

ΤΟΥ ΠΑΝΑΙΔΕΣΙΜΩΤΑΤΟΥ ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΤΑΤΟΥ

ΚΤΡΙΟΥ ΚΤΡΙΟΥ

ΜΠΑΛΑΝΟΥ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΥ,

ΑΡΧΙΠΡΕΣΒΥΤΕΡΟΥ, η ΔΙΔΑΣΚΑΛΟΥ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ.

ΕΧΘΕΣΙΣ ΑΚΡΙΒΕΣΤΑΤΗ

ΤΗΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΝΥΝ ΠΡΩΤΟΝ ΤΥΠΟΙΣ ΕΚΔΟΘΕΙΣΑ ΦΙΛΟΤΙΜΩ, ΔΑΠΑΝΗ,

Τῷ Εκλαμπροτάτῃ η Περιβλέπτῃ Μπείζαδῃ, η Μεγάλῃ Διοικηταίῃ τῆς Κραταίας Βασιλείας τῶν Οθωμανῶν.

ΚΤΡΙΟΥ ΚΤΡΙΟΥ

ΣΚΑΡΛΑΤΟΥ ΚΑΛΔΙΜΑ



Β.Μ. ΕΝ

ΕΝΕΤΙΗΣΙΝ, αογ. 1803.

Παρά Πάνω Θεοσοία τῷ ἐξ Ιωαννίνων.

CON REGIA PERMISSIOE.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006



ΤΟΥΣ ΕΝΤΕΤΕΘΕΟΜΕΝΟΙΣ ΦΙΛΕΠΙΣΤΗΜΟΣΙ,

Τὸν ὀφειλόμενον ἢ προσήκοντα ἑκάστῳ ἀσπασμόν.

ΚΟΣΜΑΣ ΓΕΡΕΥΣ Ο' ΟΙΚΟΝΟΜΟΣ Γ' ΩΑΝΝΙΝΩΝ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΟΣ.

Ἐχρῶν μὲν τοίνυν καὶ τὴν Ἀριθμητικὴν, ἣν ὁ ἐν μακαρία τῇ λήξει γινόμενος Παλάνος Βασιλόπουλος Ἀρχιεπισκοπικός Γ' Ωαννίνων καὶ Διδάσκαλος, ὁ ἐμὸς πατήρ καὶ καθηγητής, πρὸ ἐξήκοντα ἤδη ἐτῶν ἐτυχεύσατο, τυπωθῆναι οὐκ τοῖς ἄλλοις αὐτῷ Συγγραμμάσι, τοῖς τυπωθεῖσι ἐν Βενετία παρὰ Ἀντωνίου τῷ Βόρτολι, καὶ τὸ χιλιοσὸν ἑπτακοσιοσὸν τεσσαρακοσὸν ἑννατον ἔτος τὸ Σωτήριον. Ἡ δὲ Τυπογραφία ἐμπικρὴ πλεονεξία, καὶ ἡ τῶν Διορθωτῶν ἐκείνων ἀμελεία, τὰ παρέκτειναν μὲν μαθητευσάντων, ὑστέρη δὲ ἀχαρισήσαντος Γεωργίου Κωνσταντίνου Ζαχορίτη, φημι τῷ Διξικοποιῷ. Ἡ τότε οἰκειότερον εἶπεν, ἢ πρὸς τὰς ὑποχίσεις αὐτῶν παράβασις, τὴν μὲν Ἀριθμητικὴν ἀτύπυτον κατέλιπον· τὰ δὲ τυπωθέντα τὸ πλεῖστον μέρος ἀδιόρθωτα ἐξέδωκαν· πολλῶν τῶν σφαλμάτων τῶν μὲν ἐξ ἀπειρίας τῶν τυποθετῶν εἰσρυσάντων· τῶν δὲ ἐξ ἀμελείας τῶν ἀντιγραφάντων ἐν τοῖς Βιβλίοις κειμένων, ὑπὸ δὲ τῶν διορθωτῶν τῶν τε, κακείνων παρερραδόντων. Ἡνία τοίνυν τὸν μακαρίτην ἐκεῖνον, τί δὲ καὶ ἐμελλε; καὶ μὴτ' ἐκείνον καμὲ τὰ ἐκείνου διαδεξάμενον, ἢ τε τῶν ἄλλων παραφθορά, καὶ ἡ τῆς Ἀριθμητικῆς ἀποτυχία, ὁρῶντας τῶν μαθητιῶντων τὴν πολλὴν, ἐργάζοντας μὲν πρὸς ἀπόκτησιν τῆς Ἐπιστήμης· ἀποκνέοντας δὲ πρὸς τὴν τῆς Βίβλου ἀντιγραφὴν. Ἀλλ' ἐμελλεν ἄρα τύποις ἐκδοθῆναι ταύτην φιλοτίμῳ δαπάνῃ τῷ Ἐκλαμπροτάτῳ καὶ Περιβλέπτῳ Κυρίῳ Κυρίῳ Σκαρλάτῳ Καλλιμάχῳ, τῷ ἤδη Μεγάλῳ καὶ Ἐπιφανεστάτῳ Διερχομένῳ κοσμηθῆναι τε τῷ πανεκλάμπρῳ αὐτῷ ἐνόματι, καὶ κοινῇ γενέσθαι τὴν τιμὴν ἰδίαν, καὶ εἰς φῶς ἐλθεῖν τὴν ἐν παραβύσῳ περ κειμένην, καὶ τοῖς πλείοσι ἀγνωστον ὑπάρχουσαν. Αἱ Μῆσαι τοιγαρὶν καὶ χάριτες, αἷς ταῦτα μίμηκε, πλεχέτωσαν τῶν τῶν ἐγκωμίων τὸν σέφανον, τῆς πρὸς τῆς Μωσοτρόφης εὐεργασίας ἕνεκεν, καὶ τὸν ἄνδρα σεβανύτωσαν. Οἱ δὲ τῶν τῶν τρέφοι τοὺς πρὸς αὐτὰς φίλτρον ἐκείνη ἐπαινεῖτωσαν· καὶ ἄλλοι ἐξ ἄλλων ἀλλοτε τῶν καλῶν, καὶ τῶν ἀρετῶν, αἷς κατὰ γλαῖσαι, ἐραριστάμεινοι ἀναζωγραφεῖτωσαν τὸν ἄνδρα οἰοῦντι τισὶν ἀνδρῶσι καὶ περικαλλέσι χρώμασι, καὶ πρὸς μίμησιν αὐτῶν καὶ ζῆλον τῆς ἀλλῆς διεγειρέτωσαν. Ἐμοὶ ἦν ἐδὲ ἢ βεβληθῶ, τὰ ἐκείνη καταλέγειν καλά, ἐφικτόν· ἔγω πολλοῖς πολλαχόθεν περισοιγίζεσθαι τοῖς καλοῖς. Οὐδ' ἦν δουθηθῶ τὰς ἐκείνη ἀρετὰς ἀριθμεῖν, βεβλητόν· ἔγω τὰς ἀλλῆς, ἀλλὰ τῇ τῇ μετρίότητι κοσμεῖται. Ταῦτ' ἄρα τὰ τοιαῦτα λέγειν παρὲς παρεγγυῶ τοῖς Φιλεπιστήμοσι, ἔχ' ἦντον δὲ καὶ τοῖς μὴ βελομένοις ἀπογεύεσθαι τῆς ἡδύτης τῶν Ἐπιστημῶν, οἷοι ἂν εἶεν οἱ ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις θηρολέκται, ὡς περ οἱ τῆς Πινελόπης Μνηστῆρες, ἐ τῇ Βασιλίδι ταύτῃ συγγινόμενοι, πολλὰ γὰρ καὶ ὄσι, ἀλλὰ τισὶ τῶν ἐκείνης Θεραπειδῶν. Οὕτω καὶ αὐτοὶ μόνῃ τῇ Γραμματικῇ προσομιλῶντες, τῇ Γραμματικῇ μόνῃ ἐναθρονοῦμενοι, καὶ τὰτο τὸ μέρος σοφοὶ εἶναι ἐθέλοντες τὸ ὑπερανεσθῆκος τῶν Ἐπιστημῶν ἐξευτελίζουσι. Δείλαιοι τῆς φαντασίας, καὶ ἄθλιοι τῆς οἰήσεως. Παρεγγυῶ δὲ τὸ τῆς Ἐπιστήμης χρῆσιμον σκέψασθαι, καὶ σκεψάμενος ὀρθῶς εἰς κτήσιν τῆς Βίβλου προθύμως ἀπιδεῖν. Οὐ μόνον ἦν ὅτι περὶ Ἀριθμητικῆς ἐν αὐτῇ ὁ λόγος, τῆς ἀρχηγικῆς τε τῶν Ἐπιστημῶν, καὶ ὑπερβεβηκείας, καὶ τὰς ἀρχὰς παρεχομένης Μυσικῆς τε καὶ Ἀρμονικῆς. Ἀλλ' ὅτι καὶ ἡ ἀκριβὴς τῶν Μεθόδων Ἐκθεσις τῶν τε Ἀκεραίων, καὶ Κλασματικῶν ἀριθμῶν, καὶ ἡ τῶν ὑποδειγμάτων σαφήνεια, καὶ ἡ τῆς ἐρμηνείας καθαρότης εὐχερέστεραν τοῖς μαθητιῶσι ἀπεργάζεται τὴν κατὰ λήψιν. Ἐὰν λέγω, ὅσα μὲν τῶν τῶν Μεθόδων Ἐκθεσίων περὶ Γεωμετρικῆς, καὶ Ἀστρονομικῆς Ψηφοφορίας ἐν τῷ Πρακτικῷ, καὶ ὅσα ἐν τῷ Θεωρητικῷ μέρει ὁ αἰμίμνος ἐκεῖνος ἀνὴρ ἐπραγματεύσατο, ἐκ τῶν Ἀρχαιοτέρων τὰ πλεῖστα ἐραριστάμενος. Ἀτὲ περὶ Ἀναλογιῶν, καὶ Εἰδῶν τῶν ἀριθμῶν, καὶ τῶν ἐν αὐτοῖς κρυπτομένων λόγων δισσάφκασεν. Ἐρῶσθε τοίνυν ὅσοι Φιλόμοσοι, καὶ ὅσοι Φιλεπιστήμοτες. Καὶ εἴ τις ἐκ τῆς Βίβλου ὄνησις τὴν χάριν ἴσῃ τῷ Σεφωτάτῳ Παλάνῳ τῷ μὴ πρὸς ἐπίδειξιν, ἢ κόμῳ συγγραφεμένῳ· ἀλλὰ πρὸς ἐπίδοσιν τῶν μαθητιῶντων. Τῷ τε Ἐπιφανεστάτῳ Σκαρλάτῳ τῷ μὴ διὰ κέρδος, ὡς οἱ πολλοὶ· ἀλλὰ διὰ τὴν τῶν Φιλομαθῶν ὠφελείαν, τὰ εἰς δαπάνην τὰ Τύπῳ χρῆσθαι δὲ χρημάσαντι.

ΕΠΙΓΡΑΜΜΑ ΗΡΩΕΛΕΓΕΓΟΝ ΕΠΙΤΥΜΒΙΟΝ.

Κατ' ἐρωταποκρίσιν .

Γῆ κρύπτει Παλαίον μέτρα σιῖο σαφῶς κατιδόντα,
Χέρσου, ἢ Πελαίγουσ πεύρατα ἀπλετα; ναί,
Κρύψης, εἰ τόδε σοι φίλον· ἀλλὰ Γεωγραφίην σύ,
Νῦν πάντως αἰδικαῖς, πῖδέ Γεωμετρίην .

-143801- A -143801-

Οἶδα δέμαί κρύπτειν· ἀρετὴν δέκων ἔποτε κρύψω·
Ζῆ ἐν Βίβλοις γάρ, κῆν θάνα οὐ Παλαίος .

Ἄλλο .

Πῶς μὲν ἀριθμεῖν δεῖξαι νῆ δία, ἔροχα πάντων·
Τίς δὲ ἀριθμὸς τῶν σῶν ἀγλαῶν μοι πόνων·
Οὐς ἔτλης, Μουσῶν τροφίμους κάλινα σοφίζων;
Εἰ μήκων σύ γε φῆς, ὅς πάνυ τίς ὀ ἀνέτλης .

-143801- A -143801-

Κοσμάς σοι ταῖδε Γ' οὐ πάτερ μυθίατο ἦς,
Θαυμάζων, ἂ θάμικ, πατρία προφρονέος .

Ἄλλο .

Ὡς ἐκ τῆς Βίβλου τῆ αὐτῆ .

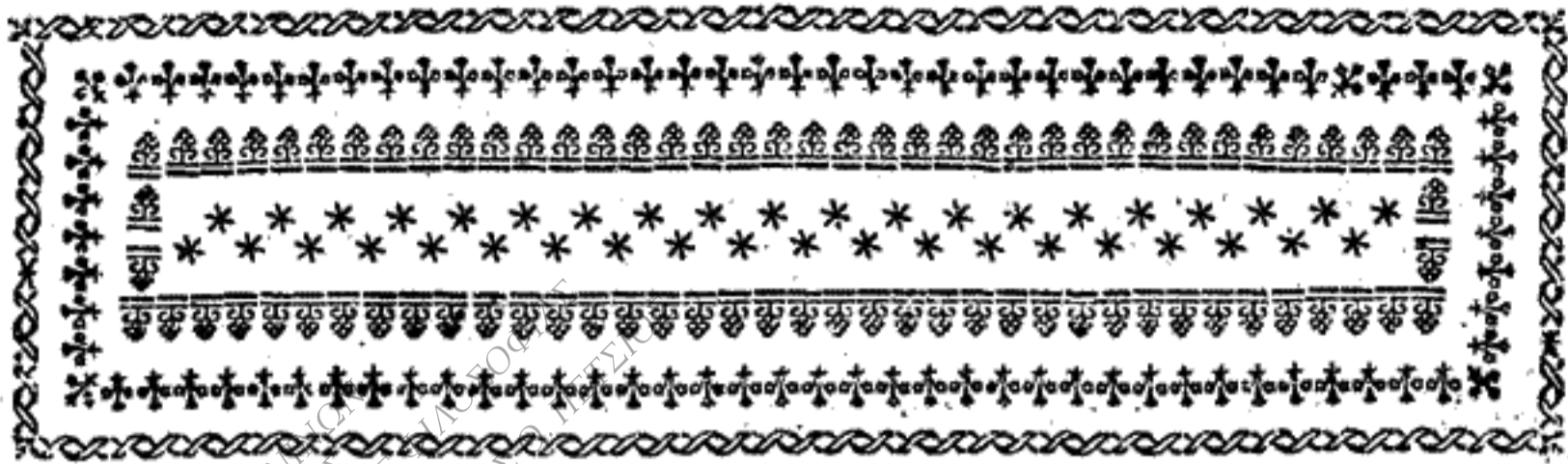
Σκαρλάτος ἐκδοτο νῦν με Τύποις, φεῦ, τὴν ἀπύσαν
Βενδεῖ τῆς λίθης, τῆ ἰδίῃ δαπάνῃ.
Τῶνα τῆ δὲ κλῆος ἐξ' ἀφθιτον ἡμασι πᾶσι
Εὐσεβίης τε πρόμφ, εὐγενίης τε γένφ .

Μιχαὴλ Γερός τῆ ἐκ Σιατίσης .

-143801- A -143801-

Μῆνη λαμπρόσσα ὄσπῃρα φάους γλυκεροῖο,
Φεσφόρον ἐμφαίνει κρᾶντορα αἰθαρίων.
Τρισσοφᾶς δὲ Βίβλος, (α) Φιλομέσοις Ἐλαῖδος ἄρη,
Τῶν γε Μαθηματικῶν, λαμπρόσσα γόνις.
Φετοδοτὴν ἐρεῖν εὐλκπτον, ὅς ἐκδοτο τίνδε
Μπαλαῖνον (β) οἶσι πόνις, φέρτατον ἐν σοφίῃ.
Ζῆς ἐκ λιπαβαντας, εἰ ὄλβιε πλείονας αἰθῆς
Ἡμετέρην γενετὴν, ἰδροσίην γανόων .

(α) Λιγίτταται τὴν εἰς τρεῖς Τέρμους, τῆς
Μαθηματικῆς Ὀδοῦ φεαίρεται .
(β) Ἐκπλασίωσται τὸ λ' ἐκ τῆς μήτρας .



ΣΤΥΝΟΠΤΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

Καθ' ἑκάτερα αὐτῆς τὰ μέρη, μετὰ πολλῆς τῆς ἀκριβείας κατασκευάσα
παρὰ τῷ σοφολογιωτάτῃ καὶ ἐπισημονικωτάτῃ κυρίῳ Μπαλαῦν Βασιλοπέ-
λῃ τῷ Πρωτοπαπᾷ καὶ Διδασκάλῃ τῆς πρώτης Σχολῆς Ἰωαννίνων.

Καὶ Πρῶτον περὶ τῷ πρακτικῷ αὐτῆς μέρους.



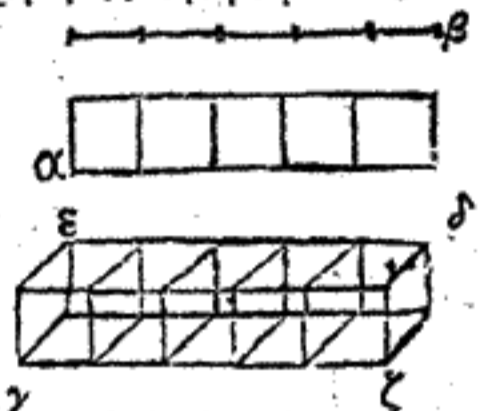
Τὸ μὲν δὴ ζητεῖν, εἰ ἐστὶν ἐν τοῖς οὐσίῃ, ἐπὶ τῶν καθ' αὐτὸ γνωρίμων, καὶ πᾶσι ὁμολογουμένων περιεργείας μᾶλλον, ἢ πολυμαθείας τεκμήριον. Διὸ κινταῦθα περὶ Ἀριθμητικῆς τὸν λόγον ποιήσασθαι, τοῦ Θεοῦ συναντιλαμβάνομεν, βουλόμενοι, ἵνα μὴ εἰς τὸ τῆς περιεργείας καταλιθίσωμεν ἔγκλημα, ὁμολογουμένως τὴν ταύτης ὑποτιθέμεθα ὑπαρξίν, ἢ ὡς ἀληθεύσαν ἢ δὴ ἀπεδέχμεθα. ἔδὲν γὰρ ἔτω τοῖς ἀνθρώποις γνωριμωτέρον τε ἅμα καὶ κοινότερον πᾶσι κειδέσθαι, ὡς τὸ τὰ ὄντα ἀριθμεῖν, ὅπως δὴ ποτὲν τὸτο ποιούσιν· οἱ πεπαιδευμένοι τὴν τῶν ἀριθμῶν ποσότητα ἴσασι καὶ ποικιλίαν, ἀλλὰ δὴ καὶ οἱ μηδὲ μίας ἐπισήμης ὅλως ἀψάμενοι, εἰδήμονές πως ἀμφοῖν τούτοις δοκᾶσι, καίπερ ἑκείνοι μὲν τεχνικώτερον, ἢ κρείττον εἶπεν, λογικώτερον, οὗτοι δ' ἀλόγως μᾶλλον ἢ ἀτέχως τὴν τῶν ἀριθμῶν ἐπισήμην πορίζονται. τὸ δὲ τί τὸνομα διλοὶ ἐρευσάν, ἐπὶ πᾶσι ἀναγκαῖον. τῆς γὰρ τὸ ὀνόματος σημασίας ἀγνωσμένης, καὶ τὸ εἰ ἐστὶ τὸ πρᾶγμα ἀμφιβόλως ἔχει παντὶ, ὅτι δὲ ἔδὲν τῷ τῆς Ἀριθμητικῆς ὀνόματος φανερώτερον ἐξ αὐτῷ τὸ πισὸν ἔχει. Ἀπὸ ἧδὲ τῷ ἀριθμῷ Ἀριθμητικὴ προσηγόρευται. Ἔστι τοίνυν ἡ Ἀριθμητικὴ Ἐπισήμη, ἕξις τις διανοητικὴ περὶ ἀριθμῶν καταγινόμενη πρὸς εὔρεσιν τῆς τῶν ἀριθμῶν ποσότητος καὶ παθῶν καθ' ἑαυτὴν τε καὶ πρὸς ἀλλήλους παραβαλλομένων, ἀπλῶς μὲν τῇ μαθηματικῇ Ἐπισήμῃ ὑπηρετῶσα, καὶ πᾶσι τοῖς ἐκείνης μέρισιν ἀναγκασιότατη ὑπάρχουσα, διὸ καὶ παθῶν τῶν ἀλλῶν μαθήσεων εἰς διδασκαλίαν προτίθεται, ὅτι δὲ καὶ ὠφελιμωτάτη, ἔχῃ ἥττον δὲ καὶ ἀναγκαῖα παντὶ ἀνθρώπῳ ἕσα διατελεῖ, μάρτυς ὁ Θεὸς Πλάτων, τὴν ἐν ἀνθρώποις φρόνησιν ἐξ αὐτῆς ἔτας ἀναβλαστάνουσαν ἐν τῷ τριῶν καὶ δεκάτῳ διαλόγῳ ἀποφαίνων τῷ νόμου, ὡς τῆς τῆς Ἀριθμητικῆς ὑπερήμενης Ἐπισήμης, μηδὲ τὸ φρονίμως εἶναι ἔχειν, διὰ τὸ ταύτης αἴτιον κατ' αὐτὸν ἐν τῷ ζ'. τῶν πολιτειῶν, μήτε πολιτείαν, μήτε οἰκείαν, μήτε εἰς στρατηγίαν συστῆναι δύνασθαι. διχῶς δὲ τῆς Ἀριθμητικῆς κοινότερον πᾶσι διαιρουμένης, εἰς τε τὸ θεωρητικὸν ταύτης μέρος καὶ πρακτικόν, ὧν τὸ μὲν τὴν τῶν ἀριθμῶν φύσιν πάθητε καὶ ἰδιώματα πολυπραγμονῶν ἀποδείκνυσι, τὸ δὲ τὴν τούτων χρῆσιν διὰ κατέων τιῶν, καὶ παραγγελμάτων διδάσκει, ὁ λόγος ἐνταῦθα περὶ τῷ πρακτικῷ ταύτης μέρους ἡμῖν ἴσαι. Καλεῖται δὲ τὸτο ὁ μῦθον τῷ κοινῷ ὀνόματι, προσιδιμῆτε καὶ τῷ ἰδικῷ, ὡς καὶ ἐπιγράφεται Ἀριθμητικὴ δηλονότι πρακτικὴ, ἀλλ' ἐπὶ καὶ λογιστικὴ λέγεται. παρὰ δὲ τοῖς ἀρχαίοις καὶ ψιφιστικὴ ἐκαλεῖτο· ἀριθμεῖν ἧδ' ἔτοι βεβλόμενοι, ψήφοις τισὶν ἐχρῶντο. Διακεκομμένη δὲ τὸ παρὸν μέρος εἰς δύο βιβλία, ἂν ἐν μὲν τῷ α'. περὶ τῶν στοιχείων, ἢ τ' ἐν εἰδῶν τῶν ἀριθμῶν, περὶ τε τῶν καλουμένων μεθέδων, καίτινων ἀριθμητικῶν προβλημάτων διαληφόμεθα, καὶ τήτων ἀπάντων ἐν ἀκαιρίοις τε καὶ ὀλοκλήροις ἀριθμοῖς. Ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ περὶ τῶν αὐτῶν ἔδ' ὄν ἀπάντων, ἐν κεκλασμένοις μὲν τοῖς ἀριθμοῖς; καίτιως κερματιζομένοις, περὶ τε ἐξαγωγῆς τῆς τετραγωνικῆς, καὶ κυβικῆς ρίζης, καὶ τελευταῖον περὶ Γεωμετρικῆς καὶ Ἀστρονομικῆς ψιφιστικῆς· περὶ ἧς ὁμοῦ μῦθοι ἔσονται ἐπι συγγραμμένην ἅμα τε καὶ σαφῆ τὰν περὶ πάντων ποιήσασθαι ἐρμησίαν.

ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α.

Τὶ ἐστὶν Ἀριθμὸς, ἢ περὶ τῶν εἰδῶν τούτου, εἴτ' ἐν σοιχείων.

Ἀριθμὸς μὲν ἔν ἐστὶ πλῆθος ἀρισμέτων, ἢ σύστημα μονάδων. Τῶν δὲ ἀριθμῶν οἱ μὲν εἰσὶν ἀκέραιοι, οἱ ὀλόκληρόν τινα, ἢ ἀκέραιον παρεμφαίγοντες ποσότητες, περὶ ὧν ἑτάχθη ἑρῶμιν. οἱ δὲ κερματισμένοι ἢ γὰρ κεκλασμένοι, οἱ κεκλασμένην τιὰ ποσότητα, ἢ μέρος, ἢ μέρη μονάδος παρισῶντες, περὶ ὧν ἐν τῷ β. λαμβάνονται δὲ οἱ ἀριθμοὶ παρὰ τοῖς Μαθηματικοῖς ἢ ὡς απλαί τινες γραμμαί, ἢ ὡς ἐπίπεδα, οἷον ἐστὶ τὸ α β, ἢ ὡς στερεὰ οἷον τὸ ε ζ, καὶ τῶν μὲν ὡς γραμμῶν λαμβανομένων, καὶ τὰς μονάδας ὡς γραμμάς ἐνοουσι, τῶν ἐπιπέδων δὲ ὡς τετραγῶνα, καὶ τῶν στερεῶν ὡς κύβες. Στοιχεῖα δὲ ἀριθμῶν, ἢ καὶ εἶδη τισὶ προσηγορευται, ταῦτα εἰσὶν, Ἀρίθμησις, Συναψις, Ἀφαίρεσις, Πολλαπλασίασις, καὶ Διαίρεσις. Τινὲς δὲ μὴ συγκαταλέγοντες τοῖς λοιποῖς τοῦ ἀριθμοῦ εἶδουσι τὴν ἀρίθμησιν, τέτταρα εἶναι τὰ πάντα ἐθέλουσι, περὶ ὧν ἐπιζῆς διαληφόμεθα, ἀπὸ τῶν ἀπλουτέρων τε καὶ ἀρχαιότερων ἀρχόμενοι, καὶ πρῶτον ἀπὸ τῆς Ἀριθμήσεως.



ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β.

Περὶ τῆς Ἀριθμήσεως τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν.

Ἀρίθμησις μὲν ἔν ἐστὶν ἡ τῆς ποσότητος ἐκάστου ἀριθμῶν, κατὰ τὴν τῶν ἐν αὐτῷ χαρακτήρων ἰχύν, γῶσις. ἐπεὶ δὲ καὶ οἱ ἀριθμοὶ ἐν ἐκάσῃ διαλέκτῳ ἰδίους τισὶ σημειῖνται χαρακτήροι, πολλακίς δὲ καὶ ἀλλοτρίοις διὰ τὸ τυχερώτερον, ἀνάγκη παντὶ τῷ βουλομένῳ ἀπαρλογίως τε καὶ εὐμαρῶς τὰ οὗτα ἀριθμῶν, καὶ τὴν τε τυχόντος ἀριθμῶν εἶδειναι ποσότητα, τοὺς συνηθετέρους τῶν ἀριθμῶν προγινώσκων χαρακτήρας· πολυειδῶν ἔν ὄντων τῶν χαρακτήρων, οἷς Ἕλληνας χρῶνται, ὡς ἐν τῷ τέλει τῆ παρόντος ὀφόμεθα, οἱ συνηθέτεροι ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις δέκα οἱ πάντες εἰσὶν, ὡδ' ὡς γραφόμενοι 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Εἴτε παρ' Ἰταλοῖς, εἴτε παρ' Ἰνδοῖς, εἴτε παρ' ἄλλοις τισὶ τὴν ἀρχὴν ἐφεύρηται, ὧν οἱ μὲν ἐντέα σημαντικοὶ εἰσὶ, τὸ πρῶτον ἀριστερόθεν τὴν μονάδα παρισῶντος, τὸ δευτέρου τὴν δυάδα, τὸ τρίτου τὴν τριάδα, καὶ τῶν λοιπῶν ἐκάστου ἄλλην τιὰ παρονομασίαν μέχρι τῆ ἐνιάτης παρεμφαίγοντος, καὶ μονάδι τὴν πρὸ αὐτῆ ὑπερέχοντος, ὁ δέκατος δὲ καθ' ἑαυτὸν μὲν λαμβανόμενος, καὶ μονάδων ἑδέν τι σημαίνει, διὸ καὶ τζίφρα κατ' Ἰνδοῖς, ἢ γύλλα κατὰ Λατίνους, ἢτοι ἑδέν, ἢ ἑτέρας τι τοιαῦτον καλεῖται. προστιθέμενος δὲ καὶ συναπτόμενος τοῖς λοιποῖς αὐξῆναι τὴν τάτων ποσότητα, ὡσπερ καὶ ἀφαιρούμενος ἐλαττοῖ. Τεσσαῖτοι μὲν δὴ τῷ πλῆθει, καὶ ἕτωσι γραφόμενοι οἱ συνηθέτεροι τῶν ἀριθμῶν πάντες εὐρίσκονται χαρακτήρες, δύναται δὲ τάτων ἐκάστος τὴν αὐτὴν φυλάττειν σημασίαν μὴ καὶ τὴν αὐτὴν ποσότητα παρισῶν. ἀπὸ μονάδος ἢ τῆς τῶν ἀριθμῶν τάξιος ἀρχομένης, καὶ βαθμῶν ἀυξομένης, ὡς κατωτέρω δηλωθήσεται, ἐάντις τῶν ἐντέα τάτων χαρακτήρων ἐπὶ τῷ πρῶτῳ ἢ βαθμοῦ, μονάδων ἔσαι σημαντικός, ἐάν δὲ ἐπὶ τῷ δευτέρῳ, δεκάδων, ἐάν δὲ ἐπὶ τῷ τρίτῳ εκατοντάδων καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως. εἰσὶ δὲ ἀριθμητικοὶ βαθμοὶ δυοκαίδεκα, καὶ ὅτι ἀδύνατον περαιτέρω προβαίνειν, ἀλλ' ὅτι μέχρι τούτων εἰώθασιν οἱ περὶ ταῦτα δεινοὶ ἀναβιβάζειν τὴν τῶν ἀριθμῶν ποσότητα, καὶ ὁ μὲν πρῶτος ἐξέχον τῆς μονάδος μόνος χώρην ἐπέχει, ὁ δὲ μετ' αὐτὸν δευτέρος τῆς δεκάδος μόνος, καὶ ὁ τρίτος τῆς εκατοντάδος μόνος, ὁ τέταρτος δὲ τὴν μονάδα τῆς χιλιάδος σημαίνει, ὁ πέμπτος τὴν δεκάδα, καὶ ὁ ἕκτος τὴν εκατοντάδα, ὁ ἑβδομος δὲ τὴν μονάδα τῆς μυριάδος, ὁ ὄγδος τὴν δεκάδα τῆ αὐτῆ, καὶ ὁ ἕνατος τὴν εκατοντάδα, ὁ δέκατος δὲ αὐτῆς τῆς χιλιάδος τῆς μυριάδος, ὁ ἐνδέκατος τὴν δεκάδα τῶν αὐτῶν, καὶ ὁ δωδέκατος τὴν εκατοντάδα ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος καθοράται χήματος.

Ὅς τις οὖν ἦδη τῶν ἐνεία τάτων χαρακτήρων τῶν ἀριθμῶν ἐπίτινος τῶν ὑπὸ τὸ α. συσχημάτων τύχη βαθμῶν, μονάδα σημαίνει, ὁ μὲν πρῶτος μίαν, ὁ δὲ δεύτερος δύο, ὁ δὲ τρίτος τρεῖς, καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστος καὶ τὴν ἰδίαν σημασίαν, ὡς ἐπὶ τῶ πρώτῃ βαθμῇ ἕκαστος τῶν χαρακτήρων τὴν αὐτὴν σημασίαν τε καὶ ποσότητα τηρεῖ. ὅταν δὲ ἐπίτινος τῶν ὑπὸ τὸ β ἢ γ, ὁ χαρακτήρ δεκάδα σημαίνει, μίαν μὲν ὁ α, δύο δὲ ὁ β, καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστος ἀναλόγως, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς μονάδος. ὅταν δὲ ἐπίτινος τῶν ὑπὸ τὸ γ εὐρεθῆ, ἑκατοντάδων γίνεται σημαντικός. μονάδος δὲ χιλιάδος, ἐπειδὴν ἐπίτινος τῶν ὑπὸ τὸ δ βαθμῶν εἶναι, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως. ὡς ὁ ἐπίτινος τῶν ὑπὸ τὸ β, ἢ γ, ἢ δ καὶ λοιπῶν συσχημάτων εὐρισκόμενος χαρακτήρ τηρεῖ μὲν τὴν αὐτὴν σημασίαν, ἢ καὶ καθ' ἑαυτὸν λαμβανόμενος ἔλαχεν ἔχων, καὶ φυλάττει δὲ καὶ τὴν αὐτὴν ποσότητα. οἷον κείσθωσαν βαθμίδος τρεῖς χαρακτῆρες τῆς αὐτῆς ὄντος παρονομασίας ὡς οἱ α β γ. (333. α β γ.) τῶν ἕκαστος ἐν τὴν αὐτὴν μὲν σημασίαν τηρεῖ, ἐπεὶ δὲ ὁ μὲν γ τὴν πρώτην τῶν βαθμῶν χώραν ἔχει, μονάδας τρεῖς σημαίνει, ὁ δὲ β δεύτερος ἂν τῆ τάξει τῶ γ δεκάδας παρίσκει τρεῖς, ὡσπερ καὶ ὁ α τρίτος ὑπάρχων ἑκατοντάδας τρεῖς ἐμφαίνει. φανερόν δὲ ὅτι ὁ μὲν ὑπὸ τὸ α χαρακτήρ τῶν τριακῶσια παρίσκει ἀριθμῶν, ὁ δὲ ὑπὸ τὸ β τῶν τριακῶντα καὶ ὁ ὑπὸ τὸ γ τῶν τρία, ὁ δὲ ὅλος α β γ τριακῶσιων τριακῶντα καὶ τριῶν μονάδων ἐστὶ σημαντικός.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| α | β | γ | δ | ε | ζ | η | θ | κ | λ | μ | ν | ι | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 0 | |
| | | | | | | | | | | | | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. | ἐκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν. |

Πόρισμα.

Φανερόν τοίνυν ἐκ τῶν εἰρημέτων, ὅτι οἱ δι' ἐνός χαρακτήρος παριστάμενοι ἀριθμοὶ μοναδικοὶ εἰσὶ, δεκαδικοὶ δὲ οἱ διὰ δύο, καὶ ἑκατοστοὶ οἱ διὰ τριῶν, οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων, ἐνός γάρ χαρακτήρος πλειονάζοντος βαθμῶν ἐν ἀνεσι καὶ ἢ ποσότης.

Ἀποσημείωσις.

Ἰστίον δ' ὅτι τινὲς τοὺς δυσκαίδεκα τούτους βαθμῆς εἰς τέσσαρα διαιροῦσι, σίζοντις ἀπὸ τρεῖς, ἢ ὑποδιασολῇ διασέλλοντες οὕτως, 132, 547, 608, 935, καὶ ταῦτ' ἐπὶ μὲν διὰ τὸ ἀσύγχυτον. Τῶ δὲ χάριν οἱ τῶν ἀριθμῶν βαθμοὶ δεξιόθεν ἀρχόμενοι ἐπὶ τὰ ἀριστερά χωροῦσιν, ὅπουγε ἡμεῖς τὴναντίον ποιῶμεν γράφοντες καὶ ἀναγινώσκοντες ἐθέλοντες, ὡσπερ καὶ Ἴταλοὶ καὶ ἄλλα τινὰ ἔθνη, ἢ ὅτι παρ' Ἑβραίοις τὸ πρῶτον, ἢ ἄλλοις τισὶν Ἀνατολικοῖς ἔθνεσι εὐριται ἢ Ἀριθμητικὴ ἐκ τῶν δεξιῶν ἐπὶ τὰ ἀριστερά εἰσάγουσι γράφοντες καὶ ἀναγινώσκοντες. κατὰ δὲ τὸν Πρόκλον, παρὰ τοῖς Φοίνιξιν ἢ ἀκριβῆς τῶν ἀριθμῶν γνώσις ἔλαβε τὴν ἀρχὴν. Διὸ δὲ καὶ ἡμεῖς ἵνα τὴν ἰχὺν ἕκαστου τῶν διὰ πλειόνων γραφομένων χαρακτήρων γνῶμεν, δεξιόθεν ἀρχόμενοι ἐπὶ τὰ ἀριστερά προβαίνομεν τῆς βαθμῆς ἀνακρίνοντες, γράφοντες δὲ ἢ ἀναγινώσκοντες τὴναντίον ποιῶμεν. ἀρχόμενοι γάρ ἐκ τῶν ἀριστερῶν μερῶν ἐπὶ τὰ δεξιὰ πορευόμεθα, οἷον κείσθω εἰς ὑπόδειγμα ὁ παρῶν ἀριθμὸς ἐξ τισὶ χαρακτήρων συγκείμενος 364, 578, τῶν τοίνυν βουλόμενοι τὴν ἰχὺν γνῶναι, καὶ τίνων ἕκαστος τῶν αὐτῶν χαρακτήρων σημαντικός ἐστὶ μαθεῖν, μονάδων φέρει εἶπειν, ἢ δεκάδων, ἢ ἑκατοντάδων, ἢ ἄλλων τινῶν προσήγοριῶν, ἀρχόμεθα ἀπὸ τῆ 8: τῶν δὲ τὴν πρώτην χώραν ἐπέχοτος, καὶ μονάδας παρὰ τοῦτο παριστώντος, ὁ μετὰ αὐτὸν πάντως δεκάδων ἐστὶ σημαντικός, καὶ ὁ μετ' ἐκείνον ἑκατοντάδων, ὡς καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστος ἰδίᾳ τινὸς ἐτυχὲ παρονομασίας κατὰ τὰ προεξημένα. γράφειν δὲ ἢ ἀναγιῶναι τοῦτον βουλόμενοι τὸν ἀριθμὸν ἀπὸ τοῦ τρία ἀρχόμεθα. Καὶ ταῦτα μὲν ἵκανὰ εἰς ἀτάπτωξιν τῶ τρόπῳ τῆς ἀριθμώσεως. εὐμκρέσατα γάρ ἐκ τούτων δυνήσεται ἕκαστος γράφοντες καὶ ἀναγιῶναι τὸν ὄντιναι προβαλλόμενον ἀριθμὸν, ἢ ἐπιγιῶναι τὴν τῶ προκειμένῳ ἰχὺν καὶ ποσότητα.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ.

Περί Συναψέως.

Η Συναψις ἥτις καὶ Πρόσθεσις προσαγορεύεται, συλλογὴ ἐστὶ τ' οὐλάχισον δύο ἀριθμῶν ἐν μιᾷ ποσότητι καὶ οἱ μὲν προκείμενοι ἀριθμοὶ, προβαλλόμενοι ἢ διδόμενοι καλῶνται, ὁ δὲ ἐξ αὐτῶν συλλεγόμενος, συναγόμενος, ἢ συμποσούμενος. τῷ τοίνυν βούλομένῳ δύο ἢ καὶ πλείονας συναπτῆν ἀριθμοὺς εἰς ἓνα, φυλακτέον ἀκριβῶς ταυτί. Πρῶτον τὸ τοὺς προβαλλομένους ἀριθμοὺς ὑπαλλήλως γράφειν. Δεύτερον τὸ τὰς μὲν μονάδας ἐκάστου ταῖς τοῦ πρό αὐτοῦ μονάσι συσσοχεῖν καὶ βάθος, τὰς δεκάδας δὲ ταῖς δεκάσι, καὶ τὰς ἑκατοντάδας ταῖς ἑκατοντάσι, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως τὰς αὐτὰς προσηγορίας ταῖς αὐταῖς. Εἰδέτις ὑπερέχων ἢ τῶν λοιπῶν ἀριθμῶν τῶν τῶν χαρακτήρων πληθεὶ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ὑπερεκτεινίσθω τῶν ἄλλων πῶς ἐκπίπτων. τέταν γὰρ οὕτω κειμένων ἐξῆσαι αὐτῷ ὑγιᾶς πάντας τοὺς προβαλλομένους ἀριθμοὺς εἰς ἓνα τινὰ ἰσοδυναμῆντα αὐτοῖς ἀγαγεῖν, ὡς ἐν τοῖς ἐξῆς διλωθήσεται. Ἀρχόμενον δὲ τῆς συναψέως δεξιόθεν δεῖ ἐπὶ τὰ ἀριστερὰ προβαίνειν. καὶ πρῶτον μὲν τὰς μονάδας ἀπάσας εἰς ἓνα συναπτέτω ἀριθμὸν ἀπὸ τῆς ἐσχάτης μέχρι τῆς πρώτης καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν συμποσούμενον εἴαν μὲν ἐλάττων δεκαδικῷ ἢ ἀριθμῷ, τετάχθω ὑπὸ τὰς μονάδας, εἴαν δὲ μείζον· ὁ δεκαδικὸς μὲν φυλακτίσθω ἀριθμῶς· ἀδύνατον γὰρ ὑπὸ τὰς μονάδας δεκάδας τετάχθαι, τὸ δὲ λοιπὸν γραφήτω ὁμοίως ὑπὸ τὰς μονάδας· εἴαν δὲ τελευταῖος οὐδ' ὑπερίχει ἔτε μὲν ἐλλείπει, ἀλλ' ἐξισούται τινὶ τῶν δεκαδικῶν ἀριθμῶν, τῆνικαῦτα φυλακτίσθω μὲν τὸ συμποσούμενον, ὑπὸ δὲ τὰς μονάδας γραφήτω τζίφρα, συναπτομένων δὲ καὶ τῶν δεκάδων εἰς ἓνα ἀριθμὸν καθὰ καὶ αἰμογάδες, προσεθήτω τῷ ἐξ αὐτῶν συμποσούμενῳ ὁ φυλακτόμενος ἀριθμῶς, ὁ δὲ γενόμενος ἔκτετε συμποσούμενον καὶ τῷ προσιδεμένῳ εἴαν μὲν ἐλάττω ἢ ἑκατοσού ἀριθμοῦ γραφήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὑπερέχων δὲ φυλακτίσθω μὲν ὁ ἑκατοσός ἀριθμῶς τὸ δὲ λοιπὸν γραφήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας. Τοῦτο γινέσθω ἀναλόγως καὶ ἐπὶ τῶν ἑκατοντάδων χιλιάδων δεκάδων χιλιάδων καὶ λοιπῶν τῶν βαθμῶν προσηγοριῶν, καὶ συναχθήσονται δὴπουθεν πάντες οἱ προκείμενοι ἀριθμοὶ, εἰς ἓνα ἰσοδυναμῆντα αὐτοῖς. οἷον κείθωσαν ἐπὶ παραδείγματος οἱ ἀ β γ δ ε' ἀριθμοὶ καὶ ζητηθῆτω ὁ ἐκ τούτων συμποσούμενος· ἀρχόμενος τοίνυν ἀπὸ τοῦ ε' ἀνάβαινε ἐπὶ τὸ α' λέγων, ὁ 3· καὶ μονὰς ποιῶσι παραδ: α.
 τὸν τέσσαρα, ὁ τέσσαρα δὲ μζ' τοῦ δύο τὸν ἕξ, ὁ ἕξ δὲ καὶ ὀκτώ τὸν ιβ'. οὐ 2 4 5 : α.
 τος δὲ μζ' τῷ 5 τὸν ιθ'· ἐπὶ οὖν ὁ ιθ'· ὑπερίχει τοῦ δέκα, φυλακτίσθω 4 6 0 8 : β.
 μὲν ὁ ιθ'· ὁ δὲ 9· γραφήτω ὑπὸ τὰς μονάδας. μεταβαίνων δὲ ἐπὶ τὰς δεκάδας, 1 3 7 2 : γ.
 εἰπέ πάλιν, ὁ 3· καὶ ὁ 2· ποιῶσι τὸν 5· ὁ 5· καὶ 7· τὸν ιβ'· οἱ ιβ' δὲ καὶ ὁ 4· τὸν 5 8 2 1 : δ.
 ιβ'· ἢ γὰρ τζίφρα ἀσήμαντος οὕσα καθ' ἑαυτὴν καταλιμπάγεται. ἐπεὶ δὲ τῷ 7 4 3 3 : ε.
 ἐκ τῶν μονάδων ἀφῆρηται δεκάς μία, προσεθήτω δὴ τῷ ιβ'· μονὰς, δέκα καὶ 1 9 4 7 9 : ζ.
 μονάδες ἐξισῶνται μιᾷ δεκάδι, καὶ γενήσεται ὁ 17· ἐπεὶ δὲ πάλιν καὶ ὁ ἀριθ-
 μὸς ἔτος ὑπερίχει τὸν δεκαδικὸν ἀριθμὸν ἐπτὰ μονάσι, φυλακτίσθωσαν μὲν αἱ δέκα δεκάδες ἀν-
 τὶ μιᾶς ἑκατοντάδος, γραφήτωσαν δὲ ὑπὸ τὰς δεκάδας τῶν προκειμένων ἀριθμῶν ὁ 7· συναπτομέ-
 των δὲ καὶ τῶν ἑκατοντάδων προσεθήτω τῷ ἐξ αὐτῶν μονάς· αἱ δέκα γὰρ φυλακτόμεναι δεκάδες μιᾷ
 ἰσοδυναμῶσιν ἑκατοντάδι, καὶ γενήσεται ὁ 24· τούτῃ ἀφῆρηθῶ ὁ 2· ὁ τὰς 20 σημαίνων διηκοσῶτι ἑκα-
 τοντάδας καὶ γραφήτω ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας τῶν προκειμένων ὁ 4· συναπτομένων δὲ καὶ τῶν χιλιάδων
 προσεθήτω ὁ 2· τῷ ἐξ αὐτῶν, 20· γὰρ ἑκατοντάδες δύοσιν ἰσοδυναμῶσι χιλιάσι, καὶ γενήσεται
 ὁ 19· τούτῃ δὴ ὁ μὲν 9· χαρακτήρ γραφήτω ὑπὸ τὰς χιλιάδας τῶν προκειμένων ἀριθμῶν, ἢ δὲ
 μονὰς μετ' αὐτὸν πρὸς τὰ ἀριστερὰ καὶ γενήσεται ὁ ζ'· ἀριθμὸς ὅστινα λέγω ἰσοδυναμῶν τοῖς ἀ β
 γ δ ε' ἀριθμοῖς ὁμοῦ λαμβανομένοις.

Δείκνυται.

Ο συμποσούμενος τοίνυν ἐκ τῶν προκειμένων ἀριθμῶν τότε πάντως γε ἴσος ἔσται τοῖς αὐτοῖς, ἐπειδὴν τοσαύτας, μονάδας, δεκάδας, ἑκατοντάδας καὶ τὰς λοιπὰς τῶν βαθμῶν περιέχει προσηγορίας ὅσαι κακῆνοι περιέχουσιν, ἀλλ'· καὶ ὁ ζ'. τοσαύτας μονάδας, δεκάδας, ἑκατοντάδας καὶ χιλιάδας περιέχει ὅσαι εἰσὶν ἐν τοῖς ἀ β γ δ ε' ἀριθμοῖς. ἀρα καὶ τὰ ἐξῆς· ἢ μείζων ὁμολογουμένη ἢ ἐλάττω σαφῆς ἐκ τῆς πράξεως, συνημμένων γὰρ τῶν μονάδων ὁ 19 συνῆσθαι ἀριθμῶς, διὸ ἐπὶ τῷ ζ' τάττεται μὲν ὁ 9 ἐν χώρᾳ μονάδων, ἢ δεκάς δὲ φυλάττεται. ταύτης δὲ προσιδεμένης τῷ ἐκτῶν δεκάδων γίνεται ὁ 17· διὸ τάττεται μὲν ἐν χώρᾳ δεκάδων ὁ 7· ἢ δὲ ἑκατοντάς φυλάττεται. ἢς τίνος προσιδεμένης τῷ ἐκ τῶν ἑκατοντάδων γίνεται ὁ 24· οὐδ' ὁ μὲν 4· χαρακτήρ γραφίται ὑπὸ τὰς

τὰς ἑκατοστάδας, ὁ δὲ 2: φυλαττόμενος προσίδεται τῷ ἐκ τῶν χιλιάδων καὶ γίνεται ὁ 19: οὗ ὁ μὲν 9: ὑπὸ τὰς χιλιάδας τάττεται, ἢ δὲ μορῆς εἰς ἀνώτερον βᾶδμον, τουτέστι τὸν τῆς δεκάδος τῶν χιλιάδων. Εἰς τραγωδίαν δὲ τοῦ λόγου ἀπέπτυξιν κείσθωσαν καὶ ἕτεροι ἀριθμοὶ ἀλλήλοις συναπτόμενοι, οἷτε ἢ θ' κ' λ', ἐξ ὧν ὁ μ': καὶ οἱ ν' ξ' ο': ἐξ ὧν ὁ π'. φανερόν δὴ ἐκ τούτων ὅτι ἐπὶ μὲν τοῦ α'. παρδείγματα τὸ ἐκ τῶν μονάδων, δεκάδων, ἑκατοντάδων, καὶ λοιπῶν προσηγοριῶν συμποσούμενον πλήθος ὑπερέχει, τὲ δεκαδικῷ, ἑκατοστοῦ, καὶ τὲ κατὰ τὰς ἄλλας προσηγορίας ἀναλόγως παρονομαζομένου ἀριθμοῦ, ἐπὶ δὲ τῷ β'. ἐξισούται, καὶ ἐπὶ τοῦ γ'. ἐλλείπει. ἢ πράξις δ' ἐπὶ πάντων ἢ αὐτῇ.

Τῷ αὐτῇ ἐφόδῳ χρώμενος δυνήσῃ πάντας τὰς προβαλλομένας ἀριθμῆς εἰς ἓνα εὐχερῶς συναγαγεῖν. ἵνα δ' ἔχῃς, ἐπειδὴν τῆς ἀπάτη συμβῆ, καὶ ταύτην ἐπιυρίσκῃ, σημειώσῃ ἢ δὴ ἐφεξῆς καὶ ὁ τρόπος καθ' ὃν τὸ ἀκριβὲς τῆς συναΐφως βασανίζεται, καὶ τὸ ἡμικτημένον ἐν αὐτῇ ἐπανορθῆται.

Βάσανος καὶ δοκιμὴ τῆς Συναΐφως.

Τριχῶς εἰδεχεται τῆς τῆς συναΐφως γίνεσθαι βάσανον· α'. δι' ἐπαναλήφως, καὶ β'. δι' ἀφαιρέσεως, καὶ γ'. δι' ἀποβολῆς ἀριθμῆ, καὶ δι' ἐπαναλήφως μὲν πρῶτα ἢ πράξις γίνεται ἐκ β' καὶ γ', εἴαν δὲ ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς εὐρεθῆ αἰεὶ συμποσούμενος ἀληθῆς ἔσαι ἢ πράξις, δι' ἀφαιρέσεως δὲ ὅτε σημειωθέντος ἑνὸς τῶν προκειμένων ἀριθμῶν ὁ ἐκ τῶν λοιπῶν ἀφαιρεθῆ ἀπὸ τῶ ἐκ τῶν πάντων γενομένων. εἴαν δὲ καὶ τότε τὸ ἐναπολειφθὲν ἴσον ἢ τῷ σημειωθέντι ἀριθμῷ, ὕγιῆς ἔσαι ἢ πράξις. δι' ἀποβολῆς δὲ ὅτε ὁ ἑνὴς ἀποβάλλεται ἀπὸ τῶν προκειμένων ἀριθμῶν καὶ τοῦ γινόμενου, ἵνα γὰρ καὶ τότε τὸ ἐκατέρωθεν ἐναπολειφθὲν ἴσον ἢ φανερόν ὅτι ἕδεμία ἀπάτη τῇ πράξει συνέβη. κείδω δὲ εἰς ἔρευναν τὸ α'. ὑπόδειγμα, καὶ μὲν δι' ἐπαναλήφως σοι βουλευτὸν γερῆσαι τὴν δοκιμῆν, συναΐφον αὐδὲς τὰς μονάδας, δεκάδας, ἑκατοντάδας, καθ' ὃν προηρμήνευται τρόπος. Εἰ γὰρ ἢ πράξις ὕγιῆς γέγνε προτέρον ὁ αὐτὸς πάντως εὐρεθήσεται πάλιν καὶ πάλιν συμποσούμενος ἀνευ τινὸς μετατροπῆς ἢ ἀλλοιώσεως τῶν αὐτοῦ χαρακτήρων, εἰ δὲ δι' ἀφαιρέσεως σημειωθέντων εἰς τῶν προκειμένων ἀριθμῶν, φερ' εἰπῶν ὁ α': καὶ συναφθῆναισαν οἱ λοιποὶ β' γ' δ' ε' εἰς ἓνα τὸν η': ἢ τινος ἀφαιρέσῃ ἀπὸ τοῦ ζ': εἴαν ὁ θ' ἐναπολειπόμενος ἴσος ἢ τῷ σημειωθέντι α': ὕγιῆς ἔσαι ἢ πράξις. εἰ δ' αὖ σοι τελευταῖον δι' ἀποβολῆς δόξῃ γίνεσθαι τὴν βάσανον, ἀφίλε πάντας τὰς ἑνὴς ἀριθμῆς ἀπὸ τῶν α' β' γ' δ' ε' ἀριθμῶν, οὕτως ποιῶν, ἀρχόμενος ἀπὸ τῶ 3: τῶ ἐν ταῖς μονάσιν, εἰπὲ ὁ 3: μῆ τῆς πρᾶ αὐτοῦ μονάδος ποιεῖ τὸν 4: ὁ 4: μῆ τοῦ δύο τὸν 5: ὁ 5: μῆ τοῦ 3: τὸν 14: μείζονα ὄντα πρῶτως τῷ 9: διὸ ἀφίλε ἀπ' αὐτῶ τὸν 9: ἀπαξ, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 5: ὅς τις μετὰ τῷ πέντε τῷ ἐν ταῖς μονάσιν ποιεῖ τὸν 10: ἀφίλε καὶ ἀπὸ τούτου τὸν 9: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται μονάς, ἢ δὲ μονάς μετὰ τοῦ 3: τοῦ ἐν ταῖς δεκάσιν ποιεῖ τὸν 4: ὁ δὲ 4: μῆ τοῦ 2: τὸν 6: καὶ ὁ 6: μῆ τοῦ 7: τὸν 13: ἀφίλε καὶ ἀπὸ τῶ 13: τὸν 9: καὶ ἐναπολειφθῆσεται ὁ 4: τοῦτο ποιεῖ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν χαρακτήρων, καὶ μὲν ἐναπολειφθῆ τί, ὡς ἦδη ὁ 3: σημειωθέντων ἐπάτω τῆς κ'. γραμμῆς ὁ 3: ἀριθμὸς, μηδενὸς δὲ ἐναπολειπομένης σημειούσθω τζίφρα, τούτου δὲ γενομένης ἀφίλε τὸν 9: καὶ ἀπὸ τῶ ζ': ἀριθμοῦ λέγων ἔτω, ὁ 7: μῆ τῶ 4: ὁ γὰρ 9: ὁ α'. ἐν τοῖς δεξιοῖς ἐγκαταλείπεται, ποιεῖ τὸν 11: ἀπὸ τούτου δὲ ἀφαιρουμένου τοῦ 9: ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 2: ὁ δὲ 2: μῆ τῆς μονάδος, ὁ γὰρ 9: αὐδὲς παροράται, ποιεῖ τὸν 3: σημειωθέντων ὁ 3: ὑπὸ τῆς κ'. γραμμῆς, καὶ ἐπεὶ ἴσος ἐστὶ τῷ ἐναπολειφθέντι ἀπὸ τῶν α' β' γ' δ' ε': προκειμένων ἀριθμῶν, φανερόν ὅτι αἰεὶ τινὸς ἀπάτης ἢ πράξις γέγονε.

Ὅτι μὲν ἐν ἢ διὰ τῶν τρόπων τούτων βάσανός τε καὶ δοκιμὴ τῆς συναΐφως ἀκριβῆς ἐστὶ, καὶ μετὰ λόγου τινὸς γινόμενῃ δῆλογ. ὁ μὲν γὰρ πρῶτος, ἀφ' ἑαυτοῦ τὸ πισὸν ἔχει, ὁ δὲ δεῦτερος, καὶ τρίτος, τῷ εἶν ἐκ τῶν ἴσων ἴσα ἀφίλης, τὰ ἐγκαταλείπόμενα εἰς ἴσα ἐπερείδεται ἀξιώματι. ἐπεὶ γὰρ ὁ ζ': συμποσούμενος ἐστὶν ἐκ τῶν α' β' γ' δ' ε': προκειμένων ἀριθμῶν, ὁ δὲ ἢ: ἐκ τῶν β' γ' δ' ε', ὁ ζ' πάντως γὰ ἴσος ἐστὶ τοῖς α' β' γ' δ' ε': καὶ ὁ η': τοῖς β' γ' δ' ε' κατὰ τὰ προηρμήνευται. ἀφαιρουμένων δὲ τῶν β' γ' δ' ε' ἀπὸ τῶν α' β' γ' δ' ε', τῶ δὲ η': ἀπὸ τῶ ζ': εἴαν ἢ πράξις ὕγιῆς ἢ, οἱ ἐγκαταλείπόμενοι α' δ' ἀριθμοὶ ἴσοι ἐσονται. Τῆτ' αὐτὸ συμβαίνει κατὰ τῆς ἀποβολῆς τῶ 9: τῶ δὲ χάριν καὶ ἐκ τῆς ποσότητος τῶν ἀριθμῶν ὁ 9: ὡς αἰεὶ περιέχεται ἀποβάλλεται, ἀλλ' ἐκ τῆς τῶν χαρακτήρων συναΐφως, ὅτι ἐπὶ παντὸς ἀριθμοῦ εἴαν ὁ 9: ἀφαιρεθῆ, ὡς αἰεὶ ἐν αὐτῷ περιέχεται, ὁ ἐναπολειφθὲν ἴσος ἔσαι τῷ χαρακτήρι αὐτῷ ἐν χάριτι μονάδος ταττομένης. οἷον εἴαν ἀπὸ τῶ 10: ἀπαξ ἀποβάλλῃ τὸν 9: ἢ μονάς ἐναπολειφθῆσεται, ὁ τοῦ 10: δῆλ. σηματικὸς χαρακτήρ, εἴαν δὲ ἀπὸ τῶ 20: οἷς ὁ 9: ἀφαιρεθῆ, ὁ 9: ἐναπολειφθῆσεται. εἴαν δὲ ἀπὸ τοῦ 30: τρεῖς ὁ 3: εἴαν δὲ ἀπὸ

| | |
|-----------|---------|
| 6: | 7: |
| 7604: η: | 5403: ρ |
| 1053: θ: | 3165: ξ |
| 331: κ: | 1321: ο |
| 1012: λ: | _____ |
| _____ | 9889: π |
| 10000: μ: | _____ |

| |
|-----------------|
| 245: α: |
| 1/2 κ: 4608: β: |
| 1372: γ: |
| 5821: δ: |
| 7433: ε: |
| _____ |
| 19479: ζ: |
| 19234: η: |
| _____ |
| 245: θ: |

Ε.Ι.Μ.Σ.Κ.Π. ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

του 40: τετρακίς ε 4: κ' επί των λοιπών ομοίως. τουτο δε ου μέρος επί των δεκαδικών ἀληθύνει αριθμών, ἀλλὰ κ' επί παντός ἄλλης εἰδός. ἐάν γάρ ἀπό του 100: τὸν θ': ἐνδεκάκις ἀποβάλλης, μονάς ἐναπολειφθήσεται, ἐάν δὲ ἀπὸ του διακόσια τὸν αὐτὸν, ὀσάκις ἐν αὐτῷ περιέχεται ἀποβάλλης ἐναπολειφθήσεται ὁ 2: ἔτω κ' ἐπὶ των λοιπών, ἐπὶ παντός τοίγυν ἀριθμοῦ διὰ τὸ εὐχερές εἶναι, ἢ κρείττονι εἶπεν ἀσύγχυτον ἢ δεῖ ζητεῖν ποσάκις ὁ θ': ἐν αὐτῷ περιέχεται, ἵνα τοσάκις αὐτὸν ἀποβάλλοιτες εὐρωμεν τὸν εἰς ἑχάτον ἐναπολειφθῆσκεινον, ἀλλὰ μόνον τὸν χαρακτήρα αὐτὸ λαμβάνειν, κακείνος ἔσται ὁ ἐκ τῆς τῆ θ': ἀποβολῆς ἑχάτως ἐναπολειπόμενος. ἐπεὶ δὲ καὶ των χαρακτήρων πληθυνομένων, ὁ ἐκ τέταρτο συμποσόμενος ὑπερβαίνει τὸν θ': διάτοι τῆτο ἐν τῆ της συνάφειως βασάνῳ τῆς των ἀριθμῶν χαρακτήρας συνάπτομεν, κ' ἀπὸ τῆ γινομένης τῆς θ': ἀποβάλλομεν, ἵνα μάθωμεν τίς ὁ ἑχάτως ἐξ αὐτῶν ἐναπολειπόμενος.

Ἰστέον δ' ὅτι ἐπὶ της συνάφειως τούτῳ δεδόμενος ἀριθμὸς εὐθεία γραμμῇ ὀρίζομεν, κ' ὑπ' αὐτὴν τὸ συμποσόμενον γράρομεν, ἵνα μή τις σύγχυσις γένηται, ἀλλ' ἔχωμεν εἰδῆναι τίτες εἰσὶν οἱ δίδόμενοι, κ' τίς ἐστὶ ὁ συμποσόμενος. Ἡνίκα δ' ἂν πολλοὶ ὡσιν οἱ δίδόμενοι εἰ πάντας ὁμοῦ τινικαῦτα εἰς ἓνα συνάπτομεν, δυσχερές γάρ κ' τῆτο, κ' ἰδέ της τυχούσης ἀπάτης γίνεται πρόξειον, ἀλλ' εἰς μέρη διαιρῶντες τούτους τὸ ἐκ των τοῦ α'. μέρους συμποσόμενον τῷ β'. συνάπτομεν μίρει τὸν δὲ ἐκ των τοῦ δευτέρου τῷ τρίτῳ κ' ἐπὶ των ἄλλων ομοίως, ὡς ἐπὶ του παρόντος καθοράται ὑποδείγματος, ἐν ᾧ πεντεκαίδεκα ἰτων των δίδομένων ἀριθμῶν καὶ εἰς δύο διαιρεθέντων μέρη, ὁ ἐκ των τοῦ α'. συμποσόμενος μέρους δηλ: ὁ α'. συνάπτεται τοῖς τῆ β'. μέρους ἀριθμοῖς ἐκ δὲ τῆ α': κ' των ὑπ' αὐτὴν ἀριθμῶν συτάγεται ὁ β'. καὶ οὗτος ἐστὶν ὁ ἐκ παντων των πεντεκαίδεκα δίδομένων ἀριθμῶν συμποσόμενος, ἕκασον δὲ μέρος κατὰ τούς δεινὸς περί τὰ τοιαῦτα ἐπέκειτα των ἑννέα ἀριθμῶν οὐκ ἐκτείνεται.

- 245 :
- 162 :
- 300 :
- 406 :
- 280 :
- 523 :
- 355 :
- 2271 α'.
- 045 :
- 68 :
- 132 :
- 253 :
- 390 :
- 804 :
- 140 :
- 076 :

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ.

Περὶ Ἀφαιρέσεως

Ἀφαιρέσις ἐπὶ μεγεθῶν ἐστὶν εὕρεσις ὑπεροχῆς, καθ' ἣν ὑπερέχει τὸ μείζον τοῦ ἐλάττονος, ἀπὸ δὲ τὸ ἐλάττονον ἀφαιρεῖται ἀπὸ τῆ μείζονος, ἐμὴν δὲ κ' τὸ ἀνάπαλιν. ἀφαιρούμενα τοίγυν καὶ τοῦ ἐλάττονος ἀριθμὸς ἀπὸ τοῦ μείζονος εἰδὲν ἄλλο ζητῶμεν μαθεῖν, ἢ τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μείζονος, ἢ ὑπερέχει τὸν ἐλάττονον. ὡς καὶ ἢ ἐν ἀριθμοῖς ἀφαιρέσις εἰδὲν ἄλλο ἐστὶν, ἢ εὕρεσις ὑπεροχῆς, καθ' ἣν ὑπερέχει ὁ μείζων ἀριθμὸς τῆ ἐλάττονος. Καλεῖσθωσαν δὲ ὁ μὲν μείζων κ' ἐλάττων ἀριθμὸς δίδόμενος ἢ προβαλλόμενος, ὁ δ' ἐκ τῆς τοῦ ἐλάττονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀφαιρέσεως ἐναπολειπόμενος ζητούμενος, ἐπὶ δὲ της πράξεως καὶ ταύτης τὴν αὐτὴν προσήκει τάξιν φυλάττειν τούς των δίδομένων χαρακτήρας ἢ κ' ἐπὶ της συνάφειως. τουτο δ' ἐστὶν τὰς μονάδας ταις μονάσι συσσεχεῖν, κ' τὰς δεκάδας ταις δεκάσι, κ' τὰς λοιπὰς ταις λοιπαῖς προσηγορίαις. δεῖδ' αὖτὸν ἐλάττω ὑπογράφεσθαι τῆ μείζονος, εἴτα γραμμῆς ὑπεκτεινομένης ἀφαιρέσθωσαν αἱ τῆ ἐλάττονος μονάδες ἀπὸ των τῆ μείζονος καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον γραφῆσθαι ὑπὸ τὰς μονάδας, τῆτο γινέσθω κ' ἐπὶ των δεκάδων ἑκατοντάδων καὶ των ἄλλων προσηγοριῶν των βαθμῶν, οἷον κείθω ὁ α'. ἀριθμὸς ἀφαιρεθῆσκεινος ἀπὸ τῆ β'. Κειμέτων ἔν των ἀριθμῶν τέτων ὡς προηρμήγευται εἰπὶ ἀρχόμενος ἐκ των δεξιών, ἢ μονάς τῆ ἐλάττονος α': ἀριθμὸς ἀφαιρούμενη ἀπὸ των δύο μονάδων των ἐν τῷ β' μείζονι ἀριθμῷ ἐναπολείπει μονάδα, γραφῆτω δ' αὐτὴ ὑπὸ τὰς μονάδας. εἴτα εἶπε πάλιν ὁ 3: χαρακτήρ ὁ ἐν τῷ α' ἀφαιρούμενος ἀπὸ τῆ 4: τοῦ ἐν τῷ β'. ἐναπολείπει ὁμοίως μονάδα, γραφῆτω δὲ καὶ αὐτὴ ὑπὸ τὰς δεκάδας. ἀφαιρούμενου δὲ κ' τοῦ 5: χαρακτήρος τῆ ἐν τῷ α' ἀπὸ τοῦ 8: τοῦ ἐν τῷ β'. ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 3: γραφῆτω κ' οὗτος ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας τελευταῖον ἀφαιρούμενε κ' τῆ 4: τῆ ἐν τῷ α'. ἀπὸ τῆ β': τοῦ ἐν τῷ β'. ἐναπολείπεται ὁ 2: διὸ κ' ὑπὸ τὰς χιλιάδας γράφεται. τέτων δ' οὕτω γενομένων παραχθῆσεται ὁ γ'. ἀριθμὸς ὑπεροχῆ οὕσα τοῦ β'. μείζονος πρὸς τὸν α'. ἐλάττονα. Εἰ μὲν ἔσ' αἱ τῆ ἐλάττονος ἀριθμοῦ μονάδες, δεκάδες, ἑκατοντάδες, καὶ λοιπαὶ προσηγορίαι, ἐλάττονεσ ὡσιν των μονάδων, δεκάδων, ἑκατοντάδων, καὶ λοιπῶν τῆ μείζονος προσηγοριῶν, ἕτωσὶ εὐχερῶς ἢ πράξις γένησεται, ἐπεὶ δὲ πολλὰκις αἱ τῆ ἐλάττονος μονάδες, δεκάδες, καὶ λοιπαὶ προσηγορίαι πλὴν των ἀρκτικῶν ὑπερέχουσι των μονάδων, δεκάδων, κ' λοιπῶν τοῦ μείζονος προσηγοριῶν, τὸ μείζον δὲ ἀδύνατον ἀφαιρεῖσθαι ἀπὸ τῆ ἐλάττονος, δυσχερέστερα πῶς ἢ πράξις ἐστὶ, δαρεῖσθαι γάρ δεῖ ἀπὸ των ἀνωτέρω καὶ μὲν αἰμονάδες τοῦ ἐλάττονος ἀριθμοῦ ὑπερέχουσι των μονάδων τῆ μείζονος δαρεῖσθαι ἀπὸ των δεκάδων, εἰδὲ αἱ δεκάδες τοῦ ἐλάττονος μείζονος ἂν ὡσιν των τῆ μείζονος δεκάδων, ἀπὸ των ἑκατοντάδων δεῖον λαμβάνειν τὸ δάνειον, ἔτω δὲ κ' ἐπὶ των λοιπῶν. Δεδόσθω τοιγαρῶν ἀφαιρεῖν τὸν δ: ἀρι-

- 4179: β'.
- β: 6842:
- α: 4531:

γ: 2311:

δ: αριθμὸν ἀπὸ τῆ ε: καὶ ἐπεὶ αἱ τῆ δ. ἐλάττονος ἀριθμοὶ μονάδες ὑπερέχουσι τῶν
 τοῦ ε μείζονος δαρείδῃτι ἀπὸ τῶν δεκάδων τῆ ε: ἀριθμὸν δεκάδα μίαν καὶ εἰπέ αἱ 5:
 μονάδες τῆ δ ἐλάττονος ἀριθμοῦ ἀφαιρούμεναι ἀπὸ τῶν τριῶν, καὶ δέκα τοῦ μείζο-
 νος μονάδων ἐναπολείπουσιν 8: κατὰ γράφον τὸν 8: χαρακτήρα ὑπὸ τὰς μονάδας. ζ: 3778:
 μεταβαίνων δὲ ἐπὶ τὰς δεκάδας τοῦ δ: πρόσθετι τῷ 9: χαρακτήρι, ὡς δεκάδων σημαντικῶ, ἢν
 δεδάσειαι δεκάδα. εἶτα εἰπέ αἱ δέκα τοῦ ἐλάττονος ἀριθμοῦ δεκάδες ἀφαιρέμεναι ἀπὸ τῶν ἑπτα-
 καίδεκα τοῦ μείζονος δεκάδων, τῆς προσθήκης ἀπὸ τῶν ἑκατοντάδων γινομένης, ἐναπολείπουσι δε-
 κάδας 7: καὶ γράφον τὸν 7: χαρακτήρα ὑπὸ τὰς δεκάδας. Τῷ δὲ τῷ τρόπῳ χρώμενος, καὶ ἐπὶ τῶν
 λοιπῶν βεθμῶν εἴσεις τὸν ζ: ἀριθμὸν ὑπεροχὴν ὄντα τῆ ε: μείζονος ἀριθμοῦ
 πρὸς τὸν δ: ἐλάττονα. Ἐπειδὴν δὲ τζίφρα εὐρεθῆ ἔστιν τῆ ἐλάττονος βεθμῶ,
 εἰ μὴν κατέχεις τὴν ὡς δάνειον, ἀφέλε τοῦτο ἀπὸ τοῦ συσοιχῆντος, εἰδὲ μὴ,
 γράφον ὑπὸ τὴν γραμμὴν τὸν αὐτὸν συσοιχῆντα χαρακτήρα. οἷον κείσθω ἀ-
 φαιλεῖν τὸν η: ἀριθμὸν ἀπὸ τοῦ θ, καὶ τὸν λ. ἀπὸ τῆ μ. γραφομένη δὲ τοῦ
 ἐλάττονος ἐν ἑκατέρῳ ὑποδείγματι, ὡς προηρμύνηται ὑπὸ τὸν μείζονα, γε-
 νίσθωσαν καὶ τὰ λοιπὰ ὡς ἀνωτέρω. ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ βεθμῶ τῶν δεκάδων ἐ-
 κατέρου τῶν ἐλαττοῶν ἀριθμῶν τζίφρα εἰσὶν, ἐπὶ μὲν τοῦ α. ὑποδείγματος
 ἀφαιρέσθω μονάς ἀπὸ τῶν ἐν τῷ μείζονι δεκάδων, ἢν καὶ παρ' αὐτῶν διδά-
 νεισαι ἐκ τῆ ἀφαιρέσει τῶν ἐν τῷ ἐλάττονι μονάδων ἀπὸ τῶν ἐν τῷ μείζονι
 καὶ ἐναπολείφθεις 3. χαρακτήρ γραφήτω ὑπὸ τὴν γραμμὴν ἐν τῷ βεθμῶ
 τῶν δεκάδων, ὡς δεκάδων παρασατικός. ἐπὶ δὲ τῆ β. ὑποδείγματος γραφή-
 τω ὁ θ: ὁ ἐν τῷ μείζονι ἀριθμῶ ὑπὸ τὴν γραμμὴν ἐν τῷ αὐτῷ βεθμῶ, οὐδὲν γὰρ ἔχεις ἀπ' αὐτῆ
 ἀφαιλεῖν, ὅταν δὲ ἐν τῷ βεθμῶ τῆ μείζονος εὐρεθῆ τζίφρα, δαρείσθῃτι τὸ κατὰ τὴν τῶν βεθμῶν
 ἀναλογίαν ἀπαιτούμενον ἀπὸ τῶν προσεχεσέρων, ὡς ἐπὶ τοῦ γ. ὅρας ὑποδείγματος τὸ γενόμενον.
 Δεῖ δὲ προσέχειν ἐν τοῖς τοιοῦτοις μήτις ἀπάτη συμβῆ, διὸ δὴ, ἢ ἀφαιρεῖν μονάδα, ἀνάγκη
 ἀφ' ὧν δεδάσειαι ἢ προσιδέσθαι μονάδα τοῖς τοῦ ἐλάττονος χαρακτήρσιν. οἷον ἐπειδὴ ἀφαιρουμέ-
 νων τῶν τοῦ ἐλάττονος δ: ἀριθμοῦ μονάδων ἀπὸ τῶν τῆ μείζονος δηλ: τῷ 5 ἀ-
 πὸ τοῦ 3: δεδάσειαι ἀπὸ τῶν ἐν τῷ μείζονι δεκάδων, ἢτοι τοῦ 7: δεκάδα,
 ἢνα μήτις ἀπάτη συμβῆ, δέον σοι ἢ ἀφαιλόντι τῆ 7: μονάδα μηδὲν προσιδέσθαι
 ταῖς ἐννέα τῆ ἐλάττονος δεκάσιν, ἢ προσιδέσθαι μονάδα ταῖς ἐννέα τοῦ ἐλάττονος
 δεκάσι μηδὲν τῶν 7: δεκάδων τῆ μείζονος ἀριθμοῦ ἀφαιλεῖν, ἄλλως γὰρ ἂν με-
 γίστη ἀπάτη συμβῆσεται. Τοιαύτη μὲν ἔν ἢ τῆς ἀφαιρέσεως ἐφοδός τε καὶ πράξις,
 ἢ δὲ ταύτης βύσανος πολυτρόπως γίνεται, ἢ γὰρ δι' ἀποβολῆς ἀριθμοῦ, ἢ διὰ συνάψεως, ἢ δι'
 ἀφαιρέσεως τὸ ἀκριβὲς ἐν αὐτῇ θρεύειν δυναμίδα. καὶ δι' ἀποβολῆς μὲν ἀριθμοῦ τὸ ἀληθὲς βα-
 σανίζεται, ὡς ὅτε ἀποβάλλομεν τὸ θ: ἀπὸ τε τῆ μείζονος τῶν δεδομένων φερ' εἰπεῖν τοῦ ε χω-
 ρίς, καὶ τοῦ ἐλάττονος καὶ ὑπεροχῆς ὁμοῦ, δὸς εἰπεῖν τῶν δ καὶ ζ. εἴαν γὰρ τὰ ἑκατέρωθεν ἐναπο-
 ληπόμενα ἴσα ἢ, ὕγιῆς ἔσαι ἢ πράξις. Διὰ συνάψεως δὲ, ὡς ὅτε τὸν ἐλάττονα τῶν δεδομένων καὶ
 τὴν ὑπεροχὴν, τούτεσι τὸν δ καὶ ζ' εἰς ἓνα συνάπτομεν εἴαν γὰρ ὁ ἐξ αὐτῶν ἴσος γένηται τῷ μεί-
 ζονι ὡσπερ ὁ η: ὕγιῆς ἔσαι καὶ τότε ἢ πράξις. δι' ἀφαιρέσεως δὲ, ὡς ὅτε ἀφαιρέμεν τὴν ὑπεροχὴν
 ζ' ἀπὸ τοῦ μείζονος ε. εἰ γὰρ ὁ ἐναπολείφθεις, καὶ τότε ἴσος ἢ, τῷ δ: ἐλάττονι
 ὡσπερ ὁ κ: ἡδὲμία ἀπάτη ἐπὶ τῆς πράξεως ἔσαι. οἱ γὰρ δ: καὶ ζ: ἀριθμοὶ
 ὁ ἐλάττων δηλ: τῶν δεδομένων καὶ ἢ ὑπεροχὴ ἴσοι εἰσὶ τῷ μείζονι ε: ὁμοῦ λαμ-
 βαζόμενοι ὑπερέχει γὰρ ὁ ε. τῆ δ: τῷ ζ': εἴαν δὲ ἐκ τῶν ἴσων ἴσα ἀφέλ: κ: τ: ἔξῃς

| | |
|----|-------|
| ε: | 6473: |
| δ: | 2695: |
| ζ: | 3778: |
| δ: | 345: |
| η: | 206: |
| κ: | 139: |
| μ: | 468: |
| λ: | 306: |
| ν: | 162: |
| ξ: | 604: |
| π: | 353: |
| ο: | 251: |
| ε: | 6473: |
| δ: | 2695: |
| ζ: | 3778: |
| η: | 6473: |
| ε: | 6473: |
| ζ: | 3778: |
| κ: | 2695: |

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε'.

Περὶ Πολλαπλασιασέως.

Πολλαπλασιασῖς, ἢτις καὶ πολλαπλασιασμὸς κοινότερον λέγεται, λήψις ἐστὶν ἀριθμοῦ τισάνκις
 γινομένης, ὅτανκις περιέχεται ἐν ἑτέρῳ ἀριθμῶ ἢ μονάδι, ἢ εὐρισκῖς ἀριθμοῦ τισάνκις τῆ πολλαπλα-
 σιαζόμενε ὑπερέχοντος, ὅτανκις ὑπερέχει ὁ πολλαπλασιαζὼν τὴν μονάδα. εἰ γὰρ ἐπὶ τῆς τῆ πολ-
 λαπλασιασμοῦ πράξεως δύο προκείσθαι δέον ἀριθμὸς, τὸν μὲν ὡς πολλαπλασιασόντα, τὸν δὲ
 ὡς πολλαπλασιασθητόμενον. καλεῖται δὲ καὶ ἄτοι προβαλλόμενοι ἢ διδόμενοι ὁ δὲ ἐκ τούτων συναγόμε-
 νος ζητέμενος. οἷον κείσθω τῆ α: ἐπὶ τὸν β: πολλαπλασιαθέντος γενέσθαι τὸν γ,
 οἱ μὲν ἔν α β' διδόμενοι λέγονται ὁ δὲ γ: ζητέμενος· εἴρηται δὲ τὴν πολλαπλασίωσιν
 λήψιν μὲν εἶναι ἀριθμοῦ, ὅτι ἐφ' ἑκάστῃ πολλαπλασιασέως τισάνκις ληψάνεται ὁ
 πολλαπλασιαζόμενος ἀριθμὸς ὅτανκις περιέχει ὁ πολλαπλασιαζὼν τὴν μονάδα, ὁ

| | |
|-----|----|
| 6: | α: |
| 3: | β: |
| 18: | γ: |
| θ: | |

E.I. A. P. S. K. P. I.
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

θεν κ' δύναμις συνάφης υπό τινῶν ὀνομάζεται, εὔρεσιν δὲ ἀριθμῶν, ὅτι κειμένων δύο ἀριθμῶν, ἄλλος τις τρίτος ζητεῖται. δεῖ δὲ τὸν εὔρεθέντα τοσάκις ὑπερέχειν τῷ πολλαπλασιαζομένῳ, ὅσας κ' ὁ πολλαπλασιαζὼν ὑπερέχει τῆς μονάδος, ὡς μετ' ὀλίγον δειχθήσεται. διὸ ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν πολλαπλασιαζόμενον, ἕτως ἔξει ὁ πολλαπλασιαζόμενος πρὸς τὸν ἐξαχθέντα. πολλαπλασιάζεται δὲ ἢ χαρακτήρ ἐπὶ χαρακτήρα, ἢ ἀριθμὸς ἐπ' ἀριθμὸν, ἢ ἀριθμὸς ἐπὶ χαρακτήρα, ὁ αὐτὸς δὲ ἐφ' ἑκάστου τῆς πράξεως ὁ τρόπος. διὸ κείσθω πρῶτον πολλαπλασιασθῆναι χαρακτήρα τινὰ ἐφ' ἑτερον διὰ τὸ ἀπλούστερον.

Ὅπως χαρακτήρ ἐπὶ χαρακτήρα πολλαπλασιάζεται.

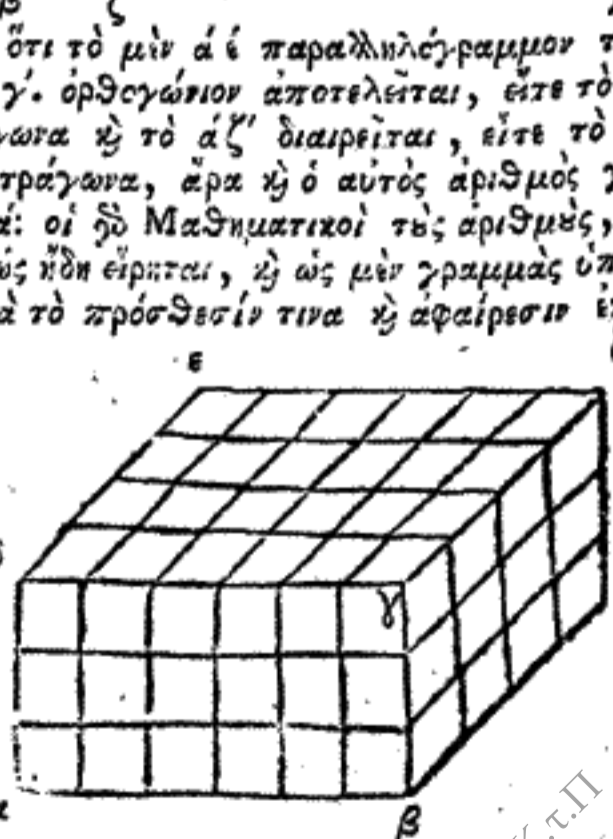
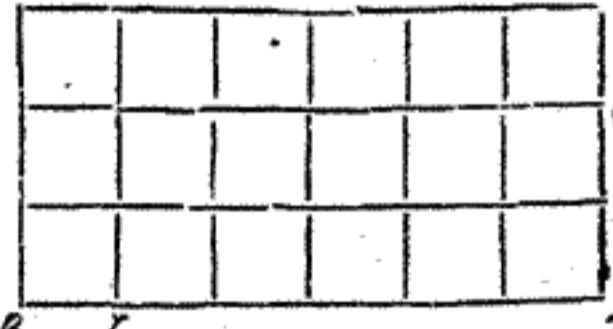
Ἡ τῶν χαρακτήρων τοῖνον ἐπὶ χαρακτήρα πολλαπλασῖαισις, ἀπλουστάτη ἐστὶ, κ' διορεῖ στοιχειώδης πρὸς τὴν τῶν ἀριθμῶν πολλαπλασῖαισιν. δεῖ δὲ τὸν μὲν πολλαπλασιασθῆσόμενον γράφεσθαι πρῶτον. ὑπ' αὐτὸν δὲ κατὰ βάθος τὸν πολλαπλασιαζόμενον. εἴτα γραμμῆς ἐκτετατομένης σκοπεῖν τοσάκις οὗτος περιέχει ἐν ἑαυτῷ τὴν μονάδα, κ' τοσάκις λαμβάνειν κακῆρον. τὸν δὲ γινόμενον, εἰ μὲν ἐλλείπει τῆς δεκάδος, γράφειν ὑπὸ τὸν πολλαπλασιαζόμενον εἰδ' ἂν ὑπερέχη ταύτης, τὰς μὲν μονάδας ὑπὸ τὸν πολλαπλασιαζόμενον ὁμοίως τάττεσθαι, τὰς δεκάδας δὲ εἰς βαθμὸν ἕτερον πρὸς τὰ ἀριστερὰ χωροῦντα.

Κείσθω πολλαπλασιασθῆναι τὸν α' ἐπὶ τὸν β' γραφομένῳ δὲ πρῶτον τοῦ α' χαρακτήρος, τεθῆτω ὑπ' αὐτὸν ὁ β': ὑπὸ δὲ τὸν β': ἑκταθῆτω γραμμὴ ὡς ὀράς. ἐπεὶ δὲ ὁ β' τρεῖς τὴν μονάδα ἐν ἑαυτῷ περιέχει, ὡς τῶν τρία σημαντικῶν, ληφθῆτω καὶ ὁ α'. τρεῖς. τετὰ δὲ τρεῖς λαμβανομένη γενήσεται πάντως ὁ γ': 18. ἐπεὶ δὲ ὁ γ' περιέχει μονάδας 8: κ' δεκάδα μίαν γράψω ὑπὸ τὸν β' ὁ 8: ἐν ἑτέρῳ δὲ βαθμῷ πρὸς τὰ ἀριστερὰ μονάδας, κ' ἔξει χώραν δεκάδος κατὰ τὰ προειρημένα.

α: 6:
β: 3:
γ: 18:

Τῶν ἂν ἕτω γινομένων κ' φυλαττομένων ἐφ' ἑκάστης πράξεως δυήσῃ ἕκαστον τῶν λοιπῶν χαρακτήρων ἐφ' ἕκαστον εὐχερῶς πολλαπλασιάζειν· εἰδῶσιν μὲντοι ἐπὶ τῆς πράξεως αἰ τὸν μείζων ἐπὶ τὸν ἐλάττω πολλαπλασιάζειν. ὅτι δὲ οὐδὲν διαφέρει εἴτε ὁ μείζων ἐπὶ τὸν ἐλάττωνα, εἴτε ὁ ἐλάττω ἐπὶ τὸν μείζονα πολλαπλασιασθῆ, δείκνυται.

προτάσει 15: βιβλ: ζ: Εὐκλ: ἀλλὰ διὰ τὸ σαφέστερον κείσθω τὸ α' γ' ὀρθογώνιον, ὡς τὴν μὲν α' δ' πλευρὰν τοῦτε διηρημένῃν εἶναι εἰς τοσαῦτα μέρη ἴσα, ὅσας κ' ὁ α' περιέχει μονάδας, τὴν δὲ α' β'. εἰς ὅσας κ' ὁ β': ἀριθμὸς. εἴτα ἐφ' ἑκάστου σημείου τῆς τε α' δ': πλευρᾶς, κ' α' β' εὐθείαι ἀχθῆτωσαν γραμμῆς, αἱ μὲν παραλλήλως τῇ α' β', αἱ δὲ τῇ α' δ', καὶ διαιρεθῆσεται τὸ α' γ' ὀρθογώνιον εἰς τετράγωνα ὀκτωκαίδεκα ἴσα ἀλλήλοις, ὅσας κ' ὁ γ' ἀριθμὸς περιέχει μονάδας. Τῶν δὲ ἕτω κατεσκευασμένων, φανερόν ὅτι τὸ μὲν α' ε' παραλληλόγραμμον τὸν α' ἀριθμὸν παρίσσει, τὸ δὲ α' ζ' τὸν β'. ἐπεὶ δὲ τὸ αὐτὸ α' γ' ὀρθογώνιον ἀποτελεῖται, εἴτε τὸ α' ε' παραλληλόγραμμον τρεῖς ληφθῆ, εἰς ὅσα δηλοῖται τετράγωνα κ' τὸ α' ζ' διαιρεῖται, εἴτε τὸ α' ζ'. ἕξας, εἰς ὅσα κ' τὸ α' ε' παραλληλόγραμμον διαιρεῖται τετράγωνα, ἄρα κ' ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς γενήσεται εἴαν ὁ α' ἐπὶ τὸν β' πολλαπλασιασθῆ, ἢ ὁ β' ἐπὶ τὸν α': οἱ ἤδη Μαθηματικοὶ τῆς ἀριθμῆς, ἢ αἰς ἀπλὰς ἐννοῶσι γραμμᾶς, ἢ ὡς ἐπίπεδα, ἢ γὰρ ὡς σφερα, ὡς ἤδη εἴρηται, κ' ὡς μὲν γραμμᾶς ὑποτιθέασιν τῆς ἀριθμῆς ἐπὶ τε τῆς συνάφης κ' ἀφαιρέσεως, διὰ τὸ πρόσθεσθαι τινὰ κ' ἀφαιρῆσθαι ἐπὶ τῆς τῶν δέχεσθαι πράξεως, ἐπὶ δὲ τῶν πολλαπλασιασμῶν, εἴαν μὲν δύο ὦσιν οἱ δίδόμενοι, ὡς ἐπίπεδα, εἴαν δὲ τρεῖς ὡς σφερα. Ὅθεν κ' ὁ γεγόμενος ἐκ τῶν πολλαπλασιασμῶν δύο τινῶν ἀριθμῶν, ὡς ἐπίπεδον ὀφείλει ἐννοεῖσθαι οἷον τὸ α' γ' ὀρθογώνιον. ὁ δὲ ἐκ τῶν πολλαπλασιασμῶν τῶν τριῶν, ὡς παραλληλεπίπεδον, οἷον ἐστὶν τὸ α' ζ': πλείους γὰρ τῶν τριῶν ἀριθμῶν πολλαπλασιασθῆναι ἀλλήλοις ἐχ' ὑποτίθεται, καὶ ἤδη ἔξεισιν. ὅπερ δὲ εἴρηται περὶ τῶν ἐπιπέδων τῶν αὐτῶ ἐννοεῖσθαι δέον κ' περὶ τῶν σφερῶν. ὡσπερ γὰρ ἐν ἐκείνοις τὸ αὐτὸ ἀποτελεῖται ἐπίπεδον ὅπως τῆς πολλαπλασιᾶσεως τῶν δίδομένων γινομένης, ἕτω καὶ



τοῖς σφεροῖς τὸ αὐτὸ πάντως σφερὸν συσφάθεται, τῆς τῶν προβαλλομένων πολ-
 λαπλασιάσεως διαφέρως γινομένης. οἷον κείθωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ τῶν τῶ α' ζ' σφ-
 ρεῦ πλευρῶν παρασατικοὶ οἱ α' β' γ' καὶ ὁ μὲν α' ἔσω παρασατικός τῆς α' β' πλευ-
 ρᾶς, ὁ δὲ β' τῆς β' ἡ: καὶ ὁ γ' τῆς β' γ'. Τούτων δ' ἕτως ὑποτιθεμένων πολ-
 λαπλασιασθῆτω πρῶτον ὁ α' ἐπὶ τὸν β', καὶ τοῦ γενομένου ἐξ αὐτῶν δ': ἀριθ-
 μῷ ἐπὶ τὸν γ': πολλαπλασιαζομένη, γενέσθω ὁ ε': ὡς ἐπὶ τοῦ α': παραδείγ-
 ματος. δευτέρον πολλαπλασιασθῆτω ὁ β' ἐπὶ τὸν γ': καὶ γενέσθω ὁ ζ': τού-
 τε δὲ πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ τὸν α' γενέσθω ὁ η': ὡς ἐπὶ τῷ δευτέρῳ παραδεί-
 γματος. τρίτον πολλαπλασιασθῆτω ὁ α' ἐπὶ τὸν γ'. καὶ γενέσθω ὁ θ'. οὗτινος
 ἐπὶ τὸν ε'. πολλαπλασιαζομένη γενέσθω ὁ κ' ὡς ἐπὶ τοῦ γ'. παραδείγματος.
 Λέγω δὴ, τοὺς ε', η', κ', ἀριθμοὺς ἴσους εἶναι. Ἐὰν γὰρ ἡ α' β' πλευρὰ τοῦ α' ζ':
 σφεροῦ ἐπὶ τὴν β' κινηθῆ, καὶ γένηται ἡ β' αἴσις τοῦ αὐτοῦ σφεροῦ, εἴτα ἡ
 αὐτὴ β' αἴσις ἐπὶ τὸ β' γ' ὄψος ἀνυψωθῆ, τὸ α' ζ' δὴπυθεν ἀποτελεσθῆσεται
 σφερὸν. Ἐὰν δὲ πάλιν ἡ β' ἡ πλευρὰ ἐπὶ τὴν β' γ' κινηθῆ, καὶ γένηται τὸ β' ζ'
 ἐπίπεδον, τότε δὲ ἐπὶ τὴν α' β' ὁμοίως κινηθῆ τὸ αὐτὸ α' ζ' σφερὸν ἀποκατασ-
 θῆσεται. Ἐὰν δὲ τρίτον ἡ α' β' ἐπὶ τῆς β' γ' κινηθῆ καὶ γένηται τὸ α' γ' ἐπίπεδον,
 τότε δὲ ὡσαύτως ἐπὶ τῆς β' ἡ φερομένη, τὸ αὐτὸ αὐθις α' ζ' πληρωθῆσεται σφερὸν.

| |
|----------|
| α: β: γ: |
| 6: 4: 3: |
| 4: β |
| 24: δ α. |
| 3: γ |
| 72: ε |
| 4: β |
| 3: γ |
| 12: ζ β. |
| 6: κ |
| 72: η |
| 6: κ |
| 3: γ |
| 18: θ γ. |
| 4: β |
| 72: κ |

Καὶ ἄλλως.

Δυνατὸν εἶναι τοῦτ' καὶ ἄλλως ἀποδειχθῆναι. Κείθωσαν γὰρ οἱ α' β' γ' χαρακτῆρες σιχιδῶν κατὰ
 πλάτος. καὶ ὁ μὲν β' τὸν α' πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν δ'. α: 6: β: 4: γ: 3:
 τῆτον δὲ ὁ γ' πολλαπλασιάσας ποιείτω τὸν ε'. αὐθις πολ- β: 4: γ: 3: α: 6:
 λαπλασιάσας ὁ γ' τὸν β' ποιείτω τὸν ζ', τῆτον δὲ ὁ α' πολ-
 λαπλασιάσας ποιείτω τὸν η'. τρίτον δὲ τὸν γ' πολλαπλα- δ: 24: ζ: 12: θ: 18:
 σιάσας ποιείτω τὸν θ', τῆτον δὲ ὁ β' πολλαπλασιάσας ποιεί- γ: 3: α: 6: β: 4:
 τῶ τὸν κ'. Λέγω δὴ τοὺς ε' η' κ': ἀριθμοὺς ἴσους εἶναι ἕκασον ε: 72: η: 72: κ: 72:
 πεποίηκε, τὸν δὲ γ' πεποίηκε τὸν ζ', τὸ αὐτὸ γὰρ εἰσὶν, εἴτε ὁ γ' τὸν β', εἴτε ὁ β' τὸν γ' πολλα-
 πλασιάσας, οἱ δ' καὶ ζ' ἀρα ἀριθμοὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσιν ἀλλήλοις λόγον τοῖς α' γ': καὶ τὴν ι' ζ': τῶ
 ζ' τῶ Στοιχειωτοῦ. εἰσὶν ἄρα ὡς ὁ α' πρὸς τὸν γ': ὁ δ' πρὸς τὸν ζ': ἀλλ' ὅταν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀ-
 γάλογον ὦσιν, ὁ ἕκ τῶ α' καὶ τετάρτη γινόμενος ἴσος εἰσὶ τῶ ἕκ τῶ β', καὶ γ' κατὰ τὴν ιθ'. τῶ αὐ-
 τῶ. ὁ δὲ ἕκ τῶ α' α: καὶ δ' ζ': ἐταυθῶτα εἰσὶν ὁ η': ε' δὲ ἕκ τῶ β' γ', καὶ γ' δ' εἰσὶν ὁ ε', οἱ ἔρα καὶ ἡ
 ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις εἰσὶν. πάλιν ἐπεὶ ὁ γ': τὸν μὲν β' πολλαπλασιάσας τὸν ζ' πεποίηκεν, τὸν
 δὲ α' τὸν θ'. Εἰσὶν ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ ὡς ὁ α' πρὸς τὸν β', ὁ θ' πρὸς τὸν ζ'. καὶ ἐπομένως ὁ η', ὁ ὑ-
 πὸ τῶ α' α: καὶ δ' ζ': ἴσος εἰσὶ τῶ κ', τῶ ἕκ τῶ β' β': καὶ γ' θ', δεδεικται δὲ καὶ ὅ ε' τῶ η' ἴσος, ἀρα
 οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ε' η' κ' ἴσοι εἰσὶν ἕκασος ἕκασῳ ὅπερ ἴδει δεῖξαι.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου δῆλον καὶ ὅπως δυνατὸν ἐννοιθῆναι τὸν ἀριθμὸν, ἢ ὡς τετράγωνον, ἢ ὡς κύβον. ὡς
 γὰρ τετράγωνος μὲν ἐννοεῖται, πηνίκα δύο ἀριθμοὶ ἴσοι πολλαπλασιάσωσιν ἀλλήλους καὶ ποιή-
 σωσι τινὰ, ὡς δὲ κύβος, ἐπειδὴν τρεῖς ἀριθμοὶ ἴσοι πολλαπλασιασθῆναι ἕκασος ἐφ' ἕκασον ποιή-
 σωσι τινὰ.

Ὅπως ἀριθμὸς οἷος ὀνηπὸτῶν ἐπ' ἀριθμὸν οἷον-
 ὀνηπὸτῶν πολλαπλασιαζεται.

Ὡς περ ἐπὶ τῆς τῶν χαρακτῆρων πολλαπλασιάσεως δύο εἰσὶν οἱ προβαλλόμενοι καὶ διδόμενοι, ὁ
 μὲν ὡς πολλαπλασιάζων ὁ δὲ ὡς πολλαπλασιαζόμενος, ἕτω καὶ τῶ πολλαπλασιασμῶ τῶν ἀριθ-
 μῶν, δεῖ τὸν μὲν ὡς πολλαπλασιάζοντα, τὸν δὲ ὡς πολλαπλασιασθῆσόμενον λαμβάνεσθαι. ἐπεὶ
 δὲ κατὰ ταῦτα ἕδεν ἄλλο ποιεῖν ἔχομεν, ἢ χαρακτῆρα ἐπὶ χαρακτῆρα πολλαπλασιάζειν, μετὰ τι-
 νος μίντοι ἐπαναλήψεως ὡς ὀφόμεθα, διάτοι τῶτο ἀναγκαῖον κατὰ τῶ βουλομένῳ μετ' εὐχερείας
 ἕκασον ἀριθμὸν ἐφ' ἕκασον πολλαπλασιάζειν προειδῆναι ἀκριβῶς τὸν γερόμενον ἐκ τῆς ἕκαστου χα-
 ρακτῆρος πρὸς ἕκασον χαρακτῆρα πολλαπλασιάσεως. Τούτου δὲ τεύχεται πάντως ὁ τὴν τῶ Πυθα-
 γορείου Πίνακος ἐπιστάμενος χρῆσιντε καὶ κατασκευῶν. ὅθεν πρῶργιαίτατον καὶ περὶ αὐτοῦ ἀλίγα
 ἄττα διαλαβεῖν.

Περὶ κατασκευῆς καὶ χρήσεως τῶ Πυθαγορείου Πίνακος.

Πυθαγόρας τοίνυν ὁ πᾶσαν χεδὸν τὴν σπαθὴν ὑπὲρ τῆς τῶν ἀριθμῶν Ἐπιστήμης προβαλλόμενος, καὶ εἰς τοσούτον δυνάμεως ἐληλακώς, ὥστε δι' ἀριθμῶν τὰ πάντα ὑποδεικνύει, τῶν πρωτοπέριων χάριν καὶ Πίνακά τινα κατασκεύασεν ὅτι μάλιστα τῇ πρακτικῇ χρησιμεύοντα Ἀριθμητικῇ, ὃν καὶ κατόπιόντις ἀποκαλῶν οὐκ ἂν ἀμάρτοι. Τοῦτο δὲ ἐστὶ διάγραμμα τι σχῆμα τετραγώνου φέρον, οἷον

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |

Ἡ μὲν ἔν κατασκευῇ τῶ Πυθαγορείου Πίνακος ἔτω πως ἔχει, ἡ χρῆσις δὲ τῆς κατασκευῆς σαφὴς ἤδη καθίσταται. Ὁ γὰρ βεβλόμενος μαθεῖν τὸν γινόμενον ἀριθμὸν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ χαρακτήρος τινὸς πρὸς ἕτερον, τῶ τυχόντος δηλ. πρὸς τὸν τυχόντα, λαμβανέτω ἐκ μὲν τῶν ὑπὸ τὴν α' δ' πλευρᾷ χαρακτήρων τὸν πολλαπλασιασθέντα, ἐκ δὲ τῶν ὑπὸ τὴν δ' γ' τὸν πολλαπλασιασθῆσόμενον, ἢ τοῦ μπαλιν τὸν πολλαπλασιασθέντα μὲν ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν δ' γ' τὸν δὲ πολλαπλασιασθῆσόμενον ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν α' δ' καὶ σκοπέτω τὴν κοινὴν συνέλευσιν τῶν χαρακτήρων, κακεῖ τοίνυν εὐρήσει γεγραμμένον τὸν ζητούμενον. οἷον κείσθω πολλαπλασιασθῆναι τὸν 6' χαρακτήρα ἐπὶ τὸν 3', ληφθῆτω δὴ ὁ 3' ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν α' δ' πλευρᾷ χαρακτήρων, ὁ δὲ 6' ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν δ' γ' καὶ ἐπεὶ συνέρχονται ἀμφω ἔνθα ὁ 18' γέγραπται, ἔτος ἐστὶ πάντως ὁ ἐκ τῶ πολλαπλασιασμῶ τῶ 6' ἐπὶ τὸν 3' γινόμενος, ὁ αὐτὸς δ' εὐρεθῆσεται δῆτε καὶ ὁ 6' ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν α' δ' ληφθῆ χαρακτήρων, ὁ δὲ 3' ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν δ' γ'.

Τοιαύτη μὲν δὴ ἦτε κατασκευῇ καὶ χρῆσις τῶ αὐτοῦ Πίνακος, ὅσον δὲ τὸ τῆς ἀναγκαῖον ἐν τῇ τῶν ἀριθμῶν πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιασθῆναι, ἐπὶ τῆς πράξεως γνωθῆσεται, ὥσπερ ἦδ' ἐκ προῦπαρῆς χύσις τῆς τῆς γνώσεως ἐρχόμεθα εἰς γνώσιν ζητούμενα παντὸς ἀριθμοῦ διὸ ἀναγκαῖον πασι τοῖς πολλαπλασιάζειν οἷονδὴ τινα ἀριθμὸν ἐφ' οἷονδὴ τινα ἐπιεμένοις αἰεὶ ἐν μνήμῃ τῆτο φέρειν. οὕτω ἦδ' εὐχερέστερον τὸν πολλαπλασιασθῆσόμενον παντὸς ἀριθμοῦ ἐφ' οἷονδὴ ποτε ἀριθμὸν ποιεῖν δυνήσεται. δεῖ δὲ καὶ ἐπὶ τῆς πολλαπλασιασθῆσόμενος τῶ τυχόντος ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν τυχόντα τὰ αὐτὰ φυλάττεσθαι, ἢ καὶ ἐπὶ τῆς συνάφωστος καὶ ἀφαιρέσεως εἴρηται. τὰς μονάδας δηλονότι τῶν δεδομένων ἀριθμῶν ἀλλήλαις συσοικεῖν κατὰ βάθος, καὶ τὰς δεκάδας ὁμοίως, ἑκατοντάδας τε καὶ λοιπὰς προσηγορίας. ἐπεὶ δὲ ὅταν δύο ἀριθμοὶ ἀλλήλους πολλαπλασιασθῶσιν, οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἴσονται, ὡς εἴρηται, καὶ προτάσει 15' τῶ ζ' βιβλίῳ Εὐκλείδου δείκνυται, ἵνα εὐχερεστέρα ἢ πράξις ἢ προσήκει τὸν μείζον ἀριθμὸν προηγέσθαι τῇ τάξει τῶ ἐλάττονος. Πολλαπλασιασθῆσόμενος δὲ τῶ μείζονος ἀριθμοῦ ἐφ' ἑκάστον τῶν τῶ ἐλάττονος χαρακτήρων τῶ γινόμενος μὴ ἀπὸ τῶ αὐτοῦ ἀρχεσθαι βεβλόμενος, ὡν εἰς ἕνα συναπτομένων ἀριθμῶν παραχθῆσεται ὁ ζητούμενος.

Κειμένου τοίνυν ἐπὶ παραδείγματος τῶ α' ἀριθμοῦ ἐπὶ τῶ β' πολλαπλασιασθῆναι. γραφήτω πρῶτον ὁ α': ὑπ' αὐτὸν δὲ ὁ β', γραμμῆς δὲ ὑπὸ τὸν β': ἐκτεινομένης, πολλαπλασιασθῆτω ὁ α': ὅλος ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν πρῶτον χαρακτήρα τοῦ β': δηλ. τὸν 3' τὸν ἐν χώρῳ μονάδων, καὶ ὁ γινόμενος γραφήτω ὑπὸ τὴν γραμμῆν ἀρχόμενος μὲν ἀπὸ τῶ βαθμοῦ τῶν μονάδων, χωρῶν δὲ ἐπὶ τὰ ἀριστερά. εἴτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ αὐτὸς α': καὶ ἐπὶ τὸν β': καὶ γ': χαρακτήρα τῶ β': χωρῶν, καὶ οἱ γινόμενοι γραφήτωσαν ὑπὸ τὸν προγεγοτότα, ὁ μὲν ἀπὸ τῶν δεκάδων ἀρχόμενος, ὁ δὲ ἀπὸ τῶν ἑκατοντάδων. Μετὰ δὲ ταῦτα συναφθῆτωσαν ἅπαντες εἰς ἕνα κῆκενος ἔσται ὁ ζητούμενος εἰάν ἡ πράξις ὀρθῶς γένηται.

| | |
|--------|----|
| 4625: | α: |
| 143: | β: |
| <hr/> | |
| 13375 | γ: |
| 18500 | δ: |
| 4625 | ε: |
| <hr/> | |
| 661375 | ζ: |

Εἰ δὲ σοὶ ὁ τρόπος οὗτος δυσχερὴς τις εἶναι δοκεῖ, μὴ ὀλοκλήρως τὸν α' ἀριθμὸν ἐφ' ἕκαστον τοῦ β' πολλαπλασιάζε χαρακτῆρα, ἀλλ' ὡς οὕτως εἰπεῖν μεμερισμένως. ἀρχόμενος γὰρ ἀπὸ τοῦ πρώτου χαρακτῆρος τῆ αὐτῆ α' δηλ: τῆ 5: πολλαπλασιάσον τῆτον ἐπὶ τὸν α': τῆ β': χαρακτῆρα ἐτασὶ λέγων. ὁ 5: τρίς λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 15: ὡς ἐν τῷ Πυθαγορείῳ Πίνακι δῆλον. εἶπε δὲ ὁ 15: ὑπερέχει τῆς δεκάδος, γραφήτω ὑπὸ τὸν 3: ὁ 5: καὶ ἡ δεκάς φυλαττίσθω. εἶτα μεταβαίνων ἐπὶ τὸν β': τῆ α' χαρακτῆρα εἶπε, τρίς ὁ 2: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 6: πρόσθετες δὲ τῷ 6: καὶ μονάδα ἀντὶ τῆς φυλαττομένης δεκάδος. δεκάδων ἧδ' ἐστὶ καὶ ὁ 6: παρασατικός, ὥσπερ καὶ ὁ δύο ὁ ἐν τῷ α': τρίς γὰρ ὁ 20: λαμβανόμενος τὸν 60: ποιεῖ, καὶ γενήσεται ὁ 7: οὗτος δὲ γραφήτω ἐν τῷ ἀνωτέρῳ βαθμῷ ὑπὸ τὰς δεκάδας δηλ: μεταβαίνων δὲ καὶ ἐπὶ τὸν 6: εἶπε τρίς ὁ 6: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 18: εἶπε δὲ καὶ ὁ 18: ὑπερέχει τῆς δεκάδος, γραφήτω μόνον ὁ 8: ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας, ὡς ἑκατοντάδων παρασατικός, ὥσπερ καὶ ὁ ἐν τῷ αβ: τρίτος χαρακτῆρ. φυλαττομένης δὲ τῆς δεκάδος μὲν ἐνεργεία, δυνάμει δὲ ἑκατοντάδος, μετάβηθι ἐπὶ τὸν 4: τὸν ἕχαστον τῶν τοῦ α' χαρακτῆρων, καὶ εἶπε τρίς ὁ 4: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 12: τῆτον δὲ προσθεμένης μονάδος, γίνεται ὁ 13: ὃ ὁ μὲν 3: χαρακτῆρ χιλιάδας παρίσθισιν, ὥσπερ καὶ ὁ 4: ἕχαστος τῆ α' χαρακτῆρ, διὰ καὶ ὑπὸ τὸν βαθμὸν τῶν χιλιάδων γράφεισθαι οφείλει. ἡ δὲ μονὰς δεκάδα χιλιάδος ἐμφαίνει, ὅθεν καὶ εἰς τὸν βαθμὸν ταύτης τάττεται.

Γίνεται μὲν ἂν ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῶ τῆ α' ἐπὶ τὸν α' χαρακτῆρα τῆ β': ὁ γ' ἀριθμὸς. πολλαπλασιαζομένη δὲ τῆ αὐτῆ α': ἐπὶ τὸν β': καὶ γ': χαρακτῆρα τοῦ β': τὸν αὐτὸν τρόπον γενήσονται οἱ δ': καὶ ε' ἀριθμοί. τετράκις γὰρ ὁ 5: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 20: διὸ ὑπὸ τὰς δεκάδας τάττεται τζίφρα, καὶ φυλάττεται ὁ 2: τούτῃσιν αἱ δύο δεκάδες. τετράκις δὲ ὁ 2: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 8: ὅτινι προσθεμένη τῆ 2: ὁ 10: ἀναφύεται. ὅθεν αὐθις γράφεται μὲν ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας τζίφρα, φυλάττεται δὲ μονὰς, ἧτις οφείλει προσεθῆναι ταῖς χιλιάσι. λαμβανομένων δὲ καὶ τῶν λοιπῶν χαρακτῆρων ὁμοίως τετράκις ἕκαστος χωρὶς, γενήσεται ὁ δ': ὀλοκλήρος ἀριθμὸς. ἀπαξ δὲ λαμβανομένη τῆ α': ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ τῶν αὐτῶν χαρακτῆρων ἐπὶ τὸν γ', τῆ β': χαρακτῆρα γενήσεται ὁ ε': ἀρχεται δὲ ὁ μὲν γ' ἀπὸ μονάδων, ὁ δὲ δ': ἀπὸ δεκάδων, καὶ ὁ ε': ἀπὸ ἑκατοντάδων. ὅτι τῶν μονάδων ἐπὶ μονάδας μὲν πολλαπλασιαζομένων μονάδεις ἀναφύονται. ἐπὶ δεκάδας δὲ δεκάδες. καὶ ἐπὶ ἑκατοντάδας ἑκατοντάδες, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων προσηγοριῶν ἀναλόγως. ὁ γὰρ 5: πρώτος τῆ α' χαρακτῆρ ἐν τάξει μονάδων ὑπάρχων λαμβανόμενος μὲν τρίς, τὸν 15: ποιεῖ, τετράκις δὲ τὸν 20: καὶ ἀπαξ ἑαυτὸν, ἀλλ' ὁ μὲν 15: μονάδων ἐστὶ παρασατικός. ὥσπερ καὶ ὁ α': τῆ β': χαρακτῆρ, ὁ δὲ 20: δεκάδων, ὥσπερ καὶ ὁ β'. καὶ ὁ 5: ἑκατοντάδων, ὥσπερ καὶ ὁ γ'. τὸ γὰρ τετράκις ἐν ταῦτα τὸν 5: λαμβάνεισθαι ἰσοδύναμον ἐστὶ τῷ τεσσαρακοντάκις, ὥσπερ καὶ τὸ ἀπαξ ἀντὶ τοῦ ἑκατοντάκις εἰσθίεται.

Οὕτω δὴ τῆ α' ἐπὶ τὸν β'. πολλαπλασιαθέντος συναχθήτωσαν οἱ γενόμενοι γ', δ', ε', εἰς ἓνα τὸν ζ': καὶ ἕτος ἔσαι ὁ ζητούμενος. εἰ ἧδ' ἡ ἕκαστος ἀριθμὸς πολλαπλασιασῆς δυνάμει τις ἐστὶ σύναψις, ὡς εἴρηται, ὁ ζ': δῆπουθεν ἀριθμὸς τινικαῦτα τὸ πῖσόν ἔξει ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῶ τῆ α': ἐπὶ τὸν β': παράγειται, ἐπειδὴν ἀποδειχθῆ ἴσος τῷ ἐκ τῆς συνάψεως τῆ α', τοσάκις λαμβανομένη, ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ β': αἱ μονάδες. ἀλλ': κἄνταῦτα τοῦτ' αὐτὸ γέγονεν. Πρώτον μὲν γὰρ ὁ α' εἰληπται τρισῶς καὶ γέγονεν ὁ γ', εἶτα τεσσαρακοντάκις καὶ γέγονεν ὁ δ'. καὶ τελευταῖον ἑκατοντάκις, καὶ γέγονεν ὁ ε': τούτων δὲ συναπτομένων ὁ ζ' πεπλήρωται. ὁ ζ' ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ γινομένῳ ἐκ τῆ τῶν α' τοσάκις λαμβάνεισθαι ὅσάκις ὁ β': τὴν μονάδα περιέχει καὶ ἐπομένως αὐτὸς ἐστὶν ὁ ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῶ τοῦ α' ἐπὶ τὸν β' παραγόμενος ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Καὶ ἄλλως.

Εἶπε ὁ μὲν α' χαρακτῆρ τῆ β'. δηλ: ὁ 3: τὸν γ' πεποίηκεν, ὁ δὲ β'. δηλ: ὁ 4: τὸν δ'. καὶ ὁ γ' τὸν ε': ἕκαστος χωρὶς τὸν α' πολλαπλασιάσας, ὁ α' ἄρα τοσάκις μετρεῖ τὸν γ', ὅσάκις καὶ ἡ μονὰς τὸν α': τῆ β' χαρακτῆρα. τὸν δὲ δ', ὅσάκις ἡ μονὰς τὸν δεῦτερον, καὶ τὸν ε': ὅσάκις ἡ μονὰς τὸν γ': ὁ δὲ συμπληρούμενος ἐκ τῶν γ', δ', ε', ἐστὶν ὁ ζ'. ὁ α' ἄρα μετρεῖ τὸν ζ': ὅσάκις καὶ ἡ μονὰς ὅλον τὸν β', ὡς ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸν β': ἔτω καὶ ὁ α' πρὸς τὸν ζ': τῆτον δ' ἀληθεύσει ἐπειδὴν ὁ β' ἀριθμὸς τὸν α' πολλαπλασιάσας ποιήσῃ τινὰς ἕτος δ' ἐστὶν ὁ ζ': ὁ ζ' ἄρα ἐστὶν ὁ γενόμενος ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῶ τοῦ α' ἐπὶ τὸν β':

Οὕτω μὲν δὴ ἕκαστος ἀριθμὸς ἐφ' ἕκαστον πολλαπλασιάζεται δεξιόθεν τῆς ἀρχῆς γινομένης. διὰ γὰρ τὸν δὲ ἀριστερόθεν ἀρχισθαι τῆ πολλαπλασιασμῶ, καὶ τῶν γινομένων, ἐπὶ τὰ δεξιά κατερχομένων, τὸν αὐτὸν ἢ ἢ παρὰ γέσθαι ἀριθμὸν, ὡς ἐπὶ τῆ αὐτῆ παραδείγματος δῆλον. Πολλαπλασιαζο-

σιαζομένη γὰρ τὸ α΄ ἀριθμοῦ, πρῶτον μὲν ἐπὶ τὸν γ΄· καὶ δύναμιν, τῶν ἐν τῷ β΄·
 χαρακτήρων γίνεται ὁ η΄, β΄· δὲ ἐπὶ τὸν 4· ὅς τὴν β΄ ἔλαχε τάξιν γίνεται ὁ θ΄·
 βαθμὸν ἕνα κατερχόμενος, καὶ ὑπερεκπίπτων τὴν πρὸ αὐτῆς πρὸς τὰ δεξιά. γ΄· δὲ
 ἐπὶ τὸν 3· τὸν α΄· κατὰ δύναμιν, γίνεται ὁ κ΄, δύο κατερχόμενος βαθμῶς, ἐκ
 τῆτων δὲ συαπτομένων, γίνεται ὁ λ΄ ὁ αὐτὸς ὡν τῷ ζ΄ τῶ ἐκ τῶν γ΄, δ΄, ε΄, συμπλη-
 ρημένων. Τῆτον μὲν ἐν τὸν τρόπον δύνηση πάντως γὰρ πολλαπλασιασάσειν ευχερώς
 τὸν τυχόντα ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν τυχόντα, ἐπειδὴν δὲ τζίφρα ἢ θατέρω τῶν ἀριθ-
 μῶν τῶ πολλαπλασιάζοντι φέρει εἶπεν, ἢ τῶ πολλαπλασιαζομένῳ, ἢ καὶ ἀμ-
 φοῖν, ὑδέντι ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ ταύτης πρὸς τίνα χαρακτήρα, ἢ καὶ πρὸς ἑτέραν τζίφραν γί-
 νεται. Διὸ εἰ μὲν φυλάττεται τι ὡς περιττεύον, τάττεται τετὶ ἀντὶ τῆς τζίφρας, μηδενὸς δὲ φυ-
 λαττομένη τζίφρα αὐδὲς γράφεται. οἷον κείδω ὁ η΄· ἀριθμὸς πολλαπλασιασθῆσ-
 μένος ἐπὶ τὸν θ΄· καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ α΄· βαθμῶ τοῦ θ΄· τζίφρα εἰσὶν, ἢ δὲ τζίφρα
 ὑδέντι σημαίνει, φανερόν ὅτι ὁ α΄· χαρακτήρ τοῦ θ΄· οὐ δύναται τὸν η΄· ἀριθμὸν
 πολλαπλασιασάσειν. διὸ τζίφρα γράφεται ὑφ' ἑκάσων τῶν αὐτῆ χαρακτήρων. ὁ γὰρ
 α΄· χαρακτήρ τοῦ η΄· δηλ. ὁ β΄· μηδαμῶς λαμβανόμενος οὐδέντι ποιεῖ, ὡσπερ καὶ
 ἢ τζίφρα, τῆμπαλιν ἐξάκις λαμβανομένη μηδὲν ποιεῖ. τῆτ αὐτὸ συμβήσεται καὶ
 ἐπὶ τῶν λοιπῶν χαρακτήρων τῆ η΄· ἐν δὲ τῶ πολλαπλασιασμῶ τοῦ η΄· ἐπὶ τὸν
 β΄· χαρακτήρα τῆ θ΄· δις ὁ β΄· λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν ιβ΄· διὸ τάττεται ὑπὸ τὰς δεκάδας ὁ ς΄·
 μόνος χαρακτήρ, καὶ φυλάττεται ἢ δεκάς ἀντὶ μιᾶς ἑκατοντάδος· εἰκοσάκις γὰρ τῆ β΄· λαμβανομένη ὁ
 ιβ΄· ἀποτελεῖται. δις δὲ τῆς τζίφρας λαμβανομένης ὑδέντι ἀποτελεῖται. Ὁθεν ὑπὸ τὰς ἑκατον-
 τάδας μόνος μόνος γράφεται, ἢ φυλαττομένη δηλονότι ἑκατοντάς ἀπὸ τῆ γεγονότος ἐκ τῆ πολλαπλα-
 σιασμῶ τῆ β΄· ἐπὶ τὸν 20· λαμβανομένη δὲ καὶ τῆ 4· δις γίνεται ὁ 8· ὅς καὶ ἐν τῶ βαθμῶ τῆς
 χιλιάδος τάττεται. ἐπεὶ δὲ μετὰ τὸν πολλαπλασιασμὸν ἑκάστου ἀριθμοῦ ἐφ' ἑκάσων σὺνάφεις ἐπι-
 σταί ἀνάγκη πάντως κἀνταῦθα ταύτην γίνεσθαι. ἐπεὶ δ' αὐδὲς ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιασμῶ τοῦ
 ἢ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν α΄· χαρακτήρα τῆ θ΄· ὑδέντοι γέγονε, διάτοι τῆτο ἐν τῆ σὺνάφει τζίφρα μόνον
 τίθεται ὑπὸ τὰς μονάδας,

4625: α:

143: β:

4625: η:

18500: θ:

13875: κ:

661375: λ:

406: η:

20: θ:

000

812

8120:

Πόρισμα.

Ἐκ δὴ τῆ φανερόν, ὅτι εἴαν ἀριθμῶ τινὶ τζίφρα μόνον προσεθῆ, ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς γενήσεται. ὅς τις
 ἂν ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ τῆ αὐτῆ ἐπὶ τὸν 10· γένοιτο. Εἶδέ τινι ἀριθμῶ δις λαμβανομένῳ τζίφρα
 προσεθῆ γενήσεται ἀριθμὸς ὁ καὶ ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ τῆ αὐτῆ ἐπὶ τὸν 20· γενόμενος. τρίς δὲ
 λαμβανομένῳ τῆς τζίφρας προσιδεμένης γενήσεται, ὅς ἂν καὶ ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ τῆ αὐτῆ ἐπὶ
 τὸν τριάκοντα ἀναφανείη. τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν δεκαδικῶν, ἑκατοσῶν, χιλιοσῶν, καὶ
 λοιπῶν ἀναλόγως συμβαίνει. ὡσεὶ ἢ ἑκάστοι πρόκειται ἀριθμὸν τίνα ἐπὶ τὸν 10· πολλαπλα-
 σιάσαι πρὸςθες αὐτῶ μόνον τζίφραν. Ὅτε δὲ ἐπὶ τὸν 20· καὶ διπλασίασον αὐτὸν προσέτι.
 τριπλασίασον δ' ὅτε ἐπὶ τὸν 30· καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν δεκαδικῶν τὸ ἀνάλογον ἑκάσῳ ποίει. ὅτε
 δὲ ἐπὶ τὸν 100· πρὸςθες μόνον τζίφρας δύο· ἐπὶ δὲ τὸν 200· καὶ διπλασίασον αὐτὸν πρὸς τέτρω,
 τριπλάσιον δὲ ἐπὶ τὸν 300· ἀπαξαπλῶς δ' εἶπεν ὅσαι μὲν ἂν εὐρεθῶσι τζίφραι ἐν τῶ πολλαπλα-
 σιάζοντι τοσαύτας σσι προσιδέναι δεόν καὶ τῶ πολλαπλασιαζομένῳ. ὅσάκις δὲ τὴν μονάδα ὁ ἐκείνου
 περιέχει χαρακτήρ, τοσάκις καὶ τῆτον λαμβάνειν διὰ τὸ ευχερέτερον. ὅταν δὲ δεκαδικὸς ἀριθμὸς ἐ-
 πὶ δεκαδικόν, ἢ ἑκατοσόν, ἢ ἄλλης τινὸς προσηγορίας ὀφείλει πολλαπλασιασθῆναι, τῆς χαρακτήρας
 μόνον τῆ τε πολλαπλασιάζοντος καὶ πολλαπλασιαζομένου πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιάσει, τῶ δὲ γι-
 νομένῳ πρὸςθες τοσαύτας τζίφρας, ὅσαι εἰσὶν ἑκατέρω προσκείμεναι. οἷον δεδόςθω τὸν 300·
 ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 30· πολλαπλασιασθῆναι, καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν εἰσὶν ἑκατοσός, ὁ δὲ δεκαδικὸς πολλαπλα-
 σιασθῆτω ὁ σημαντικὸς χαρακτήρ τῆ 200· δηλ. ὁ 2· ἐπὶ τὸν σημαντικὸν χαρακτήρα τῆ 30· καὶ
 τῶ γινομένῳ β΄· χαρακτήρι πρὸςθες τζίφρας τρεῖς τὰς δύο μὲν ἐκ τῆ ἑκατοσῆ δαιειζόμενος, τὴν
 δὲ μίαν ἀπὸ τῆ δεκαδικῆ καὶ γενήσεται ὁ 6000· ὅς τις γίνεται εἴαν καὶ ὁ 200· ὅλος ἐφ' ὅλον τὸν
 τριάκοντα πολλαπλασιασθῆ.

Βάσανος Πολλαπλασιασέως.

Ἡ μὲν ἂν πράξις τῆς ἑκάστου ἀριθμοῦ ἐφ' ἑκάσων πολλαπλασιασέως τοιαύτη. ἢ δὲ βάσανος ταύτης
 ὡδὲ πως γίνεται. ἀφηρείδω α΄· ὁ 9· ἀπὸ τῶν δεδομένων ἀριθμῶν χωρὶς, καὶ τὰ ἐναπολειφθέντα ἐξ
 ἀμφοῖν πολλαπλασιασθῆτωσαν, πρὸς ἄλληλα, καὶ ἀπὸ τῆ γινομένη ἀφηρείδω αὐδὲς ὁ 9· εἴαν τοῦ 10·
 ὑπερέχη, τὸ δὲ ἐναπολειφθὲν σημειωθῆτω. εἶτα ἀφηρείδω ὁ ἐννέα καὶ ἀπὸ τῆ ζητούμενης, κἀν τῆ