

ἄκροι ὄντες τετράγωνοί εἰσιν. ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιτρίτων ὅτε \mathfrak{F} : καὶ $\mathfrak{I}\mathfrak{S}$: ἄκροι καὶ αὐτοὶ ὄντες ὁμοίως τετράγωνοί εἰσιν, ἔτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. ἐφ' ἐκάστης ἡδὲ συζυγίας οἱ ὄροι ἐλάχιστοί εἰσιν, ἔτε ἡδὲ ἐπὶ τῆς τῶν ἡμιολίων χείσιως ἐλάττονας ὄρης τῶν δ : \mathfrak{S} : καὶ \mathfrak{F} : δυνατόν εὐρεθῆναι, ἔτε ἐπὶ τῆς τῶν ἐπιτρίτων εὐρεθίσονται ἐλάττονας ὄροι τῶν \mathfrak{D} : $\mathfrak{I}\mathfrak{B}$: $\mathfrak{I}\mathfrak{S}$: ἐν ἡδὲ δυσὶν ὄροις εὐρίσκονται ἐλάττονας τῶν αὐτῶν, ἐν τρισὶ δὲ οὐδαμῶς. Εἰάν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ὡς τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσι, καὶ τὸ α . Πόρισμα τῆς α . τῆ η . Εὐκλ. ὡσε καὶ ἐφ' ἐκάστης συζυγίας τῶν προεκτεθέντων ἀριθμῶν, ἐπεὶ οἱ ὄροι ἐλάχιστοί εἰσιν, ὡς δέδεικται, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, πάντως γε οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσιν, οἱ δὲ μέσοι ἐκ τῶν πλευρῶν αὐτῶν συνίστανται. ἐπὶ μὲν ἡδὲ τῶν ἡμιολίων τῆ μὲν δ : πλευρὰ ἐστὶν ὁ β : τῆ δὲ \mathfrak{F} : ὁ γ : πολλαπλασιαζομένη γὰρ τῆ γ : ἐπὶ τὸν β : συνίσταται ὁ \mathfrak{S} : ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιτρίτων τῆ μὲν \mathfrak{F} : πλευρὰ ἐστὶν ὁ γ : τῆ δὲ $\mathfrak{I}\mathfrak{S}$: ὁ δ : πολλαπλασιαζομένη δὲ τῆ δ : ἐπὶ τὸν γ : γεννᾶται ὁ $\mathfrak{I}\mathfrak{B}$: μέσος ὢν τῶν αὐτῶν.

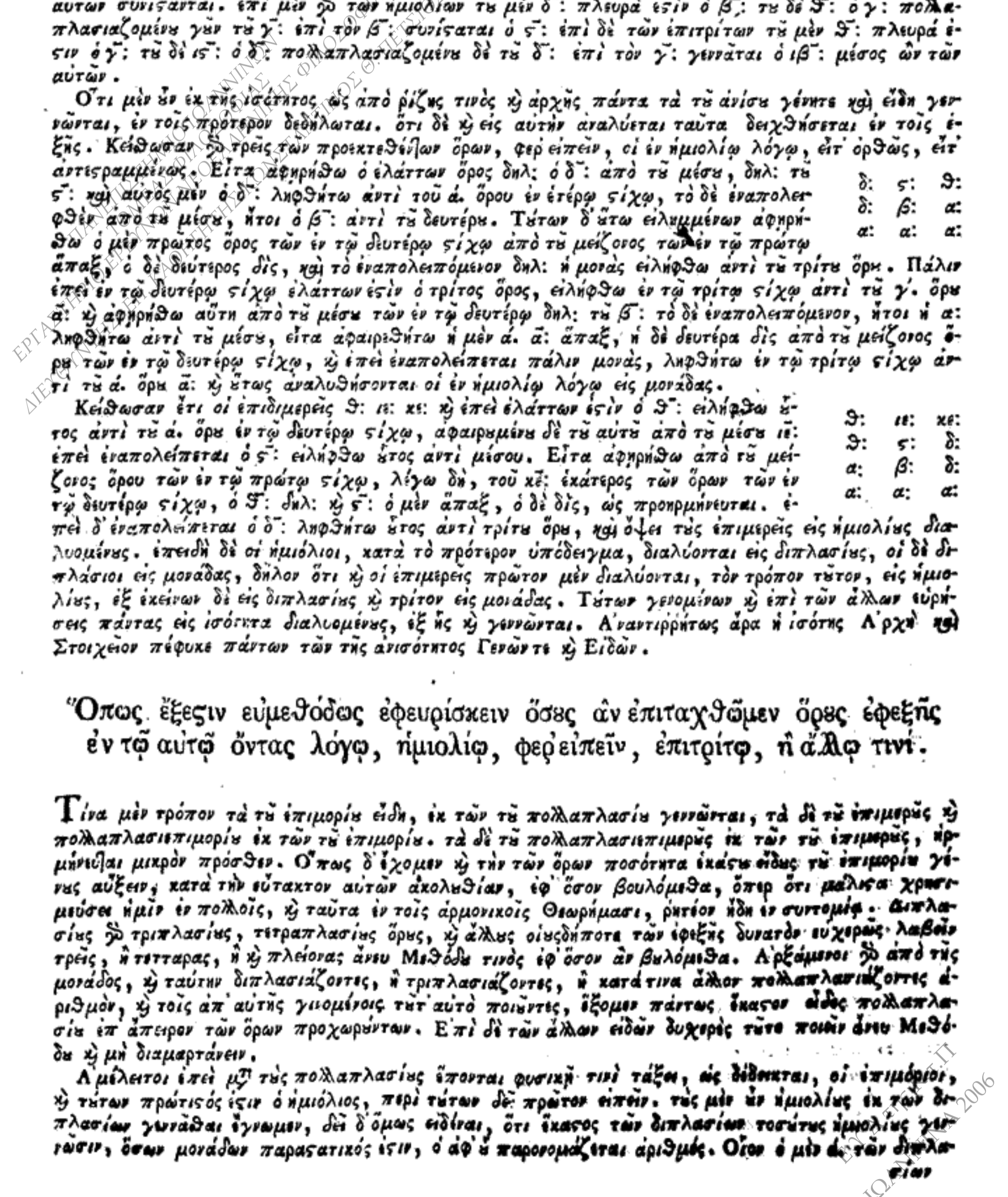
Ὅτι μὲν ἔν ἐκ τῆς ἰσότητος ὡς ἀπὸ ρίζης τινὸς καὶ ἀρχῆς πάντα τὰ τῆ ἀνίστα γένητε καὶ εἶδη γεννῶνται, ἐν τοῖς πρότερον δεδήλωται. ὅτι δὲ καὶ εἰς αὐτὴν ἀναλύεται ταῦτα δεχθήσεται ἐν τοῖς ἐξῆς. Κεῖθωσαν ἡδὲ τρεῖς τῶν προεκτεθέντων ὄρων, φερεῖπειν, οἱ ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ, εἴτ' ὀρθῶς, εἴτ' ἀντιστραμμένως. Εἴτα ἀφηρήθω ὁ ἐλάττων ὄρος δηλ: ὁ δ : ἀπὸ τῆ μέσου, δηλ: τῆ \mathfrak{S} : καὶ αὐτὸς μὲν ὁ δ : ληφθήτω ἀντὶ τοῦ α . ὄρου ἐν ἐτέρῳ σίχῳ, τὸ δὲ ἐναπολείπεται φθίν ἀπὸ τῆ μέσου, ἦτοι ὁ β : ἀντὶ τῆ δευτέρου. Τῶν δ' ἔτω εἰλημμένων ἀφηρήθω ὁ μὲν πρῶτος ὄρος τῶν ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ ἀπὸ τῆ μείζονος τῶν ἐν τῷ πρῶτῳ ἀπαξ, ὁ δὲ δεύτερος δις, καὶ τὸ ἐναπολείπομενον δηλ: ἡ μονὰς εἰλήθω ἀντὶ τῆ τρίτου ὄρου. Πάλιν ἐπεὶ ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ ἐλάττων ἐστὶν ὁ τρίτος ὄρος, εἰλήθω ἐν τῷ τρίτῳ σίχῳ ἀντὶ τῆ γ . ὄρου α : καὶ ἀφηρήθω αὐτὴ ἀπὸ τῆ μέσου τῶν ἐν τῷ δευτέρῳ δηλ: τῆ β : τὸ δὲ ἐναπολείπομενον, ἦτοι ἡ α : ληφθήτω ἀντὶ τῆ μέσου, εἴτα ἀφαιρηθήτω ἡ μὲν α . α : ἀπαξ, ἡ δὲ δεύτερα δις ἀπὸ τῆ μείζονος ὄρου τῶν ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται πάλιν μονὰς, ληφθήτω ἐν τῷ τρίτῳ σίχῳ ἀντὶ τῆ α . ὄρου α : καὶ ἔτως ἀναλυθήσονται οἱ ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ εἰς μονάδας.

Κεῖθωσαν ἔτι οἱ ἐπιδιμερεῖς \mathfrak{D} : $\mathfrak{I}\mathfrak{E}$: $\mathfrak{K}\mathfrak{E}$: καὶ ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ \mathfrak{D} : εἰλήθω ἔτος ἀντὶ τῆ α . ὄρου ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ, ἀφαιρημένη δὲ τῆ αὐτὴ ἀπὸ τῆ μέσου $\mathfrak{I}\mathfrak{E}$: ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ \mathfrak{S} : εἰλήθω ἔτος ἀντὶ μέσου. Εἴτα ἀφηρήθω ἀπὸ τῆ μείζονος ὄρου τῶν ἐν τῷ πρῶτῳ σίχῳ, λέγω δὴ, τοῦ $\mathfrak{K}\mathfrak{E}$: ἐκάτερος τῶν ὄρων τῶν ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ, ὁ \mathfrak{F} : δηλ: καὶ \mathfrak{S} : ὁ μὲν ἀπαξ, ὁ δὲ δις, ὡς προσηρμύεται. ἐπεὶ δ' ἐναπολείπεται ὁ δ : ληφθήτω ἔτος ἀντὶ τρίτου ὄρου, καὶ ὄφει τῆς ἐπιμερεῖς εἰς ἡμιολίους διαλυομένης. ἐπειδὴ δὲ οἱ ἡμιόλιοι, κατὰ τὸ πρότερον ὑπόδειγμα, διαλύονται εἰς διπλασίους, οἱ δὲ διπλασιοὶ εἰς μονάδας, δῆλον ὅτι καὶ οἱ ἐπιμερεῖς πρῶτον μὲν διαλύονται, τὸν τρόπον τῆτον, εἰς ἡμιολίους, ἐξ ἐκείνων δὲ εἰς διπλασίους καὶ τρίτον εἰς μονάδας. Τῶν γενομένων καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εὐρήσεις πάντας εἰς ἰσόγιστα διαλυομένης, ἐξ ἧς καὶ γεννῶνται. Ἀναντιρρήτως ἀρα ἡ ἰσότης Ἀρχὴ καὶ Στοιχείον πέφυκε πάντων τῶν τῆς ἀνισότητος Γενῶν τε καὶ Εἰδῶν.

Ὅπως ἕξεσιν εὐμεθόδως εὐφειρίσκειν ὅσους ἀν ἐπιταχθῶμεν ὄρους ἐφεξῆς ἐν τῷ αὐτῷ ὄντας λόγῳ, ἡμιολίῳ, φερεῖπειν, ἐπιτρίτῳ, ἢ ἄλλῳ τινί.

Τίνα μὲν τρόπον τὰ τῆ ἐπιμορίας εἶδη, ἐκ τῶν τῆ πολλαπλασίῳ γεννῶνται, τὰ δὲ τῆ ἐπιμερῆς καὶ πολλαπλασιεπιμορίας ἐκ τῶν τῆ ἐπιμορίας. τὰ δὲ τῆ πολλαπλασιεπιμερῆς ἐκ τῶν τῆ ἐπιμερῆς, ἠρμύνυται μικρὸν πρόσθεν. Ὅπως δ' ἔχομεν καὶ τὴν τῶν ὄρων ποσότητα ἐκάστῃ εἰδῆς τῆ ἐπιμορίας γένους αὐξάν, κατὰ τὴν εὐτακτον αὐτῶν ἀκολουθίαν, ἐφ' ὅσον βουλόμεθα, ὅπερ ὅτι μαλιστα χρησιμεύσει ἡμῖν ἐν πολλοῖς, καὶ ταῦτα ἐν τοῖς ἀρμονικοῖς Θεωρήμασι, ρητέον ἡδὲ ἐν συνομίῳ. διπλασίους ἡδὲ τριπλασίους, τετραπλασίους ὄρους, καὶ ἄλλους οἰςδὴποτε τῶν ἐφεξῆς δυνατῶς ευχερῶς λαβεῖν τρεῖς, ἢ τετταρας, ἢ καὶ πλείονας ἀνευ Μεθόδου τινὸς ἐφ' ὅσον ἀν βυλόμεθα. Ἀρχαῖοι ἡδὲ ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ ταύτην διπλασιάζοντες, ἢ τριπλασιάζοντες, ἢ κατὰ τινα ἄλλοι πολλαπλασιάζοντες ἀριθμὸν, καὶ τοῖς ἀπ' αὐτῆς γινομένοις τῆ αὐτὸ ποιῶντες, ἔχομεν πάντως ἐκάστη εἰδῆς πολλαπλασίῳ ἐπ' ἀπειρον τῶν ὄρων προχωρούντων. Ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων εἰδῶν δυχερῆς τῆτε ποιῶν ἀνευ Μεθόδου καὶ μὴ διαμαρτάνειν.

Ἀμέλειτοι ἐπεὶ μὲν τῆς πολλαπλασίῳ ἔπονται φυσικῆ τινὲ τάξῃ, ὡς δέδεικται, οἱ ἐπιμοριοί, καὶ τῶν πρῶτος ὄρος ἐστὶν ὁ ἡμιόλιος, περὶ τῶν δὲ πρῶτον εἰπεῖν. τῆς μὲν ἔν ἡμιολίῳ ἐκ τῶν διπλασίῳ γεννᾶται ἔγνωμεν, δεῖ δ' ὁμοῦς εἰδῆσαι, ὅτι ἐκάστος τῶν διπλασίῳ ποσότης ἡμιολίῳς γεννᾶται, ὅσων μονάδων παρασατικός ἐστὶν, ὁ ἀφ' οὗ παρονομάζεται ἀριθμῆς. Ὅσον ὁ μὲν α : τῶν διπλασίῳ



σίαν δηλ: ο β: ἐπὶ ἀπὸ τῆς μονάδος παρονομάζεται, ἕνα καὶ μόνον φύσει ἡμιόλιον γεννᾷ. ὁ δὲ δεύτερος δηλ: ὁ δ: δύο παρονομάζεται γὰρ ἀπὸ τῆ β: ὁ δὲ τρίτος δηλ: ὁ η: τρεῖς, ὅτι ἀπὸ τῆ γ: παρονομάζεται, εἰσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων κατὰ τὸ ἀνάλογον. Ἰνα δὲ τῆτο σαφέστερον γένηται, ἐκκέδωσαν οἱ ἀπὸ μονάδος διπλασίοι ἐφεξῆς, κατὰ τὴν εὐτάκτον αὐτῶν Πρόοδον ἐν ἐνὶ εἴχῃ. Εἰτα εἰλήφθω ὁ β: ὅς καὶ πρῶτον ἔχει χαίραν ἐν διπλασίοις, καὶ προσεθῆτω αὐτῷ τὸ ἡμισυ αὐτῆς μέρος, καὶ γενήσεται ὁ γ: ἡμιόλιος ὡς τῆ β: ἐπεὶ δὲ ὁ γ: ἡμισυ μέρος καὶ ἔχει πάντας γε καὶ ἡμιόλιος αὐτῆς ἀριθμὸς ἔσαι. Ἐπεὶ δ' αὖθις μετὰ τὸν β: ἔπιται ὁ δ: δεύτερος ὡς τῶν διπλασίων, εἰλήφθω καὶ τῆτο τὸ ἡμισυ, καὶ προσεθῆτω τῷ ὅλῳ, καὶ γενήσεται πάντως ὁ ε: ἡμιόλιον ἔχων λόγον πρὸς τὸν δ: ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ ε: ἔχει ἡμισυ μέρος, προσεθῆτω τῆτο τῷ ὅλῳ, καὶ γενήσεται ὁ ς: ἡμιόλιος τῆ ε: ἐπεὶ δὲ ὁ ς: ἡμισυ μέρος καὶ ἔχει, πάντως γε καὶ αὐτὸς ἔχει ἡμιόλιον ἀριθμὸν. Τῆτ' αὐτὸ γενέθω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων διπλασίων, καὶ ὅφει ἐκ μὲν τῆ α: ἕνα γενόμενον ἡμιόλιον, ἐκ δὲ τῆ δευτέρου δύο, ἐκ δὲ τῆ τρίτου τρεῖς καὶ ἐκ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως.

διπλασίοι πάσις κατὰ πλάτος.

α	β	δ	η	ις	λβ	εδ
	γ	ς	ιβ	κδ	μη	υς
		θ	ιη	λς	οβ	ρμδ
			κς	υδ	ρη	σις
				πα	ρξβ	τκδ
					σμγ	υπς
						φκθ

ἡμιόλιοι τῶν ἑπάνω οἱ κάτω.

Ὅπνῆκασι τοίγυν προσάξῃ τις εὐρεῖν ἐφεξῆς, ἡμιολίας φερῆσαι, πίντε, λάβε τὸν πέμπτον τῶν διπλασίων ἀριθμῶν δηλ: τὸ λβ. Εἰδέ γε ζητήσῃεν ἕξ, λάβε τὸν ς: δηλ: τὸν ξδ: εἰδέ ἑπτὰ, τὸν ζ: καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν κατὰ τὸ ἀνάλογον.

τριπλάσιοι πάντες κατὰ πλάτος.

α	γ	θ	κς	πα	σμγ
	δ	ιβ	λς	ρη	τκδ
		ις	μη	ρμδ	υλβ
			εδ	ρυβ	φος
				συς	ψξη
					ακδ

ἐπίτριτοι τῶν ἑπάνω οἱ κάτω.

Τῆτον δὲ τὸν τρόπον γεννώσθαι καὶ ἐκ τῶν τριπλασίων οἱ ἐπίτριτοι, εἰς μὲν ἐκ τῆ πρώτου, δύο δὲ ἐκ τοῦ δευτέρου, τρεῖς δὲ ἐκ τῆ τρίτου, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ἐκείσθωσαν γὰρ ἑταῦθα οἱ τριπλάσιοι εὐτάκτως ἀπὸ μονάδος χωραῖτες. ἀρχάμενος δὲ ἀπὸ τοῦ πρώτου δηλ: τῆ γ: λάβε τὸ τρίτον αὐτῆς μέρος, καὶ πρόσθεσ τῆτο τῷ ὅλῳ, καὶ γενήσεται ὁ δ: ἐπίτριτος ὡς τῆ γ: Ἐπεὶ δὲ ὁ δ: τρίτον μέρος καὶ ἔχει, καὶ μὴν ἐπίτριτον ἔχει ἀριθμὸν, ὡς ὁ πρῶτος ἕνα μόνον γεννᾷ ἐπίτριτον τὸν δ: ὁ δεύτερος δὲ ὁ ε: δύο τὸν ιβ: καὶ ις: ὁ τρίτος δὲ τρεῖς, καὶ ὁ τέταρτος τέσσαρας, καὶ οἱ λοιποὶ κατὰ τὸ ἀνάλογον. Ὅθεν καὶ ἐπὶ τῆς τῶν ἐπίτριτων Γενέσεως λάμβανέ ὡς ρίζαν τὸν ἀνάλογον τῷ ζητημένῳ ἀριθμῷ τῶν ὄρων. καὶ γενήσεται σοι τὸ προσαιτούμενον. Οἷον εἰμὲν ζητηθῶσιν ἐπίτριτοι δύο, λάβε μοι τὸν δεύτερον τῶν τριπλασίων. εἰδέ τρεῖς τὸν τρίτον, εἰδέ τέσσαρες τὸν τέταρτον, ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων κατὰ τὴν ἕσαν ἐν αὐτοῖς ἀναλογίαν.

Ὡσπερ δὲ οἱ μὲν ἡμιόλιοι γεννῶνται ἐκ τῶν διπλασίων, οἱ δὲ ἐπίτριτοι ἐκ τῶν τριπλασίων, αἷς ἐπὶ τῶν διαγραμμάτων καθοράται, ἕτω καὶ οἱ ἐπιτέταρτοι ἐκ τῶν τετραπλασίων ἀναφύονται. οἱ δὲ ἐπίπεμπτοι ἐκ τῶν πολλαπλασίων, καὶ οἱ λοιποὶ τῶν ἐπιμορίων ἐκ τῶν λοιπῶν τῶν πολλαπλασίων ὁμοίως.

Ἰδέον δ' ὅτι ἐν τοῖς τοιούτοις διαγράμμασιν ἡ ἔμφυτος τάξις τῶν τῆς ἀνισότητος εἰδῶν ἀναφύεται. Εἰ γὰρ οἱ προειρημένοι κατὰ πλάτος διπλασίοι εἶεν, οἱ διαγώνιοι τριπλάσιοι ἔσονται. εἰδέ ἐκείνοι τριπλάσιοι, ἕτοι τετραπλάσιοι, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

Τῆτον μὲν ἔν τὸν τρόπον, δύναμεθα εὐρίσκειν ὅσους ἂν προσάξῃ τις ὄρους ἐφεξῆς ἀναλόγως κατὰ τὰ τῶν ἐπιμορίων λόγων, ἡμιόλιον φημί, ἐπίτριτον, ἐπιτέταρτον καὶ ἄλλον τινά. Ἐπεὶ δὲ ἐν τοῖς πρότερον εἴρηται, ἐκ τῶν τῆ πολλαπλασίων εἰδῶν γεννᾶσθαι τὰ τῆ ἐπιμορίου εἶδη, ἐκ μὲν τῆ διπλασίᾳ τὸ ἡμιόλιον, ἐκ δὲ τῆ τριπλασίᾳ τὸ ἐπίτριτον, ἐκ δὲ τῆ τετραπλασίᾳ τὸ ἐπιτέταρτον, καὶ ἐκ τῶν ἄλλων τὰ ἄλλα, εἰκότως ἄν τις ζητήσῃ, καὶ ἐκ τίνων τὰ τῆ πολλαπλασίᾳ συνίσσεται εἶδη, ὅθεν καὶ ἀπὸ σκοπῆς καὶ περὶ τῆτων ὀλίγα εἰπεῖν: τὸ μὲν ἔν πρῶτον εἶδος τῆ πολλαπλασίᾳ, λέγω δὴ τὸ διπλασίον σύστημα ἐστὶ τῶν δύο πρώτων εἰδῶν τῆ ἐπιμορίᾳ, ἡμιολίᾳ δηλ: καὶ ἐπιτρίτου. τὸ δὲ τριπλάσιον δεύτερον ὄν τῆ πολλαπλασίᾳ εἶδος συνίσσεται ἐκ τῆ πρώτης εἰδῆς τῆ τῆ πολλαπλασίᾳ καὶ ἐπιμορίᾳ τῆ διπλασίᾳ φημί καὶ ἡμιολίᾳ. τὸ δὲ τετραπλάσιον ἐκ τῆ δευτέρου εἰδῆς τῆ πολλαπλασίᾳ καὶ ἐπιμορίᾳ, τῆ τριπλασίᾳ δηλ: καὶ ἐπιτρίτου. τὸ δὲ πενταπλάσιον ἐκ τῆ τρίτου εἰδῆς τῆ πολλαπλασίᾳ καὶ ἐπιμορίᾳ, ταῦτόν δ' εἰπεῖν τετραπλασίᾳ καὶ ἐπιτετάρτου. Καὶ τὰ λοιπὰ τῆ πολλαπλασίᾳ εἶδη εὐτάκτως λαμβανόμενα ἐκ τῶν λοιπῶν τῆ αὐτῆ καὶ ἐπιμορίᾳ εὐτάκτως καὶ τῆτων συντιθεμένων συνίσσεται.

Πρὸς τρανωτέραν δὲ τῶν λεγομένων κατάληψιν, ἐκκείδωσαν ἐφεξῆς πρῶτον τὰ δύο πρῶτα τῆ ἐπιμορίου εἶδη ἡμιόλιον καὶ ἐπιτρίτον, δεύτερον τρίτον ἡγόμενον, ἢ τρίτον τρίτον ἡγόμενον, καὶ ὄφει ἐκ τούτων τὸ διπλάσιον συνισάμενον. Εἶτα ἐκκείδωσαν ὁμοίως τὸ πρῶτον εἶδος τῆ τε πολλαπλασίᾳ καὶ ἐπιμορίᾳ διπλάσιον δηλ. καὶ ἡμιόλιον, καὶ ὄφει ἐκ τούτων συνισάμενον τὸ τριπλάσιον. Ἐκκείδωσαν ὁμοίως καὶ τὸ τριπλάσιον καὶ ἐπιτρίτον, δεύτερον ὃν τῆ τάξει ἐκάτερον, τὸ μὲν ἐν τοῖς πολλαπλασίᾳ, τὸ δὲ ἐν τοῖς ἐπιμορίᾳ, καὶ συσθεύεται ἐξ αὐτῶν τὸ τετραπλάσιον. Ἐξ ὧν δῆλον, ὅτι καὶ τὰ λοιπὰ ἐκ τῶν λοιπῶν συσθεύονται, εὐτάκτως συντιθεμένων, τρίτον δηλ. τρίτῳ, τέταρτον τετάρτῳ, πέμπτον πέμπτῳ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Ἐπεὶ δ' ἕκαστον εἰς τὰ ἐξ ὧν συνιστάται εἰς ταῦτα καὶ διαλύεται, καὶ τὸ κοινὸν Ἀξίωμα, πάντως γὰρ καὶ τὸ μὲν διπλάσιον εἰς ἡμιόλιον καὶ ἐπιτρίτον διαλυθεῖται λόγῳ μίσης ἢ τῶ β: καὶ δ: ὁ γ: εἰν, ἡμιόλιον μὲν ὧν πρὸς τὸν β: ὑπεπιτρίτος δὲ πρὸς τὸν δ: τὸ δὲ τριπλάσιον εἰς διπλάσιον καὶ ἡμιόλιον. μίσης γὰρ τῶ β: καὶ ε: ὁ δ: ἐμπίπτει. διπλάσιον μὲν ὧν πρὸς τὸν β: ὑφιμιόλιος δὲ πρὸς τὸν ε: ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἕκαστον ἐξ ὧν συνιστάται εἰς ταῦτα καὶ διαλύεται.



Πόρισμα.

Ἐκ τούτων δυναμῆθα σαφηνίσαι καὶ τὸν ἐ. ὄρον τῶ ε'. τῆ στοιχειωτῆ. Λόγος γὰρ φησὶν ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν ἀπὸ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσι τινὰ. Ὡς ἐπὶ τῶν στοιχειωτῶν ἐπεὶ σύγκειται ὁ μὲν τῶ διπλασίᾳ λόγος ἐκτε τῶ ἡμιολίᾳ καὶ ἐπιτρίτῳ, ὁ δὲ τῶ τριπλασίᾳ ἐκτε τῶ διπλασίᾳ καὶ ἡμιολίᾳ. ὁ δὲ τῶ τετραπλασίᾳ ἐκτε τῶ τριπλασίᾳ καὶ ἐπιτρίτῳ, καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστος ἐξ ἄλλων τινῶν, πάντως γὰρ καὶ τούτων ἕκαστος τῶν λόγων γίνεται τῶν πηλικότητων τῶν ἐν αὐτῷ λόγῳ ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσῶν. Ὅθεν πρῆργαίτατον εἶδεναι τίτεις αἱ τῶν λόγων πηλικότητες, καὶ ὅπως ἐκ τούτων πολλαπλασιαζομένων ἐφ' ἑαυτὰς οἱ συγκείμενοι ἐξ αὐτῶν γίνονται λόγοι.

Πηλικότητες τοῖσιν λόγοις εἰσὶν οἱ ἀριθμοὶ, ἀπ' ὧν οἱ λόγοι παρονομαζονται. παρονομαζονται δὲ ὁ μὲν τῶ διπλασίᾳ λόγος ἀπὸ τῶ β: ὁ δὲ τῶ τριπλασίᾳ ἀπὸ τῶ γ: ὁ δὲ τῶ τετραπλασίᾳ ἀπὸ τοῦ δ: καὶ τῶν ἄλλων τῶ πολλαπλασίᾳ λόγοις ἕκαστος ἀπότινος αὐτῷ ἀναλογούντος παρονομαζονται ἀριθμοὶ. Διὸ δὴ ὁ μὲν β: πηλικότης λέγεται τῶ διπλασίᾳ, ὁ δὲ γ: τῶ τριπλασίᾳ, ὁ δὲ τέσσαρα τῶ τετραπλασίᾳ, ὁ δὲ ε: τῶ πενταπλασίᾳ, ὁ δὲ ε: τῶ ἑξαπλασίᾳ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. ὁ δὲ τῶ ἡμιολίᾳ ἀπὸ τῶ ἐνός καὶ ἡμίσεως, ὁ δὲ τῶ ἐπιτρίτῳ ἀπὸ τῶ ἐνός καὶ τρίτου μέρους, ὁ δὲ ἐπιτέταρτος ἀπὸ τῶ ἐνός καὶ τετάρτου μέρους, καὶ οἱ λοιποὶ ἀναλόγως.

Τῶν ὄρων τοῖσιν τῶν λόγων, ὡς δὴ ἐκτεθειμένων λεπτότερον ἡμῖν πρῶτον τῆς ἀριθμῆς, ἀπ' ὧν οἱ συγκείμενοι παρονομαζονται λόγοι. Εἶτα ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιάζειν δεῖ, καὶ ὁ γινόμενος ἀριθμὸς τὸν λόγον τῶν ἄκρων ἐμφαίνει ὄρων. Ἐπεὶ δὲ ἡ τῶν ὄρων τάξις τριχῶς μάλιστα δύναται ποικίλισθαι, ἢ γὰρ εὐτάκτως οἱ ὄροι κείσονται, ὡς οἱ η, δ, β, ἢ ὁμοίως ἔσται μίσης, ὡς ὁ μ: τῶ η: καὶ β:, ἢ ὁ ἐλάττω, ὡς ὁ ε: τῶ ιβ: καὶ κδ: γινέσθω καὶ ἡ Ἑρμηνεῖα καὶ τὴν τρίτην τῆς τῶν ὄρων τάξεως ποικιλίαν. Εἰ μὲν ἔν οἱ ὄροι εὐτάκτως κείσονται, ὡς ὁ η, δ, β, καὶ οἱ τῶν λόγων τῶ πολλαπλασίᾳ εἰσὶν εἶδος, ὁ δὲ εἶπεν διπλάσιον ἀμφω, εἰλήφθω ὁ β: ἀριθμὸς, ἀπ' οὗ παρονομαζονται ἕκαστος τῶν λόγων, καὶ πολλαπλασιασθέντων ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ ἐπεὶ γίνονται ἀπ' αὐτῶ ὁ δ: παρονομασθῆς ὧν τῶ τετραπλασίᾳ, δῆλον ὅτι ὁ η: τῶ β: τετραπλασίᾳ εἰσιν. ἢ καὶ ἕστω ἐπεὶ ὁ β: ἡμισύς ἐστι τῶ δ: ὡσπερ καὶ ἕστω τῶ η: εἰλήφθω τὸ ἡμισυ τῶν πρῶτων ξη: δηλ. τὰ λ: καὶ ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιασθέντων, καὶ ὁ γινόμενος ἑννακόσια μερισθέντων ἐπὶ τῶν ἐξέκοντα, καὶ ἐπεὶ παρέχει πηλικὸν τὸν ιβ: τέταρτον ὄντα τῶ ξ: φανερὸν ὅτι ὁ η: τετραπλασίᾳ εἰσιν τοῦ β: καὶ λέγεται συγκεῖσθαι ἐκ δύο λόγων διπλασίᾳ.



Ἐφ' ἧ δὲ ἄτερος μὲν εἶν διπλάσιος, ἄτερος δὲ τριπλάσιος, ὡς οἱ ιβ: ε: β: εἰλήφθω ἀπὸ τοῦ διπλα...

διπλασίω ὁ β̄: αἰτι δὲ τῆ τριπλασίω ὁ γ̄: καὶ πολλαπλασιασθήτωσαν πρὸς ἀλλήλους, καὶ ἐπει ποίησι τὸν ε̄: δις γὰρ τῆ γ̄: λαμβανομένη γίνεται ὁ ε̄: δηλοῖ ὅτι ὁ μείζων ἔρος τῶν ἄκρων ἑξαπλασίος ἐστὶ τῷ ἐλάττωτος, ὡς ὁ ιβ̄: τῷ β̄: ἢ ὁ ιη̄: τῷ γ̄: καὶ σύγκηται ἐκ δύο λόγων, τοῦ μὲν διπλασίω, τῷ δὲ τριπλασίω. Τὸ αὐτὸ γενέσθω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν πολλαπλασίω Εἰδῶν, ἐπει ὅτι οἱ ὅροι εὐτάκτως κείνται.

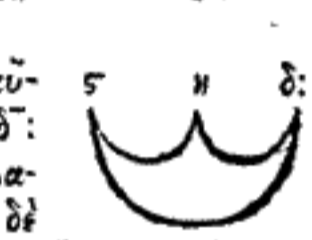
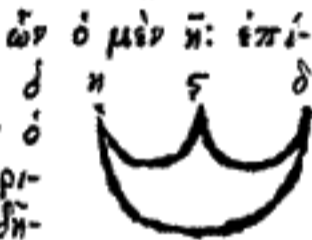
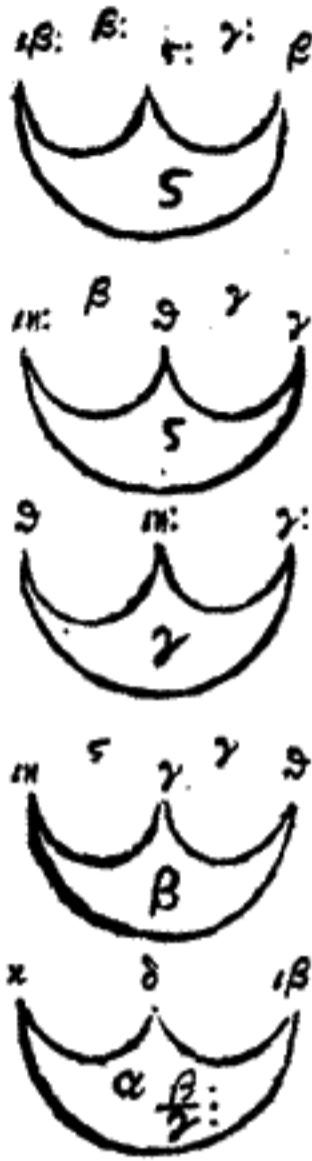
Ἡ γίκα δὲ ὁ μείζων τῶν ὄρων μείζων εἶν ἑκατέρω τῶν ἄκρων, ὡς ὁ ιη̄: τῷ ε̄: καὶ γ̄: τῷ μὲν ἑξαπλασίω ὡς τῷ δὲ διπλασίω, εἰλήφθω ἀντὶ μὲν τῷ μείζωνος λόγῳ, δηλ: τῷ ἑξαπλασίω, τὸ ἕκτον τοῦ ε̄: δηλ: ὁ ι: ἀντὶ δὲ τοῦ ἐλάττωτος ἦτοι τοῦ διπλασίω, ὁ παρονομασῆς αὐτοῦ δηλ: ὁ β̄: καὶ πολλαπλασιασθήτω ὁ ι: ἐπὶ τῷ β̄: καὶ ἐπει ὁ γενόμενος κ̄: τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ ε̄: δηλ: ὑποτριπλασίω, φανερόν ὅτι καὶ ὁ γ̄: τῷ ε̄: ὑποτριπλασίος ἐστὶ, ὁ δὲ ε̄: τῷ γ̄: τριπλασίω.

Εἰδέγε ὁ μείζων ἐλάττων ἐστὶν, ἑκατέρω τῶν ἄκρων, ὡς ὁ γ̄: τῷ ε̄: καὶ ε̄: ὡς ὁ μὲν ἑξαπλασίος ἐστὶ τοῦ γ̄: ὁ δὲ τριπλασίω, εἰλήφθωσαν οἱ ἀριθμοὶ ἀφ' ὧν ἑκατέρω τῶν λόγων παρονομάζεται, ἀντὶ μὲν τῷ ἑξαπλασίω ὁ ε̄: ἀντὶ δὲ τοῦ τριπλασίω ὁ γ̄: εἴτα μερισθήτω ὁ μείζων δηλ: ὁ ε̄: ἐπὶ τὸν ἐλάττωτα γ̄: καὶ ἐπει παρέχεται πηλίκον ὁ β̄: παρονομασῆς ὡς τῷ διπλασίω δηλοῦν, ὅτι ὁ ιη̄: διπλασίος ἐστὶ τῷ ε̄: Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον ἐκκείδωσαν ἴτε οἱ κ̄: ὁ δ̄: ἰβ̄: καὶ ἐπει ὁ κ̄: τῷ δ̄: πενταπλασίος ἐστὶν, εἰλήφθω ὁ ε̄: Ἐπει δὲ ὁ ιβ̄: τῷ αὐτῷ δ̄: τριπλασίος ἐστὶ ληφθήτω ὁ γ̄: εἴτα μερισθήτω ὁ ε̄: ἐπὶ τῷ γ̄: καὶ ἐπει παρέχεται πηλίκον ἢ μονάς, μὴ δύο τρίτων, ἴσθι ὅτι ὁ κ̄: τῷ ιβ̄: ἐπιδύτρισός ἐστιν. Ἐχει γὰρ ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν ιβ̄: καὶ δύο τρίτα αὐτῷ μέρη.

Καὶ ταῦτα μὲν περὶ τῶν πολλαπλασίω. ἐπειδὴν δὲ τύχωσιν ὄντες οἱ λόγοι ἐπιμέριοι, ἐπει καὶ τῶν ἢ τάξεις τριχῶς ἐνδέχεται ποικίλῃσθαι, ὡς καὶ οἱ τῶν πολλαπλασίω, κείσθωσαν πρῶτον οἱ ὅροι εὐτάκτως, ὡς οἱ η̄: ε̄: δ̄: ὡς ὁ μὲν η̄: ἐπιτρίτος ἐστὶν τῷ ε̄: ἔτος δὲ τῷ δ̄: ἡμιόλιος, εἴτα εἰλήφθω ἀντὶ τῷ ἐπιτρίτῳ ὁ μ̄: ὁ γὰρ ε̄: πρὸς τὸν μ̄: ἐπιτρίτος ἐστὶν. Ἀντὶ δὲ τῷ ἡμιόλιῳ ὁ μ̄: ἡμιόλιος γὰρ ἐστὶν ὁ ε̄: τῷ μ̄: καὶ πολλαπλασιασθήτωσαν ἀλλήλοις καὶ ὁ γενόμενος ἐξ αὐτῶν φω: μερισθήτω ἐπὶ τῷ ε̄: καὶ ἐπει παρέχεται πηλίκον ὁ λ̄: ὁ δὲ λ̄: ἡμισύς ἐστὶ τῷ ε̄: δηλοῦν ὅτι καὶ ὁ δ̄: τῷ η̄: ἡμισύς ἐστὶ, ὁ δὲ η̄: τῷ δ̄: διπλασίω.

Εἰδὲ ὁ μείζων μείζων εἶν τῶν ἄκρων, ὡς ὁ η̄: τῷ ε̄: καὶ δ̄: ζητηθήτωσαν καὶ ταῦτα αἱ τῶν λόγων πηλικότιτες. Ἐπει δὲ τῷ μὲν ε̄: ἐπιτρίτος ἐστὶν ὁ η̄: τῷ δὲ δ̄: διπλασίω, εἰλήφθω ἀντὶ τῷ ἐπιτρίτῳ ὁ μ̄: ἀντὶ δὲ τῷ διπλασίω ὁ β̄: καὶ πολλαπλασιασθήτω ὁ μ̄: ἐπὶ τῷ β̄: καὶ ὁ γενόμενος γ: μερισθήτω ἐπὶ τῷ ε̄: ἐπει δὲ παρέχεται πηλίκον μονάς καὶ λ̄: τῷ ε̄: δηλ: ἡμισυ, ἴσθι ὅτι ὁ ε̄: ἔχει ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν δ̄: ἅπαξ, καὶ ἡμισυ αὐτῷ μέρος. Ἰσθι δὲ εἶπεν ἡμιόλιον τὸν ε̄: τῷ δ̄:.

Εἰδέγε ὁ μείζων ἐλάττων εἶν τῶν ἄκρων, ὡς περὶ ὁ δ̄: τῷ ε̄: καὶ η̄: ἐπει ὁ μὲν ε̄: ἡμιόλιος ἐστὶν τῷ δ̄: ὁ δὲ η̄: διπλασίω τῷ αὐτῷ δ̄: εἰλήφθω ἀντὶ τῷ ἡμιόλιῳ ὁ μ̄: ἀντὶ δὲ τῷ διπλασίω ὁ β̄: καὶ πολλαπλασιασθήτω ὁ μ̄: ἐπὶ τῷ β̄: ὁ δὲ γενόμενος π: μερισθήτω ἐπὶ τῷ ε̄: καὶ ἐπει παρέχεται πηλίκον μονάς, καὶ κ̄: τῷ ε̄: δηλ: ἐν τρίτον, φανερόν ὅτι ὁ η̄: περιέχει ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν ε̄: ἅπαξ καὶ ἐν αὐτῷ τρίτον μέρος. Ταῦτα δὲ εἶπεν εἶπεν ὅτι ὁ η̄: ἐπιτρίτος ἐστὶ τῷ ε̄. Ταῦτα αὐτὰ γενέσθω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων καὶ εὔρεθῆσθαι εὐχερῶς ὁ ἐκ δύο λόγων συκείμενος λόγος. Εἰκότως ἄρα ὁ Στοιχειωτῆς ἔφη, ὅτι λόγος ἐκ λόγων συκείσθαι λέγεται ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότιτες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθῆσαι ποίησι τινά. Καὶ ταῦτα μὲν περὶ τῶν ἰκανῶν ἐπὶ τῷ παρόντος, ἢν δὲ Θεὸς διδῶ ἀκριβέστερον ἐν ἄλλοις ἔρμασιν.





ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

Περὶ μὲν ἐν τῆς Διαίρεσεως τέτε καθ' αὐτὸ ποσῶ, καὶ τὰ πρὸς ἕτερον ἀναφερομένη, ἐτι δὲ καὶ περὶ τῆς τῶν Εἰδῶν ἑκατέρω Διαίρεσεως, Γενέσεώς τε καὶ Εὐρέσεως τῶν ὑφ' αὐτὰ διείληπται ἐν τοῖς πρότερον. Ἐπεὶ δὲ οἱ ἀριθμοὶ ὡς πολλακίς εἴρηται, ἢ αἰτὶ γραμμῶν, ἢ ἀντ' ἐπιπέδων, ἢ ἀντὶ σερειῶν ὑποτίθενται, ἀναγκαῖον ἐτι καὶ περὶ τῶν ὀλίγων διαλαβεῖν, καὶ ὡς οἴοντε σαφηνίσαι τίνες τῶν ἀριθμῶν ὡς γραμμαὶ λαμβάνονται, τίνες δὲ ὡς ἐπίπεδα, καὶ τίνες ὡς σερειά. Καὶ ἢ ἢ περὶ τῶν θεωρίων τῆς Γεωμετρίας οἰκειότερα, ἀλλὰ καὶ τῆς Ἀριθμητικῆς ἐκ ἀλλότριος, ἀτε οὐ ἀρχεγονωτέρα ἔσῃ, καὶ μητρὸς λόγον ἔχουσα πρὸς τὰς Μαθηματικὰς ἄλλας Ἐπιστήμας, ὡς εἴρηται, καὶ ταῦτα ἐν ἀριθμοῖς τῆς περὶ τῶν ζυγμένων γινόμενης θεωρίας, ἀλλὰ μὴ ἐν μεγέθεσι, ὡς ἐν τῆς Γεωμετρίας, καὶ ἔτω πληρωθῆσονται τὰ ἐν τοῖς πρότερον ἐλλειπῶς εἰρημένα. Τῶ καθ' αὐτὸ ἢ ποσῶ καὶ ἢ περὶ τῶν τοιούτων προσήκει θεωρία. τεταμίευται δὲ καὶ τὴν τῆς Νικομάχου τάξιν ἐταῦθα, διὰ τὸ ταύτης ὑψηλότερον, ἵνα καὶ ταῦτα ἢ Διδασκαλικὴν τηρηθῆ τάξιν. Ἐπεὶ δὲ ταῖς μὲν γραμμαῖς τὸ μήκος μόνον δίδεται, ταῖς δ' ἐπιφανείαις καὶ τὸ πλάτος, καὶ τοῖς σερειοῖς πρὸς τοῖς δυσὶ τύποις μήκει δηλ. καὶ πλάτει, δίδεται γε καὶ ὕψος, πολλακίς δὲ τότε μήκος, πλάτος, καὶ ὕψος λέγεται καὶ βάθος, ἵνα καὶ τῆς τῶν λέξεων ποικιλότητι τὰ γούματα συγχέωνται, σκεπτικῶν πρώτον, ὅπως ἑκάστη τῶν διαστάσεων τοῖς τοιούτοις σημαίνεται ῥήμασι.

Φύσει μὲν ἐν ἢ μείζων διάστασις μήκος λέγεται, ἢ δὲ μέση πλάτος, καὶ ἢ ἐλάττων πάχος. Ὅταν δὲ τὸ μήκος ἀπὸ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω θεωρῆται, λέγεται ὕψος, ὡς ἐπὶ τῆς Κίονος ἢ ἄλλου τοιούτου. Ὅτε δὲ ἀπὸ τῶν ἄνω ἐπὶ τὰ κάτω βάθος, ὡς ἐπὶ τῆς φρέατος καὶ τῶν ὁμοίων. ὁμοίως δὲ καὶ τὸ πλάτος ὡς ἐπὶ τῶν τοίχων διαφόρων προσαγορεύεται. Ἐὰν ἢ ὁ τοίχος Μεσημβρινός, εἴρ' εἰπῶν, εἴρ', μήκος μὲν τότε λέγεται τὸ ἀπὸ τῶν Βορείων μερῶν ἐπὶ τὰ Νότια ἐκτεταμένον διάστημα. Τῶτο ἢ δύραται ἐπὶ τὸ μέγιστον ἐκταθῆναι, πλάτος δὲ τὸ ἀπὸ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω, καὶ πάχος τὸ λοιπόν. Ἀλλ' εἰ μὲν τὸ πλάτος ἀπὸ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω θεωρηθῆ, ὕψος λέγεται. εἰ δὲ γε ἀπὸ τῶν ἄνω ἐπὶ τὰ κάτω, βάθος. Ὅτι δὲ καὶ τὸ πάχος διαφόρων ἐπιδέχεται τὰς προσηγορίας τῆς Δίσεως μεταβαλλομένης, δηλονὲν ἐκ τῶν εἰρημένων. Ταῦτα δὲ πάντα ἀναλόγως τοῖς μεγέθεσι καὶ ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν θεωρεῖται, ὡς ἐψόμεθα. Διάτοι τῶτο καὶ τῆς Ἀριθμητικῆς οἰκεία ἢ περὶ αὐτῶν κρίνεται σκέψις.

Ἰσέον δὲ πρώτον, ὅτι οἱ χαρακτῆρες, οἷς τὰς ἀριθμὰς σημειώμεθα, κατὰ συνθήκην σημαντικοὶ ποσότητός τινος γίνονται. Νόμῳ ἢ καὶ συνθήματι ἀνθρωπίνω, ὡς εἴρηται, τὸ μὲν ι': τὴν δεκάδα σημαίνει, τὸ δὲ κ': τὴν εἰκάδα, τὸ δὲ λ': τὴν τριακάδα, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. ἢ δὲ τῶν ἀριθμῶν καὶ φύσει σημείωσις καὶ ἀμέθοδος, ἐκθεσις ἢ εἴρ' τῶν ἐν ἑκάστῳ μονάδων. Οἷον τὰ μὲν ἐνός ὡς μίας μονάδος παραστατικῆς ἐμφαντικῆς ἐστὶν ἢ τοῦ ἐνός α', ἢ σιγῆς μίας (·) ἢ ἄλλου τινός ὁμοίου καταγραφῆ. Τὰ δὲ δύο τὰ δύο αα: δύο ἢ ἐν ἑαυτῷ περιέχει μονάδας ὁ δύο, τὰ δὲ τρία, τὰ τρία ααα καὶ τὰ τέσσαρα, τὰ τέσσαρα, αααα: καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Τῶτον ἢ τὸν τρόπον τῶν ἀριθμῶν σημειωμένων δύραται ἢ καὶ ἢ τῶν γραμμικῆ ἐπιπέδος τε καὶ σερειὰ σαφηνισθῆναι Σχηματογραφία.

Ἐτι ἰσέον ὅτι ἢ μονὰς σημείω τόπον ἐπέχει. Ὅσπερ καὶ τὸ σημεῖον σημείω προστιθέμενον ἐδέντι πλέον ποιεῖ. ἀδιάστατον ἢ ἀδιάστατον συντιθέμενον ἐ ποιεῖ διάστατον, ἔτω καὶ ἢ μίας ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιασθεῖσα, μονάδα αὐτῆς ποιεῖ. Ὅστε δηλον, ὅτι καὶ ἀδιάστατος ἢ μονὰς. ἢ δὲ δύος πρώτη ἐν ἀριθμοῖς διάστατον ἐμφαίνει, ὡσπερ καὶ ἢ γραμμὴ ἐν μεγέθεσι, εἴτα ἢ τριάς, εἴτα ἢ τετράς, εἴτα ἢ πεπτάς καὶ ἕξῃς ὁμοίως. Ὅσπερ γὰρ τὸ σημεῖον Ἀρχὴ γραμμῆς. Σημεῖω γὰρ ῥυθμῶς καὶ ἰχύος ἐναπολειπομένης, γραμμὴ ἀποτελεῖται, οὕτω καὶ ἢ μονὰς Ἀρχὴ παντός ἐστὶν ἀριθμοῦ. πλειόνων γὰρ ἐπ' εὐθείας κειμένων μονάδων, οἱ γραμμικοὶ συνίστανται ἀριθμοί. Ὅσπερ δὲ πάλιν ἢ μὲν γραμμὴ Ἀρχὴ ἐπιφανείας ἐστὶν, ἢ ἢ ἐπιφάνεια σώματος, ἔτω καὶ ὁ γραμμικὸς μὲν ἀριθμὸς Ἀρχὴ

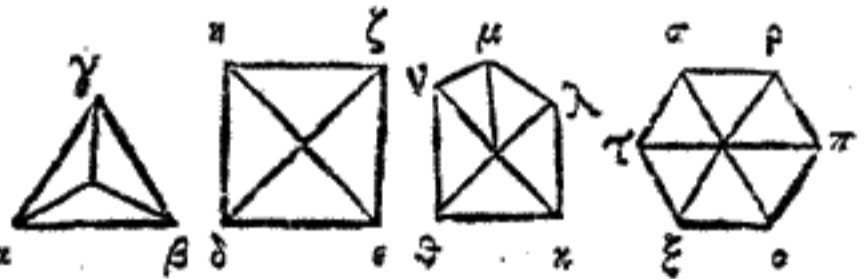
Ἀρχὴ ἐστὶ ἐπιπέδου ἀριθμῶ, ὁ δὲ ἐπίπεδος τῶ σφαιρῶ. Ὅθεν δεῖ καὶ ἀπὸ τῶν Γραμμικῶν ἀριθμῶν ἀρξασθαι τὸ λόγῳ.

Περὶ Γραμμικῶν ἀριθμῶν.

Γραμμικοὶ μὲν εἰ ἀριθμοὶ εἰσὶν ἀπλῶς πάντες οἱ ἀπὸ δυάδος ἀρχόμενοι, καὶ ἐφ' ἑνὶ καὶ τὸ αὐτὸ προχωροῦντες διάστημα, καὶ πρόσθεσιν μονάδος. Ἡ ἕτως Γραμμικοὶ ἀριθμοὶ εἰσὶν οἱ ἐκ μονάδων συνιστάμενοι ἐφεξῆς ἀπλήλως κεκλιμένον, καὶ εἰς μονάδας ἐλάττω διαλυόμενοι, αὐξήσιν τε καὶ μείωσιν ἐφ' ἑνὶ ἐπιπέδω διὰ διάστημα, καὶ πρόσθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν μονάδος. Οἷον εἴαν μονάδες δύο ἕτω γραφῶσι αα: συνίσταται ἐξ αὐτῶν ὁ δὲ ἀριθμὸς, εἴαν δὲ τρεῖς ααα: ὁ γ': εἴαν δὲ τέσσαρες αααα: ὁ δ': εἴαν δὲ πέντε ααααα: ὁ ε': καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. ὡσπερ δὲ ἐκ μονάδων ἐφεξῆς κεκλιμένων ἀπλήλως αἱ γραμμικοὶ συνίστανται ἀριθμοὶ, ἕτω καὶ εἰς μονάδας ὁμοίως κεκλιμένας ἐλάττω ἀναλύονται. Διὰ τὸ ἐξ ἑνὸς ἑκάστων σύγκειται εἰς ταῦτα καὶ διαλύσθαι. καλῶνται δὲ γραμμικοὶ διὰ τὸ μῆκος μότου παριστῆναι, καὶ ἀναλογεῖν δι' αὐτὸ τῶν ταῖς γραμμαῖς. Ὅθεν καὶ ἀπὸ τῶ β': λέγονται ἀρξασθαι. ὁ γὰρ δύο, ὡς εἴρηται, πρῶτος ἐν ἀριθμοῖς διάστημα ἐμφαίνει. ἡ γὰρ μονὰς ἀδιάστατος. ὅτι δὲ καὶ καὶ πρόσθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν μονάδος αὐξοῦνται καὶ μειῶνται, δῆλον. Εἴαν γὰρ ταῖς τρισὶ φεῖ εἰπείν μοῖσιν κτγ: συνιστάταις μονὰς ἐπι πρόσθεσιν, συνίσταται ὁ δ': μείζων τῶ γ': εἴαν δὲ τῶν τεσσάρων συνιστάταις τῶν δ': ἀφαίρεσιν μονὰς, ἐγκαταλείπεται ὁ γ': ἐλάττων τῶ δ': ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Ἀλλ' ἡ μὲν πρόσθεσιν πρόεισιν ἐπ' ἀπειρον, ἡ δὲ μείωσις μέχρι μονάδος. Ἡ μονὰς γὰρ ἀμειώτως, ὅτι καὶ ἀδιάστατος.

Περὶ Ἐπιπέδων ἀριθμῶν.

Ἐπιπέδοι δὲ ἀριθμοὶ εἰσὶν οἱ ἀπὸ τριάδος ἀρχόμενοι, ὡς ἀρχικωτάτης ρίζης, καὶ διὰ τῶν ἐξῆς εὐτάκτως προϊόντες τὴν ἐπιπέδω ἑκάστων καὶ τὸν αὐτὸ ἀποδεχόμενος σχηματισμὸν. Ὅσοι μὲν γὰρ τριγωνικῶς δύναιντ' ἀν' σχηματίζεσθαι, τρίγωνοι εἰσὶ τε καὶ λέγονται. ὅσοι δὲ τετραγωνικῶς, τετράγωνοι. ὅσοι δὲ πενταγωνικῶς, πεντάγωνοι. καὶ ἐφεξῆς ἀναλόγως, ὡς ἐκ τῆς αὐτῶν Σχηματογραφίας εἰσόμεθα. Λέγονται δὲ ἐπίπεδοι, διὰ τὸ δύο ἐμφαίνειν διαστάσεις μῆκος δηλ: καὶ πλάτος ἀναλόγως τοῖς ἐπιπέδοις σχήματι. Ἀπὸ τριάδος δὲ ὡς ἀρχικωτάτης ἀρξασθαι εἴρηται ρίζης. ὅτι ὡσπερ ἐπὶ τῶν ἐπιπέδων σχημάτων ἀρχικωτάτων ἐστὶ καὶ στοιχειωδέστατον τὸ τρίγωνον, διὰ τὸ ἑκάστων τῶν ἄλλων σχημάτων εἰς τρίγωνα διαλύεσθαι ταῖς οὐτῶ πλευραῖς ἰσάριθμα, εἴαν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὰς γωνίας τῶ αὐτῶ εὐθείαι ἀχθῶσιν, αὐτὸ δὲ τὸ τρίγωνον εἰς αὐτὸ, ὡς ὅρας ἐπὶ τῶν ἐπ' ὄψιν αβγδ' εζ' η': καὶ λοιπῶν κεκλιμένων σχημάτων, ἕτω καὶ τοῖς ἐπιπέδοις ἀριθμοῖς τὰ αὐτὰ συμβαίνει, ὡς προῖων ὁ λόγος δηλώσει. Ὅθεν καὶ οἱ τρίγωνοι ἀριθμοὶ εἰς ἔρευναν τῶν ἄλλων προκείσθωσιν.



Περὶ Τριγώνων ἀριθμῶν, τίνες εἰσὶ, καὶ τίς ἐν αὐτοῖς πρῶτος.

Τριγωνικὸς τῶν ἀριθμῶν εἰσὶν ὁ διὰ τῶν ἐν αὐτῶ μονάδων εἰς τρίγωνον σχηματογραφούμενος ἰσοπλευροῦ, ὡς ὁ γ': 5': 7': 9': καὶ οἱ ἐφεξῆς ἐπ' ἀπειρον. Πρῶτος δὲ πάντων καὶ στοιχειωδέστατος ἐνεργεία μὲν ὁ γ': δύναμις δὲ ἡ μονὰς. ἡ γὰρ μονὰς δύναμις ἐστὶ πάντα τὰ σχήματα, ἐνεργεία δὲ ἕδεν. Αἱ δὲ πλευραὶ αὐτῶν, καὶ τῶν τῶν ἀριθμῶν αὐξοῦνται συνέχεια. τῶ γὰρ δύναμις πρῶτου τριγώνου ἀριθμοῦ, δηλ: τῶ ἐκ μονάδος ἡ πλευρὰ μονὰς ἐστὶ, τῶ δὲ ἐνεργεία ὡς ἐστὶν ὁ γ': δυάς, τοῦ δὲ δευτέρου τριάς, τῶ δὲ τρίτου τετράς, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως.

α	α:
α	
α α	γ:
α	
α α	
α α α	5:
α	
α α	
α α α	
α α α α	7:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	9:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	11:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	13:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	15:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	17:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	19:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	21:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	23:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	25:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	27:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	29:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	31:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	33:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	35:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	37:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	39:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	41:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	43:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	45:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	47:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	49:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	51:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	53:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	55:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	57:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	59:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	61:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	63:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	65:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	67:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	69:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	71:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	73:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	75:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	77:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	79:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	81:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	83:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	85:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	87:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	89:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	91:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	93:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	95:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	97:
α	
α α	
α α α	
α α α α	
α α α α α	99:

Γεννῶνται δὲ οἱ Τριγωνικοὶ ἀριθμοὶ τῶν Φυσικῶν ἀριθμῶν σιχηδὸν ἐκτεθέντων, καὶ ἐφεξῆς κατ' ἕνα συντιθεμένων τε καὶ ἐπισωρευομένων, ἀπὸ μονάδος τῆς συνθέσεως αὐτῶν ταύτης καὶ ἐπισωρεύσεως ἀρχομένης. Οἷον ἐκκείσθωσιν οἱ α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω, καὶ λοιποὶ ἐφ' ὅσον βέλει. Εἴτα λαβὼν τὸν αὐτῶ πρῶτον τριγώνου ἀριθμὸν δηλ: τῶ α: πρόσθεσιν τῶ β': καὶ γινέσθεται σαι ὁ γ': πρῶτος ἐνεργεία τριγώνου ἀριθμῶ. Τῶτον δὲ πρόσθεσιν τῶ ἐφεξῆς ἀριθμοῦ

ΕΓ. ΛΕΤΣ Κ.Τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

διη: τῷ γ: κ' γενήσεται ὁ ε': δεύτερος ἐνεργεία τριγωνικός κ' αὐτὸς σχηματιζόμενος. τῷ δὲ ε': ἐπισώρευσον τὸν δ': κ' ἔσαι σοι ὁ ι': τρίτος. τῷ δὲ ι': ἐπισώρευσον τὸν ε': κ' γενήσεται ὁ ιβ': τέταρτος. τῷ δὲ ιβ': πρόσδεσ τὸν ε': κ' συσθεθήσεται ὁ κβ': πέμπτος. Ἐκ τούτου δὲ κ' τὰ ζ': συντιθεμένη ἀλλήλοις γενήσεται ὁ κη': ἕκτος. Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον κ' οἱ λοιποὶ πάντες ὅσοι τριγωνικῶς τας ἐν αὐτοῖς σχηματίζονται μενάδας συσθεθήσονται. ὥστε κ' τὰς πλευρὰς ἑκάστη ἴσας εἶναι, κ' ἐκ τούτων μονάδων, ὑπόσοι ἀριθμοὶ συνετέθησαν εἰς τὴν αὐτὰ γενέσιν. Ἐπεὶ γὰρ πρὸς τὸ γενέσθαι τὸν γ: συνετέθη ἡ μονὰς τῷ β: διὰ τούτο κ' ἑκάστη τῶ γ: πλευρὰ ἐκ δύο σύγκεται μονάδων. Ἐπεὶ δὲ ἵνα γενήται ὁ ε': συνετέθησαν ἀριθμοὶ τρεῖς ἀλλήλοις, ἡ μονὰς ὁ β: κ' ὁ γ: τῆτι χάριν κ' ἑκάστη τῶν αὐτῶ πλευρῶν ἐκ τριῶν συνίσταται μονάδων, ομοίως κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων.

κ
α κ
α α α
α α α α
α α α α α
α α α α α κη:
α
α α
α α α
α α α α
α α α α α
α α α α α κη:

Περὶ Τετραγώνων ἀριθμῶν.

Τετράγωνος δὲ ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ εἰς τετραγώνου ἰσοπλευροῦ σχῆμα διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μεταμορφούμενος μονάδων, τεσσαράς κ' τὰς πλευρὰς κ' τὰς γωνίας ἐμφαίνων, ὡς ὁ δ', ε', ιε', κη', λς', μς', ςδ', πα', ρ', κ' οἱ παραπλήσιοι. δυνάμει δὲ πρώτιστός ἐστι κ' ἄν τῆτις ἡ μονὰς, δι' ἣν ἐρρηται αἰτίας, ἐνεργεία δὲ ὁ δ': συμβέβηκε δὲ κ' αὐτοῖς τὴν τῶν πλευρῶν αἰξίαν, κ' τὴν φυσικὴν τῶν ἀριθμῶν γενέσιν. Πρόσοδοι, ὡσπερ κ' οἱ τριγωνοί. τῶ γὰρ δυνάμει πρώτῃ ὄντι: τῆς μονάδος ἡ πλευρὰ μονὰς ἐστὶ, τῶ δὲ ἐνεργεία πρώτη, ὅς ἐστιν ὁ δ': δυάς, τῶ δὲ μετ' αὐτῆ ὄντι: τῶ ε': τριάς, τῶ δὲ τρίτῃ ἐνεργεία ὄντι: τῶ ιε': τετράς κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐφεξῆς ἀναλόγως.

Περὶ Γενέσεως τῶν Τετραγώνων ἀριθμῶν.

Γεννῶνται δὲ κ' οἱ τετράγωνοι ἀριθμοὶ, κ' τὸν Νικόμαχον μὲν ἐκ τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν σιχηδόν ἐκτεθέντων, κ' τῆ μονάδι ἐπισωρευομένων, κ' μέντοι τῶν ἐφεξῆς πάντων ἀλλὰ τῶν παρ' ἑνα τετέσι τῶν περιττῶν. Ὅσον ἐκκείδωσαν οἱ α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, ια, ιβ, ιγ, ιδ, ιε, ις, ιζ, ιη, ιδ, κ: κ' οἱ λοιποὶ ἐφεξῆς εὐτάκτως ἐφ' ὅσοι σοι βυβλητόν. Εἶτα λαβὼν τὴν μονάδα ὡς πρώτον δυνάμει, κ' παραλιπῶν τὸν ἐφεξῆς ὄντι: τὸν β: πρόσδεσ αὐτῆ τὸν γ: κ' ὁ γινόμενος δ: πρώτος ἐστὶ ἐνεργεία τετραγώνος. τῷ δὲ παραλιπῶν τὸν δ: πρόσδεσ τὸν ε: κ' γενήσεται πάντως ὁ ε: ὡς ὄντιον τῶ κ' μικρὸν ἐπιθήσαντι, κ' ἕτος ἐστὶν δεύτερος τῶν ἐνεργεία τετραγώνων ἰσοπλευροῦ σχηματιζόντων διὰ τῶν ἐν αὐτοῖς μονάδων. Παρασθεματῶν δὲ κ' τὸν ε: ἐπισώρευσον τῷ ε: τὸν ζ: κ' συσθεθήσεται σοι ὁ ιε: τρίτος τῶν ἐνεργεία τετραγώνων. ἐὰν δὲ τῷ ε: πρόσδεσ, τὸν ε: παραλιπῶν τὸν η: γενήσεται ὁ κη: τέταρτος ὡν τετράγωνος ἐνεργεία. ἕτως δὲ κ' τῆς λοιπῆς εὐρήσεις, εὐτάκτως ποίων τὴν ἐπιθήσειν τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν σιχηδόν ἐκτεθέντων κ' τὸν Νικόμαχον. Κατὰ δὲ τὸν τῆτι Ἑρμηνευτὴν Πρόκλον διττὴν ἔχομεν τῆς τῶν τετραγώνων ἀριθμῶν γενέσεως μέθοδον, ὡν ἡ μία Διεύλος ὀνομάζεται, ἐστὶ δὲ τοιαύτη.

α
α α
α α
α α α
α α α
α α α α
α α α α
α α α α
α α α α α
α α α α α
α α α α α
α α α α α

Ἐκθε τῆς ἀπὸ μονάδος φυσικῶς προϊόντας ἀριθμῆς σιχηδόν. Εἶτα ἀρχόμενος ἀπὸ τῆς μονάδος συντιθεὶ τὰς ἐφεξῆς ἀριθμῆς ἀλλήλοις ὅσας βυβληὶ μηδενός τῶν ἐν μέσῳ παραλειπομένων, κ' εἰς ὃν λήξει ἀριθμὸν ἐκείνος ἐστὶ σοι πλευρὰ τῶ γενήσομενον τετραγώνου, κ' εἰς τὴν σὺδεσ. πρόσδεσ τῶ γινόμενον πάντως τῆς προτέρας πλὴν τῶ ἑκάτε, κ' ὅ ἐν τῆς προθέσεως ἐστὶ τετράγωνος. Ὅσον ἀρχόμενος ἀπὸ τῆς μονάδος σὺναφον ταύτῃ τῷ β: κ' γενήσεται ὁ γ: τῷ ε: πρόσδεσ αὐτῆ τὴν μονάδα μόνον, κ' γενήσεται ὁ δ: κ' ἕτος ἐστὶν πρώτος ἐνεργεία τετραγώνου, κ' πλευρὰ ὁ β: ὅτι εἰς αὐτὸν κατέληξας συντιθεῖς. Ἀὐτῆς λαβὼν τὴν μονάδα, τὸν β: κ' γ: πρόσδεσ, ἐξ αὐτῶν συντιθεμένων τὸν ε: τῷ ε: πρόσδεσ τὸν β: κ' τὴν μονάδα, κ' γενήσεται ὁ ε: δεύτερος τετραγώνος ἀριθμὸς πλευρὰν ἔχων τὸν τρία, εἰς ὃν κατέληξας τῆς συνθέσεως. Τῷ δὲ αὐτῷ ποίων κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων εὐρήσεις κ' τῆς λοιπῆς τετραγώνων ἀριθμῆς μὲν τῶν πλευρῶν αὐτῶν ἀφ' ὧν συνίστανται.

Κατὰ δὲ τὴν δευτέραν Μέθοδον συντιθεὶ τὰς ἀριθμῆς ὡς πρότερον μηδενός παραλειπομένους, τὸν δὲ ἐξ αὐτῶν διπλασιάζων πρόσδεσ τῶ γινόμενον τὸν ἐφεξῆς, κ' ὅ ἐν τῆς προθέσεως τετραγώνου ἐστὶ, ἔχων πλευρὰν τὸν προκληφθέντα. Ὅσον ἀρχόμενος ἀπὸ τῆς μονάδος διπλασιάζων ταύτην κ' γενήσεται ὁ β: τῷ ε: πρόσδεσ τὸν ἐφεξῆς ὄντι: τὸν β: κ' ὁ γινόμενος ε: τετράγωνος ἐστὶ ἔχων πλευρὰν τὸν προκληφθέντα β. Ἀὐτῆς σὺδεσ τῆ μονάδι τὸν β: κ' τὸν γινόμενον γ: διπλασιάζων, κ' ἐξῆς τὸν ε: τῷ ε: πρόσδεσ τὸν ἐφεξῆς τῶν συντιθεμένων, ὅς ἐστιν ὁ γ: κ' γενήσεται ὁ ε: τετράγωνος.

Ε.Ι. ΠΑΡΗΣ
ΙΩΑΝΝΗΝΑ 2006

τράγωνος ἔχων πλευρὰν τὸν προσληφθέντα γ: κατὰ τὸτο δὲ πάλιν συντιθεῖς τὴν μονάδα κὶ β: κὶ γ: ἐπεὶ γίνεται ὁ ε: διπλασιάσων αὐτὸν, κὶ ἔξεις τὸν ιβ: τήτω δὲ πρόσθετες τὸν ἐφεξῆς τῷ συντιθέτω, τατίσι τὸν δ: κὶ γενήσεται ὁ ις: τετράγωνος, ἢ πλευρὰ ὁ δ: προσληφθείς, ὁμοίως κὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Περὶ Πενταγώνων ἀριθμῶν.

Πεντάγωνος δὲ ἀριθμὸς ἐστίν, ὁ διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων εἰς πενταγωνικὸν σχῆμα ἐπιπέδως χηματογραφούμενος ἰσόπλευρόν τε κὶ ἰσογώνιον, ὡς οἱ ε, ιβ, κβ, λε, να, ο: καὶ οἱ παραπλήσιοι. Πρῶτος δὲ πάντων καὶ τοῖς τοιούτοις, δυνάμει μὲν ἡ μονάς, ἐνεργεία δὲ ὁ ε: μετ' οὗ ὁ ιβ: εἶτα ὁ κβ: κὶ οἱ λοιποὶ ἐφεξῆς. κὶ τὸ μὲν πρῶτον ἐνεργεία δηλ: τὸ ε: πλευρὰ ἢ δυάς, τὸ δευτέρω δὲ ἦτοι τὸ ιβ: τριάς, τὸ δὲ τρίτον τατίσι τὸ κβ: τετράς. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως, κατὰ τὴν φυσικὴν τῶν ἀριθμῶν Πρόσθετον, ἐξ ὧν γὰρ ἕκαστος τῶν φυσικῶς κειμένων σύγκειται ἐκ τοσούτων μονάδων κὶ τὰς αὐτὰς πλευρὰς συγκειμένης ἔχει. Οἷον ἐπεὶ ὁ ε: σύγκειται ἐκ τε τῆς μονάδος κὶ τοῦ δ: ὡς εφόμεθα. Δι' αὐτὸ τὸτο ἔχει κὶ τὰς αὐτὰς πλευρὰς ἐκ δύο συγκειμένης μονάδων, ὁ δὲ ιβ: ἐκ τριῶν, ὅτι κὶ αὐτὸς ἐκ τριῶν σύγκειται ἀριθμῶν τῆς μονάδος τὸ δ: κὶ ζ: ὁμοίως κὶ οἱ λοιποὶ κατὰ τὸ ἀνάλογον.

Περὶ Γενέσεως τῶν Πενταγώνων ἀριθμῶν.

Γεννῶνται δὲ κὶ ἕτοι ἐὰν οἱ ἀπὸ μονάδος τριάδι τῶν πρὸ αὐτῶν ὑπερέχοντες, δυάδι δὲ διαλείποντες ἀλλήλοις ἐπισωρευθῶσιν. Οἷον ἐκ τε τῆς ἀπὸ μονάδος φυσικῆς ἀριθμῆς, α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, ια, ιβ, ιγ, ιδ, ιε, ις, ιζ, ιη, ιθ, κ: κὶ λοιπὸς ἐφ' ὅσον βύθει, κὶ ἐπεὶ τῆς μονάδος τριάδι ὑπερέχει ὁ δ, δύο δὲ διαλείπει τὸν β: κὶ γ: ἐπισώρευσον αὐτὸν τῇ μονάδι, κὶ ἔξεις τὸν πρῶτον ἐνεργεία πεντάγωνον, δηλ: τὸν ε: ἐπεὶ δὲ πάλιν τὸ δ: ὁ ζ: τριάδι ὑπερέχει, δύο δὲ διαλείπει τὸν ε: κὶ σ: ἐπισώρευσον αὐτὸν τε κὶ τὸν δ: τῇ μονάδι, κὶ γενήσεται ὁ δευτέρω τῶν πεντάγωνων δηλ: ὁ ιβ: εἶτα λαβὼν τὸν ι: τριάδι ὑπερέχοντα τὸ ζ: δύο δὲ διαλείποντα τὸν η: κὶ θ: ἐπισώρευσον αὐτὸν τῇ μονάδι ιθ τὸ ζ: κὶ δ: καὶ ὁ γεόμενος κβ: τρίτος ἔσται τῶν πενταγώνων. τῇ αὐτῇ Μεθόδῳ χρῶν κὶ ἐπὶ τῆς τῶν λοιπῶν Γενέσεως, κὶ ἐκ ἂν ἀμάρτοις.

α
α
ε α
α α
α
α α
α α α
α α α
α α α
α
α α
α α α
α α α α
α α α α

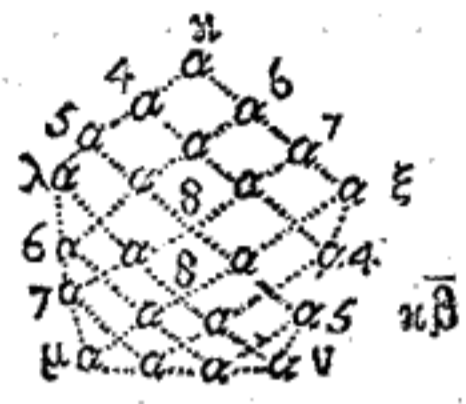
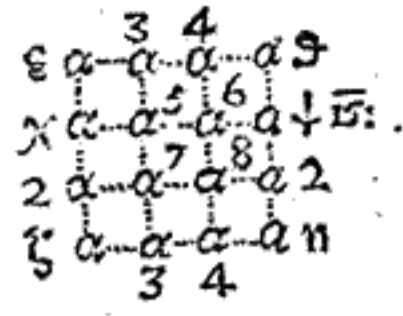
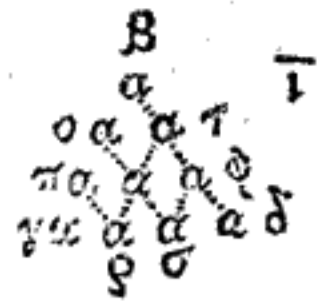
Πόρισμα.

Ἐκ τῶτων δυνάμεθι διαγνῶναι κὶ τίνας ἐξάγωνοι, κὶ ἐπτάγωνοι, κὶ ὀκτάγωνοι, κὶ λοιποὶ, κὶ ὅπως οἱ ἐκάστη εἶδος γεννῶνται ἀριθμοί. Ὡσπερ ἦν οἱ τρίγωνοι διὰ τῆς ἐπισωρεύσεως τῶν μονάδι ὑπερέχοντων φυσικῶν ἀπετελήντο ἀριθμῶν, ὡς ἔγνωμεν, μηδένα δὲ διαλείπόντων, οἱ δὲ τετράγωνοι ἐκ τῶν δυάδι μὲν ὑπερέχοντων, ἕνα δὲ διαλείπόντων. οἱ δὲ πεντάγωνοι ἐκ τῶν τριάδι μὲν ὑπερέχοντων, δύο δὲ διαλείπόντων, ἕτω καὶ οἱ μὲν ἐξάγωνοι συνίστανται ἐκ τῶν τετράδι μὲν ὑπερέχοντων, τρεῖς δὲ διαλείπόντων, οἱ δὲ ἐπτάγωνοι ἐκ τῶν πεντάδι μὲν ὑπερέχοντων τέσσαρας δὲ παραλείπόντων, κὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. ἐν πᾶσι δὲ ἡ μονάς πρῶτος κατὰ τὸ εἶδος δυνάμει. ἐνεργεία δὲ τῶν μὲν ἐξαγώνων α. ἐστίν ὁ ε: δευτέρω δὲ ὁ ιε: τρίτος ὁ κη: τέταρτος ὁ μη: κὶ οἱ λοιποὶ εὐτάκτως. τῶν δὲ ἐπτάγωνων πρῶτος μὲν ἐνεργεία ὁ ζ: δευτέρω δὲ ὁ ιη: τρίτος ὁ λδ: τέταρτος ὁ ιε: πέμπτος ὁ πα: κὶ οἱ λοιποὶ ἐφεξῆς.

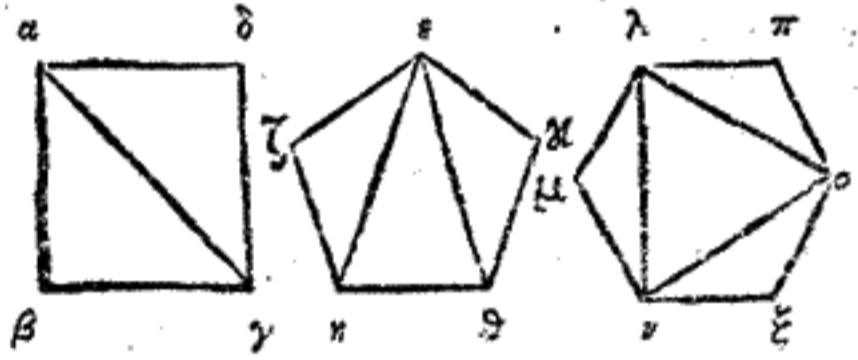
Δυνάμεθα δὲ τὴν ἐκάστη εἶδος Σχηματογραφίαν ἀκριβῆ ποιῆσαι, ἐὰν πρότερον λευκαῖς γραμμαῖς τὸ ζητούμενον σχεδιάσωμεν σχῆμα, εἶτα διαίρηται τὰς τῶτων πλευρὰς εἰς τοσαῦτα μέρη, ὅσα καὶ αἱ μονάδες ἐξ ὧν συνίστανται αἱ τοῦ σχηματιζομένου ἀριθμοῦ πλευραὶ μιᾶς περιωραμένης, ἀφ' ἑκάστης τομῆς λευκὰς ἔξωμεν γραμμὰς παραλλήλας ταῖς τὸ σχῆμα περιεχούσαις πλευραῖς. Τῶτων δὲ γεόμενον ἐὰν ἀφ' ἑκάστης καινῆς τομῆς τῶν αὐτῶν ἀριθμῶν μονάδα γράψωμεν, ἔξωμεν τὸν προκειμένου ἀριθμὸν ἀκριβῶς σχηματογεγραμμένον. Οἷον ἕτω σχηματογραφῆται ἐκ μὲν τῶν τριγώνων ἀριθμῶν τὸν ι: ἐκ δὲ τῶν τετραγώνων τὸν ις: ἐκ δὲ τῶν πενταγώνων τὸν κβ: σχεδιάσθησαν δὲ τρία φυσικὰ σχῆματα ἐπὶ τῆς τοχέτης πλευρᾶς τὸ β γ δ: ἰσόπλευρον τρίγωνον, τὸ ε ζ η θ: τετράγωνον, κὶ τὸ κ λ μ ν ζ: ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον πεντάγωνον. Ἐπεὶ δὲ τὸ μὲν ι: τριγώνου ἀριθμοῦ αἱ πλευραὶ σύγκειται ἐκ μονάδων τεσσάρων, διαίρηται ἑκάστη πλευρὰ τὸ β γ δ: τριγώνου εἰς μέρη τρία, ἢ μὲν β γ: κβ τὰ ἄπ': σημεῖα, ἢ δὲ γ δ: κβ τὰ β σ': κὶ ἢ β δ: κβ τὰ β φ: κὶ ἐπιεξέχθησαν αἱ σ', ὀ σ', σ θ', ῥ τ'. Εἶτα ἐφ' ἑκάστη σημεῖο τῶν καινῶν τομῶν γραφήτω τὸ α: κὶ ἀκριβῶς οὗ σχηματογραφῆσεται ὁ προβλεφθείς ἢ ἀριθμὸς εἰς τριγωνισμόν. Ἐπεὶ δὲ τὰς ις: τετραγώνου

Ε.Υ.Δ.Π.Σ.Κ. 1911
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

τραγώναι αι πλευραι συνίστανται εκ τετάρων μονάδων, διαμεριζόμεναι ἐκάστη πλευρά του εζ' ή θ': σχήματος εις τρία, και ἐπιζεύχθωσαν αι χψ: 22: 33: 44: τεμνόμεναι ἀλλήλους κς τὰ 5, 6, 7, 8: εἴτα ἐφ' ἐκάστη σημείου των κοινῶν τομῶν γραφήτω ὁμοίως α: ἢ ἄλλοι ἀπὲρ μονάδος κ' εἴται τὸ ζητήμενον. Ἐπειδὴ δὲ κ' τὸ κβ: πενταγώναι αι πλευραι εκ τετάρων συγκείνται μονάδων, διαμεριζόμεναι ὁμοίως ἐκάστη πλευρά κ' τὸ κλμνξ: εις τρία και ἐπιζεύχθωσαν αι 44: 55: λν: 66: 77: μξ: εἴτα γραφήτω α: ἐφ' ἐκάστη των κοινῶν τομῶν των συστοιχῶν των πλευρῶν τομαίς, κ' ἐξεῖς εις πενταγωνισμὸν τὸν προκείμενον ἀριθμὸν ἐχηματισμένον ἀκριβῶς ὡς ὄρας. Ἐπὶ δὲ των 88: κοινῶν τομῶν των παραλλήλων γραμμῶν κινῶν τάττε, ὅτι καὶ συστοιχῶσιν αὐται ἑδωμίας πλευρας ἔχουσα κατὰ τὸ μέτρον τομῆ. Τῆτον τὸν τρόπον χηματογράψαις κ' τὰς λοιπὰς ἀριθμοὺς ἐκάστον κατὰ τὸ ἀναλογίαν αὐτῶ πολυγῶνον χῆμα.



Και ταῦτα μὲν ἰκανὰ περί τῆς τῶν ἀριθμῶν ἐπιπέδου Σχηματογραφίας. Ὅτι δὲ ἀναλόγως ἔχουσι τοῖς γραμμικοῖς χῆμασι δῆλον. Ἐκείνων γὰρ ἕκαστον εκ τριγῶνων, ὡς εἴρηται, συγκείνται, και εις τρίγωνα διαλύεται, τὸ μὲν γὰρ τετράγωνον εις δύο διαμεριζομενα τρίγωνα, ὡς τὸ αβγδ: διαγωνίως τῆς γραμμῆς ἐπιζευγυμένης. τὸ δὲ πεντάγωνον εις τρία, ὡς τὸ εζ' ή θ' κ': τὸ δὲ ἑξαγώνον εις τέσσαρα, ὡς τὸ λμνξοπ: κ' των ἄλλων ἕκαστον ἀναλόγως. τῆτον δὲ ἐπισήσας κ' ἐπὶ των ἀριθμῶν εὐρήσεις. Ἐπειδὴ γὰρ τρίγωνοι μὲν ἀριθμοὶ εἰσιν οἱ α, γ, 5, 7, 9, κα, κη, κ' οἱ ὁμοιοι, τετράγωνοι δὲ οἱ α, δ, 5, 15, κβ, λς, μξ: κ' οἱ λοιποὶ. πεντάγωνοι δὲ οἱ α, ε, ιβ, κβ, λε, να, κ' οἱ παραπλήσιοι, ἑξαγῶνοι δὲ ἄλλοι τινές, κ' ἐπτάγωνοι ἄλλοι, και ἄλλοι ὀκτάγωνοι, εἴαν εκ τριγῶνων ἐφεξῆς κειμένων, δύο συνεχεῖς, οὗς ἂν βάλει, λάβης, ποιήσεις τετράγωνον: ἢ γὰρ μονὰς συν τῶ γ: τὸν δ: ποιῶντα τετράγωνον. ὁ δὲ γ: κ' 5: τὸν θ: ὁ δὲ 5: κ' 7: τὸν 15: τετραγῶνας κ' αὐτὸς ὄντας. Αὐθις εἴαν ὁ πρῶτος δοῦναι τριγῶνος, ἦτοι ἡ μονὰς συναφθῆ τῶ πρῶτῳ ἐνεργείᾳ τετραγῶνω δηλ: εφ' ε: ποιῶντα πᾶντως τὸν πρῶτον ἐνεργείᾳ πεντάγωνον. α: γὰρ κ' δ: ε: ποιῶν. ὁ δὲ πρῶτος των τριγῶνων ἐνεργείᾳ, και δευτερος των τετραγῶνων ποιῶσι τὸν δευτερον πεντάγωνον. εκ γὰρ τῶ γ: κ' 5: γίνεται ὁ ιβ: εκ δὲ τῶ 5: και 15: ὁ κβ: κ' ἐφεξῆς οἱ λοιποὶ. Ὡσπερ δὲ μξ των τετραγῶνων οἱ τρίγωνοι γεννῶσι τὰς πενταγῶνας, ε: τῶ κ' μξ των πενταγῶνων οἱ αὐτοὶ γεννῶσι τὰς ἑξαγῶνας, μξ δὲ των ἑξαγῶνων τὰς ἐπτάγωνας, κ' μξ τῶτων τὰς ἐφεξῆς, κ' τῆτον ἐκ ἀπειρον. Ἐπειδὴ δὲ εκ τριγῶνων ἕκαστον εἶδος των ἐπιπέδων ἀριθμῶν συγκείνται κ' εις τρίγωνον διαλύεται, ὁ τρίγωνος ἀρα ἀριθμὸς πρῶτιστός εστιν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἀριθμοῖς, ὡσπερ κ' τὸ τρίγωνον ἐν τοῖς ἐπιπέδοις των χημάτων.



Εἰς βραυτέραν δὲ των εἰρημέτων κατάληψιν, κ' μνήμης διαμορῆν, ἐκκείσθωσαν οἱ των πολυγῶνων ἀριθμῶν εἰχοι παραλλήλως ἐπὶ διαγράμματος ἐκάστου των ἀριθμῶν τούτων συστοιχούτων ἐκάστω κ' εἴψαι τὰς πολυγωνοτέρους συνίσασθαι εκ των συστοιχούτων αὐτοῖς, ὑπερκειμένων κ' των τριγῶνων. Ὅσον ἀρχάμιος ἀπὸ των τετραγῶνων εὐρήσεις πάντως τὸν πρῶτον ἐνεργείᾳ τετραγῶνον δ: γινόμενον εκ τῶ συστοιχῆτος αὐτῶ πρῶτε ἐνεργείᾳ τριγῶνου τῆ γ: και τῆς μονάδος. τὸν δὲ δευτερον θ: εκ τῶ δευτερε ἐνεργείᾳ τριγῶνου τῶ 5: κ' γ: τὸν δὲ τρίτον τετράγωνον ιβ: εκ τῶ τρίτε των τριγῶνων, τῶ 7: κ' τῶ προηγουμένη 5: ὁμοίως και ἐπὶ των ἄλλων. ἰσχυρισμὸς δὲ ἐπὶ τῶτων

τρίγωνοι	α	γ	5	7	15	κα	κη	λς	με	τε
τετράγωνοι	α	δ	θ	15	κε	λς	μξ	ξδ	πα	ρι
πεντάγωνοι	α	ε	ιβ	κβ	λε	ια	ο	υβ	ριζ	ρμε.
ἑξαγῶνοι	α	ς	18	κκ	μξ	ξς	υε	ρκ	ρνγ	ρμ.
ἐπτάγωνοι	α	ζ	21	λδ	κκ	πα	ριβ	ρμκ	ρπθ	σλε:

τῶτων ἀριθμῶν. Ὅσον ἀρχάμιος ἀπὸ των τετραγῶνων εὐρήσεις πάντως τὸν πρῶτον ἐνεργείᾳ τετραγῶνον δ: γινόμενον εκ τῶ συστοιχῆτος αὐτῶ πρῶτε ἐνεργείᾳ τριγῶνου τῆ γ: και τῆς μονάδος. τὸν δὲ δευτερον θ: εκ τῶ δευτερε ἐνεργείᾳ τριγῶνου τῶ 5: κ' γ: τὸν δὲ τρίτον τετράγωνον ιβ: εκ τῶ τρίτε των τριγῶνων, τῶ 7: κ' τῶ προηγουμένη 5: ὁμοίως και ἐπὶ των ἄλλων. ἰσχυρισμὸς δὲ ἐπὶ τῶτων

τὲς πεντάγωνες εὐρύσεις ὁμοίως τὸν πρῶτον μὲν ἐπιπέδου πεντάγωνου εἶ: γίνεσθαι ἐκ τῆ πρώτου ἐπιπέδου τετραγώνου καὶ τῆς μοσάδος, τὸν δὲ δευτέρου 15: ἐκ τῆ δευτέρου τετραγώνου 5: καὶ τοῦ πρώτου ἐπιπέδου τριγώνου τῆ γ: τὸν δὲ τρίτον πεντάγωνον, τὸν κβ: ἐκ τῆ τρίτου τῶν τετραγώνων δηλ: τῆ 15: καὶ τῆ δευτέρου τῶν τριγώνων τῆ 5: καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἰσάτως. Τῆτο δ' αὐτὸ εὐρύσεις πᾶντας τῆς τε ἑξαγώνου, ἑπταγώνου καὶ λοιπῆς. Ὡς τε δηλον πάντα τῆς ἀριθμῆς ἐκ τῶν τριγώνων συγκείσθαι, καὶ εἰς αὐτὰς διαλύεσθαι. Ὁ τρίγωνος ἀρα ἀριθμὸς στοιχειώδης ἐστίν, ὡς καὶ ἐν τοῖς ἑξῆς ἐτι ἐκλωθήσεται.

Περὶ Στερεῶν ἀριθμῶν.

Περὶ μὲν ἂν τῶν Ἐπιπέδων ἀριθμῶν τίνες εἰσὶ, καὶ ὅποια ἢ ἐκάστῃ πολυγῶνε γένεσις, εἰ καὶ συγτόμως γέγονεν ἢ Ἐρμηνεία, εὐληκτὸς μὲντοι ἔσαι τοῖς μετ' ἀκριβείας τὴν περὶ αὐτὴν ποικισομένοις θεωρίαν, ἐπόμενον δ' ἐστὶ διαλαβεῖν καὶ περὶ τῶν Στερεῶν. Ἐστὶ δὲ Στερεὸς ἀριθμὸς ὁ τὰς τρεῖς ἐν ἑαυτῷ διαστάσεις μῆκος, πλάτος, καὶ βάθος ἔχων, ὡς περ καὶ Ἐπίπεδος ὁ τὰς δύο μόνον ἐν ἑαυτῷ διαστάσεις ἔχων, μῆκος δηλ: καὶ πλάτος. Καθάπερ δὲ ἐν τοῖς Ἐπιπέδοις πρῶτιστος ἦν ὁ Τρίγωνος, ἔτω καὶ τοῖς Στερεοῖς ἢ Πυραμῆς πρωτίστη. Διὸ καὶ ἀπ' αὐτῆς δέον ἀρξάσθαι.

Περὶ Πυραμίδος.

Ἡ μὲν ἂν Πυραμῆς Σχήμα ἐστὶ Στερεὸν, καὶ τὸν Στοιχειωτὴν, ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ἀφ' ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἓν σημεῖον συνεχῆς. Ταύτης τῆς ὑπογραφῆς τὸ μὲν Σχήμα στερεὸν γίνεσθαι χώραν ἐπιχει, τὸ δὲ ἐπιπέδοις περιεχόμενον πρὸς διαφορὰν τῶν ἐπιπέδων Σχημάτων γραμμαῖς περιεχομένῳ εἴρηται. Ἐπεὶ δὲ τῆτο κοινὸν καὶ τοῖς λοιποῖς στερεοῖς Σχήμασι. πάντα ἄν ἐπιπέδοις τισὶ περιέχεται, προσετίθει εἰς ἀντιδιαστολήν τῆτων τὸ, ἀφ' ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἓν συνεχῆς σημεῖον. Κατὰ γὰρ τὸν Νικόμαχον συνίστανται αἱ Πυραμίδες ἐκ πλατυτέρων βάσεων εἰς ὀξείαν μειριζόμενα κορυφήν. παρουσιάζονται δὲ ἐκ τῶν βάσεων. εἰ γὰρ ἢ βᾶσις τρίγωνος εἴη, τρίγωνος καὶ ἢ πυραμῆς ὀνομάσθεται, καὶ ἐκ τεσσάρων συνίσταται τριγώνων. Εἰδὲ τετράγωνος ἢ βᾶσις ἢ, τετράγωνος λέγεται καὶ ἢ Πυραμῆς, καὶ ὑπὸ πέντε περιέχεται ἐπιπέδων, ἑνὸς μὲν τετραγώνου, τριγώνων δὲ τῶν λοιπῶν. Πεντάγωνος δὲ λέγεται ἢ Πυραμῆς, ἢ ἵνα βᾶσιν ἔχει πεντάγωνον, περιέχεται δὲ ὑφ' ἑνὸς μὲν πεντάγωνου τῆς βᾶσεως, τριγώνων δὲ πέντε ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐπ' ἀπειρον. Ὅσαι ἄν τῆς βᾶσεως πλευραὶ, τὸσαῦτα καὶ τὰ τὴν Πυραμίδα περιέχοντα τρίγωνα. Τῆ τυχόντος γὰρ κανονικῆς πολυγῶνε σχήματος ἀπὸ βᾶσεως ὑποκειμένη, ἐὰν ἀφ' ἐκάστης αὐτοῦ γωνίας γραμμαὶ ἴσαι ταῖς περιεχέσθαι αὐτῷ ἐπιπέδοις καθ' ὕψος ἐφ' ἓν σημεῖον συνεύεσαι, πυραμῆς ἀποτελεθήσεται. Ὡς περ δὲ ἐπὶ τοῖς μεγέθεσιν, αἱ μὲν γραμμαὶ ἀπὸ τῆ σημῆν ἀρχόμεναι καὶ μῆκος μόνον ἐπιτελείονται, αἱ δὲ ἐπιπέδοις ἐκ γραμμῶν συνίστανται, καὶ τὰ σώματα ἐκ τῶν ἐπιφανείων, ἔτω καὶ τοῖς ἀριθμοῖς, οἱ μὲν γραμμικοὶ ἀπὸ μονάδος, ὡς ἀπὸ σημῆν αὐξῶνται, ἐκ τῆτων δὲ ἐπισωρευομένων ἀλλήλοις πολυτρόπως, ὡς προσημῆνται, συνίστανται οἱ πολύγωνοι. ἐκ δὲ τῶν πολυγώνων οἱ στερεοί. Ὅθεν καὶ αἱ Πυραμίδες ὡς στερεοὶ ἐνοούμεναι ἀριθμοὶ ἐκ τῶν αὐτῶν συσταθήσονται πολυγώνων ἀριθμῶν, ἐκ μὲν τῶν τριγώνων αἱ τρίγωνοι ἀλλήλοις ἐπισωρευομένων, καὶ εὐτάκτως ἐπιτιθεμένων. Ἐκ δὲ τῶν τετραγώνων αἱ τετράγωνοι. ἐκ δὲ τῶν πεντάγωνων αἱ πεντάγωνοι, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀγαλῶν.

Δεῖ δὲ αἰετὸν μᾶζον ἀριθμὸν ὑποκείσθαι τῶν ἄλλων καὶ βᾶσεως χώραν πληρῆν, τὸν δ' αὐτῷ προσεχίστερον ἀμείωσθαι ἐπιτίθεισθαι, εἶτα τὸν ἐφεξῆς, ἐχάτως δὲ τὴν μονάδα ἐπὶ τῆς κορυφῆς. Διὰ δὲ τὸ εὐκρινέστερον ὑποκείσθαι πρῶτον εὐρεῖν τὰς τὰς τριγώνου παρισώτας Πυραμίδας. Ἐκκείσθωσαν ἄν οἱ τρίγωνοι ἀριθμοὶ ἐφεξῆς ἀπὸ μονάδος ἐφ' ὅσοι βᾶσαι εἶτα ἀρξάμενος ἀπὸ τῆ γ: πρώτου ὄντος ἐπιπέδου τριγώνου ἐπίθεισθαι αὐτῷ τὴν μονάδα, καὶ γινῆσθαι πρώτη ἐπιπέδου πυραμῆς ὁ δ': μεταβάς δὲ ἐπὶ τὸν 5: ἐπιπέδου αὐτῷ τῆ γ: καὶ τὴν μονάδα, καὶ γινῆσθαι οἱ 15: δευτέρα ἐπιπέδου τριγώνου Πυραμῆς. ἐπισωρεύσας δὲ ὑφ' ἑνὸς ἢ τρίτου ἐπιπέδου τριγώνου ἀριθμῶν πρῶτον τὸν 5: εἶτα τὸν γ: ἔχοντα τὴν μονάδα ἑξῆς τὸν κ: τρίτου ἐπιπέδου τριγώνου πυραμίδας. Γὰρ δὲ γινόμενα καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων, συσταθήσεται τετάρτη τριγώνου πυραμῆς ὁ λ': πέμπτη δὲ ὁ ν': ἕκτη δὲ ὁ πδ': καὶ αἱ λοιπαὶ ἐφεξῆς.

Ἐστω δὲ πάλιν εὐρεῖν τὰς τὰς τετραγώνου παρισώτας Πυραμίδας. Ἐκκείσθωσαν δὲ οἱ τετράγωνοι ἀριθμοὶ καὶ ἀρξάμενος ἀπὸ τῆ πρώτου τετραγώνου 4: ἐπίθεισθαι αὐτῷ τὴν μονάδα, καὶ συσταθήσεται πρώτη ἐπιπέδου

τρίγωνοι. α: γ: 5: ι: ιε: κα: κκ: λδ: μδ:
πυραμίδες. α: δ: ι: κ: λδ: νδ: πδ: ρα: ρε:

τετράγωνοι. α: δ: 9: 16: κκ: λδ: μδ: 36:
πυραμίδες. α: ε: 10: λ: κκ: ια: ρα: σδ:

Πυραμῆς

πυραμίδος ὅτι μεταβάς δὲ ἐπὶ τὸν δεύτερον τετραγώνον τὸν δ: ἐπιστρέψον αὐτῷ τὸν τε δ: καὶ τὴν μονάδα, καὶ γενήσεται δεύτερα τετραγώνια πυραμίδος ὅτι δ: εἰάν δὲ τῷ τρίτῳ τετραγώνῳ τῷ ιδ: ἐπιστρέψῃς τῆς πρὸ αὐτῶ πάντας μέχρι μονάδος ἔξῃς τὸν λ: παρασατικὸν τρίτης τετραγώνου πυραμίδος. Ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Τῶτον δὲ τῶν τρόπων συνίσταται, καὶ αἱ πεντάγωνοι, ἑξάγωνοι, καὶ αἱ λοιπαὶ πυραμίδες, ὡς ὅρας ἐπὶ τῷ ἐπ' ὄψιν Διαγράμματος.

πεντάγωνοι .	α:	ε:	ιβ:	κβ:	λε:	ρα:	ο:	υβ:
πυραμίδες .	α:	ς:	ικ:	μι:	οε:	ρκς:	ρμς:	σπκ:
ἑξάγωνοι .	α:	ς:	ιε:	κκ:	με:	ξς:	υα:	ρκ:
πυραμίδες .	α:	ζ:	κβ:	ι:	υε:	ρξα:	σνβ:	τοβ:

Περὶ Κολύρων, Δικολύρων, καὶ Τρικολύρων Πυραμίδων.

Τίτες μὲν ἐκ τῶν ἀριθμῶν δύναται πυραμίδας παρῆσαι, καὶ ὅπως ἐκ τῶν ἀριθμῶν αἱ πυραμίδες γεννῶνται, συντόμως ἤδη δεδήλωται. Ἐπεὶ οὖν καὶ ταῖς πυραμίσι πάθη τιὰ ἴδια συμβαίνει, καθ' ἃ καὶ τὸ κόλυρον, δικόλυρον καὶ τρικόλυρον λέγεσθαι ἔχουσιν, ἵνα καὶ τῶν γνώσειν τιὰ ἐπὶ τῷ παρόντος λάβωμεν, καὶ ἡ περὶ αὐτῶν θεωρία ἐν ἄλλοις ἐστὶν ἰδιαιτέρος, ἐριυνητέον πρῶτον τὴν λέξιν. Οὕτω γὰρ σαφέστερος ὁ περὶ αὐτῶν γενήσεται λόγος. Τὸ γὰρ κόλυρον ὡσπερ καὶ τὸ μείκρον, καὶ μεταφορὰν ὑπὸ τῶν ζώων μετηνέχθη ἐπὶ τὰς πυραμίδας. τὸ μὲν γὰρ μείκρον διττῶς δύναται γράφεσθαι, καὶ διὰ τῷ υ: καὶ διὰ τῷ ε: καὶ μὲν διὰ τῷ υ: γραφῆ ἀπὸ μεταφορᾶς εἴρηται τῶν μυῶν, ἐμφαίνει δὲ καὶ λέξις τὴν τῶν πυραμίδων ἀποκορύφωσιν. Τοιαῦτα γὰρ καὶ τὰ τῶν μυῶν κρέα. Εἶδὲ δὲ τῷ ρ: διφθόγγῳ, τὴν καὶ μικρὸν τῶν πυραμίδων μείωσιν καὶ εἰς τὸ ὀξύτατον ἀποκατάληξιν. τὸ δὲ κόλυρον ἐπὶ τῶν τὰς ἑρὰς κεκολοβωμένας ἐχόιτων οἰκειότερον ἂν ρηθεῖν. Ὡσπερ δὲ τῶν ζώων ὅσα τὰς ἑρὰς εἰς ὄξυ ληγύσας ἔχουσι, μήτε γὰρ ἐντελεῖς, ἀλλὰ κεκολοβωμένας κόλυρα ὀνομάζονται, ἔτω καὶ τῶν πυραμίδων ὅσαι μὲν εἰς ὄξυ ἀπολήγουσιν, ἀλλὰ ὑπερένται πως τῆς φυσικῆς αὐτῶν κορυφώσεως, κόλυροι ὀνομάζονται. Ἐπεὶ δὲ ἡ πυραμὶς δύναται ἐκ πλειόνων συνίστασθαι ἀριθμῶν, καὶ αὐτῆς ἤδη τῆς μονάδος, ὡς προδεδήλωται, εἴστις τὴν μονάδα μόνον ἀφέλη, κόλυρος αὐτῆς ἡ πυραμὶς λέγεται. Ἐάν δὲ καὶ τὸν μζ: τὴν μονάδα ἀριθμὸν, δικόλυρος. Ἐάν δὲ καὶ τὸν ἔξῃς, τρικόλυρος. καὶ τῆτο ἐπ' ἀπειρον. Οἷον ὑποκείσθω τρίγωνος πυραμὶς ὁ πδ: συνισαμένη ἐκ τε τῆς μονάδος καὶ τῶν γ, ε, ι, εἰ, κα, κη: τριγώνων ἀριθμῶν. Ἐάν ἔν ἀφέλης τὴν μονάδα ἀπὸ τῷ πδ: ἀριθμῷ ἐγκαταλειφθήσεται ὁ πγ: καὶ ἐστὶν ἅμα καὶ λέγεται κόλυρος πυραμὶς. Ἐάν δὲ τέτα ἀφέλης τὸν πρῶτον ἐνεργεῖα τρίγωνον τὸν γ: ἐγκαταλειφθήσεται ὁ πε: δικόλυρος πυραμὶς. Ἐάν δὲ προσαφέλης καὶ τὸν δεύτερον δηλ: τὸν ε: ἐγκαταλειφθήσεται ὁ οδ: τρικόλυρος πυραμὶς. ἀφαιρημένη δὲ καὶ τῷ ι: τὸ ἐγκαταλειφθὲν τετρακόλυρος ἐστὶ πυραμὶς. Καὶ ἔτω ἐφεξῆς ἕως ὅτου ἐγκαταλειφθῆ ἡ βᾶσις μόνη. Ὅπερ δ' εἴρηται περὶ τῶν τριγώνων πυραμίδων, τῶν αὐτῶ συμβαίνει καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τετραγώνων, πενταγώνων, καὶ τῶν ἄλλων.

Περὶ Κύβων, Σφηνίσκων, Παραλληλεπίπεδων, Δοκίδων, Πλινθίδων, καὶ Σφαιρικῶν ἀριθμῶν.

Τὰς τοίνυν Πυραμίδας καλεμένους ἀριθμούς, καὶ τὴν τέτων Γένεσίν τε καὶ τὰ πάθη ἐκ τῶν ἀνωτέρω γινώσκων ἔχομεν. Ἐπεὶ δὲ οἱ ἀριθμοὶ καὶ ἄλλων τιῶν στερεῶν σχημάτων τὴν ὀνομασίαν ἐπιδέχονται. Ὅθεν οἱ μὲν Κύβοι λέγονται, οἱ δὲ Σφηνίσκοι, οἱ δὲ Παραλληλεπίπεδα, οἱ δὲ Δοκίδες, οἱ δὲ Πλινθίδες, καὶ ἄλλοι Σφαιρικοὶ, ἵνα μὴ καὶ τῶν ἀνήκοι ὦμεν, ἢ ταῖς τέτων ἐπιτυχόντες προσηγορίαις ἐν τοῖς τῶν Ἀρχαιοτέρων Συγγραμμάσι διαπορώμεν, μὴ εἰδότες τί ἐν τοῖς κοινῶσι βέλονται σημαίνειν ὀνόμασι, ρητέον ἐτι καὶ περὶ αὐτῶν. Ἐπεὶ δὲ πάλιν ἐν τοῖς στερεῶσι το τριχῆ θεωρεῖται διαστατὸν μήκος, πλάτος, καὶ βάθος, ὡσπερ καὶ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις τὸ ἐκτὴ διαστατὸν μήκος δηλ: καὶ πλάτος, τριχῶς πάντως δύναται ποικίλεσθαι καὶ τὰ στερεῶν σχημάτων. Ὅσα μὲν γὰρ καὶ τὰ τρία διαστήματα μήκος, πλάτος, καὶ βάθος ἴσα ἔχουσι Κύβοι λέγονται. Ὅσα δ' ἄνισα πάντα, Σκαληνὰ ὀπλῶς ὀνομάζονται. Καὶ ὅσα μήτε πάντα ἴσα μήτε πάντα ἄνισα, κοινῶ ὀνόματι Παραλληλεπίπεδα προσηγορεῖνται. Γάτος δὲ οἱ μὲν Κύβοι, καὶ τὰ ἐκατέρω

τὰ ἀλλήλοις ἀντίκεινται ὡς ἀκρότητες τινές, τὰ δὲ παραλληλεπίπεδα μέσσω λόγον ἐν αὐτοῖς ἔχουσι.

Περὶ Κύβων.

Οἱ μὲν ἐν κύβοι, καὶ τὰς τρεῖς διαστάσεις ἴσας ἔχοντες παρίστανται ὑπὸ τῶν γινομένων ἀριθμῶν ἐκ τῶν τετραγώνων, ἐπὶ τὴν ἰδίαν πλευρὰν ἑκάστη πολλαπλασιαζομένη. Οἱ γὰρ τετράγωνοι ἀριθμοὶ ἐπίπεδοι ὄντες ἐκ τεσσάρων ἴσων συνίστανται πλευρῶν, καὶ τεσσάρων γωνιῶν ὀρθῶν. Ἐὰν δὲ τῶν ἑκάστος ἐπὶ τὴν οἰκίαν πολλαπλασιασθῆ, πλευρὰν κύβου ποιήσει. Οἷον ἐκκείδωσαν ἐφ' ἑνὸς σίχου οἱ ἀπὸ μονάδος τετράγωνοι, ἐπάνω δὲ τῶν ἐφ' ἑτέρω σίχου αἱ πλευραὶ αὐτῶν συστοιχῆσαι ἑκάστη τῶν οἰκίῳ τετραγώνῳ. Ἔπειτα πολλαπλασιασθῆτω ἑκάστος τετράγωνος ἐπὶ τὴν πλευρὰν αὐτῆ, καὶ οἱ γινόμενοι κύβοι ἴσονται ὡς ὀρθῶν. Δίς γὰρ ὁ δ' ἑστὶ λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν ἥ' κύβον. Τρίς δὲ ὁ ε' τὸν κζ' τετράκις δὲ ὁ ις' τὸν ξδ' πεντάκις δὲ ὁ κβ' τὸν ρκβ' καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Διὸ καὶ ὑπογράφεται ὡδὲ, κύβος ἐστὶν ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις, ὡς καὶ ἐν ἀρχῇ εἴρηται. Ὡς περὶ δὲ ἐν τοῖς τετραγώνοις ἡ μονὰς πρῶτος τετράγωνος δυνάμει ἐστὶ, καὶ ὡς ἐπίπεδος ἐπίσταται, ἕτω καὶ ἐν τοῖς κύβοις πρῶτος δυνάμει κύβος ἡ αὐτὴ ὑπάρχει μονὰς, καὶ ὡς σφαιρῶν ἐννοεῖται. Ἐνεργεῖα δὲ πρῶτος κύβος ἐστὶν ὁ ἥ' ὡς περὶ καὶ ἐνεργεῖα πρῶτος τετράγωνος ὁ δ' τεσσάρων δὲ μονάδων αἱ πλευραὶ ἑκάστη κύβου περιεκτικαὶ εἰσιν, ὅσων καὶ αἱ τῶν τετραγώνων, ἐξ ἧς τὰν γένεσιν ἔχει. τὰ ἡδὲ τετάρτα πρῶτα τετράγωνα ἐπὶ ἑκάστη τῶν πλευρῶν ἐκ δύο συνίσταται μονάδων, πρῶτα γὰρ καὶ τὰ ἥ' πρῶτα ἐν κύβοις ἐνεργεῖα ἐκ δύο ἑκάστη πλευρὰ σύγκειται μονάδων, ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Ἀλλ' ὁ μὲν τετράγωνος ἐπίπεδος ἐστὶ, σύγκειται δὲ ἐκ τεσσάρων πλευρῶν ἴσων, καὶ τεσσάρων γωνιῶν ὀρθῶν, ὡς εἴρηται, ὁ δὲ κύβος ἔχει ἐπίπεδα ε' πλευρῶν δὲ ἰβ' καὶ γωνίας σφαιρῶν ἥ'.

}	a, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι
	α, δ, θ, ις, κβ, λς, μβ, ξδ, πα, ρ:
	α, η, κζ, ξδ, ρκβ, σις, τμγ, φιβ, ψκθ, φ:

Περὶ Γενέσεως Σκαληνῶν.

Τὰ δὲ Σκαληνὰ Σφαιρὰ Σχήματα ἐπεὶ καὶ τὰς τρεῖς διαστάσεις ἀνίσως ἔχουσι, παρίστανται πάντως ὑπὸ τῶν γινομένων ἀριθμῶν ἐκ τριῶν γραμμικῶν ἀνίσων, οἱ τινες σκαληνοὶ ἀριθμοὶ σφαιροὶ λέγονται, ὅσοι ὁ ἐκ τῶν οἷς γ' τετράκις, καὶ ὁ ἐκ τῶν δίς δ' οκτάκις, καὶ ὁ ἐκ τῶν τρίς ε' δεκάκις, ἢ κατὰ τινα ἄλλην ἀνισότητα. Οἷον ἐκκείδωσαν διὰ τὸ σαφέστερον οἱ ἀπὸ τῶν β' ἐπιζῆς ἀριθμοὶ ἐφ' ἑσὺν βάλει ἐν εἰς σίχῳ, ἐν ἑτέρῳ ἐν οἱ ἀπὸ τῶν γ' ἢ ἀπότιος ἄλλο ἰσάριθμοι τοῖς προτέροις. Ἔπειτα πολλαπλασιασθῆτω ἑκάστος τῶν ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ ἐφ' ἑκάστη τῶν ἐν τῷ α'. οἱ δὲ γινόμενοι γραφήτωσαν ἐν σίχῳ τρίτῳ συστοιχῆσαι τοῖς πρὸ αὐτῶν. γραφήτωσαν δὲ καὶ ἐν τετάρτῳ σίχῳ οἱ ἀπὸ τῶν δ' ἢ ἄλλοι τιος, καὶ πολλαπλασιασθῆτω ἑκάστος τῶν ἐν τῷ τρίτῳ σίχῳ ἐφ' ἑκάστη τῶν ἐν τῷ τετάρτῳ, καὶ οἱ γινόμενοι ἴσονται σφαιροὶ τὰ σκαληνὰ σφαιρὰ παριστῶντες σχήματα, ὡς ὁ κβ', ζ', ρκ', καὶ λοιποὶ. Ὑπογράφονται δὲ καὶ ἕτω, σκαληνοὶ σφαιροὶ ἀριθμοὶ εἰσιν, οἱ ἀνισάκις ἀνισοὶ ἀνισάκις, καλεῖται δὲ ὑπότινων μὲν Σφαιρῆσκοι διὰ τὴν πρὸς τὰς σφαιρῶν ὁμοιότητα. Τοιαῦται γὰρ αἱ τεκτονικαὶ, καὶ οἰκοδομικαὶ, καὶ χαλκευτικαὶ, καὶ αἱ τῶν ἄλλων τεχνῶν σφαιρῶν. Ἀπὸ ὁμοτέρου γὰρ ἀρχόμενοι ἀνισοίως καὶ πάντα πλατύνονται τὰ διαστήματα. Ὑπὸ δ' ἄλλων Σφαιρῆσκοι λέγονται διὰ τὸ ἔχειν τινα πρὸς τὰς σφαιρῶν ὁμοιότητα. Οἱ γὰρ Σφαιρῆσκοι καὶ τὸ μέσον ἀποσφαιρῶμενοι, ἀφ' ἧς καὶ τὰ τοιαῦτα τετυχῆκασιν ὀνόματος, ἀναμάλως ἔχουσι, καὶ τὴν τῶν σώματος αὐτῶν σφαιρῶν. Ὑπ' ἄλλων δὲ ἄλλως.

β,	γ,	δ,	ε,	ς,	ζ,	η:
γ,	δ,	ε,	ς,	ζ,	η,	θ:
ς,	ιβ,	κ,	λ,	μβ,	τς,	οβ:
δ,	ε,	ς,	ζ,	η,	θ,	ι:
κδ:	ξ:	ρκ:	σι:	τλς:	φδ:	ψκ:

Περὶ Γενέσεως Παραλληλεπιπέδων.

Τὰ δὲ παραλληλεπίπεδα μέσσω ἔχοντα χώραν τῶν ἐκ κύβων τῶν πάντη ἴσων, καὶ τῶν σκαληνῶν τῶν πάντη ἀνίσων παρίστανται ὑπὸ ἀριθμῶν ἐκ τετραγώνων καὶ αὐτῶν γινομένων, ἐφ' ἑτέρω μὲν τοῖ ἀριθμοῖς μείζονος ἢ ἑλάττω ἢ τῶν αὐτῶν πλευρῶν πολλαπλασιαζομένων. Ὅσοι ὁ ἰβ' καὶ ἡ' ἢ ὁ μὴ γὰρ γεννᾶται ἐκ τῶν δ' τετραγώνων ἐπὶ τῶν γ' πολλαπλασιαζομένη μείζονα ὄντα τῆς ἑκάστη τῆ πλευρῆς τῶν β' ὁ δὲ ἐκ τῶν ε' ὁμοῖοι τετράγωνοι, ἐπὶ τῶν β' πολλαπλασιαζομένη, ἑλάττω τῆς ἑκάστης ὑπάρχοντα πλευρῶν, ὁ δὲ ἐκ τῶν γ' καλεῖται δὲ καὶ ὄντα οἱ ἀριθμοὶ παραλληλεπιπέδοι. Ἐπὶ δὲ τὰ ἐπιπέδα τῶν παραλληλεπιπέδων σφαιρῶν σχημάτων ἐπιρριμῶν ἐστὶ, πάντα γὰρ καὶ τὰ παραλλη-

ILAMINA 2006

παραλληλεπιπέδων ἀριθμῶν τὰ ἐπίπεδα ἑτερομήκης ὑπάρχουσιν ἀριθμοί. Ὅθεν δεῖ πρῶτον περὶ τέτων διαλαβεῖν, εἶτα σαφεῖσαι καὶ πῶς τὰ τῶν παραλληλεπιπέδων εἶδη.

Ἑτερομήκης μὲν ἔν ἀριθμῶς ἐστὶ καὶ τὸν Νικόμαχος, ἢ ἐπιπέδως σχηματογραφέντος τετραπλευρος γίνεται, καὶ τετράγωνος ἢ καταγραφή, ἢ μὴ καὶ ἴσαι ἀλλήλαις αἱ πλευραὶ εἶσιν, ἀλλὰ παρὰ μονάδα, ταυτόν δ' ἐστὶν εἶπειν μονάδι τὸ μήκος τῆ πλάτους διαφέρειν. οἷος ὁ β̄: ὁ σ̄: ὁ ιβ̄: ὁ κ̄: καὶ οἱ παραπλήσιοι. γεννῶνται δὲ καὶ ἔτι ἐκ τῶν Φυσικῶν ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἐκκειμένως, καὶ ἐκάστῃ τὸν προσεχῆ πολλαπλασιάζοντος. Οἷος ἐκκείδωσαν εἰ ἀπὸ μονάδος Φυσικοὶ ἀριθμοὶ μέχρι τῆ ι: ἢ ἐφ' ὅσον βέλει, ἐν ἐνὶ σίχῳ. εἶτα ἀρχάμενος ἀπὸ τῆς μονάδος πολλαπλασιάσων μὲν ἐπ' αὐτὴν τὸν ἐξῆς, ἢ τοι τὸν β̄: καὶ γενήσεται αὐδὶς ὁ β̄: τῆς δὲ μονάδος ἰδίων τὸ μὴδαιῶς ἀλλοίεν τῆς ἐπ' αὐτὴν πολλαπλασιαζομένης ἀριθμῶς, ὡς προείρηται, ἐπὶ δὲ τὸν β̄: πολλαπλασιάσων τὸν γ̄: καὶ γενήσεται ὁ σ̄: ἐπὶ δὲ τὸν γ̄: πολλαπλασιάσων τὸν δ̄: καὶ γενήσεται ὁ ιβ̄: τὰτ' αὐτὸ ποιῶν καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἕξαι ἑτερομήκης γινόμενης ἀριθμῶς ἐπ' ἄπειρον, ὡς αἱ πλευραὶ μονάδι διαφέρουσι, καὶ τῶ μὲν πρώτῃ ἢ μείζων πλευρᾷ, δυάς, τῶ δὲ δευτέρῃ τριάς, τῶ δὲ τρίτῃ τετράς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. ἐάν δὲ αἱ πλευραὶ πλείονι μονάδος, δυάδι, δηλον: ἢ τριάδι, ἢ ἄλλῳ τινὶ διαφέρωσιν ἀριθμῶ, οἱ γινόμενοι προμήκης λέγονται, οἷος ὁ ιε̄, ιθ̄, καὶ οἱ ὅμοιοι. ὁ μὲν γὰρ ἐκ τῆ ε̄: ἐπὶ τὸν γ̄: πολλαπλασιαζομένου γίνεται, ὁ δὲ ἐκ τῆ σ̄: ἐπὶ τὸν αὐτὸν γ̄: καὶ ἴδῃ τῶ μὲν αἱ πλευραὶ δυάδι, τῶ δὲ τριάδι διαφέρουσι. τῆς δὲ ἑτερομήκης, καὶ τετράγωνος ἐάν ἐν ἐνὶ σίχῳ ἐκθῶμεν ἓνα παρ' ἓνα ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι, καὶ ἀνά τρεῖς διδῶμεν, τὸν ὑπερον τῶν προτέρων ἀρχῆν τῶν ὑτέρων τιθέμενοι, ἕξομεν ἀπὸ τῆ διπλασίῃ τὰ τῆ ἐπιμορίῃ εἶδη ἕξαι. Οἷος ἐκκείδωσαν οἱ α, β, δ, ε, ς, ιβ, ις, κ, κε, λ, λς, τέτων γὰρ οἱ α, β, δ, ἐν διπλασίῳ εἰσὶ λόγῳ, οἱ δὲ δ, ε, ς: ἐν ἡμιολίῳ, οἱ δὲ ς, ιβ, ις: ἐν ἐπιτρίτῳ, οἱ δὲ ις, κ, κε: ἐν ἐπιτετάρτῳ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως.

α, β, γ, δ, ε, ς, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω

Τίνας μὲν ἐν τῶν παραλληλογραμμῶν ἐπιπέδων ἀριθμῶν ἑτερομήκης λέγονται, καὶ τίνες προμήκης συντόμως ἦδη εἶρηται. τῶν δὲ παραλληλεπιπέδων οἱ μὲν πλινθίδες λέγονται, οἱ δὲ δοκίδες. καὶ πλινθίδες μὲν λέγονται, ὡς τότε μήκος καὶ πλάτος ἴσον, τὸ δὲ ὕψος ἑλάττω, ἢ δυάδι ἢ τριάδι, ἢ ἄλλῳ τινὶ τῶν ἕξαι ἀριθμῶν, ὡς ὁ τετράκις δ̄: δις, ἢ ὁ λβ̄: καὶ ἕξαικις ε̄: τρίς, δηλον: ὁ ρη̄: καὶ ἐπτάκις ζ̄: τετράκις, δηλον: ὁ ρυσ̄: καὶ οἱ ὅμοιοι. τοιαῦται γὰρ εἶσιν αἱ πλινθίδες. τὸ μήκος μὲν καὶ πλάτος ἴσον ἔχουσι, τὸ δὲ βάθος ἑλάττω. διὸ καὶ ἔτωσι ὑπεγράφεονται. πλινθίδες ὄντες εἰσὶν οἱ ἰσάκις ἴσοι ἑλατονάκις. δοκίδες δὲ λέγονται, ὡς τότε μήκος καὶ πλάτος ἴσον, τὸ δὲ βάθος μῆζον δυάδι ἢ τριάδι, ἢ ἄλλῳ τῶ ἀριθμῶ οἷος ὁ τετράκις δ̄: ἕξαικις, δηλον: ὁ ις̄: καὶ ὁ πεντάκις ε̄: οκτάκις, ἢ τοι ὁ σ̄: καὶ οἱ παραπλήσιοι. τοιαῦτοι γὰρ ἔχουσι καὶ οἱ δοκίδες τὸ σχῆμα. ὅθεν καὶ ὑπογράφονται ὡδί. δοκίδες εἰσὶν οἱ ἰσάκις ἴσοι μείζονάκις. ἐκ τέτων δὲ διδωδέσεται τραυτέρω καὶ ἢ τῶν παραλληλεπιπέδων διαφορὰ πρὸς τῆς κύβους καὶ σφαιρίσους. οἱ μὲν γὰρ κύβοι ἰσάκις ἴσοι ἰσάκις εἰσὶν, οἱ δὲ σφαιρίσκοι ἀνισάκις ἀἴσιοι ἀνισάκις. ἔτοι δὲ, τῆς παραλληλεπιπέδου φημί, ἰσάκις ἴσοι ἀνισάκις εἰσὶ. τῶ δὲ χάριν καὶ τῶν κύβων παραλληλεπιπέδων ὄντων, καὶ ἄλλων, ἔτοι μόνοι ἰδιαζόντως παραλληλεπίπεδοι ὀνομάζονται, ἢ ἔτι οἷτε κύβοι καὶ σφαιρίσκοι ἰδίῃ τευχίκασι ὀνόματος, καὶ καὶ γνωρίζονται, τέτων δὲ οἱ μὲν πλινθίδες λέγονται οἱ δὲ δοκίδες, διὸ καὶ ἴδιον αὐτοῖς γέγονε τὸ παραλληλεπιπέδου ὀνομάζεσθαι, ἵνα κοινῶ περιληφθῶσιν ὀνόματι.

Καὶ οἱ μὲν παραλληλεπίπεδοι εἰς τοσαῦτα διαιρῶνται εἶδη, ὅσοι δὲ καὶ τῶν κύβων αὐτῶν πρὸς τῶ ἰσάκις ἴσοι ἰσάκις εἶναι, ἔχουσι καὶ τὸ καὶ πᾶσαν πολλαπλασιάσιν εἰς τὸ αὐτὸ καταλήγειν, ἀφ' ἧ περ ἤρξαντο, σφαιρικοὶ καλεῖνται. τοιαῦτοι εἰσὶν ὅτε ἀπὸ τῆ ε̄: καὶ ἀπὸ τῆ σ̄: ἔτοι γὰρ μόνοι τῶν ἐπὶ τὸς μονάδος ρίζα ὑπάρχουσι τῶν σφαιρικῶν ἀριθμῶν, ὡς περ καὶ τῶν κυκλικῶν. εἰ μὲν γὰρ ὁ ε̄: ἐφ' αὐτὸν πολλαπλασιασθῆ, ποιήσει τετράγωνον τὸν κε̄: ὁ δὲ σ̄: τὸν λς̄: ὅθεν ἑκάτερος κυκλικὸς λέγεται. ὁ μὲν γὰρ ἀπὸ τῆ ε̄: ἀρχόμενος, ὡς ἀπὸ ρίζης, εἰς τὸν ε̄: καταλήγει. ὁ δὲ ἀπὸ τῆ σ̄: ὁμοίως εἰς τὸν σ̄. Εἰ δὲ αὐδὶς οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι ἐπὶ τῆς αὐτῆς πολλαπλασιασθῶσιν, ποιήσασιν κύβους εἰς τὸν αὐτὸν καταλήγοντας ἀριθμῶν. πεντάκις γὰρ ὁ κε̄: ποιῆ τὸν ρκε̄: ἕξαικις δὲ ὁ λς̄: ποιῆ τὸν σισ̄: οἱ δὲ καὶ ἔτοι πάλιν ἐπὶ τῆς οἰκείας πολλαπλασιασθῶσιν ρίζας, οἱ γινόμενοι εἰς τὸν αὐτὸν αὐδὶς καταλήξουσι. πεντάκις γὰρ ὁ ρκε̄: ποιῆ τὸν χκε̄: ἕξαικις δὲ ὁ σισ̄: ποιῆ τὸν ψψς̄: καὶ τῆτο ἐπ' ἄπειρον. ἔτυχον δὲ τοιαύτης προνομίας οἱ τοιαῦτοι ἀριθμοί, ἔχ' ὅτι γωνίας ἢ ποιῶσιν, ἀλλ' ὅτι ὁμοιοτήτατα, οἱ μὲν πρὸς τῆς κύβους, οἱ δὲ πρὸς τῆς σφαιρας ἔχουσι. ὡς περ γὰρ οἱ κύκλοι καὶ αἱ σφαῖραι ἀπὸ τῆ αὐτῆς σημείῃ ἀρχόμενοι εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκαταντῶσιν, ἔτωγε καὶ ἔτοι ἀπὸ τῆ αὐτῆ ἀρχόμενοι ἀριθμοὶ εἰς τὸν αὐτὸν καταλήξουσι, διὸ καλεῖνται ἔτι ἢ ἀποκαταστατικοί. ἀλλ' ἔτοι μὲν ἐπιτομία εἰσὶ τοιαῦτοι, οἱ μὲν κυκλικοὶ, οἱ δὲ σφαιρικοί. ἢ δὲ μοιὰς δυνάμει εἰσὶ κυκλικῆτε καὶ σφαιρικῆ, ὡς περ καὶ τ' ἄλλα τῶν σχημάτων. κληῖται δὲ οἱ τετράγωνοι πάντες ἀριθμοὶ καὶ ταυτομήκης, ὡς ἔχουσι τὸ αὐτὸ μήκος καὶ πλάτος. Ὅθεν οἱ μὲν τῆ τετράγωνοι

Ε.Σ.Π.Ε.Κ.Τ.Ι. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

πράγματα ἐν τοῖς ἐπιπέδοις, οἱ δὲ κύβοι ἐν τοῖς στερεοῖς ἐπιδεκτικοὶ εἰσὶ ταυτότητος καὶ ἰσότητος ὡς ἀριθμοί. οἱ δὲ ἐπιρομήκεις ἰτερότητος, ἀπορίας τε καὶ ἀοριστίας, ὡς τὰς πλευρὰς αὐτῶν ἀορίστως ἔχοντες. Καὶ τσαυτὰ μὲν ἰκανὰ καὶ περὶ τῶν στερεῶν ἀριθμῶν χάριν τῶν φιλομαθῶν, ὥρα δὲ καὶ περὶ τῶν Ἀναλογιῶν ὀλίγ' ἄττα διαλαβεῖν.

Περὶ Ἀναλογιῶν.

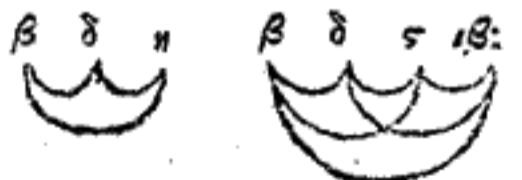
Ἡ τοίνυν περὶ τῶν Ἀναλογιῶν Σχέσις χρησιμωτάτη ἐστίν, ἵνα μὴ καὶ ἀναγκαῖα εἶπω, μὴ μόνον εἰς τὰς Φυσιολογίας, καὶ τὰ Μυσικὰ, ἐπιθεὶς καὶ Σφαιρικά τε καὶ Γραμμικὰ Θεωρήματα, ἀλλ' ἔτι καὶ εἰς τὰς τῶν Παλαιῶν ἀγαθιστοίας. Ὅτε καὶ Πλάτων ἐν Τιμαίῳ, καὶ Ἀριστοτέλης ἐν τοῖς Φυσικοῖς, ἐνθα τὴν Πυθαγόρειον ἐλέγχει δόξαν, τὴν τὰς ἡμετέρας δογματίζουσιν ψυχὰς πάντα τὰ τῶν ζώων ἀμφιένυσθαι σώματα, ἀναλογίαις κέχρηται. ὥστε ἀγνοῦντες ταύτας οὐδὲ τὰ ἐκείνοις λεχθέντα ἀκριβῶς γινῆσαι δύνασθεσθε. Ὅτι δὲ καὶ οἰκία τῷ δευτέρῳ τετῶν τῆς Ἀριθμητικῆς μέρει, ὄμιλον. ἢ καὶ ἀναλογία ἐν λόγοις, αἱ λόγοι δὲ ἐν ἀριθμοῖς μάλιστα θεωρῶνται, καὶ δι' ἀριθμῶν παρίστανται.

Ἀναλογία μὲν ἐστὶ τῶν παλαιῶν εἰς δύο ἢ πλείονων λόγων σύλληψις εἰς τὸ αὐτὸ, ἢ λόγων τιῶν σύγκρισις καθ' ὁμοιότητα. λόγος δὲ δύο ὄρων πρὸς ἀλλήλους χέσις, ἢ γὰρ σύγκρισις, ἐπεὶ δὴ ἐν τρισὶ τετράχιστον ὄροι δύναται λόγοι δύο περιληφθῆναι, ὡς ὀφόμεθα, φανερόν ἐστι καὶ ἡ ἀναλογία ἐν τρισὶ τετράχιστον ὄροι περιέχεται. δυνατόν μὲν τοι καὶ ἐν πλείοσι θεωρεῖσθαι. Οἷον κείθεσταν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄροι τρεῖς οἱ α, β, δ, ἢ γὰρ μονὰς ἐν τῷ τῷ β: εὐρίσκειται ὑποδιπλάσιος, καὶ αὐτὴ ἡ χέσις εἶπεν σύγκρισις λόγος ἐστίν. ἐπιθεὶς καὶ ὁ β: παραβαλλόμενος πρὸς τὸν δ: εὐρίσκειται καὶ αὐτὸς ὁμοίως ὑποδιπλάσιος, οἱ δύο ἦτοι λόγοι ὅ, τε τῆς μονάδος πρὸς τὸν β: καὶ ὁ τῷ β: πρὸς τὸν δ: ἀναλογία ἐστίν, καὶ ἰδὴ περιέχεται ἐν ὄροις τρισίν, ἀδύνατον δὲ ἐν ἐλάττωσι, ἢ ἐστὶ σύλληψις δύο λόγων. Ἐάν δὲ προσεθῆ καὶ τέταρτος ὄρος ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς ὁ κ: καὶ ἡ τῶν τριῶν τετῶν λόγων σύλληψις ἀναλογία ἐστίν ἐν τέσσαρσι περιεχομένη ἴσως. Ἐάν δὲ καὶ πέμπτος αὐτίς προσεθῆ ὄρος, τέσσαρες μὲν ἔσονται λόγοι ὁμοιοί, ἢ ὁ ἀναλογία ἐν πάντα περιχεύεται ὄροις, καὶ τῆτο ἐπ' ἀπειρον.



Ἐκ τούτων δὲ δῆλον, ὅτι τὸ μὲν σύλληψις ἢ σύγκρισις γένεσι χώραν ἐπέχει ἐπὶ τῆς ὑπογραφῆς, τὸ δὲ δύο λόγων ἢ πλείονων διαφορὰς. Σύλληψις δὲ καὶ ἡ συλλαβὴ, ἢ μὴν γὰρ λόγου, ἀλλὰ στοιχείου. τὸ δὲ, καὶ τὸ αὐτὸ ἢ καθ' ὁμοιότητα προσετίθει, ὅτι ἡ τὴν ἀναλογίαν συνιστῶντες λόγοι ὁμοιοί εἶναι φερέσθαι εἶναι πάντες, ταῦτον ἢ ἐστὶν εἶπεν τὰ αὐτὰ εἶδος, διπλάσις, φημί, ἡμιολία, ἢ ἄλλαι τερός. Ἰῶν δὲ ὄρων ἐν οἷς λόγος τις θεωρεῖται, ὁ μὲν ἐλάττων ὑπόλογος λέγεται, ὁ δὲ μείζων πρόλογος. ὁ μὲν γὰρ δ: ἐπὶ τῷ παρόντι μείζων ὢν παραβαλλόμενος πρὸς τὸν β: λέγεται διπλάσιος, ὁ δὲ β: ἐλάττων ὢν τῷ δ: λέγεται πρὸς αὐτὸν ὑποδιπλάσιος.

Ἐστὶ δὲ ἀναλογία διττὴ, συνεχῆς καὶ διεζευγμένη, καὶ συνεχῆς μὲν, ἥτις καὶ συνημμένη λέγεται, ἐστὶν, ὡς ὁ μέσος ὄρος τῆς ἀκρῆς συνάπτει, πρὸς ἑκάτερον ἀναφερόμενος, πρὸς μὲν τὸν μείζονα ὡς ὑπόλογος, πρὸς δὲ τὸν ἐλάττωνα ὡς πρόλογος, ὡς ἐπὶ τῶν β, δ, ἢ: ὅν δὲ λόγον ἔχει ὁ κ: πρὸς τὸν δ: ἔχει καὶ ὁ δ: πρὸς τὸν β: καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ὁ β: πρὸς τὸν δ: ἔχω ὁ δ: πρὸς τὸν κ: διεζευγμένη δὲ, ἢς οἱ ὄροι ἢ συνάπτονται αἰσῶ τιτὶ ὄρω, ὡς ἐπὶ τῶν β, δ, ε, ιβ: ὡς ἔχει γὰρ ὁ ιβ: πρὸς τὸν ε: ἔχει καὶ ὁ δ: πρὸς τὸν β: ἢ μὴν δὲ καὶ ὁ ε: πρὸς τὸν δ: ἡμιόλιος ἢ, ἐκείνοι δὲ διπλάσιοι, ὁμοίως δὲ καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ὁ β: πρὸς τὸν δ: ἔχω καὶ ὁ ε: πρὸς τὸν ιβ: ἢ καὶ γὰρ καὶ ὁ δ: πρὸς τὸν ε: ὡς δῆλον, ἐστὶ ἢ μὲν συνεχῆς ἀναλογία ἐν τρισὶ τετράχιστον περιέχεται ὄροις, ἢ δὲ διεζευγμένη ἐν τέσσαρσι δύναται δὲ ἑκατέρω, καὶ ἐν πλείοσιν ἐπεκτείνεσθαι.

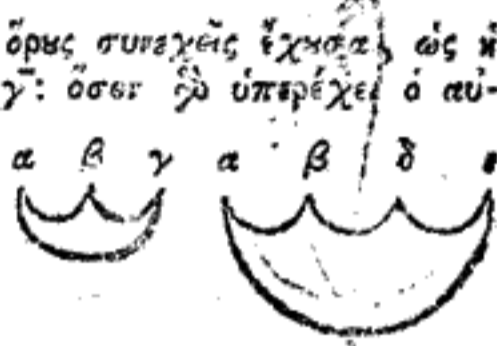


Εἰσὶ δὲ Ἀναλογίαι δέκα αἱ πάσαι. πρῶτισται μὲν καὶ τῆς Ἀρχαιοτέρας, Πυθαγόρειαν φημί Πλάτωναι, καὶ Ἀριστοτέλει τρεῖς. Ἀριθμητικὴ, Γεωμετρικὴ, ἢ Ἀρμονικὴ, καὶ τρεῖς αἱ ταύταις ὡς περὶ τῆς ἢ. ἢ. καὶ ε: καὶ δὲ τῆς Νεωτέρας αἱ αἰσθητικὴ τέσσαρις, καὶ ἕτας ἀναπληρῶνται ὁ ι: ἀριθμὸς, ὡς τελευτότατος καὶ τὸ Πυθαγόρειον δόγμα. Κοινοτέρον ἢ αἱ ἀναλογίαι μετόπισθε λέγονται, προκρίνεται μὲν τοι τῶν ἄλλων ἢ Ἀριθμητικὴ Ἀναλογία, ὅτι ἐν τῇ τῶν ἀριθμῶν Φυσικῇ συνίσταται Ἐκτέσσει, ὡς ὀφόμεθα, καὶ ἐπὶ ἢ Ἀριθμητικῇ Ἐπιπέδῳ εἶπεν προτέρα τῶν ἄλλων δίδασκται Ἐπιπέδῳ μῶν, φυσικωτέρω μὲν, ὡς μὲν ἢ ἀναπληρῶνται, καὶ ἢ ἀναγωγῆς λόγος ἔχει πρὸς τὰς ἄλλας ἢ πρῶτος. Διὸ δὴ καὶ αὐτῆς ἀρξάσθαι πρῶτα θέσθαι.

Περί Αριθμητικής Αναλογίας.

Αριθμητική μὲν ἔν Μειόσει, ἢτοι Αναλογία, ἐστὶν ἐν ἢ τριῶν ἢ πλειόνων ὄρων ἐφεξῆς ἀλλήλοι, κειμένων, ἢ ἐπιποσμένων, ἢ αὐτὴ εὐρίσκειται πρὸς ἀλλήλους καὶ ποσότητα διαφορὰ, ἢ μὴν γὰρ καὶ λόγος ὁ αὐτός. Οἷον κειμένων τῶν α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι καὶ λοιπῶν ἀριθμῶν καὶ τὴν φυσικὴν αὐτῶν Πρόσδοσ ἐφ' ἧσον βάλει, εἰάν τῆτες πρὸς ἀλλήλους παραβάλλῃς συνεχῶς τε καὶ ἀνυπερβάτως, εὐρίσεις ἕκαστος τὴν αὐτὴν διαφορὰν πρὸς τὸν ἐφεξῆς ἔχοντα κατὰ τὴν ὑπεροχὴν καὶ ἐλλείψει, μὴ μὲν τοὶ καὶ λόγον τὸν αὐτόν. Ὡσπερ γὰρ ὁ ι: μονάδι ὑπερέχει καὶ ποσότητα τῆ δ: ἢτοι καὶ ὁ δ: τῆ η: καὶ ἔτος τῆ ζ: καὶ τὸτο μέχρι μονάδος. Ὡσπερ δὲ καὶ ἀνάπαλιν ἢ μονὰς μονάδι ἐλλείπει τῆ β: ἢτοι καὶ ὁ β: τῆ γ: καὶ ὁ γ: τῆ δ: καὶ ὁ δ: τῆ ε: καὶ τὸτο ἐπ' ἀπειρον. ἔχ ἢτοι δὲ καὶ καὶ ποιότητα. ὁ μὲν γὰρ γ: ἄδος εἶπεν, τῆ β: ἡμιόλιος ἐστίν, ὁ δὲ β: τῆς μονάδος διπλάσιος. καὶ ἀνάπαλιν ἢ μονὰς τῆ β: ἡμιτύ ἐστίν, ὁ δὲ β: τῆ γ: ὑφημιόλιος, ἢ τρίτος. Ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἔχ ὁ αὐτὸς, ἀλλὰ διάφορος εὐρίσκειται λόγος.

Ἔστι δὲ καὶ αὐτὴ ἢ συνεχῆς, ἢ διεζευγμένη, καὶ συνεχῆς μὲν ἢ τῆς ὄρας συνεχῆς ἔχουσα, ὡς ἢ τῶν α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι καὶ λοιποὶ, ἢ κατὰ διάζευξιν ὡς οἱ α, β, δε, ζη, ι, ια, ιβ, ιγ, ιδ, εἰάν ὡς ἔχουσι ληφθῶσι πρὸς ἀλλήλους μόνον παραληγομένῃ εὐρίσκειται ἐν πᾶσι διαφορὰ μιάς. Ἐάν δὲ παρ' ἑνα ληφθῶσι δύο εὐρίσκειται, εἰάν δι' ἀπὸ τριῶν, καὶ τὸτο ἐπ' ἀπειρον. Ὁ δὲν καὶ Αριθμητικὴ λέγεται Αναλογία, ὡς ἐν τῇ κατὰ ποσότητα διαφορὰ διεζευγμένη.



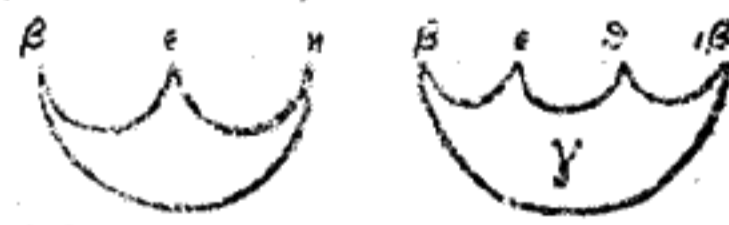
Ἐπιπέσεως μὲντοι ἀξιοῦ, ὡς τῇ ἀναλογίᾳ ταύτῃ ἢ αὐτὴ διαφορὰ ἢ ἐλλείψις εὐρίσκειται ἐν πᾶσι τοῖς ὄροις. κειμένων γὰρ τῶν ὄρων εὐτάκτως καὶ καὶ συνεχῆς ὡς οἱ α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι καὶ λοιποὶ, ἢ κατὰ διάζευξιν ὡς οἱ α, β, δε, ζη, ι, ια, ιβ, ιγ, ιδ, εἰάν ὡς ἔχουσι ληφθῶσι πρὸς ἀλλήλους μόνον παραληγομένῃ εὐρίσκειται ἐν πᾶσι διαφορὰ μιάς. Ἐάν δὲ παρ' ἑνα ληφθῶσι δύο εὐρίσκειται, εἰάν δι' ἀπὸ τριῶν, καὶ τὸτο ἐπ' ἀπειρον. Ὁ δὲν καὶ Αριθμητικὴ λέγεται Αναλογία, ὡς ἐν τῇ κατὰ ποσότητα διαφορὰ διεζευγμένη.

Πόσα τὰ τῆς Αριθμητικῆς Αναλογίας ἴδια.

Ἰδία δὲ ταύτης τέσσαρα, πρῶτον μὲν ὅτι τὸ κατὰ σύθεσιν τῶν ἄκρων ἐν μὲν τῇ συνεχῆς ἀναλογίᾳ διπλάσιός ἐστι τὸ μέσου, ἐν δὲ τῇ διεζευγμένῃ ἴσον τοῖς μέσοις. Ἐκείδωσαν γὰρ κατὰ μὲν τὴν συνεχῆς ἀναλογίαν οἱ β δ ε: κατὰ δὲ τὴν διεζευγμένην οἱ β, δ, η, ι: τὰ γὰρ β: καὶ ε: συντιθέμενα ποιοῦσιν ἢ: ταῦτα δὲ τῆ δ: διπλάσιός ἐστι, τὰ δὲ β: καὶ ι: ὁμοίως συντιθέμενα ποιοῦσιν ιβ: ταῦτα δὲ ἴσά ἐστι τοῖς δ: καὶ ἢ: συντιθέμενα γὰρ καὶ τὰ η: καὶ ιδ: ιβ: ποιοῦ. δεύτερον δὲ ὅτι αἱ τῶν ὄρων διαφοραὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλας, ὅτι καὶ τῶν ὄρων ἕκαστος πρὸς ἑαυτόν, ταῦτα δὲ ἐστὶν εἶπεν ἴσας ἀλλήλας εἶναι. Ἐκαστος γὰρ ἐ τῶν ὄρων ἑαυτῷ παραβάλλομενος ἴσος πάντως ἐστίν.



Τρίτοι δὲ ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἐν μὲν τῇ συνεχῆς ἢτοι συνεχῆς ἀναλογίᾳ, ἐλάττω ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῶ μέσων, ἐν δὲ τῇ διεζευγμένῃ τῆ ὑπὸ τῶν μέσων, τῇ ὑπὸ τῶν διαφορῶν. Οἷον εἰλήφθωσαν ἐν συνεχῆς ἀναλογίᾳ Αριθμητικῇ, οἱ β, ε, η: ἐν οἷς διαφορὰ ο γ: τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν β: καὶ η: ἐστὶ ιβ: δις γὰρ τὸ ἢ: λαμβαιόμενα ιβ: ποιοῦ. τὸ δὲ ἀπὸ τῶ ε: καὶ πεντάκις γὰρ τὰ ε: καὶ η: ποιοῦ. Ὑπεροχὴ δὲ τῶν ε: πρὸς τὰ η: θ: ὅστις γίνεται ὑπὸ τῶν διαφορῶν. τρεῖς γὰρ τὰ γ: θ: ποιοῦ. εἰλήφθωσαν δὲ καὶ ἐν διεζευγμένῃ οἱ β, ε, θ, ιβ: τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἐστὶν κδ: δις γὰρ τὰ ιβ: κδ: ποιοῦ. Τὸ δὲ ὑπὸ τῶν μέσων ἐστὶ μῆ: πεντάκις γὰρ τὰ θ: μῆ: ποιοῦ. ὑπεροχὴ δὲ τῶν μῆ: πρὸς τὰ κδ: καὶ, ἄτινα ἴσά ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν διαφορῶν. εὐδαὶ δὲ ἐπὶ τοῖς διεζευγμένοις τὰς ἴσας λαμβάνειν διαφορὰς, ἀλλὰ τὴν τῆ μείζονος πρὸς τὴν προσηχῆ ἐλάττωτα, καὶ τὴν τῆ ἐλάττωτος τῆτες πρὸς τὸν ἐλάχιστον ὡς εἰταῦθα. Τῆ γὰρ ιβ: πρὸς τὸν θ: ὑπεροχὴ ἐστὶν ὁ γ: τὰ δὲ θ: πρὸς τὸν β: ὁ ζ: τρεῖς ἔν τὰ ζ: λαμβαιόμενα καὶ ποιοῦ.



Τέταρτοι δὲ καὶ τελευταῖον, ὅτι οἱ ἐν τοῖς ἐλάχιστοις ὄροις λόγοι μείζονες εἰσὶ τῶν ἐν τοῖς μείζονσι. Οἷον ἐλάσσαν ἐν συνεχῆς ἀναλογίᾳ οἱ δ, ε, η, ἐν δὲ διεζευγμένῃ οἱ δ, ε, ι, ιβ. ὁ γὰρ τῆ ε: πρὸς τὴν δ: λόγος ἡμιόλιος ἐστίν, ὁ δὲ τῆ η: πρὸς τὴν ε: ἐπίτριτος. μείζων δὲ ἢ ἡμιόλιος τῆ ἐπίτριτος. καὶ ὁ μὲν ἐστὶν ἐν τοῖς ἐλάχιστοις ὄροις, ὁ δὲ ἐν τοῖς μείζονσι. Ἀδεις ἐν τῇ διεζευγμένῃ ἢ ὁ μὲν τῆ ε: πρὸς τὸν δ: ἡμιόλιος, ὁ δὲ τῆ ιβ: πρὸς τὸν ε: ἐπίπεμπτος, ὁ ἡμιόλιος ἀπὸ τῶν

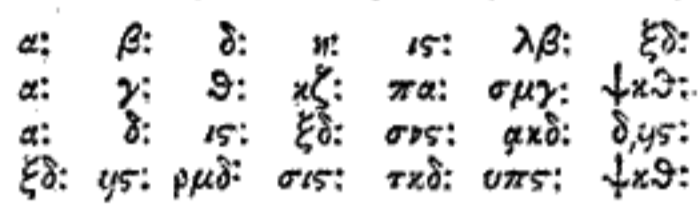
Ε. Δ. 2006

λῶ μείζων τῆ ἐπιπέμπτῃ. καὶ τοῦτο μὲν ἐν τῇ Ἀριθμητικῇ, ἐν δὲ τῇ Ἁρμονικῇ τετακτίον, ὡς ὀφόμεθα. Διότι ἡ Ἁρμονικὴ ἀντικειμένως ἔχει πρὸς τὴν Ἀριθμητικὴν, ἢ δὲ Γεωμετρικὴ μέση, ὅτι ὁ αὐτὸς εὐρίσκεται ἐπ' αὐτῆς λόγος, ἐν τε τοῖς ἐλάττοσι καὶ ἐν τοῖς μείζουσιν ὄροις.



Περὶ Γεωμετρικῆς Ἀναλογίας.

Γεωμετρικὴ δὲ Ἀναλογία εἰσὶν, ὅταν τοιῶν ἢ πλείονων ὄρων κειμένων ἢ αὐτῇ πρὸς ἀλλήλας εὐρίσκειται χάσις καὶ τὴν τῶν λόγων ποσότητα. οὐ μὴν δὲ καὶ ἡ αὐτὴ καὶ ποσότητα διαφορὰ. Οἷον ἐκείδωσαν εἰ ἀπὸ μονᾶδος προχωρήσας ἀριθμοὶ καὶ τὸ διπλάσιον, ἢ τριπλάσιον, ἢ τετραπλάσιον, ἢ κατὰ τινα ἄλληλ' εἰδικὴν τῶ ἀριθμῷ διαφορὰν, ἐφ' ὅσον βέλαι, ὡς ἐπὶ τοῖς τεταρτῶν τῶτων καθορίζεται εἴχων, ὡν ἐν μὲν τῷ α. οἱ παρτες εἰσὶ διπλάσιοι, ἐν δὲ τῷ β. τριπλάσιοι, ἐν δὲ τῷ γ. τετραπλάσιοι, καὶ ἐν τῷ τετάρτῳ ἡμιόλιος. Ἄρχονται δὲ οἱ ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ ἀπὸ τῶ ζδ: ὅτι ἀπὸ μονᾶδος καὶ ποτὶ οἱ τοιοῦτοι ἀρχονται, διὰ τὸ ἀτμητὸν εἶναι ταύτην. ὅτε μὴν ἀπότινος ἀλλ' ἀρχόμενοι ἐλάττονος τῶ ζδ: δύναιντ' ἀνέκτανθῆναι μέχρι τῶ ψκθ: ὡς ἰσαριθμῶς εἶναι τοῖς τῶ πενταπλάσιῳ εἶδες ἐπτα εἰσι τῶ πλήθει. Ἐπεὶ ἂν ἐν ἐκάστῳ εἴχῳ, ὡς ἔχει ὁ μίγιστος ἀριθμὸς πρὸς τὸν προσεχῆ αὐτῶ ἐλάττονα, ὅτω κακείνος ἔχει πρὸς τὸν πρὸ αὐτῶ, καὶ τῶτο μέχρι μονᾶδος, καὶ ἀνάπλιον, ὡς ἡ μονᾶς πρὸς τὸν προσεχῆ αὐτῆς μείζονα ὅτω κακείνος πρὸς τὸν μετ' αὐτῶν, καὶ τῶτο ἐπ' ἀπείρου. ἡ τοιαύτη ἀναλογία Γεωμετρικὴ ἐστὶ, καὶ κυρίως ἀναλογία λέγεται, διὰ τὸ ἐν τῶ αὐτῶ θεωρεῖσθαι λόγῳ. εἰ δὲ ὁ πρῶτος διπλάσιος εἴη τῶ β. ἢ ὑποδιπλάσιος, καὶ οἱ λοιποὶ ὅσων, διπλάσιοι ὁμοίως ἢ ὑποδιπλάσιοι ἔσονται τῶ προσεχῆς. εἰδὲ ὁ πρῶτος τριπλάσιος ἢ, τριπλάσιοι καὶ οἱ λοιποὶ ἔσονται. ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων, καὶ τῶτο διαγνώσκει τῆς Ἀριθμητικῆς. Ὅτι ἐκείνη μὲν καὶ τὴν ποσότητα τῆς τῶν ὄρων πρὸς ἀλλήλας ὑπεροχῆς θεωρεῖται, αὐτὴ δὲ καὶ τὴν τῶν λόγων ποσότητα. Κοινωρεῖ δὲ ἐκείνη, ὅτι καὶ ἐπὶ ταύτας μὴ μόνον συνεχῶς καὶ ἀδιακόπως λαμβανόμενων τῶν ὄρων ἢ ταυτότης τῶν λόγων εὐρίσκειται, ἀλλὰ καὶ παρ' ἑνα, ἢ δύο, ἢ τρεῖς, ἢ πλείους, ὡς καὶ ἐπ' ἐκείνης.



Πόσα τὰ τῆς Γεωμετρικῆς Ἀναλογίας ἴδια.

Τέσσαρα δὲ καὶ ταύτης τὰ ἴδια. Α'. μὲν τὸ τὰς διαφορὰς τῶν ὄρων ἐν τῶ αὐτῶ εἶναι λόγῳ πρὸς ἀλλήλας, ἐν ᾧ καὶ οἱ ὄροι. Οἷον ἐκείδωσαν τρεῖς ὄροι οἱ β, δ, η: ἐν διπλάσιῳ λόγῳ, καὶ εὐρεθῆτωσαν αἱ τῶτων διαφοραὶ, καὶ ἔσαι τῶ μὲν η: πρὸς τὸν δ: διαφορὰ ὁ αὐτὸς δ: τῶ δὲ δ: πρὸς τὸν β: ὁμοίως ὁ αὐτὸς β: ἐπεὶ τοῖον ὁ δ: τῶ β: διπλάσιός ἐστι, δῆλον ὅτι αἱ διαφοραὶ τῶν ὄρων ἐν τῶ αὐτῶ εἰσὶ λόγῳ πρὸς ἀλλήλας, ἐν ᾧ καὶ οἱ ὄροι. Κείδωσαν δ' ἔτι ἔροι τρεῖς ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ οἱ δ, ε, ζ: καὶ εὐρεθῆτωσαν αἱ διαφοραὶ αὐτῶν, καὶ ἔσαι τῶ μὲν ζ: πρὸς τὸν ε: διαφορὰ ὁ γ: τῶ δὲ ε: πρὸς τὸν δ: ὁ β: ἐπεὶ δὲ ὁ γ: τῶ β: ἡμιόλιός ἐστι, φανερόν ὅτι καὶ ταῦτα καὶ ἐν τῶ αὐτῶ λόγῳ εἰσὶ τοῖς ὄροις. Δεῖ δὲ τῆς ὄρης συνεχῆς εἶναι.



Β. δὲ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας ἴδιον, τὸ τοῦς μείζονας ὄρους τῶν ἐλαττόνων ὑπερέχειν, ἐν μὲν διπλάσιῳ λόγῳ τοῖς αὐτοῖς, ἐν δὲ τριπλάσιῳ τοῖς διπλάσις τῶν ἐλαττόνων, ἐν δὲ τετραπλάσιῳ τοῖς τριπλάσις, ἐν δὲ πενταπλάσιῳ τοῖς τετραπλάσις, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγῳ. Κείδωσαν γὰρ οἱ μὲν β, δ, η: ἐν διπλάσιῳ λόγῳ, οἱ δὲ β, ε, η: ἐν τριπλάσιῳ, οἱ δὲ β, η, λβ: ἐν τετραπλάσιῳ, καὶ εὐρεθῆτωσαν ἐν ἐκάστῳ λόγῳ αἱ τῶν ὄρων διαφοραὶ. Καὶ ὅψη ἐν μὲν τῶ διπλάσιῳ λόγῳ ὑπερέχειν τὸν μὲν η: τῶ δ: τῶ αὐτῶ δ: τὸν δὲ δ: τῶ β: τῶ αὐτῶ β: ἐν δὲ τῶ τριπλάσιῳ ὑπερέχειν τὸν μὲν η: τῶ ε: τῶ ιβ: διπλάσιῳ ὅτι τῶ ε: αὐτὸν δὲ τὸν ε: ὑπερέχειν ὁμοίως τῶ β: τῶ δ: διπλάσιῳ ὅτι καὶ αὐτῶ τῶ β: ἐν δὲ τῶ τετραπλάσιῳ λόγῳ εὐρίσκει τὸν μὲν λβ: ὑπερέχοντα τῶ η: τῶ κδ: τριπλάσιῳ ὅτι τῶ η: τὸν δὲ η: τῶ ε: τῶ σ: τριπλάσιῳ ὅτι καὶ αὐτῶ τῶ β:.

Τρίτον δὲ ἴδιον εὐρίσκειται ταύτης τῆς ἀναλογίας, διὰ τὸ ἐν καθέκῃ τῶτων, τὸ ἐν τῆς αὐτῆς εὐρίσκει τὰς ὄρας περιττὰς οἷον τὰ πλήθῃς ἴσον εἶναι τὸ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶ ἀπὸ τῶ μίγιστου. Ἐν δὲ τῆ ἀντιστοιχίᾳ τῶ ὑπὸ τῶν μέγιστων, ἀρτιὰ δὲ ἔσαι τὸ πλήθῃς. Οἷον κείδωσαν οἱ δ, η, ις: καὶ εὐρίσκει τὰς ὄρας περιττὰς οἷον τὰ πλήθῃς ἴσον εἶναι τὸ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶ ἀπὸ τῶ μίγιστου.

