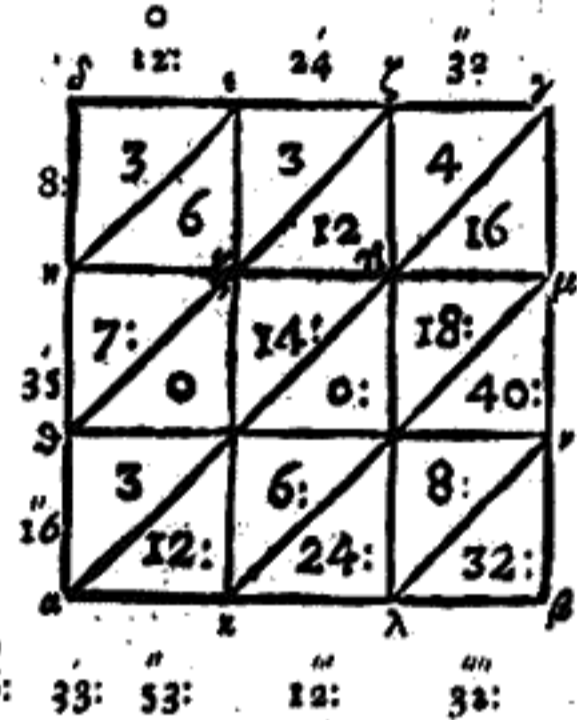




ἄν ἤχθουν ἀφ' ἑκάστης τῶν τεσσάρων ἑκατέρας πλευρᾶς γραμμαὶ παραλλήλως ἔχουσαι ταῖς τοῦ παραλληλογράμμου πλευραῖς. εἶτα διαιρεθῆτω ἕκαστος τῶν ἐν τῷ παραλληλογράμμῳ ὀρθογωνίων εἰς ἰσά διαμέτρῳ διαγωνίᾳς. Τῶν δ' ὕψω γινομένων γραφήτων οἱ δίδόμενοι ἀριθμοὶ ἐν τῷ οἰκίῳ ἑκατέρῃ, καθὰ προσημνύονται, τόπων, εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ἕκαστος εἰς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀριθμῶν ἐφ' ἕκαστον τῶ ἐτέρῳ εἶδος, τῷ δὲ γινομένῳ μερισθέντος ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, ἢ ἐφ' ὅσ τινα ἄλλον οφείλει γραφήτων τὰ τε ἐξαπολείποντα διὰ τῆς διαιρέσεως, καὶ τὸ ὡς πηλίκον δίδόμενον ἐν τῷ αὐτῷ ὀρθογωνίῳ, τῆς διαμέτρου μισολαβύσης.

Οἷον οἰδομένην τῶν α' β', ἀριθμῶν, οἱ καὶ ἀνωτέρω δίδονται, καὶ ζητούμενου τῷ ἐξ αὐτῶν γινομένου καὶ παρ' ἀλλήλων πολλαπλασιασθῆτων, κατασκευασθῆτω τὸ α' β' γ', παραλληλόγραμμον, καὶ διαιρεθῆτω ἑκατέρα τῶν τεσσάρων πλευρῶν α' δ', δ' γ', εἰς μέρη τρία, ἐπεὶ καὶ ἐν ἑκατέρῳ τῶν δοθέντων ἀριθμῶν τρία εἰσὶ τὰ εἶδη, μοῖραι δηλ. πρῶτα καὶ δευτέρα λεπτά. ἀφ' ἑκάστης δὲ τῶν τεσσάρων ε', ζ', η', θ', ἤχθουν παραλλήλως αὐτῶν α' κ', ζ' λ', η' μ', θ' ν', γραμμαὶ, αἱ μὲν τῆ δ' γ', αἱ δὲ τῆ δ' α', τῶν δὲ συνισταμένων ἐν αὐτῷ ὀρθογωνίῳ διαιρεθῆτω ἕκαστος ὀρθογωνίῳ διαγωνίᾳς, ὡς ὅρας. Τῶν δ' ὕψω γινομένων γραφήτων ἐπάνω μὲν τῆς δ' γ', πλευρᾶς ὁ α': ἀριθμὸς, ἐν δὲ τοῖς ἀριστεροῖς, ὡς οὕτως εἰπὼν, μέρησι τῆς δ' α', ὁ β': εἶτα πολλαπλασιασάτωσαν

α' αἱ μοῖραι τῷ β': ἀριθμοῦ τὰς μοῖρας τῷ α': καὶ τοῦ γινομένου μερισθέντος ἐπὶ τὸν τριακοῖτα, (αἱ γὰρ μοῖραι εἰς ζῶδια ἀναγοῦνται, διὸ καὶ ἐπὶ τὸν τριακοῖτα οφείλουσι μερίζεσθαι, ἵνα καὶ τῶν ὑπερέχουσιν, ὅτι καὶ μοῖραι τριακοῖτα ζῶδιοι ἐν ποιῶσιν,) ἐπεὶ ἐξαπολείπονται ἐξ ἀριστερῆς οἱ ὡς πηλίκον ὁ τρία, γραφήτω ὁ μὲν τρία χαρακτήρ ἐν τῷ ε' δ' η', τριγώνῳ, ὁ δὲ ἐξ ἐν τῷ ε' ζ' η'. Πολλαπλασιασάτω δὲ καὶ τὰ α' λεπτά τῷ α': ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς τῶν μοιρῶν τῷ β': τῷ δὲ γινομένῳ ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα μερισθέντος, πρῶτων γὰρ λεπτῶν παραστατικὸς ἐστὶ, καὶ τὰ εἰρημένα, τὰ δὲ α' λεπτά εἰς μοῖρας ἀναγοῦνται τῆ διαιρέσει τῷ οἰκίῳ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, ἐπεὶ ἐξαπολείπονται δυοκαίδεκα πρῶτα λεπτά, καὶ παρέχονται, ὡς πηλίκον, μοῖραι τρεῖς, γραφήτω ὁ μὲν τρία χαρακτήρ ἐν τῷ ζ' ε' ζ', τριγώνῳ, ὁ δὲ δυοκαίδεκα ἀριθμὸς ἐν τῷ ζ' η' ε'. Πολλαπλασιασάτω δὲ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ



τῶν τῷ β': μοιρῶν καὶ τὰ δευτέρα λεπτά τῷ α': καὶ τῷ γινομένῳ ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα ὁμοίως μερισθέντος, ἐπεὶ ἐξαπολείπονται λεπτά μὲν δευτέρα ἑκαίδεκα, πρῶτα δὲ τέσσαρα, ὡς πηλίκον παρέχονται, γραφήτω ὁ μὲν τέσσαρα χαρακτήρ ἐν τῷ γ' ζ' η', τριγώνῳ, ὁ δὲ ἑκαίδεκα ἐν τῷ γ' μ' π'. Τοῦτ' αὐτὸ γινέσθω καὶ ἐπὶ τῷ Πολλαπλασιασμῷ τῶν μοιρῶν πρῶτων τε καὶ δευτέρων λεπτῶν τῷ α': ἐπὶ τε τὰ πρῶτα καὶ δευτέρα λεπτά τῷ β': τελευταῖον γινέσθωσιν. Σύναψις καὶ ὅν προσημνύεται τρόπον, ἀρχαίῳ ἀπὸ τῶ ἐξάτου τριγώνου, τῷ λ' β' ε', καὶ ἐπιπέρι ἐν αὐτῷ εὐρίσκειται γιγναμμένος ὁ δύο καὶ τριακοῖτα ἀριθμὸς, ὅς καὶ παρέχουσι λεπτά τέσσαρα, γίνεται γὰρ ἐκ τῷ Πολλαπλασιασμῷ τῶν δευτέρων λεπτῶν τῷ α': ἐπὶ τὰ δευτέρα λεπτά τῷ β': ληφθέντων ὁ αὐτὸς δύο καὶ τριακοῖτα ἀριθμὸς ἀπὸ τῶν τεσσάρων, καὶ ἔχεται τὸν ἑκατον τόπον. Εἶτα συναρθῆτωσαν οἱ ἐν τῷ κ' λ' μ' ν', τραπεζίῳ ἀριθμοὶ εἰς ἑνα, καὶ ἐπεὶ οἱ πάντες ποιῶσι τὸν δύο καὶ ἑβδομηκοντα γραφήτων ἐν τῷ ἀνωτέρῳ βᾶθμῳ ἀπὸ τῶν τρίτων λεπτῶν ὁ δυοκαίδεκα, ὁ δὲ ἐξήκοντα φυλαττέτω. συγκεφαλαιουμένοις δὲ καὶ τοῖς ἐν τῷ α' κ' μ' γ', τραπεζίῳ προσεθέντων αὐτοῖς μοῖρας ἀπὸ τῷ ἐξήκοντα. Ἐπεὶ δὲ ποιῶσι τὸν τρία καὶ πενήκοντα, γραφήτων ἐν τῷ τρίτῳ βᾶθμῳ ἀπὸ τῶν δευτέρων λεπτῶν ὁ τρία καὶ πενήκοντα ἀριθμὸς. Συναπτομένην δὲ καὶ τῶν ἐν τῷ θ' α' γ' ζ', ἐπεὶ ὁ γινομένος ἔχει ὑπερέχει τὸν ἐξήκοντα, καὶ παρέχουσι λεπτά πρῶτα, γραφήτων ὕψος ἐν τῷ τέταρτῳ βᾶθμῳ. Γινομένης δὲ Συναψῆς καὶ τοῖς ἐν τῷ θ' α' ζ' ε', ἐπεὶ ὁ γινομένος μοῖρας παρέχουσι μὴ ὑπερέχων τὸν τριακοῖτα, γραφήτων ὁ αὐτὸς ἐν τῷ πέμπτῳ βᾶθμῳ, ἐν δὲ τῷ ἕκτῳ καὶ τελευταίῳ γραφήτων ὁ 3: χαρακτήρ ἐν τῷ ε' δ' η', κήμιος, καὶ ὕψος ζῶδιον ἴσας παραστατικὸς.

Δυσὶ τούτοις τοῖς τρόποις οἱ τῶν Ἀστρονομικῶν ἀπ' ἄμετροι προβλημάτων, καὶ περὶ τῶν τῶν ζητούμενων ὑπ' αὐτῶν ἐναχόμενοι εὐρίσκειν, εἰσάγουσι πολλαπλασιαζέτω μοῖρας καὶ λεπτά οἰδομένης εἶδος ἐφ' ἑαυτὰ ἢ πρὸς ἕτερα. Ἐπεὶ δὲ ἑκάτερος τῶν προσημνυθέντων τρόπων ὑπαντάσσειν δυοχειρίας ἀπὸ ἀκταί, ἐφευρόν τινος καὶ ἕτεραν τινα Μέθοδον, ἢ περὶ τῶν ἐξήκοντάδων καλοῦσι Μέθοδον, ὅπως ἱκανῶς ἀπαξ ποιήσαντες εἰς τὴν τῷ Διαγράμματι τῶν ἐξήκοντάδων κατασκευῆν, ἔχουσι δὲ αὐτῶν εὐχερῶς πολλαπλασιαζέτω λεπτά οἰδομένης ἐφ' ἑαυτὰ ἢ πρὸς ἕτερα.

Ἔστι δὲ τὸ τῶν ἐξήκοντάδων Διαγράμμιον παραλληλόγραμμον ὀρθογωνίον ἑτερόμικρον, οὐ ἑκατέρω τῶν πλευρῶν εἰς μέρη ἐξήκοντα ἴσα ἀλλήλοις διαιρεῖται. Διὰ δὲ τὰ τῷ μήκους μέρη μίξω εἶναι τῶν

E. I. Δ. της Κ.τ.Π  
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

των τε πλάτους, ἑκάστου ἑκάστου ὡς πρὸς τὴν τὴν ὄλου τὴν ὄλου. Ἐἴτα ἀφ' ἑκάστου σημείου ἑκατέρως τῶν πλευρῶν μέγιστον ὄλου τὴν αὐτὴν παραλληλογράμμου εὐθείαι ἀγοῦνται παραλλήλως ἀλλήλαις τε καὶ ταῖς ἀπεναντίας τῶν ὄλων, αἱ μὲν ταῖς τῶν πλάτους, αἱ δὲ ταῖς τῶν μέγιστον, ὅτι διαιρῆσθαι τὸ τὸ παραλληλογράμμου ἑβδόμη εἰς τὸσαῦτα ἑλαχίστα μέρη, καὶ ταῦτα παραλληλογράμμου ὀρθογώνια ὅμοια τῶν ὄλων, ὅσα εἰς τετραγώνους ἀριθμὸς τὸν ἑξήκοντα περιέχει μονάδας. Ἐν ἑκατέρω δὲ τῶν πλευρῶν τῶν ὄλων ἑγγραμμῆται οἱ αἰετῶν ἀριθμοὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς μονάδος, ὡς ἀπὸ μίας ρίζης ἀρχόμενοι, καὶ μέχρι τῶν ἑξήκοντα ἀποπερατούμενοι. τὰ τῆται δὲ ἡ κοινὴ μονὰς ἐν τῷ πρώτῳ τῶν ἑλαχίστων παραλληλογράμμου, τῶν καὶ τὰ δεξιὰ κειμένων μέρει τῶν μέγιστον πρὸς τὰ ἄνω. ἑβδόμη δὲ ταύτης, καὶ ἑκατέρω μέρος, οἱ λοιποὶ κεινται ἀριθμοὶ καὶ τὸ φυσικὸν αὐτῶν χύμα. ὁ δύο δαλονότι, ὁ τρία, ὁ τέσσαρα, καὶ οἱ λοιποὶ μέχρι τῶν ἑξήκοντα, ὡς ἄρρηται, τῶν δὲ ἐν τῇ μῆ τῶν πλευρῶν ἑκάστου ἐφ' ἑκατέρω τῶν ἐν τῇ ἑτέρω ποδῶν ἀπλοῦσθαι, καὶ τὸ γινόμενον ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα μινυζομένου, ἵνα γὰρ τῶν ὑπερέχει, γράφεται ἐν τῷ παραλληλογράμμου, εἰ ὅ συντρέχουσιν οἱ πολλαπλασιασθέντες ἀριθμοὶ εἰς τὸ ἵνα ποδῶν ἀπλοῦσθαι ἐπὶ τῆς διαιρέσεως, καὶ τὸ ὡς πηλίκον δίδομενον. τὸ μὲν καὶ τὰ δεξιὰ τῶν αὐτῶν παραλληλογράμμου μέρει, τὰ δὲ καὶ τὰ ἀριστερά.

Καὶ τῆς μὲν κατασκευῆς τὸ διάγραμμα τὸτο ἔτω πως ἔχον, καὶ δι' αὐτῆς χρῆσις τοιαύτη. Βυλόμενος δὲ πολλαπλασιασθαι οἱονδήποτε ἀριθμὸν τῶν ἐν τῷ τῶν ἑξήκοντα, ἐφ' οἱονδήποτε, ἢ αὐτὸν τὸν ἑξήκοντα ἐφ' ἑκάστου, λαβεῖν ἄλλο μὲν τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τῆς μίας πλευρᾶς, φέρει πρὸς τὸ πλάτους, ἄλλο δὲ ἀπὸ τῆς ἑτέρας. εἴτα σκόπει ἐν τῷ τῶν ἑξήκοντα παραλληλογράμμου ἀμφὸς συβρίχουσι, καὶ ἐβρίχουσι πόσα μὲν τῶν αὐτῶν εἶδους τῶν γινόμενων παρέχουσι, καὶ πόσα τῶν προκειμένων. Ἐάν τῶν παρέχουσι, οἱ πολλαπλασιασθέντες πρώτων λεπτῶν ὅσοι παραστατικοί, καὶ δι' αὐτὸ τῶν προκειμένων, εἰ ὅσοι ἐμφανῆσαι δεύτερα, ἢ κοινὴ συνδρομὴ τῶν πολλαπλασιασθέντων δειξέται πόσα μὲν δεύτερα παρέχεται, πόσα δὲ πρώτα διὰ τῆς τῶν ἑξήκοντα ἀριθμῶν πολλαπλασιαστικῆς. Τὰ γὰρ ἵνα ποδῶν ἀπλοῦσθαι οἱ τῶν τῶν γινόμενων διαιρέσεως ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, καὶ ἐν τῷ κοινῷ παραλληλογράμμου τὰ δεξιὰ εἶχει μέρη δεύτερα λεπτά παρίσσει, τὸ δ' ὡς πηλίκον παρέχόμενον πρώτα ἀπὸ τῶν ἀριστερῶν τῶν αὐτῶν παραλληλογράμμου, ἐν ᾧ οἱ πολλαπλασιασθέντες συντρέχουσιν ἀριθμοὶ ἑβδόμη ἐπὶ τῆς.

Τὸ μὲν καὶ τῶν ἑξήκοντα διάγραμμα τοιοῦτόν ἐστι, καὶ τοιαύτην τῶν τῶν ἀφίλειαν παρέχεται. Ἐπὶ δὲ ἐπὶ τῆς τῶν ἑξήκοντα κατασκευῆς ἀνάγκη ἐπιτελεῖται τὸ μὲν μέγιστον ἐπίκεινται τῶν δύο γεωμετρικῶν ποδῶν, ἵνα μὴ συγχυσίς τις ἐπακαλυθῆσθαι τοῖς ἑγγραφομένοις ἀριθμοῖς ἐν τῶν τῶν παραλληλογράμμου, τὸ δὲ πλάτος ἐπίκεινται τῶν πρὸς ποδῶν, ἵνα ἵνα κατασκευάζειν παραλληλογράμμου τι, οἷον τὸ αὐτῶν, ἢ μέγιστον μὲν τὸ αὐτῶν, μείζον ἐνός ποδός, πλάτος δὲ τὸ αὐτῶν, ἵσον χιλιῶν ἐπὶ πρὸς. ἵνα δὲ τὸ μὲν μέγιστον διαιρῆσθαι εἰς μέρη δύο καὶ τριάκοντα, τὸ δὲ πλάτος εἰς τέσσαρα καὶ τριάκοντα, ἀφ' ἑκάστου δὲ σημείου ἑκατέρως τῶν αὐτῶν, αἱ γραμμῶν ἑξάγουσι γραμμᾶς παραλλήλως, αἷς τὰ τῶν αὐτῶν, ἑβδόμη διαιρῆσθαι εἰς παραλληλογράμμου ὀρθογώνια ὅμοια τῶν τῶν ὄλων καὶ ἀλλήλαις ὅμοια καὶ ἑξήκοντα πρὸς τοῖς χιλίοις. τὰ αὐτὰς γὰρ μονάδας περιέχει καὶ ὁ γινόμενος ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ τῶν μέγιστον ἐπὶ τῶν πλάτους. Τῶν δὲ ἔτω κατασκευάζομενοι, ἀρχόμενοι ἀπὸ τῶν τετάρτου μέρους τῆς αὐτῶν, γραμμῶν ἑγγράφουσιν ἐν ἑκάστῳ ὀρθογώνιῳ ἀπὸ δύο ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων, καὶ μέχρι τῶν τριακῶν τρίτου ἀναπληρῶσι τὸν ἑξήκοντα ἀρχόμενοι δὲ καὶ ἀπὸ τῶν διωτέρω μέρους τῆς αὐτῶν, γραμμῶν ἑγγράφουσιν ἐν ἑκάστῳ ὅμοιῳ ὀρθογώνιῳ ἀπὸ ἑνα τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων, καὶ μέχρι τῶν τριακῶν πρώτου ἀποπληρῶσι τὸν τριακῶν ἀριθμῶν. Ἀρχόμενοι δὲ ἀπὸ τοῦ δεκάτου ἑνάτου τῆς αὐτῶν πλευρᾶς ἑγγράφουσιν ἐν ἑκάστῳ ὀρθογώνιῳ τοὺς ἀπὸ τῶν ἐνός καὶ τριακῶν ἀριθμῶν ἀπὸ δύο, καὶ μέχρι τῶν τριακῶν τρίτου ἀποπληρῶσι τὸν ἑξήκοντα. ἀρχόμενοι δὲ καὶ ἀπὸ τῶν δεκάτου ἑβδόμου τῆς αὐτῶν πλευρᾶς ἑγγράφουσιν ἐν αὐτῶν μὲν τῶν τριακῶν ἀριθμῶν ἐν δὲ τοῖς ἑπομένοις πρὸς τὰ κατὰ τῆς λοιπῆς ἀριθμῶν ἀπὸ δύο ἐν ἑκάστῳ, καὶ μέχρι τῶν β. μίρους τῆς αὐτῆς πλευρᾶς ἀποπληρῶσι τὸν ἑξήκοντα. Ἐἴτα πολλαπλασιαζόντες ἑκάστον ἀριθμὸν τῶν ἐνός τῆς αὐτῶν, κειμένων πλευρᾶς ἐφ' ἑκάστον τῶν ἐνός τῆς αὐτῶν, ἵνα μὴ τὸ γινόμενον ὑπερεκπίπτῃ τῶν ἑξήκοντα, γράφεται αὐτὸ ἐν ᾧ συντρέχουσιν οἱ πολλαπλασιασθέντες ἀριθμοὶ παραλληλογράμμου, εἰδὲ τῶν ἑξήκοντα ὑπερεκπίπτει ὁ γινόμενος, διαρῶσι τῶν ἐπ' αὐτῶν τῶν ἑξήκοντα, τὸ δ' ὡς πηλίκον δίδομενον μὲν τῶν ἵνα ποδῶν ἀπλοῦσθαι γράφεται ἐν τῷ κοινῷ παραλληλογράμμου τῶν πολλαπλασιασθέντων ἀριθμῶν. Οἷον πολλαπλασιαζόμενοι τῶν δι. χαρακτήρος τῆς αὐτῶν πλευρᾶς, ἐπὶ τῶν δ. χαρακτήρος τῆς αὐτῶν, ἐπὶ ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν ὑπερέχει τὸν ἑξήκοντα τέσσαρις μονάσιν, ὅστις μινυζομένου ἐπ' αὐτῶν τῶν ἑξήκοντα, ὡς μὲν πηλίκον παρέχεται μονὰς, ἵνα ποδῶν ἀπλοῦσθαι δὲ ὅ τέσσαρα, τῶν χάρις γράφεται ἐν ᾧ ὀρθογώνιῳ ἀπὸ τῶν τετάρτου ἀπὸ τῶν μονάδων καὶ ὅ τέσσαρα χαρακτήρ, τῶν γὰρ τῶν ὀρθογώνιῳ κοινῆς συνδρομῆς τῶν προκειμένων ἀριθμῶν, ἕτασι δὲ καὶ τῶν λοιπῶν γινόμενων συνίσταται τι τῶν τῶν οἷον τὸ Δ' Ε' Η' Ζ', πολλαπλασιαζόντες δὲ ἐφ' ἑκάστον ἀριθμὸν τῆς Α' Β', πλευρᾶς ἐφ' ἑκάστον ἀριθμὸν τῆς Β' Γ', καὶ τῶν γινόμενων μινυζόντες ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα, γράφεται ὅμοιως ἐν τῷ κοινῷ συνδρομῆς τῶν πολλαπλασιασθέντων ἀριθμῶν τῶν τῶν ἵνα ποδῶν ἀπλοῦσθαι, καὶ τὸ ὡς πηλίκον

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟΝ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΝ  
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ε.Υ. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟΝ  
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

A

B

Δ

	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	
60	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1																															
2	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
4	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
5	0	4	9	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	69	74	79	84	89	94	99	104	109	114	119	124	129	134	139	144	149
6	0	5	10	16	21	26	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	81	86	91	96	101	106	111	116	121	126	131	136	141	146	151
7	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120	126	132	138	144	150	156	162	168	174	180
8	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140	147	154	161	168	175	182	189	196	203	210
9	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160	168	176	184	192	200	208	216	224	232	240
10	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180	189	198	207	216	225	234	243	252	261	270
11	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300
12	0	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220	231	242	253	264	275	286	297	308	319	330
13	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240	252	264	276	288	300	312	324	336	348	360
14	0	13	26	39	52	64	76	88	100	112	124	136	148	160	172	184	196	208	220	232	244	256	268	280	292	304	316	328	340	352	364
15	0	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280	294	308	322	336	350	364	378	392	406	420
16	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360	375	390	405	420	435	450
17	0	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320	336	352	368	384	400	416	432	448	464	480
18	0	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340	357	374	391	408	425	442	459	476	493	510
19	0	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360	378	396	414	432	450	468	486	504	522	540
20	0	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380	399	418	437	456	475	494	513	532	551	570
21	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480	500	520	540	560	580	600
22	0	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252	273	294	315	336	357	378	399	420	441	462	483	504	525	546	567	588	609	630
23	0	22	44	66	88	110	132	154	176	198	220	242	264	286	308	330	352	374	396	418	440	462	484	506	528	550	572	594	616	638	660
24	0	23	46	69	92	115	138	161	184	207	230	253	276	299	322	345	368	391	414	437	460	483	506	529	552	575	598	621	644	667	690
25	0	24	48	72	96	120	144	168	192	216	240	264	288	312	336	360	384	408	432	456	480	504	528	552	576	600	624	648	672	696	720
26	0	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300	325	350	375	400	425	450	475	500	525	550	575	600	625	650	675	700	725	750
27	0	26	52	78	104	129	154	179	204	229	254	279	304	329	354	379	404	429	454	479	504	529	554	579	604	629	654	679	704	729	754
28	0	27	54	81	108	133	158	183	208	233	258	283	308	333	358	383	408	433	458	483	508	533	558	583	608	633	658	683	708	733	758
29	0	28	56	84	112	137	162	187	212	237	262	287	312	337	362	387	412	437	462	487	512	537	562	587	612	637	662	687	712	737	762
30	0	29	58	87	116	141	166	191	216	241	266	291	316	341	366	391	416	441	466	491	516	541	566	591	616	641	666	691	716	741	766
31	0	30	60	90	120	145	170	195	220	245	270	295	320	345	370	395	420	445	470	495	520	545	570	595	620	645	670	695	720	745	770
32	0	31	62	93	123	149	174	199	224	249	274	299	324	349	374	399	424	449	474	499	524	549	574	599	624	649	674	699	724	749	774
33	0	32	64	96	126	153	178	203	228	253	278	303	328	353	378	403	428	453	478	503	528	553	578	603	628	653	678	703	728	753	778
34	0	33	66	99	129	157	182	207	232	257	282	307	332	357	382	407	432	457	482	507	532	557	582	607	632	657	682	707	732	757	782
35	0	34	68	102	132	161	186	211	236	261	286	311	336	361	386	411	436	461	486	511	536	561	586	611	636	661	686	711	736	761	786
36	0	35	70	105	135	165	190	215	240	265	290	315	340	365	390	415	440	465	490	515	540	565	590	615	640	665	690	715	740	765	790
37	0	36	72	108	138	169	194	219	244	269	294	319	344	369	394	419	444	469	494	519	544	569	594	619	644	669	694	719	744	769	794
38	0	37	74	111	141	173	198	223	248	273	298	323	348	373	398	423	448	473	498	523	548	573	598	623	648	673	698	723	748	773	798
39	0	38	76	114	144	177	202	227	252	277	302	327	352	377	402	427	452	477	502	527	552	577	602	627	652	677	702	727	752	777	802
40	0	39	78	117	147	181	206	231	256	281	306	331	356	381	406	431	456	481	506	531	556	581	606	631	656	681	706	731	756	781	806
41	0	40	80	120	150	185	210	235	260	285	310	335	360	385	410	435	460	485	510	535	560	585	610	635	660	685	710	735	760	785	810
42	0	41	82	123	153	189	214	239	264	289	314	339	364	389	414	439	464	489	514	539	564	589	614	639	664	689	714	739	764	789	814
43	0	42	84	126	156	193	218	243	268	293	318	343	368	393	418	443	468	493	518	543	568	593	618	643	668	693	718	743	768	793	818
44	0	43	86	129	159	197	222	247	272	297	322	347	372	397	422	447	472	497	522	547	572	597	622	647	672	697	722	747	772	797	822
45	0	44	88	132	162	201	226	251	276	301	326	351	376	401	426	451	476	501	526	551	576	601	626	651	676	701	726	751	776	801	826
46	0	45	90	135	165	205	230	255	280	305	330	355	380	405	430	455	480	505	530	555	580	605	630	655	680	705	730	755	780	805	830
47	0	46	92	138	168	209	234	259	284	309	334	359	384	409	434	459	484	509	534	559	584	609	634	659	684	709	734	759	784		

πυλίκον ἐξ αὐτῶν παραγόμενον, καὶ ἔτω συνίσταται τρίγωνόν τι ὀρθογώνιον, οἷον τὸ Α' Β' Γ', ὅστις δὲ τέτοις τοῖς χύμασι χρώται ἐπὶ τῇ Πολλαπλασιασμῶ τῶν λεπτῶν ἐφ' ἑαυτὰ ἢ πρὸς ἕτερα παραβαλλομένων. Πυλίκαι μὲν τοι τῶν διδομένων ἀριθμῶν ὑπερέχει ἑκάτερος τὸν τριάκοντα, τότε δὲ τέτλης ἀπὸ τοῦ τριγώνου λαμβάνουσι. ὅτε δὲ ἄμφω ἐλλείπουσιν, ἢ ἄτερος μὲν ἐλλείπει, ἄτερος δὲ ὑπερέχει, τινικαῦτα ἀπὸ τῆς τραπεζίης τέτλης λαμβάνουσι.

Δεῖ δὲ σκοπεῖν ἐπὶ τῆς τότε χρήσεως ὁποῖα εἶδες εἰν ἑκάτερος τῶν πολλαπλασιαζομένων ἀριθμῶν. Τέτων γὰρ ἐγνωσμένων γινώσκειται πάντως καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γινόμενος ὁποῖα εἶδες, λεπτά καὶ αὐτὸς παρίσχησι. ἐγνωσμένων δὲ καὶ τούτου γινώσκειται καὶ τὰ ἐν τῇ κοινῇ τῶν πολλαπλασιαζομένων συνδρομῇ ὁποῖα εἰσὶν εἶδες. Ἐποικίδαι ἔν τῶν μὲν 8: χαρακτηρα τῆς Α' Ε', πλευρῆς πρώτων λεπτῶν εἶναι παρασατικόν, τὸν δὲ τῆς Β' Η', δευτέρων. ὁ γοῦν γινόμενος ἐξ αὐτῶν τρίτα παρίσχησι, καὶ τὰ προσηρημένα. Ἐπεὶ δὲ μεμρίσαι ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, καὶ ὡς μὲν πυλίκον παρέχε μογάδα, ἐναπελείφθησαν δὲ τέταρα, ὄηλον ὅτι τῶν ἐν τῇ κοινῇ αὐτῶν συνδρομῇ ἀριθμῶν, ἦτοι τῶν ἐν τῷ ἕχῳ τὸν ἀσερίσκον ὀρθογώνιον, ὁ μὲν 4: χαρακτηρ τρίτα λεπτά παρίσχησι, τῆ αὐτοῦ γὰρ εἶδους εἰσὶ τὰ ἐναπολειπέμενα τῷ ἕχῳ, ἢ δὲ μογας ἐν δευτέρον. Ὡσπερ γὰρ διὰ τῆς Πολλαπλασιασέως τὸ ἐξήκοντα εἰς τὰ ἐλαττώ τὰ λεπτά αναλύεται, ἔτω διὰ τῆς Διαίρεσεως τὸ αὐτὸ εἰς τὰ μείζον ἀνάγειται. Εἰς τριτηντέραν δὲ τέτων καταλήψιν ἔσω πολλαπλασιασάσαι λεπτά α'. ἐξ καὶ τριάκοντα, ἐπὶ λεπτά β'. ὁμοκίδαικα. Ἀποκίδαικα γὰρ ὁ ἐξ καὶ τριάκοντα ἀριθμὸς ἀπὸ τῆς Α' Ε', πλευρῆς, ὁ δὲ δυοκαίδαικα ἀπὸ τῆς Β' Η'. εἶτα ζητηθῆτω ἡ κοινὴ τέτων συνδρομῇ, καὶ ἐπεὶ ἐν αὐτῇ κείνται ὅτε ἑπτὰ χαρακτηρ, καὶ ἡ δυοκαίδαικα ἀριθμὸς, φανερὸν ὅτι τὰ ἐξ καὶ τριάκοντα πρώτα λεπτά πολλαπλασιαζόμενα ἐπὶ τὰ δυοκαίδαικα τρίτα, παρέχουσι τέταρα μὲν δυοκαίδαικα, τρίτα δὲ ἑπτὰ. Τῆτον δὲ τὸν τρόπον δοθήσῃ πολλαπλασιασέω. καὶ ὅτουσιν ἄλλα εἶδες λεπτά ἐφ' ἑαυτὰ ἢ ἐφ' ἕτερα τῆρων μὲν τοι τὰ προσηρημένα.

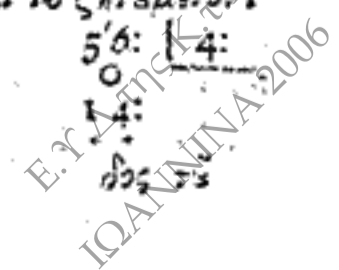
Ἐπειδὴ δὲ πρόκειται σοι πολλαπλασιασέω ἐφ' ἑαυτὰ μίρη πυλίκαι τὰ ἐξήκοντα, καταμετρήντα δὴλ: αὐτὸν, φερ εἰπεῖν, τρίτα, πέμπτα, καὶ εἰκοσά, ἔτωσι λογιζέ. Τὸ τρίτον τὰ ἐξήκοντα εἰς τὰ εἰκοσι, τὸ δὲ πέμπτον τὰ δυοκαίδαικα, καὶ τὸ εἰκοσὸν τὰ τρία: αἵτινα ἀλλήλοισ συναπτόμενα ποιῶσι τὸν πέκτα καὶ τριάκοντα ἀριθμὸν. λαβῶν δὲ τέτων ἐφ' ἑκατέρας τῆ τῆς ἐξήκοντάδος τριγώνου πλευρῆς σκοπεῖ ἐν τίνι ὀρθογώνιῳ ἄμφω συντρέχουσι. καὶ ἐπεὶ εὐρίσκονται συντρέχοντες ἕνθα τὸ ἕχῳ ὄηλον ὅτι παρέχουσι εἰκοσι καὶ εἰκοσιπέντε, τὰ μὲν τὰ αὐτὰ εἶδες τῷ ἐξήκοντα, τὰ δὲ τὰ προσηρημένα. Ὅτι δὲ διὰ τὰ ταῦτα διαγράμματος ἕξουσι πολλαπλασιασέω καὶ μοίρας πρὸς ἑαυτὰς καὶ ἡμέρας, φανερὸν. ἀνάγεται γὰρ αἵτε ἡμέραι καὶ μοίραι εἰς τὸν ἐξήκοντα ὡσπερ καὶ τὰ λεπτά, καθάπερ εἴρηται. ἐξήκοντα γὰρ μοίραι, ἢ ἡμέραι, μίαν πρώτην ἀπεπληρῶσιν ἐξήκοντάδα.

### Περὶ Διαίρεσεως Ἀστρονομικῆς.

Ὅπως μὲν οὖν ἔχομεν πολλαπλασιασέω τὰς τυχόντας Ἀστρονομικῆς ἀριθμοὺς ἐπὶ τὰς τυχόντας, ἐν τοῖς πρότερον ἦδη ἠρμήνευται. Ἐπεὶ δὲ τοῖς Ἀστρονόμοις καὶ μερίζου συμβαίνει, εἰ καὶ σπανίως, Ἀστρονομικῆς ἀριθμῆς ἐφ' ἑαυτῆς, ἢ ἐφ' ἕτερας, καὶ τέτλης Ἀστρονομικῆς, ῥητέον ἐτι βραχίαι καὶ περὶ τῶν τρόπων τῆς Ἀστρονομικῆς Διαίρεσεως. Δεῖ δὲ γε εἰδέναι ὅτι ἐπὶ τῆς Ἀστρονομικῆς Διαίρεσεως τῶν τυχόντων συμβαίνει τῷ ἐπὶ τῆς Ἀστρονομικῆς Πολλαπλασιασέως. Ἐπ' ἐκείνης μὲν γὰρ πρώτα ἐπὶ πρώτα λεπτά, α' καὶ ἐξήκοντα ὀνομάζεται παραβαλλόμενα, εἴτ' ἐν πολλαπλασιαζόμενα δευτέρα ποιεῖ, τὰ δὲ δευτέρα ἐπὶ τὰ δευτέρα, τέταρα, ὡσπερ καὶ τὰ τρίτα, ἐπὶ τὰ τρίτα, ἕκτα. ἐπὶ ταύτης δὲ καὶ τὰ α'. ἐπὶ τὰ β'. μερίζόμενα μοίρας ποιεῖ, καὶ τὰ β'. ἐπὶ τὰ β'. καὶ τὰ γ'. ἐπὶ τὰ γ'. τὸ γὰρ παρεχόμενον εἰς τῆς Διαίρεσεως ὡς πυλίκον, πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὸν μερίσαντα ποιῆσει τὸν μερίσαντα, ὡς ἐν ἀρχῇ εἴρηται. Εἰ ἔν ταῦτε μερίζόμενα καὶ τὰ μερίζοντα πρώτα εἰσὶν ἄμφω, ἢ δευτέρα, ἢ τρίτα, ὄηλον ὅτι τὸ πυλίκον μοιρῶν εἶναι παρασατικόν. Δι γὰρ μοίραι ἐπὶ μὲν τὰ πρώτα πολλαπλασιαζόμεναι, πρώτα, ὡς πολλαπλασιασέω εἴρηται, ποιεῖ, ἐπὶ δὲ τὰ β'. δευτέρα, καὶ ἐπὶ τὰ γ'. τρίτα, ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. δευτέρα δὲ ἐπὶ μὲν τὰ α'. μερίζόμενα πρώτα ποιεῖ, ὅτι καὶ πρώτα ἐπὶ πρώτα πολλαπλασιαζόμενα δευτέρα δίδωσιν. ἐπὶ δὲ μοίρας δευτέρα, ὅτι καὶ αἱ μοίραι ἐπὶ δευτέρα πολλαπλασιαζόμεναι δευτέρα παρέχουσι. τρίτα δὲ ἐπὶ μὲν δευτέρα μερίζόμενα πρώτα δίδωσιν, ὅτι καὶ τὰ πρώτα ἐπὶ τὰ δευτέρα πολλαπλασιαζόμενα παρέχει τρίτα, ἐπὶ δὲ τὰ α'. β'. διὰ τὴν αὐτὴν αἰτίαν, ἐπὶ δὲ μοίρας τρίτα, ὅτι καὶ αἱ μοίραι ἐπὶ τὰ τρίτα πολλαπλασιαζόμεναι τρίτα ποιῶσιν. Ὡσπερ ὁ βυλόμενος εἰδέναι ἐπὶ τῆς τῶν Ἀστρονομικῶν ἀριθμῶν Διαίρεσεως ὁποῖα τινὸς εἶδες τὸ δίδόμενον εἶναι, ἐγνωσμένων ἔχον τὸ τῆ μερίσαντος εἶδος σκοπεῖται τίνι τῶτο εἶδει παραβαλλόμενον ποιῆσει διὰ Πολλαπλασιασμῶ τὸ τῆ μερίσαντος εἶδος, κακείνο εἶναι τὸ ζητούμενον.

Καίτοι γὰρ μερισθῆναι πρώτα ἐξήκοντα ἐξ καὶ πενήκοντα ἐπὶ μοίρας τίσσαρα σκαλίαι, ὅτι μὲν ἔν τὸ πυλίκον εἶναι τέσσαρα, ἐκ τῆς πράξεως ὄηλον, ἀμφοβαλλόμενα ἐπὶ ὁποῖα εἶδους εἶναι ταῦτα δὴ τὰ τέσσαρα. Ἐπεὶ δὲ ἐγνωσμένων ἐπὶ τὸ ἕχῳ

56: 14:  
0:  
14:  
ὅδου 53



δος τῶ μερίσαντος διλογ: αὶ μοῖραι, καὶ εἶδοντες ἴτι, αἷς αὶ μοῖραι εἰδύονται ποιῆσαι πρῶτα, ὅτι μὴ ἐπὶ πρῶτα πολλαπλασιαζόμεναι, ἐπὶ δὲ τῆς Διαμεριστέως ὁ μεριστὴς ἐπὶ τὸ πηλίκον πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖ τὸν μερισθέντα, διὰ τὸτο τοῖνον φασκὲν καὶ τὰ δοθέντα τέσσαρα ἐπὶ τῶ παρόντος πρῶτα εἶναι ἐξήκοντά. Πολλαπλασιαζόμενα γὰρ ἐπὶ τὰς τέσσαρας καὶ δέκα μοῖρας παρέξουσι πρῶτα ἐξήκοντά ἐξ καὶ πενήκοντα, ἔσα εἰσὶ καὶ τὰ μερισθέντα.

Ἐπι πρὸς τὸ εἶδοντες ὅποιος αἰ εἶδος εἶναι τὰ διδόμενα ἐπὶ τῶ Μερισμῷ ἀφαιρέσιον τὸν ἐλάττωνα ἀριθμὸν τῶν λεπτῶν ἀπὸ τῶ μείζονος, καὶ ὁ ἐναπολειψθεὶς τῶ ζυτουμένου εἶδους ἔσαι παρασατικός. Λέγεται δὲ ἐλάττωνα ἀριθμὸς ὁ τῶν μείζονων λεπτῶν, μείζων δὲ ὁ τῶν ἐλάττωνων. δηλ: τῶν μὲν α. ὁ ἀριθμὸς ἐλάττων λέγεται τῶ ἀριθμῶ τῶν δευτέρων, ἔτι καὶ ἡ μονὰς παρασατική ἔσα τῶν πρῶτων ἐλάττων ἐστὶ τῆς δυάδος παρασατικής τὰ β. ὁ δὲ τῶν β. ἀριθμὸς λέγεται ἐλάττων τῶ ἀριθμῶ τῶν γ. ὁ δὲ τῶν γ. τῶ τῶν δ. καὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Μερισθέντων οὖν δευτέρων ἐπὶ πρῶτα, ἐπὶ τὰ μὲν πρῶτα παρίσκει μονὰς, ὡς εἴρηται, τὰ δὲ δεύτερα δυάς, ἀφελε τῆς δυάδος μονάδα, καὶ ἐπὶ ἐναπολείπεται μονὰς γίνωσκε ὅτι τὸ διδόμενον διὰ τῶ Μερισμῶ ὡς πηλίκον πρῶτά εἶσαι λεπτά. ἔτω δὲ καὶ τρίτα ἐπὶ β. μερισθῆ, ἀφελε τὴν δυάδα ἀπὸ τῶ τρία, καὶ ἐπὶ ἐναπολείπεται μονὰς, πρῶτων ἔσαι καὶ ταῦτα παρασατικὸν τὸ ὡς πηλίκον διδόμενον. Ἐὰν δὲ δ. ἐπὶ β. ὁμοίως μερισθῆ, ἀφελε τὴν δυάδα ἀπὸ τῆς τετράδος, καὶ ἐπὶ ἐναπολείπεται πάλιν δυάς, δεύτερα πάντως ἔσαι τὰ διδόμενα. Ὅτι δὲ τὰ αὐτῶ εἶδους λεπτά ἐπὶ λεπτά τῶ αὐτοῦ μερισθῶσιν εἶδους, δὸς εἰπεῖν τέταρτα ἐπὶ τέσσαρα, ἐπεὶ δι' ἀφαιρέσεως τὰ τέσσαρα ἀφ' ἑαυτῶ οὐδέποτε ἐναπολείπεται, τὸ διδόμενον διπλάσει μοῖρας παρίσκει. Πηλίκον δὲ λεπτά ἐπὶ μοῖρας τύχασιν μερισθῆσαι, ἐπεὶ αὶ μοῖραι δι' ἑαυτῶ παρίσκει ἀριθμῶ, καὶ δι' αὐτὸ τὸτο ὅδ' ἀφαιρέσις γενέσθαι ἐνδέχεται, τινικαῦτα τὸ διδόμενον ὡς πηλίκον τῶ αὐτῶ εἶδους ἔσαι παρασατικὸν τοῖς μερισθῶσιν. Ἐὰν γὰρ, φέρειπεν, δεύτερα ἐπὶ μοῖρας μερισθῆ, καὶ τὸ διδόμενον δεύτερα παρίσκει λεπτά.

Καὶ ταῦτα μὲν πρὸς βρατέραν τῶν ρηθισομένων κατάληψιν, γίνεται δὲ ἡ Ἀστρονομικὴ Διαίρισις αἰσί. Κεκλιμένων τοῖνον τῶν ἀριθμῶν τῶ μὲν ὡς μερίσαντος τοῦ δὲ ὡς μερισθομένου, σκεπτίον πρότερον ἑκάτερον τῶν ἀριθμῶν ὅποιος τιῶς εἶδος ἐστὶ. Καὶ μὲν ἐνός καὶ τῶ αὐτῶ ἡ διαφορά ἑκάτερος εἰς μερισθῆ, μερισθῆτω ὁ μείζων ἐπὶ τὸν ἐλάττωνα. εἶδὲ ἄτερος μὲν ἐνός τινος ἐστὶν εἶδος παρασατικός μέγιστος, ἄτερος δὲ πλειόνων, ἡ γὰρ ἑκάτερος διαφόρων εἰδῶν περιεκτικός ὑπάρχει, ἀγαλυθῆτω τὰ πάντα μέγιστος τῶν ἐχάτων, ἵνα τὰ ἐν ἑκατέρῳ ἀριθμῶ περιεχόμενα πάντα ἐνός καὶ τῶ αὐτῶ εἶδους γίνωται, ἔπειτα μερισθῆτω ὁ μείζων ἐπὶ τὸν ἐλάττωνα, τὰ δὲ ἐναπολειπόμενα πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, καὶ ὁ γενόμενος μερισθῆτω ἐπὶ τὸν μερίσαντα. Εἶδὲ αὐτῶς ἐναπολειψθεῖσι τινά, πολλαπλασιασθῆτωσαν πάλιν καὶ κείνα ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, καὶ ὁ γενόμενος μερισθῆτω ἐπὶ τὸν αὐτὸν, ἐφ' ὃν καὶ οἱ πρὸ αὐτῶ ἐμερισθῶσιν, καὶ τὸτο γινέσθω ἄχρις ἔ καταλήσῃ ἡ πράξις εἰς τέταρτα, ἡ γὰρ εἰς ἕκτα, τὰ ὅδ' περαιτέρω περιέρχεται. Οἷον ἔσω διελθῶν μοῖρας μὲν οκτώ, λεπτά δὲ πρῶτα δύο καὶ τεσσαράκοντα, καὶ δεύτερα τέσσαρα καὶ τριάκοντα ἐπὶ μοῖρας μὲν ἐξ, λεπτά δὲ πρῶτα τρία καὶ πενήκοντα, καὶ δεύτερα οκτώ καὶ τεσσαράκοντα. Γραφομένων οὖν τῶ τε μερισθισομένῳ ἀριθμῶ καὶ μερίσαντος ἐν ἰσῶν τῶν χαρῶν, αἷς ὀφῶς, πολλαπλασιασθῆτωσαν αὶ οκτώ μοῖραι ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, καὶ ὁ γενόμενος αἰ ἀριθμὸς πρῶτα παρίσκει λεπτά. τούτω δὲ προσεθῆτω τὰ δύο καὶ τεσσαράκοντα πρῶτα λεπτά. καὶ γινέσεται ὁ β. πρῶτων καὶ αὐτῶ παρασατικός λεπτῶν, ἔτινος ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα ὁμοίως πολλαπλασιασθῶντος γενέσθω ὁ γ. ὅς τις δεύτερα πάντως παραστήσει λεπτά. Προσιθεμένων δὲ τῶ γ. τῶν τεσσάρων καὶ τριάκοντα δευτέρων λεπτῶν τῶν ἐν τῶ μερισθισομένῳ ὁ γενόμενος δ. δευτέρων ἔσαι καὶ αὐτῶ παρασατικός λεπτῶν. καὶ ἔτινος ἀναχθῆσθαι ὁ μερισθισομένος ἀριθμὸς ἐπὶ λεπτά δεύτερα, ἡ τὴν ἐχάτην ἐν αὐτῶ ἐπέχει χώραν. Τύτων δὲ τὸν τρόπον ἀναχθῆτω καὶ ὁ μερίσαντος ἐπὶ τὰ ἐν αὐτῶ ἐχάτη λεπτά δηλ: τὰ δεύτερα. καὶ ἔσω τῶτων παρασατικός ὁ ε. τῶτων δὲ γενόμενος μερισθῆτω ὁ δ. ἐπὶ τὸν ε. καὶ ἔσω πηλίκον ἡ ζ. μονὰς, ἡτις μοῖραν παρίσκει. τὰ γὰρ δεύτερα λεπτά ἐπὶ τὰ δεύτερα μερισθόμενα μοῖρας παρέχουσιν, ὡς εἴρηται. ἐπεὶ δ' ἐναπολείπεται ὁ η. πολλαπλασιασθῆτω

	0	0	
	8: 42: 34:	6: 53: 48:	κ: 6526:
	60:	60:	60:
α:	480:	360:	δ: { 391560:
	42:	53:	143280:
β:	522:	413:	ε: 24828: } λ: 19140:
	60:	60:	
γ:	31320:	24780:	κ: { 15:
	34:	48:	
δ:	31354:	ε: 24828:	λ: 19140:
κ:	6526:		60:
ε: 24828:		μ: { 1148400:	
		135280:	
		ε: 24828: } ξ: 6312:	
ζ: { 1: 15: 46:		κ: { 46:	

ἔχαστην ἐν αὐτῶ ἐπέχει χώραν. Τύτων δὲ τὸν τρόπον ἀναχθῆτω καὶ ὁ μερίσαντος ἐπὶ τὰ ἐν αὐτῶ ἐχάτη λεπτά δηλ: τὰ δεύτερα. καὶ ἔσω τῶτων παρασατικός ὁ ε. τῶτων δὲ γενόμενος μερισθῆτω ὁ δ. ἐπὶ τὸν ε. καὶ ἔσω πηλίκον ἡ ζ. μονὰς, ἡτις μοῖραν παρίσκει. τὰ γὰρ δεύτερα λεπτά ἐπὶ τὰ δεύτερα μερισθόμενα μοῖρας παρέχουσιν, ὡς εἴρηται. ἐπεὶ δ' ἐναπολείπεται ὁ η. πολλαπλασιασθῆτω







τεσσαράκοντα, ἔηλον ὅτι τὸ ἡμισυ μέρος τῶν ἐννέα ὥρων, καὶ λεπτῶν πρώτων τεσσάρων καὶ τριάκοντα παρίσθῃσι ὥρας μὲν τέσσαρας, λεπτὰ δὲ πρῶτα ἑπτὰ καὶ τεσσαράκοντα.

Βηλόμενος δὲ εἰδῆναι καὶ ἐπὶ τῷ δευτέρῳ ὑποδείγματι ὅπως ἔσαι τὸ τρίτον μέρος τῶν αὐτῶν ὥρων καὶ λεπτῶν μέρος τὸν δ': ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, καὶ ἐπεὶ δίδοται πηλίκον ἐπὶ τῆς πράξεως ὁ τρία, καὶ ἐναπολείπεται ἑνδεκά, ἔηλον ὅτι τὸ τρίτον μέρος τῶν αὐτῶν ὥρων καὶ λεπτῶν περιέχει ὥρας μὲν τρεῖς, λεπτὰ δὲ πρῶτα ἑνδεκά, ἐπεὶ δὲ τῷ δ': προσκεῖται καὶ λεπτὸν τὸ ε', τὴν δὲ ἴσον ἔστιν εἴκοσι δευτέροις, γραφήτωσαν καὶ τὰ εἴκοσι δεύτερα ἐν τῷ ἰδίῳ τόπῳ, καὶ ἔσαι πάντως γὰρ τὸ τρίτον μέρος τῶν δοθεισῶν ὥρων καὶ λεπτῶν περιεκτικῶν ὥρων μὲν τριῶν, λεπτῶν δὲ πρώτων ἑνδεκά, καὶ δευτέρων εἴκοσι.

δ: { 191: ε: 1:  
ζ: 3:  
ω:  
3: 11, 20:

Ἰτε δὲ καὶ τὸ ἡμισυ μέρος τῶν ἐννέα ὥρων, λεπτῶν πρώτων τεσσάρων καὶ τριάκοντα, καὶ δευτέρων ἕξ καὶ εἴκοσι εἰς ὥρας αναχθῆναι, μερισθῆναι τὸ μέρος αὐτὸ δηλ: ὁ ε': ὁ ἐπὶ τῷ γ'. ὑποδείγματι ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα. καὶ ἐπεὶ παρέχει πηλίκον τὸν η': μείζω τῷ ἐξήκοντα, ἐναπολείπεται δὲ ὁ θ': μερισθῆναι καὶ ὁ η': ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα. διὰ μὲν γὰρ τῆς Διαιρίσεως τῷ ε': ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα ἀνάγονται τὰ δευτέρα ἐπὶ τὰ πρῶτα. διὰ δὲ τῆς τῷ η': Διαιρίσεως ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἐξήκοντα ἀνάγονται τὰ πρῶτα ἐπὶ τὰς ὥρας. Ὡς ἐπεὶ παρέχεται ἐπὶ τῆς δευτέρας Διαιρίσεως πηλίκον ὁ τέσσαρα, καὶ ἐναπολείπεται ἑπτὰ καὶ τεσσαράκοντα, πάντως γὰρ τὸ ἡμισυ τῶν ἐννέα ὥρων, καὶ λεπτῶν πρώτων τεσσάρων καὶ τριάκοντα, δευτέρων δὲ ἕξ καὶ εἴκοσι δίδωσιν ὥρας μὲν τέσσαρας, λεπτὰ δὲ πρῶτα ἑπτὰ καὶ τεσσαράκοντα. ἐπεὶ δὲ πάλιν ἐναπολείπεται ἐπὶ τῆς α. Διαιρίσεως καὶ λεπτὰ δεύτερα τρία πρὸς τοῖς δέκα, τὸ αὐτὸ ἅρα μέρος δίδωσι πρὸς τοῖς ἄλλοις καὶ λεπτὰ β. 13:.

ε: { 17233:  
523:  
60: { 0433:  
9: 013:  
η: { 287:  
47:  
60: { ω:  
4: 47: 13:

Τῆτον δὲ τὸν τρόπον γνωσθήσεται καὶ τὸ γ'. μέρος τῶν αὐτῶν ὥρων καὶ λεπτῶν τὸ εὐρεθῆναι ἐπὶ τῷ τετάρτῳ ὑποδείγματι, καὶ ὀπιηλικονῆν ἄλλο. Ἐὰν δέποτε ἐπὶ τῶν Ἀστρονομικῶν προβλημάτων καὶ τῆς τῶν τριῶν Μεθόδου χρεία, τηρητέον μὲν τῆν αὐτὴν τῶν ὥρων τάξιν, ὡς προημηνύεται περὶ τῆς αὐτῆς Μεθόδου, σκοπήσιον δὲ τῆς τε πολλαπλασιαστικῆς ἀλλήλων τὸν β'. δηλ: καὶ γ'. ὁποῖου ἂν εἴη εἶδος, ἔτι δὲ καὶ τὸν μερίσοντα, ἵνα ὁ Πολλαπλασιασμός καὶ Μερισμός καὶ τὸν τῆς Ἀστρονομικῆς γένηται Ψηφιορίας τρόπον. Οἷον ἔσω ἐπὶ παραδείγματι πρῶτος μὲν ὅρος ὁ 365, 5: 48: 45:

δευτέρος δὲ ὁ 360: καὶ τρίτος ὁ 365: καὶ γενήσεται ὁ 131400: ἐπεὶ δὲ ὁ μὲν β'. μοίρας παρίσθῃσι, ὁ δὲ γ'. ἡμέρας, πολλαπλασιασθῆτω ὁ εἰς αὐτῶν ἐπὶ τὸν 24: ὅπως ἂν ὁ γενόμενος ὥρας παρασῆσθαι, καὶ ἔσαι ἔτος ὁ 3153600: ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ α. ὄρω προσκεῖται καὶ λεπτὰ α. καὶ β'. πολλαπλασιασθῆτω ὁ 3153600: ἐπὶ τὸν 60: καὶ γενήσεται ὁ 189216000: α. λεπτῶν παρασατικός, ἔτινος ἐπὶ τὸν 60: πολλαπλασιαζόμενος γενήσεται ὁ 11352960000: β. λεπτῶν παρασατικός, καὶ ἔτος ἔσαι ὁ μερισθῆσόμενος. τῆτ αὐτὸ γενέσθω καὶ ἐπὶ τῷ α. ὄρω, αναλυθῆτω δηλ: ὁ 365: εἰς ὥρας, καὶ τῷ γενομένῳ προσεθήτωσαν αἱ προσκείμεναι 5: ὥραι, ὁ δὲ συμπρωθεὶς αναλυθῆτω εἰς α. εἶτα καὶ εἰς β'. καὶ γενήσεται ὁ 31556925: καὶ ἔτος ἔσαι ὁ μερίσων, ἐφ' ὃν μερισθῆτω ὁ 11352960000: καὶ τὸ πηλίκον μοιρῶν ἔσαι παρασατικόν. ὅτι καὶ ὁ δευτέρος τῶν ὄρων τοῖστος. τὸ δ' ἐναπολειφθῆναι πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, καὶ ὁ γενόμενος μερισθῆτω ἐπὶ τὸν αὐτὸν μερίσων, καὶ τὸ πηλίκον ἔσαι α. λεπτῶν παρασατικόν. τὸ δ' ἐναπολειφθῆναι αὐθις ἐπὶ τὸν 60: πολλαπλασιασθῆτω, καὶ ὁ γενόμενος μερισθῆτω ἐφ' ὃν καὶ οἱ πρότερον, καὶ τὸ πηλίκον δώσῃσιν δευτέρα. εἰάν δὲ τῆτο γένηται καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν, ἕξεις πάντως καὶ τρίτα λεπτὰ καὶ τέταρτα, καὶ τὰ λοιπά. Εἰδὲ γὰρ καὶ τῷ δευτέρῳ ὄρω τύχῃσι λεπτὰ προσκείμενα, αναλυθῆτω πρῶτον ὁ δευτέρος ὅρος ἐπὶ τὰ ἕχαλα λεπτὰ, ὁ δὲ τρίτος εἰς ὥρας καὶ οἱ γενόμενοι διὰ τῆς ἑκατέρου αναλύσεως πολλαπλασιασθῆτωσαν ἐπ' ἀλλήλων, καὶ ἕξεις τὸν μερισθῆσόμενον, τὰ δὲ λοιπὰ γενέσθω ὡς πρότερον, καὶ καὶ ἂν ἀμάρτης τῷ ζῆσμένῳ.

Καὶ τούτῳ μὲν περὶ τῆς Γεωμετρικῆς καὶ Ἀστρονομικῆς Ψηφιορίας ἱκανὰ χάριν τῶν προηροπειρῶν, ἢν δὲ Θεὸς δίδῃ ἢ κῆτων πράξις σαφετέρα πολλῶν μᾶλλον γενήσεται ἐπί τε τῆς τῶν Γεωμετρικῶν καὶ Ἀστρονομικῶν προβλημάτων Πραγμαθείας.



E.γ.Δ τῆς Κ.τ.Π  
ΒΙ-  
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006



## ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ

## ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΜΕΡΟΥΣ.

## ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.



ΤΟΥ Πρώτου τῆς Αριθμητικῆς πληρωθέντος Μέρους, τῆ εἰς χρῆσιν ἀνήκοντος τῶν ἀριθμῶν, ἐπόμενον ἐστὶ διπλασθῆν, καὶ περὶ τῆ Δευτέρου ταύτης μέρους, τῆ τὴν φύσιν πάσης, καὶ ἰδιότητος τῶν ἀριθμῶν, ἐπι γινῆν καὶ τὰς πρὸς ἀλλήλους τῶν αὐτῶν πολυπραγμοσύνης σχέσεις. Οὕτω ἦν ἐτελέστερον πῶς τὸ περὶ τῆς Αριθμητικῆς Ἐπισήμης γενήσεται Φιλοποιήμα, ἥτις γε ὅσον μὲν χρῆσιμος ἅμα τε καὶ ἀναγκαῖα παρ' ἀνθρώποις ἕσα διατελεῖ, εἴρηται ἐν Προοιμίῳ τῆ Α'. ταύτης Μέρους. ὅτι δὲ καὶ πρόξιμότερα τῶν ἄλλων Μαθησέων πέφυκεν, ἕξει συναγαγεῖν, καὶ δι' ἂν ἐν ἀρχῇ συντετακμένως πᾶν εἴρηται, καὶ δι' ἄλλων ἐπι πολλῶν, κεκλήραται δὲ μάλλον ταῖσι παρὰ τε τὸ ἐπισήμῳ ταύτης ὑποκείμενον, καὶ τὴν οἰκείαν ἀξίαν. εἰς δύο ἦν τε περὶ ὃ ἡ Μαθηματικὴ ἀπάσα καταγίνεσθαι Ἐπισήμη διαιρημένη, εἰς τε τὸ συνεχὲς ποσόν, ταυτόν ὃ εἰπεῖν, τὰ μεγέθη, καὶ εἰς τὸ διωρισμένον, ὀπλ: τὰς ἀριθμῶν, ὡς ρηθῆσεται ἐν τῷ οἰκείῳ τόπῳ, ἡ Αριθμητικὴ Ἐπισήμη περὶ τῶν ἀριθμῶν, ὡσπερ καὶ τῆνομα ὀπλοῖ, τὴν αὐτῆς προβάλλεται θεωρίαν, δι' ἂν τὰ πάντα συνίσταται πῶς καὶ ἀναπτύσσεται. Μὴ ὀπλων γὰρ ἀριθμῶν, ἕκκε τρίγωνον, καὶ τετράγωνον, ἀλλ' ἐπὶ ἄλλ' ὅτι τῶν χημάτων συσταῖν ἂν, ἢ τοῖς ἀνθρώποις γινώσκῃ. τίς ἦδ' ἔγωγε τρίγωνον μὴ εἶδως τῶν 3: ἀριθμῶν; τρίγωνον ἦν ἐστὶ τὸ τρεῖς πλευρῶν, καὶ γωνίας τρεῖς ἔχει. πῶς δὲ τετράγωνον τὸ τέσσαρα ἀγνοούμεν; ὅτι δὲ καὶ ἀναλογίαι καὶ τάξεις πασαι, πῶς τὰ ὄντα συκτιρεῖται καὶ διασώζειται, συνανήρητο, τῶν ἀριθμῶν ἀναιρεθέντων ἕκ ἐστὶν ἀπίθανον. συναιρεθῆσσαν γὰρ ἂν καὶ οἱ λόγοι, καθ' ἕκ αὐταὶ συνίστανται. Ὡστε, συντόμως εἰπεῖν, ἀναιρεμένης τῆς Αριθμητικῆς Ἐπισήμης συναιρεθῆσεται καὶ αἱ λοιπαὶ, καὶ μὴν δὲ καὶ ἀνάπαλιν. ἀναιρεμένων ἕκ: τῶν ἄλλων Ἐπισήμων, συναιρεθῆσεται ταύταις καὶ ἡ Αριθμητικὴ. ἐπεὶ δὲ τὸ συναιρεθῆν καὶ μὴ συναιρεθῆν, κρότερον ἐστὶ τῆ φύσει, ἡ Αριθμητικὴ πάντως πρότερα ἐστὶ τῆ φύσει, τῶν ἄλλων. τὸ δὲ τοιαῦτον καὶ προτιμότερον, προτιμότερα ἄρα ἡ Αριθμητικὴ καὶ παρ' αὐτὸ τῆτο τῶν ἄλλων Μαθησέων, καὶ παρὰ τὸ ἴδιον ἐπι ὑποκείμενον, περὶ ὃ καταγίνεσθαι. Εἰδέ τις ἀκριβέστερον διαγινῆναι ταῦτα εἶδῃ, ἀναγκάτω τὰ τῶν ἄλλων περὶ Αριθμητικῆς Ἐπισήμης Συγγράμματα, μάλλον δὲ τὰ παρὰ τὸ Νικομάχου εἴρημένα ἐν Προοιμίῳ τῆς Αριθμητικῆς αὐτῆς Εἰσαγωγῆς, ὅς καὶ κυριώτεραν τῶν ἄλλων Μαθηματικῶν Ἐπισήμων τραγῶς ταύτην ἀποδείξας ἀρχῆς, ρίζης τε καὶ οἰοῦν μητρὸς πρὸς τὰς ἄλλας λόγον ἐπέχειν εἶδῃ. ἐκείνοις μὲν ἦν καὶ τὸ λέγειν ἀπογώτερον, καὶ τὸ εἰφευρίσκειν ἀφθοροπαροχώτερον. Ταῦτα δὲ ὡς ἐν τύπῳ Προοιμίῳ συντετακμένως πᾶν εἴρηται τῶν πρωτοπειρῶν χάριτι, ἵνα μὴ τὸ χρῆσιμον τῆ παρόντος ἀγνοῦντες Φιλοποιήματος ἀθυμότεροι γενώνται εἰς τὴν τῶν ρηθισομένων ἀκρόασιν, ὡν τῶν τῶν τὸ διάφορον τῶν πρότερον προβληθέντων, ὅσον καὶ θεωρία πράξεως διανήνοχε. Πῶσαι δὲ αἱ κυριώτεραι τῆς Μαθηματικῆς Ἐπισήμης ἐν ἄλλοις Θεῶν διδόντος δηλωθῆσεται.

Διαιρεθῆσεται δὲ καὶ τὸ Β'. ταῖσι Μέρους εἰς δύο τὰ καθολικώτερα. Ὡν ἐν μὲν τῷ Α'. περὶ τῶν συστατικῶν Εἰδῶν τῶν ἀριθμῶν καὶ τῶν τῆτοις παριπομένων ὁ λόγος γενήσεται. Ἐν δὲ τῷ Δευτέρῳ περὶ τῶν Γραμμικῶν ἀριθμῶν, καὶ περὶ Ἀναλογιῶν διαληφόμεθα. Συντομώτερα δὲ ἢ ἐν ἑκατέρῳ γενήσεται Ἐρμηνεία, ἵνα μὴ τισὶ διακορῆς εἶναι δόξῃ, καὶ ταῦτα πολλῶν ἀρχαίων περὶ ταῦτα ἀκριβέστερον τὸν λόγον ποιησαμένων, ὡς τὸ τῆ Νικομάχου τοῦ Γερασινεῦ περὶ Αριθμητικῆς Εἰσαγωγῆς βεβαίοι Φιλοποιήματα. Πρὸς ῥητοτέραν δὲ τῶν ρηθισομένων κατάληψιν ἐκ τῶν τῶν λόγων ἀρξώμεθα.

## Προδοίσεις.

Τῆ ποσῶ τοίνυν τὸ μὲν συνεχὲς, τὸ δὲ διωρισμένον, καὶ συνεχὲς μὲν λέγεται τὰ μεγέθη, οἷον τὸ μήκος, πλάτος, καὶ βάθος. διωρισμένον δὲ οἱ ἀριθμοὶ, καὶ τὰ πλῆθος τε σημαίνοντα, ὡς ποιμήν, δῆμος, χορὸς, καὶ τὰ παραπλήσια. Ὀρίζεται δὲ τὸ συνεχὲς ποσόν ἕτω, καὶ τὰς πάλαι φιλοσοφῆσαντας, συνεχὲς ὀπλ: ποσόν ἐστὶν, ὅπερ τὴν ἐπ' ἀπειρον τομὴν ἐπιδεχόμενον αὐξεται ἐπὶ τὸ ἐλαττώον, ὃ καὶ πελίον προσαγορεύεται, ὡς τὰ μεγέθη, ἐπ' ἀπειρον γὰρ αἰεὶ διαιρετὰ ὄντα, αὐξῆσιν μὲν ἐπιδέχεται τῆ πλῆθος τῶν μερῶν, ἐλαττώσιν δὲ τῆ μεγέθη. τὸ δὲ διωρισμένον, ἅτι ἐστὶν, ὅπερ τὸ ἐπ' ἀπειρον προδοθήκη ἐπιδεχόμενον αὐξεται ἐπὶ τὸ μείζον, ὃ καὶ αὐτὸ τῆτο ποσόν ἰδίως ὀνομαζέται.

ται, ὡς οἱ ἀριθμοί, αἶτι γὰρ αὐξαιόμενοι ἢ παύσει προχωρῶντες ἐπὶ τὸ μῆζον. διὸ καὶ ὁ ἀριθμὸς, ὡς καὶ ἐν τῷ πρώτῳ, ἠνωσὶ ὑπογράφεται. Ἀριθμὸς ἐστὶ πλῆθος ὀρισμῆτον, ἢ μονάδων σύστημα, ἢ ποσότητος χύμα ἐκ μονάδων συγκείμενον. εἴρηται μὲν γὰρ πλῆθος, ὡς ὑπὸ τὸ πᾶσον ἀναγόμενος, ὀρισμῆτον δὲ, ὅτι κἄν τὴν ἐπ' ἀπειρον ἐπιδίχεται προσθήκη, ἡδὲ μὲντοι τῶν ἀριθμῶν ἐργαία ἀπειρὸς ἐστίν, σύστημα δὲ μονάδων, ὅτι πᾶς ἀριθμὸς ἐκ τοσούτων συγκείται μονάδων, ὅσων ἐστὶ παραστατικός. χύμα δὲ ποσότητος, ὅτι ἐπὶ τὸ μῆζον προκόπτει. ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ συνεχὲς ποσόντι ἐστίν, εἰς ἀντιθέσολην τῆτι εἴληφθαι τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον, ἢ δὲ μονάς ἀρχὴ, πηγὴ καὶ ρίζα παντὸς ἀριθμοῦ καθέστηκεν, ἀφ' ἧς καὶ τῶν ὄντων ἕκαστος ἀπλῶν τε καὶ συνθέτων τὸ μοναδικόν πεκλῆρωται, ὡσπερ ἡ δὲ μονάς ἀδιαίρετος ἐστίν, ἔτσι καὶ τῶν ὄντων ἕκαστος, ἢ τοιοῦτον ἐν λέγεται, διὰ τὸ μὴ εἰς ἕτερα, οἷον αὐτὸ διαιρεῖσθαι. ἔθεν καὶ τοιούτων τετύχηκεν ὑπογραφῶν παρὰ τοῖς ἀρχαιοτέροις. τινὲς μὲν ἤν ταύτην ὠδοῦ ἀρίσαντο. μονάς δηλ. ἐστίν, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται. οἱ δὲ ἔτι, μονάς ἐστὶ τῶ τε ἀριθμοῦ καὶ τῶν μορίων μέθριον, λέγεται δὲ μέθριον ἀριθμῶ τε καὶ τῶν μορίων, ὅτι ἀπ' αὐτῆς ὡς ἀπὸ σπέρματος καὶ ρίζης αἰδίου, καὶ τὸν Νικόμαχον. τὸ μὲν πᾶσον αὐξεται μῆνται δὲ τὸ πηλικόν, σμικρυομένης μὲν τῆς πηλικότητος τῶν αὐτοῦ μερῶν, αὐξανόμεν δὲ τὸ πλῆθος αὐτῶν καὶ τῆς παρονομασίας. εἰ γὰρ ὀρισμῆτον τὸ μέγεθος εἰς δύο διαιρεθῆ ἑκάτερον μὲν τῶν τῶν μερῶν τῆ πηλικότητι μὲν ἡμισίως λόγον πρὸς τὸ ὅλον ἔχει, καθ' ὃ καὶ παρονομάζεται, τῶ δὲ πλῆθει διπλασίον, τὰ γὰρ δύο τῶ ἐνός διπλάσια. Ἐὰν δὲ αὐτῆς ἕκαστον τῶν μερῶν εἰς δύο, ὅς εἰπεί, διαιρεθῆ, τὰ μόρια ταῦτα τῆ μὲν πηλικότητι ἐλάττονα εἰσι παρὰ μέρος τῶν τε προτέρων μερῶν καὶ τῶ ὅλε, τῶ δὲ πλῆθει μῆζονα. τὰ γὰρ τέσσαρα τῶ τε ἐνός καὶ τῶν δύο ὑπερίχει, τέταρτα δὲ παρονομάζεται. εἰδὲ καὶ ἐπὶ πλεον γίνηται ἡ διακομή, δῆλον ὅτι ἡ μὲν πηλικότης τῶν τε ὅλε μορίων σμικρυθήσεται, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν καὶ παρονομασία μεγαλυνηθήσεται. Ἐπεὶ δὲ ἡ μονάς ἔχαστος καὶ κοινὸν μέτρον τῶν ἀριθμῶν ἀπαίτων καθέστηκε, δυνάμεθά πως καὶ ἔτσι ταύτην ὑπογράψαι. Μονάς δηλ. ἐστίν ὑφ' ἧς ἕκαστος τῶν ἀριθμῶν μετρεῖται καὶ τὸ ἐλάχιστον.

Τίνα καὶ πόσα ἴδια τῆς Μονάδος τε Δυάδος.

Ἰδια δὲ ταύτης τὸ γεννητικὴν εἶναι παντὸς ἀριθμοῦ, τὸ τῆς κατ' αὐτὴν πολλαπλασιαζομένης ἀριθμοῦ μηδαμῶς ἀλλοιῶσαι, τὸ εἰς αὐτὴν ἕκαστον ἀριθμὸν ἐχάτως διαιρεῖσθαι. Ἐστὶ μὲν οὖν γεννητικὴ παντὸς ἀριθμοῦ, ἢ μὴν δὲ καὶ ἀριθμῶ. ὁ γὰρ ἀριθμὸς σύστημα μονάδων, ὡς εἴρηται, ἢ γὰρ τὸ ἐκ μονάδων πλῆθος. ἀφορμὴ γὰρ πλῆθους μονάς. διὸ καὶ καὶ τὸν ψελλὸν εἰκόνα σώζειν θεῶ ἢ ζῶνται λέγεσθαι. Ὡσπερ γὰρ τὸ θεῖον μηδὲν ὄν τῶν ὄντων, ποιητικὸν πάντων πέφυκεν, ἀτρέπτον δὲ πάντη καὶ ἀναλλοιώτον ὄν μεθέξει τοῖς ἄλλοις τὴν ἀτρέψιαν δωρεῖται, ἔτσι πως καὶ ἡ μονάς μὴ ὅσα ἀριθμῶς προσθεμένη ἢ ἀφαιρεμένη τὰ τῶν ἀριθμῶν εἶδη πάντα συνίστησιν, ἀτρέπτος δὲ καθ' ἑαυτὴν καὶ ἀναλλοιώτος ὑπάρχουσα ἀτρέψις διασώζει καὶ ἔτσι ἂν ἀριθμῶς πολλαπλασιασθεῖεν, ὡσπερ καὶ ἑαυτὴν. ἀπαξ γὰρ τὸ ἐν λαμβανόμενον, ἐν ἐστίν, ἀπαξ δὲ τὰ δύο, δύο, καὶ ἀπαξ τὰ τρία, τρία. ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Ἐστὶ πᾶς ἀριθμὸς ἡμισύς ἐστὶ τῶν παρ' ἑκάτερα αὐτῶ κειμένων, ὅμῃ μὲντοι λαμβανόμενων. παρ' ἑκάτερα γὰρ τῶ 5. ὁ 5. ἐστὶ καὶ 10. τῶν δὲ ἄλλῃλοις συναπτομένων συνίσταται ὁ 15. ἢ ἡμισυς ὁ 5. καὶ ἢ μόνον τοῖς παρ' ἑκάτερα, ἀλλὰ καὶ τοῖς ὑπὲρ ἕνα ἐκατέρωθεν ὁμοίως ἔχει ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς. Ὁ γὰρ 5. ἢ μόνον τῶν 5. καὶ 10. ἡμισύς ἐστίν, ὡς εἴρηται, ἀλλ' ἔτι καὶ τῶ τέσσαρα καὶ ὀκτώ, καὶ τρία καὶ ἐννέα, ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀριθμῶν. μόνη δὲ ἡ μονάς τῆτου ἀπῆλαχται διὰ τὸ μηδὲ ἔχειν ἐκατέρωθεν αὐτῆς ἀριθμῶς κειμένους, διὸ καὶ ἀριθμὸς ἐστίν, ἀλλ' ἀρχὴ ἀριθμοῦ ἐχάτως δὲ εἰς αὐτὴν πᾶς ἀριθμὸς διαιρεῖται, ὅτι καὶ ἀδιαίρετος.

Ἡ δὲ Δυάς πολὺ μὲν τῆς Μονάδος διεύροχεν, ἢ μὲντοι ἀριθμῶς κυρίως ἐστίν, ἀλλὰ μῆτε πως λόγον ἐπέχει, ὅθεν καὶ τὴν ὕλην ὑποτυποῖ, καὶ ἔτσι ἀριθμῶς ἀλλὰ δύοσον παρὰ τοῖς ἀρχαίοις ἐκαλεῖτο. πολλαπλασιαζομένη γὰρ ἐφ' ἑαυτὴν, καὶ συντιθέμενη τὴν αὐτὴν ἔχει ποσότητα. δις γὰρ τὰ δύο λαμβανόμενα τέσσαρα ποιεῖ, καὶ δύο καὶ δύο συντιθέμενα ὁμοίως τέσσαρα ποιεῖ. ἢ μὴν δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀριθμῶν ἔτσι ἔχει. τρίς γὰρ τὰ τρία λαμβανόμενα ποιεῖ τὸν ἐννέα. τρία δὲ καὶ τρία συντιθέμενα ἔτσι συνίστησιν. Ἡ δὲ Τριάς ἀριθμῶς ἐστὶ κυρίως, καὶ ἀριθμῶν ὁ Α΄ ἀρχὴν καὶ τέλος καὶ τὸν ψελλὸν καὶ μεσότητα ἔχων, πηλικύς μὲν ὅσα ἀρχὴ, δυάδος δὲ πρώτως μῆζων.

Τίνα τὰ ὀλοσχερέστερα τῶ ἀριθμοῦ Μέρη, ἢτοι Εἶδη.

Τὰ μὲν ἂν ἀριθμῶς καὶ ὅπως τοῖς πάλαι ὑπογράφεται, εἴρηται. Ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ ἀριθμὸς ὡσπερ καὶ ἡ ἀριθμῶς διχῶς εἰδέχεται θεωρεῖσθαι, ἢ ἀπολύτως δῆλον. καὶ πρὸς ἕδεν ἄλλο ἀναφερόμενος, ἢ σχετικῶς, καὶ ἢ πρὸς ἕτερον τι ἀναφέρεται, ἢνα εὐτάκτως ὁ λόγος προβῆ, ἀπὸ τῶ ἀπλῆστου πάντως προσήκει ἀρξασθαι, τοιούτον δὲ τὸ ἀπολύτως θεωρούμενον. διὸ δεῖ καὶ τὸν ἀριθμὸν διελεῖν πρῶτον ἔτσι ἀ ἀπολύτως λαμβάνεται, εἶτα καὶ εἰς ἂ πρὸς ἕτερον ἀναφέρεται.

Ε.Υ.Δ. Π.Κ.Τ. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

Τὰ γὰρ ὀλοχερέστερα τῶ ἀριθμῶ μέρη τὰ μὴ πρὸς ἕτερον ἀγαθρόμενα δύο εἰσὶν, ἄρτιος καὶ περιττός, ὅθεν καὶ πᾶς ἀριθμὸς ἢ ἄρτιος εἶναι λέγεται ἢ περιττός. Ἔστι δὲ ἄρτιος ἀριθμὸς, κατὰ τὴν κοινὴν τῶν ἀρχαίων ὑπόληψιν ὁ εἰς δύο ἴσα διαιρεθῆναι δυνάμενος μίσου μὴ παρεμπιπτόσης μονάδος, περιττός δὲ ὁ μηδέποτε δυνάμενος εἰς δύο ἴσα διαιρεθῆναι, διὰ τὸ παρεμπιπτεῖν μέσον μονάδα. Κατὰ δὲ τὸν Πυθαγόραν, ἄρτιος ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ τὴν εἰς τὰ μέγιστα καὶ ἐλάχισα τομὴν καὶ ταῦτ' ἐπιδέχεται, μέγιστα μὲν πηλικότητα, ἐλάχισα δὲ ποσότητα, περισσὸς δὲ ὁ μὴ δυνάμενος τῷτο παθεῖν, ἀλλ' εἰς ἄγιστα δύο αἰεὶ τεμνόμενος. Λέγεται μὲν ἐν τῇν εἰς τὰ μέγιστα καὶ ἐλάχισα τομὴν ἐπιδέχεσθαι τὸν ἄρτιον ἀριθμὸν, ὅτι ἕτος μέρος εἰς δύο ἡμίση δύναται διαιρεῖσθαι μέρη μείζον δὲ τῆ ἡμίσειος καὶ ἐστὶν εὐρεῖν, ἕτε μὲν ἐλάττωτα ἀριθμῶν τῶ δύο, διὸ καὶ πρόσκειται τὸ καὶ ταυτό. καὶ γὰρ μία καὶ τὴν αὐτὴν τομὴν ὁ ἄρτιος ἀριθμὸς τατὶ πάχει. ὁ γὰρ ὀκτώ φέει εἶπεν, ἄρτιος ὡς ἀριθμὸς διαιρεῖται μίᾳ τομῇ εἰς τέσσαρα καὶ τέσσαρα. μείζον δὲ τῶ τέσσαρα μέρος ἀδύνατον εὐρεῖν τὸν ὀκτώ, τῶν δὲ δύο μερῶν καὶ ἕξει διαιρεθῆναι εἰς ἐλάττωτα. πᾶν γὰρ τὸ διαιρέμενον εἰς δύο τελάχισον διαιρεθῆσεται, πρόσκειται δ' ἐτι καὶ τὸ μέγιστα μὲν πηλικότητα, ἐλάχισα δὲ ποσότητα, ὅτι τὰ δύο ταῦτα, πηλικὸν φησὶ καὶ ποσὸν εὐρεῖν ἀλλήλοισ ἀντιπεπόνθεσι. τὸ μὲν γὰρ εἰς αἰεὶ διαιρετὸν εἶναι αὐξάνεται ἐπὶ τὸ ἐλάχισον, τὸ δὲ τὴν ἐπ' ἀπειρον ἐπιδέχουμενον ἔκτασιν αὐξῆσαι, ὡς εἴρηται ἐπὶ τὸ μείζον. Ὡσπερ ἐν τῇ πηλικῇ καὶ ἐστὶ μέρος μείζον τῆ ἡμίσειος, τῆ δὲ ποσῇ καὶ ἐστὶν ἀριθμὸς ἐλάττων τῶν δύο, ἕτω καὶ τῆ ἀρτίου καὶ καὶ τὸ αὐτὸ τομὴ λέγεται γίνεσθαι εἰς μέγιστα καὶ ἐλάχισα, μέγιστα μὲν τῇ πηλικότητι, ἐλάχισα δὲ τῇ ποσότητι. Ὁ δὲ περιττός ἀριθμὸς οὐ πάχει τῷτο, ὅτι καὶ εἰς ἴσα δύναται τεμνέσθαι, ἀλλ' εἰς ἄγιστα, διὰ τὸ τὴν μονάδα ἀδιαιρέτον εἶναι, ὡς ὅ τρία, πέντε, ἑπτά, καὶ οἱ ὅμοιοι.

Παρα ταῦτα δὲ τὰς εἰρημίνας ὑπογράφας, καὶ ἄλλας τινὰς ἀποδιδώκασι τοῖς αὐτοῖς τῶ ἀριθμῶ εἶδωσι, τὸν γὰρ ἄρτιον ἕτωσι ὑπέγραψαν. Ἄρτιος δηλ. ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ εἰς δύο ἴσα, καὶ εἰς ἄγιστα δύο τεμνῆναι δυνάμενος, πλὴν τῆς ἐν αὐτῷ ἀρχοειδῆς δυάδος, τὰ διχοτομήματα ὁμοιοῦν φυλάττων. τὸν δὲ περιττὸν τὴναντίον. Περιττός δηλ. ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ εἰς ἄγιστα μίαν τεμνόμενος, τὰ διχοτομήματα καὶ ποτε ἄκρατα ἀλλήλων φυλάττων, ἀλλὰ συναλλήλοισ. ὁ μὲν γὰρ ἄρτιος καὶ μέσον τεμνόμενος ἴσα τὰ μέρη τηρεῖ, ὡς ἕτωξε δὲ, ἄγιστα ταῦτα ἔχει. Οἷον ὁ ὀκτώ εἰς τέσσαρα μὲν καὶ τέσσαρα τεμνόμενος εἰς ἴσα πάντως διαιρεῖται μέρη, εἰς πέντε δὲ καὶ τρία, ἢ εἰς ἕξ καὶ δύο, ἢ γὰρ εἰς ἑπτά καὶ ἓν, δηλονότι εἰς ἄγιστα. Ἡ δὲ δυὰς πρῶτην χώραν ἐν τοῖς ἀρτίοις ἔχουσα καὶ ἀρχῆς λόγον, διὸ περ καὶ ἀρχοειδῆς ἑνομάζεται, εἰς ἴσα μίαν τεμνεται. εἴρηται δὲ τὸν ἄρτιον ἀριθμὸν ὁμοιοῦν φυλάττειν τὰ διχοτομήματα, ὅτι ἢ ἀμφω ἄρτια ἔχει, ἢ ἀμφω περιττά. Τῶ γὰρ ὀκτώ εἰς δύο ἴσα τεμνόμενα ἑκάτερον τῶν αὐτῶ μερῶν ἄρτιον ἐστὶν, εἰς ἄγιστα δὲ ἢ ἑκάτερον ἄρτιον, ἢ ἑκάτερον περιττόν. τὰ γὰρ πέντε καὶ τρία περιττὰ εἰσὶν ἀμφω, τὰ δὲ ἕξ καὶ δύο ἄρτια. ἕτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Τῶ δὲ περιττῷ ὅπως ἐν εἰρημίνα θάτερον μὲν τῶν αὐτῶ μερῶν ἄρτιον ἐστὶν, θάτερον δὲ περιττόν. τῶ γὰρ ἑπτά εἰς τέσσαρα καὶ τρία τεμνόμενα, ὁ μὲν τέσσαρα ἄρτια ἐστὶν ἀριθμὸς, ὁ δὲ τρία περιττός. τεμνόμενα δὲ καὶ εἰς πέντε καὶ δύο πάλιν ὁμοίως ἔχουσι τὰ μέρη. ὁ μὲν γὰρ πέντε περιττός, ἄρτιος δὲ ὁ δύο. τὴν γὰρ καὶ μέσον τομὴν καὶ ποτε ἐπιδέχεται ὡς εἴρηται.

Φιλοῦσι δὲ τινες καὶ δι' ἀλλήλων αὐτὰς ὑπογράφειν. Ἄρτιος γὰρ φασὶν ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ μονάδι διαφέρων ἐφ' ἑκάτερα τῶ περισσῷ ἀριθμῷ. Περιττός δὲ ὁ μονάδι διαφέρων ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἀρτίου ἀριθμῷ. Λέγεται δὲ ἑκάτερον διαφέρειν μονάδι ἐφ' ἑκάτερα, τὸν μὲν ἄρτιον τῶ περισσῷ, τῶν δὲ τῶ ἀρτίου, ὅτι ἑκάτερος ἐν τῇ τῶν ἀριθμῶν εὐτάκτῳ συνεπείᾳ μέσος ἐστὶ τῶν ἀνομοιοειδῶν, ὁ μὲν ἄρτιος τῶν περιττῶν, ὁ δὲ περιττός τῶν ἀρτίων, καὶ τῶ μὲν ὑπερέχει μονάδι τῶ δὲ ἐλλείπει. ὡς διαφέρειν εἴρηται ἢ ἄτερος θάτερος ὑπερέχει ἢ ἐλλείπει. Οἷον ὁ δύο μέσος ἐστὶ μονάδος καὶ τῶ τρία, καὶ τῆς μὲν ὑπερέχει μονάδι, τῶ δὲ ἐλλείπει. ὡσαύτως καὶ ὁ τέσσαρα ἄρτιος ὡς μέσος ὑπάρχει δύο περιττῶν καὶ τρία φησὶ καὶ πέντε, τῶ μὲν ὑπερέχων τῶ δὲ ἐλλείπων μονάδι ὁμοίως καὶ οἱ λοιποί. Ὅτι δὲ καὶ οἱ περισσοὶ παρεμπιπθῶσι τῶν ἀρτίων, δηλονότι. ὁ γὰρ τρία μέσος ἐστὶ δυάδος καὶ τοῦ τέσσαρα, ὡσπερ καὶ ὁ πέντε τῶ τέσσαρα καὶ ἕξ τὸν μὲν ὑπερέχων τὸν δὲ ἐλλείπων μονάδι.

Περὶ τῶν Εἰδῶν τῶ ἀρτίου ἀριθμῶ, κατὰ πρῶτην αὐτῶ διαίρεσιν.

Τίνα μὲν ἐν τῶ ὀλοχερέστερα μέρη τῶ καθ' αὐτὸν θεωρημένῳ ἀριθμῷ ἀρκέτως οἶμαι δεδήλωται. Ὑποδιαιρεῖται δὲ τῶν ἑκάτερος εἰς τρία. τῶ γὰρ ἀρτίου τὸ μὲν ἐστὶν ἀρτιάκις ἄρτιον, τὸ δὲ περισάρτιον, τὸ δ' ἀρτιοπερίττον. Τῶν δ' αὐτίς τὸ μὲν ἀρτιάκις ἄρτιον, καὶ τὸ ἀρτιοπερίττον ἀλλήλοισ εἰσὶν ἀντικείμενα, ὡσπερ τινὲς ἀκρότητες, μέσον δὲ τῶν τῶ περισάρτιον. Διὸ δὲ ρητέον καὶ μὴ πρῶτον περὶ τῶ ἀρτιάκις ἀρτίου, εἶτα καὶ περὶ τῶ ἀρτιοπερίττου, τῶν γὰρ ἀντικειμένων ἢ αὐτῶ ἐστὶν ἐπισημῶν, καὶ τρίτον καὶ τελευταῖον περὶ τῶ περισάρτιου.

Περὶ τῆς Ἀρτιάκας ἀρτίου,

Ἀρτιάκας ἢ ἀρτίου ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ εἰς δύο ἴσα, καὶ τὴν τῆς γένεως φύσιν, διχαδῆναι δυνάμενος κατὰ τὸ ὅλον, καὶ ὁποιοῦν τῶν αὐτῶν μερῶν μέχρις ἂν εἰς μονάδα καταστήσῃ. Οἷον ὁ ξδ'· ἐπεὶ ἔχει ἡμισυ τὸν λβ'· τέταρτον δὲ ἡμισυ ἐστὶν ὁ ις'· τέταρτον δὲ ὁ ε'· τέταρτον δὲ ὁ δ'· τέταρτον δὲ ὁ β'· τὰ δὲ β'· εἰς μονάδα ἡμισυαί, ἥτις φύσις ἀτμυτός ἐστι, δι' αὐτὸ τῆτο ἐστὶ τε καὶ λέγεται ἀρτιάκας ἀρτίου, ὡσπερ καὶ οἱ τέτω παραπλήσιοι. Ἐχει μὲν ἢ ὁ ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμὸς τὸ εἰς δύο ἴσα διαιρεῖσθαι, καὶ τὸ ὅλον, ὅπερ κοινὸν καὶ τοῖς λοιποῖς δύσιν εἶδеси. ὅτι ὑπὸ τὸν ἀρτίον ἐστὶν ἀριθμὸν, ὡς ὑπὸ γένος κοινόν, διὸ καὶ πρόσκειται, καὶ τὸ καὶ τὴν τῆς γένεως φύσιν. Ἐχει δ' ἐτι καὶ τὸ τὰ μέρη αὐτῶν, καὶ τὰ τῶν μερῶν μέρη τῆτο πάχην μέχρι μονάδος, ἔχον καὶ τὸ ἀρτιάκας προσετίθη, ἐξ ὧν συνάγεται καὶ τὸ α. αὐτῶν παρεπόμενον, ὡς οφόμεθα.

Περὶ Γενέσεως τῆς ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμοῦ.

Ἐστὶ δὲ ἡ τούτου Γένεσις ἀνυλυσά τε καὶ ῥάσις. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ μονάδος ἀρχάμενοι χωρήσωμεν καὶ τὸν διπλασίου λόγον, ἐξομεν πάντας τῆς ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμοὺς ἐπ' ἀπείρον προϊόντας, ὡς ἐμὴδενα ἡμᾶς διαφυγεῖν. Τῆς γὰρ μονάδος διπλασιασθείσης γεννᾶται ὁ β'· τούτου δὲ διπλασιαζομένη γεννᾶται ὁ δ'· ἐκ τούτου δὲ διπλασιαζομένη ὁ ι'· ἀναφέρεται, ἐκ δὲ τῆς ι'· ὁ ις'· καὶ τῆς ο'· ὁ λβ'· καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς ὁμοίως. Ὡσπερ γὰρ τῆς ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμοῦ ἢ διαίσεις μέχρι μονάδος καταπτά, καὶ τὸν τῆς ἡμισυως λόγον, ἔτω πάντως καὶ ἡ τέταρτη αὐξήσις ἀπὸ μονάδος ἀρχομένη προέσις ἐπ' ἀπείρον κατὰ τὸν τῆς διπλασίου λόγον. Καὶ ὁ μὲν τῆς γενέσεως τῆς ἀρτιάκας ἀρτίου τρόπος τοιοῦτος.

Περὶ τῶν Παρεπομένων τῆς ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμοῦ.

Παρέρπεται δὲ τῶ ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμῶ πρώτον, τὸ ὅτι ἂν ἐν αὐτῶ μέρησιν ἀρτιάκας μὲν ἀρτιώμενον εἶναι τῆ προσηγορία, ἀρτιάκας δὲ ἀρτιοδύναμον τῆ τῶν ἐν αὐτῶ μονάδων ποσότητι, καὶ με ποτὲ ἑτέρω γίνεαι κοινῶν, ἕτε γὰρ ἀρτιοπέριπτον εἶναι, ἕτε περισαρτίον. Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον ἐστὶ μὲν ἀρτιώμενα μέρη ἀπλῶς τὰ ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ὀνομαζόμενα, ὡς τὸ δύοσον, ἥτοι τὸ ἡμισυ ἀπὸ τῶ δύο, τὸ τέταρτον ἀπὸ τῶ τέσσαρα, τὸ ἕκτον ἀπὸ τῶ ἕξ, τὸ ὄγδοον ἀπὸ τῶ ὀκτώ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Τῶτων δὲ ὅσα ἀπὸ ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμοῦ παρονομάζεται, ὡς τὸ δύοσον ἀπὸ τῶ δύο, καὶ τὸ τέταρτον ἀπὸ τῶ τέσσαρα, καὶ τὸ ὄγδοον ἀπὸ τῶ ὀκτώ, καὶ τὰ παραπλήσια, ταῦτα καὶ ἀρτιάκας ἀρτιώμενα δύναται καλεῖσθαι. τὰ δὲ λοιπὰ ἀρτιώμενα μόνον. ἀρτιοδύναμα δὲ ἐστὶν, ὡν ἢ τῶν ἐν αὐτοῖς μονάδων ποσότης ἀρτία ἐστὶν. Δύναμις γὰρ παντός ἀριθμοῦ ἢ ποσότης ἐστὶ τῶν μονάδων τῶν συμπληρωσῶν αὐτόν. οἷον τῶ δ'· δύναμις ἐστὶν ἢ τῶν ἐν αὐτῶ μονάδων ποσότης. ἐκ γὰρ τεσσάρων συμπληρεται μονάδων. ὡσαύτως καὶ τῶ ε'· καὶ τῶ σ'· καὶ τῶν ἄλλων ἢ δύναμις ἕδεν ἄλλο ἐστὶν, ἢ ἢ τῶν ἐν αὐτοῖς μονάδων ποσότης. Εἰ ἢ ἢ ποσότης τῶν συμπληρωσῶν ἀριθμόν τινα μονάδων ἀρτία ἐστὶν, ἀρτιοδύναμος ὁ ἀριθμὸς ἐκεῖνος λέγεται, εἰδ' ἀρτιάκας ἀρτία, καὶ ἀρτιάκας λέγεται ἀρτιοδύναμος. Ὡς ἐκ τῶτων δήλον, ὡσπερ τὸ ἀρτιώμενον καὶ ἀρτιοδύναμον, ἐν τοῖς ἀρτιάκας ἀρτίοις ἀριθμοῖς, ἀττιρέφει πρὸς ἄλλα, ἕτε γὰρ ἐν ἐκεῖνοις ἀρτιώμενον, τῆτο καὶ ἀρτιοδύναμον. καὶ ὅτι ἀρτιοδύναμον, τῆτο καὶ ἀρτιώμενον, ἕτε καὶ τὸ ἀρτιάκας ἀρτιώμενον, καὶ ἀρτιάκας ἀρτιοδύναμον ἐν αὐτοῖς δύναται ἀττιρέφειν. ὅσοι γὰρ τῶν ἀριθμῶν ἀρτιάκας ἐστὶν ἀρτιώμενοι, ἐν τοῖς ἀρτιάκας ἀρτίοις, ἐστὶ πάντως καὶ ἀρτιάκας ἀρτιοδύναμοι, καὶ τῆμπαλιν, οἱ ἀρτιάκας ἀρτιοδύναμοι ἐστὶ καὶ ἀρτιάκας ἀρτιώμενοι. Τὸ μὲν ἢ πρῶτον τῶ ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμοῦ παρεπόμενον ἐστὶ τὸ τὰ μέρη αὐτῶ καὶ ἀρτιώμενα εἶναι καὶ ἀρτιοδύναμα, ὡς εἴρηται.

Δοκεῖ δὲ δευτερον παρακολυθεῖν τῶ ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμῶ καὶ τὸ, πᾶν αὐτῶ μέρος ἀπὸ τίνος τῶν ἐν αὐτῶ ἀρτιάκας ἀρτίου παρονομάζεσθαι ἀριθμῶν, καὶ τὸ, ἐν ἐκάσῳ αὐτῶ μέρησιν ποσῶτων μονάδων σύστημα ὑπάρχειν, ὅσων ἐστὶν εἰς τῶν ἐντὸς αὐτοῦ ἀρτιάκας ἀρτίου. Οἷον ἐκκείδωσαν ἐξῆς οἱ ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμοὶ, καὶ τὸν εἰρημένον τρόπον, ἕτω α, β, δ, ε, ις, λβ, ξδ, ρκη, ὁ γὰρ ρκη, ἀρτιάκας ἀρτίου ἀριθμὸς, ἐπεὶ ἕχατός ἐστι τῶν ἀπὸ μονάδος ἐνταῦθα ἐκτεθείτων ἀριθμῶν, καὶ τὸν διπλασίου λόγον, ἔχει πάντως μέρη ἕξ. δύοσον, τέταρτον, ὄγδοον, δεκάεκτον, τριακοσῶδον, καὶ ἑξήκωστέταρτον. εἰτὸς δὲ αὐτῶ ἐστὶν ὁ ξδ', ὁ λβ', ὁ ις', ὁ ε', ὁ β', καὶ τὸ μὲν δύοσον αὐτῶ μέρος ἀνίσταται ἐκ μονάδων τεσσάρων καὶ ἑξήκωτα, ἕξ ὅσων καὶ ὁ ξδ'. τὸ δὲ τέταρτον ἐκ δύο καὶ τριάκωτα, ἕξ ὅσων καὶ ὁ λβ', τὸ δὲ ὄγδοον ἐξ ὅσων καὶ ὁ ις'. τὸ δὲ δεκάεκτον ἐξ ὅσων ὁ ε', τὸ δὲ τριακοσῶδον ἐξ ὅσων ὁ δ'. τὸ δὲ ἑξήκωστέταρτον ἐξ ὅσων ὁ β'. Ἀνδρὶς τὸ μὲν ἡμισυ παρονομάζεται ἀπὸ τῶ δύο· τὸ δὲ τέταρτον ἀπὸ τῶ δ', τὸ δὲ ὄγδοον ἀπὸ τῶ ε', τὸ δὲ δεκάεκτον ἀπὸ τῶ β', τὸ δὲ τριακοσῶδον ἀπὸ τῶ ε', τὸ δὲ ἑξήκωστέταρτον ἀπὸ τῶ β'.

τὸ δὲ δεκάεκτον ἀπὸ τῆς ις, τὸ δὲ τριακυσόδιον ἀπὸ τῆς λβ, καὶ τὸ ἑξήκονο τέταρτον ἀπὸ τῆς ζδ, ὡς ἐκ τῶν παλαιῶν φαίνεται, ὅτι πᾶν μέρος τῆς ρκη, ἀρτιάκις ἀρτίου ἀριθμοῦ παρονομάζεται ἀπότινος τῶν ἐν αὐτῷ ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν. τὸ γὰρ ἡμισυ δηλ. τὸ δύοστον ἀπὸ τοῦ β: τὴν παρονομασίαν, ὡς εἴρηται, ἔχει λαβῶν, τὸ δὲ τέταρτον ἀπὸ τῆς δ: καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστον ἀφ' ἑνὸς τῶν λοιπῶν. Ὅτι δὲ καὶ ἐν ἑκάστῳ μέρει τῆς αὐτῆς ρκη, ἀριθμοῦ τοσούτων μονάδων σύστημα ὑπάρχει, ὅσων εἰσὶν εἰς τὴν αὐτὴν ἀρτιάκις ἀρτίων, ἢ χαλεπὸν ἀποδείξαι. Ἐν γὰρ τῷ ἡμισυ αὐτῆς μέρει συνυπάρχει μονάδες τέσσαρες καὶ ἑξήκοντα, ὅσαι καὶ ἐν τῷ ζδ, ἐν δὲ τῷ τετάρτῳ, δύο καὶ τριακόντα, ὅσαι καὶ ἐν τῷ λβ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, ὡς προεδείχθηται.

Ἐκ τῶν δυνάμιδα συναγαγεῖν καὶ τὸ τοσαῦτα ἔχειν μέρη τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν, ὅσοι εἰσὶν οἱ πρὸ αὐτῆς τῆς πληθῆς ἀπὸ μονάδος καὶ γένεσιν ἀρχόμενοι, ὡς προεῖρηται. Ἐπεὶ δὲ τὸ πλῆθος τῶν ἐκκειμένων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος, ἢ ἀρτίον ἔσαι ἢ περιττὸν, εἴαν μὲν ἀρτίον εἴη, δύο πάντως ἔξει μεσότητας, ἀφ' ὧν ἀρχομένη ἢ ἀντιπερίσσεια καὶ ἀμοιβῆ μέρων πρὸς δυνάμις, καὶ δυνάμιως πρὸς μέρη καὶ τὸν Νικόμαχος, εὐτάκτως χωρεῖ καὶ ἐπὶ τῆς λοιπῆς ἀνα δύο μέχρι τῶν ἀκροτάτων. Οἷον ἐπεὶ τῶν προεκτεθέντων ἀριθμῶν ἀρτίος ἐστὶ τὸ πλῆθος, ὅκτω γὰρ εἰσὶν οἱ πάντες, πάντως γε δύο εἰσὶν οἱ μέσοι ὁ η, καὶ ις, οἵ τινες ἀλλήλοισ ἀμοιβαδὸν ἀνταποκρίνονται, καὶ ὑπ' ἀλλήλων ἀντιπαρωνυμῶνται. Ὁ γὰρ η, δέκατον ἕκτον μέρος ἐστὶ τῆς ρκη, καὶ τέταρτος δυνάμις ὁ ις, ὁ δὲ ις, ὄγδοον ἐστὶ μέρος τῆς αὐτῆς, καὶ δυνάμις τέταρτος ὁ η, ἐφ' ἑκάτερα δὲ τῶν εἰσὶν ὁ δ, καὶ λβ, οἵ τινες ἀλλήλοισ ὁμοίως ἀντιπαρωνυμῶνται. Ὁ μὲν γὰρ ὁ λβ, ἐστὶ μέρος τῆς ρκη, ὁ δὲ λβ, ὁ δὲ τῆς αὐτῆς, καὶ τῆς μὲν ὁ, δυνάμις εἰσὶν ὁ λβ, τέταρτος δὲ ὁ δ, ὑπὲρ τέταρτος δὲ εἰσὶν ὁ β, καὶ ζδ, ἀλλήλοισ κενὸς τὸν αὐτὸν ἀντιπαρωνυμῶμενος τρόπον. Ὁ μὲν γὰρ β: ζδ, μέρος τῆς ρκη, ἀρτιάκις ἀρτίου ὑπάρχει ἀριθμῶν ὁ δὲ ζδ: β, τῆς αὐτῆς, καὶ τέταρτος δὲ δυνάμις ὁ β, τῆς δὲ β, ὁ ζδ, ἀκροὶ δὲ τῶν ἐκτεθέντων εἰσὶν ἢτε μονάς α, καὶ ὁ ρκη, ἀριθμῶν. ἀλλὰ καὶ ἔτι καὶ τὸν αὐτὸν εὐρίσκονται λόγῳ ἀλλήλοισ ἀνταποκρινόμενοι, καὶ ὑπ' ἀλλήλων παρωνυμῶμενοι. ἢ γὰρ μονάς ρκη, μέρος ἐστὶ τῆς ρκη, ἕτος δὲ ὅλον τὶ ὡς ἢ μονάς. καὶ γὰρ ἢ μονάς κατὰ τὸν Πρόκλον ἀδιαίρετον ἔσαι ὡς ὅλον τὶ ἐστὶ, λέγεται δ' ἔτι ὁ ρκη, ὅλον πρὸς τῆς πρὸ αὐτῆς. πάντες γὰρ ἔτι μέρη εἰσὶ τῆς αὐτῆς ὡς εἴρηται. Διήλον ἔν ἐκ τῶν εἰρημένων, ὅτι ἐφ' ἑκάστης συζυγίας τῶν ἐκτεθέντων ἀριθμῶν ἢνίκα ἄτερος ὡς μέρος λαμβάνεται, ἄτερος δὲ δυνάμις ἐκείνη ἐστὶ.



Εἶδε περιττὸν τὸ πλῆθος τῶν ἐκκειμένων ἀρτιάκις ἀρτίων εἴη ἀριθμῶν μίαν μεσότητα ἔξει. Ἐκκείδωσαν γὰρ εἰς παράδειγμα οἱ μέχρι τῆς ζδ, ὧν περὶ τὸ πλῆθος περιττὸν. ἐπτα γὰρ εἰσὶν οἱ πάντες, διὸ καὶ εἰς μέσος ἐστὶν ἐν αὐτοῖς, ὁ η: καὶ αὐτὸς ἐν ἑαυτῷ ἀνταποκρίνεται, καὶ ἀφ' ἑαυτῆς παρωνυμῶνται μέρος ὧν ὁ αὐτὸς καὶ δυνάμις. ἢ γὰρ ὑπάρχει μέρος τῆς ζδ, καὶ ἐκ μονάδων ὅκτω συρίζεται. Οἱ δὲ τέταρτοι ἐκατέρωθεν ὡς περὶ καὶ οἱ πρὸ αὐτῶν ἀλλήλοισ καὶ ἀνταποκρίνονται, καὶ παρωνυμῶνται ὑπ' ἀλλήλων, ὡς προεδείχθηται.

Πρὸς τέτοις εἴαν τὸ πλῆθος τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν ἀρτίος ἢ, ἔπεται αὐτοῖς καὶ τὸ ἴσον τῶν ὑφ' ἑκάστης συζυγίας γινόμενον τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, εἶδε περιττὸν τῷ ἀπὸ τῆς μίσου. Ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης ὑποδείγματος τῷ ὑπὸ τῆς η: καὶ ις: γινόμενον ἀριθμῶν ἴσος ἐστὶ καὶ ὁ ὑπὸ τῆς δ: καὶ λβ: καὶ ὁ ὑπὸ τῆς β: καὶ ζδ: καὶ ὁ ὑπὸ τῆς μονάδος καὶ τῆς ρκη: ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας τῷ ἀπὸ τῆς η: γινόμενον ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιαζόμενος ἴσος ἐστὶν καὶ ὁ ὑπὸ τῆς δ: καὶ ις: καὶ ὁ ὑπὸ τῆς β: καὶ λβ: καὶ ὁ ὑπὸ τῆς μονάδος καὶ ζδ.

Παραπολιθεῖ δ' ἔτι τοῖς ἀρτιάκις ἀρτίοις ἀριθμοῖς, τοῖς ἀπὸ μονάδος ἐκκειμένοις καὶ τὸν διπλασιον λόγον, καὶ τὸ ἀεὶ περιττὸν εἶναι τὸ γινόμενον ἐκ τῆς συνδέσεως τῶν αὐτῶν, εἴαν ἢ σύνθεσις ἀπὸ τῆς μονάδος ἀρξῆται, καὶ μονάδι ἐλλείπειν τοῦ ἑξῆς ἀρτιάκις ἀρτίου. Εἰλήφθω γὰρ τὸ πρῶτον παράδειγμα εἰς τραυτέραν τῆς λόγου σαφήνειας. Ἐάν ἐν ἢ μονάς τῷ β: συναφθῆ, γενήσεται ὁ γ: περιττὸς ὧν, καὶ μονάδι τῷ δ: ἐλλείπων. εἴαν δὲ ὁ γ: τῷ δ: πάλιν συναφθῆ γενήσεται ὁ ζ: περιττὸς καὶ αὐτὸς ὑπάρχων, καὶ μονάδι ἐλλείπων τῆς η: ἔτι καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων, καὶ ἐπ' ἀπειρον ἢ ἐκθέσεις τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων γένηται ἀριθμῶν. Τῆτο δὲ χρησιμεύσει τὰ μέγιστα πρὸς εὐρεσιν τῆς τελευτῆς ἀριθμοῦ, ὡς ὀφείμεθα.

Περὶ τῆς Ἀρτιοπεριττῆς.

Ἀρτιοπεριττὸς δὲ, ἢ ἀρτιάκις περιττὸς ἀριθμῶν ἐστὶν ὁ τὴν εἰς δύο ἴσα τομὴν ἀπαξ ἐπιδηχόμενος, ἀδίχασα δὲ τὰ μέρη ἔχων, οἷος ὁ ε: ὁ ι: ὁ ιδ: ὁ ιη: ὁ κβ: ὁ κς: καὶ οἱ ὁμοιοί. Τούτων γὰρ ἑκάστη τὰ μέρη μὲν τὴν εἰς δύο τῶν ὅλων διαίρεσιν, ἀτμήλα κατ' αὐτὴν εὐρίσκειν. Ἐκ τῶν δὲ καὶ τὸ πρῶτον αὐτῶν συναγεται παρεπόμενον, ὡς ὀφείμεθα.

Ε.Υ.Δ. τῆς 1911  
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

## Περὶ Γενέσεως τῆ αὐτῆ.

Ἡ δὲ γενεὴ τῶ ἀρτιοπερίττω ἀριθμῷ τοιαύτη. Ἐκκείδωσαν εὐτάκτως οἱ ἀπὸ μονάδος δυάδι διαφίροντες, ταυτὸν δ' εἶναι εἰπεῖν οἱ περιττοὶ ἄχρις ἑβύλει. Κατὰ διπλασιασθῆναι τῶν ἑκάστος. οἱ γὰρ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν διπλασιαθέντων ἀρτιοπερίττοι πάντως ἴσοιται. Ἐκκειμένων ἢ τῶν ἀπὸ μονάδος περιττων δηλ: α: γ: ε: ζ: θ: ια: ιγ: ιε: ιζ: ἢ τῶν ὁμοίων, καὶ ἑκάστῃ τῶν διπλασιαθέντων γενήσονται οἱ β: δ: ι: ιδ: ικ: κβ: κδ: λβ: λδ: ἀρτιοπερίττοι ὄντες ἀριθμοὶ, οἵ τινες καὶ ἀρτιακῆς περιττοὶ λέγονται. Τῶν τὸν τρόπον ἕξως γινόμενης καὶ τῆς λοιπῆς εὐτάκτως.

## Περὶ τῶν παρεπομένων τῶ ἀρτιοπερίττω ἀριθμῷ.

Παρίπεται δὲ πρῶτον τῶ ἀρτιοπερίττω ἀριθμῷ τὸ ἐναντίως ἔχειν τὸνομα ὁποιοῦντι μέρους αὐτῆ τῆ δυνάμει, καὶ τῆς δυνάμει τῶ ὀνόματι. εἰ γὰρ τὸ μέρος ἀρτιώνυμον εἴη, ἢ δυνάμεις ἴσαι περιττῆ. καὶ ἀνάπαλι, εἴη ἢ δυνάμεις ἀρτια εἴη, τὸ τῆ μέρους ὄνομα περιττὸν ἴσαι. τῆ γὰρ, δὸς εἰπεῖν, ιη: εἰάν τὸ ἥμισυ λάβωμεν ἀρτιώνυμον πάντως ἴσαι ἀπὸ τῆ β: παρανουμέμενον. ἄλλοθεν γὰρ τὸ ἥμισυ λέγεται, ἢ δὲ τῆ ποσότης περιττῆ. συνίσταται γὰρ ἐκ μονάδων ἐννέα. λαμβανόμενοι δὲ τὸ τρίτον περιττώνυμον εἶσι, παρανουμέται γὰρ ἀπὸ τῆ γ: ἢ δὲ τῆ ποσότης ἀρτια. συνίσταται γὰρ ἐκ μονάδων ἕξ. ὁ δὲ ἕξ ἀριθμὸς ἀρτιός ἐστι.

Δεύτερον δὲ παρίπεται τοῖς ἀρτιοπερίττοις ἀριθμοῖς, ἑκάστον ἐν τῆ φυσικῇ καὶ εὐτάκτῳ αὐτῶν ἐκθέσει τῆ μὲν πρὸ αὐτῆ τετράδι ὑπερέχειν, τῆ δὲ μετ' αὐτὸν τετράδι ἐλλείπειν. ὁ γὰρ ε: φέρειπεῖν τῆ μὲν β: τετράδι ὑπερέχει, τῆ δὲ ι: δὲ τετράδι ἐλλείπει, ὅτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων, τὸ δ' αἴτιον σαφές. Οἱ γὰρ περιττοὶ ἐξ ὧν ἔσονται γεννῶνται δυάδι ὑπερέχουσι, καὶ δυάδι ἐλλείπουσιν. ὁ γὰρ γ: δυάδι μὲν ὑπερέχει τῆς μονάδος α: δυάδι δὲ ἐλλείπει τῆ ε: ὁμοίως καὶ οἱ λοιποὶ καλεῖ δὲ τῆς γενέσεως ὁ Νικόμαχος, ὡς μετρήσας τῆς ἀρτιοπερίττης. τὰ γὰρ μέτρα γνώσεως ἐκάλεσαν οἱ ἀρχαῖοι· εἰ ἢ οἱ περιττοὶ δυάδι ὑπερέχουσι, καὶ δυάδι ἐλλείπουσιν, τούτων δὲ διπλασιαζομένων γεννῶνται οἱ ἀρτιοπερίττοι, ὁ δὲ ὅτι καὶ ἢ δυὰς διπλασιασθήσεται. ταύτης δὲ διπλασιασθῆσης γεννῶνται ἢ τετράς, τετράδι ἄρα οἱ ἀρτιοπερίττοι ἀριθμοὶ ὑπερέχουσι καὶ τετράδι ἐλλείπουσιν.

Πρὸς τῆτοις δὲ οἱ ἀρτιοπερίττοι ἀριθμοὶ ἐν τῶ τῶν ἀριθμῶν φυσικῷ χύματι πέμπτοι ἀλλήλων εὐρίσκονται, τριάδι μὲν ὑπερβαίνοντες, δυάδι δὲ τῶν περιττῶν μικροτέρων γινόμενοι ὁ γὰρ ε: τοῦ β: πέμπτος ἐστίν. καὶ γὰρ τῶ β: ὁ γ: καὶ τῶ δ: ὁ ε: μετ' αὐτὸν ὁ ε: εἶτα ὁ ε: ἰδὲ τοῖνον πρῶτος μὲν ὁ β: δεύτερος δὲ ὁ γ: τρίτος δὲ ὁ δ: τέταρτος δὲ ὁ ε: καὶ πέμπτος ὁ ε: τῆτοι καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εὐρίσκει τῆς ἐν μέσῳ ἐκθέμενος κατὰ τὴν εὐτάκτον αὐτῶν ἀλλήλων ἐπακολουθεῖσιν. Ἐπεὶ δὲ μίσην τῶν ἀρτιοπερίττων τρεῖς παρεπίπτεσι ἀριθμοὶ, ὡς ἐν τῶ β: καὶ ε: ὁ γ: καὶ ὁ δ: καὶ ὁ ε: καὶ ἐν ἄλλοις ἄλλοι τινές, δι' αὐτὸ τῆτοι καὶ τριάδι ὑπερβαίνειν ἔσονται λέγονται, ἅτε δὴ μὲν τῆς παρεπίπτοντας αὐτοῖς τρεῖς ἀριθμῶς ἑκάστῃ ὑπάρχοντος. λέγεται δὲ ἐπ' αὐτῶν καὶ τὸ δυάδι τῶν περιττῶν μικροτέρων γίνεσθαι, ὅτι ὡς εἴρηται, οφείλει ἑκάστος τῶν περιττῶν ἐπὶ τὴν δυάδα πολλαπλασιασθῆναι, ἵνα τὸν ἐξ αὐτῆ ποιῆσιν ἀρτιοπερίττον. Συγκαταλέλεκται δὲ ὁ β: καὶ τοῖς ἀρτιοπερίττοις, ὅς τις πρῶτον χῶραν ἔχει ἐν τοῖς ἀρτιακῆς ἀρτιοῖς, ὅτι ἢ μὲν εἰς δύο ἴσα διαίρεται, εἰς μονάδας καταλήγει, ἀρτιακῆς ἐστὶν ἀρτιός. ἢ δὲ ἀπαξ τὴν εἰς δύο τομὴν ἐπιδέχεται ἀδίχασα καὶ μέρη ἔχων, συντάττεται τοῖς ἀρτιοπερίττοις.

Τῶν ἀρτιοπερίττων ἐπὶ ἀριθμῶν ἑκάστος πλὴν τῆ β: περιττώνυμον εὐρίσκειται εἶναι μέρος τῶν μετ' αὐτὸν, καθ' ὑπέρβατον μέντοι. ὁ γὰρ ε: τρίτον μέρος ἐστὶ μέρος τῆ ιη: πέμπτον δὲ τῆ λ: ἑβδόμον δὲ τῆ μβ: ἕνατον δὲ τῆ ιδ: ὅτω καὶ ὁ ι: καὶ οἱ λοιποὶ πρὸς τῆς μετ' αὐτῆς ἔχουσι, τῆς ὑπερβάσεως κατὰ πρόσθεσιν δυάδος γενομένης. Ἐπεὶ γὰρ ὁ ε: τρίτον μέρος ἐστὶ τῆ ιη: ὑπερβαίνων δύο τὸν ι: καὶ ιδ: ὁ ι: τρίτον μέρος εὐρίσκειται ὁμοίως τῆ λ: ὑπερβαίνων μέντοι τέσσαρας τὸν ιδ: ιη: κβ: κδ: ὁ δὲ ιδ: εὐρίσκειται καὶ αὐτὸς τρίτον μέρος τῆ μβ: ἀλλ' ὑπερβαίνει ἐξ τὸν ιη: κβ: κδ: λ: λδ: λη: ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. ὡς γὰρ ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους οἱ περιττοὶ, ὅτω καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι ἀρτιοπερίττοι.

Εἴρηται δὲ ἐν τοῖς πρότερον ἀντικειμένως ἔχειν τὸν ἀρτιοπερίττον ἀριθμὸν τῶ ἀρτιακῆς ἀρτιῶ, ἅτε τῆτοι μὲν τὸ μέγιστον ἄκρον, δηλ: αὐτὸ τὸ ὅλον μέρος ἐστὶ διαίρετον, ἐκεῖθεν δὲ τὸ ἐλάχιστον, ἢ τοῖ ἢ μονάδος μόνον ἀδιαίρετον, καὶ ἐν μὲν τῆ ἐκθέσει τῶν ἀρτιακῆς ἀρτιῶν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶναι τῶ ὑπὸ τῶν μέσων, εἰάν τὸ πλῆθος αὐτῶν ἀρτιόν ἢ, ἢ τῶ ἀπὸ τῶ μέσων, εἰάν τὸ πλῆθος ἢ περιττὸν. Ἐν δὲ τῆ τῶν ἀρτιοπερίττων ἐκθέσει, εἰ μὲν τὸ πλῆθος ἀρτιόν εἴη, τὰ δύο μέσα συντιθέμενα ἴσα εἶσι τοῖς δυσὶν ἄκροις συντιθεμένοις. εἰ δὲ περιττὸν, ὑποδιπλασίον ἐστὶ τὸ μέσον τῶν δύο ἄκρων συντιθέντων. Ἐκκείδωσαν γὰρ οἱ β: δ: ι: ὧν τὸ πλῆθος περιττὸν ἐστὶ, καὶ συναφθῆναι ἀλλήλους αἱ δύο ἄκροι, ὁ β: δηλ: καὶ ι: καὶ τῶ γινόμενῳ ἐξ αὐτῶν ιβ: παραβληθῆτω ὁ ε: μίσην