἢ πράξις. οἷον ἀφαιρεθῶ ὁ ρ: ἀπὸ τῆ α': καὶ ἐπεὶ
ἐναπολείπεται ὁ δ: τήτου σημειωθέντα ἐν τῇ τύπῳ ἐνθα τὸ κ',
ἀφαιρεθῶ ὁ ρ: καὶ ἀπὸ τῆ β': ἐπεὶ δὲ ἐναπολείπεται ὁμοίως δ: ση-
μειωθέντα αὐθις ὁ δ: ἐνθα τὸ λ: πολλαπλασιαζόμενα δὲ τῆ κ': ἐπὶ
τὸν λ': ἀφίλε ἀπὸ τῆ γινομένη, δηλ: τῆ β4: αὐθις τὸν ρ: ὅσον δυνα-
τὸν, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται μονὰς σημειωθέντα ἢ μονὰς ἐνθα τὸ μ': εἶ-
τα ἀφαιρέμενα τῆ ρ: καὶ ἀπὸ τῆ ζ': ἀριθμοῦ, ἐπειδὴ μονὰς καὶ ἐξ αὐτῆ ἐναπολείπεται, φανερόν ὅτι
ἐδεμίᾳ ἀπάτη συμβέβηκεν, ἀλλ' ἢ πράξις ὕγι᾽ ἐστίν, ὡς ἐπὶ τῆ ἐπ' ὅψιν καθοράται ὑπαδείγματος.
Διὰ τὸ σαφέστερον μέντοι τῆ λόγου, κείσθω καὶ τρίτον παραδειγμα, ἐν
ᾧ τῆ ξ': ἐπὶ τὸν ο': πολλαπλασιαζόμενα γινέσθω ὁ π': ἀμφιβολίας
δὲ ἕσης μήτις ἀπάτη ἐπὶ τῆς πράξεως συμβέβηκεν, ἀφαιρεθῶ ὁ ρ:
ἀπὸ τῆ ξ': καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος β: σημειωθέντα ἐνθα τὸ ρ': ἀφαιρέ-
μενα δὲ καὶ ἀπὸ τῆ ο': τῆ αὐτῆ ρ': ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ δ: χαρακτηρ
σημειωθέντα καὶ ἕτος ἐνθα ὁ σ': πολλαπλασιαζόμενα δὲ τοῦ ρ': ἐπὶ
τὸν σ': ἐπεὶ γίνεται ὁ τ': καὶ ἀπ' αὐτῆ ἀφαιρούμενα αὐθις τῆ ρ': ἐναπολείπεται ὁ ζ' ἀφίλε καὶ
ἀπὸ τῆ π': τὸν ρ': καὶ τὸ ἐναπολειφθέν ἴσον ἢ τῷ ἀπὸ τῆ τ': ἐναπολειφθέντι ἐδεμίᾳ κῆνταυθα
ἀπάτη εἶναι. ὅτι δὲ τῆδ' ἕτως ἔχει δείκνυται.

64	4625	κ
κ: 817	μ: 143	β
λ: 81	ρ: 13875	γ
	18500	δ
	4625	ε
	<u>661375</u>	ζ
	30: τ:	42: ξ':
ρ: 6 3:	23:	ο:
σ: 5 3:	126:	
	84:	
	966:	π:

Κείσθω δὲ ἀπὸ τῆ ξ': ἀριθμοῦ ἢ α'β': γραμμῆ: ἀπὸ
δὲ τῆ ο': ἢ α'δ', καὶ ἀπὸ τῆ π': τὸ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμε-
νον α'γ': ὀρθογώνιον. ἐν γὰρ τῇ πολλαπλασιάσει τῶν ἀ-
ριθμῶν καὶ διαιρέσει ὡς ἐπίπεδα ὑποτίθενται οἱ ἐξ αὐ-
τῶν γινομένοι, ἢ ἐξαγόμενοι, παρὰ τοῖς Μαθηματικοῖς,
ὡς προείρηται. Τῶν δ' ἕτω ὑποτιθεμένων τμηθέντα ἢ μὲν
α'β': καὶ τὸ ε': ὡσεὶ τὴν ε'β': ἴσων εἶναι τῷ γινομένῳ ἀ-
ριθμῷ τῆ τῆ ρ': ἀποβολῆ ἀπὸ τῆ ξ': τὴν δὲ α'ε': τῷ ἐ-
ναπολειπόμενῳ, δηλ: τῷ ρ': τμηθέντα ἐπὶ καὶ ἢ α'δ': κα-
τὰ τὸ ζ': ὡσεὶ τὴν μὲν ζ'δ': ἀναλογεῖν τῷ συρισμένῳ ἀ-
ριθμῷ τῆ τῆ ρ': ἀπὸ τῆ ο': ἀποβολῆ, τὴν δὲ α'ζ': τῷ ἐναπολειπόμενῳ ἀπὸ τῆ αὐτῆ τουτέστι τῷ
σ': ἀπὸ δὲ τῶν ε': καὶ ζ': σημείων γραμμῶν ἀγόμενων τῶν ε'η': ζ'θ', τῆς μὲν παραλλήλως τῆ α'
δ': τῆς δὲ τῆ α'β': καὶ τεμνομένων κατὰ τὸ κ': συσαθίσονται τὰ η'θ': δ'κ': κβ': καὶ παραλληλό-
γραμμα, ἅτινα ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα ἐσὶ τῷ ὅλῳ α'γ': ὡς μέρη τῆ αὐτῆ, τὸ δὲ ὅλον ἴσον
ἐσὶ τοῖς οἰκείοις μέρεσι. Τῶν δ' ἕτω ὑποτιθεμένων φανερόν ὅτι ἐὰν ὁ ρ': ἀπότι τῶν η'θ': δ'κ':
κβ': καὶ ἀφαιρεθῆ παραλληλογραμμῶν, καὶ τὸ ἐναπολειφθέν σημειωθῆ, ἀφαιρούμενα ἐπὶ καὶ ἀπὸ
τῆ α'γ': ὀρθογώνιου τῆ ρ': τὸ αὐτὸ ἐναπολειφθήσεται. ὅτι δὲ τὸ αὐτὸ ἐναπολείπεται ἐάντε ἀπὸ τῆς
ποσότητος τῆ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ὁ ρ': ἀφαιρεθῆ, ἐάντε ἀπὸ τῶν χαρακτήρων αὐτοῦ, ὡς μονάδων
λαμβανόμενων καὶ εἰς ἕνα συμποσέμενων εἴρηται μικρὸν πρόσθεν.

	6		36		β
α	30		180		δ
ζ		κ			
18	108		966		
			648		
δ		π			γ

Ἐπειδὴν δὲ ἢ πράξις ὕγι᾽ ἐχέεισκεται, καὶ τίτι τῶν γενομένων ἀριθμῶν ἢ ἀπάτη συμβέβη-
κε βυλόμεθα μαθεῖν, γινέσθω ἢ βᾶσανος κατὰ μέρος. οἷον δεδῶσθω τὸν ζ': ἀριθμὸν μὴ εἶναι
ἐντελῆ, καὶ ζητηθέντα τίτι τῶν γ' δ'ε': ἀριθμῶν ἢ ἀπάτη συνέβη, ἵνα δὲ τοῦτο
εὐρεθῆ, ἀφαιρεθῶ ὁ ρ: ἀπὸ τῆ α': καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον πολλαπλασιασθῆ-
τα ἐπὶ τὸν α'. χαρακτηρὰ τῆ β': καὶ ἀπὸ τῆ γινομένη ἀφαιρεθῶ ὁ ρ: αὐθις, εἰ
μείζων εἴη τῆ δέκα καὶ τὸ ἐναπολειφθέν σημειωθέντα. Εἶτα ἀφαιρέμενα τῆ ρ: καὶ
ἀπὸ τῆ γ' μόνω, ἐὰν τὸ ἐναπολειπόμενον ἴσον ἢ τῷ σημειωθέντι ἀνευ ἀπάτης
τινός ὁ γ': γέγοεν ἀριθμός. Διὸ δεῖ τὸν δ': βασιλίξεν, εἶτα τὸν ε': ἐφεξῆς τῶν αὐ-
τοῦ τρόπον, καθ' ὃν καὶ τὸν γ'. ὁ μὲν γ' ἀριθμὸς γέγοεν ἐκ τῆ πολλαπλα-
σιάσει τῆ α': ἐπὶ τὸν α'. χαρακτηρὰ τῆ β': ὁ δὲ δ': ἐκ τῆ πολλαπλασιασμοῦ
τῆ αὐτῆ α'. ἐπὶ τὸν β': τῆ β': χαρακτηρὰ, καὶ ὁ ε': ἐκ τῆ πολλαπλασιασμοῦ
τοῦ α': ἐπὶ τὸν γ': τῆ β'. χαρακτηρὰ. Ὅθεν εἰς ἔρευναν τοῦ μὲν γ': ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθῶν
τὸ ἀπὸ τῆ α': ἐναπολειπόμενον διὰ τῆς τῆ ρ: ἀποβολῆς ἐπὶ τὸν α': τῆ β'. χαρακτηρὰ, ὡς εἴρη-
ται, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ δ': ἐπὶ τὸν β': καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ε' ἐπὶ τὸν γ': καὶ τὰ λοιπὰ ποιητέον ὡς
προκρηγνυται.

4625	κ:
143	β:
13875	γ:
18500	δ:
4625	ε:
<u>661375</u>	ζ:

Β. Τρόπος Πολλαπλασιάσεως.

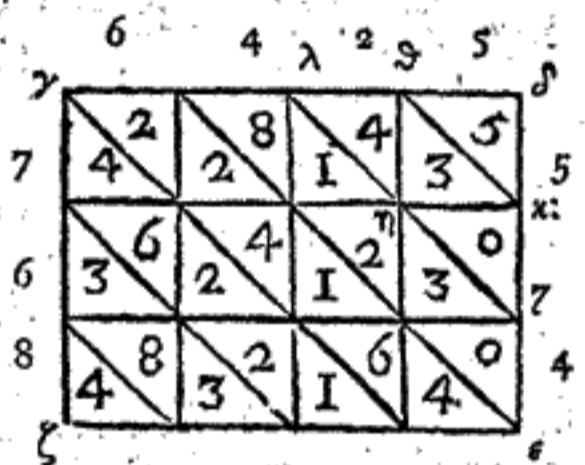
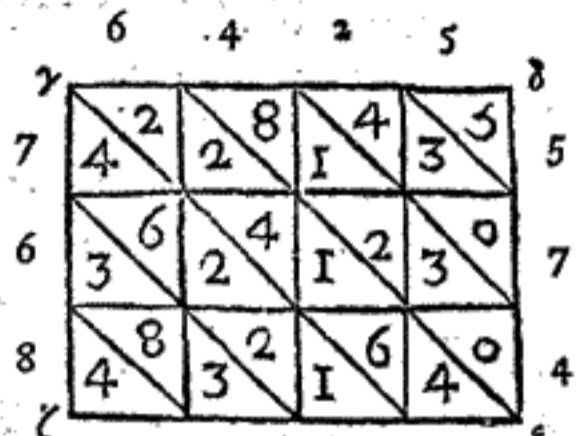
Αὕτη ἢ πράξις εἶναι βᾶσανος τῆς ἐκάστου ἀριθμοῦ πρὸς ἕκαστον πολλαπλασιάσεως κοινὴ ἐσὶ τοῖς πᾶ-
σι, καὶ κατὰ τὸν προειρηθέντα τρόπον ἑκατέρω γίνεται, εἰσὶ δὲ πρὸς τῶν καὶ ἄλλοι τινὲς τῆς
πολ.

πολλαπλασιάσιως τρόποι. μόνοις τοῖς πεπαιδευμένοις γνώριμοι, καὶ ὑδὲ τῶν τοῖς πασι, ἐξ ὧν δύο τῆς εὐχερέστερας γραφῆς ἐνταῦθα αξιῶμεν διὰ παραλληλογράμμων τινῶν περιγραφέντων. Ἐπιθεὶ δὲ τὸν α: ἀριστερῶν ἡμῶν, καὶ γραφήτω τὸ γ δ' ἐξ παραλληλογραμμοῦ. ἢ ἡ μὲν γ δ' πλευρὰ διηρῆσθω εἰς τοσαῦτα μέρη, ὅσοι εἰσὶν οἱ α: 6425: ἐν τῷ α: χαρακτῆρες. ἢ δὲ ἑτέρα δ' εἰς τοσαῦτα, ὅσοι εἰσὶν οἱ ἐν τῷ β: καὶ ἀφ' ἑκάστου σημείου ἑκατέρας τῶν αὐτῶν πλευρῶν γραμμῶν παραλλήλως ἀγομένως διαιρεθῆτω ἕκασον τῶν ἐν αὐτῷ παραλληλογράμμῳ διαγωνίως. Τῆτο δὲ διχῶς γενέσθαι ἐνδέχεται διὰ τὸ ἐκ τεσσάρων γωνιῶν ἕκασον συγκείσθαι τῶν παραλληλογράμμων, καὶ δύο δέχεσθαι τὰς διαγωνίας. Διαιρεθῆτω δὲ πρῶτον ἕκασον τῶν παραλληλογράμμων ἀνωθεν μὲν τῶν διαμέτρων ἐκ τῶν ἀριστερῶν ἀρχομένων κατὰ δὲ πρὸς τὰ δεξιὰ περατωμένων, καὶ γραφήτωσαν ἐκτὸς τῆς γ δ' γραμμῆς οἱ τῷ α' χαρακτῆρες, ἕκαστος ἐν τῷ μέρει τῆς γ δ' ἀπὸ τῆς γ ἀρχόμενοι. ἐκτὸς δὲ τῆς γ δ' γραφήτωσαν οἱ τῷ β': ἀπὸ τῆς ζ' ὡς ὅρας ἀρχόμενοι. εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ἕκαστος τῶν τῷ α' χαρακτήρων ἐφ' ἕκαστον τῶν τοῦ β: χωρὶς, καὶ οἱ γινόμενοι γραφήτωσαν ἐν τοῖς παραλληλογράμμοις τοῖς συστοιχοῦσι τῷ αὐτῷ τοῦ β' χαρακτήρι, ὡς τὰς δεκάδας ἐν τῷ κατωτέρῳ κείσθαι τριγώνῳ, τὰς μονάδας δὲ ἐν τῷ ἀνωτέρῳ. οἷον πολλαπλασιασθῆτω ὁ α' κατὰ δύναμιν τῷ α' χαρακτήρι, δηλ: ὁ 5: μονάδων γὰρ ἀναπληροῖ τόπον ἐπὶ τὸν πρῶτον κατὰ δύναμιν τῷ β' χαρακτήρι, τῆτέστι τὸν 7: καὶ ὁ γινόμενος 35: γραφήτω ἐν τῷ δ' ἢ παραλληλογράμμῳ, ὡς τὸν 3: χαρακτῆρα ἐν τῷ ὑπὸ δ' ἢ κ': κείσθαι τριγώνῳ, τὸν δὲ 5: ἐν τῷ ὑπὸ δ' ἢ κ': πολλαπλασιαζομένων δὲ καὶ τῶν λοιπῶν χαρακτήρων τῷ α': ἐπὶ τὸν 7: χωρὶς γραφήτωσαν οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι τὸν αὐτὸν τρόπον ἕκαστος ἐν τῷ ἰδίῳ παραλληλογράμμῳ. τῆτ' αὐτὸ γενέσθω καὶ ἐπὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν τῶν τῷ α': χαρακτήρων ἐπὶ τὰς λοιπὰς τῷ β' χαρακτῆρας.

Οὕτω δὲ τῶν εὐτρεπισθέντων, γενέσθω σύναψις τῶν ἐν τοῖς παραλληλογράμμοις χαρακτήρων ἀπὸ τῶν α' καὶ τὰ δεξιὰ τῆς ἀρχῆς γινόμενης, οἷον ἐπεὶ ἐν τῷ δ' ἢ κ': τριγώνῳ εὐρίσκεται ὁ 5: χαρακτήρι, γραφήτω ἔτος ἐκτὸς τῆς δ' κ' μέρας τῆς δ' ε' γραμμῆς. ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ λ' κ': Τραπεζίῳ εὐρίσκεται ὁ 4: καὶ ὁ 3: χαρακτήρι, τῶν δὲ συναπτομένων ἀποτελεῖται ὁ 7: γραφήτω καὶ ἔτος ἐφεξῆς μετὰ τὸν 5: αὐθις ἐπεὶ ἐν τῷ β'. Τραπεζίῳ εὐρίσκεται ἑξῆς χαρακτῆρες σημαντικοί, τῶν δὲ εἰς ἕνα ἀριθμὸν συναπτομένων συνίσταται ὁ 14: γραφήτω μετὰ τὸν 7: ὁ 4: καὶ φυλαττέσθω ἡ δεκάς, ἅτε δὴ προσεδησομένη τοῖς ἐν τῷ γ' ε' παραλληλογράμμῳ χαρακτήρισι. Τῆτον τὸν τρόπον σύναψθῆτωσαν καὶ οἱ ἐν τοῖς λοιποῖς Τραπεζίοις χαρακτῆρες, καὶ γενήσεται ἐκ τῶν α' ἐπὶ τὸν β': ὁ 5570475: ἀριθμός.

Διαιρεθῆτω δ' ἐτι τὰ παραλληλόγραμμα καὶ οὕτω, ὡς ἀνωθεν μὲν ἐκ τῶν δεξιῶν τὴν διάμετρον ἀρχέσθαι, κατὰ δὲ πρὸς τὰ ἀριστερὰ περατῆσθαι, καὶ γραφήτωσαν οἱ προεξίμενοι ἀριθμοί, ὁ μὲν α' ἐκτὸς τῆς γ δ' πλευρᾶς, ὡς καὶ ἐπὶ τῷ ἀνωτέρῳ, ὁ δὲ β': ἐκτὸς τῆς δ' ε', ἀντετραμμένως μόντοι καὶ γενέσθω ἡ σύναψις ἀπὸ τοῦ κατὰ δεξιὰ ἐχάτου τριγώνου τοῦ δ' ἢ θ'.

Ἰστέον δ' ὅτι ἐπὶ τῆς αὐτῆς αἱ μὲν δεκάδες ἐν τῷ ἀνωτέρῳ τάττονται τριγώνῳ. αἱ μονάδες δὲ ἐν τῷ κατωτέρῳ, ἐν δὲ τῷ πρὸ αὐτῶν τετραγώνῳ εὐρίσκονται.



Γ. Τρόπος Πολλαπλασιάσεως.

Παρά τῆτον δὲ τὸν τρόπον, καὶ ἕτερος εὐερίσκεται πολλαπλασιάσεως τρόπος, διὰ παραλληλογράμμων καὶ αὐτὸς γινόμενος, οὗ πατὴρ Πυθαγόρας. εὐχερέστερος δὲ τῶν ἀνωτέρων. ἀπαξ γὰρ τῶν παραλληλογράμμων κατεσκευασμένων δυναμέσθαι αἰεὶ χρῆσθαι τούτοις ἐφ' εἰσορδήτινα πολλαπλασιασμόν. ἔχει δὲ ἡ τῶν κατασκευῶν ἕτω.

Ε.Υ.Δ.Τ.Κ.Ε.Τ. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006 Κεί-

Κείσθωσαν αὐτὰ β: β γ: εὐθείαι κατ' ὄρθω γ: ἴαν συντρέχουσαι τὴν ὑπὸ α β γ, καὶ διηρησθῶ ἑκάτερα εἰς μέρη ἐννέα ἴσα πλῆρωθέντος δὲ τοῦ α β γ δ' παραλληλογράμμου ἀχθῆτωσαν ἀφ' ἑκάστου σημείου τῶν τομῶν ἑκατέρας τῶν α β, β γ' εὐθείαι γραμμαὶ παραλλήλως. καὶ διαιρεθήσεται τὸ α γ παραλληλόγραμμον εἰς ἐλάττω παραλληλόγραμμα, ἢ γωνίαι τετράγωνα ἴσα ἀλλήλοις ὁμοῦκοντα καὶ ἕν, ὡς εἴρηται ἀνωτέρω. Τῶν δ' ἑκάστον διαιρεθῆτω διαγωνίως ἰδίᾳ διαμέτρῳ. καὶ δὴ καὶ τὸ α: διηρηται διάγραμμα ἐπὶ τῷ ἀνωτέρῳ τρόπῳ, ἐκτὸς τῶν πρὸς τὰ ἀνω συσσιχθέντων καὶ πλάτος, καὶ τῶν πρὸς τὰ ἀριστερά καὶ βάθος. ἐν οἷς ἀδιαίρετοις μείνουσι γραφήτωσαν οἱ ἐννέα χαρακτῆρες τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι, καὶ πρὸς ἑκάτερον τῶν αὐτῶν τέτων παραλληλογράμμων ἀριθμητικῶς ρυθμιζόμενοι ὡς ἐπὶ πάντας ἐν δυσὶ τετάχθαι τόποις καὶ διαμετρικῶς ἀντικείσθαι ἀλλήλοις πλὴν τῆς μονάδος. ἑκάστου δὲ τῶν χαρακτῆρων ἐφ' ἑκάστον πολλαπλασιαζόμενῳ γραφήτωσαν οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι ἐν τῷ ἰδίῳ τόπῳ ἑκάστος, ὡς καὶ ἐν τῷ ἀνωτέρῳ. Τῶν δ' οὕτω γεγραμμένων διαιρεθῆτω τὸ β δ' διάγραμμα, εἰς ἐννέα ἑτερομικτὰ παραλληλόγραμμα, τὰ α' ε', ζ' η', θ' κ', καὶ λοιπὰ, ὡς ἐπὶ ἀλλήλων χωρίζεσθαι. Ἡ μὲν ἐν τῷ Πυθαγορείῳ τέττα διάγραμματος κατασκευὴ τῆς αὐτῆς, ἢ χρῆσις δὲ ἐπὶ παραδείγματος τιδὸς δηλωθήσεται. Ὑποκείσθω τοίγαρ ἂν τὸν α: ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν β: πολλαπλασιασθῆναι. εἶτα ληφθῆτωσαν ἐκ τῶν α γ' διάγραμματος παραλληλόγραμμα τέσσαρα, ἐν οἷς ἐπιγράφονται οἱ τῶν α: τέσσαρες χαρακτῆρες δηλ. τὰ λ' μ', θ' κ', ν' ξ', ζ' η', καὶ ταχθῆτωσαν ἐφεξῆς καθ' ὅν εἰρμόν οἱ τῶν α: χαρακτῆρες πρὸς ἀλλήλους φυλάττωσι, καὶ ἀποτελεσθήσεται ἐξ αὐτῶν τὸ π' ρ: παραλληλόγραμμον. Τῶν δ' ἔτι εἰς ἐφαρμοστέων συναφθῆτωσαν α: οἱ ἐν τῷ γ'. εἰς τὸ σ' τ': χαρακτῆρες εἰς ἑνα ἀριθμὸν. δεύτερον οἱ ἐν τῷ ἑκτῷ ὑ φ: καὶ τρίτον οἱ ἐν τῷ ε'. ψ' χ': τέτων δὲ εἰς ἑνα αὐτῶν συναπτομένων ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν εἶναι ὀζητέμενος. γίνεται δὲ ἡ πρᾶξις ὡδί.

Ἐπεὶ ἐν τῷ σ' τ' ἑσχατος χαρακτῆρ εὐρίσκεται ὁ θ: ληφθῆτω οὗτος ἀντὶ μονάδων, καὶ ταχθῆτω ἐν τῷ εἰς τὸ γ: μετ' αὐτὸν δὲ σημειωθῆτω ὁ ς: χαρακτῆρ εἰς δεύτερον βαθμὸν, ὡς δεκάδας πέντε παριστᾶν. Ἐπεὶ δ' αὐτῶν μὲν τὸν 5: χαρακτῆρα εὐρίσκεται μονάς, καὶ μετ' αὐτὴν ὁ 9: ἐξ ὧν ὁ 10: συνίσταται, σημειωθῆτω μὲν τὸν 3: εἰς τρίτον βαθμὸν τζίφρα, καὶ φυλαττέσθω ἢ δικάς. μὲν δὲ τὴν τζίφραν σημειωθῆτω ὁ 3: εἰς τέταρτον βαθμὸν. προσιδεμένης ἡδὲ μονάδος τῷ 2: χαρακτῆρι, τῷ ἐν τῷ ζ' τριγώνῳ ὁ 3: συνίσταται. μὲν τῶν δὲ σημειωθῆτω μονάς εἰς ἐ: βαθμὸν ἢ ἐν τῷ η'. τριγώνῳ, καὶ ὁ γινόμενος ἀριθμὸς γ: εἶναι ὁ ἐκ τῶν πολλαπλασιασμῶν τῶν α: ἐπὶ τὸν α: χαρακτῆρα τῶν β: δηλ. τὸν 3: Τῶν τῶν τρόπον συναπτομένων, καὶ τῶν ἐν τῷ ὑ φ' χαρακτῆρων γενήσεται ὁ δ: ἐπεὶ δ' οὗτος ἀναλογεῖ τῷ ἐκ τῶν α: ἐπὶ τὸν β: τῶν β: χαρακτῆρα, διὰ τοῦτο ὀφείλει ἀρχεσθαι ἀπὸ τῶν δικάδων. τελευταῖον δὲ συναπτομένων, καὶ τῶν ἐν τῷ ψ' χ': γενήσεται ὁ ε: ὅς καὶ τῷ ἐκ τῶν α: ἐπὶ τὸν γ: χαρακτῆρα τῶν β: ἀναλογεῖ. διὸ καὶ ἀπὸ τῶν ἑκατοστάδων ἀρχεται. Τῶν δ' ἔτι γραφομένων, καὶ συναφθῆσως ἐν αὐτοῖς γενομένης ὁ συμποσέματος ζ: εἶναι ὁ ἐκ τῶν α: ἐπὶ τὸν β: γινόμενος. ἐπὶ γὰρ τῶν πολλαπλασιασμῶν οἰονδῆτινος ἀριθμοῦ ἐφ' οἰονδῆτινα εἰδέντι ἄλλο γινέσθαι ὀφείλει ἢ τὸν πολλαπλασιαζόμενον ληφθῆναι τοσάκις, ὅσάκις ἢ μονάς ὑπὸ τῶν πολλαπλασιαζόντων περιέχεται, ἀλλ: τῶν παραλληλογράμμων ἑκτῶν ἐπὶ τῶν πολλαπλασιασθέντων α: ἐπὶ τὸν β: γέγονεν, ἢτοι ὁ α: εἰληπται τοσάκις, ὅσάκις ἢ μονάς ἐν τῷ β: περιέχεται, καὶ γέγονεν ὁ ζ: ἀριθμὸς, ὁ ζ: ἀρα εἶναι ὁ ἐκ τῶν πολλαπλασιασθέντων τῶν α: ἐπὶ τὸν β: ἢ μείζων σαφῆς, ἐκ τῶν ὀρισμῶν τῆς πολλαπλασιαστικῆς. ἢ ἐλάττω δείκνυται.

α ζ θ λ ρ

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

β ε η κ μ ξ γ

α: 4352:
β: 563:
γ: 13056:
δ: 26112:
ε: 21760:
ζ: 2450176:

π ρ

4	3	5	2
8	6	10	4
12	9	15	6
16	12	20	8
20	15	25	10
24	18	30	12
28	21	35	14
32	24	40	16
36	27	45	18

ῥυται ἐκ τῆς κατασκευῆς τῶν αὐτῶν παραλληλογράμμων. τῆ δὲ π' ὁ προσῆκων ἀναλόγως, καὶ τὴν Αριθμητικὴν τάξιν καὶ ἀναλογίαν, ἅσε ἠνίκα συνάπτομεν τὴς ἐν τῷ σ' γ'· χαρακτῆρα, λαμβάνομεν πάντως τὸν α': ἀριθμὸν τρίς, ὅσας ἐδεῖ ληφθῆναι καὶ ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ τῷ αὐτῷ α': ἐπὶ τὸν α': χαρακτῆρα τῷ β': ὅταν δὲ συνάπτομεν τὴς ἐν τῷ υ' φ': λαμβάνομεν τὸν α': ὅσας ἐχρῆν τὸν αὐτὸν λαβεῖν πολλαπλασιαζόμενον, ἐπὶ τὸν β': τῷ β': χαρακτῆρα. Ἐπειδὴν δὲ συνάπτομεν τὴς ἐν τῷ ψ' χ', λαμβάνομεν ὁμοίως τὸν α': ὅσας ἂν ἐδεῖ καὶ ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ τοῦ αὐτοῦ ἐπὶ τὸν γ': τῷ β': χαρακτῆρα λαβεῖν. ἀρχεται δὲ ὁ μὲν γ'· ἀπὸ τῆς τῆς μονάδος βαθμοῦ, ὅτι καὶ ὁ α'. τῷ β'. χαρακτῆρ μονάδος ἐστὶ σημαντικός. ὁ δὲ δ': ἀπὸ τῆς τῆς δεκάδος, ὅτι καὶ ὁ β': τῷ β'. χαρακτῆρ δεκάδας παρίσθι, καὶ ὁ ε' ἀπὸ τῆς τῆς ἑκατοτάδος, ὅτι καὶ ὁ γ'. χαρακτῆρ τοῦ β': ἑκατοτάδας ἐμφαίνει. ἐπεὶ δὲ ἐκ τούτων συνάπτομένων ὁ ζ' συνίσταται ἀριθμὸς, ὁ αὐτὸς ἄρα ζ': ἀνατίρρητος ἐστὶν ὁ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ α': ἐπὶ τὸν β' παραγόμενος.

Οὗτος μὲν δὲ ὁ τρόπος τῆς διὰ τῶν παραλληλογράμμων πολλαπλασιαστικῆς τὴν μὲν κατασκευὴν κοινωρεῖται τῷ προτέρῳ, διετήρησε δὲ τὴν χρῆσιν καὶ λυσιτέλειαν. ἐπ' ἐκείνου μὲν γὰρ διὰ μόνης τῆς συνάφειας τῶν ἐν τοῖς παραλληλογράμμοις χαρακτῆρων συνήγετο ὁ ζητούμενος. ἐπὶ τούτου δὲ διὰ μὲν τῆς συνάφειας τῶν ἐν τοῖς παραλληλογράμμοις χαρακτῆρων συνήγοντο οἱ γινόμενοι ἐκ τῆς πολλαπλασιαστικῆς τῷ πολλαπλασιαζόμενῳ ἀριθμῷ ἐπὶ τῆς χαρακτῆρος τῷ πολλαπλασιαζόντος. διὰ δὲ τῆς τῶν γινόμενων ὡσαύτως συνάφειας ὁ ζητούμενος συνήγετο ἀριθμὸς. κακείνος μὲν αὐθις τοῖς καὶ μέρως χρησιμεύει ἀριθμοῖς, οὗτος δὲ τοῖς πᾶσι κοινός. πρὸς τέτοις ἢ ἐκείνῃ κατασκευῇ καὶ χρῆσιν ἐν ταῦτα ἐγένετο χρόνος, τέτε δὲ ἐν ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ. ὅτι ὁ ἑκάτερος διὰ τῶν αὐτῶν ἀρχόντων καὶ κανόνων συνίσταται δῆλον. Ἀμφὼ γὰρ τοὺς γινόμενους ἀριθμούς ἐκ τῆς πολλαπλασιαστικῆς ἑκάστου χαρακτῆρος τῷ πολλαπλασιαζόμενῳ πρὸς ἑκάστον χαρακτῆρα τῷ πολλαπλασιαζόντος ἐνεργεία ὄντας παρίσθισι, καὶ ἐν τῇ συνάφει τῶν ἐν ἑκατέρῳ χαρακτῆρων αἱ μονάδες ταῖς μονάσιν, καὶ αἱ δεκάδες ταῖς δεκάσιν, καὶ αἱ λοιπαὶ ταῖς λοιπαῖς προσίθονται προσηγορίαις.

Ἰστέον ὅτι ἐπεὶ πολλάκις ἐπὶ τῷ πολλαπλασιαζόμενῳ ἀριθμῷ εὐρίσκεται ὁ αὐτὸς χαρακτῆρ ἐν δυσὶν, ἢ τρισὶν, ἢ καὶ πλείοσι τόποις. ἵνα ἀσυγχύτως διὰ τῶν παραλληλογράμμων τοῦ δευτέρου τρόπου ἔχωμεν πολλαπλασιάζειν τὸν ὄντινα ἀριθμὸν πρὸς ἑντινα, προσήκει πάντως τὰ κατὰ πλάτος μέρη τῶν ὅλων παραλληλογράμμων διπλασιάζειν καὶ τριπλασιάζειν, ἢ καὶ πλείω ποιεῖν ἐν τῇ κατασκευῇ. Ὅτι δὲ ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιαζόντος ὁ αὐτὸς χαρακτῆρ ἐν δυσὶν, ἢ τρισὶν, ἢ καὶ πλείοσιν εὐρεθῆν τόποις, τὸν γινόμενον ἐκ τῆς συνάφειας τῶν χαρακτῆρων ἐν οἷς πρόκειται, οἷον ἐσσοιχῶν, ὁ χαρακτῆρ ἐκεῖνος, τὸσάκις ἐν τῇ χρῆσει λαμβάνειν, ὅσας ὁ αὐτὸς χαρακτῆρ ἐν τῷ πολλαπλασιαζόντι εὐρίσκεται γεγραμμένος. οἷον κείσθω ἐπὶ παραδείγματος πολλαπλασιασθῆναι τὸν α': ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν β': καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ α': εὐρίσκεται ὁ 4: χαρακτῆρ ἐν δυσὶ τόποις προσήκει τὸ λ' μ' παραλληλόγραμμον τὸ ἐν τῷ ὅλῳ παραλληλόγραμμῳ διπλᾶν εἶναι, ἵνα καὶ ἐν τῇ χρῆσει δις ληφθῆ ὡς ἐπὶ τῆ παρόντος γ' δ' ε' ζ': παρίσθαι διαγράμματος. Ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ 5: χαρακτῆρ ἐν δυσὶ τόποις ἐπὶ τῷ β': εὐρίσκεται ἀριθμοῦ γραφῆται δὲ ὁ ἐκ τῆς συνάφειας τῶν ἐν τῷ η' θ': χαρακτῆρων, ὡς ὁ κ': καὶ λ': τὰ δὲ λοιπὰ γεγῆσθω, ὡς προσημνέυεται. Τάτων μὲν ἐν τὸν τρόπον δυνήσῃ πάντως γε ἑκάστον ἀριθμὸν ἐφ' ἑκάστον πολλαπλασιάζειν διὰ μόνης συνάφειας. καὶ δὲ τῆς ἄλλης διὰ τῆς πολλαπλασιαστικῆς ἅμα καὶ συνάφειας. χρησιμεύει δ' ἀπλῶς ἡμῖν ὁ τῆς πολλαπλασιαστικῆς τρόπος, ὅπως δὴ τοῦτον γινόμενος εἰς τὸ τὰ ἐπίπεδα τῶν ὀρθογωνίων παραλληλογράμμων ἀριθμεῖν. Ἐπεὶ γὰρ ἑκάστον παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον ὑπὸ δύο τῶν τῆν ὀρθῶν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν περιέχεται, κατὰ τὸν α' ὅρον τοῦ δευτέρου βιβλίου: τῷ στοιχειωτῷ, ὁ δὲ πολλαπλασιασμός ὡς ἐπὶ πῆδον ὀρθογώνιον ὑποτίθεται, πολλαπλασιαζόμενης δὴ ποῦθεν θάτιρας τῶν δύο πλευρῶν ἐπὶ τὴν ἐτέραν τὸ ἐμβαδὸν γινώσκεται.

1	4	3	4	5	
2	8	6	8	10	α: 4345:
3	12	9	12	15	β: 545:
4	16	12	16	20	21725:
5	20	15	20	25	17380
6	24	18	24	30	21725 λ:
7	28	21	28	35	2368025:
8	32	24	32	40	
9	36	27	36	45	

Πόρισμα. Α'.

Ἐκ δὲ τούτων φανερόν, ὅτι ἐὰν στρατεύματος ὀρθογωνίου σχῆμα φέροντος, τὸ πρῶτον καὶ ἡ μίαν τῶν πλευρῶν γινώσκῃ, καὶ τὸ ὅλον γινώσκῃται. Κειμένων γὰρ κατὰ πρῶτον, στρατιωτῶν, φέρειται.

εἶπεν 80: ἐπὶ τῆς πλευρᾶς δὲ 50: τὸ ὅλον ἔσται τεσσάρων χιλιάδων περιεκτικόν. πεντηκοντάκις δὲ ὁ 80: λαμβανόμενος ἀριθμὸς τὰς τέσσαρας ἀναπληροῖ χιλιάδας.

Πόρισμα Β΄.

Ἐάν δὲ ἐθέλῃς μαθεῖν πόσων μὲν ὀπτῶν πλίνθων χωρητικόν ἐστὶ τὸ ἔμβαδὸν κοιτῶνος τινός, μέτρησον τὰς δύο τῶ ἐπιπέδῳ τῶ αὐτῷ κοιτῶνος πλευρᾶς, τὰς τὴν ὀρθὴν περιεχούσας γωνίαν τῶ διαστήματι τῆς τῶ πλίνθου πλευρᾶς, καὶ γνωσθήσεται πόσων ἐστὶ πλίνθων δεκτικὴ ἑκάτερα, εἶτα πολλαπλασιάσον τὰς πλευρὰς ταύτας πρὸς ἀλλήλας, καὶ ὁ γενόμενος ἀριθμὸς τῶ ὅλου ἔσται διηλοτικός. Πόσων δὲ ὥρων ὁ ἐνιαυτὸς περιεκτικὸς ὑπάρχει γνῶναι ἐπιέμενος, ζήτησον α΄. ἐκ πόσων ἡμερῶν ὑποτίθεται συγκείμενος, καὶ πόσας ὥρας ἑκάστη ἡμέρα περιέχει. εἶτα πολλαπλασιάσον τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὥρων, καὶ ὁ γενόμενος ἀριθμὸς παράξει σοι τὸ ζητούμενον. οἷον δεδῶδω τὸν ἐνιαυτὸν ἐκ τριακοσίων ἡμερῶν καὶ ἑξήκοντα πρὸς ταῖς πέντε συγκεῖσθαι, ἑκάστην δὲ τῶν ἡμερῶν ἐξ ὥρων εἰκοσιτεσσάρων, καὶ ζητηθῆτω ἢ τῶν ὥρων τῶ ἐνιαυτῷ ποσότης. εὔρεθήσεται ἔν αὐτῇ εἰάν ὁ 365: ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν 24: πολλαπλασιασθῆ, ὁ δὲ γενόμενος α΄: τὴν τῶν ὥρων ποσότητα τῶ ἐνιαυτῷ παρίσσει.

365
24

1460
730

Πόρισμα Γ΄.

Τὸν αὐτὸν τρόπον δυνάμεθα ἀναλύειν καὶ ἕκαστον νόμισμα εἰς λεπτά. εἰ γὰρ ζητηθῆ πόσων λεπτῶν ὁ χρυσὸς ἐστὶ περιεκτικὸς, εἰς εὔρεσιν τήτου εἶδέναι δεῖν α΄: πόσων ἐστὶ χωρητικὸς ὁ χρυσός, φερέ εἶπεν ἀργυρίων, ἢ ἄλλου τινός εἶδος νομίσματος, τὸ δὲ ἀργύριον, ἢ τὸ νόμισμα ἐκ πόσων συγκείται λεπτῶν, εἶτα πολλαπλασιάζειν τὸν ἀριθμὸν τῶν λεπτῶν, ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀργυρίων, ἢ γὰρ τῶν νομισμάτων, καὶ ὁ γενόμενος τὴν τῶ χρυσοῦ ποσότητα ἐν λεπτοῖς παραστήσει. οἷον ὑποκείδω τὸν μὲν χρυσοῦν περιεκτικὸν εἶναι ἀργυρίων τεσσάρων, τὸ δὲ ἀργύριον λεπτῶν εἰκοσι πρὸς τοῖς ἑκατόν. εἰ ἔν βύλει μαθεῖν πόσων λεπτῶν ὁ χρυσὸς περιεκτικὸς ὑπάρχει. πολλαπλασιάσον τὸν 120: ἀριθμὸν τῶν λεπτῶν ἐπὶ τὸν 4: ἀριθμὸν τῶν ἀργυρίων, καὶ ὁ γενόμενος β΄: 480: δείξει σοι τὴν ποσότητα τῶ χρυσοῦ ἐν λεπτοῖς.

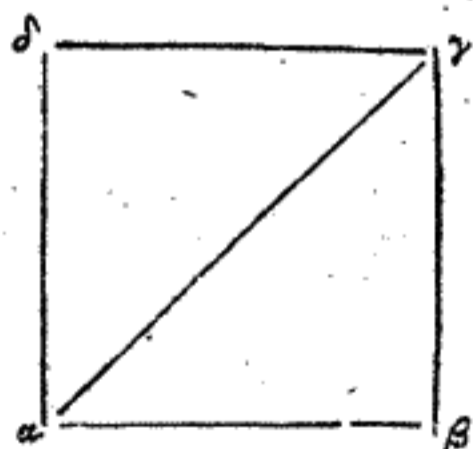
8760: α:
120

4

480: β:

Πόρισμα Δ΄.

Πρὸς τούτοις διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἀριθμῶν οὐ μόνον τὰ τῶν τετραπλεύρων ὀρθογωνίων ἐπιπέδα εὔρισκειν ἔχομεν, ἀλλὰ καὶ τὰ τῶν ὀρθογωνίων τριγῶνων τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν τῶν τεσσάρων πλευρῶν πρὸς ἀλλήλας πολλαπλασιαζομένων, καὶ τῶ γινόμενα δίχα διαιρημένου. Πᾶν γὰρ ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον εἰς δύο ὀρθογώνια διαιρεῖται τρίγωνοις. οἷον ἔσω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ αβγ, ἢ ἢ μὲν αβ: πλευρὰ ἔσω διηρημένῃ εἰς τέσσαρα ἴσα ἀλλήλοις. ἢ δὲ βγ' εἰς πέντε. εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ἢ βγ' ἐπὶ τὴν αβ' καὶ συσταθήσεται τὸ αβγδ' παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, οὗ ἡμισύ ἐστὶ τὸ αβγ' ὀρθογώνιον τρίγωνον. ἐγνωσμένων δὲ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν πλευρῶν παντὸς ὀρθογωνίου τριγῶνου γνωσθήσεται καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν τετράπλευρον ὀρθογώνιον. Τάτα δὲ διηρημένα εἰς δύο ἴσα διὰ τῆς διαγωνίου διαμέτρου, οἷον ἐστὶν ἢ αγ', γνωσθήσεται δὲ πᾶθεν καὶ τὸ ὀρθογώνιον, ὡς ἡμισυ τοῦ ὅλου ὑπάρχον. Τοῦτον μὲν ἔν τὸν τρόπον τὰ τῶν ὀρθογωνίων τριγῶνων ἔμβαδά καὶ διὰ τῆς ἀριθμητικῆς γινώσκειται. τῶν δὲ λοιπῶν εὐθύγραμμων σχημάτων, ὅπως ἑκάστου τὸ ἔμβαδόν καταμετρεῖται ἑτέρας ἴδιον πραγματείας, ἥτις καὶ πᾶν σχῆμα εὐθύγραμμον καταμετρεῖν ἐπαγγέλλεται, ὡς ἔξεσι τῶ βουλομένῳ εἶδειν ἐν τῶ περὶ Γεωμετρικῶν Προβλημάτων φιλοπονήματι.



ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 5.

Περὶ Διαίρεσεως.

Ἡ Διαίρεσις δὲ ἥτις καὶ μερισμός προσαγορεύεται, διανομὴ ἐστὶν ἀριθμοῦ ἐφ' ἕτερον· ἢ ἔδρεσις ἀριθμῶ ἐνημαινόντος διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων ποσάκις ὁ μερίζων ἀριθμὸς τὸν μεριζόμενον καταμετρεῖ, ὡς μετ' ὀλίγον δηλωθήσεται. Διὸ ὁ μὲν μερίζων καὶ μεριζόμενος διδόμενοι καὶ αὐτοὶ, ἢ προβαλλόμενοι ἐνομαζόνται, ὁ δὲ ἐκ τῶν μερισμῶν ἐξαγόμενος, ζητούμενος, ἢ πηλίκον. Δεῖ δὲ αἰετὸν τὸν μερίζοντα ἐπὶ τὸν ἐλάττονα διαιρεῖν, ἄλλως γὰρ ἂν ἀδύνατον ἐπὶ τῶν ἀκεραίων γενέσθαι ἀριθμῶν.

Δοθέντων δὲ δύο τινῶν ἀριθμῶν, τὸ μὲν ὡς μερισθισόμενον, τὸ δὲ ὡς μερίσοντος, γράφειν δεῖ πρῶτον τὸν μερισθισόμενον, ὑπ' αὐτὸν δὲ τὸν μερίσοντα, ἑτέραν τινὰ ἐμπις τάξιν τηρῶντα, ἀλλὰ μὴ ἥτις ὁ ἀφαιρούμενος ὑπὸ τῶν μεζονα ταττόμενος, ἀφ' οὗ καὶ ἀφαιρεῖται. ἐκεῖνος μὲν γὰρ διζισθῆναι συνηχέτο τῷ πρὸ αὐτοῦ, ἕτος δὲ συναρχεσθαι ὀφείλει τῷ μερισθισόμενῳ ἀριθμῷ ἀριστερόθεν. Ἔπειτα λαβόντα τὸ ἀνήκον αὐτῷ ἐκ τῶν μερῶν τῶν μερισθισομένων, ὡς προσφῆρμος, βαθμὸν ἕνα καταβῆναι, καὶ τῆτο αὐδὶς καὶ αὐδὶς παθεῖν, ἕως ἂν ὁ ἐχάτος αὐτῷ χαρακτήρ, τῷ ἐχάτῳ τῶν μερισθισομένων συσοιχῆσθαι.

Ὅθεν ὅσαι ἂν ὡσιν ἐναπολειπόμενοι χαρακτήρες τῶν μεριζομένων, κατὰ τὴν α'. τῶν μερίσοντος ὑπ' αὐτὸν θέσιν, ἀπὸ τοῦ πρώτου δηλ. καὶ τὰ δεξιά μέχρι τῶν συσοιχέντος τῶν ἐχάτων τῶν μερίζοντος χαρακτήρι, ἐκ τοσούτων ἀνάγκη καὶ τὸν ζητούμενον συκεῖσθαι. οἷον δεδόσθω τὸν α'. ἀριθμὸν μερισθῆναι ἐπὶ τὸν β'. γράφω δὴ πρῶτον ὁ α'. ὑπ' αὐτὸν δὲ ὁ β'. συναρχόμενος τῷ α'. κατὰ τὰ ἀριστερά, ἔπειτα ἐρευνηθῆτω ποσάκις ὁ β'. καταμετρεῖ τὸ α'. τῶν α' μέρος ὡς ἐφῆρμος καὶ ἐπειὶ εὐρίσκεται δις, ἐναπολειπόμενων τινῶν, γράφω ἐπὶ τῆς γ'. γραμμῆς ὁ 2: χαρακτήρ, ἔπειτα πολλαπλασιασθῆτω ὁλος ὁ β'. ἐπὶ τῶν 2: χαρακτήρα, καὶ ἐπειὶ γίνεται ἐξ αὐτῶν πολλαπλασιαζόμενον ὁ 50: ἀφῆρσθω ἕτος ἀπὸ τῶν 50: καὶ ἐναπολειφθήσεται ὁ 6:.

Ἐπειὶ δὲ τῆτο δυσχερὲς, πολλαπλασιασθῆτω ἕκαστος τῶν β' χαρακτήρ ἐπὶ τὸν 2: χωρὶς, τῆς ἀρχῆς ἀριστερόθεν γινομένης, καὶ ὁ ἐξαγόμενος ἀφῆρσθω ἀπὸ τῶν πρὸ αὐτῶν χαρακτήρα, ἕτω λέγοντός σα. ὁ μὲν 2 τοῦ β' χαρακτήρ δις λαμβανόμενος κατὰ τῆς ἐν τῷ 2: χαρακτήρι μονάδας τῷ ἐπὶ τῆς γραμμῆς ποιεῖ τὸν 4: ἕτος δὲ ἀφαιρούμενος τῶν 5: τῶν ἐν τῷ α', ἐναπολείπει μονάδα. ἐπαλειφομένου τοῖον γραμμῆς τῆτο 2: τῶν ἐν τῷ β': καὶ τῶν 5: τῶν ἐν τῷ α': γράφω ἢ μονὰς ὑπὲρ τῶν 5: τῆτο δὲ γινομένης μεταβῆθαι ἐπὶ τὸν 5: τὸν ἐν τῷ β': καὶ εἰπέ δις ὁ 5: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 10: τούτου δὲ ἀφαιρούμενος ἀπὸ τῶν 16: ἐναπολείπεται ὁ 6: σημειωθῆτω δὴ ὅ, τε 5: τῶν β' χαρακτήρ καὶ ἢ μονὰς ἢ ὑπὲρ τῶν 5: χαρακτήρα τὸν ἐν τῷ α': γραμμῆ, καὶ γράφω τζίφρα. μετειχθεὶς δὲ ὁ β': μερισθῆς εἰς βαθμὸν ἕτερον ἐρευνηθῆτω αὐδὶς ποσάκις καταμετρεῖ τὸν πρὸ αὐτοῦ δηλ. τὸν 65: ὡς καὶ συσοιχέ, καὶ ἐπειὶ εὐρίσκεται πάλιν δις καὶ τῆτο καταμετρεῖν, γράφω ὑπὲρ τῆς γ' γραμμῆς ὁ 2: αὐδὶς χαρακτήρ ἐφεξῆς τῶν πρὸ αὐτῶν.

Πολλαπλασιαζόμενον δὲ τῶν 2: χαρακτήρα τῶν ἐν τῷ β': ἐπὶ τὸν 2: τὸν ὑπὲρ τῆς γραμμῆς ἢδη γεγραμμένον, καὶ τῶν γινομένων 4: ἀπὸ τοῦ 6: ἀφαιρούμενος, ἐπειὶ ἐναπολείπεται ὁ 2: σημειωθῆτω γραμμῆ ὅ, τε 2: χαρακτήρ ὁ ἐν τῷ β': καὶ ὁ 6: ὁ ἐν τῷ α': καὶ γράφω ὑπὲρ τῶν 6: ὁ 2: πολλαπλασιαζόμενον δὲ καὶ τῶν 5: τῶν ἐν τῷ β': ἐπὶ τὸν αὐτὸν 2: τὸν ὑπὲρ τῆς γραμμῆς, καὶ τῶν γινομένων 10: ἀφαιρούμενος ἀπὸ τῶν 25: τῶν συσοιχέντος αὐτῶν, σημειωθῆτω γραμμῆ ὁ 5: χαρακτήρ ὁ ἐν τῷ β': καὶ ἐπειὶ ἐναπολείπεται ὁ 15: σημειωθῆτω γραμμῆ καὶ ὁ 2: ὁ ὑπὲρ τῶν 6: καὶ γράφω μόνον ὑπὲρ αὐτὸν μονὰς, ἀντὶ δὲ τῶν 5: ἔσω ὁ ἐν τῷ α' 5: χαρακτήρ, ὁ αὐτὸς γὰρ ἐστὶ, καὶ εἰδεται τῆς διὰ γραμμῆς σημειώσεως ὡς οἱ ἑτεροειδῆς, καὶ ἐναπολειφθήσεται ὡς διαμερισθόμενος ὁ 150: μετατιθεμένη δὲ τῶν β': καὶ εἰς βαθμὸν ἕτερον ἐρευνηθῆτω ὁ 150: ἀριθμὸς ποσάκις μετρεῖται ὑπὸ τῶν β': καὶ εὐρεθήσεται ἑξάκις. Διὸ γράφω ὑπὲρ τῆς γραμμῆς ὁ 6: ἐφεξῆς τοῦ 22: ὡς γενέσθαι τὸν 226: πολλαπλασιαζόμενον δὲ τῶν 2: τῶν ἐν τῷ β': ἐπὶ τὸν αὐτὸν 6: καὶ τῶν γινομένων 12: ἀφαιρούμενος ἀπὸ τῶν 15: ἐπειὶ ἐναπολείπεται ὁ 3: σημειωθῆτω γραμμῆ ὅ, τε 2: χαρακτήρ ὁ ἐν τῷ β': καὶ ὁ 5: ὁ ἐν τῷ α', ἐτι δὲ καὶ ἢ μονὰς ἢ ὑπὲρ τῶν 2: καὶ γράφω ὑπὲρ τῶν 5: ὁ 3: πολλαπλασιαζόμενον δὲ καὶ τῶν 5: τῶν ἐν τῷ β': ἐπὶ τὸν 6: τὸν ὑπὲρ τῆς γραμμῆς, καὶ τοῦ γινομένου 30: ἀφαιρούμενος ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ α': ἐ-

0
040
1230
α: 5650 1226: γ:
β: 25
25
25

ναπολείπομένῃ 30: ἐπεὶ ἔδει: τι ἐναπολείπεται σημειωθήτωσαν γραμ-

μή ὅ, τε 5: ὁ ἐν τῷ β: καὶ ἡ τζίφρα ἢ ἐν τῷ α: ἐτι δὲ καὶ ὁ 3: ὁ ὑπὲρ τὸν 5: καὶ γραφήτωσαν τζίφραι ὑπὲρ αὐτὸν μηδέντι ἐνοσημαίνασαι.

Τῶτων ἕτω γεγομένων παραχθήσεται ὁ γ' ἀριθμὸς ἐκ ἰσοπέτων συ-
κείμενος χαραχλήρων, ὅσοι εἰσὶν οἱ ἐναπολείπομενοι χαρακτήρες τῷ α:
ἀπὸ τῶ συσσειχέντος τῷ ἑκάτω τῷ β: χαρακτηρι ἐπὶ τῆς πρώτης ὑ-
πογραφῆς τῷ αὐτῷ β: ὅστις καὶ ζητέματος καὶ πηλίκον ὀνομάζεται, ὡς
εἴρηται, ἐτι δὲ ὁ γ' ἀριθμὸς διλοτικός ἐστὶ τῷ ποσάκις ὁ β. τὸν α:
καταμετρεῖ, καὶ χαλεπὸν διὰ βραχέων ἀπαδείξαι. Κείδω γ' διὰ τοῦ ευχερέστερον ὁ ε: ἀριθμὸς μεριζόμε-

νος ἡδὴ ἐπὶ τὸν ζ: ὡσεὶ τὸν ζητέ-
μενον εἶται τὸν η: καὶ εἰληφθῶ τὸ
θ' κ' λ' μ': ὀρθογώνιον παραλλη-
λόγραμμον, ἀπὸ τοῦ ε μερι-
σθέντος, καὶ τὸ κ' ἢ παραλληλό-
γραμμον τῷ ζ' ἐσω παραστει-
κόν. Τούτων δ' οὕτω ὑποτιθεμένων διηρήσθω τὸ κ' μ' ὀρθογώνιον εἰς τὰ κ' ν', ν' ξ', ξ' ο', ο' π', π' ρ',
ρ' σ', καὶ λοιπὰ παραλληλόγραμμα ἴσα ἀλλήλοις. Ἐπεὶ δὲ τὸ κ' ν': διηρημένον ἐστὶν εἰς δύο ὀρθο-
γώνια τὰ κ' τ', φ' ν': ἑκτασθήτω ἡ φ' τ': γραμμὴ ἄχρι τῆς λ' μ': ἡτις παράλληλος πάντως ἐστὶ τῇ
θ' μ', ἢ κ' λ' διὰ τὸ παράλληλον εἶναι καὶ τὴν φ' τ' τῇ θ' ν' καὶ τεμεῖ τὴν λ' μ' εἰς δύο ἴσα.

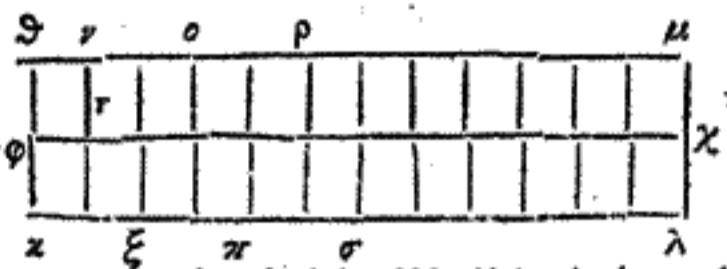
Δείκνυται.

Τὸ θ' κ' λ' μ' παραλληλόγραμμον εἰληπται ἀντὶ τῷ ε μεριθείτος ἀριθμῷ, τὸ δὲ κ' ν': ἀντὶ τῷ ζ'.
μερίσαντος. ἐπεὶ δὲ τὸ θ' κ' λ' μ' παραλληλόγραμμον μεμέρισται τῷ κ' ν', πάντως γὰρ τὸ θ' χ' τὸν
ἢ παρίσῃσιν ἀριθμὸν, τῷ ε γὰρ ἀριθμῷ ἐπὶ τὸν ζ' μερισθέντος ὁ ἢ παρίσῃσιν. μεριζόμενα δὲ καὶ
τῷ κ' μ' παραλληλόγραμμοι ἐπὶ τὸ κ' ν' τὸ θ' χ' παραλληλόγραμμοι γινώσκονται. ἀλλὰ τὸ θ' χ' ἐμ-
φαίνει ποσάκις τὸ κ' ν' παραλληλόγραμμον καταμετρεῖ τὸ θ' κ' λ' μ', ἅρα καὶ ὁ ἢ ἀριθμὸς ἐμφαίνει
ὁμοίως ποσάκις ὁ ζ' ἀριθμὸς καταμετρεῖ τὸν ε, ὅπερ ἴδει δεῖξαι.

Ἰσίου μὲν ται, ὅτι ἡλικὸς ὁ μεριζόμενος ἀριθμὸς σύμμετρος ἐστὶ τῷ μερίζοντι, ἡδὲ τι μὴ τὴν διαί-
ρεσιν ἐναπολείπεται, ἀλλὰ τὸ πηλίκον ἀπλῶς ἐστὶν ἀριθμὸς. Ἐπειδὴν δὲ ἀσυμμέτρως ἔχουσι πρὸς
ἀλλήλους ὅ, τε μερίζων καὶ ὁ μεριζόμενος, παραγομένου τῷ ζητέμενου, ὅς καὶ πηλίκον ὀνομάζεται, ἐ-
ναπολείπεται καὶ ἕτερος ἀριθμὸς ἐλάττων τῷ μερίζοντος μέρος τὸ ἢ μέρη μονάδος ἐμφαίνων ὀφειλό-
μενάπως καὶ ταῦτα δοθῆναι τῷ μερίζοντι. Ὅθεν καὶ ἐπιγράφεται τοῦ μερίζοντος, ἐπὶ τὰ δεξιὰ τοῦ
πηλίκου ταπτόμενος γραμμῆς ἡδὴ μισολαβούσης. οἷον διδόσθω τὸν θ' ἀριθμὸν μερισθῆναι ἐπὶ τὸν κ': τῆς πράξεως δὲ γενομένης καὶ τὴν α'
νωτέρω ἐρμηνείαν εὐρεθήσεται μὲν ὡς πηλίκον ὁ λ': ἀριθμὸς, ἐναπο-
λειφθήσεται δὲ ὁ μ', ὑφ' οὗ ὁ μερίζων καὶ γραφόμενος συνίσῃσι τὸ μ' κ'
λεπτόν, εἶτην κλάσμα. Ὁ μὲν ἐν λ' ἀριθμὸς διλοὶ πόσας μονάδας ἐκάστη μονὰς τῷ κ' μερίζον-
τος λαμβάνει ἀριθμῷ, ἐπὶ τῷ μερισμοῦ τῷ θ' ἐπὶ τὸν αὐτὸν κ' γενομένῃ. τὸ δὲ μ' κ' λεπτόν τῷ
τῆς μονάδος μέρη, ἅτινα ὀφείλουσι προσίδεσθαι τοῖς δοθείσιν ἐκάστη τῷ κ' μονάδι, ὡσεὶ τὸ ὅλον
ἐκάστης μονάδος τῷ κ': ἴσονται μονάδες ὀλόκληροι ἕξ, καὶ προσέτι ἡμισυ μονάδος, τὰ γὰρ δύο τῶν
τεσσάρων ὡδὲ γραφόμενα $\frac{2}{3}$: ἐν δευτέρῳ ἴσα ἐστὶν οὕτως ἡ γραφομένη $\frac{1}{3}$: ὡς ἐν τῷ Δευτέρῳ τῷ πα-
ρόντος διηχθήσεται Βιβλίῳ, τὸ δὲ ἐν δευτέρῳ ἡμισυ μονάδος σημαίνει.

Ἔτι, ὅτι ἐκ αἰ, συνάρχασθαι ὀφείλει ὁ μερίζων ἀριθμὸς τῷ μεριζομένῳ ἐν τῇ α. αὐτῷ ὑπ' ἐπει-
τον ὑπογραφῇ. Πηνίκα γὰρ ὁ πρῶτος τῷ μερίζοντος χαρακτήρ, καὶ τὰ ἀριστερὰ, ὑπερέχων τύχη τῷ
α: χαρακτήρος τῷ μεριζομένῳ, καὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἢ ὅπως εἴπειν, ὅτε ὁ μερίζων μείζων τύχη τῷ μέ-
ρους τοῦ μεριζομένου ἀριθμοῦ ὡς ἐφαρμόζισθαι πρῶτον ὀφείλει, καὶ συνάρχεται διήκων ὁ μερίζων τῷ
μεριζομένῳ, ἡδὲ γὰρ ἕξει, καὶ τὴν τῆς διαιρίσεως τῶν ἀπλῶν ἀριθμῶν κανόνα, μερισθῆναι τὸν
ἐλάττω ἐπὶ τὸν μείζονα, διατοί τῆτο τῆκαῦτα ὁ α. τῷ μερίζοντος χαρακτήρ συσσειχῆ τῷ β.
τῷ μεριζομένῳ χαρακτήρι. Εἰ δ' αὖθις ὁ μερίζων μὴ τὴν α. αὐτῷ ὑπογραφῇ μείζων ἂν εἴη τῷ ὡ
παραβάλλεται τῷ μεριζομένῳ μέρει, ἐν τῷ πηλίκῳ τζίφρα ὀφείλει γραφῆσθαι. Εἰς τρινωτέραι δὲ
τῷ λόγῳ κατάληψιν διδόσθω τὸν ν' ἀριθμὸν μερισθῆναι ἐπὶ τὸν
ξ: καὶ ἐπεὶ ὁ α. χαρακτήρ τῷ ν' σημετικὸς ἐστὶ μίας μονάδος,
ὁ δὲ τῷ ξ: περιέχει μονάδας οκτώ, γραφήτω ὁ ξ: ὑπὸ τὸν ν':
ὡσεὶ συσσειχῆ τὸν α. τῆτο χαρακτήρα δηλ: τὸν θ': τῷ β. τῷ ν'
χαρακτήρι δηλ: τῷ ἡ. Ἐπεὶ δ' αὖθις μεριζόμενα τῷ α. μέρος τῷ
ν', δηλ: τῷ 1694: ἐπὶ τὸν ξ: ὁ α: ἀριθμὸς ἀντὶ τῷ α. χαρακ-
τήρος τῷ πηλίκῳ εὐρίσκειται, πολλαπλασιαζόμενα δὲ τῷ ξ' ἐπὶ

ο
οχο
κε30
α: 8080 | 226: γ:
β: 28
β: 28
β: 28



οο
ε: 24 | 112: η:
ζ: 2
ζ: 2

ο2: μ:
θ: 28 | 16: λ: 2: μ
κ: 4 | 4: κ

1
οκ2
α: 169430: | 1200: 230
ξ: 848 | 846
848
846

Ε.Υ.Δ. Τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006
τῶν

τὸν αὐτὸν 2: καὶ τὸ γινόμενον 1692: ἀφαιρούμενον ἀπὸ τῆς 1694: ἀναπολείπεται ὁ 2: σημειώθῃτω μὲν ὁ 2: ἐπάνω τῆς 4: ὁ δὲ 5: μερίζων γραφήτω αὐτὸς ὑπὸ τῶν 6: ὡς βαθμὸν εἶα ἐπὶ τὰ δεξιὰ καταβαίνειν, καὶ τὸν ἔχοντα τούτου χαρακτήρα δηλ: τὸν 6: τῶ 3: τῆ 5: συσσοίχων χαρακτήρι. Ἐπει δὲ ὁ 23: ἀριθμὸς ὁ ἐν τῶ 1: ἐλάττων ἐστὶ τῆς 5, ὅθεν ἔτι μερισθῆναι ἐπ' αὐτὸν δύναται, διὰ τοῦτο γράφεται ἐν τῶ πηλίκῳ ἀντὶ τῆς β'. χαρακτήρος τζίφρα. γραφομένη δὲ γ'. τῆς 5: ὑπὸ τὸν 6: ὡς τὸν ἔχοντα αὐτὸν χαρακτήρα τῶ ἔχοντι τῆ 5: συσσοίχων χαρακτήρι, ἐπειδὴ πάλιν καὶ ὁ 230: ἀριθμὸς ὀφείλει μερισθῆναι ἐπὶ τὸν 5, ἐλάττων ἤδη εὐρίσκειται, τῆτι χάριν ἐν τῶ πηλίκῳ γράφεται καὶ ἀντὶ τῆς γ'. χαρακτήρος τζίφρα. ἐκάστη γὰρ τῶν ἐν τῶ 5 μονάδων ἑκατοστάδας μὲν ἀπὸ τῆς 5 δύο ἤδη εἶδεξάτο, δεκάδων, δὲ καὶ μονάδων ἀπέτυχεν. τὸ δὲ πηλίκον τῆς τῆς 5 ἐπὶ τὸν 5 διαιρέσεως ὁ 200: ἐστὶν ἀριθμὸς μετὰ τῆς λεπτοῦ τῆτι $\frac{2}{5}$.

Ὁ μὲν ἔν κοινώτερος τῆς διαιρέσεως τρόπος οὗτος ἐστίν. ὃ δὲ χρωμένον δυνήσῃ δῆπουθεν ἕκαστον ἀριθμὸν ἐφ' ἕκαστον διαίρειν, τῆτι μὲν φυλαττομένη τῆ μη ὑπερέχειν τὸν μερίζοντα τοῦ μεριζομένου. Παρὰ τούτοις δὲ τὸν τρόπον εἰσὶ μὲν καὶ ἄλλοι διαφόρως ἀποτελέμενοι, ὀλίγοις δὲ τισὶ γινώριμοι περὶ ὧν ἐφεξῆς, καὶ ταῦτα τῶν δοκιμοτέρων ἐροῦμεν.

Β. τῆς Διαιρέσεως τρόπος.

Ὁ δεύτερος τῆς διαιρέσεως τρόπος μικρόντι τῆ πρώτῃ διηγήθησαν. ἐπ' ἐκείνῃ μὲν γὰρ ὁ μερίζων ὑπὸ τὸν μεριζομένον ἐγράφεται, καὶ οὐχ ἀπαξ· ἐπὶ τούτου δὲ κατὰ τὰ ἀριστερὰ τῆ μεριζομένου γράφεται μέρη καὶ ἀπαξ. Ἐτι ἐπὶ τῆς πράξεως κατ' ἐκείνον μὲν πολλαπλασιαζομένη τῆ μερίζοντος ἐφ' ἕκαστον τῆ πηλίκῃ χαρακτήρα, καὶ τῆ γινόμενα ἀπὸ τοῦ ὃ παραβάλλεται μέρη ὁ μερίζων ἀφαιρούμενος τὸ ἀναπολείπόμενον ἐπάνω τῆ μέρους ἐκείνῃ ἐγράφεται, ἐν τῆτι δὲ ὑποκάτω τάττεται. Πρὸς τούτοις οἱ τε τοῦ μερίζοντος χαρακτήρες καὶ οἱ τοῦ μεριζομένου γραμμῆ ἐπὶ τῆς α'. ἐσημειῶντο, καὶ οἰονεὶ ἀπηλείφοντο τρόπου, ὡς προηρμήνευται. ἐπὶ τοῦ β'. δὲ τῆτι οὐδεὶς τούτου

πάσχει τῶν χαρακτήρων.

Εἰς τρανωτέρας δὲ τῶν εἰρημένων ἀγάπτουξιν δεδῶσθαι ἐπὶ παραδείγματι τῶν α'. ἀριθμὸν μερισθῆναι ἐπὶ τὸν β': γραφομένη δὲ τοῦ α' ἔντινι μέρη ταχθῆτω κατὰ τὰ ἀριστερὰ τῆτι μέρη μικρόντι ἀφισάμενος ὁ β': εἶτα παρατηρήθῃτω ὁ αὐτὸς β': ποσάκις καταμετρεῖ τὸ α'. τῆ α' μέρος, δηλ: τῶν 56: ἀριθμὸν, καὶ ἐπει εὐρίσκειται δις γραφήτω ἐνταῦθα τὸ γ': ὁ 2: χαρακτήρ, ἀντὶ τῆς α'. χαρακτήρος τοῦ πηλίκου λαμβανόμενος. Πολλαπλασιαζομένη δὲ τῆς β': ἐπὶ τὸν αὐτὸν 2: κατ' ὃν προηρμήνευται τρόπον ἐπὶ τῆς πολλαπλασιαστικῆς, ὁ γινόμενος ἀφαιρεθῆτω ἀπὸ τῆς, ὃ παραβέβληται, μέρους τῆς α': καὶ ἐπει ἀναπολείπεται ὁ 6: γραφήτω ἕτος ὑπὸ τῶν 6: τὸν ἐν τῶ α': τῆτι γὰρ συσσοίχων ὁ ἔσχατος τοῦ β' χαρακτήρ. ἐφεξῆς δὲ τῆς 6: καὶ τὰ δεξιὰ γραφήτω ὁ 5: ὁ ἐν τῶ α': ἵνα γένηται ὁ 65: καὶ ἕτος ἔσαι τὸ β': τῆς α' μέρος. Ἐπει δὲ καὶ τῆτι δὲ ὁ β' καταμετρεῖ, γραφήτω καὶ ἀντὶ τῆς β'. χαρακτήρος τῆ πηλίκῃ αὐτὸς ὁ 2: ἐφ' ὃν πολλαπλασιαζομένη δεύτερον τῆς β': καὶ τῆ γινόμενα ἀπὸ τῆς 65: ἀφαιρούμενα, ἐπει ἀναπολείπεται ὁ 15: γραφήτω οὗτος ὑπὸ τῶν 65: ὡς τὴν μὲν μονάδα συσσοίχων τῶ 6: τὸν δὲ 5: χαρακτήρα τῶ 5: μὲν τῆτι δὲ γραφήτω τζίφρα, ὅτι καὶ τῶ ἔσχατῶ τῆς α' βαθμῶ τζίφρα εὐρίσκειται, καὶ γενησεται ὁ 150: τὸ γ'. τοῦ α' μέρος. Τούτου δὲ μετρούμενα ὑπὸ τοῦ β': ἕξάκις γραφήτω ἀντὶ τῆς γ'. χαρακτήρος τοῦ πηλίκῃ ὁ 6: ἐφ' ὃν πολλαπλασιαζομένη τῆς β': γίνεται ὁ 150: ἴσος ὦν τῶ γ': τοῦ α' μέρους, διὸ καὶ ἀφαιρούμενος ἐκείνῃ ἔτι ἀναπολείπει. ἔσαι δὲ πηλίκον ἐπὶ τῆς μερισμῆς τῆς α': ἐπὶ τὸν β': καὶ καὶ τὸν β'. τῆτι τρόπον τῆς διαιρέσεως ὁ γ' 226: δίχα τινὸς λεπτῆς εἶτην κλάσματος. συμμετρος γὰρ ἐστὶν ὁ α'. τῶ β', εἶδὲ ἀσύμμετρος εἶη ὁ μερίζομενος τῶ μερίζοντι, πρὸς τῶ εὐρεθῆντι πηλίκῳ ἔσαι καὶ λεπτόν, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς α'. τρόπου. Εἶδὲ σοὶ βελιτόν γίνεσθαι τὴν πολλαπλασιαστικῆς τοῦ μερίζοντος ἐπὶ τῆς χαρακτήρας τῆ πηλίκῃ, οὐ καὶ τὸ ὅλον, ἀλλὰ κατ' ἕκαστον χαρακτήρα χωρὶς, διὰ τὸ εὐχερέστερον ἂν καὶ ἐπὶ τῆς πρώτου εἴρηται τρόπου, ἀρκτέον τῆς πολλαπλασιαστικῆς τῶν χαρακτήρων τοῦ μερίζοντος ἐφ' ἕκαστον χαρακτήρα τοῦ πηλίκου δεξιόθεν. Οὗτος ἔν ὁ τρόπος τῆς διαιρέσεως ἔχ ὅπως δι' ἐλαττόνων γίνεται χαρακτήρων, ἀλλάγε καὶ ἀνευ τινὸς συγχύσεως. καὶ τῆς ἀπατῆ συμβῆ ἔξῃσι διὰ δευτέρας ἐλεγχθῆναι ἐρεύνης. Κατὰ μίμησιν δὲ τούτου δυνατόν γενέσθαι καὶ τὸν α'. τρόπον οὕτως, ὡς κατὰ τι μὲν κοινωρῶν ἀμφοτέροις, κατὰ τι δὲ διαφέρειν. κοινωρῶν μὲν γὰρ τῶ α': ὅτι γραμμῆ ἕκαστος τῶν αὐτῶν χαρακτήρων σημειῖται· διηγήθησε δὲ ὅτι ἀπαξ ὁ μερίζων γράφεται, κατ' ὃ κοινωρῶν τῶ β'. καὶ διαφέρει κατ' ὃ κοινωρῶν τῶ α'.

	a	{	5650
			065
	b: 25	{	150
			000
		γ	226:
			0
			0X0
			X230
		{	8680
25			226:

Γ. Τρόπος Διαιρέσεως.

Ὁ τρίτος δὲ τῆς διαιρέσεως τρόπος διὰ τῶν κανονίων συνίσταται, δι' ὧν καὶ ὁ Πολλαπλασιαστικὸς...

Ε.Υ.Δ. τῆς Ε.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

δὲ τούτῃ ἐφοδος τοιαύτη. Ὑποκείσθω γὰρ τὸν α'. ἀριθμὸν μερισθῆναι ἐπὶ τὸν β'. καὶ ληφθῆναι τὰ παραλληλόγραμμα, τῆς 2: καὶ 5: χαρακτήρος, καὶ ἐφαρμοσθῆναι ὡς ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ. Ἐραυκὸς δὲ γενομένης, καθά τε πρότερον τοῦ ποσάκις ὁ β': τὸ α'. τοῦ α' μέρους δηλ. τὸν 56: ἀριθμὸν μετρεῖ ἐπεὶ εὐρίσκεται δις, γράφον τὸν 2: ἐνθα τὸ γ'. εἶτα σύναφον ἐν τοῖς κανονίοις, καθ' ὃν προηρμήνυται τρόπον, τῆς χαρακτήρος. τοῦ ἐν ᾧ ἐπιγράφεται σίγχα ὁ 2: χαρακτήρ, καὶ ἐπεὶ ἀναπληρῆται ἐξ αὐτῶν ὁ 50: ἀφῆλε τῆτον ἀπὸ τοῦ 56: καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν δηλ. τὸν 6: γράφον ὑποκάτω τῆ β: τῆ ἐν τῷ α'. μέρει τοῦ α': τούτῳ δὲ προσιδεμένης τοῦ 5: χαρακτήρος ἐρεύνησον αὐτὸς ποσάκις ὁ β': μετρεῖ τὸν 65: καὶ ἐπεὶ εὐρίσκεται δις γράφον αὐτὸς τὸν 2: ἐν δευτέρῳ βαθμῷ. Συναπτομένων δὲ τῶν αὐτῶν χαρακτήρων τῶν ἐν τοῖς κανονίοις ὡς καὶ πρότερον, καὶ τῆ γενομένης 50: ἀφαιρουμένης ἀπὸ τῆ 65: ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 15: γράφον τῆτον ὑπὸ τὸν 65: προσιδεμένης δὲ καὶ τῆς τζίφρας τῷ 15: ζήτισον καὶ τρίτον ποσάκις ὁ β': τὸν 150: μετρεῖ, καὶ εὐρεθήσεται ἐξάκις, διὸ γράφον ἐν τῷ γ'. βαθμῷ τὸ 6: εἶτα σύναφον τῆς ἐν τοῖς κανονίοις χαρακτήρας, ἐνθα ἐπιγράφεται ὁ 6: καὶ τὸν γενομένον ἀφῆλε ἀπὸ τῆ γ'. μέρους τῆ α' δηλ. τῆ 150: καὶ ἐπεὶ εὐρίσκεται ἐναπολείπεται, δῆλον ὅτι τὸ πηλίκον τῆ μερισμοῦ τοῦ α' ἐπὶ τὸν β': ἐστὶν ὁ γ' ἀριθμὸς, ὃς καὶ κατὰ τῆς προτέρας παρήκται τρόπος. Διεγήτοχε ὁ γ'. ἔτος τρόπος τούτῳ πρώτῳ, καὶ δευτέρῳ τὸ μὴ πολλαπλασιασθῆναι ἐν αὐτῷ τὸν μερίζοντα ἐφ' ἑκάστω τῆ πηλίκου χαρακτήρα, ἀλλὰ σύναφιν καὶ ἀφαιρέσιν ἐπὶ τῆς αὐτοῦ γίνεσθαι πράξεως.

α { 5650
65
β: 25 { 150
000
γ { 226

		β	
1		2	5
2	4	1	0
3	6	1	5
4	8	2	0
5	1	0	5
6	1	2	0
7	1	4	5
8	1	6	0
9	1	8	5

Δ'. Τῆς Διαιρέσεως Τρόπος.

Πρῶτα τῆς δὲ καὶ ἄλλοις τῆς Διαιρέσεως ἐφεύρηται τρόπος μᾶλλον περίεργος. Κείμενα γὰρ ἡ διδομένη ἀριθμοῦ τινός, ὡς ἐφ' ἑτερόν τινα μερισθισομένη πολλαπλασιασθῆναι τὸν μερίζοντα ἐπὶ τῆς ἐνθά τῶν ἀριθμῶν χαρακτήρας χωρὶς· εἶτα παράβαλε τὸν μερισθισομένον ἐκάστω τῶν γινομένων, καὶ ᾧ τιτι προσεγγίζῃ α': τούτῳ ἀφελῶν ἀπ' αὐτῆ γράφον τὸ ἐναπολειφθὲν ὑποκάτω, καὶ σημείωσον τὸν χαρακτήρα ἐφ' ὃν πολλαπλασιασθῆς ὁ μερίσας πεποίηκε τὸν ἀφαιρεθέντα ἀριθμὸν. Τούτου δὲ γενομένης παράβαλε καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν, ὡς καὶ τὸν μερίζομενον πρότερον, καὶ ἀφῆλε ἀπ' αὐτοῦ τὸν πηλίκον αὐτῶν ἐκ τῶν γινομένων ἀριθμῶν, ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ μερίζοντος ἐφ' ἑκάστω τῶν ἐνθά χαρακτήρων, καὶ τὰ λοιπὰ ποίει ὡς πρότερον. Ἐὰν δὲ τὸ ἐναπολειφθὲν μείζον ἢ τοῦ μερίζοντος, ποίει πάλιν τὰ αὐτὰ, ἕως ἂν τὸ ἐναπολειπόμενον ἔλαττον ὀρθῶν τοῦ μερίζοντος, ἢ μηδέντι ἐναπομένῃ. τέλος δὲ σύναφον τοὺς χαρακτήρας εἰς ἓνα, καὶ ὁ γενομένος ἐστὶ τὸ πηλίκον. Οἷον δεδόςθω τὸν α' ἀριθμὸν μερισθῆναι ἐπὶ τὸν β': ὁ γὰρ β' πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν 2: 3: 4: καὶ λοιπὸς χαρακτήρας μέχρι τῆ 9: καὶ γενήσονται οἱ γ' δ' ε': καὶ λοιποὶ ἀριθμοί. Εἶτα παραβληθῆτω ὁ α' ἐκάστω τῶν γινομένων ἀριθμῶν, καὶ ἐπεὶ εὐρίσκεται προσεγγίζων μᾶλλον τῷ λ': ἀφῆρισθῶ ὁ λ': ἀπ' αὐτοῦ τῆ α': καὶ ἐναπολειφθήσεται ὁ μ':. Ἐπεὶ δ' αὐτὸς ὁ λ': γέγονε διὰ τῆ πολλαπλασιασμοῦ τῆ β': ἐπὶ τὸν 9: χαρακτήρα γράφον τὸν 9: ἐνθα τὸ ν': παραβαλλομένη δὲ τοῦ μ': ἐκάστω τῶν γ' δ' ε' καὶ λοιπῶν ἀριθμῶν, ἐπεὶ εὐρίσκεται τῷ ζ': προσεγγίζων, ἀφῆλε ἀπ' αὐτῆ τῶν ζ': καὶ ἐναπολειφθήσεται ὁ ξ': ἐπεὶ δὲ ὁ ξ': γέγονεν ἐκ τῆ πολλαπλασιασμοῦ τῆ β': ἐπὶ τὸν 5: γραφήτω καὶ ὁ 5: χαρακτήρ ἐνθα τὸ π':. Τῆτων δὲ γενομένων, ἐπεὶ ὁ ξ': ἔχατον ἐναπολειφθῆς ἐλάττων ἐστὶ τῆ β': συναφθῆτωσαν ὁ 9: καὶ 5: χαρακτήρ εἰς ἓνα ἀριθμὸν, καὶ γενήσεται ὁ ρ': καὶ οὗτος ἐστὶν ὁ ζητούμενος, τατέσι τὸ πηλίκον. Ἐπεὶ δὲ ἔχατον ἐναπολειφθῆ ὁ 41: ἐλάττων τῆ β': γραφήτω ὑπ' αὐτὸν ὁ β': γραμμῆς μεσολαβούσης, καὶ γενήσεται λεπτόν, ὅπερ οφείλει ἐκάστη τοῦ πηλίκου προσεθῆναι μονάδι.

α: 685: β: 46:
414: 2: 92: γ'
μ: 271: 3: 138: δ'
230: 4: 184: ε'
ξ: 641: 5: 230: ζ'
ν: 9: 6: 276: η'
π: 5: 7: 322: θ'
ρ: 14: 8: 368: κ'
41: 9: 414: λ'
46:

Κατὰ μὲν ἂν τὸν δ. γυτονὶ τρόπον ἡ Διαιρέσις ἐκάστῳ ἀριθμῷ ἐφ' ἑκάστον ὡδὲ πως γίνεται, ἐὰν δὲ ἡ τοῦ μερίζοντος πολλαπλασιασθῆ ἐπὶ πλέον, ὁ πρῶτος προσεγγίζων τῷ μερίζομένῳ ἐνδείξεται σοι τὸ πηλίκον. τῆ γὰρ β': πολλαπλασιασθῆς, ὃς εἰπὲν μέχρι τῆ πεντεκαίδεκα πρώτως προσεγγίζων τῷ α' ἐστὶ ἐν ᾧ ὁ 14: ἐπιγράφεται, οὗτινος ἀφαιρουμένης ἀπὸ τῆ α' ἐναπολειφθήσεται ὁ 41: ὡς πηλίκον ἐστὶ τοῦ α' ἐπὶ τὸν β': μερίζομενος ὁ 14: ὁ δὲ 41: τὰ τῆς μονάδος παραστήσει μίαν ἐπὶ τὸν β' μερίζομένης. Ἐπεὶ δὲ ταῦτ' ὀυχερὲς ἐπὶ πατὸς γίνεσθαι ἀριθμῷ, χρησιμύσει πάντως καὶ τῷ τρίτῳ τῆ τῶ Πυθαγόρου κανόνια.

Πορίσματα.

Α. Εἰ τέτων τε καὶ τῶν ἀνωτέρω διάφορα δυνάμεθα διαλύειν Προβλήματα. Ἐὰν γὰρ παραδείγματος χάριν ἀρχισφάτηγός τις ἔχων ὑφ' ἑαυτὸν στρατιώτας φέρειπεν 460: καὶ βουλόμενος τέτους εἰς τέσσαρας τάξεις διαγεῖναι ζητεῖ μαθεῖν ὅπως στρατιώτας ἑκάστη τάξει ὀφείλει ἀποδοῖναι, διαιρετέον αὐτῷ τὸν ἀριθμὸν τῶν στρατιωτῶν ὅηλ: τὸν 460: ἐπὶ τὸν τέσσαρα, καὶ τὸ πηλίκον ἔσαι ὁ 115: καὶ τοσούτους πάντας γε στρατιώτας δοτέον ἑκάστη τάξει.

Ἐὰν γὰρ παραδείγματος χάριν ἀρχισφάτηγός τις ἔχων ὑφ' ἑαυτὸν στρατιώτας φέρειπεν 460: καὶ βουλόμενος τέτους εἰς τέσσαρας τάξεις διαγεῖναι ζητεῖ μαθεῖν ὅπως στρατιώτας ἑκάστη τάξει ὀφείλει ἀποδοῖναι, διαιρετέον αὐτῷ τὸν ἀριθμὸν τῶν στρατιωτῶν ὅηλ: τὸν 460: ἐπὶ τὸν τέσσαρα, καὶ τὸ πηλίκον ἔσαι ὁ 115: καὶ τοσούτους πάντας γε στρατιώτας δοτέον ἑκάστη τάξει.

Β. Εἰ δὲ τύχῃσι, δὸς εἶπεν, ἔμποροι τρεῖς, ἢ καὶ πλείονες, οἵτινες κερδήσαντες νομίσματα τυχόν 637: ζητήσιν ἑκάστος τὸ ἀνήκον αὐτῷ μέρος, διαιρεθήτω ὁ τῶν νομισμάτων ἀριθμὸς, ὅηλ: ὁ 637: ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐμπόρων, καὶ παραχθήσεται πηλίκον ὁ 212: μὲν $\frac{1}{3}$: καὶ τοσαῦτα νομίσματα ληπτέον ἑκάσῳ ἐμπόρῳ.

οἵτινες κερδήσαντες νομίσματα τυχόν 637: ζητήσιν ἑκάστος τὸ ἀνήκον αὐτῷ μέρος, διαιρεθήτω ὁ τῶν νομισμάτων ἀριθμὸς, ὅηλ: ὁ 637: ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐμπόρων, καὶ παραχθήσεται πηλίκον ὁ 212: μὲν $\frac{1}{3}$: καὶ τοσαῦτα νομίσματα ληπτέον ἑκάσῳ ἐμπόρῳ.

Γ. Εἰ δέ τις πύρασιν ἀργυρίων 4935: ὑφασμά τι πηχῶν 235, καὶ ζητεῖ μαθεῖν πόσων ἀργυρίων ἑκάστος πηχὺς τιμηθήσεται. Μερισάτω τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀργυρίων ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν πηχέων, καὶ τὸ πηλίκον ἦτοί ὁ 21: ἀριθμὸς τὴν τιμὴν ἑκάστῃ τῶν πηχέων παραστήσει.

ὑφασμά τι πηχῶν 235, καὶ ζητεῖ μαθεῖν πόσων ἀργυρίων ἑκάστος πηχὺς τιμηθήσεται. Μερισάτω τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀργυρίων ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν πηχέων, καὶ τὸ πηλίκον ἦτοί ὁ 21: ἀριθμὸς τὴν τιμὴν ἑκάστῃ τῶν πηχέων παραστήσει.

Δ. Εἰ δέ τις ἐδέλων τὸν ἴδιον ἀνακαινίσαι οἶκον, καὶ συμφωνήσας μετὰ τῶν τεκτόνων δύο καὶ τριάκοντα ὄντων τὸν ἀριθμὸν ἐπὶ μισθῷ νομισμάτων 768: ἐπίεται γνῶναι πόσα ἑκάσῳ τέκτονι ὀφείλει δοῦναι μετὰ τὴν οἰκοδομήν, μερिसάτω τὸν ἀριθμὸν τῶν νομισμάτων ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν τεκτόνων, καὶ τὸ πηλίκον ἔσαι ὁ 24: καὶ τοσαῦτα ἄρα νομίσματα δεδύσονται ἑκάσῳ τέκτονι.

ἐπίεται γνῶναι πόσα ἑκάσῳ τέκτονι ὀφείλει δοῦναι μετὰ τὴν οἰκοδομήν, μερिसάτω τὸν ἀριθμὸν τῶν νομισμάτων ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν τεκτόνων, καὶ τὸ πηλίκον ἔσαι ὁ 24: καὶ τοσαῦτα ἄρα νομίσματα δεδύσονται ἑκάσῳ τέκτονι.

Πρὸς τέτοις ἂν τις ἀριθμὸς ὀφείλῃ ἐπὶ δεκαδικόν τινα, ἢ ἑκατοσὸν, ἢ χιλιοσὸν, ἢ τινὸς ἄλλης παρονομασίας μερिसθῆναι ἀριθμὸν, εἰ μὲν ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς, ἢ ὁ ἑκατοσὸς, ἢ ὁ χιλιοσὸς, ἢ ὁ ἄλλης τινὸς παρονομασίας ἐφ' ὅτ' ὁ δοθεὶς μερिसθῆναι μέλλει, ἀπὸ μονάδος ἀρχεται, ὅσαι ἂν πρόσκεινται τζίφραι τῷ μερίζοντι, τοσούτους ἀφελε χαρακτήρας ἀπὸ τῶ μερίζομένου δεξιόθεν ἀρχόμενος, καὶ οἱ ἐναπολειφθέντες τὴν τῶ πηλίκῳ ἐνδείξονται σοι ποσότητα. Οἷον διδόντω τὸν α': ἀριθμὸν μερिसθῆναι ἐπὶ τὸν 10: καὶ 100: καὶ 1000: χωρὶς, καὶ ἐπεὶ τῷ 10: μία μόνη πρόσκειται τζίφρα μερिसθαι ἐπ' αὐτὸν βουλόμενος τὸν α': ἀφελε ἀπ' αὐτῆ τὸν 7: μόνον χαρακτήρα, καὶ ἔσαι πηλίκον ὁ β':. Ἐὰν δὲ ἐπὶ τὸν 100: μερिसθαι τούτου ἐδέλης, ἀφελε ἐτι καὶ τὸν 3: ὅτι δύο ἐν τῷ μερίζοντι τζίφραι εἰσὶ, καὶ ἔσαι πηλίκον ὁ γ':. Ἐὰν δὲ ἐπὶ τὸν 1000: ἀφελε τρεῖς ἀπὸ τῶ α': χαρακτερας, ὅτι τρεῖς καὶ τῷ μερίζοντι πρόσκεινται τζίφραι, καὶ ἔσαι πηλίκον ὁ δ':. Τῶτ' αὐτὸ τοίνυν κατὰ τῶν ἄλλων ποίει, τῶτο δ' ἐστίν, ἰσαρίθμους τῷ πλήθει ἀφαιρεῖν ἀπὸ τοῦ μερίζομένου χαρακτήρας ταῖς τῷ μερίζοντι πρόσκειμέναις τζίφραις. ὑπὸ δὲ τῶν ἀφαιρεμένων χαρακτήρων, γραφομένων τοῦ μερίζοντος τῷ πρὸς τῷ πηλίκῳ παρασαθήσεται λεπτόν. τῷ μὲν γὰρ β': πρόσκειται τὸ ε': κλάσμα. τῷ δὲ γ': τὸ η': καὶ τῷ δ': τὸ κ': αἰς ὅρας. Καὶ ταῦτα μὲν γενέσθωσαν, ὅτε ὁ δεκαδικὸς, ἢ ἑκατοσὸς, ἢ ἄλλης τινὸς παρονομασίας, ἀρχεται ἀπὸ μονάδος. Ὅτε δὲ ἀρχεται καὶ ἀπὸ μονάδος, ἀλλ' ἀπότινος ἄλλης εἶδους χαρακτήρος ὁ μερίζων, δεκαδικὸς ἂν ἢ ἑκατοσὸς, ἢ ἄλλης τινὸς τῶν εἰρημένων εἰδῶν μὲν τὸ ποιῆσαι, ὅπερ καὶ ἐπὶ τῶν ἀρχομένων ἀπὸ μονάδος δεδίδαξαι, μερिसθὸν τὸν ἐναπολειφθέντα ἐπὶ τὸν τῶ μερίζοντος σημαντικὸν χαρακτήρα, καὶ τῷ ἐναπολειφθισομένῳ πρόσθες τὸν ἀφαιρεθέντα ἐφεξῆς ἐκείνῃς τάττων ἐπὶ τὰ δεξιά. Οἷον κείνω τὸν αὐτὸν α': ἀριθμὸν μερिसθῆναι ἐπὶ τὸν 20: καὶ ἐπεὶ τῷ 20: μία πρόσκειται τζίφρα ἀφελε ἀπὸ τοῦ α': τὸν 7: μόνον χαρακτήρα. τὸν δὲ ἐναπολειφθέντα 426503: μερिसθὸν ἐπὶ τὸν 2: καὶ ἔσαι πηλίκον ὁ β': ἐπεὶ δὲ ἐπὶ τῆς πράξεως ἐναπολείπεται μονάς, τάξον ἐφεξῆς τῆς μονάδος ταύτης τὸν ἀφαιρεθέντα πρότερον 7: ὥστε γενέσθαι τὸν γ': ὑφ' ἧ γράφον τὸν μερिसθὸν, γραμμῆς μεσολαβούσης, καὶ συσαθήσεται τὸ γ' δ' κλάσμα, ὁ τοίνυν β': ἀριθμὸς μὲν τῶ γ' δ' κλάσματος ἔσαι τὸ πηλίκον τῶ α': ἀριθμῷ μερίζομένῳ

α: { 426503 17:
 10: {
 β: { 426503.
 α: { 42650 37:
 100: {
 γ: { 42650 α: { 4265 1037
 1000: {
 δ: { 4265
 β: 426503: $\frac{7}{10}$: ζ
 γ: 42650: $\frac{37}{100}$: θ
 δ: 4265: $\frac{37}{1000}$: λ
 α: { 426503: 17
 00010
 20 } 03:
 1:
 β: { 213251 $\frac{17}{20}$: δ
 20 δ

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΝ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

μένε ἐπὶ τὸν 20: Ἐὰν δὲ ἐθέλῃς μερίσαι τὸν αὐτὸν ἀ: ἐπὶ τὸν 300: ἀφελε ἀ: ἀπ' αὐτῶ δύο χαρακτήρας, καὶ τὸν ἐναπολειπόμενον 42650: μερίσαι ἐπὶ τὸν 3: καὶ ἔξεις πηλίκον τὸν β': ἐπεὶ δὲ ἐναπολείπεται ὁ 2: τάξον ἐφεξῆς τὸ 2: τὸν ἀφαιρέθητα 37: ὡς ἐ συσαθῆναι τὸν γ': ὑφ' οὗ γραφήτω ὁ μερισθῆς καὶ τὸ συσαθῆν γ' δ: κλάσμα προσκείτω τῷ β': ὡς ἔθος, καὶ ὁ β': ἀριθμὸς μῆ του γ' δ: κλάσματος ἔσαι τὸ πηλίκον του ἀ: ἀριθμῶ ἐπὶ τὸν 300: μερίζομένῃ, ὡς ἐπὶ τῷ δευτέρῃ καθοράται παραδείγματος. Τοῦτο γὰρ ποιεῖ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τῶν ἐν μόνου τῶν σημαντικῶν χαρακτήρων ἔχοντων τῶδε χαρακτήρι τζίφρας προσκειμένας ἀναλόγως μίντοι γινομένης τῆς ἀφαιρέσεως τῶν χαρακτήρων καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν τζίφρων, ὡς εἴρηται. καὶ ῥᾶσον σοὶ ἢ τῆς Διαίρεσεως ἑκάστῃ ἀριθμῶ, ἐπὶ τοὺς δεκαδικῶς, ἑκατοσῶς, καὶ τῶν ἄλλων προσηγοριῶν, γενήσεται πράξις. Τοιαῦτά τινα Προβλήματα, καὶ ἄλλα τέτοις παραπλήσια, καὶ οἷον ἐ ἀριθμῶ ἀπερίληπτα διαλύειν ἐνεσι τῷ ἀκριβῶς ἐπισαμένῳ τῶς τῆς Διαίρεσεως κανόνας, σήμειωτέον δὲ ἤδη καὶ τὸν τῆς βάσανος ταύτης καὶ δοκιμῆς τρόπον.

α:	}	42650	137
		12	
		06	
		05	
300	}	20	
		2	
		14216	237 γ:
			300 δ:

Ὅπως ἢ τῆς Διαίρεσεως γίνεται Βάσανος καὶ Δοκιμῆ.

Οὕτω μὲν ἂν πολυτρόπως ἢ τῆς Διαίρεσεως μεθοδεύεται πράξις, ἢ δὲ βάσανος ταύτης καὶ δοκιμῆ, ἀπλῶς ἴσα τῆς ἐστὶ. Πολλαπλασιαζομένης ἢ τῶ πηλίκῃ ἐπὶ τὸν μερίζοντα τὸ ἀληθῆς τῆς γενομένης Διαίρεσεως, ἢ τὸν αὐτῶν ἀνακαλύπτεται. ἐὰν ἢ ὁ γενομένος διὰ τῶ πολλαπλασιασμῶ τῶτων ἴσος ἢ τῶ μερίζομένῳ ὑγιῆς πάντως ἢ πράξις ἔσαι. Οἷον, κείσθω εἰς ἔρευναν τὸ ἀ: παράδειγμα τῶν ἐπὶ του παρόντος προβληθέντων κερ: καπειδὴ μερισθέντος τῶ ἀ: ἀριθμῶ ἐπὶ τὸν β': παρηκται ὡς πηλίκον ὁ δ: μηδενὸς ἐναπολειφθέντος, πολλαπλασιασθῆτω ὁ β': ἐπὶ τὸν δ: ἢ γὰρ ὁ δ: ἐπὶ τὸν β': καὶ ἢ πράξις ἀνευ ἀπάτης τινὸς γέγονεν, ὁ παραγενομένος διὰ του πολλαπλασιασμῶ τούτων ἴσος ἔσαι τῶ ἀ: ἐπὶ γὰρ τῆς Διαίρεσεως ὁ μερίζομενος μὲν ἀριθμὸς ὡς ὀρθογώνιον ὑποτίθεται ἐπίπεδον, ὁ δὲ μερίζων ἀντὶ μίας τῶν τούτῃ πλευρῶν, εἴρηται γὰρ τουτὶ καὶ πρότερον, ὁ δὲ παραγενομένος ἐπὶ τῆς πράξεως ὡς πηλίκον τὴν ἑτέραν τῶ ὀρθογωνίῃ παρίσσει πλευρῶν. Ἐπει δὲ ἑκάστον ὀρθογώνιον ὑπὸ δύο πλευρῶν τῶν τὴν ὀρθὴν περιεχουσῶν γωνίαν περιέχεται, κατὰ τὸν ἀ: ὄρον τῶ β'. τῶν τῶ Εὐκλ: Βιβλίῳ πολλαπλασιαζομένων δὴπεθεν πρὸς ἀλλήλῃς τῶτε μερίζοντος, καὶ του ὡς πηλίκῃ λαμβανομένη παραχθῆσεται ὁ μερίζομενος.

	0	
	0X0	
	XZ30	
α:	8888	1226 δ
β:	28	
β:	28	
β:	28	
		226: δ:
		25: β:
		1130:
		452:
		5650:
		τῆς πράξεως βᾶ-
		02 μ:
θ:	26:	16: λ: 2 μ:
κ:	4	4 κ:
		6
		2: 24
		μ: 2
		ξ: 26

Ἴσῶν δ' ὅτι ἠνίκα ἐπὶ τῆς ἀριθμῶ τινὸς ἐφ' ἑτέρον Διαίρεσεως ἔδεντι ἐναπολείπεται, ὁ του μερίζοντος ἐπὶ τὸ πηλίκον πολλαπλασιασμὸς ἰκανὸς ἐστὶν εἰς τὴν βάσανον. Ὅτι δὲ ἐναπολείπεται τι προσιδέναι διὸν τὸ ἐναπολειπόμενον τῶ δια τῶ πολλαπλασιασμῶ τῶ μερίζοντος καὶ πηλίκῃ γινομένῳ. Κείσθω γὰρ εἰς ἔρευναν τὸ δεύτερον παράδειγμα. καὶ ἐπεὶ ἐν αὐτῶ μερισθέντος του θ' ἀριθμῶ ἐπὶ τὸν κ', παρηκται ὁ λ': καὶ ἐναπολειφθῆ ὁ μ': πολλαπλασιασθῆτω ὁ λ': ἐπὶ τὸν κ': καὶ τῶ γινομένῳ ἐξ αὐτῶν ν': προσεθῆτω ὁ μ': καὶ γενήσεται πάντως ὁ ξ' ἴσος τῶ θ': ἐὰν γὰρ ἢ πράξις ὑγιῆς ἢ.

Καὶ τοιοῦτος μὲν ὁ τῆς δοκιμῆς τῆς Διαίρεσεως τρόπος, καὶ τοῖς πολλοῖς ἤδη γνώριμος, δυνατόν δὲ γενέσθαι καὶ δι' ἀποβολῆς τῶ θ: ἐὰν ἢ ὁ θ: ἀπὸ τῶ μερίζομένῃ μερίζοντος τε καὶ πηλίκῃ ἀφαιρεθῆ, καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον ἀφ' ἑκάστῃ ἐν ἰδίῳ γραφῆ τοπω. εἴτα τὸ ἀπὸ τῶ μερίζοντος ἐναπολειπόμενον ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῶ πηλίκῃ πολλαπλασιασθῆ, καὶ ἀπὸ τῶ γινομένου ἀφαιρεθῆ αὐτῆς ὁ θ: ἐὰν τὸ ἐσχάτως ἐναπολειφθῆσόμενον ἴσον ἢ τῶ ἀπὸ τῶ μερίζομένῃ ἐναπολειφθέντι, ὑγιῆς ἔσαι ἢ πράξις. Οἷον κείσθω εἰς βάσανον τὸ τῶ ἀ: τρόπος τῆς Διαίρεσεως ὑπόδειγμα, καὶ ἀφαιρεμένη του θ: ἀπὸ του ἀ: ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 7: χαρακτήρ, γραφήτω οὗτος ἔνθα τὸ ε': ἀφαιρεμένη δὲ καὶ ἀπὸ τῶ β': καὶ δ': ἐπεὶ ἐναπολείπεται ἀπὸ μὲν τῶ β': ὁμοίως ὁ 7: ἀπὸ δὲ τῶ δ': μονάς, γραφήτω αὐτῆς ὁ μὲν 7: ἔνθα τὸ ζ': ἢ δὲ μονάς ἔνθα τὸ η': πολλαπλασιαζομένη δὲ τῶ ζ': ἐπὶ τὴν μονάδα ὁ γενομένος ἔσαι ὁ αὐτὸς χαρακτήρ 7: γραφομενος ἤδη ἔνθα τὸ θ': ὁ γὰρ ἐπὶ τὴν μονάδα πολλαπλασιαζόμενος ἀριθμῶς αὐξήσει τινὰ δὲ ὅπως ὀφείλει. ἀμείλιτοι ἐπεὶ ὁ θ': ἴσος ἐστὶ τῶ κ', ὑγιῆς ἐστὶν ἢ πράξις τῆς

	0X0	
	XZ30	1226: δ:
α:	8888	
β:	28	ε: 7: ζ: 7:
	28	η: 11
	28	θ: 7:

τῆς τοῦ α ἐπὶ τὸν β: Διαίρεσις. Ὁ λόγος δὲ ἐκ τῶν ἀνωτέρω σαφής. τὸ αὐτὸ γὰρ ἔσσι εἴαντε τὰς πλευρὰς ὀλοκλήρως ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιάσωμεν, εἴαντε τὰ ἀπὸ τῶν πλευρῶν ἐναπολειπόμενα τῆ τοῦ γ: ἀποβολῇ, καὶ τὸν γεόμενον τῶ ὄλῳ παραβάλοιμεν, ἢ γὰρ τῶ ἀπὸ τῆς ἐναπολειπόμενης.

Τοῦτο δ' οὕτω γενέσθω, ἐπειδὴν ὁ μερίζομενος σύμμετρος ἂν εἴη τῶ μερίζοντι, καὶ κείνῃ μετὰ τῆν Διαίρεσιν ἐναπολείπεται. Ὅτε δὲ ἀσύμμετρος ἔχῃσι, καὶ ἐναπολείπεται τι, προσθετέον τῆς τῶν γεόμενων διὰ τῆ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ἐναπολειπόμενου ἀπὸ τοῦ μερίζοντος ἐπὶ τὸ ἐναπολειπόμενον ἀπὸ τοῦ πηλίκου. Οἷον κείσθω εἰς δοκιμὴν τὸ παράδειγμα τοῦ δ: τρόπῳ, καὶ ἀφρήσθω α: ἀπὸ τῆ α: ὁ γ: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται μονάς, γραφήτω μονάς ἐνθά τὸ δ: ἀφαιρέμενον δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ β: τοῦ γ: ἐπεὶ ἐναπολείπεται αὐθις μονάς, γραφήτω καὶ ἐνθά τὸ ε' μονάς. ἀφαιρέμενα δὲ καὶ ἀπὸ τῆ γ': ἐπεὶ ἐναπολείπεται ε' γραφήτω ε' ὑπὸ τῆν μονάδα τῆν ἐν τῶ ε': ἐνθά δηλ: τὸ ζ': πολλαπλασιαζόμενα δὲ τῆ ζ' ἐπὶ τῆν ε' μονάδα, ἐπεὶ ὁ β: ἀμετάβλητος μένει, προσεθήτω τῆς τῶ ὁ α: τὸ περιττιῦθον δηλον: ἐπὶ τῆς πράξεως, ἀπὸ δὲ τοῦ συμποσθημένου δ: ἀφαιρέθητω ὁ γ: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται μονάς, ὡς καὶ ἀπὸ τοῦ α: ὑγιῆς πάντως ἐστὶν ἡ πράξις.

4	
08	
221	114 γ': 41:
α: 688	46:
β: 48	
48	δ: 1: ε: 1:
	ζ: 5:
	η: 5:
	41:
	θ: 46:

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Ζ.

Περὶ Μεθόδων.

Τὰ μὲν δὴ τοῦ ἀριθμοῦ στοιχεῖα, εἴτ' οὖν εἶδη τσσαῦτα τῶ πλήθει, καὶ κατὰ τῆν περὶ αὐτοῦ ἕκαστον ἑρμηνείαν εἰς πράξιν ἐπάγεται. Ἐκ τῆτων δὲ ἀναφύονται καὶ αἱ καλούμεναι Μέθοδοι παρὰ τοῖς τῶν ἀριθμητικῶν παισίῳ. Ἐστὶ δὲ Μέθοδος Ἀριθμητικὴ ἀναλογία τίς ἀριθμῶν γεωμετρικῶς ὀδεύσασα, ὡς ἐν τοῖς ἐξῆς δηλωθήσεται. τὴ δὲ ἡ ἀναλογία ἐν τῆ τῶν ὄρων τῆ στοιχιωτῆ ἑρμηνείᾳ σσημειώται. γίνεται τελάχισον ἐν τρισίν ὄροις. καὶ ταύτης ἡ μὲν ἐστὶ συνεχῆς, ἡ δὲ διεζευγμένη. καὶ συνεχῆς μὲν λέγεται ἡ τοὺς ὄρους συνεχίζουσα, ὡς ὅτι ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον ὁ α. ὄρος πρὸς τὸν β. ὃν ὁ β. πρὸς τὸν γ: καὶ ὁ γ. πρὸς τὸν δ. καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς ὁμοίως. διεζευγμένη δὲ ἡ ἀπὸ δύο τῆς ὄρους λαμβάνουσα, ὡς ὅτε λέγομεν, ὁ α: πρὸς τὸν β. τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ὁ γ. πρὸς τὸν δ: εἰς δύο δ' αὐθις ἐπιδιαίρουμένης τῆς ἀναλογίᾳς εἰς ὀρθὴν δηλ: καὶ πλαγίαν. ὀρθὴ μὲν ἠκυσεν, ἥς οἱ ὄροι εὐτάκτως χωροῦσι, τετέστιν ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β: οὕτω καὶ ὁ β: πρὸς τὸν γ. ἢ ὁ γ. πρὸς τὸν δ. πλαγία δὲ, ἥς οἱ ὄροι συγκεχυμένοι πῶς εἰσι, καὶ κατ' Εὐκλείδην εἰπεῖν τεταραχμένοι, δηλ: ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β:, οὕτως ὁ δ: πρὸς τὸν γ: ἢ ὡς ὁ β: πρὸς τὸν γ: οὕτως ὁ δ: πρὸς τὸν α: ἑκατέρας δὲ εἰς ἀπλήν καὶ σύμθετον ὑποδιαίρουμένης. ἀπλή μὲν ἐστὶν ἡ ἐκ τριῶν ἢ τεττάρων συγκεχυμένη ὄρων· σύμθετος δὲ ἡ ἐκ πλειόνων ἢ τεττάρων.

Περὶ τῆς ὀρθῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν.

Ἡ α: τοίνυν Μέθοδος, ἢ καὶ Μέθοδος τῶν Τριῶν, ὡς εἴρηται, ἠκυσεν διὰ τὸ τριῶν ὄρων ἐν αὐτῇ δεδομένων τὸν τέταρτον ζητεῖσθαι, ἀναλογία Γεωμετρικὴ ἐστὶν ἐν τέσσαρσι ἢ τρισίν τελάχισον περιεχομένη ὄροις, καὶ ἐπειδὴν μὲν ἐν τρισὶ περιέχεται, δεδομένων τῶν δύο ὁ γ. ζητεῖται. ὅτε δὲ ἐν τέσσαρσι, δεδομένων τῶν τριῶν ὁ δ. ζητεῖται. Διαίρεται δὲ εἰκότως τὸ ἐν αὐτῇ Πρόβλημα εἰς μέρη δύο, καὶ ἐν μὲν τῶ α: δύο περιέχονται ὄροι, ἡ ἐνεργεία, ἡ δυνάμει. δυνάμει μὲν, ἐπειδὴν δύο εἰσὶν οἱ δεδομένοι ὄροι· ἐνεργεία δὲ, ἔτε τρεῖς.

Ἐὰν ἔν δύο τιγὲς ὁδοῦσιν ὄροι, καὶ ζητεῖται ὁ γ: πολλαπλασιασθήτω ὁ β. πρὸς ἑαυτὸν, καὶ ὁ γεόμενος μερισθήτω ἐπὶ τὸν α: οἷον ὑποκείσθωσαν οἱ α β: ἀριθμοὶ, καὶ ζητηθήτω ὁ γ: ὡσεὶ ἔχει πρὸς αὐτὸν, τὸν β: ὡς ἔχει ὁ α: πρὸς τὸν β: πολλαπλασιασθήτω δὲ ὁ β: ἀριθμὸς πρὸς ἑαυτὸν καὶ γενήσεται ὁ γ. οὗτος δὲ μερισθήτω ἐπὶ τὸν α: καὶ τὸ πηλίκον ἔσσι ὁ δ: λέγω τὸν δ εἶναι τὸν ζητούμενον ἀριθμόν. ἐνταῦθα γὰρ δεδομένων δύο ὄρων ἐζητεῖτο ὁ γ: ὡσεὶ εἶναι τῆν ἀναλογίαν συνεχῆ, δηλον: ὡς ἔχει ὁ α: πρὸς τὸν β: οὕτως ἔχει καὶ τὸν β: πρὸς τὸν γ: τοῦτο δ' ἐστὶ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀτάλογον εἶναι. Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀτάλογον ᾶσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἀκρῶν ἴσος ἔσσι τῶ ἀπὸ τοῦ μέσου, κατὰ τῆς εἰκοσῆν τοῦ ζ: τοῦ Στοιχιωτοῦ. ἀλλὰ κἄνταῦθα τοῦτο διὰ τῆς πράξεως γέγοτε. πολλαπλασιασθέντος γὰρ τοῦ β: πρὸς ἑαυτὸν, καὶ τοῦ γεόμενου ἐπὶ τὸν α. μερισθέντος ὁ γ: παρήκται. ὡσεὶ ἐὰν ὁ α. ἐπὶ τὸν γ. πολλαπλασιασθῆ, ὁ γεόμενος ἴσος ἔσσι τῶ ἀπὸ τοῦ διωτέρου καὶ τῆν ἑρμηνείαν τῆς δοκιμῆς τῆς Διαίρεσεως, ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ α: πρὸς τὸν β. οὕτως ὁ β. πρὸς τὸν γ. καὶ τῆν αὐτὴν πράξιν. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

α: 50	β: 10
	10
	—
	100 γ:
α: -50	000
	2: δ:

Ε.Υ.Δ. της Κ.Ε. ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ 2006

Εάν δὲ τριῶν ὄντων τῶν διδομένων ὄρων ζητηθῆ ὁ δ΄, πολλαπλασιασθήτω ὁ β΄ ἐπὶ τὸν γ΄ ἢ τὸ μὲν πάλιν ὁ γ΄ ἐπὶ τὸν β΄ ὁ αὐτὸς γὰρ ἀριθμὸς παραχθήσεται, ὡς προδεδεικται καὶ ὁ γινόμενος μερισθήτω ἐπὶ τὸν α΄ καὶ τὸ πηλίκον ἔσται ὁ ζητούμενος. οἷον ὑποκείμεσθαι τρεῖς ἀριθμοὶ, οἱ α΄ β΄ γ΄, καὶ ζητηθῆτω ὁ δ΄ ὡς εἶχει πρὸς αὐτὸν, τὸν γ΄ ὡς ὁ α΄ πρὸς τὸν β΄ πολλαπλασιασθήτω δὲ ὁ γ΄ ἐπὶ τὸν β΄ ὁ μείζων δηλον. ἐπὶ τὸν ἐλάττωνα διὰ τὸ εὐχερέστερον μάλλον ἢ εὐτακτότερον. καὶ ὁ γινόμενος δὲ μερισθήτω ἐπὶ τὸν α΄ καὶ δάσει σοι πηλίκον τὸν ε΄. λέγω τοίνυν τὸν ε΄ εἶναι τὸν ζητούμενον. Ἐπεὶ γὰρ ὁ εἶς τὸ γ΄ ἐπὶ τὸν β΄ μιμέρισαι ἐπὶ τὸν α΄, καὶ παρήγαγε τὸν ε΄. εἰάν ἡ πράξις ὑγιῶς γέγωνα, πολλαπλασιαζομένη δὴ ποῦθεν τοῦ α΄ ἐπὶ τὸν ε΄ ὁ γινόμενος ἴσος ἔσται τῷ ἐκ τῶ γ΄ ἐπὶ τὸν β΄ καὶ τὸν τῆς δοκιμῆς τοῦ μερισμοῦ λόγον. Ὅτι δὲ τεσσάρων ἐφεξῆς κειμένων ὁ ἐκ τοῦ α΄ καὶ δ΄ ἴσος ἢ τῶ ἐκ τῶ β΄ καὶ γ΄. οἱ τέσσαρες ἐκεῖνοι ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσι κατὰ τὴν 18. τῶ ζ΄ τῆς στοιχειωτῆς. Πάντων δὲ ἐκ τούτων ὅτι καὶ οἱ α΄ β΄ γ΄ εἰ ἀνάλογόν εἰσι. καὶ εἰσιν, ὡς ὁ α΄ πρὸς τὸν β΄ ὁ γ΄ πρὸς τὸν ε΄ ὅτι ἢ τὸ εἶς ἀρχῆς ζητούμενον.

α:	β:	γ:	ε:
60	— 12	— 90	— 18
			12
			180
			90
δ: - - -	-	-	1080
α: - - 60:	-	-	480
			000
ε: - - -	-	-	18

Τοιαύτη μὲν δὲ ἡ ἐραδὸς τῆς μεθόδου τῶν τριῶν, τῆς ὀρθῆς μὲν τοι, ἥτις καὶ κυριωτέρα εἰσιν, καὶ ἥττον δὲ καὶ ἀναγκασιώτερα τῶν λοιπῶν δύο, διὰ τὸ ἐπὶ αὐτὴν ἑκατέραν ἀνάγεσθαι, ὡς ὀφόμεθα. Τότε δὲ ἀνεπιτιμῶν ἀπάτης γεγονέναι λέγεται, ἐπειδὴν ὁ ἐκ τῶν ἀκρων γινόμενος, ἴσος ἢ τῶ ἐκ τῶν μέσων, ἦγούν τῶ ἀπὸ τοῦ μίση, πολλαὶ δὲ καὶ ποικίλα δι' αὐτῆς ἀριθμητικὰ δυνάμειδα λύειν προβλήματα. Ἰσα δ' ἐντεῦθεν τὸ περιττολογεῖν πως ἀποκρησόμεθα, κείσασαν ἐπὶ παραδείγματος ὀλίγα αὐτὰ, πρὸς ἐπίρρασιν τῶν ἤδη εἰρημίνων.

Πρόβλημα Α΄.

Ἄνθρωπος τις δανεισθεὶς ὑπὸ τινος φιλαργύρου ἀργύρια 80:, ἐπὶ διορίᾳ καιροῦ συνεφάηκε μετ' αὐτοῦ ἀποδοῦναι αὐτῷ τόκον ἀργύρια 20: ἐλθούσης δὲ τῆς προθεσμίας, δίδωκεν αὐτῷ τὰ 80: μόνα, καὶ μὴ ἔχων συναποδοῦναι καὶ τὸν τόκον, βουλόμενος τὴν τοῦ δανειστοῦ ἀποφυγεῖν ἀπλησίαν, συνεφάηκε μετ' αὐτοῦ ἐκ δευτέρου ἐπὶ τῆ αὐτῆς τοῦ καιροῦ διορίᾳ δίδοναι αὐτῷ ἕνεκα καὶ τῶν 20: ἀργυρίων τὸ ἀνάλογον καὶ τὴν προτέραν αὐτῶν συμφωνίαν. Ζητεῖται οὖν ὅπως ἂν οὗτος τῷ φιλαργύρῳ ἐκεῖνον οφείλει ἀποδοῦναι τῆς δευτέρας ἤδη πληρωθείσης προθεσμίας. Τοῦτ' πάντως γὰρ τὸ πρόβλημα ὑπὸ τριῶν συσταθήσεται ὄρων ἐν συνεχείᾳ ἀναλογία. καὶ τὴν μὲν α΄ τὰ 80: εἰν τῶν ὄρων ὁ 80: ἀριθμὸς τῶν ἀργυρίων ἔξει. τὴν β΄ δὲ ὁ τῶν 20: καὶ τὴν γ΄ ὁ ζητούμενος. Πολλαπλασιαζομένη γὰρ τοῦ β΄ ὄρου ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ τοῦ γινόμενου 400: μερισθῆναι ἐπὶ τὸν α΄ εὐρεθήσεται πηλίκον ὁ 5: χαρακτήρ, καὶ ἕτος ἔσται ὁ ζητούμενος. Ὁ λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρω σαφής. τὸν αὐτὸν γὰρ λόγον ἔξει ὁ 20: πρὸς τὸν 5: ὅν καὶ ὁ 80. ἔχει πρὸς τὸν 20: αὐτὸν.

80	— 20	— 5:
		20
		400
		000
80		5

Β.

Ἄλλος ἄνθρωπος ἠγόρασεν ὀρεῖ χαλκὸν ἑγγίων 9: τιμωμένης τῆς λίτρας ὀβολῶν πέντε πρὸς τοῖς εἴκοσι, καὶ ζητεῖ εἰδέναι πόσα οφείλει ἀποδοῦναι ἕνεκα τῶν 9: ἑγγίων τῆ ὀρειχάλκου. Εἰς λύσιν τοῦδε τοῦ προβλήματος καὶ ὁμοίων ζητητέον α΄ ἐκ πόσων ἑγγίων ἢ λίτρας συρίζεται. καὶ ἐπεὶ ὑποτίθεται κατὰ τινὰς ἐκ δυοκαίδεκα, ληφθήτω α΄ ὄρος 12: ἀριθμὸς ἀντὶ μιᾶς λίτρας, β΄ δὲ ὁ τῶν ὀβολῶν δηλ: ὁ 25: τὸ τίμημα τῆς μιᾶς λίτρας, καὶ γ΄ ὁ 9:. Τούτων δ' ἕτως εἰλημμένων πολλαπλασιασθήτω ὁ β΄ ἐπὶ τὸν γ΄ καὶ ὁ γινόμενος 225: μερισθήτω ἐπὶ τὸν α΄ καὶ εὐρεθήσεται πηλίκον ὁ 18: μετὰ τινος λεπτοῦ, καὶ οὗτος ἔσται ὁ ζητούμενος δ΄ ὄρος. οφείλει τοίνυν ὁ τὸν ὀρειχάλκον ἀγοράσας ἀποδοῦναι ἕνεκα τῶν 9: ἑγγίων ὀβολῶν ὀκτωκαίδεκα. Ἐπεὶ δὲ πρόσκειται τέτοις καὶ λεπτόν, ἕτινος Παρονοματῆς μὲν εἰσὶν ὁ 12: ἀριθμὸς, ἀριθμητῆς δὲ ὁ 9: καὶ ὁ μὲν 12: ἀνθ' ἑνὸς ὀβολου ὑποτίθεται, ὁ δὲ 9: τὰ τοῦ ὀβολου παράσις μέρη, αὐτὰ οφείλει προσεθῆναι τοῖς 18: ὀβολοῖς, φανερόν ὅτι προσοφείλει καὶ λεπτὰ δύο μεθ' ἑνὸς τεταρτου. ὁ γὰρ ὀβολὸς ἐκ τριῶν σύγκεται λεπτῶν, διηρημένου δὲ τοῦ ὀβολου εἰς 12. διαιρηθήσεται καὶ ἕκαστον λεπτόν εἰς μέρη τέσσαρα. ὡς δύο λεπτὰ μεθ' ἑνὸς τεταρτου τὸν 9: συρίζασιν ἀριθμόν. τὸ δὲ λεπτόν ἐνταῦθα ἀντὶ μονάδος λαμβάνεται. μετὰ ταῦτα δὲ ἀντὶ μέρους ληφθήσεται μονάδος, διὸ καὶ κλάσμα προσονομαζέται, ὡς ὀφόμεθα ἐν τῷ ἰδίῳ τόπῳ, ἔτι καὶ περὶ αὐτῶν ἀκριβέστερον ἐροῦμεν.

12	— 25	— 9	— 18:	$\frac{2}{12}$:
				9
				225
				105
12				009
				18:
				$\frac{2}{12}$:

Γ.

Ε.Υ. Δ. 1915. Π. Ι. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Γ.

Εμποροι δύο ἀγισάμενοι ἐκ τῶ αὐτῶ, φέρει πείν, λιβάνη ἐπὶ τῶ αὐτῶ τιμήματι ὅσον ἐκάτερος ἐβούλετο, ὁ μὲν κατέβαλεν ἀργύρια 63: ὁ δὲ 96: καὶ ἀπέπλευσαν. Κερδήσαντος δὲ τοῦ τὰ 63: Καλόντος ἀργύρια 15: ζητεῖ ἤδη μαθεῖν ὅτὰ 96: καταβαλῶν, πόσα μέλλει κερδαίνει, εἴαν ἐπὶ τῶ αὐτῶ τιμήματι πωλήσῃ τὸν λιβάνον τῶ προτέρῳ.

Τούτου δὴ τοῦ προβλήματος α. ὄρος ἐστὶν ὁ 63: ἀριθμός. β. δὲ ὁ 15: καὶ γ. ὁ 96: Πολλαπλασιασθήτω γοῦν ὁ γ. ἐπὶ τὸν β. καὶ ὁ γενόμενος 1440: μερισθήτω ἐπὶ τὸν α. καὶ εὐρεθήσεται πηλίκον ὁ 22: ὡς ὄρας ἐπὶ τοῦ παραδείγματος. Ἐπὶ δὲ περιττεύουσι καὶ 54: φανερόν ὅτι ὁ τὰ 96: καταβαλῶν ἀργύρια, κερδήσει ἀργύρια ὀλοκλήρα 22: $\frac{1}{2}$ τοῦτο δ' ἐστὶν τὸ ἀργύριον ὁ 63 — 54 — 120 προσθέται εἰς μέρος διηρημένον 63: καὶ τούτων λαβεῖν τὰ 54: ὅταν εἰ βούλει γινῶναι τὰ 54: ταῦτα μόρια πόσοις λεπτοῖς, ἥτοι μονάσιν ἰσοδυναμεῖ, διὰ τῆς αὐτῆς Μεθόδου καὶ τοῦτο εὐρήσεις. Διὶ δὲ πρῶτον εἰδέναι πόσων λεπτῶν τὸ ἀργύριον ἐστὶν περιεκτικόν. καί τῳ γὰρ ὁ 120: εἴτε ληρθῆτω α. ὄρος ὁ 63: ἀριθμός. β. δὲ ὁ 54: καὶ γ. ὁ 120: πολλαπλασιαζομένου δὲ τοῦ γ. ὄρου ἐπὶ τὸν β. ὁ γεόμενος 6480: μερισθήτω ἐπὶ τὸν α. καὶ τὸ πηλίκον ἔσται ὁ 102. καί τι πρὸς. Ὡς ὅτὰ 96: καταβαλῶν ἀργύρια, πρὸς τοῖς 22: ἀργυρίοις κερδήσει πέντως, καὶ λεπτά 102.

63 — 15 — 96:
15
480
96
1440
180
63 { 054
22 $\frac{1}{2}$

Δ.

Ἡ ἡράσεται σιρικόνη ἡμα λίτρας 19: καὶ ἄγγιων 8: τιμημένης δὲ τῆς λίτρας ἀργυρίων 2: καὶ λεπτῶν 15: ζητεῖ μαθεῖν πόσα φείλει δοῦναι.

Εἰς λύσιν τούτου τῶ προβλήματος ἀνάλυσον τὰς μὲν λίτρας εἰς ἄγγιας, (τῆτο δ' ἐστὶ πολλαπλασιασθῆναι τὸν 19: ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 12: καὶ τῶ γεομένῳ 228: προσθέται τὸν 8: καὶ συσθεθῆσεται ὁ 236:) τὰ δ' ἀργύρια εἰς λεπτά: Ἐξείς δὲ τοῦτο, εἴαν τὸν 120: ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 2: πολλαπλασιάσῃς, καὶ τῶ γεομένῳ 240: προσθῆς τὸν 15: συσθεθῆσεται γὰρ ὁ 255: τῶτων δ' οὕτω διαλυθέντων λάβε ἀπὸ τοῦ α. ὄρου τὸν 12: ἄγγιας γὰρ 12: ἀπαληραῦσι λίτραν μίαν, ἀπὸ δὲ τοῦ β. τὸν 255: καὶ ἀπὸ τοῦ γ. τὸν 236: εἴτε πολλαπλασιάσῃς τὸν γ. ἐπὶ τὸν β. καὶ τὸν γεόμενον 60180: μερίσαι ἐπὶ τὸν α. καὶ τὸ πηλίκον ἔσται ὁ ζητούμενος. Ὁ γὰρ α. ὄρος λίτρας μίας ἐστὶ σημαντικός, ὡς εἴρηται, ὁ β. δὲ τὴν τιμὴν ἐμφαίνει τῆς μίας τοῦ σιρικοῦ ἡματος λίτρας, καὶ ὁ γ. τὴν ὀλκὴν τοῦ ἀγοραθέντος ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἡματος. Ὡς ὅτὰ εἴπει μίαν ἄγγιαν σιρικοῦ ἡματος τιμᾶται λεπτῶν 255, ἄγγιας 19: τιμηθήσεται λεπτῶν 5015.

12 — 255 — 236
255
1180
1180
472
60180
12 { 0018
060
00
5015

Ε.

Δύο τιμῆς ἡράσεται ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σιρικοῦ ἡματος ἐπὶ τῶ αὐτῶ τιμήματι. ὁ μὲν λίτρας 19: καὶ ἄγγιας 8: ὁ δὲ λ. 46: καὶ οὐγγ. 9: τοῦ α. δὲ καταβαλόντος ἀργύρια 42: καὶ λεπτά 17: ζητεῖ ὁ β. μαθεῖν πόσα ἐν αὐτῶ καταβαλόντι ἢ αὐτὴ τηρηθήσεται ἀναλογία.

Καὶ ἐπὶ τούτου τοῦ προβλήματος διαλυτέον τὰς μὲν λίτρας εἰς ἄγγιας, ὡς καὶ ἀνωτέρω. τὰ δ' ἀργύρια εἰς λεπτά. Πολλαπλασιασθήτω δὴ διὰ τὸ σαφέστερον ὁ 19: ἀριθμός ἐπὶ τὸν 12: καὶ τῶ γεομένῳ 228: προσεθήτω ὁ 8: καὶ γινήσεται ὁ α. ὄρος τῆς Μεθόδου. πολλαπλασιαζομένου δὲ καὶ τοῦ 46: ἐπὶ τὸν 12: καὶ τῶ γεομένῳ 552. τοῦ 9: προσθεμένου, γινήσεται ὁ γ. ὄρος. Τελευταῖον δὲ πολλαπλασιαζομένου τοῦ 42: ἐπὶ τὸν 120: προσεθήτω τῶ γεομένῳ 5040: ὁ 17: καὶ ἔσται σοι γωτὸς ὁ δευτέρος τῆς Μεθόδου ὄρος, ἔτινος πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸν γ. καὶ τοῦ ἤδη γεομένου ἐπὶ τὸν α. μερισθῆναι τὸ πηλίκον ἔσται ὁ ζητούμενος. ὁ α. μὲν γὰρ τῶν ὄρων τὴν ποσότητα τῶ σιρικοῦ ἡματος τῶ πρώτῃ περίσῃσις ἐμπορῆ. ὁ δευτέρος δὲ τὴν τιμὴν τοῦ αὐτοῦ, καὶ ὁ γ. τὴν ποσότητα τοῦ σιρικοῦ ἡματος τῶ δευτέρῃ ὁ δ. ἄρα τὴν τιμὴν τοῦ αὐτοῦ διδώσει.

Τοιαῦτα ἡμῖν καὶ ἄλλα πάμπολλα προβλήματα διαλύειν ἔστι διὰ τῆς

236 — 5057 — 561:
561
5057
30342
25285
1826977
476
00497
0257
021
216 {
12021: $\frac{1}{1}$ 6:
176:
αὐτῆς

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟΝ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟΝ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΝ ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΟΥΡΤΣΗΣ

Ε.Υ.Δ.Π.Σ. Κ.Τ.Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

αυτῆς Μεθόδου. συντομίας δὲ χάριν ἰκανὰ καὶ ταῦτα ἐπὶ τοῦ παρόντος, ἐξ ὧν συναγαγεῖν ἔχομεν, καὶ ὅπως τὰ μείζω ἐπὶ τὰ ἐλάττω διαλύειν δευόμεθα, ὡς ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω διδύλωται πράξεων. Οὗ δὲ βουλόμενος καὶ τὰ ἐλάττω ἐπὶ τὰ μείζω ἀναγαγεῖν τῆ διαιρέσει χρῶμενος, ὡσπερ ἐπὶ τῆς τῶν μεζόνων ἐπὶ τὰ ἐλάττω ἀναλύσεως τῆ πολλαπλασιάσει, καὶ ἀν ἀμάρτη τῆ σκοπῆ. οἷον ἐπειδήτις ἐπὶ τῆ προσεχῆς Προβλήματος παρήκται ὁ τέταρτος ζητούμενος ὅρος παραστατικός λεπτῶν 12021: τινι βελητόν ἐστι μεθεῖν πῶσων ἀργυρίων συμπληρωτικός ὑπάρχει ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς, μεριστέον αὐτὸν ἐπὶ τὸν 120: τοσούτων γὰρ λεπτῶν τὸ ἀργύριον ἐπὶ τοῦ παρόντος ὑποτίθεται, καὶ τὸ πηλίκον τὸν τῶν ἀργυρίων παραστήσει ἀριθμὸν. τὸ δ' ἐναπολιπόμενον τὰ λεπτά, ὡς ὅρας ἐπὶ τοῦ παραδείγματος.

000
 χζοζχ 1100: 1100:
 χζο
 120
 120

Περὶ τῆς Πλαγίας τῶν Τριῶν Μεθόδου.

Ἡ μὲν ἐν ἐφοδῶς τῆς ὀρθῆς τῶν Τριῶν Μεθόδου τοιαύτη, διὰ δὲ τὸ πληρέστερον ῥητέον ἡμῖν ἔδει καὶ περὶ τοῦ τρόπου τῆς πλαγίας. πλαγία δὲ λέγεται ἐπειδὴν μὲν τὸν α. καὶ δεύτερον τῶν ὀρων διδομένα τὰ δ. ὁ γ. ζητεῖται, ὅπουγε ἐν τῇ ὀρθῇ διδομένα τοῦ τρίτου ἐζητεῖτο ὁ δ. Διὸ καὶ τὴν τάξιν τῆς τῶν ὀρων ἀναλογίας διάφορον κεκληρώται. ἐν μὲν γὰρ τῇ ὀρθῇ τριῶν ὀρων διδομένων ζητῶμεν εὐρεῖν τὸν δ. ὡς ἐχειν πρὸς αὐτὸν τὸν γ., ὡς ἐχει ὁ α. πρὸς τὸν β. ἐπὶ ταύτης δὲ διδομένων ὡσαύτως ὀρων τριῶν ζητοῦμεν ὁ. ὡς ἐχειν πρὸς τὸν γ. ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β. οὐ χάριν καὶ ἡ πράξις ἄλλως πως οἰεῖται. Πολλαπλασιαζομένη γὰρ τοῦ α. ἐπὶ τὸν γ. ἢ τοῦ μπαλιν, οφείλει ὁ γενόμενος μερισθῆναι ἐπὶ τὸν β. καὶ τὸ πηλίκον εἶσαι ὁ ζητούμενος. α: 6: — β: 18: — γ: 21: 6
 Οἷον δεδωσθῶσαν οἱ αβγ' τρεῖς ἀριθμοὶ, καὶ ζητηθῆτω τέταρτος ἐξῶν πρὸς τὸν γ. ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β. πολλαπλασιασθῆτω δὲ ὁ γ. ἐπὶ τὸν α. καὶ ὁ γενόμενος δ: μερισθῆτω ἐπὶ τὸν β. καὶ ἔσω πηλίκον ὁ ε. Λέγω δὲ τούτων εἶναι τὸν ζητούμενον, ἐπεὶ γὰρ ὁ ἐκ τοῦ α: καὶ γ': μεμερίσται ἐπὶ τὸν β': καὶ τὸ πηλίκον εἶναι ὁ ε: πάντως γὰρ εἴαν ἡ πράξις ὀρθῆς εἴη, πολλαπλασιαζομένου τὰ β': ἐπὶ τὸν α: ὁ γενόμενος ἴσος εἶσαι τῶν ἐκ τοῦ γ': ἐπὶ τὸν α. μεταβαλλομένης δὲ τῆς τάξεως τῶν ὀρων, καὶ τῶν α καὶ γ' ἀριθμῶν ὡς ἄκρων λαμβανομένων, τῶν δὲ β' καὶ ε' ὡς μέσων, εἶσαι ὡς ὁ α' πρὸς τὸν β', ὁ ε' πρὸς τὸν γ': ὅπερ ἔν τὸ ἐξ ἀρχῆς ζητούμενον. Κεῖσθῶσαν δὲ καὶ ἐπ' αὐτῆς, διὰ τὸ εὐληπτότερον τῆς ἐρμηνείας καίτινα προβλήματα.

Πρόβλημα α. ἐπὶ τῆς Πλαγίας.

Ἐμπορὸς τις μὲν ἀργυρίων 280: ἐκέρδησεν ἀργύρια 56: ἐτέρου δὲ τινος τὴν αὐτὴν ἐμπορευομένην ἐκείνῳ ἐμπορίαν, καὶ κερδήσαντος ἀργύρια 72: ζητεῖ ὁ α. μεθεῖν τὴν ποσότητα τῶν ἀργυρίων, διῶν τὰ 72: ὁ δεύτερος ἐκέρδησεν ἀργύρια.

Εἰς λύσιν τούτου τοῦ προβλήματος α. ὅρος ληρθῆτω ὁ 280: β. ὁ 56: καὶ γ. ὁ 72: εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ α. ἐπὶ τὸν γ. καὶ ὁ γενόμενος 20160: μερισθῆτω ἐπὶ τὸν β. καὶ παρέξεισσι πηλίκον τὸν 360: ἀριθμὸν. ὁ κερδήσας ἄρα τὰ 72: ἀργύρια, μετὰ 360: ἐπραγματεύετο ἀργυρίων ὁ λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρω σαφῆς.

280: — 56: — 72:
 72
 560
 1960
 20160
 56 { 336
 000
 360

