

Περὶ Γενέσεως τῆ αὐτῆ.

Ἡ δὲ γενεὴ τῆ ἀρτιοπερίττου ἀριθμῆ τοιαύτη. Ἐκκείδωσαν εὐτάκτως οἱ ἀπὸ μονάδος δυάδι διαφίροισι, ταυτὸν δ' εἶναι εἰπεῖν οἱ περιττοὶ ἄχρις ἑββλή. Κατὰ διπλασιασθῆναι τῶν ἑκάστος. οἱ γὰρ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν διπλασιαθέντων ἀρτιοπερίττοι πάντως ἴσοιται. Ἐκκειμένων ἢ τῶν ἀπὸ μονάδος περιττων δηλ: α: γ: ε: ζ: θ: ια: ιγ: ιε: ιζ: ἢ τῶν ὁμοίων, καὶ ἑκάστῃ τῶν διπλασιαθέντων γενήσονται οἱ β: δ: ι: ιδ: ικ: κβ: κδ: λβ: λδ: ἀρτιοπερίττοι ὄντες ἀριθμοὶ, οἵ τινες καὶ ἀρτιακῆς περιττοὶ λέγονται. Τῶτον τὸν τρόπον ἕξῃς γινόμενης καὶ τῆς λοιπῆς εὐτάκτως.

Περὶ τῶν παρεπομένων τῆ ἀρτιοπερίττου ἀριθμῆ.

Παρίπεται δὲ πρῶτον τῷ ἀρτιοπερίττῳ ἀριθμῷ τὸ ἐναντίως ἔχειν τὸνομα ὁποιοῦντι μέρει αὐτῷ τῆ δυνάμει, καὶ τῆς δυνάμει τῷ ὀνόματι. εἰ γὰρ τὸ μέρος ἀρτιώθυμον εἴη, ἢ δυνάμει ἴσαι περιττή. καὶ ἀνέπαλι, εἴη ἢ δυνάμει ἀρτία εἴη, τὸ τῷ μέρει ὄνομα περιττὸν ἴσαι. τῷ γὰρ, δὸς εἰπεῖν, ιη: εἰάν τὸ ἥμισυ λάβωμεν ἀρτιώθυμον πάντως ἴσαι ἀπὸ τῆ β: παρανομούμενον. ἄλλοθεν γὰρ τὸ ἥμισυ λέγεται, ἢ δὲ τῷ ποσότης περιττή. συνίσταται γὰρ ἐκ μονάδων ἐννέα. λαμβανόμενοι δὲ τὸ τρίτον περιττώθυμον εἴη, παρανομούμεται γὰρ ἀπὸ τῆ γ: ἢ δὲ τῷ ποσότης ἀρτία. συνίσταται γὰρ ἐκ μονάδων ἕξ. ὁ δὲ ἕξ ἀριθμὸς ἀρτιός ἐστι.

Δεύτερον δὲ παρίπεται τοῖς ἀρτιοπερίττοις ἀριθμοῖς, ἑκάστον ἐν τῇ φυσικῇ καὶ εὐτάκτῳ αὐτῶν ἐκθέσει τῆ μὲν πρὸ αὐτῆ τετράδι ὑπερέχειν, τῆ δὲ μετ' αὐτὸν τετράδι ἐλλείπει. ὁ γὰρ ε: φέρειπεῖν τῷ μὲν β: τετράδι ὑπερέχει, τῷ δὲ ι: δὲ τετράδι ἐλλείπει, ὅτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. τὸ δ' αἴτιον σαφές. Οἱ γὰρ περιττοὶ ἐξ ὧν ἔσονται γεννῶνται δυάδι ὑπερέχουσι, καὶ δυάδι ἐλλείπουσιν. ὁ γὰρ γ: δυάδι μὲν ὑπερέχει τῆς μονάδος α: δυάδι δὲ ἐλλείπει τῆ ε: ὁμοίως καὶ οἱ λοιποὶ καλεῖ δὲ τῆς γενέσεως ὁ Νικόμαχος, ὡς μετρήσας τῆς ἀρτιοπερίττου. τὰ γὰρ μέτρα γνώσεως ἐκάλεσαν οἱ ἀρχαῖοι· εἰ ἢ οἱ περιττοὶ δυάδι ὑπερέχουσι, καὶ δυάδι ἐλλείπουσιν, τούτων δὲ διπλασιαζομένων γεννῶνται οἱ ἀρτιοπερίττοι, ὁ δὲ ὅτι καὶ ἡ δυὰς διπλασιασθήσεται. ταύτης δὲ διπλασιασθῆσης γεννῶνται ἢ τετράς, τετράδι ἄρα οἱ ἀρτιοπερίττοι ἀριθμοὶ ὑπερέχουσι καὶ τετράδι ἐλλείπουσιν.

Πρὸς ταῦτοις δὲ οἱ ἀρτιοπερίττοι ἀριθμοὶ ἐν τῷ τῶν ἀριθμῶν φυσικῷ χύματι πέμπτοι ἀλλήλων εὐρίσκονται, τριάδι μὲν ὑπερβαίνοντες, δυάδι δὲ τῶν περιττῶν μικροτέρων γινόμενοι ὁ γὰρ ε: τοῦ β: πέμπτος ἐστίν. καὶ γὰρ τῶν β: ὁ γ: καὶ τῶν δ: ὁ ε: μετ' αὐτὸν ὁ ε: εἴτα ὁ ε: ἴδὲ τοῖνον πρῶτος μὲν ὁ β: δεύτερος δὲ ὁ γ: τρίτος δὲ ὁ δ: τέταρτος δὲ ὁ ε: καὶ πέμπτος ὁ ε: τῶτο καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εὐρίσκεται τῆς ἐν μέσῳ ἐκθέμενος κατὰ τὴν εὐτάκτον αὐτῶν ἀλλήλων ἐπακολουθῆσαι. Ἐπεὶ δὲ μίσην τῶν ἀρτιοπερίττων τρεῖς περιμπίπτουσι ἀριθμοὶ, ὡς ἐν τῷ β: καὶ ε: ὁ γ: καὶ ὁ δ: καὶ ὁ ε: καὶ ἐν ἄλλοις ἄλλοι τινές, δι' αὐτὸ τῶτο καὶ τριάδι ὑπερβαίνειν ἔσονται λέγονται, ἅτε δὴ μὲν τῆς περιμπίπτοντας αὐτοῖς τρεῖς ἀριθμῶς ἑκάστῃ ὑπάρχοντος. λέγεται δὲ ἐπ' αὐτῶν καὶ τὸ δυάδι τῶν περιττῶν μικροτέρων γίνεσθαι, ὅτι ὡς εἴρηται, οφείλει ἕκαστος τῶν περιττῶν ἐπὶ τὴν δυάδα πολλαπλασιασθῆναι, ἵνα τὸν ἐξ αὐτῆ ποιῆσιν ἀρτιοπερίττον. Συγκαταλέλεκται δὲ ὁ β: καὶ τοῖς ἀρτιοπερίττοις, ὅς τις πρῶτον χῶραν ἔχει ἐν τοῖς ἀρτιακῆς ἀρτίοις, ὅτι ἢ μὲν εἰς δύο ἴσα διαίρεται, εἰς μονάδας καταλήγει, ἀρτιακῆς ἐστὶν ἀρτιός. ἢ δὲ ἀπαξ τὴν εἰς δύο τομὴν ἐπιδέχεται ἀδίχασα καὶ μέρη ἔχων, συντάττεται τοῖς ἀρτιοπερίττοις.

Τῶν ἀρτιοπερίττων ἐπι ἀριθμῶν ἕκαστος πλὴν τῆ β: περιττώθυμον εὐρίσκεται εἶναι μέρος τῶν μετ' αὐτὸν, καθ' ὑπέρβατον μέντοι. ὁ γὰρ ε: τρίτον μέρος ἐστὶ μέρος τῆ ιη: πέμπτον δὲ τῆ λ: ἑβδόμον δὲ τῆ μβ: ἑννατον δὲ τῆ ιδ: ὅτω καὶ ὁ ι: καὶ οἱ λοιποὶ πρὸς τῆς μετ' αὐτῆς ἔχουσι, τῆς ὑπερβάσεως κατὰ πρόσθεσιν δυάδος γενομένης. Ἐπεὶ γὰρ ὁ ε: τρίτον μέρος ἐστὶ τῆ ιη: ὑπερβαίνων δύο τὸν ι: καὶ ἰδ: ὁ ι: τρίτον μέρος εὐρίσκεται ὁμοίως τῆ λ: ὑπερβαίνων μέντοι τέσσαρας τὸν ιδ: ιη: κβ: κδ: ὁ δὲ ιδ: εὐρίσκεται καὶ αὐτὸς τρίτον μέρος τῆ μβ: ἀλλ' ὑπερβαίνει ἐξ τὸν ιη: κβ: κδ: λ: λδ: λη: ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. ὡς γὰρ ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους οἱ περιττοὶ, ὅτω καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι ἀρτιοπερίττοι.

Εἴρηται δὲ ἐν τοῖς πρότερον ἀντικειμένως ἔχειν τὸν ἀρτιοπερίττον ἀριθμὸν τῷ ἀρτιακῆς ἀρτίῳ, ἅτε τῶτο μὲν τὸ μέγιστον ἄκρον, δηλ: αὐτὸ τὸ ὅλον μέρος ἐστὶ διαίρετον, ἐκείνη δὲ τὸ ἐλάχιστον, ἢ τοῖ ἢ μονὰς μόνον ἀδιαίρετον, καὶ ἐν μὲν τῇ ἐκθέσει τῶν ἀρτιακῆς ἀρτίων τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, εἰάν τὸ πλῆθος αὐτῶν ἀρτιόν ἢ, ἢ τῷ ἀπὸ τῆ μέσῃ, εἰάν τὸ πλῆθος ἢ περιττὸν. Ἐν δὲ τῇ τῶν ἀρτιοπερίττων ἐκθέσει, εἰ μὲν τὸ πλῆθος ἀρτιόν εἴη, τὰ δύο μέσα συντιθέμενα ἴσα εἶναι τοῖς δυσὶν ἄκροις συντιθεμέναις. εἰ δὲ περιττὸν, ὑποδιπλασιάζουσι τὸ μέσον τῶν δύο ἄκρων συντιθέντων. Ἐκκείδωσαν γὰρ οἱ β: ε: ι: ὧν τὸ πλῆθος περιττὸν ἐστὶ, καὶ συναφθῆναι ἀλλήλοις αἱ δύο ἄκροι, ὁ β: δηλ: καὶ ἰ: καὶ τῷ γινόμενῳ ἐξ αὐτῶν ιβ: παραβληθῆτω ὁ ε: μίσην

ων, κ' εύρεθήσεται πάντα υποδιπλασίως. προσκείσθω δ' εφεξής τ' α': ο ιδ': ίσα γένεται τ' ο πληθος αυτων αρτιοι. ετα συναρθέτωςαν αλληλως οι τε δυο ακροι ο β': δηλ. κ' ο ιδ': κ' οι δυο μεσοι ο ε': κ' ο ι': κ' τα γεγομενα εκ των ακρων παραβληθέντω ο γεγομενος εκ των μέσων, κ' εύρεθήσεται πάντως ίσος. α ε': γάρ κ' ι': τόν ιε': πεκίσειν, ον κ' ο β': κ' ιδ': διατίνοχε δε τ' αυτο εκείνη, οτι εκει μεν η εξέτασις γίνεται κατά πολλαπλασιασμόν, ενταυθα δε κατά πρόσθεσιν.

Περί τ'ε περισσάρτιου αριθμού.

Περισσάρτιος ε'στι, η περισσάρτιος αριθμός ε'στιν ο εις δυο ίσα διαιρεθήναι δυναμέτος, διαιρέμεγα ομοίως κ' τα αυτα μέρη έχει. Ε'στι δ' οτε κ' τα των μερών μέρη, ε' μὴν γε μέχρι μονάδος, ε'στις ο ιδ': κ': κδ': μ': κ' οι ομοιοι. Τ'ετων γάρ ο μὴν ιδ': κ' κ': κ' ημισυ έχει εκάτερος, κ' τα ημισέως ημισυ, ο δε κδ': κ' μ': κ' επί πλέον τόν διχασμόν των μερών επιδέχονται, ε'δεις μέτροι μέχρι μονάδος. Ε'ιρηται αι μέσοι χώραν έχειν των λοιπών δυο του αρτίου ειδών, τουτ' αρτιάκις αρτίε δηλον: κ' αρτιοπερίττε, οτι η μεν πλείονας εις δυο ίσα τομάς της μίας επιδέχεται, οικειεται μεν τ'ω αρτιάκις αρτίω, διενήνοχε δε τ'η αρτιοπερίττε, μίαν τοιαύτην επιδέχομένην τομήν, ως ε'ιρηται. Η' δε μέχρι μονάδος εκ επιδέχεται τ'ας τομάς, προσεγγίζε μεν τ'η αρτιοπερίττε, αφίσταται δε τ'η αρτιάκις αρτίε, τ'η την μονάδα μόνην ατμητον έχοντος. Ο'θεν συμβέβηκεν αυτω έχειν τα τε ίδιως εν εκατέρω εκείνων παρακολληθέντα, κ' τα μικρότερω. ο μεν γάρ αρτιοπερίττος αριθμός το μέγιστον μόνον μέρος, οιοσ' το ημισυ ατμητον έχειν. ο δε αρτιάκις αριθμός το ελάχισον, ητις ε'στι μονάς. ε'τος δε ο περισσάρτιος φημι ε'δύτερον τ'ετων έχει. ε'τε γάρ το μέγιστον αυτα μέρος αδιαίρετον, ε'τε το ελάχισον μόνον η μονάς. κ' πάλιν τ'η μεν αρτιάκις αρτίε τα μέρη αρτιώνυμα ε'ισι κ' αρτιοδύναμα, τ'η δε αρτιοπερίττε εναντίως έχει κ' τα μέρη ταις δυνάμεισι, κ' αι δυνάμεις τοις μέρεσι. τ'αυτα δε τ'η περισσάρτιε τα μεν αρτιώνυμα κ' αρτιοδύναμα, κατά μίμησιν τ'η αρτιάκις αρτίε, τ'η δε εναντίως έχοντα ταις δυνάμεισι, ωσπερ κ' αι δυνάμεις τοις μέρεσι, κατ' εικόνην τ'η αρτιοπερίττε. τ'η γάρ κδ': το ημισυ δ'. ε'. κ' ιδ'. αρτιώνυμα ε'ισι κ' αρτιοδύναμα. το δε γ'. κ' κδ'. αττικειμένως έχει ταις ίδιαις δυνάμεισι.

Περί Γενέσεως τ'ε περισσάρτιε αριθμού.

Η' δε τ'ετα γενέσις περικλυτέρα πως ε'στι της των άλλων γενέσεως. Οι μεν γάρ αρτιάκις αρτιοι από μονάδος αρχόμενοι κατά τ'ην διπλασίον έχωρον λόγον επί το μείζον. οι δε αρτιοπερίττοι εκ των περιττων συναίτατο επί τόν δυο πολλαπλασιαζομένων. ε'τος δε, ο περισσάρτιος φημι, εκτε τ'η αρτιάκις αρτίε κ' περιττε την σύσασιν έχει, ως μίση χώραν εν ε'αυτοίς έχων. Εκκείσθωσαν ην δια το σαφέτερον οι από τριάδος περιττοι αριθμοι ευτάκτως εν ενί σίχω, οιοσ' γ', ε', ζ', ε', ια, εγ, ιε, εν έκτέρω δε σίχω οι από τετραδος αρτιάκις αρτιοι, δ', η, ιε, λβ, ξε, ρκη, σις. Ε'ιτα πολλαπλασιαθέντω εκασος των αρτιάκις αρτίων εφ' εκασον των περιττων, η κ' ανάπαλιν, κ' οι γεγομενοι πάντες περισσάρτιοι ε'σονται. από γάρ τ'η δ': επί τόν γ': πολλαπλασιαζομένης γενήσεται ο ιδ': από δε του η': επί τόν αυτόν γ': ομοίως πολλαπλασιαζομένης γενήσεται ο κδ': από δε τ'η ιε': ο μη: από δε τ'η λβ': ο υε': από δε τ'η ξε': ο ρυβ': από δε του ρκη': ο τπδ': κ' από του σις': ο ψξη: κ' εκασος τ'ετων ημισυ τε έχει, κ' τα ημισέως ημισυ, δι' ο κ' περισσάρτιός ε'στι. πολλαπλασιαζομένων δε των αυτων αρτιάκις αρτίων αριθμών κ' επί τόν ε': συναρθέσονται άλλοιτιές περισσάρτιοι αριθμοι. μείζονες μεν τ'η ποσότητι, ίσοπληθείς δε τοις προτέροις. Ομοίως δε κ' εν επί τόν ζ': ε': κ' τας λοιπας πολλαπλασιασθώσι περιττας αριθμους οι αρτιάκις αρτιοι μείζονες τ'αι προτέρων γενήσονται περισσάρτιοι αριθμοι, ως επί τ'η α β γ δ, Διαγράμματος καθοράται.

α	γ:	ε:	ζ:	δ:	ια:	ιγ:	ιε:	ιζ:	δ
	δ:	ε:	ι ε:	λ β:	ξ δ:	ρ κ η:	σ ι ε:	ε ι β:	
	ι β:	κ δ:	μ η:	υ ε:	ρ γ β:	σ π δ:	ψ ε:	φ ρ ε:	
	κ:	μ:	π:	ρ ε:	τ κ:	χ κ:	φ σ τ:	β φ ε:	
	κ η:	υ ε:	ρ ι β:	σ κ δ:	υ μ η:	ω γ ε:	ρ λ μ β:	γ φ α δ:	
	λ ε:	ο β:	ρ μ δ:	σ π η:	φ ο ε:	φ ρ β:	β τ δ:	δ χ η:	
	μ δ:	π η:	ρ ο ε:	τ η β:	ψ δ:	φ υ η:	β ω ι ε:	ε γ λ β:	β

Τ'ετον δ'η τόν τρόπον ουνήση, οσον βέλεις, αυξήσαι τ'ο πληθος των περισσάρτιων αριθμών κατά τε πλάτος κ' βάθος. ε'ξισι δε κ' απλέςτερον πως τ'ετα γεννάσθαι. Ε'αν γάρ εν ενί σίχω της περιττες ως πρότερον εκθ'ης αριθμους, κ' εφ' εκασον τ'ετων τόν α': πολλαπλασιασθής, δε κ' α. έχει χώραν επί των αρτιάκις αρτίων, τ'ης δε γεγομένης υπ' άλληλες, κ' βάθος, τάξης, ε'ιτα εφ' εκασον τ'ετων, αρχόμενος από τ'η α. κατά τόν διπλασίον χωρήσει λόγον, κ' τ'ης γεγομένου εφεξής, κατά

Ε. ΠΑΝΤΕΣ ΕΤΙ ΙΩΑΝΝΗΝΑ 2006

πλάτος τάξης, γιγνέσονται οἱ αὐτοὶ ὡς καὶ πρότερον. τὰ γὰρ β : διπλασιαζομένα ἀναφανίσκονται ὁ $\kappa\delta$: τέτε δὲ διπλασιαζομένα συσπθίσεται ὁ $\mu\eta$: ἔτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. δεῖ δὲ τὰς γινομένης καὶ τὸν α. τρόπον διὰ τὴν αὐτὴν πολλαπλασιασμὸν εἶναι εἶχον τάττειν, ὥστε ἕκαστον τῶν συσπθιζέων ἐκάστῳ τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων, ὡς ὁ β , τῷ δ , ὁ $\kappa\delta$, τῷ η , ὁ $\mu\eta$, τῷ $\iota\sigma$, ὁ $\upsilon\sigma$, τῷ $\lambda\beta$, ὁ $\rho\upsilon\beta$, τῷ $\xi\delta$, ὁ $\tau\pi\delta$, τῷ $\rho\kappa\eta$, καὶ ὁ $\psi\eta$, τῷ $\sigma\upsilon\sigma$, ὁμοίως δὲ καὶ τὰς ἐξῆς. ἔτω γὰρ τῶν κειμένων εὐρεθήσεται συμβαίνειν αὐτοῖς, καὶ μὲν πλάτος τὸ τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων ἰδίωμα, εἴαν γὰρ καὶ τῶν τῶν περισπθιζέων φημί, τὸ πλῆθος περιττὸν ἢ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, ἢ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, εἴαν ἀρτίον ἢ. καὶ δὲ τὸ βάθος τὸ τῶν ἀρτιοπερίττων. εἴαν γὰρ τὸ πλῆθος τῶν αὐτῶν περιττὸν ἢ, ὁ μέσος ὑποδιπλασίου εἶναι τῶν ἄκρων συντιθεμένων, εἰδ' ἀρτίον, οἱ μῆσοι ἴσοι κατὰ σύνθεσιν, τοῖς ἄκροις.

ἰσοῦται ἀριθμοί:

- { Εἰς ἀρτιάκις ἀρτίων, ὅστις τῶν ἀπὸ δύο ἴσα πομῶν, κατὰ τὴν πᾶν ὅλον καὶ πᾶ μέρη, μέχρι μονάδος ἐπιδέχεται.
- { Εἰς περισπθιζέων ἀρτίων, κατὰ τὴν πᾶν ὅλον καὶ πᾶ μέρη τῶν εἰς δύο ἴσα ἐπιδέχεται πομῶν, ἐμῶν γὰρ μέχρι μονάδος.
- { Εἰς ἀρτιοπερίττων, ὅστις ἀπὸ τῶν εἰς δύο ἴσα πομῶν ἐπιδέχεται ἀδύνατον μὲν πᾶ μέρη ἔχει.

Περὶ τῶ περιττῶ.

Ὅσα μὲν ἔν, καὶ ὅποια τὰ εἶδη τῶ ἀρτίων ἀριθμῶν, ὅπως τε τῶν ἕκαστον γιγνᾶται, καὶ τίνα ἔχει τὰ παρεπόμενα αὐτῶ ἀρχέντως, οἶμαι, δεδήλωται. Γὰρ δὲ περιττῶ αὐθις τρία καὶ αὐτὰ τὰ εἶδη. τὸ Α. καὶ ἀσύνθετον, τὸ δευτέρον καὶ σύνθετον, καὶ τὸ καθ' αὐτὸ μὲν δευτέρον καὶ σύνθετον, πρὸς ἄλλο δὲ πρῶτον καὶ ἀσύνθετον. Ὡς τὰ μὲν δύο τὸ πρῶτον φημί καὶ ἀσύνθετον, καὶ δευτέρον καὶ σύνθετον ἀλλήλοισ ἀντίκεινται. τὸ δὲ τρίτον, τὸ καθ' αὐτὸ μὲν δευτέρον καὶ σύνθετον, πρὸς ἄλλο δὲ πρῶτον καὶ ἀσύνθετον μέσῃ χώρῃν ἔχει. Καὶ ὡς ἐν μεταίχμιῳ ἀμφοῖν θεωρεῖται, δίκην μεσότητός τινος ἐν ἀκρότησι κατὰ τὴν ἑκατέρῃ κοινῶν.

Περὶ τῶ πρώτου καὶ ἀσυνθέτου.

Πρῶτον μὲν ἔν καὶ ἀσύνθετός ἐστι τὸ ὑπὸ μονάδος μόνης μετρούμενον ὑπ' ἑδενός ἄλλου, ὡς οἱ γ , ϵ , ζ , $\iota\alpha$, $\iota\gamma$, $\iota\zeta$, $\iota\theta$, $\kappa\gamma$, $\kappa\theta$, $\lambda\alpha$, καὶ οἱ παραπλήσιοι. Τῶν τῶ ἕκαστον, ἀμύχανόν ἐστιν εὐρέων ἔχοντα ἄλλοτι μέτρον, ἀλλὰ μόνον τὸ ἑαυτῶ παρώνυμον, δηλ: τὴν μονάδα. ὁ γὰρ γ : τρίτον μόνον ἔχει μέρος, ὁ δὲ ϵ : πέμπτον. καὶ ὁ ζ : ἑβδόμον, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Διὸ δὴ πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι πάντες οἱ τοιοῦτοι ὀνομασθήσαν ἀριθμοί. πρῶτοι μὲν ὡς τῶ κοινῶ πάντων μέτρῳ καὶ προτίσῳ τῇ μονάδι μόνη μετρούμενοι, ἄλλω δὲ ἑδενί. ἀσύνθετοι δὲ, ὡς ὑπ' ἑδενός ἀριθμῶ γιγνόμενοι, ἀλλὰ μόνης τῆς μονάδος. αὐτῶν δὲ ἑαυτοῖς συντιθέντων δυνατόν ἄλλως, ὡς ἀπὸ πηγῆς τινος καὶ ρίζης γίνεσθαι, πρὸς ἑς καὶ λόγον ἀρχῆς ἔχουσιν. Εἰ ἔν τῆς ἀρχῆς τότε προτέρα ἐστὶ τῶν ἄλλων, καὶ τὸ ἐξ αὐτῆς τ' ἄλλα γίνεσθαι, καὶ τὸ εἰς αὐτὴν ἔχατον ἀναλύεσθαι, εἰκότως τῶ ὄντι γὰ καὶ οἱ τοιοῦτοι πρῶτοι τε καὶ ἀσύνθετοι ὀνομαζόνται.

Περὶ τῶ δευτέρου καὶ συνθέτου.

Δεύτερος δὲ καὶ σύνθετος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ μὴ μόνον τῶ κοινῶ πάντων μέτρῳ τῇ μονάδι μετρούμενος, ἀλλὰ καὶ ἄλλω τινί, ἢ ἄλλοις τισὶν ἀριθμοῖς, ὡς ὁ θ , $\iota\epsilon$, $\kappa\alpha$, $\kappa\epsilon$, $\kappa\zeta$, $\lambda\gamma$, $\lambda\theta$, καὶ οἱ ὅμοιοι. τῶν τῶ ἕκαστος καὶ παρώνυμον ἑαυτῶ ἔχει μέρος τὴν μονάδα, ἔχει δ' ἔτι καὶ ἑτερώνυμον. ὁ μὲν γὰρ θ : δύο ἔχει μέρη ἑνατον καὶ τρίτον, τὸ μὲν ἑαυτῶ παρώνυμον, ὅπερ ἐστὶ μονάς, τὸ δὲ ἑτερώνυμον, δηλ: τὴν γ : ὁ δὲ $\iota\epsilon$: τρία ἔχει μέρη δέκατον πέμπτον, πέμπτον, καὶ τρίτον, τὸ πρῶτον ἑαυτῶ παρώνυμον, ὅπερ ἐστὶ μονάς, τὸ δὲ πέμπτον, καὶ τρίτον ἑτερώνυμον, καὶ ταυτά ἐστὶν ὁ γ : καὶ ὁ ϵ : ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστος πρὸς τῶ παρώνυμῳ ἑαυτῶ μέρη, καὶ ἑτερώνυμον ἢ ἑτερώνυμα ἔχει μέρη. ὁ δὲν καὶ β. λέγεται, ὡς μὴ μόνον τῶ πρῶτῳ καὶ κοινῶ πάντων μετρούμενος μέρη, τῇ μονάδι φημί, ἀλλὰ καὶ ἄλλω τινί, ἢ ἄλλοις τισὶν ἀριθμοῖς. σύνθετος δὲ, ὅτι τῶν πρῶτων καὶ ἀσυνθέτων τινὸς πρὸς ἑαυτὸν ἢ πρὸς ἕτερον συντιθέντος, ἔτος γίνεσθαι. ἐξ ὧν δὲ συνέστηκε εἰς τῶν καὶ ἀναλύεται. ὡς περὶ ὁ θ : ἐκ τῶ γ : συνίσταται ἑαυτῶ συντιθεμένῳ, καὶ εἰς αὐτὸν ἀναλύεται.

Περὶ τῶ καθ' αὐτὸ μὲν συνθέτου πρὸς ἄλλο δὲ ἀσυνθέτου.

Τὸ δὲ τρίτον τῶ περιττῶ ἀριθμῶ εἶδος, ὁ καὶ μέσῃ χώρῃν ἐπέχει ἐν τοῖς λοιποῖς δισὶν, ὡς φηται, ὅτι ἔχει τὸ καθ' αὐτὸ μὲν σύνθετον, πρὸς ἄλλο δὲ ἀσύνθετον. Εἰσὶ δὲ τῶν τῶ εἶδος ὅσοι καὶ ἀριθμῶν ἀλλήλοισ μὲν παραβαλλόμενοι καὶ ἀντεξέταστοι ἀδέν τι κοινὸν ἔχουσι μέτρον; πλὴν τῆς μονάδος, ἕκαστος δὲ

ICMATH 2006

τος δὲ αὐτὸς καθ' ἑαυτὸν θεωρούμενος πρὸς τῶν ὁμοίων ἑαυτῷ μέρει τῆ μονάδος, εὐρίσκεται ἔχων καὶ ἑτερώσημον, ἢ ἑτερώσημα μέρη, οἰοίεσιν οἱ εἶ, καὶ κῆ, ἑκάτερος ᾧ καὶ τῆ μονάδος καθ' ἑαυτὸν θεωρούμενος, καὶ ἑτέρω τιμὴ μετρεῖται ἀριθμῶ, ὁ μὲν τῷ γ: ὁ δὲ τῷ εἶ: πρὸς ἀλλήλους δὲ ἀντεξισταζόμενοι ὑδέντι κοινὸν μέτρον ἔχουσιν. ὅτε γὰρ ὁ γ: τὸν κῆ: μετρεῖ, ὅτε μὲν ὁ εἶ: τὸν εἶ: ἀλλ' ἢ μονάδος μόνον. Ἐτετέρω μὲν τοι καὶ αὐτῆ, ὡς κοινὸν λαμβανουμένη μέτρον, ὁμοιωμένης ἐστίν, ἰσίκασι δὲ εἰ τοιῶν τοι, καὶ τὸν Πρόκλον, τοῖς πρὸς τι καὶ ἀντιστρέφουσι κατὰ τὴν τῶν ὁμοίων ἀντιστροφῆν. Ὡς περ γὰρ ὁ φίλος φίλος λέγεται φίλος, καὶ ὁ ἀδελφὸς ἀδελφῆ: ἀδελφός, ὅτω καὶ ὁ εἶ: πρὸς τὸν κῆ: ἔχει ὡς ὁ κῆ: πρὸς τὸν εἶ:.

Περὶ Γενέσεως τῶν τριῶν Εἰδῶν τὰ περιττῶ.

Περὶ μὲν ἑν τῶν τριῶν τὰ περιττῶ Εἰδῶν, ὁποῖον ἕκασον, καὶ τίνι τῶν ἄλλων διεργόχων ἰκανὰ καὶ ταῦτα κατὰ μετ' ἀγάπης θεωρήσονται. Ρῆτέον δ' ἐτι ὀλίγα καὶ περὶ τῆς Μεθόδου τῆς τῶν Γενέσεως. καλεῖται δ' αὐτὴ ὑπὸ τῷ Εὐρατόδεικτος, ὡς Νικόμαχος φησὶ, Κόσκιον. Ὡς περ γὰρ διὰ κοσκίνα ἐχομεν διαχωρίζειν, σίτον φερείπειν ἄχυρα, καὶ ψύμμον τῆς μὲν υποπιπτάσης, τῶν δὲ ὑπερκειμένων, ὅτω πως καὶ δια τῆς αὐτῆς Μεθόδου ἀναπεφυρμένης λαβόντες τὰς περιττοὺς ἀριθμούς, καὶ ἀδιακρίτους, ἐξ αὐτῶν τὰ τρία ταῦτα εἶδη διακρίνομεν συλλέγομεν. ἐστὶ δὲ ἡ Μέθοδος τοιαύτη. Ἐκκειμένωσαν ἐφεξῆς, κατὰ τὴν πρὸς ἀλλήλους ἀκολουθίαν, οἱ ἀπὸ τριάδος περιττοὶ, ὅσων ἕξῃσι ἑν ἐνὶ εἰχῆσιν. εἰ δὲ ταῦτο δυσχερὲς σοι φαίη, ἐν πλείωσι στίχοις ἀνθ' ἑνὸς λαμβανόμενος, ὡς ἐπι τοῦ ἐπ' ὄψιν καθοράται διαγράμματος. Εἰτα ἀρχόμενος ἀπὸ τῶ α. ἐπισκόπησον ἀκριβῶς ἑκάς τῶν ἐκτεθέντων οἷος τε οὗτος καταμετρεῖν, καὶ εὐρήσεις αὐτὸν τοὺς δύο μέσους διαλείποντας καταμετρεῖντα, τὸν εἶ: δηλ: τὸν ιῆ, τὸν κῆ, καὶ λοιπὸς. Ὡς δ' ὁ μὲν τὸν εἶ: καὶ ζ': διαλείπει, ὁ δὲ τὸν ιῆ: καὶ γ': ὁ δὲ τὸν ιζ': καὶ εἶ: καὶ ἄλλος ἄλλως. Μεταβάς δὲ καὶ ἐπὶ τὸν δευτέρου, ὅς ἐστιν ὁ εἶ: ἐπισκόπησον ὁμοίως, πόσους καὶ ὅσους δύναται καταμετρεῖν, καὶ εὐρήσεις αὐτὸν μετρεῖντα πάντα τὰς τετραδιδιαλείποντας, λέγω δὴ τὸν ιῆ, τὸν κῆ, τὸν λῆ, τὸν μῆ, καὶ τὰς ὁμοίους, ὧν ἕκασος τέσσαρας ὑπερβαίνει ἀριθμῶς. ὁ μὲν τὸν ζ': τὸν εἶ: τὸν ιῆ: καὶ τὸν γ': ὁ δὲ τὸν ιζ': εἶ: καὶ κῆ: καὶ γ': ὁ δὲ τὸν κζ': κῆ: καὶ λῆ: ὁ δὲ τὸν λζ': λῆ: καὶ μῆ: ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

γ:	ε:	ζ:	δ:	ια:	ιγ:	ιδ:	ιζ:
ιδ:	κα:	κγ:	κε:	κζ:	κδ:	λα:	λγ:
λε:	λζ:	λδ:	μα:	μγ:	μη:	μζ:	μδ:
να:	νγ:	νε:	νδ:	ξα:	ξγ:	ξε:	ξδ:
εζ:	εδ:	εα:	εγ:	εα:	εζ:	εδ:	πα:
πγ:	πε:	πζ:	πδ:	χα:	χγ:	χε:	χδ:

Τὸτ αὐτὸ ποιῶν κατὰ τῶν λοιπῶν περιττῶν ἀριθμῶν εὐρήσεις τὸν μὲν τρίτον, ἦτοι τὸν ζ': μετρεῖντα πάντα τὰς εἶξ διαλείποντας. τὸν δὲ εἶ: ὅς καὶ τετάρτην χώραν ἐπέχει τὰς ὀκτὰ διαλείποντας, καὶ τῶν λοιπῶν ἕκασον, τὰς πλείονας τῶν προτέρων διαλείποντας κατὰ δυάδα τῆς αὐξήσεως εὐτάκτως γινομένης. Δεῖ δὴ μάλιστα εἶδεναι, ὡς ἕκασος τῶν περιττῶν ἀριθμῶν ἕχι πάντα ὅσπερ μετρεῖ, εἰ καὶ ὡς ἔτυχε μετρεῖ, ἀλλὰ τὸν μὲν πρῶτον τῶν ὑπ' αὐτῷ μετρεμένων κατὰ τὸν πρῶτον τῶν ἐκκειμένων περιττῶν μετρεῖ. τὸν δὲ δευτέρου, κατὰ τὸν δευτέρου, καὶ τὸν τρίτου, κατὰ τὸν τρίτου καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως ἐπ' ἀπείρον. Οἷον ὁ πρῶτος τῶν περιττῶν, ὁ γ': μετρεῖ τὸν πρῶτον ὑπ' αὐτῷ μετρεμένον, τὸν εἶ: καθ' ἑαυτὸν, τρεῖς γὰρ ὁ γ': λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν εἶ: τὸν δὲ δευτέρου δὴλον: τὸν ιῆ: κατὰ τὸν εἶ: καὶ τὸν γ'. ἦτοι τὸν κῆ: κατὰ τὸν ζ': καὶ τὸν τέταρτον λέγω δὴ τὸν κζ': κατὰ τὸν εἶ: ὅτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀκριβῶς ἐρευνῶν εὐρήσεις αὐτὸν ἕκασον μετρεῖντα κατὰ τὸν ἀναλογεῖντα αὐτῷ τῆ τάξει. Πάλιν ὁ εἶ: τὸν μὲν πρῶτον ὑπ' αὐτοῦ μετρούμενον, τὸν ιῆ: κατὰ τὸν γ': μετρεῖ: τὸν δὲ δευτέρου ἦτοι τὸν κῆ: καθ' ἑαυτῶν. καὶ τὸν τρίτου δηλ: τὸν λῆ: κατὰ τὸν ζ': καὶ τὸν τέταρτον, τὸν μῆ: φημί κατὰ τὸν εἶ. Τὸτ αὐτὸ εὐρήσεις καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων γινομένης.

Δυναμέθα δὲ τὴν τῶν ὑπερβαίνοντων τάξιν εὐρεῖν, ἢ τὰς χώρας τῶν περιττῶν διπλασιαζόντες ἀριθμῶν, ἢ μονάδα ἀφ' ἑκάστω ἀφαιρῶντες. Ἐπεὶ γὰρ ὁ γ': πρῶτην χώραν ἔχει, εἰάν τὴν μονάδα διπλασιασῶμεν γνήσεται ὁ β': εἰδὲ γε καὶ μονάδα ἀπ' αὐτῷ ἀφέλωμεν, πάλιν ὁ β': ἐγκαταλειφθήσεται. Ὡς δὲ δῆλον, ὅτι ὁ γ': τὰς δύο διαλείποντας καταμετρεῖ. Ἐπεὶ δὲ ὁ εἶ: δευτέρος ἐστὶ τῷ γ': εἰάν τὸν β': διπλασιασῶμεν, ὁ δ': γνήσεται, εἰάν δὲ καὶ μονάδα ἀπ' αὐτῷ ἀφέλωμεν ἐγκαταλειφθήσεται πάλιν ὁ δ': δῆλον ἄρα ὅτι ὁ εἶ: τὰς τετραδι διαλείποντας καταμετρεῖ. Τοῦτον τὸν τρόπον εὐρήσομεν καὶ τὴν ποσότητα τῶν ὑπὸ τῶν λοιπῶν μετρούμενων.

E.Y.A. ΠΑΤΡΗΣ
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Τῦτε δὲ ποιήσαίτις, εἴαν περ τῆς ὑφ' ἑκάστη μετρημένης ἀποσυνθεώσωμεν σημείοις τισίν, ὥστε γινώσκων τίνας μὲν ὁ πρῶτος τῶν περιττῶν μετρεῖ, τίνας δὲ ὁ δεύτερος, καὶ τίνας ἄλλος, ἢ διὰ τὸ ἐκ σύγχυτον εἶναι ἐφ' ἑκάστη τῶν μετρημένων τῆς μετρήσας αὐτὸν τάξωμεν, εὐρίσομεν πάντως ἐν αὐτοῖς καὶ τὰ τρία τῶν περιττῶν εἶδη. Ὅσοι μὲν γὰρ ὑπὸ κέντρος μετρεῖται ἀριθμὸς πλὴν μονάδος μόνης, πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοί εἰσιν, ὡς ὁ γ': ε': ζ': ια': ιγ': καὶ οἱ ὅμοιοι. Ὅσοι δὲ καὶ ὑπότινος ἢ τιγῶν μετρεῖται ἀριθμῶν, δεύτεροι καὶ σύνθετοι. ὡς ὁ δ': ιε': κα': κε': κζ': λγ': καὶ οἱ ὅμοιοι. Ὅσοι δὲ τελευταῖον πρὸς ἀλλήλους παραβαλλόμενοι ὑφ' ἑνὸς μὲν ἑκάτεροι εὐρίσκονται μετρήμενοι, ἢ μὴν δὲ ὑπὸ τῶν αὐτῶν, ὡς ὁ δ': καὶ κε': ἄν ἄτερος μὲν ὑπὸ τῶν γ': ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος γέγονεν, ὑφ' ἑ καὶ μετρεῖται παρωνύμως, ἄτερος δὲ ὑπὸ τῶν ε': ἢ γὰρ ὑπὸ πλειόνων, ἕδεν μὲν τοι κοινὸν μέτρον ἔχουσιν, ἕτε δὴλον: τὸν πολλαπλασιαζόντα, ἕτε μὴν καθ' ὃν ὁ πολλαπλασιασμός γίνεται, ὡς ὁ λγ': καὶ ζε': ὁ μὲν γὰρ ἔχει τρίτον καὶ εἰσὶν ἑκάστον μέρος, ὁ δὲ πέμπτον καὶ δέκατον τρίτον, ὁ μὲν γὰρ ὑπὸ τοῦ γ': καὶ ια' μετρεῖται, ὁ δὲ ὑπὸ τῶν ε': καὶ ιγ': ἕτοι εἰσι καθ' ἑαυτὸς μὲν δεύτεροι καὶ σύνθετοι, πρὸς ἀλλήλους δὲ πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι. Ἀλλὰ καὶ ὅσοι γίνονται ἐκ τῶν πρῶτων καὶ ἀσυνθέτων πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιασθέντων ἐφ' ἑαυτὰς, ἢ ἐπὶ τῆς οἰκείας γνώμονας, τοιαῦτοι καὶ αὐτοί εἰσιν, ὡς περ ὁ κζ': καὶ ρκε': ὁ μὲν γὰρ γέγονεν ἐκ τῶν δ': ἐπὶ τὸν γ': πολλαπλασιασθέντος, ὁ δὲ ἀπὸ τῶν κε': ἐπὶ τὸν ε': ὁμοίως πολλαπλασιασθέντος. Ἐπειὶ γὰρ ὁ δ': καὶ κε': πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοί εἰσι πρὸς ἀλλήλους, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν δὴλον ὅτι, ὁ κζ': καὶ ρκε': πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶ.

Ὅπως εὐρίσκειν ἔχομεν τῆς τε πρώτης καὶ ἀσυνθέτους, καὶ τῆς δευτέρας καὶ συνθέτους.

Ἐπειδὴν δὲ τύχῃσι δύο περιττοὶ ἀριθμοί, καὶ ζητήσείτις πότερον ἕτοι πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοί εἰσιν, ἢ δεύτεροι καὶ σύνθετοι, ἀφαιρέτιον ἡμῖν τὸν ἐλάττω ἀπὸ τῆς μείζονος ὅσακις δυνατόν, καθ' εἰς μονάδα κατανήσει ἢ ἀφαίρεσις, δεῖ τῆς ἀποφαίνων πρῶτους καὶ ἀσυνθέτους, εἰδὲ εἰς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν, δευτέρως καὶ συνθέτους, καὶ τὸν ἀριθμὸν ἐκεῖνον, ἐφ' ὃν κατέλιξεν ἢ ἀφαίρεσις κοινὸν εἶναι μέτρον τῶν προβληθέντων ἀριθμῶν. Οἷον ὑποκείσθωσαν πρῶτον εἰς ἔρευναν ὁ κγ': καὶ με': ἀφαιρέσθω δὴ ὁ ἐλάττω, εἰλη: ὁ κγ': ἀπὸ τῆς με': μείζονος. καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ κβ': ἀφαιρέσθω ἕτος ἀπὸ τοῦ κγ': ἐπεὶ δὲ ἐναπολείπεται μονάς, ἥτις ὅσακις ἀν' ἀφαιρέσθω ἀπὸ τοῦ κβ': εἰς μονάδα αὐτίς κατανήσει, τῆς χάριν οἱ προκείμενοι ἀριθμοί, ὁ κγ': καὶ με': πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶ, καὶ κοινὸν ἔχουσι μέτρον τὴν μονάδα. Ἐποκείσθωσαν ὁ ἐπι: καὶ μεδ': καὶ ἀφαιρέσθω τὸ μεδ': ὁ κα': καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ κη': ἀφαιρέσθω πάλιν ὁ κα': ἀπὸ τῆς κη'. Ἐπειὶ δὲ ἐναπολείπεται ὁ ζ': ἀφαιρέσθω καὶ ἕτος ἀπὸ τῆς κη': καὶ ἐναπολειφθήσεται πάντως ὁ ιθ': τῆς δὲ ἀφαιρέσθω ὁ ζ': καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται αὐτίς ὁ ζ': ὅστις ἀπὸ τῆς πρότερον ἐναπολειφθέντος ζ': ἕκ ἀφαιρέται, ἴσθη ὅτι οἱ προβληθέντες ἀριθμοί, ὁ κα': καὶ μεδ': δευτεροί εἰσι καὶ σύνθετοι, καὶ κοινὸν ἔχουσι μέτρον τὸν ζ':.

Περὶ τῶν τριῶν Εἰδῶν τῆς ἀρτίου ἀριθμοῦ κατὰ δευτέραν αὐτῶν διαίρεσιν.

Κατὰ μὲν ἂν πρώτην διαίρεσιν τῆς τε ἀρτίου καὶ περιττῆς ἀριθμοῦ τρία εἰσὶν ἑκατέρου τὰ εἶδη: ὡς ἔγνωμεν. Ἐπει δὲ ὁ ἀρτίος καὶ δευτέραν ἐπιδέχεται διαίρεσιν, καὶ τρία αὐτίς παρὰ πᾶσιν ὁμολογεῖται εἶναι τὰ τύτου εἶδη, εἰκὸς ἐστὶ καὶ περὶ τῶν ὀλίγων εἰπεῖν. Τῶν τοίνυν ἀρτίων ἀριθμῶν, καὶ δευτέραν διαίρεσιν, οἱ μὲν εἰσιν ὑπερτελεῖς, οἱ δὲ ἀτελεῖς, οἱ δὲ τέλειοι. τῶν δὲ πάλιν τῶν τριῶν εἰδῶν οἱ μὲν ὑπερτελεῖς καὶ ἀτελεῖς ἀλλήλοις ἀντίκεινται, καὶ τὸ πλεόν καὶ ἐλάττω. οἱ μὲν γὰρ ἐν ὑπερβολῇ, οἱ δὲ ἐν ἐλλείψει θεωρούμενοι εὐρίσκονται ὡς ὀφόμεθα. Διὸ καὶ παρὰ τῷ Νικομάχῳ εἰς τὴν τῆς ἀρισότητος ἀνάγονται χάσιν, οἱ δὲ τέλειοι ἀναμίστου ἀμοιρίων εἰσὶν ἐν συμμετρίας τῶν οἰκείων συντελέμενοι μερῶν. Ὅθεν τέλειοι ἀριθμοὶ ἐλιγιστοί εἰσιν, ὡς περ καὶ τῶν ἀνθρώπων οἱ κάλλιστοι. ἀτελεῖς δὲ καὶ ὑπερτελεῖς πάμπολλοι, ὅτι πολλοὶ καὶ οἱ χείριστοι τῶν ἀνθρώπων.

Περὶ τῆς ὑπερτελεῆς ἀριθμοῦ.

Ἐπερτελεῆς μὲν ἂν ἀριθμὸς ἐστίν, ἢ τὰ μέρη συντελέμενα εἰς ἓν μείζονα αὐτῶ ποιῶσιν ἀριθμῶν. ἢ ὑπερτελεῆς ἐστίν, ὁ ἐλάττω τῶν ἑαυτῶ μερῶν εἰς ἓν συναρθεθέντων, ὡς ὁ ιε': κδ': καὶ οἱ ὅμοιοι. τῶ μὲν γὰρ ἡμισυ μέρος ἐστὶν ὁ ε': τρίτον ὁ δ': τέταρτον ὁ γ': ἕκτον ὁ β': δωδέκατον ἢ μονάδα ἢ ἄτιμα συντελέμενα ἀλλήλοις ποιῶσι τὸν ιε': μείζονα ὄντα τῶ ιβ': τῶ δὲ ἡμισυ μὲν ὁ ιβ': τρίτον ὁ η': τέταρτον ὁ ε': ἕκτον ὁ δ': ὄγδοον ὁ γ': δωδέκατον ὁ β': εἰκοσὸς τρίτον ἢ μονάδα, ἀπερ συντελέμενα ποιῶσι:

ποιῶσι τὸν λδ: μείζονα τὸ κδ: διὸ καὶ Νικόμαχος παραβάλλει τάς τε τοῖς κατὰ πλεονασμὸν τῶν μερῶν, ἢ μελῶν τελεσιουργημένοις ζώοις. οἷον τὸ δέκα μὲν γλώσσας ἔχον, κατὰ τὸν Ποιητὴν, δέκα δὲ σόματα. ἢ τὸ ἑπτάχειρον, ἢ ἑκατόχειρον, καὶ τὰ παραπλήσια.

Περὶ τῶ ἀτελεῶς ἀριθμῶ.

Ἀτελεῶς δὲ ἀριθμὸς ἐστὶν ἢ τὰ μέρη συντιθέμενα τριαντίον ποιῶσι τοῖς τῶ ὑπερτελεῶς. ἢ ὁ μείζων τῶν ἑαυτῆ μερῶν εἰς ἓν συγκεφαλαιωμένω. τὸ γὰρ ἐκ τέτων συμποσόμενον ἑλαττόν ἐστι τῶ εἰσὶ μέρη τὰ συντιθέμενα, οἷος εἶ δ: ὁ π: καὶ οἱ ὅμοιοι. τῶ μὲν γὰρ ἡμισυ μὲν ὁ β: τέταρτον δὲ ἡ μονάς, ἄτινα συντιθέμενα ἀλλήλοις ποιῶσι τὸν γ: ἐλάττοτα ἔντα τῶ δ: τῶ δὲ ἡμισυ μὲν ὁ δ: τέταρτον δὲ ὁ β: καὶ ὄγδοον ἡ μονάς, ἐξ ὧν συντιθεμένων συνίσταται ὁ ζ: ἐλάττω τῶν καὶ αὐτὸς τῶ η: ὅσων καὶ τοῖς ἐνὸς ἢ πλείονων μερῶν τε καὶ μελῶν ἐσθημείοις ζώοις ὁ Νικόμαχος τάς τε παρεικάζει. Οἷος ὁ μονόφθαλμος, ὁ μονόχειρ, ὁ τετραδάκτυλος, καὶ οἱ παραπλήσιοι.

Περὶ τῶ τελείου ἀριθμῶ.

Τελείος δὲ ἀριθμὸς ἐστὶν, ὁ τοῖς ἑαυτῆ μέρεσιν ἴσος ὢν, καὶ μήτε ἐλλείπων, τῶ ἐκ τῶν μερῶν αὐτῶ συρισμένου, ἢ καὶ πλεονάζων. τοιῶτος ἐστὶν ὁ ε: ὁ κη: καὶ οἱ παραπλήσιοι. τοῦ μὲν γὰρ ἡμισυ μέρος ὁ γ: τρίτος ὁ β: καὶ ἕκτον ἡ μονάς. ταῦτα δὲ συντιθέμενα τὸν ε: ποιεῖ. οὐ καὶ μέρη εἰσὶ. τῶ δὲ ἡμισυ μὲν ἐστὶν ὁ ιδ: τέταρτον δὲ ὁ ζ: ἑβδομον δὲ ὁ δ: τεσσαρεσκαιδέκατον δὲ ὁ β: καὶ εἰκοσὸν ὄγδοον ἡ μονάς. ἄπειρ εἰς ἓν συγκεφαλαιωμένα τὸν κη: ποιῶσιν, ἕτινος εἰσὶ μέρη, ἢ χάριν καὶ τοῖς καλοῖς καὶ κατ' ἀρετὴν οἱ τοιῶτοι εἰκόνασι, διὸ καὶ σπάνιοι, ὡς εἴρηται, ἐν γὰρ ταῖς μονάσιν εἰς μόνος εὐρίσκειται τελείος ἀριθμὸς ὁ ε: ἕτερος δὲ μόνος ἐν ταῖς δεκάσιν ὁ κη: ὡσαύτως καὶ ἐν ἑκατοτάσιν ὁ υγς: μόνος, ὡσπερ καὶ ἐν χιλιάσιν ὁ ηρκα: ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν βαθμῶν. καὶ τῶν ἑκάστος ἢ εἰς ἑξάδα καταλήξει, ἢ εἰς ὄγδοάδα.

Περὶ Γενέσεως τῶν τελείων.

Ἡ δὲ τῶν τελείων ἀριθμῶν Γένεσις γλαφυράτε καὶ ἀσφαλῆς παρὰ τῶ Νικομάχε ὀνομάζεται. ἐστὶ δὲ τοιαύτη. Ἐκκειῶσαν ἀπὸ μονάδος ἄρτιοι ἀριθμοὶ ἐφεξῆς ἐν ἐνὶ εἰχῶ, ὅσον ἔξει, καὶ τὴν εὐστακτον αὐτῶν ἐπακολούθησιν. εἶτα ἀρχάμενος ἀπὸ τῶ β: ἐπισώρευσον τὰς λοιπὰς καὶ πρόσθεσιν ἐνὸς. καθ' ἑκάστην δὲ ἐπισώρευσιν σκόπει ἀκριβῶς, οἷος ἐστὶν ὁ γινόμενος. καὶ μὲν εὐρῆς αὐτὸν πρῶτον ὄντα καὶ ἀσύμμετον, πολλαπλασιάσον ἐπὶ τὴν ποσότητα τῶ ἑχάτως ληφθέντος, καὶ ὁ γενόμενος τελείος πάντως ἔσται. εἰδὲ γε δεύτερος καὶ σύμμετος εὐρεθεῖν, ἐπισώρευσον αὐτῶ τὸν ἔξῃς. τῶ δὲ γινόμενε ἐπισκόπησον πάλιν ὁποῖος ὁ ἀποτελεσόμενος, καὶ μὲν εὐρεθεῖ καὶ αὐτὸς πρῶτος καὶ ἀσύμμετος, πολλαπλασιάσον αὐτὸν ἐπὶ τὴν τῶ ἑχάτως, κατὰ τὴν ἐπισώρευσιν, ποσότητα. εἰδὲ γε δεύτερος καὶ σύμμετος ἐπισώρευσον αὐτῶ πάλιν τὸν ἔξῃς, καὶ τὰ λοιπὰ ποιεῖ ὡς πρότερον. Τῶτο ἔν φυλάττων ἔξει πάντας τὰς τελείους ἀριθμῶς. Οἷον ἐκκειμένων, ὡς εἴρηται, τῶν ἀπὸ μονάδος ἄρτιων ἀριθμῶν, α, β, δ, η, ις, λβ, ξδ, ρκη, καὶ τῶν λοιπῶν ἐπισώρευσον τῆ μονάδι τὸν β: καὶ γενήσεται ὁ γ: καὶ ἐπεὶ ἕτος εὐρενωμένος πρῶτος εὐρίσκειται καὶ ἀσύμμετος, πολλαπλασιάσον αὐτὸν ἐπὶ τὸν β: ἕτος γὰρ ἐστὶν ὁ ἑχάτως εἰλημμένος, καὶ γενήσεται ὁ ε: πρῶτος ὢν τῶν τελείων ἀριθμῶν. Βελόμενος δὲ εὐρεῖν καὶ τὸν δεύτερον, τὸν ἐν δεκάσιν ἐπισώρευσον τῶ γ: τὸν δ: καὶ γενήσεται ὁ ζ: ἐπεὶ δὲ καὶ ἕτος πρῶτος ἐστὶ καὶ ἀσύμμετος, πολλαπλασιάσον αὐτὸν ἐπὶ τὸν ἑχάτον δηλ: τὸν δ: καὶ ἔξει τὸν κη: δεύτερον ὄντα τῶν τελείων. εἰδὲ σοι βελητὸν καὶ τῶ τρίτε τυχεῖν, τῶ ἐν ἑκατοτάσιν ἐπισώρευσον τῶ ζ: τὸν η: καὶ γενήσεται ὁ ιε: ἐπὶ δὲ ἕτος ἐκ ἐστὶ πρῶτος καὶ ἀσύμμετος, πρὸς ἧδ τῶ παρωρῶμῳ αὐτῆ μερεῖ ἔχει καὶ ἑτερώμωμον, τρίτον φημι καὶ πέμπτον, ἐπισώρευσον αὐτῶ ἔτι τὸν ις: καὶ ἐπεὶ ὁ ἀποτελεσόμενος λα: Ἄ. ἐστὶ καὶ ἀσύμμετος, πολλαπλασιάσον αὐτὸν ἐπὶ τὸν ἑχάτως εἰλημμένον τὸν ις: καὶ γενήσεται ὁ υγς: τελείος ὢν καὶ αὐτὸς τῶν ἐν ἑκατοτάσι.

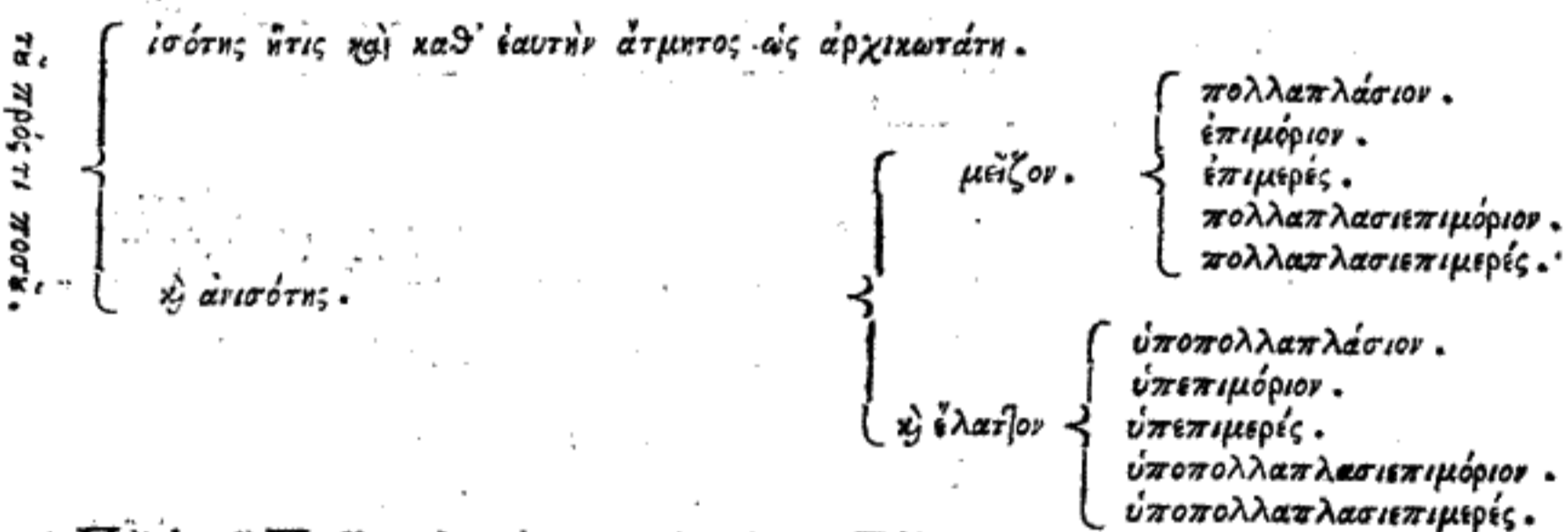
Τῆ αὐτῆ μεθόδῳ εὐρεθήσονται καὶ οἱ λοιποὶ πάντες. ἢ δὲ μονάς ἐπεὶ πρῶτη ἐστὶν, ἐκ ἔχει τίνι ἂν ἐπισωρευθεῖ, ἀλλ' ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιαζομένη ἑαυτὴν ποιεῖ, διὸ καὶ δύναμις, καὶ ὁ δὲ καὶ ἐνεργεία τελείος ἐστὶν ἀριθμὸς. ὡσπερ ἡ αὐτὴ καὶ τρίγωνον ἐστὶ καὶ τετράγωνον καὶ πᾶν ὁτιῦν ἄλλο χῆμα καὶ δύναμις.

- Εἰς ὑπερτελεῖ, ἢ τὰ μέρη συντιθέμενα εἰς ἓν μείζονα αὐτῶ ποιῶσιν ἀριθμὸν.
 - Εἰς ἐλλειπῆ,
 - ἢ γὰρ ἀτελεῖ,
 - Εἰς τελείοι, ὅς γε ἴσος ὢν τοῖς μέρεσιν αὐτῶ μήτε ἐλλείπει τῶ ἐκ τῶν μερῶν αὐτῶ, μήτε πλεονάζει.
- οἱ τὰ μέρη συντιθέμενα τριαντίον ποιῶσι τοῖς τοῦ ὑπερτελοῦς.

E.γ.Δ. Π.Κ.Τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Περὶ τοῦ Πρὸς τι ποσοῦ,

Πληρωθείσης ἤδη τῆς περὶ τῶ καὶ αὐτῶ, καὶ πρὸς ἑδὲν ἄλλο ἀναφερομένη ποσὺ Ἑρμητικῆς. καὶ τῶν κυριωτέρων τῶν εἰδῶν, κατ' ἄμφω τὰς διαιρέσεις ἀναπτυχθέντων, λείπεται ἡμῖν μιῶ βῆμα καὶ εἰς τὴν τῶ πρὸς τι ποσὺ διασάφισιν. Ὅτι δὲ τὸ ποσοῦ μὴ μόνον ὡς ἀπόλυτόν τι δύναται ἐκλαμβάνεσθαι, ἀλλὰ καὶ ὡς πρὸς τι, δῆλον ἐκ τῆς τῶν πρὸς τι Διαίρεσεως. τῶν γὰρ τὰ μὲν κατ' ἐσῖαν λέγεται πρὸς τι, ὡς πατήρ καὶ υἱός, τὰ δὲ καὶ ποσότητα, ὡς μείζον καὶ ἔλαττον. τὰ δὲ κατὰ πεισότητα, ὡς λευκότερον καὶ γλυκύτερον. τὰ δὲ κατὰ τόπον, ὡς δεξιόν καὶ ἀριστερόν. τὰ δὲ κατὰ τύχην, ὡς δούλος καὶ δεσπότης. τὰ δὲ κατ' ἐνέργειαν ἢ πάθος, ὡς τύπτων καὶ τυπτόμενος. τῶ τοιοῦτου δὲ ποσὺ τῶ πρὸς τι φησὶ δύο αἱ γενικώταται Διαίρεσεις, ἰσότης καὶ ἀισότης. Πᾶν γὰρ τὸ διαίρεσιμον ἢ εἰς ἴσα, ἢ εἰς ἀνῖσα διαιρεθῆσεται μέρη, ὡσπερ καὶ πᾶν τὸ πρὸς ἄλλοτι παραβαλλόμενον, ἢ ἴσον ἐκείνῳ εὐρεθῆσεται ἢ ἀνῖσον. Ὡς γὰρ καὶ ταῦτα, διττὴ καὶ ἢ τῶ ποσὺ χείσις, ἢ μὲν κατ' ἰσότητα θεωρημένη, ἢ δὲ κατ' ἀισότητα. ἀλλ' ἢ μὲν τῆς ἰσότητος χείσις ἀτμικός ἐστὶ καὶ ἐαυτὴν καὶ ἀδιαίρετος, ὡς ἀρχικωτάτη. καὶ ἢ δὲ καὶ τῆς ἀισότητος συνήθειαν, δυνάμιθα λέγειν μάλλον, ἢ ἥττον ἴσον ἢ ἀνῖσον, ὡς ἐν ταῖς Κατηγορίαις εὐρίσκουμεν, ἢ ἰσότης μὲν τοῖς ἐν ἀδιαίρετῳ συνήθειαν. ἴσα ἢ δὲ λέγεται, ὡν ἐκάτερον ἔτε ἑλλείπει, ἢ τε ὑπερέχει τῶ λοιπῶ, καὶ τὴν πρὸς ἐκεῖνο παραβολὴν, ὡς ὁ δέκα πρὸς τὸν δέκα καὶ ἢ μὲν πρὸς τὴν μίαν, καὶ τὸ τάλαντον πρὸς τὸ τάλαντον, καὶ ὅτι ἄλλο πρὸς ὅτι ἄλλο τύχη παραβαλλόμενοι. διὸ καὶ τὰ ἴσα ἀλλήλοις συστυμῆται. τῶν ἢ δὲ πρὸς τι πάλιν τὰ μὲν κατ' ὁμωνυμίαν λέγεται, ὡς φίλος πρὸς φίλον, καὶ ἀδελφός πρὸς ἀδελφόν, καὶ γείτων πρὸς γείτονα, καὶ στρατηγός πρὸς στρατηγόν, καὶ τὰ παραπλήσια. τὰ δὲ κατ' ἰτερωτυμίαν, ὡς δεσπότης πρὸς δούλον, καὶ διδάσκαλος πρὸς μαθητήν, καὶ πατήρ πρὸς υἱόν, καὶ τὸ μείζον πρὸς τὸ ἔλαττον, καὶ τὸ διπλάσιον πρὸς τὸ ἡμισυ, καὶ τὰ ὅμοια. Τῆς δὲ κατ' ἀισότητα χείσις δύο τὰ εἶδη μείζον καὶ ἔλαττον ἀλλήλοις ἀντικείμενα, ὅθεν καὶ ἀντυμῆται ἀλλήλοις, ὡς πατήρ καὶ υἱός, καὶ διδάσκων καὶ μαθητῶν, καὶ τὰ τοιαῦτα. τὸ ἢ δὲ μείζον ἔλαττονος μείζον λέγεται, καὶ τὸ ἔλαττον μείζονος ἔλαττον. Ὡσπερ καὶ ὁ πατήρ υἱὸς πατήρ, καὶ ὁ υἱός πατὴρ υἱός. καὶ τῶ μὲν μείζονος πέντε εἰσὶ τὰ εἶδη, τὸ πολλαπλάσιον, τὸ ἐπιμόριον, τὸ ἐπιμέρες, τὸ πολλαπλασιεπιμόριον, καὶ τὸ πολλαπλασιεπιμέρες. Ἰσῶν δὲ πρῶτον ἐστὶ φύσει τῶν ἄλλων τὸ πολλαπλάσιον, ὡς ὀψίμεθα. Ὡσπερ δὲ τῶ μείζονος πέντε εἰσὶ τὰ εἶδη, ἔτω καὶ τῶ ἔλαττονος τσαῦτα εἶναι εὐρίσκονται, ἀντικείμενα μίετοι τοῖς τῶ μείζονος ἕκασῳ ἕκασῳ μὲν τῆς ὑπὸ προφερόμενα προθέσεως, καὶ ταῦτα ἐκείνων ἀντιδιασπόμενα. τὸ μὲν ἢ δὲ ὑποπολλαπλάσιον λέγεται, τὸ δὲ ὑπεπιμόριον, τὸ δὲ ὑπεπιμέρες, τὸ δὲ ὑποπολλαπλασιεπιμόριον, καὶ τελευταῖον ὑποπολλαπλασιεπιμέρες. Περὶ ὧν ἀπάντων ἐν τοῖς ἐξῆς διαληφόμεθα, ἀπὸ τῶ πρῶτος ἀρχόμενοι. Κεῖθωσαν δὲ, εἰ δοκεῖ, διὰ τὸ σαφέστερον καὶ ἐπὶ Διαγράμματος τὰ εἶδη τῶ τῶ μείζονος καὶ ἔλαττονος.



Περὶ τῶ Πολλαπλασίῳ καὶ τῶν τῶν Εἰδῶν.

Πολλαπλάσιος ἐν ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ἔχων τινὰ ἀριθμὸν ἐν ἑαυτῷ ὅλον πλεονάκις ἢ ἀπαξ. ἢ ὁ ὑπὸ τίνος ἀριθμοῦ πλεονάκις μετρεόμενος, ὡς ὁ 5: ὁ ὑπὸ τῶ β: ἕτος γὰρ τρίς ἐν ἑαυτῷ τὸν β: ἔχει. ὅφ' ἢ καὶ μετρεῖται τρίς. ἐπεὶ δὲ τῶ πολλαπλασίῳ ἀντίκειται τὸ ὑποπολλαπλάσιον, δῆλον ὅτι ὑποπολλαπλάσιος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ ἐν τινι ἀριθμῷ πλεονάκις ὅλος περιεχόμενος, ἢ ὁ πλεονάκις ἀριθμὸν τινὰ μετρῶν ὡς ὁ β: τὸν 5: μέρος αὐτῶ καὶ μὴ μέρη ὑπάρχων. ἕτος γὰρ ἐν τῶ 5: τρίς περιέχεται, καὶ τρίς αὐτὸν μετρεῖ. τρίτον τῶ αὐτῶ μέρος ὑπάρχων. Μέρος δὲ ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ τῶ τῶν Εὐκλείδην, ὁ ἕλασσον τῶ μείζονος, ὅταν καταμετρηῖ τὸν μείζονα. ὡς ὁ β: τὸν δ: καὶ 5: τὸν μὲν γὰρ δις καταμετρεῖ, τὸν δὲ τρίς. μέρη δὲ ὅταν ἢ καταμετρηῖ, ὡς ὁ δ: τὸν 5: καὶ 5: τὸν μὲν γὰρ ἀπαξ μετρῶν ἐλλείπει δύο, τὸν δὲ δις ὁμοίως μετρῶν ἐλλείπει μονάδα. Εἶδη δὲ τῶ πολλαπλασίῳ,

Ε. ΣΑΡΑΝΤΗ. Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

πλασίῃ, τὸ διπλάσιον, τριπλάσιον, τετραπλάσιον, πενταπλάσιον, καὶ λοιπὰ ἐπ' ἄπειρον. γεν-
 τῶσι δὲ ταῦτα οἱ ἀπὸ ὀλοκλήρου ἀρχόμενοι ἀριθμοὶ ἐν τῷ φυσικῷ αὐτῶν χύματι πρὸς τὴν μονά-
 दा παραβαλλόμενοι. ὁ μὲν γὰρ δύο τῆς μονάδος διπλάσιός ἐστιν. ὁ δὲ γ: τριπλάσιος, ὁ δὲ δ: τε-
 τραπλάσιος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ὡς περὶ δὲ τῶν φύσει ἐκκειμένων ἀριθμῶν πρὸς τὴν μο-
 νάδα ἐκάστῃ παραβαλλομένη τὰ τῆς πολλαπλασίῃς γεννᾶται εἶδη, ἕτω καὶ τῆς μονάδος πρὸς ἕκαστον
 τῶν τοιούτων ἀριθμῶν εὐτάκτως παραβαλλομένης γιννᾶται τὰ εἶδη τῆς ὑποπολλαπλασίῃς. τῆ μὲν
 γὰρ β: ὑποδιπλάσιός ἐστι, ἥτοι ἡμισυ, τῆ δὲ γ: ὑποτριπλάσιος, τῆ δὲ δ: ὑποτετραπλάσιος, καὶ
 ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, καὶ τὸ ἐν αὐτοῖς ἀνάλογον. Ὡς περὶ δ' αὐθις τὰ τῆς πολλαπλασίῃς εἶδη ἐπ'
 ἄπειρον πρόεισι καὶ τὸ μείζον, ἕτω καὶ τὰ τῆς ὑποπολλαπλασίῃς ἐπ' ἄπειρον χωρῆσι, κατὰ τὸ ἕ-
 λαττον.

Περὶ Εὐρέσεως τῶν τῆς πολλαπλασίῃς εἰδῶν.

Ἐξῆς δέ σοι εὐρίσκειν τὰ τῆς πολλαπλασίῃς εἶδη, εἴαν τοὺς ἀπὸ μονάδος ἐκθῆς ἀριθμούς εὐτά-
 κτως, καὶ τὴν φυσικὴν αὐτῶν Πύρρον, ἐφ' ὅσον βέλῃ. ἀρχόμενος γὰρ ἀπὸ τῆ β: καὶ ἕνα παρ' ἕνα
 λαμβάνων τὰς ἀριθμῶν εὐρήσεις πάντας τῆς διπλασίῃς ἀρτίων τε καὶ περιττῶν. ὁ γὰρ β: διπλά-
 σιός ἐστι τῆς μονάδος, ὁ δ: τῆ β: ὁ ε: τῆ γ: ὁ η: τῆ δ: ὁ ι: τῆ ε: καὶ τῆτο ἐπ' ἄπειρον. Αὐθις ἀρ-
 χόμενος ἀπὸ τῆ γ: καὶ δύο παραλείπων τῶν ἐξῆς εὐρήσεις πάντας τῆς τριπλασίῃς. ὁ γὰρ γ: τρι-
 πλάσιός ἐστι τῆς μονάδος, παραλειπομένων δὲ τῶν δ: καὶ ε: ὁ ε: πάλιν τριπλάσιός ἐστι τῆ β: πα-
 ραλειπομένων δὲ τῶν ζ: καὶ η: ὁ θ: ὁμοίως τριπλάσιός ἐστι τῆ γ: ὡς περὶ καὶ ὁ ιβ: τῆ δ: καὶ ὁ ιε:
 τῆ ε: καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, δύο αἰεὶ παραλειπομένων. Ἀρχόμενος δὲ ἀπὸ τῆ δ: τρεῖς παρα-
 λείπων εὐρήσεις τοὺς τετραπλασίῃς ἅπαντας. ὁ γὰρ δ: τῆς μονάδος ἐστὶ τετραπλάσιος, καὶ ὁ η: τῆ
 β: καὶ ὁ ιβ: τῆ γ: καὶ ὁ ιε: τῆ δ: τριῶν αἰεὶ παραλειπομένων. Τῆς δὲ πενταπλασίῃς εὐρήσεις ἀπὸ
 τῆ ε: ἀρχόμενος καὶ

α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ	ι
β	δ	ς	η	ι	ιβ	ιδ	ις	ιη	κ
γ	ς	θ	ιβ	ιε	ιη	κα	κδ	κζ	λ
δ	η	ιβ	ις	κ	κδ	κη	λβ	λς	μ
ε	ι	ις	κ	κε	λ	λε	μ	με	ν
ς	ιβ	ιη	κδ	λ	λς	μβ	μη	νδ	ξ
ζ	ιδ	κα	κη	λε	μβ	μθ	νς	ξγ	ο
η	ις	κδ	λβ	μ	μη	νς	ξδ	οβ	π
θ	ιη	κζ	λς	με	νδ	ξγ	οβ	πα	υ
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	υ	ρ

διπλάσιοι.
 τριπλάσιοι.
 τετραπλάσιοι.
 πενταπλάσιοι.
 εξαπλάσιοι.
 επταπλάσιοι.
 οκταπλάσιοι.
 εννεαπλάσιοι.
 δεκαπλάσιοι.

δύτερος γάρ ἐστι τῆς
 τάξιν, διά τοι τῆτο καὶ ὁ δ: ἕνα παραλείπει, τὸν γ: καὶ ὁ ε: τὸν ι: καὶ οἱ λοιποὶ τῆ αὐτῆ εἶδος ὁ-
 μοίως. Αὐθις ἐπεὶ ὁ γ: δύο παραλείπει, τὸν β: καὶ τὴν μονάδα, διά τῆτο καὶ ὁ ε: τῆ αὐτῆ ὡν εἶ-
 δος τῆ γ: τὸ τριπλάσιον γὰρ συνίστησιν ἑκάτερος, παραλείπει δύο τὸν δ: καὶ ε: ἕτω καὶ ἐπὶ τῶν
 ἄλλων.

Ἰστέον δ' ὅτι τοῖς μὲν διπλασίῃς συμβέβηκε πάσης ἀρτίης εἶναι, ὡς κατὰ τὸ διπλάσιον προχωρῶν-
 τας ἐπὶ τὸ μείζον. τοῖς δὲ τριπλασίῃς περιττοὺς καὶ ἀρτίης ἕνα παρ' ἕνα, τοῖς δὲ τετραπλασίῃς
 πάντας ἀρτίης καὶ αὐτοὺς εἶναι, ὡς περὶ καὶ τοὺς διπλασίῃς. τοῖς δὲ πενταπλασίῃς ἕνα παρ' ἕνα πε-
 ριττοὺς καὶ ἀρτίης, τοῖς δὲ εξαπλάσιῃς πάλιν πάντας ἀρτίης εἶναι, ὡς περὶ καὶ τοῖς επταπλασίῃς
 ἕνα παρ' ἕνα αὐθις περιττοὺς καὶ ἀρτίης, ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εἰδῶν. Ὡς δὲ δὴλον ἐστὶν
 ὅτι τοῖς ἀπλῶς ἀρτίῃς συμβέβηκε διπλασίῃς μὲν πᾶσιν εἶναι, τοῖς κατὰ δυάδα τῶν ἀπὸ μονά-
 δος προϊούσιν, τετραπλασίῃς δὲ ἕνα παρ' ἕνα, εξαπλάσιῃς δὲ ἕνα παρὰ δύο, οκταπλασίῃς δὲ ἕ-
 να παρὰ τρεῖς, καὶ τοῦτο ἐπ' ἄπειρον.

Περὶ Ἐπιμορίου.

Ἐπιμόριος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἔχων ἐν ἑαυτῷ τὸν συγκρινόμενον ὅλον καὶ ἐν τῷ αὐτοῦ μέρει, ἢ
 ἢ ὑπερέχων τὸν πρὸς ὃν ἀναφίρεται μέρος τινὶ μετροῦντι αὐτὸν, ἢ ὁ ἀπᾶξ ἐπὶ τῆς ἀριθμοῦ με-
 τρέμμενος, καὶ ἐν ἑαυτῷ ἔχων μέρος τι τὸν μετροῦντα μετροῦν. ὡς ὁ γ: πρὸς τῆ β: παραβαλλόμε-
 νος αὐτός γὰρ ὅλον ἔχει τὸν β: ἐν ἑαυτῷ, καὶ ἡμισυ αὐτοῦ μέρος, καθ' ὃ καὶ ὑπερέχει τὸν αὐτὸν
 ἑαυτοῦ μετροῦμενος ὑπὸ τοῦ β: ἀπᾶξ ἔχει καὶ μέρος αὐτοῦ ἕτε ἡμισυ. Εἶδη δὲ τούτου τὸ ἡμίσιον,
 ὁ 1/2

ὃ κ' ἐφημισυ λέγεται, τὸ ἐπίτριτον, ἐπιτέταρτον, ἐπίπεμπτον, ἐπίεκτον, ἐπιίβδομον, ἐπόγδοον, ἐπίνατον, ἐπιδέκατον, καὶ τὰ λοιπὰ ἐπ' ἀπειρον προέοντα κ' τῆς φυσικῆς τῶν ἀριθμῶν Πρόοδον. Ἐπεὶ δὲ τῶν ἐπίκειται τὸ ὑπεπιμόριον, δῆλον ὅτι κ' τῶν τὰ εἶδη ἐπ' ἀπειρον προέσι, μετὰ τῆς ὑπὸ λεγόμενα προθέσεως. τὸ μὲν γ' αὐτὸ ὑφημιόλιον, ἢ ὑφημισυ λέγεται, τὸ δὲ ὑπεπίτριτον, τὸ δὲ ὑπεπιτέταρτον, κ' τῶν ἄλλων ἕκαστον ὁμοίως κ' τὸ ἀνάλογον.

Τερῆσι δὲ τὰ τῶ ἐπιμορίῳ εἶδη τὴν αὐτὴν τοῖς ἀριθμοῖς τάξιν, διὸ καὶ πρώτιστον αὐτῶν τὸ ἐφημιόλιον, ὡς ἔχον πρὸς τῷ ὅλῳ καὶ μέρος ἡμισυ ὑπὸ τῷ β': παρωρυμμένον ὡς εἴρηται. δεῦτερον δὲ τὸ ἐπίτριτον, τρίτον τὸ ἐπιτέταρτον κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ὅτι κ' τῶν τοῖς ἀριθμοῖς πρώτιστός ἐστιν ὁ β': μετ' οὗ ὁ γ': εἶτα ὁ δ': κ' ἐφεξῆς οἱ λοιποὶ εὐτάκτως κείμενοι, ὡς φανερόν ἐκ τῶν, ὅτι ἐπίτριτος ἀριθμὸς ἐστίν, ὁ πρὸς τῷ ὅλῳ ἔχει κ' μέρος αὐτῷ γ'. ὡς ὁ δ': πρὸς τῷ γ': ἐπιτέταρτος δὲ ὁ ἔχων πρὸς τῷ ὅλῳ κ' μέρος δ'. ὡς ὁ ε': πρὸς τῷ δ': κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

Ἰσίου δ' ὅτι οἱ πρώτοι ἐν ἑκάστῳ εἶδει τῶ ἐπιμορίῳ ἀριθμοὶ πυθμίτις ἦκυσαν, ὡς τῷ ἡμιολίῳ ὁ γ': κ' β': τῷ ἐπίτριτῳ ὁ δ': καὶ γ': τῷ ἐπιτέταρτῳ ὁ ε': κ' δ': κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων ὡσαύτως. συμβέβηκε δὲ πᾶσι τοὺς μὲν πυθμίτις αὐταῖς ἑγγύς ἀλλήλων εἶναι ἐν τῷ φυσικῷ χύματι, τοὺς δὲ δευτέρους ἕνα μόνον διαλείπειν ἀριθμὸν. τὰς τρίτας δύο, τὰς δὲ τετάρτας τρεῖς, τὰς δὲ πέμπτης τέσσαρας, κ' τῶτο ἐπ' ἀπειρον. Οἷον ἐπὶ τῷ ἡμιολίῳ, ὁ γ': πρώτος ὡς τῶν ἄλλων ἑγγύς ἐστὶ τῷ β': ὁ δὲ ε': δεύτερος ὑπάρχων διαλείπει τὸν ε': ὁ δὲ ζ': τρίτος ὡς διαλείπει δύο τὸν ζ': κ' η': ἀναλόγως δὲ κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων. ἐπὶ δὲ τῷ ἐπίτριτῳ, ἐπεὶ πρώτος ἐστὶν ὁ δ': ἑγγύς ἐστὶ τῷ γ': δεύτερος δὲ ὡς ὁ α': διαλείπει ἕνα τὸν ζ': ὁ δὲ τρίτος ιβ': διαλείπει δύο τὸν ι': κ' ια'. Τῶτ' αὐτὸ εὐρήσεις κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων εἰδῶν τὰς ἐν ἑκάστῳ ἀριθμὸς ἀκριβολογέμενος.

τῶ ἐπιμορίῳ	ἡμιόλιον.	τῶ ἀριθμοῦ	ὑφημιόλιον.
	ἐπίτριτον.		ὑπεπίτριτον.
	ἐπιτέταρτον.		ὑπεπιτέταρτον.
	ἐπίπεμπτον.		ὑπεπίπεμπτον.
	ἐπίεκτον.		ὑπεπίεκτον.
	ἐπιίβδομον.		ὑπεπιίβδομον.
	ἐπόγδοον.		ὑπεπόγδοον.
	ἐπίνατον.		ὑπεπίνατον.
	ἐπιδέκατον.		ὑπεπιδέκατον.
	κ' τὰ λοιπὰ.		κ' τὰ λοιπὰ.

Περὶ Εὐρέσεως τῶν τῶ ἐπιμορίῳ Εἰδῶν.

Ἐπιτεύξη δὲ τῶν ἀριθμῶν ἕκαστον εἶδος τῶ ἐπιμορίῳ, ἐὰν ἐκθῆς πρῶτον ἐν ἐνὶ σίχῳ τὰς ἀπὸ τῷ β': ἀρτίως ἀριθμὸς ἐφ' ὅσον βύλει. εἶτα τὰς ἀπὸ τῆς γ': περιττῶς ἐν ἑτέρῳ σίχῳ ἕκαστον ἕκαστῶ συσοιχῆντα. ἐν δὲ τρίτῳ τὰς ἀπὸ τετραδὸς πάλιν ἀρτίως, κ' ἐν τετάρτῳ τὰς ἀπὸ τοῦ ε': περιττῶς. ἔτω κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων. Οἱ γὰρ ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ πάντες ἡμιόλιοι εἰσὶν, οἱ δὲ ἐν τῷ τρίτῳ ἐπίτριτοι. οἱ δὲ ἐν τῷ τετάρτῳ ἐπιτέταρτοι, κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ὡς ἐπὶ τῷ ἀνωτέρῳ καθοράται διαγράμματος.

Περὶ Ἐπιμερῆς.

Ἐπιμερῆς δὲ ἀριθμὸς ἐστίν, ὁ τὸν συγκρινόμενον ἀριθμὸν ἐν ἑαυτῷ ὅλον ἔχων, κ' προσέτι αὐτῷ μέρη πλείονα ἐνός. ἢ ὁ ὑπότινος ἀριθμὸς ἅπαξ μετρώμενος, ἔχων δὲ καίτινα αὐτῷ μέρη μετέτερον καταμετρῆντα ἀριθμῶν. Ἐπεὶ δὲ τὸ πλῆθος ἀρχεται ἀπὸ τῷ β': τὰ γὰρ β': ἐλάχισα μὲν ἐν πλῆθει, μέγιστα δὲ πσότητι, ὡς εἴρηται, κ' προέσι ἐπ' ἀπειρον κ' τῆς φυσικῆς τῶ ἀριθμῶ Πρόοδον, πάντως γ' κ' τὸ πρώτιστον τῶ ἐπιμερῆς εἶδος, δύο ὀφείλει πρὸς τῷ ὅλῳ ἔχειν μέρη, τὸ δὲ δεῦτερον τρία, κ' τὸ τρίτον τέσσαρα, ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων κατὰ τὸ ἀνάλογον. Ὅθεν κ' ἀπὸ τῶν ἐν αὐτῷ μερῶν ἕκαστον παρονομαζέται. τὸ μὲν γὰρ πρώτιστον καλεῖται ἐπιδιμερῆς δύο ἔχον μέρη πρὸς τῷ ὅλῳ, τὸ δὲ δεῦτερον ἐπιτριμερῆς. τὸ δὲ τρίτον ἐπιτετραμερῆς, κ' τὸ τέταρτον ἐπιπενταμερῆς, κ' τὰ λοιπὰ ὁμοίως κατὰ τὸ ἀνάλογον.

Ἰσίου δ' ὅτι κ' ἐπὶ τῶν ἐπιμερῶν ἀριθμῶν τὸ τῶν μερῶν πλῆθος ἀρχεται ἀπὸ τοῦ β': ἢ τοῦτε μὲντοι παρωρυμία λαμβάνεται ἀπὸ τῷ γ': ὡς ἀπὸ ρίζης τινός κ' ἀρχῆς. Ὡς ἐὰν τὸ πλῆθος τῶν μερῶν ἀρτίων ἢ περιττῶν εἴη τὸ εἶδος, κ' ἀνάπαλιν περιττῶ ὄντος τῶ πλῆθος τὸ εἶδος ἐστὶ ἀρτιώνυμον, πρώτιστον μὲν γὰρ εἶδος τῶ ἐπιμερῆς ἀριθμῶ ἐστὶν ὁ ἐπιδιμερῆς, οἷος ὁ ε': πρὸς τὸν γ': ἔτοι γὰρ τῶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ αὐτοῖς ἐλάχισοι εἰσὶ. τῶ δὲ τὰ μέρη τρία εἰσὶν. ἔχει γὰρ ὁ ε': ὅλον τὸν γ': κ' δύο αὐτῶ μέρη παρωρυμία ἑαυτῷ. δεῦτερον δὲ τῶ ἐπιμερῆς εἶδος ἐστὶν ὁ ἐπιτριμερῆς, οἷος ὁ ζ': πρὸς τὸν δ': ἔχει γὰρ ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν δ': κ' τρία αὐτῶ μέρη ἄτινα εἰσὶ τέταρτα. τρίτον δὲ εἶδος τῶ αὐτῶ ἐστὶν ὁ ἐπιτετραμερῆς, οἷος ὁ θ': πρὸς τὸν ε': ἔχει γὰρ ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν ε': κ' τέσσαρα αὐτῶ μέρη. ταῦτα δὲ εἰσὶ πέμπτα. τὸ δὲ τέταρτον εἶδος ἐστὶν ὁ ἐπιπενταμερῆς, οἷος ὁ ια': πρὸς τὸν ε': ἔχει γὰρ ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν ε': κ' πέντε αὐτῶ ἕκτα μέρη. Ἐκ τῶν δὲ δῆλον, ὅτι ἐκ τῶ

E. V. Δ. 2006
IQANNA 2006

τε τὰ ἐπιδιμερές, καὶ ἐπιτετραμερές τὸ μὲν πλῆθος τῶν μερῶν ἄρτιόν ἐστιν, ὡσπερ καὶ ὁ β', καὶ δ': τὸ δὲ εἶδος περιττῶνυμον, ὡσπερ καὶ ὁ γ': καὶ ε': ἐπὶ δὲ τὰ ἐπιτριμερές, καὶ ἐπιπενταμερές τὸ μὲν πλῆθος ὁμοίως τῶν μερῶν περιττόν ἐστιν, τὸ δὲ εἶδος ἄρτιον. τὰτ' αὐτὸ εὐρήσεις ἐρευνῶν καὶ ἐν τοῖς λοιποῖς τὰ ἐπιμερές εἶδεναι. Ὁθεν ἕκαστον τῶν καὶ δευτέραν ἐπιδέχεται ὀνομασίαν. ὁ μὲν γὰρ ἐπιδιμερές λέγεται καὶ ἐπιδίτριτος, ὁ δὲ ἐπιτριμερές ἐπιτριτέταρτος. ὁ δὲ ἐπιτετραμερές ἐπιτετράπemptos, ὁ δὲ ἐπιπενταμερές ἐπιπεντάεκτος. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, δι' ὧν ἢ τὰ πλῆθος τῶν μερῶν πρὸς τὸ εἶδος τῶν αὐτῶν διαφορὰ συνεπτυγμένως πως δηλεῖται.

Ὅτι δὲ τὸ τοιοῦτον παρεπόμενον τοῖς μέρεσι τῶν τὰ ἐπιμερές εἰδῶν ἀναγκαῖον, ἀναμφισβήτητόν ἐστιν. Οὐδὲν γὰρ εἶδος συσαθῆναι κλύνατο τὰ ἐπιμερές εἶγε τὸ πλῆθος τῶν μερῶν ἕκαστα καὶ τὸ εἶδος τῶν αὐτῶν ἐμογενῆ ἦσαν. δύο γὰρ δευτέρα ὅλον παρίσσει, δύο δὲ τέταρτα ἡμισυ, δύο δὲ ἕκτα τρίτον, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ὡςτε εἴαν ὁ ἐπιδιμερές δύο δευτέρα μέρη πρὸς τῷ ὅλῳ εἶχε διπλάσιος ἢν ἐκείνου καὶ ἕκ ἐπιδιμερές. εἶδε δύο τέταρτα εἶχεν, ἡμιόλιος ἦν. εἰ δὲ δύο ἕκτα, ἐπίτριτος. ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. πάλιν τρία τρίτα ὅλον παρίσσει, τρία δὲ ἕκτα ἡμισυ, τρία δὲ ἑνναία τρίτον. ὡςτε ὁ ἐπιτριμερές εἰ εἶχε πρὸς τῷ ὅλῳ καὶ τρία γ'. διπλάσιος ἂν ἦν. εἰ δὲ τρία ἕκτα ἡμιόλιος. εἶδε τρία ἑνναία, ἐπίτριτος. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Διὸ δὴ τὰ α'. εἶδος τὰ ἐπιμερούς ἀρχόμενον ἀπὸ τοῦ β' ὡς εἴρηται, πρῶσι διὰ τῶν περιττῶν πάντων, δύο τρίτα ἔχοντα μέρη, ἢ δύο ε'. ἢ δύο ζ'. ἢ δύο ἑνναία, ἢ δύο ια'. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ἐπεὶ δὲ τῷ ἐπιμερεί ἀντίκειται ὁ ὑπεπιμερές, ὡς ἐκείνου τὰ εἶδη, τοσαῦτα πάντως καὶ τούτῃ μὲν τῆς ὑπὸ λεγόμενα προδέσιως. τὸ μὲν γὰρ ὑπεπιδιμερές λέγεται, ἢ ὑπεπιδίτριτον. τὰ δὲ ὑπεπιτριμερές, ἢ ὑπεπιτριτέταρτον. τὸ δὲ ὑπεπιτετραμερές, ἢ ὑπεπιτετράπempton, καὶ τὰ λοιπὰ ἀναλόγως.

του ἐπιμερούς	ε, γ:	ἐπιδιμερές.	ἢ ἐπιδίτριτον.	του ὑπεπιμερούς	ὑπεπιδιμερές.
	ζ, δ:	ἐπιτριμερές.	ἢ ἐπιτριτέταρτον.		ὑπεπιτριμερές.
	θ, ε:	ἐπιτετραμερές.	ἢ ἐπιτετράπempton.		ὑπεπιτετραμερές.
	ια, σ:	ἐπιπενταμερές.	ἢ ἐπιπεντάεκτος.		ὑπεπιπενταμερές.
	ιγ, ζ:	ἐπιεξαμερές.	ἢ ἐπιεκταέβδομον.		ὑπεπιεκταμερές.
	ιδ, η:	ἐπιεπταμερές.	ἢ ἐπιεπταούδοον.		ὑπεπιεπταμερές.
	ιζ, θ:	ἐπιιοκταμερές.	ἢ ἐπιιοκταἑννατόν.		ὑπεπιιοκταμερές.
	ιδ, ι:	ἐπιενναμερές.	ἢ ἐπιενναδέκατον.		ὑπεπιενναμερές.
	κα, ια:	ἐπιδεκαμερές.	ἢ ἐπιδεκαδέκατον.		ὑπεπιδεκαμερές.
		καὶ τὰ λοιπὰ,	κατὰ τὸ ἀνάλογον.		

Περὶ Γενέσεως ἐπιμερούς τε καὶ ὑπεπιμερούς.

Γεννῶνται δὲ καὶ τὰ τὰ ἐπιμερούς εἶδη εἴαν ἐκκειμένων τῶν ἀπὸ τῆ γ': ἀριθμῶν ἐν ἐνὶ εἴχῃ, ἐφ' ὅσον βούλει, ἢ δυσι, κατὰ τὴν φυσικὴν αὐτῶν Πρόσδοον, λάβης τοὺς ἀπὸ τοῦ ε': περιττοὺς μόνως, καὶ τούτους παραβάλης πρὸς ἐκείνης, πρῶτον πρὸς πρῶτον. δευτέρον πρὸς δευτέρον. τρίτον πρὸς τρίτον, καὶ τοὺς λοιποὺς εὐτάκτως. Ὅσον ἐκλείθωσαν ἐν δυσι εἴχοις οἱ γ', δ', ε', σ': καὶ λοιποὶ ἀριθμοὶ μέχρι τοῦ ιδ': ἐπάνω δὲ τούτων τετάχθωσαν οἱ ε', ζ', θ', ια': καὶ λοιποὶ περιττοὶ μέχρι τοῦ κζ': ἰσοπληθεῖς δηλ. τοῖς πρῶτοις. καὶ ὁ μὲν ε': τετάχθω ἐπάνω τοῦ γ': ὁ δὲ ζ': ἐπάνω τῆ δ': ὁ δὲ θ': ἐπάνω τοῦ ε': καὶ ὁ ια': ἐπάνω τοῦ σ': καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστος εὐτάκτως ἐπάνω ἐπὶ τῶν προτέρων. καλοῦνται δὲ οἱ μὲν ἀπὸ τοῦ γ': ἀρχόμενοι ὑπόλογοι, οἱ δὲ ἀπὸ τοῦ ε': πρόλογοι. Διὸ οὗτοι μὲν προτάττονται, ἐκείνοι δὲ ὑποτάττονται. Τούτων δ' οὕτως ἐκτεθειμένων, ἕξομιν πάντως ἕκαστον εἶδος ἐπιμερούς. ὁ μὲν γὰρ ε': πρὸς τὸν γ': παραβληθόμενος εὐρίσκειται ἐπιδιμερές. τοῦ πρώτου εἴδους ὑπεπιμερούς. ὁ δὲ ζ': πρὸς τὸν δ': ἐπιτριμερές. τοῦ δευτέρου εἴδους. ὁ δὲ θ': πρὸς τὸν ε': ἐπιτετραμερές. τοῦ τρίτου εἴδους.

ε	ζ	θ	ια	ιγ	ιδ
γ	δ	ε	σ	ζ	η
ιζ	ιδ	κα	κγ	κθ	κζ
θ	ι	ια	ιβ	ιγ	ιδ
ι	ιδ	ιη	κβ	κσ	λ:
σ	η	ι	ιβ	ιδ	ισ:
λδ	λη	μβ	μσ	ν	νδ:
ιη	κ	κβ	κδ	κσ	κη:
ιβ	κα	κζ	λγ	λθ	μ:
θ	ιβ	ιθ	ιη	κα	κδ:
να	νζ	εγ	εθ	οθ	πα:
κζ	λ	λγ	λσ	λθ	μβ:
κ	κη	λσ	μδ	νβ	ε:
ιβ	ισ	κ	κδ	κη	λθ:
εη	οσ	πδ	υβ	ρ	ρη:
λσ	μ	μδ	μη	ρβ	ρσ:

ἐπιμερεῖς.
 ὑπεπιμερεῖς.
 ἐπιμερεῖς.
 ὑπεπιμερεῖς.
 διπλαῖοι.
 τριπλαῖοι.
 τετραπλαῖοι.
 πενταπλαῖοι.
 ἑξάπλαοι.
 ἑπτάπλαοι.
 ὀκτάπλαοι.
 ἑνναπλαῖοι.
 δεκάπλαοι.

ἐμφαίῳ. ὁμοίως οὖν καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστος ἐντὶ εἶδος συγίγνησιν, οὗτοι δὲ πάντως πρῶτοί εἰσι. καὶ ἐλάχιστοι τῶν τῶν αὐτὸν ἐχούσῳ αὐτοῖς λόγοι, οἳ καὶ πυθμένες ὀνομάζονται. Διπλασιαζομένων δὲ ἢ τριπλασιαζομένων, ἢ ἄλλως πως πολλαπλασιαζομένων τῶν τε προλόγων καὶ ὑπολόγων, συσαριθμοῦνται καὶ ἄλλοι τινὲς ἀριθμοὶ τῆ αὐτῆς ἐκείνοις εἶδος. ἢ εἰσὶ μῆντοι ἐλάχιστοι. τῆ γὰρ πρώτῃ εἶδος εἰσὶ καὶ ὅτι· πρὸς τὸν ε· καὶ ὅτι· πρὸς τὸν θ· καὶ ὅτι· πρὸς τὸν ιβ· ἕκαστος γὰρ ἐπιδιμερὴς εἶσι, μείζονες μῆντοι τῆ ε. Τῆ δευτέρῃ δὲ ὁμοίως εἰσὶν ὁ ιδ· πρὸς τὸν η· ὁ κα· πρὸς τὸν ιβ· ὁ κη· πρὸς τὸν ις· ἀλλὰ καὶ τῶν ἕκαστος μείζονες εἰσὶ τῆ ζ· ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εἰδῶν εὐριθμοῦνται ἄλλοι τινὲς ἀριθμοὶ μείζονες, τῶν ἐκτεθείτων.

Περὶ Πολλαπλασιασμοῦ.

Πολλαπλασιασμὸς δὲ ἀριθμὸς εἶναι, ὁ πλεονάκις ἢ ἅπαξ ἐν ἑαυτῷ ἔχων τὸν ἐλάχιστον, καὶ προσέτι μορίων αὐτῷ ἐν οἷοιδήποτε, ὡς ὁ εἶ· τὸν β· ἔχει δὲ αὐτὸν ἐν αὐτῷ δις, καὶ μέρος αὐτῷ ἐν ἡμισυ καὶ οἱ ὅμοιοι. Ἐπεὶ δὲ ὁ πολλαπλασιασμὸς σύνθετός ἐστιν ἐκ τῆ πολλαπλασίου καὶ ἐπιμορίου, καθὰ καὶ τὸν μαθηματικὸν δόγμα. ταῦτα χάριν καὶ κατ' ἀμφὼ τὰ μέρη αὐτῷ ποικίλλεται τότε πολλαπλασίον καὶ ἐπιμόριον. Ὡς καὶ τῶν τῶν εἰδῶν ἕκαστον σύνθετον εἶναι συμβαίνει, καὶ συνθέντι προφέρεισθαι ὀνόματι. ποικίλλεται δὲ τριχῶς. ἢ γὰρ τῆ πολλαπλασίᾳ ἀμεταβλήτῃ μείνοντος αὐξῆται τὸ ἐπιμόριον. ἢ αὐξανόμενῃ τῆ πολλαπλασίᾳ ἀμετάβλητον μίνει τὸ ἐπιμόριον. ἢ γὰρ ἀμφὼ αὐξοῦνται τῶν πολλαπλασίον καὶ ἐπιμόριον. Κατὰ μὲν ἕν τὸν πρῶτον τρόπον ὑποδείγματα ἔχομεν τὸν διπλασιασμοῦ, διπλασιασμοῦ τρίτον, διπλασιασμοῦ τέταρτον, διπλασιασμοῦ πέμπτον καὶ λοιπὰς, ὧν τὸ διπλασίον μόνον κοινόν. Τῆς αὐτῆς εἰσὶ τάξεως καὶ ὁ τριπλασιασμοῦ, τριπλασιασμοῦ τρίτον, τριπλασιασμοῦ τέταρτον, τριπλασιασμοῦ πέμπτον, καὶ οἱ ἄλλοι, ὧν τὸ τριπλάσιον μόνον κοινόν. Ὅμοίως καὶ ὅσοι ἀπὸ τῆ τετραπλασίᾳ ἀρχόμενοι, ἢ πενταπλασίᾳ, ἢ ἑξαπλασίᾳ, ἢ ἄλλῃ τινὲς τῶν τῶν πολλαπλασίᾳ εἰδῶν μεταβάλλονται καὶ τὸ ἐπιμόριον. οἷοι ὁ τετραπλασιασμοῦ, ὁ τετραπλασιασμοῦ τρίτον, ὁ τετραπλασιασμοῦ πέμπτον καὶ λοιποὶ. ὁμοίως δὲ καὶ ὁ πενταπλασιασμοῦ, πενταπλασιασμοῦ τρίτον, πενταπλασιασμοῦ τέταρτον, πενταπλασιασμοῦ πέμπτον, καὶ οἱ ἄλλοι. Κατὰ δὲ τὸν δευτέρον τρόπον ἔχομεν ὑποδείγματα τὸν διπλασιασμοῦ, τριπλασιασμοῦ, τετραπλασιασμοῦ, πενταπλασιασμοῦ καὶ λοιπὰς. ἢ τὸν διπλασιασμοῦ τρίτον, τριπλασιασμοῦ τρίτον, τετραπλασιασμοῦ τρίτον, πενταπλασιασμοῦ τρίτον, καὶ ἄλλῃς. Ταύτης δὲ τῆς φαρτείας εἰσὶ καὶ ὁ διπλασιασμοῦ τέταρτον, τριπλασιασμοῦ τέταρτον, τετραπλασιασμοῦ τέταρτον, πενταπλασιασμοῦ τέταρτον, καὶ λοιποὶ ὅσοι κοινὸν ἔχουσι μόνον ἐν τῆ ἐπιμορίου εἶδος, τὸ δὲ τῆ πολλαπλασίᾳ διάφορον. Κατὰ δὲ τὸν τρίτον τρόπον πεποικιλμένοι εἰσὶν, ὁ διπλασιασμοῦ, τριπλασιασμοῦ, τετραπλασιασμοῦ τέταρτον, πενταπλασιασμοῦ πέμπτον, καὶ ὅσοι ἄλλοι κατὰ τὸ τῆ πολλαπλασίᾳ καὶ ἐπιμορίου διενηγόχασιν εἶδος.

- | | | |
|---|---|--|
| ἢ τῆ πολλαπλασίᾳ μείνοντος τὸ ἐπιμόριον αὐξῆται. | } | εἶ β: ὁ διπλασιασμοῦ, ἢ τριπλασιασμοῦ. |
| | | ζῆ γ: ὁ διπλασιασμοῦ τρίτον, ἢ τριπλασιασμοῦ τρίτον. |
| | | θδ δ: ὁ διπλασιασμοῦ τέταρτον, ἢ τριπλασιασμοῦ τέταρτον. |
| | | ια ε: ὁ διπλασιασμοῦ πέμπτον, ἢ τριπλασιασμοῦ πέμπτον. |
| | | καὶ οἱ λοιποὶ. |
| ἢ αὐξανόμενῃ τῆ πολλαπλασίᾳ μίνει τὸ ἐπιμόριον. | } | εἶ β: ὁ διπλασιασμοῦ. ἢ διπλασιασμοῦ τρίτον. |
| | | ζῆ β: ὁ τριπλασιασμοῦ. ἢ τριπλασιασμοῦ τρίτον. |
| | | θδ β: ὁ τετραπλασιασμοῦ. ἢ τετραπλασιασμοῦ τρίτον. |
| | | ια β: ὁ πενταπλασιασμοῦ. ἢ πενταπλασιασμοῦ τρίτον. |
| | | καὶ οἱ λοιποὶ. |
| ἢ ἀμφὼ αὐξοῦνται τὸ, τε πολλαπλασίον, καὶ τὸ ἐπιμόριον. | } | εἶ β: ὁ διπλασιασμοῦ. ἢ διπλασιασμοῦ τρίτον. |
| | | ζῆ γ: ὁ τριπλασιασμοῦ. ἢ τριπλασιασμοῦ τέταρτον. |
| | | θδ δ: ὁ τετραπλασιασμοῦ τέταρτον. ἢ τετραπλασιασμοῦ πέμπτον. |
| | | κα ε: ὁ πενταπλασιασμοῦ πέμπτον. ἢ πενταπλασιασμοῦ ἑκτον. |
| | | καὶ οἱ λοιποὶ. |

Περὶ Γενέσεως τῶν τῆ Πολλαπλασιασμοῦ Εἰδῶν.

Γενῶνται δὲ τὰ τῆ πολλαπλασιασμοῦ Εἶδη, ἐὰν ἐκθήμενος εὐτάκτως τῆς ἀπὸ δυάδος ἀρτίων τε καὶ περιττῶν παραβάλλωμεν τῶν τῆς ἀπὸ τῆ ε· περιττῶν μόνας. τὸν πρῶτον δηλ. τῶ πρώτῳ, τὸν δεύτερον τῶ δευτέρῳ. τὸν τρίτον τῶ τρίτῳ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Οἷον ἐκείδωσαν οἱ β, γ, δ, καὶ λοιποὶ εὐτάκτως μέχρι τῆ ι. ἐπ' αὐτῶ δὲ τῶ μὲν β: τετάχθη ὁ εἶ· τῶ δὲ γ: ὁ ζῆ· τῶ δὲ δ: ὁ θδ.

ο 5: τῆ δὲ ε̄: οἱ ᾱ: τῆ δὲ 5: οἱ γ̄: καὶ τῶν λοιπῶν ἐφ' ἑκάστη οἱ τῆς αὐτῆς ἐκείνῃ τάξεως περιττός. ἐπὶ μὲν τῆ ζ̄: οἱ ζ̄. ἐπὶ δὲ τῆ η̄: οἱ η̄. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Τῶν δὲ ἕτω ἐκτεθέντων δῆλον ὅτι ὁ μὲν ε̄: διπλασιεφθίμισος ἐστὶ τῆ β̄: ὁ δὲ ζ̄: τῆ γ̄: διπλασιεπίτριτος. ὁ δὲ 5: τῆ δ̄: διπλασιεπιτέταρτος. ὁ δὲ ᾱ: τῆ ε̄: διπλασιεπίπενμπτος, καὶ οἱ λοιποὶ τῶν λοιπῶν καὶ τὸ ἀνάλογον. Οὗτοι δὲ πάντες εἰσὶν οἱ καὶ τὸν πρῶτον ποικιλόμενοι τρόπον.

Ἰστέον δ' ὅτι ἐν μὲν τῆς ἀπὸ τῆ β̄: δυάδι διαφέροντας ἐκθῆς ἀρτίως ἐν ἐνὶ σίχῳ, ἐπ' αὐτῶν δὲ ἐκ ἐτέρῳ σίχῳ τῆς ἀπὸ τῆ ε̄: πεντάδι διαφέροντας τάξης εὐτάκτως, διπλασιεφθίμισεις ἴσονται καθαροί, οἱ καὶ διπλασιεφθιμίολιοι λέγονται. Ἐὰν δὲ τῆς ἀπὸ τοῦ γ̄: τριάδι διαφέροντας ἐκθήμενος τάξης ἐπ' αὐτῶν εὐτάκτως τῆς ἀπὸ τῆ ζ̄: ἑβδομάδι ὑπερέχοντας ἕξεις πάντας τοὺς διπλασιεπίτριτους. εἰδὲ τοὺς ἀπὸ τῆ δ̄: τετραδάδι ὑπερέχοντας ἐκθήμενος τάξης ἐπ' αὐτῶν τῆς ἀπὸ τῆ 5: ἑννεάδι ὑπερέχοντας, ἕξεις τῆς διπλασιεπιτέταρτης, καὶ ἕτω ἐπ' ἄπειρον.

Εἰδὲ σοὶ βυλιτὸν εὐρεῖν καὶ τὰ καὶ τὸν β̄. ποικιλόμενα τρόπον εἶδη, τῆ πολλαπλασιεπιμορία, ἐκθήμενος τῆς ἀπὸ τῆ δύο δυάδι διαφέροντας τάξιν ἐπ' αὐτῶν εὐτάκτως τῆς ἀπὸ τῆ ζ̄: ἑβδομάδι διαφέροντας, καὶ ἕξεις πάντας τῆς τριπλασιεφθίμισεις, ὡς ὅρας ἐπὶ τῆ ὑποδείγματος.

Ἐὰν δὲ ἐκθήμενος τῆς ἀπὸ τοῦ γ̄: τριάδι ὑπερέχοντας τάξης ἐπ' αὐτῶν τῆς ἀπὸ τῆ ῑ: δεκάδι ὑπερέχοντας, ἕξεις τῆς τριπλασιεπίτριτης ἅπαντας. πρὸς εὐρεσιν δὲ καὶ τῶν λοιπῶν τῆ πολλαπλασιεπιμορία εἰδῶν κατὰ τε τὸν ᾱ. καὶ β̄. καὶ γ̄. τρόπον, ἐκθήμενος τῆς ἀπὸ τῆ β̄: ἀρχομένης ἀρτίως τε καὶ περιττῆς, κατὰ τὴν φυσικὴν αὐτῶν Πρόσθεσιν, σκόπει μὲν ἀκριβῶς τίς τῶν ἐκτεθέντων τὸ ζητούμενον ἔχει μέρος. εἴτα λάβε τῆτον ὁσάκις οφείλεται κατὰ τὸ ζητούμενον εἶδος, καὶ τῷ γενομένῳ πρόσθεσ τὸ ζητούμενον μέρος, καχεῖνος ἔσαι ὁ ζητούμενος. εἰάν δὲ ἕτος διπλασιαδῆ, τριπλασιαδῆ, ἢ ἄλλως πως πολλαπλασιαδῆ, ὁμοίως καὶ ὁ ὑπ' αὐτὸν, ἕξομεν καὶ τῆς λοιπῆς τῆ αὐτῆ εἶδος. Οἷον ζητηθήτωσαν οἱ πενταπλασιεφθίμισεις, ἢ πενταπλασιεπίπενμπτοι. Ἐπεὶ δὲ πρὸς εὐρεσιν τῆ ᾱ. ζητεῖται τὸ ἡμισυ λάβε τὸν β̄. οὗτος γὰρ πρῶτος τῶν εἰς δύο διχαζομένων, ἐπεὶ δ' αὐτῆς οὗτος ζητεῖ ἀριθμὸν, ὡς ἔχει αὐτὸν πεντάκις καὶ ἡμισυ αὐτῆ μέρος, πολλαπλασιάσον τὸν β̄: ἐπὶ τὸν ε̄: καὶ γενήσεται ὁ ῑ: τῆτῳ πρόσθεσ καὶ μονάδα, καὶ ὁ γενομένος ιᾱ: πρὸς τὸν β̄: πενταπλασιεφθίμισος ἔσαι. Πρὸς εὐρεσιν δὲ τῆ δευτέρῃ, ἐπεὶ ζητεῖται ἀριθμὸς ἔχον μέρος ε̄. λάβε αὐτ' αὐτοῦ τὸν ε̄: οὗτος γὰρ πρῶτος τῶν εἰς πέντε διαιρημένων. ἐπεὶ δὲ πάλιν ζητεῖται ἀριθμὸς ἔχον τὸν ὑπόλογον ἐν ἑαυτῷ πεντάκις, καὶ πρὸς τῆτῳ πέμπτον αὐτῆ μέρος, πολλαπλασιάσον τὸν ε̄: ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ γενήσεται ὁ κβ̄: τῆτῳ δὲ πρόσθεσ μονάδα, καὶ ὁ γενομένος κγ̄: πενταπλασιεπίπενμπτος ἔσαι τῆ ε̄: εἰάν δὲ διπλασιάσης ἐκάτερον, γενήσονται οἱ ιβ̄: καὶ ῑ: ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντες τοῖς κγ̄: καὶ ε̄: ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. ταῦτα δὲ εὐκρινέστερον εὐρίσκονται ἐν τῷ προσκεθέντι διαγράμματι πρὸς εὐρεσιν τῶν τῆ πολλαπλασιεπιμορίων τῶν καὶ μικρὸν ἐπισήσαντι. Ἐπεὶ δὲ τῷ πολλαπλασιεπιμορίῳ ὑπόκειται τὸ ὑποπολλαπλασιεπιμορίον, τῆτῳ χάριν ὅσα ἐκείνη τὰ εἶδη, τοσαῦτα καὶ τῆτῳ, καὶ τῆς ὑπὸ ἀντενομαζόμενα πρόσθεσις, κατὰ τὴν ἐκάστη προσηγορίαν. Διὸ τῶν ἐλαττόνων ἀριθμῶν ὁ μὲν λέγεται ὑποδιπλασιεφθίμισος, ὁ δὲ ὑποδιπλασιεπίτριτος, ὁ δὲ ὑποδιπλασιεπιτέταρτος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

ε: ζ: θ: ια: ιγ: ιε: ιζ: ιθ: κα:
 β: γ: δ: ε: 5: ζ: η: θ: ι:
 διπλασιεφθίμισεις.
 ε: ι: ιε: κ: κε: λ: λε: μ: με:
 β: δ: 5: η: ι: ιβ: ιδ: ις: ιη:
 διπλασιεπίτριτοι.
 ζ: ιδ: κα: κη: λε: μβ: μθ:
 γ: 5: θ: ιβ: ιε: ιη: κα:
 διπλασιεπιτέταρτοι.
 θ: ιη: κζ: λς: με: νδ: ξγ:
 δ: η: ιβ: ις: κ: κδ: κη:

τριπλασιεφθίμισεις.
 ζ: ιδ: κα: κη: λε: μβ: μθ: νς:
 β: δ: 5: η: ι: ιβ: ιδ: ις:
 τριπλασιεπίτριτοι.
 ι: κ: λ: μ: ν: ξ: ο: π:
 γ: 5: θ: ιβ: ιε: ιη: κα: κδ:

Περὶ τῆ Πολλαπλασιεπιμερῆς.

Πολλαπλασιεπιμερῆς δὲ εἰσὶν ὁ ἔχων ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν συγκριτέμενον πλεονάκις, ἢ ἄνω, καὶ προσέτι μέρη τινὰ αὐτῆ πλείονα ἐνός. ἐπὶ δὲ καὶ ἕτος σύνθετός ἐστιν ἕκτε τῆ πολλαπλασίῃ καὶ ἐπιμερῆς, κατ' ἄμφω πάντως γὰρ καὶ ἕτος ποικίλεται. κατὰ τε τὸ πολλαπλασίον καὶ ἐπιμερῆς τριχῶς καὶ τῆς αὐτῆ γινομένης ποικιλίας, ὡς καὶ ἐπὶ τῆ πρό αὐτῆ. Μένοντος γὰρ τῆ πολλαπλασίῃ, καὶ μεταβαλλομένη τῆ ἐπιμερῆς, ἐπειδὴ πρῶτισον εἶδος τῆ πολλαπλασίῃ ἐστὶ τὸ διπλάσιον, πρῶτην χάριν ἔχει ἐν τοῖς τῆ πολλαπλασιεπιμερῆς εἰδῆσιν ὁ διπλασιεπιμερῆς. Δευτέραν δὲ ὁ διπλασιεπιτριμερῆς, τρίτην δὲ ὁ διπλασιεπιτετραμερῆς, καὶ οἱ λοιποὶ ἀναλόγως. Μένοντος δὲ τῆ ἐπιμερῆς καὶ μεταβαλλομένη τῆ πολλαπλασίῃ, τὴν πρῶτην χάριν ἔχει, καὶ κατὰ τῆτῳ, ὁ διπλασιεπιδιμερῆς. Ἐπεὶ γὰρ ἐπιμερῆς πρῶτον εἶδος ἐστὶ τοῦ ἐπιμερούς. Δευτέραν δὲ ὁ τριπλασιεπιδιμερῆς, τρίτην δὲ ὁ τετραπλασιεπιδιμερῆς, τετάρτην δὲ ὁ πενταπλασιεπιδιμερῆς, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Μεταβαλλομένη δὲ καὶ τῶν δύο, τῆ πολλαπλασίῃ καὶ ἐπιμερούς, καὶ τὸν διπλασιεπιμερῆ.

μερῆ ἔψεται ὁ τριπλασιπιτριμερῆς, εἶτα ὁ τετραπλασιπιτετραμερῆς, καὶ οἱ λοιποὶ κατὰ τὸ ἀνάλογον.

Διὶ εἰ κἀνταῦθα τὰ λαμβανόμενα μέρη μὴ μετρίῃν τὸ ὅλον, καὶ ἐπομένως μὴτε ἡμισυ εἶναι, μὴτε τρίτου, μὴτε τέταρτου, μὴτε γὰρ ἀλλότι τῶν πηλίκων, ὡς ἐπὶ τῷ ἐπιμερῆς εἴρηται. τίνες δὲ οἱ τοιοῦτοι ἀριθμοὶ ἐν τοῖς ἑξῆς δηλωθήσονται, ἔνθα περὶ Γενέσεως τῶν τῷ πολλαπλασιεπιμερῆς εἰδῶν ἔσαι ὁ λόγος. Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον ἐκκείθωσαν, καὶ τὰ τῷ πολλαπλασιεπιμερῆς εἶδη ἐπὶ διαγράμματος καὶ τὸν τρίτον τῆς ποικιλίας αὐτῶν τρόπον, ὡσπερ καὶ τὰ τῷ πολλαπλασιεπιμορίῃ.

ἢ μέγιστος τῷ πολλαπλασίῳ μεταβάλλεται τὸ ἐπιμερῆς.	ἢ μέγιστος τοῦ ἐπιμεροῦς μεταβάλλεται τὸ πολλαπλάσιον.	ἢ ἐκάτερον μεταβάλλεται, τότε πολλαπλάσιον, καὶ ἐπιμερῆς.	ἢ τριπλασιεπιτριμερῆς.	ἢ τριπλασιεπιτετραμερῆς.	ἢ τριπλασιεπιπενταμερῆς.	ἢ διπλασιεπιτριμερῆς.	ἢ τριπλασιεπιτριμερῆς.	ἢ τετραπλασιεπιτριμερῆς.	ἢ πενταπλασιεπιτριμερῆς.	ἢ τριπλασιεπιτριμερῆς.	ἢ τετραπλασιεπιτετραμερῆς.	ἢ πενταπλασιεπιπενταμερῆς.	ἢ ἑξαπλασιεξαμερῆς.															
														διπλασιεπιδιμερῆς.	διπλασιεπιτριμερῆς.	διπλασιεπιτετραμερῆς.	διπλασιεπιπενταμερῆς.	καὶ τὰ λοιπὰ.	διπλασιεπιδιμερῆς.	τριπλασιεπιδιμερῆς.	τετραπλασιεπιδιμερῆς.	πενταπλασιεπιδιμερῆς.	καὶ τὰ λοιπὰ.	διπλασιεπιδιμερῆς.	τριπλασιεπιτριμερῆς.	τετραπλασιεπιτετραμερῆς.	πενταπλασιεπιπενταμερῆς.	καὶ τὰ λοιπὰ.
														καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	καὶ τὰ λοιπὰ.	

Περὶ Γενέσεως τῶν τῷ πολλαπλασιεπιμερῆς Εἰδῶν.

Γεννῶνται δὲ οἱ μὲν διπλασιεπιδιμερεῖς ἔαν ἐκθέμενοι τὴν ἀπὸ τῷ γ: τριάδι διαφέροντας παραβάλλωμεν πρὸς αὐτὴν τὴν ἀπὸ τῷ η: ὀγδοάδι διαφέροντας πρῶτον πρὸς πρῶτον, δεῦτερον πρὸς δεῦτερον, τρίτου πρὸς τρίτου, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως, ὡς ἐπὶ τῷ παρόντος καθοράται διαγράμματος. Οἱ δὲ διπλασιεπιτριμερεῖς, ἔαν ἐκθέμενοι τοὺς ἀπὸ τοῦ δ: τετράδι διαφέροντας παραβάλλωμεν πρὸς αὐτὴν τοὺς ἀπὸ τῷ ια: ἐν δεκάδι διαφέροντας εὐτάκτως. οἱ δὲ διπλασιεπιτετραμερεῖς, ἔαν πρὸς τὴν ἀπὸ τῷ ε: ἀρχομένους, καὶ πεντάδι διαφέροντας παραβάλλωμεν τὴν ἀπὸ τῷ ιδ: ἀρχομένους, καὶ καὶ τὸν ιδ: ὑπερέχοντας ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Εἰ δὲ λόγῳ ὁ βυλόμετος εὐρεῖν εἶδος τι τῷ πολλαπλασιεπιμερῆς, σκοπεῖτω ὅποια ζητεῖται μέρη ἔχειν ὁ ἐλάσσων ἀριθμὸς, καὶ πολλαπλάσιος ἔσαι ὁ ζητέμετος. Κατὰ λαμβανέτω τὸσάκις τὸν ἀριθμὸν τὸν ἔχοντα τὰ ζητέμετα μέρη ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ἀπὸ τοῦ γ: καὶ τὴν φυσικὴν αὐτῶν ἐκκειμένων Πρόσθετον, καὶ τῷ γινομένῳ προσθήτω τὰ διδόμενα μέρη, καὶ ἔξει τὸ ζητέμετον. Λέγονται δὲ κἀνταῦθα οἱ ἐλάττορες μὲν τῆς ὑπὸ προσθέσεως. Καὶ ταῦτα μὲν ἱκανὰ περὶ τῶν δέκα Αριθμητικῶν σχέσεων, ῥητέον δὲ ὀλίγα τινα καὶ περὶ τῆς τέτων τάξεως καὶ εἰρμῆς.

Τίνα μὲν ἐν τῷ πρὸς τι ποσῶ Εἶδη ἐν τοῖς προκυμμένοις δεδήλωται. εἰσὶ δὲ τὰ πάντα ἔνδεκα, ἐν μὲν τῆς ἰσότητος, τὰ λοιπὰ δὲ τῆς ἀνισότητος. ἢ ἢ ἰσότης ἀτμῆτος ἔσα ἐν εἶδος ἀποτελεῖ, ἢ δὲ ἀνισότης κατὰ τε τὸ μείζον καὶ ἐλάττον θεωρημένη πλείονα ἔχει καὶ τὰ κατ' αὐτὴν εἶδη, ὡς εἴρηται. πέντε ἢ τὰ τῷ μείζονος, καὶ πέντε τὰ τῷ ἐλάττονος, ὅθεν καὶ εἰς πέντε συζυγίας, ἢ κρείττον εἶπειν σχέσεις ἀνάγονται. τῷ ἢ πολλαπλασίῳ ὑπόκειται τὸ ὑποπολλαπλάσιον, τῷ δὲ ἐπιμορίῳ τὸ ὑπεπιμόριον. τῷ δὲ ἐπιμερῆ τὸ ὑπεπιμερῆς. τῷ δὲ πολλαπλασιεπιμορίῳ, τὸ ὑποπολλαπλασιεπιμόριον, καὶ τῷ πολλαπλασιεπιμερῆ τὸ ὑποπολλαπλασιεπιμερῆς. Προτέτακται δὲ πάντων τὸ ἴσον, τῶν δὲ λοιπῶν τὸ πολλαπλάσιον, εἶτα τὸ ἐπιμόριον, εἶτα τὸ ἐπιμερῆς, μεθ' ὃ τὸ πολλαπλασιεπιμόριον, καὶ τελευταῖον τὸ πολλαπλασιεπιμερῆς.

- Αὐτὴς τῶν μὲν τῷ πολλαπλασίῳ εἰδῶν εἴληπται πρῶτον τὸ διπλάσιον, εἶτα τὸ τριπλάσιον, εἶτα τὸ τετραπλάσιον, καὶ τὰ λοιπὰ εὐτάκτως. Τῷ δὲ ἐπιμορίῳ ὁμοίως πρῶτον μὲν εἴληπται τὸ ἡμιόλιον, δεῦτερον δὲ τὸ ἐκίτριον, τρίτον τὸ ἐπιτέταρτον, καὶ ἐφεξῆς καὶ τὸ ἀνάλογον. Ὡσαύτως δὲ καὶ τῶν λοιπῶν τριῶν, τῷ ἐπιμερῆς φημί, πολλαπλασιεπιμορίῳ, καὶ πολλαπλασιεπιμερῆς τάξις τις δίδεται, τοῖς εἶδεσι. Ὅτι δὲ ἡ τάξις αὕτη ἐπίσει ἢ νόμῳ ἀνθρωπίνῳ, ἀλλὰ φύσει ἐνυπάρχει τοῖς τῷ πρὸς

E. P. 2006
 ΙΩΑΝΝΗΝ 2006

τῶ πρός τι ποσῶ εἶδει, διὰ τῆ προεκτεθέντος πτωθήσεται διαγράμματος. ἐπεὶ ἦν μὲν τῶ πρώτῳ αὐτῆ σίχῃ κείνται οἱ ἀπὸ μονάδος φυσικῶς ἀλλήλοις ἐπακολουθῶντες. ἐν δὲ τῶ δευτέρῳ οἱ ἀπὸ τῆ β: δυάδι διαφέροντες. ἐν δὲ τῶ τρίτῳ οἱ ἀπὸ τῆ γ: τριάδι διαφέροντες, ὡς προείρηται. ἐν δὲ τῶ τετάρτῳ οἱ ἀπὸ τῆ δ: τετραδί διαφέροντες, καὶ ἐν τοῖς λοιποῖς ἀναλόγως, δῆλον ὅτι οἱ ἀριθμοὶ κατὰ τε μήκος καὶ πλάτος τῆ αὐτῆ διαγράμματος τὴν φυσικὴν αὐτῶν τρυῖσι Πρόδοον. ἀρχονται γὰρ οἱ ἐν ἑκατέρῳ ἀπὸ τῆς αὐτῆς μονάδος, καὶ μονάδι ἀλλήλων διαφέρουσι, καὶ πρὸς τῶ οἱ μὲν ἐν τῶ δευτέρῳ σίχῃ πρὸς τῆς ἐν τῶ πρώτῳ παραβαλλόμενοι διπλασίοι εἰσιν. οἱ δὲ ἐν τῶ τρίτῳ τριπλασίοι. οἱ δὲ ἐν τῶ τετάρτῳ τετραπλασίοι, οἱ δὲ ἐν τῶ πέμπτῳ πενταπλασίοι, οἱ δὲ ἐν τοῖς λοιποῖς κατὰ τὸ ἀνάλογον. Ἐπεὶ δὲ πάντα ταῦτα τοῦ πολλαπλασίου εἰσὶν εἶδη, τὸ πολλαπλασίον ἄρα, καὶ κατὰ τὴν φυσικὴν τῶν ἀριθμῶν Πρόδοον πρωτεύει τῶν ἄλλων. Ἐν δὲ τοῖς τούτου εἶδει πρῶτον ἐστὶ τὸ διπλασίον, εἶτα τὸ τριπλασίον, εἶτα τὸ τετραπλασίον καὶ τὰ λοιπὰ ἐφεξῆς. ὅτι δὲ μὲν τὸ πολλαπλασίον δευτέραν τάξιν ἔχει τὸ ἐπιμόριον, τὸ δὲ ἐπιμερές τρίτην, καὶ τὰ λοιπὰ ὡς προδιώρισαι φανερόν. τῶν γὰρ ἐν τῶ δευτέρῳ σίχῃ κειμένων ἀριθμῶν οἱ ἐν τῶ τρίτῳ ἡμιόλιοι εἰσιν ἕκαστος ἕκαστος. τῶν δὲ ἐν τῶ τρίτῳ οἱ ἐν τῶ τετάρτῳ ἐπιτρίτοι. τῶν δὲ ἐν τῶ τετάρτῳ οἱ ἐν τῶ πέμπτῳ ἐπιτέταρτοι, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Αὐτίς οἱ μὲν ἐν τῶ πέμπτῳ τῶν ἐν τῶ τρίτῳ ἐπιδιμερεῖς εἰσιν. οἱ δὲ ἐν τῶ ἑβδόμῳ τῶν ἐν τῶ τετάρτῳ ἐπιτριμερεῖς. οἱ δὲ ἐν τῶ ἑνάτῳ τῶν ἐν τῶ πέμπτῳ ἐπιτετραμερεῖς, ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐνός ἐναπολειπομένη τὰ λοιπὰ τῆ ἐπιμερῆς εὐρεθίσονται εἶδη. Πάλιν οἱ ἐν τῶ πέμπτῳ τῶν ἐν τῶ δευτέρῳ διπλασιεπιμύσει εἰσιν, οἱ δὲ ἐν τῶ ἑβδόμῳ τῶν ἐν τῶ τρίτῳ διπλασιεπιτρίτοι. οἱ δὲ ἐν τῶ ἑνάτῳ τῶν ἐν τῶ τετάρτῳ διπλασιεπιτέταρτοι. ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς ἀπολείπων ἕνα τὰ τῆ πολλαπλασιεπιμορία ἑξῆς εἶδη. Τελευταῖον δὲ οἱ ἐν τῶ ογδόῳ σίχῃ τῶν ἐν τῶ τρίτῳ διπλασιεπιδιμερεῖς εἰσὶ. οἱ δὲ ἐν τῶ ἑνδεκάτῳ εἰτύχη τὸ διαγράμμα ἐπιπλέον ἕκταδὲ τῶν ἐν τῶ τετάρτῳ διπλασιεπιτριμερεῖς. ὁμοίως εὐρεθίσονται καὶ τὰ λοιπὰ τῆ πολλαπλασιεπιμερῆς εἶδη δύο αἰετῶν ἑξῆς παραλειπομένων. Ὡς ἐκ τῶν δῆλον, ὅτι τὰ τῆ πρός τι ποσῶ εἶδη φυσικῶς ἔχουσιν, ὡς προδιώρισαι. ὅτι δὲ καὶ τόμῳ ἀνθρωπίνῳ ταῦθ' οὕτως ἔχει ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ ἕκαστη εἶδους συναγαγεῖν ἔχουμεν. πρῶτος γὰρ τῶν πολλαπλασίων ἀριθμῶν κατὰ τὰ εἰρημένα ἐστὶν ὁ β: τῶν δὲ τριπλασίων ὁ γ: τῶν δὲ τετραπλασίων ὁ δ: καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως πρὸς τὴν μονάδα παραβαλλομένων. Αὐτίς τῶν μὲν ἐπιμορίων πρῶτος ἐστὶν ὁ γ: πρὸς τὸν β: παραβαλλόμενος. τῶν δὲ ἐπιμερῶν ὁ ε: πρὸς τὸν γ: καὶ αὐτὸς παραβαλλόμενος. τῶν δὲ πολλαπλασιεπιμορίων ὁ αὐτὸς ε: τὴν πρώτην ἔχει χώραν πρὸς τὸν β: μέντοι παραβαλλόμενος, καὶ τῶν πολλαπλασιεπιμερῶν ὁ η: πρὸς τὸν γ: καὶ αὐτὸς παραβαλλόμενος.

Παρά ταῦτα καὶ ἑτέρῃα ἐπὶ τῆ διαγράμματος θεωρεῖν ἔχομεν. ὡς περὶ γὰρ οἱ ἐν τῶ πρώτῳ σίχῃ κατὰ τε καὶ μήκος πλάτος κείμενοι ἀριθμοὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς μονάδος ὡς ἀπὸ κοινῆς ἀρχονται ἀρχῆς, καὶ μονάδι ἀλλήλων διαφέρουσιν, ἕτω καὶ οἱ ἐν τῶ δευτέρῳ ἀπὸ τῆ δ: ὡς ἀκρογωνιαῖα τιτῆς ἀρχοῖται δυάδι διαφέροντες. οἱ δὲ ἐν τῶ τρίτῳ ἀπὸ τῆ ε: ἀρχόμενοι τριάδι διαφέρουσιν. οἱ δὲ ἐν τῶ τετάρτῳ ἀρχονται μὲν ἀπὸ τῆ ι: τετραδί δὲ ἀλλήλων διαφέρουσιν. οἱ δὲ ἐν τῶ πέμπτῳ ἀρχόμενοι ἀπὸ τῆ κ: διαφέρουσι πεντάδι. οἱ δὲ ἐν τῶ ἕκτῳ ἀρχόμενοι ἀπὸ τῆ λ: ἑξάδι διαφέρουσιν. οἱ δὲ ἐν τῶ ἑβδόμῳ ἀρχονται μὲν ἀπὸ τῆ μ: διαφέρουσι δὲ ἐπτάδι, ὡς περὶ καὶ οἱ ἐν τῶ ογδόῳ ἀπὸ τῆ ξ: ἀρχόμενοι ὀκτάδι διαφέρουσιν. οἱ δὲ ἐν τῶ θ: ἀρχονται ἀπὸ τῆ πα: καὶ ἑνάδι διαφέρουσιν. ὁ δὲ ρ: πέρασ ἐπὶ καὶ σφραγίς τῆ αὐτῆ διαγράμματος, ὡς περὶ καὶ ἡ μονάς ἀρχῆ. Διὸ καὶ κατὰ διάμετρον ταύτη ἀντίκειται. Εἶδὲ οἱ διαγώνιοι πάντες ἰσοπληθεῖς τοῖς ἐν τῶ πρώτῳ σίχῃ εἰσὶν, ἀλλ' ἐκείνοι μὲν μονάδι ἀλλήλων διαφέρουσιν, ὡς εἴρηται, ἕτος δὲ περιττῶ τινι ἀριθμῷ. ὁ γὰρ δ: τῆς μονάδος τῶ γ: διαφέρει, ὅς καὶ τὸν πρῶτον ἐπέχει τόπον ἐν τοῖς περιττοῖς. ὁ δὲ ε: τοῦ δ: τῶ ε: διυτέρῳ ὄντι ἐν τοῖς περιττοῖς, ὁ δὲ ι: τῶ ζ: τρίτῳ ὄντι τῶν περιττῶν, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως.

Καὶ διὰ μὲν τῆ προεκτεθέντος διαγράμματος, ἕτω πως διαδείκνυται φυσικῶς τινὰ ἔχειν τάξιν τὰ τῆ πρός τι ποσῶ εἶδη πρὸς ἄλληλα. Ἐξῆς δὲ καὶ ἄλλως τιτῆ συναγαγεῖν, καὶ ὅτι πάντα τὰ τῆ αἰσῶ γενῆ καὶ εἶδη ἐκ τῆς ἰσότητος ὡς ἀπὸ μητρὸς τιτῆς καὶ ρίζης γεννῶνται καὶ εἰς αὐτὴν ἀναλύονται. Προκείμενα τῶν ἐν τρισὶν ὅροις ἰσοί τιτῆς ἀριθμοὶ, δυάδες φερεῖται, ἢ τριάδες, ἢ τετραδῆς ἢ ἄλλαι τιτῆς εἰδικαὶ διαφοραὶ, ἢ γὰρ μονάδες. Εἶτα ἐν ἑτέρῳ σίχῃ ληφθήτω ὁ μὲν πρῶτος ἀριθμὸς ἴσος τῶ πρώτῳ ἀριθμῷ τῶν ἐν τῶ πρώτῳ σίχῃ. ὁ δὲ δεύτερος ἴσος τῶ πρώτῳ καὶ δευτέρῳ, καὶ ὁ τρίτος ἴσος τῶ πρώτῳ καὶ δυοῖς δευτέροις, ἅμα δὲ καὶ τῶ τρίτῳ. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῶ τρίτῳ σίχῃ, ληφθήτω ὁ μὲν πρῶτος ἴσος τῶ πρώτῳ τῶ ἐν τῶ δευτέρῳ σίχῃ. ὁ δὲ διυτέρος ἴσος τῶ πρώτῳ καὶ δευτέρῳ, καὶ ὁ τρίτος, ἴσος τῶ πρώτῳ καὶ δυοῖς διυτέροις, ἐπὶ δὲ καὶ τῶ τρίτῳ. ταῦτα φυλαττέσθαι καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν σίχῃ. Οὕτω ἦν τῆς τῶν ἀριθμῶν γενομένης ἐκτίσεως, πρῶτον μὲν συναθήσονται ἐφ' ἑκάστης ἰσότητος οἱ πολλαπλασίοι ἀριθμοὶ, καὶ τῶν αὐτίς κηρύσσεται ὁ διπλασίον, εἶτα τὸ τριπλασίον, μεθ' ἃν ὁ τετραπλασίον ἴσαι, καὶ οἱ λοιποὶ ἐφεξῆς. δεύτερον δὲ ὁρθίσονται γινόμενα οἱ ἐπιμόριοι, καὶ τῶν πάλιν κηρύσσεται ὁ ἡμιόλιος, μεθ' ἃν ἴσαι ὁ ἐπιτρίτος, εἶτα ὁ ἐπιτέταρτος, καὶ οἱ λοιποὶ κατὰ τὸ ἀνάλογον. τρίτοι δὲ εἰς γένεσιν ἴσονται οἱ ἐπιμερεῖς. καὶ τῶν πρῶτων οἱ ἐπὶ

οι επιδιμερείς, ἔτι αἱ λοιποὶ ἰφεῖς. τὴν δὲ τετάρτην ἔξωσι χαίρασι οἱ πολλαπλασιασμοί, καὶ τὴν πέμπτην οἱ πολλαπλασιασμοί. Οἷον ἐκείδωσαν ἐν ἑνὶ εἴχῃ μογάδες τρεῖς, ἐν ἑτέρῃ δὲ δυάδες τρεῖς, καὶ ἐν ἑτέρῃ τριάδες τρεῖς. Ἐἴτα εἰλήφθη ἀπὸ τῶν μογάδων ἀντὶ μὲν τῆς πρώτης ὄρη μογᾶς, ἀντὶ δὲ τῆς δευτέρας ὁ β. ἀντὶ δὲ τῆς γ. ὁ δ. ἐν δὲ τῷ τρίτῳ ἀντὶ τῆς πρώτης εἰλήφθη ὁμοίως μογᾶς, ἀντὶ δὲ τῆς β. ὁ γ. ὁ δὲ πρῶτος τῆς δευτέρας εἴχῃ ὄρος μ. τῆς δευτέρας ὄρη τῆς γ. ποιῶσι.

Ἀντὶ οὖν τῆς τρίτης ὁ ε. ἔτος γὰρ ἰσότητες τῶν τε πρώτης ὄρη τῆς δευτέρας εἴχῃ, καὶ δυοὶ δευτέροις, ἔτι δὲ καὶ τῷ τρίτῳ. Τὸ αὐτὸ γενέσθαι καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν εἴχων ἕως οὗ βῆλει. καὶ ὅφει ἐν μὲν τῷ δευτέρῳ εἴχῃ ὄρη τοὺς διπλασίους, ἐν δὲ τῷ τρίτῳ τῆς τριπλασίους, ἐν δὲ τῷ τετάρτῳ τῆς τετραπλασίους, καὶ ἐν τοῖς ἄλλοις τῆς καὶ τὸ ἀνάλογον ἔξῃς ἐπομένως. Τὸτο δὲ ἔμῳ ἐπὶ τῶν μογάδων εὐρήσεις, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἰσοτήτων, εἴαν καὶ ἐπ' αὐτῶν τὰ αὐτὰ ποιήσῃς. Ὡς δὲ δῆλον ὅτι ἐκ τῆς ἰσοτήτος τὸ πρῶτον εἶδος τῆς πρὸς τι ποσῆ δὴλ. οἱ πολλαπλασμοὶ ὡς ἀπό τινος ρίζης ἀναγύονται, καὶ τὸτο φύσει κεκληροῦται.

α:	α:	α:	β:	β:	β:	γ:	γ:	γ:
α:	β:	δ:	β:	δ:	κ:	γ:	ς:	ιβ:
α:	γ:	θ:	β:	ς:	ικ:	γ:	θ:	κζ:
α:	δ:	ισ:	β:	κ:	λβ:	γ:	ιβ:	μη:
α:	ε:	κε:	β:	ι:	γ:	γ:	ιθ:	οε:

δ:	β:	α:	κ:	δ:	β:	διπλασμοί.
δ:	ς:	θ:	κ:	ιβ:	ικ:	ἡμιόλιοι.
θ:	γ:	α:	ικ:	ς:	β:	τριπλασμοί.
θ:	ιβ:	ισ:	ικ:	κδ:	λβ:	ἐπιτρίτοι.
ισ:	δ:	α:	λβ:	κ:	β:	τέτραπλασμοί.
ισ:	κ:	κε:	λβ:	μ:	γ:	ἐπιτέταρτοι.

Ὅτι δὲ καὶ τὸ δεύτερον εἶδος δὴλοῖ. οἱ ἐπιμορίοι ἐκ τῆς ἰσοτήτος γενέσθαι τῶν αὐτῶν φυλαττομένων πως κατόνω, φατέροι. Ἀναγραφῆσαν γὰρ οἱ ὄροι τῶν πολλαπλασίων εὐτάκτως, καὶ ἐφ' ἑκάστη εἴδους τῶν αὐτῶν ληφθῆτω ἐν ἑτέρῳ εἴχῃ ὁ μὲν πρῶτος ὄρος ἴσος τῷ πρώτῳ, ὁ δὲ δεύτερος ἴσος τῷ τε πρώτῳ καὶ δευτέρῳ, καὶ ὁ τρίτος ἴσος τῷ τε πρώτῳ καὶ δυοὶ δευτέροις, ἔτι δὲ καὶ τῷ τρίτῳ, καὶ ὅφει ἐκ μὲν τῶν διπλασίων γενέσθαι τῆς ἡμιολίου, ἐκ δὲ τῶν τριπλασίων τῆς ἐπιτρίτης, ἐκ δὲ τῶν τετραπλασίων τῆς ἐπιτέταρτης, καὶ ἐκ τῶν λοιπῶν τῆς λοιπῆς καὶ τὴν προσήκυσαν αὐτῶν ἀκολουθίαν.

Εἰδέ σοι βλητὸν καὶ τὴν τῶν λοιπῶν μαθεῖν γενέσθαι, ἀναγραφῆσαν οἱ ὄροι τῶν ἐπιμορίων, καὶ γενέσθαι τὰ αὐτὰ, ἃ καὶ ἐπὶ τῆς τῶν προτέρων εἰδῶν γενέσθαι γενέσεως, καὶ ὅφει τῆς ἐπιμερείς ἐκ τῶν ἐπιμορίων γενέσθαι. Ἐκ μὲν τῶν ἡμιολίων τῆς ἐπιδιμερείς, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτρίτων τῆς ἐπιτριμερείς, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτέταρτων τῆς ἐπιτετραμερείς, καὶ ἐκ τῶν ἄλλων τῆς ἄλλης, κατὰ τὴν εὐτάκτον αὐτῶν καὶ ἀναγκαίαν ἀναλογίαν.

Ἐκ δὲ τῶν αὐτῶν ἐπιμορίων μὴ ἀναγεφόμενων τῶν ὄρων ἀλλ' ὀρθῶς ἤδη ἐκκειμένων ὅφει γενέσθαι τοὺς πολλαπλασιασμοί τῶν αὐτῶν φυλαττομένων προσαγμάτων. Ἐκ τῶν ἡμιολίων μὲν τοὺς διπλασιασμοί, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτρίτων τῆς διπλασιασμοί, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτέταρτων τοὺς διπλασιασμοί, καὶ ἐκ τῶν λοιπῶν τῆς λοιπῆς εὐτάκτως.

Ὡς περ δὲ ἐκ τῶν ἐπιμορίων τῶν ὄρων μὴ ἀναγεφόμενων γενέσθαι οἱ πολλαπλασιασμοί, ἔτω καὶ ἐκ τῶν ἐπιμερίων τῶν αὐτῶν φυλαττομένων παραγγελμάτων γενέσθαι οἱ πολλαπλασιασμοί τῶν ὄρων ὁμοίως μὴ ἀναγεφόμενων. καὶ ἐκ μὲν τῶν ἐπιδιμερίων γενέσθαι οἱ διπλασιασμοί, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτριμερίων οἱ διπλασιασμοί, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτετραμερίων, οἱ διπλασιασμοί, καὶ ἐκ τῶν λοιπῶν οἱ λοιποὶ εὐτάκτως. Ἀναγεφόμενων δὲ τῶν ὄρων καὶ τῶν ἐπιμερίων γενέσθαι τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ οἱ ἑτερογενεῖς, ταυτὸν δεῖ εἰπεῖν, οἱ διαφορῆ εἴδους ἐπιμερείς. καὶ ἐκ μὲν τῶν ἐπιδιμερίων, οἱ καὶ ἐπιδίτριτοι λέγονται γενέσθαι οἱ ἐπιτριπέμπττοι, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτρίτων δὴλ. τῶν ἐπιτριτέταρτων, οἱ ἐπιτετραπέμπττοι, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτετραμερίων, δὴλ. τῶν ἐπιτετραπέμπττων οἱ ἐπιπεντέμπττοι, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐπ' ἀπειρον.

Ἰσθόν δ' ὅτι ἐπὶ πᾶσιν τῶν ἡμετέρων τῶν τε κατ' ὀρθότητα τῶν ὄρων γενομένων καὶ τῶν κατ' ἀντιγραφῆν οἱ ἄλλοι τετράγωνοί εἰσι, καὶ τὸτο ἐντεῦθεν δῆλον. Ἐπὶ μὲν ἤδη τῶν ἡμιολίων ὅτε δ. καὶ ε. ἄλλοι

θ:	ς:	δ:	ἡμιόλιοι.
θ:	ιθ:	κε:	ἐπιδιμερείς.
ισ:	ιβ:	θ:	ἐπιτρίτοι.
ισ:	κθ:	μθ:	ἐπιτριμερείς.
κε:	κ:	ισ:	ἐπιτέταρτοι.
κε:	μ:	πα:	ἐπιτετραμερείς.
δ:	ς:	θ:	ἡμιόλιοι.
δ:	ι:	κε:	διπλασιασμοί.
θ:	ιβ:	ισ:	ἐπιτρίτοι.
θ:	κα:	μθ:	διπλασιασμοί.
ισ:	κ:	κε:	ἐπιτέταρτοι.
ισ:	λς:	πα:	διπλασιασμοί.
θ:	ιθ:	κε:	ἐπιδιμερείς.
θ:	κδ:	ξδ:	διπλασιασμοί.
ισ:	κθ:	μθ:	ἐπιτριμερείς.
ισ:	μδ:	ρκα:	διπλασιασμοί.
κε:	μα:	πα:	ἐπιτετραμερείς.
κε:	ο:	ργς:	διπλασιασμοί.
κε:	ιθ:	θ:	ἐπιδίτριτοι.
κε:	μ:	ξδ:	ἐπιτριπέμπττοι.
μθ:	κθ:	ισ:	ἐπιτριτέταρτοι.
μθ:	οζ:	ρκα:	ἐπιτετραπέμπττοι.
πα:	μθ:	κε:	ἐπιτετραπέμπττοι.
πα:	ρς:	ργς:	ἐπιπεντέμπττοι.

E.Γ.Δ.Π.Ε.Π.
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

ἄκροι ὄντες τετράγωνοί εἰσιν. ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιτρίτων ὅτε \mathfrak{F} : καὶ $\mathfrak{I}\mathfrak{S}$: ἄκροι καὶ αὐτοὶ ὄντες ὁμοίως τετράγωνοί εἰσιν, ἔτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. ἐφ' ἐκάστης ἧδ' συζυγίας οἱ ὄροι ἐλάχιστοί εἰσιν, ἔτε ἧδ' ἐπὶ τῆς τῶν ἡμιολίων χείσιως ἐλάττονας ὄρης τῶν δ : \mathfrak{S} : καὶ \mathfrak{F} : δυνατόν εὐρεθῆναι, ἔτε ἐπὶ τῆς τῶν ἐπιτρίτων εὐρεθίσονται ἐλάττονας ὄροι τῶν \mathfrak{D} : $\mathfrak{I}\mathfrak{B}$: $\mathfrak{I}\mathfrak{S}$: ἐν ἧδ' ὁυσὶν ὄροις εὐρίσκονται ἐλάττονας τῶν αὐτῶν, ἐν τρισὶ δὲ οὐδαμῶς. Ἐάν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι ὡς τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσι, καὶ τὸ α . Πόρισμα τῆς α . τῆ η . Εὐκλ. ὡσε καὶ ἐφ' ἐκάστης συζυγίας τῶν προεκτεθέντων ἀριθμῶν, ἐπεὶ οἱ ὄροι ἐλάχιστοί εἰσιν, ὡς δέδεικται, τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, πάντως γε οἱ ἄκροι αὐτῶν τετράγωνοί εἰσιν, οἱ δὲ μέσοι ἐκ τῶν πλευρῶν αὐτῶν συνίστανται. ἐπὶ μὲν ἧδ' τῶν ἡμιολίων τῆ μὲν δ : πλευρὰ ἐστὶν ὁ β : τῆ δὲ \mathfrak{F} : ὁ γ : πολλαπλασιαζομένη γὰρ τῆ γ : ἐπὶ τὸν β : συνίσταται ὁ \mathfrak{S} : ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιτρίτων τῆ μὲν \mathfrak{F} : πλευρὰ ἐστὶν ὁ γ : τῆ δὲ $\mathfrak{I}\mathfrak{S}$: ὁ δ : πολλαπλασιαζομένη δὲ τῆ δ : ἐπὶ τὸν γ : γεννᾶται ὁ $\mathfrak{I}\mathfrak{B}$: μέσος ὢν τῶν αὐτῶν.

Ὅτι μὲν ἔν ἐκ τῆς ἰσότητος ὡς ἀπὸ ρίζης τινὸς καὶ ἀρχῆς πάντα τὰ τῆ ἀνίστα γένητε καὶ εἶδη γεννῶνται, ἐν τοῖς πρότερον δεδήλωται. ὅτι δὲ καὶ εἰς αὐτὴν ἀναλύεται ταῦτα δεχθήσεται ἐν τοῖς ἐξῆς. Κείθωσαν ἧδ' τρεῖς τῶν προεκτεθέντων ὄρων, φερεῖπειν, οἱ ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ, εἴτ' ὀρθῶς, εἴτ' ἀντιστραμμένως. Εἴτα ἀφηρήθω ὁ ἐλάττων ὄρος δηλ: ὁ δ : ἀπὸ τῆ μέσου, δηλ: τῆ \mathfrak{S} : καὶ αὐτὸς μὲν ὁ δ : ληφθήτω ἀντὶ τοῦ α . ὄρου ἐν ἐτέρῳ σίχῳ, τὸ δὲ ἐναπολείπεται φθίν ἀπὸ τῆ μέσου, ἦτοι ὁ β : ἀντὶ τῆ δευτέρου. Τῶν δ' ἔτω εἰλημμένων ἀφηρήθω ὁ μὲν πρῶτος ὄρος τῶν ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ ἀπὸ τῆ μείζονος τῶν ἐν τῷ πρώτῳ ἀπαξ, ὁ δὲ δεύτερος δις, καὶ τὸ ἐναπολείπόμενον δηλ: ἡ μονὰς εἰλήθω ἀντὶ τῆ τρίτου ὄρου. Πάλιν ἐπεὶ ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ ἐλάττων ἐστὶν ὁ τρίτος ὄρος, εἰλήθω ἐν τῷ τρίτῳ σίχῳ ἀντὶ τῆ γ . ὄρου α : καὶ ἀφηρήθω αὐτὴ ἀπὸ τῆ μέσου τῶν ἐν τῷ δευτέρῳ δηλ: τῆ β : τὸ δὲ ἐναπολείπόμενον, ἦτοι ἡ α : ληφθήτω ἀντὶ τῆ μέσου, εἴτα ἀφαιρηθήτω ἡ μὲν α . α : ἀπαξ, ἡ δὲ δευτέρα δις ἀπὸ τῆ μείζονος ὄρου τῶν ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται πάλιν μονὰς, ληφθήτω ἐν τῷ τρίτῳ σίχῳ ἀντὶ τῆ α . ὄρου α : καὶ ἔτως ἀναλυθήσονται οἱ ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ εἰς μονάδας.

Κείθωσαν ἔτι οἱ ἐπιδιμερεῖς \mathfrak{D} : $\mathfrak{I}\mathfrak{E}$: $\mathfrak{K}\mathfrak{E}$: καὶ ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ \mathfrak{D} : εἰλήθω ἔτος ἀντὶ τῆ α . ὄρου ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ, ἀφαιρημένη δὲ τῆ αὐτὴ ἀπὸ τῆ μέσου $\mathfrak{I}\mathfrak{E}$: ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ \mathfrak{S} : εἰλήθω ἔτος ἀντὶ μέσου. Εἴτα ἀφηρήθω ἀπὸ τῆ μείζονος ὄρου τῶν ἐν τῷ πρώτῳ σίχῳ, λέγω δὴ, τοῦ $\mathfrak{K}\mathfrak{E}$: ἐκάτερος τῶν ὄρων τῶν ἐν τῷ δευτέρῳ σίχῳ, ὁ \mathfrak{F} : δηλ: καὶ \mathfrak{S} : ὁ μὲν ἀπαξ, ὁ δὲ δις, ὡς προσηρμηνεύεται. ἐπεὶ δ' ἐναπολείπεται ὁ δ : ληφθήτω ἔτος ἀντὶ τρίτου ὄρου, καὶ ὄφει τῆς ἐπιμερεῖς εἰς ἡμιολίους διαλυομένης. ἐπειδὴ δὲ οἱ ἡμιόλιοι, κατὰ τὸ πρότερον ὑπόδειγμα, διαλύονται εἰς διπλασίους, οἱ δὲ διπλασίοι εἰς μονάδας, δῆλον ὅτι καὶ οἱ ἐπιμερεῖς πρῶτον μὲν διαλύονται, τὸν τρόπον τῆτον, εἰς ἡμιολίους, ἐξ ἐκείνων δὲ εἰς διπλασίους καὶ τρίτον εἰς μονάδας. Τῶν γενομένων καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εὐρήσεις πάντας εἰς ἰσότητα διαλυομένης, ἐξ ἧς καὶ γεννῶνται. Ἀναντιρρήτως ἄρα ἡ ἰσότης Ἀρχὴ καὶ Στοιχείον πέφυκε πάντων τῶν τῆς ἀνισότητος Γενῶν τε καὶ Εἰδῶν.

Ὅπως ἕξεσιν εὐμεθόδως εὐφειρίσκειν ὅσους ἀν ἐπιταχθῶμεν ὄρους ἐφεξῆς ἐν τῷ αὐτῷ ὄντας λόγῳ, ἡμιολίῳ, φερεῖπειν, ἐπιτρίτῳ, ἢ ἄλλῳ τινί.

Τίνα μὲν τρόπον τὰ τῆ ἐπιμορίας εἶδη, ἐκ τῶν τῆ πολλαπλασίῳ γεννῶνται, τὰ δὲ τῆ ἐπιμερῆς καὶ πολλαπλασιεπιμορίας ἐκ τῶν τῆ ἐπιμορίας. τὰ δὲ τῆ πολλαπλασιεπιμερῆς ἐκ τῶν τῆ ἐπιμερῆς, ἠρμηνύσαι μικρὸν πρόσθεν. Ὅπως δ' ἔχομεν καὶ τὴν τῶν ὄρων ποσότητα ἐκάστῃ εἰδῆς τῆ ἐπιμορίας γένεως αὐξάν, κατὰ τὴν εὐτακτον αὐτῶν ἀκολουθίαν, ἐφ' ὅσον βουλόμεθα, ὅπερ ὅτι μαλιστα χρῆσται μύσει ἡμῖν ἐν πολλοῖς, καὶ ταῦτα ἐν τοῖς ἀρμονικοῖς Θεωρήμασι, ρητέον ἦδη ἐν συνομῆ. διπλασίους ἧδ' τριπλασίους, τετραπλασίους ὄρους, καὶ ἄλλους οἰςδὴποτε τῶν ἐφεξῆς δυνατὸν ευχερῶς λαβεῖν τρεῖς, ἢ τετταρας, ἢ καὶ πλείονας ἀνευ Μεθόδου τινὸς ἐφ' ὅσον ἀν βυλόμεθα. Ἀρχαῖοι ἧδ' ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ ταύτην διπλασιάζοντες, ἢ τριπλασιάζοντες, ἢ κατὰ τινα ἄλλοι πολλαπλασιάζοντες ἀριθμὸν, καὶ τοῖς ἀπ' αὐτῆς γινομένοις τῆ αὐτὸ ποιῶντες, ἔχομεν πάντως ἐκάστη εἰδῆς πολλαπλασίῳ ἐπ' ἀπειρον τῶν ὄρων προχωρούντων. Ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων εἰδῶν δυχερῆς τῆτε ποιῶν ἀνευ Μεθόδου καὶ μὴ διαμαρτάνειν.

Ἀμέλειτοι ἐπεὶ μὲν τῆς πολλαπλασίῳ ἔπονται φυσικῆ τινὲ τάξῃ, ὡς δέδεικται, οἱ ἐπιμορίοι, καὶ τῶν πρῶτισός ἐστιν ὁ ἡμιόλιος, περὶ τῶν δὲ πρῶτον εἰπεῖν. τῆς μὲν ἔν ἡμιολίῳ ἐκ τῶν διπλασίῳ γεννᾶται ἔγνωμεν, δεῖ δ' ὁμοῦς εἰδῆσαι, ὅτι ἐκάστος τῶν διπλασίῳ ποσότης ἡμιολίους γεννᾶται, ὅσων μονάδων παρασατικός ἐστιν, ὁ ἀφ' οὗ παρονομάζεται ἀριθμῆς. Ὅσον ὁ μὲν α : τῶν διπλασίῳ

