



Περὶ Ἀναλογιῶν.

Ὁ Λόγος τῶν πλεοναχῶς ἐστὶ λεγομένων, παρὰ δὲ τοῖς ἀριθμητικοῖς σχέσιν δηλοῖ μεταξύ δυοῖν ἀριθμῶν, ἢ ὅλως ποσῶν· ἦν ὀριζόμενος ὁ σοικειωτῆς ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ, ἐν ᾧ περὶ μεγεθῶν αὐτῷ ἢ διάσκεψις φησί.

Λόγος ἐστὶν δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ πληκίότητα ποιά σχέσις πρὸς ἄλληλα. Ἐκ δύο δὲ λόγων, ἢ καὶ πλειόνων ὁμοίων ἀναφύεται ἡ Ἀναλογία, διὸ καὶ ὀρίζεται ταύτην λέγων. Ἀναλογία δὲ ἢ τῶν λόγων ὁμοιότης· ἧς τρία τὰ εἶδη, Γεωμετρικῆ, Ἀριθμητικῆ, Ἄρμονικῆ.

Ἡ μὲν ἔν Γεωμετρικῆ, περὶ ἧς μάλιστα ἐπὶ τῷ παρόντος ὁ λόγος, διαιρεῖται εἰς συνεχῆ, καὶ διεζευγμένην· ἢ δὲ διεζευγμένη ὑποδιαιρεμένη εἰς ἀπλήν καὶ σύνθετον, ἐπιδιαιρεῖται εἰς ὀρθὴν καὶ πλαγίαν.

Συνεχῆς ἀναλογία ἐστὶν ἐν ᾗ οἱ ὄροι ἀδιασάτως κεῖνται. Διεζευγμένη, ἐν ᾗ κατὰ διάσασιν.

Ἀπλή ἀναλογία ἐστὶν ἢ ἕκ ἐκ πλειόνων ἢ τριῶν συνισταμένη ὄρων.

Ὅρθῃ ἐν ἧ̄ διδομένων ὄρων τινῶν, τελάχισον,
 δὲ τριῶν δυνάμει, ἧ̄ ἐνεργεία, ζητεῖται δ'. πρὸς ὄν
 ἔξει ὁ γ'. ὡς ἔχει ὁ α', πρὸς τὸν
 β'. δυνάμει μὲν ὡς ἐπὶ τῶν α, β,
 ἀριθμῶν, ὧν δοθέντων, ζητεῖται
 ἀριθμὸς πρὸς ὄν ἔξει ὁ β, ὡς
 ἔχει ὁ α, πρὸς τὸν αὐτὸν β. ἐ-
 νεργεία δὲ ὡς ἐπὶ τῶν γ, δ, ε,
 ὧν δοθέντων, ζητεῖται ἀριθμὸς
 πρὸς ὄν ἔξει ὁ ε, ὡς ἔχει ὁ γ,
 πρὸς τὸν δ.

16
κ
2, 4, 8.
α β ϑ.
24
λ
3, 6 = 4, 8.
γ δ ε ζ.

Εἰς εὕρεσιν τέτων ἐπὶ μὲν τῆ̄ α'. ὑποδείγματ' ©
 πολλαπλασιασέον τὸν β, πρὸς ἑαυτὸν, τὸν δ' ἀπ'
 αὐτῆ̄ ἦτοι τὸν κ, διαιρετέον ἐπὶ τὸν α, καὶ ὁ ἔξαχ-
 θείς ϑ, διὰ τῆς Διαιρέσεως ἐστὶν ὁ ζητούμενος.

Ἐπὶ δὲ τῆ̄ β'. πολλαπλασιασέον τὸν δ, ἐπὶ τὸν
 ε, τὸν δὲ ἐπ' αὐτῶν λ, διαιρετέον ἐπὶ τὸν γ, καὶ
 ἔξομεν τὸν ζητούμενον ζ.

Δειξις.

Ἐπεὶ ὁ β, ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας πεποίηκε
 τὸν κ, ὃν περ καὶ ὁ α, ποιήσει πολλαπλασιάσας τὸν
 ϑ, κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ περὶ Διαιρέσεως, ἐστὶν ὁ
 ὑπὸ τῶν ἀκρῶν ἴσος τῷ ἀπὸ τῆ̄ μέσῃ.

Αὐθις ὁ δ, τὸν ε, πολλαπλασιάσας πεποίηκε τὸν λ, τῆτον δὲ ποιήσει καὶ ὁ γ, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ζ. ἔστι τοίνυν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, ἢ ἐπομένως ὡς ὁ α, πρὸς τὸν β, ὁ β, πρὸς τὸν θ. Ἔτι δὲ καὶ ὡς ὁ γ, πρὸς τὸν δ, ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, κατὰ τὴν κ'. τῆ ζ. τῆ σοιχειωτῆ.

Πλαγία ἐστὶν, ἐν ἣ τριῶν δοθέντων ἀριθμῶν, ζητεῖται τέταρτος ἕξων πρὸς τὸν πρῶτον, ὡς ἔχει ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον ἢ πρὸς τὸν γ'. ὡς ὁ α' πρὸς τὸν β'.

Ἔσωσαν εἰς ὑπόδειγμα τῆ α'. τρόπε οἱ α, β, γ. ἀριθμοί, καὶ ζητηθήτω ὅσος ἕξει πρὸς τὸν α, ὡς ὁ β, πρὸς τὸν γ. πολλαπλασιασθήτω ὁ α, ἐπὶ τὸν β, ὁ δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρεθήτω ἐπὶ τὸν γ, καὶ ὁ ἐκ τῆς διαιρέσεως ἦτοι ὁ δ, ἕξει πρὸς τὸν α, ὡς ὁ β, πρὸς τὸν γ, ὁ γὰρ ὑπὸ τῶν ἄκρων δ, γ, κἀνταῦθα ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων.

	3	8	4	6.
	α,	β,	γ,	δ.

Ἔσωσαν ἔτι εἰς ὑπόδειγμα τῆ β'. τρόπε τῆς πλαγίας τῶν τριῶν ἀναλογίας, οἱ α, β, γ, ἀριθμοί, ἢ ζητηθήτω ἀριθμὸς ὅς ἕξει πρὸς τὸν γ, ὡς ὁ α, πρὸς τὸν β. πολλαπλασιασθέντος τῆ α, ἐπὶ τὸν γ, ὁ ὑπ' αὐτῶν διαιρεθήτω ἐπὶ τὸν β, καὶ ὁ ἕξαχθεὶς δ, ἐστὶν ὁ ζητούμενος ἢ δεῖξις ἢ αὐτὴ τῆ προτέρα.

5,	10,	=	20,	40.
α,	β,		δ,	γ.

Σύνθετος ἀναλογία ἐστίν, ἐν ἣ πέντε ἀριθμῶν
δοθέντων ζητεῖται ὁ ἕκτος· ἢ ἑπτὰ, ἢ ζητεῖται ὁ
ὀγδοος· πᾶν μὲν οἱ ἀριθμοὶ εὐτάκτως χωρῶσιν, ὁρῶντες,
εἰ δ' ἔσθι, πλαγία καλεῖται ἡ Ἀναλογία· ἀλλὰ περὶ τῶν
τῶν εἰσέπειτα.

Σχόλιον.

Τὰ εἶδη ταῦτα τῶν ἀναλογιῶν, μεθόδους οἱ ἀ-
ριθμητικοὶ κοινότερον καλεῖσιν, ἀμέλει τὸ μὲν μέ-
θοδον τῶν τριῶν, τὸ δὲ, τῶν πέντε, τὸ δὲ, τῶν
ἑπτὰ· ἀλλ' ἐν μὲν ταῖς ἀπλῶς ἀναλογίαις ἀπλῶς ἢ
οἱ ἀριθμοὶ λαμβάνονται, ἢ εἰσὶν ἀριθμῶντες ἀριθ-
μοὶ, ἐν δὲ ταῖς μεθόδοις τοῖς αἰσθητοῖς ἢ καθέκα-
σα ἐφαρμοττόμενοι, ἀριθμοὶ ἀριθμητοὶ καθίστανται.
Ταῦτ' ἄρα ἵνα καταλλήλως λαμβάνωνται, ἢ ἐκτὸς
ἀπάτης ἢ πρᾶξις χωρῆ, σκεπτέον πρὸ πάντων τίνας
τίσι τῶν ἀνάγκη εἶναι ὁμοειδεῖς, ὅπερ ὄντι ἡμῖν
γενήσεται λαβῆσιν, ὅτι ἐπὶ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν,
ἣτις ἢ κατ' ἀντωνομασίαν, διὰ τὸ πάσας τὰς ἄλλας
ἀναλογίας ἐπ' αὐτήν, ὡς πρωτίστην ἀνάγεσθαι, ἀναλογία
καλεῖται, ἢ χρυσῆς κανὼν ὑπὸ τῶν νεωτέρων
διὰ τὸ χρέσιμον, ἥτοι πάντες εἰσὶν ὁμοειδεῖς, ἢ ἀνά-
δύο· ἀλλὰ ἢ τῆτο πάλιν διχῶς κατὰ συζυγίαν φη-
μι ἢ κατὰ διάσασιν· κατὰ μὲν συζυγίαν, ἥνικα ὁ-
μοειδῆς ὄντος τῆ α'. τῶ β'. ἐξ ἀνάγκης ἔσαι καὶ
ὁ γ'. ὁμοειδῆς τῶ δ'. κατὰ διάσασιν δὲ, ὅταν τῆ α'.
ὁμοειδῆς ὄντος τῶ γ'. ἐξ ἀνάγκης ἢ ὁ β'. τῶ δ'.
εἴαν γὰρ τῆτο μὴ ἦ, ἀσύστατος ἔσαι ἡ ἀναλογία, ἢ

ἡ ἀπάτη ἐγγύς· ὁ μὲντοι τρόπος τῆς πράξεως ἐπὶ πάντων ὁ αὐτός.

Υποδείγματα ἐπὶ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν καὶ πρῶτον ἐπὶ τῆς ὀρθῆς.

Ἐπιδειγμα Α΄.

Ἐν ᾧ πάντες οἱ ἀριθμοὶ ὁμοειδῆς.

Τοκισῆς ἕνεκα 500 ἀργυρίων εἴληφε τόκον ἀργύρια 50, ἕνεκα δὲ 800 ἀργυρίων, πόσα ἂν ἀργύρια λήψαιτο.

Ἐπιδειγμα Β΄.

Ἐν ᾧ ὁ α΄. τῷ β΄. καὶ ὁ γ΄. τῷ δ΄. ὁμοειδεῖς.

Τῷ αὐτῷ τοκισῇ 600 ἀργυρίων παρασχόντων τόκον ἀργύρια 60, 800 ὀβολοὶ, πόσους ἂν ὀβολὸς παράσχοιντο.

Ἐπιδειγμα Γ΄.

Ἐν ᾧ εἰσὶν ὁμοειδῆς ὁ α΄. τῷ γ΄. καὶ ὁ β΄. τῷ δ΄.

Εἴγε τῆ μεγίστη τῆς γῆς κύκλος δύο μοῖραι ἴσαι εἰσὶν ὀκτωσαδίοις ὀκτῶ πρὸς τοῖς τεσσαράκοντα, αἱ τριακόσται ἐξήκοντα, ἧτοι ὁ ὅλος κύκλος, πόσοις ἂν εἶεν ὀκτωσαδίοις ἴσαι.

Ἐπὶ τῶν καὶ τῶν ὁμοίων πολλαπλασιαστέον τὸν β΄. ἐπὶ τὸν γ΄. τὸν δὲ ὑπὸ αὐτῶν διαιρετέον ἐπὶ τὸν α΄. καὶ εὐρεθήσεται ὁ δ΄. ὁ ἐκ τῆς διαιρέσεως

παραγόμενος· τῆτον τὸν τρόπον εὔρηται ἐπὶ μὲν τῆ
 α'. ὑποδείγματος δ'. ὄρος ὁ 80, ἀργυρίων σημαντι-
 κός, ἢ ὁμοειδῆς τοῖς πρὸ αὐτῆ πασι· ἐπὶ δὲ τῆ β'.
 ὁ αὐτὸς 80, ἐκέτι ἀργυρίων, ἀλλ' ὀβολῶν σημαντι-
 κός, ὡς ὁμοειδῆς τῷ γ'. ἐπὶ δὲ τῆ γ'. ὁ 8640, ὀκ-
 τωσαδίων δηλωτικός, ἢ ὁμοειδῆς τῷ β'. ἀλλ' ἵνα κα-
 ταφανὲς γένηται τὸ δεῖν τὰς ἀριθμὸς, κατὰ τὰς προ-
 εκτεθέντας διορισμὸς, ὑπάργειν ὁμοειδεῖς, κείσθω
 ἐπὶ τῆ β'. ὑποδείγματος, μὴ ὁμοειδῆ εἶναι τὸν γ'. τῷ
 δ'. ἢ λογιζέσθω τις ἕτω· εἰ 600, ἀργύρια παρέ-
 σχον 60, ἀργύρια 800, πόσα ἂν λεπτὰ παρά-
 σχοιτο, ἀσύστατος ἔσαι ἢ ἀναλογία, ἕτερολογία
 τις μᾶλλον ἔσαι, ἢ ἀναλογία· ἔ γὰρ εἰσὶν ἐν τῷ αὐ-
 τῷ λόγῳ τὰ ἀργύρια, τοῖς ὀβολοῖς καὶ λεπτοῖς·
 τὰ γὰρ ἀργύρια τῶν ἀργυρίων δεκαπλάσια, οἱ δὲ ὀ-
 βολοὶ τῶν λεπτῶν ἐκέτι, εἰ καὶ ἀπλῶς ὁ 800 ἀριθ-
 μὸς τῆ 80, εὕρισκεται δεκαπλάσιος.

Ἐπὶ δὲ τῆ γ'. ὑποδείγματος, ἐπεὶ ἑκάστη μοῖρα
 διαιρεῖται εἰς 60, ζ'. ὑποκείσθω τὸν 360, ἔ μοιρῶν,
 ἀλλ' ἐξηκοσῶν εἶναι σημαντικόν, τῆτέσι μὴ εἶναι τὸν
 γ'. τῷ α'. ὁμοειδῆ· ἔδ' ἕτως συσαθήσεται ἢ ἀνα-
 λογία· ἔ γὰρ ἐστὶ λογίσασθαι ὡς μοῖραι πρὸς ὀκτω-
 σάδια, ἕτω ἐξηκοσὰ πρὸς ὀκτωσάδια· εἰ γὰρ τῆτο
 δυνατόν, ἐπεὶ ὁ αὐτὸς παράγεται ἀριθμὸς, ἦτοι ὁ
 8640, τὰ 360, ἐξηκοσὰ, ταῦτόν δ' εἰπεῖν αἱ 6,
 μοῖραι ἔσονται περιεκτικαὶ 8640, ὀκτωσαδίων, ὅπερ
 ἄτοπον· αἱ γὰρ 6, μοῖραι τριπλάσια ἔσαι τῶν
 2, μοιρῶν, περιέχουσιν ὀκτωσάδια 144, εἴγε αἱ 2,
 εἰσι

εἰσι περιεκτικαὶ 48, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ὁ γὰρ 144 ἀριθμὸς εἰς 48, ἐστὶ τριπλάσιος, ἕκети δὲ ὁ 8640.

Ἦ πρόδειγμα πρῶτον ἐπὶ τῆς πλαγίας μεθόδου τῶν τριῶν.

Ἐν ᾧ ζητεῖται τέταρτος ἔχων πρὸς τὸν τρίτον, ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον τῆς αὐτῆς.

Εἰ τοκισῆς τις εἴληφεν ἐξ ἀργυρίων 500 τόκον ἀργύρια 50, τὰ 80, ἀργύρια ἐκ πύσων ἀργυρίων ἔλαβεν; Εἰς λύσιν τέτε καὶ τῶν ὁμοίων πολλαπλασιασίου τὸν πρῶτον ἐπὶ τὸν τρίτον, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρετέον ἐπὶ τὸν δεύτερον, καὶ εὐρεθήσεται ὁ ζητούμενος κατὰ τὰ πρόσθεν εἰρημένα.

Ἦ πρόδειγμα Β'.

Ἐν ᾧ ζητεῖται τέταρτος ἔξων πρὸς τὸν πρῶτον, ὡς ἔχει ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον.

Ταχυδρόμος τινὸς βαδίσαντος καθ' ἑκάστην ὀκτωσάδια 24, καὶ διανύσαντος τὴν ἀφ' εἰὸς τόπου εἰς ἕτερον ὁδοιπορίαν ἐν ἡμέραις ὀκτώ, ζητεῖται, πόσα ἂν ὀκτωσάδια αὐτὸς βαδίζεν καθ' ἑκάστην ἡμέραν, ἵνα τὴν αὐτὴν ὁδοιπορίαν ἐν ἑξ ἡμέραις διανίσχη.

Εἰς λύσιν τῆς καὶ τῶν ὁμοίων τακτέον πρῶτον τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν, δεύτερον, τῶν ὀκτωσαδίων, τρίτον τὸν τῶν ἄλλων ἡμερῶν, εἶτα πολλαπλασιασέον τὸν πρῶτον ἐπὶ τὸν δεύτερον, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρετέον ἐπὶ τὸν τρίτον, καὶ ὁ διὰ τῆς διαιρέσεως παραχθῆναι, ἔσαι ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν ὀκτωσαδίων, εἶτα $32: 8 = 24: 6$ ἐπὶ τῶ παραύτος ὁ 32.

Ἐπιδειγμα Β΄.

Εἴπερ ἐν ἡμέραις 10, οἰκοδόμοι 20, συνέπηξαν σινὰ οἰκίαν, ἐν ἡμέραις 5, πόσοι ἂν οἰκοδόμοι συμπήξαιεν ἑτέραν οἰκίαν ἴσην τῇ πρώτῃ;

Πολλαπλασιασέον τὸν πρῶτον ἐπὶ τὸν δεύτερον, $40: 20 = 10: 5$. διαιρετέον τε τὸν ὑπ' αὐτῶν ἐπὶ τὸν τρίτον, καὶ ἐξαχθῆσεται ὁ ζητούμενος, ὅς ἐστιν ὁ 40.

Ἡ δεῖξις τῶν καὶ τῶν τοιούτων ἐργεῖται τῇ εἰκοστῇ τῆ ἐβδόμῃ τῆ σιχειωτῆ, ἔξει μέντοι καὶ ἄλλως συνιδεῖν ὁρῶν ἐχασαν τὴν ἀναλογίαν. διὰ μὲν γὰρ τῆ πολλαπλασιασμῆ τῆ πρώτῃ ἐπὶ τὸν δεύτερον, ἀποτελεῖται ὁ ἀριθμὸς πάντων τῶν ὀκτωσαδίων, ἅπερ ἐβάδισεν ὁ ταχυδρόμος κατὰ τὸ πρῶτον ὑπόδειγμα, ἢ πᾶσαι αἱ ἡμερήσιαι ἐργασίαι τῶν οἰκοδόμων κατὰ τὸ δεύτερον, διὰ δὲ τῆς διαιρέσεως συνά-

γεται, ὅποσα ὀκτωσάδια βαδίζειν χρεῶν κατ' ἐκάστην ἡμέραν τῷ διανύσοντι ἐν ἑξ ἡμέραις τὴν ὁδόν, ἢ πόσαι ἐργασίαι ἀρκέσουσι κατ' ἐκάστην εἰς σύμπληξιν τῆς οἰκίας ἐν ἡμέραις πέντε.

Σχόλιον.

Ἐπισάσεως δὲ ἀξίον, ὅτι ἐπὶ τῶν τοιούτων προβλημάτων οἱ χρόνοι ἀντιπεπόνθασιν τοῖς πράγμασιν. ὡς περ ἐνταῦθα αἱ ἡμέραι τοῖς τε ὀκτωσαδίοις, καὶ τοῖς οἰκοδόμοις. καὶ γὰρ μειυμένης τῆς χρόνου ἀυξεται ὁ ἀριθμὸς τῶν αὐτῶν, καὶ ἀνάπαλιν. ταῦτ' ἀρα καὶ ῥαδίως ἀνάγεται ἢ πλαγία αὕτη μέθοδος ἐπὶ τὴν ὀρθὴν, εἴτις ἔτρωσίπως λογίζεται. ὡς ἡμέραι 6, πρὸς ἡμέρας 8, ἦτοι ὁ ὑσέρος χρόνος πρὸς τὸν πρότερον, ἔτρωσ ὀκτωσάδια 24, τὰ κατὰ τὴν πρώτην ὁδοιορείαν, πρὸς ὀκτωσάδια τὰ κατὰ τὴν δευτέραν. καὶ αὐθις ὡς ἡμέραι 5, πρὸς ἡμέρας 10, ἔτρωσ 20, οἰκοδόμοι οἱ πρότεροι δηλονότι πρὸς τοὺς ὑσέρους. εὐρεθήσονται γὰρ ὡς καὶ πρότερον οἱ αὐτοὶ ἀριθμοὶ ὁ 32, φημι καὶ 40.

Ἐὰν δὲ δοθέντος τῆς ἀριθμοῦ τῶν οἰκοδόμων, ζητηθῇ ὁ τῶν ἡμερῶν, οἷον εἰπεῖν, εἰ 20, οἰκοδόμοι ἐν ἡμέραις 10, συνέπηξαν τὴν οἰκίαν, 40, οἰκοδόμοι ἐν πόσαις τὴν ἴσην αὐτῇ συμπήξαιεν οἰκίαν; εὐρεθήσεται τὸν αὐτὸν τρόπον ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν διὰ πολλαπλασιασμῶ τῆς πρώτης ἐπὶ τὸν δεύτερον, καὶ διαι-

ρέσεως τῆ ὑπ' αὐτῶν ἐπὶ τὸν τρίτον, ἐπ' ἑδενός
 γὰρ τῶν τοιούτων προβλημάτων εὐρεθείη ἂν διὰ πολ-
 λαπλασιασμῶ τῆ πρώτῃ ἐπὶ τὸν τρίτον, ἢ διαιρέ-
 σεως ἐπὶ τὸν δεύτερον, κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον
 τῆς πλαγίας μεθόδου τῶν τριῶν, περὶ ἧς τὸν λόγον
 ποιῶμεθα, εἰ καὶ ἐπὶ τῶν μὴ ἀντιπεπονθότων εὐρί-
 σκεται. ὡς ἔστιν ἰδεῖν ἐπὶ τῆ ἀνωτέρω ἐκτεθέντος
 ὑποδείγματος πρώτῃ ἐπὶ τῆς αὐτῆς· ἐκεῖ γὰρ διὰ
 τὸ μὴ ἀντιπεπονθέναι τὰ ἀργύρια τοῖς ἀργυρίοις συ-
 νίστατο ἡ ἀναλογία· ἐνταῦθα δὲ ἐκ ἂν ποτε συ-
 σταίη τῶ ἀντιπεπονθέναι τῆς χρόνης τοῖς πράγμασιν
 ἢ γὰρ πρόεσιν ὀρθῶς τὸ ἔτω λογίζεσθαι· εἰ 10, ἡ-
 μέραι διήρκεσαν τοῖς 20, οἰκοδόμοις, τοῖς 40, πόσοι
 διαρκέσουσιν. ἀλλ' ὡς οἰκοδόμοι οἱ ὑπεροὶ πρὸς οἰκο-
 δόμους τῆς προτέρης, ἔτως αἱ ἡμέραι τῶν προτέρων
 πρὸς τὰς ἡμέρας τῶν ὑσέρων, αἵτινες εἰσὶν αἱ ζητέ-
 μεναι· ἦτοι ὡς 40, πρὸς 20, 10, πρὸς 5. ἔτω γὰρ
 πολλαπλασιαζομένη τῆ πρώτῃ ὡς εἰσὶν ὁ 20, ἐπὶ τὸν
 δεύτερον ἦτοι τὸν 10, διαιρεῖται ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐπὶ
 τὸν 40 τρίτον ὄντα τῶν δοθέντων, πρώτον δὲ τῆ τάξει
 τῆς ἀναλογίας, καὶ παράγεται ὁ ζητούμενος κατὰ
 τὴν ὀρθὴν, ὅπερ ἦν τὸ ἐξ ἀρχῆς, ἐν οἷς ἐλέγετο
 δεῖν πολλαπλασιάζειν τὸν πρῶτον τῶν δεδομένων ἐπὶ
 τὸν δεύτερον, ἢ τὸν ὑπ' αὐτῶν διαιρεῖν ἐπὶ τὸν
 τρίτον.

Περὶ Ἑταιρείας.

Διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν λύονται ἢ πάντα τὰ περὶ ἀπλῆς Ἑταιρείας ὀρθῆς τε καὶ πλαγίας προβαλλόμενα, ἧτις ἕδεν ἄλλο ἐστὶ, ὡς ἐπὶ τῆ παρόντος λαμβάνεθ, ἢ συμφωνία πλειόνων διαφορῆς καταθεμένων ποσότητος, καὶ ἐμπορευσαμένων ἐπὶ τινα χρόνον, εἴτα βυλομένων διανεῖμαι τὸ ἐξ αὐτῶν κέρδος, ἢ ζημίαν ἀναλόγως ταῖς καταβληθείσαις ποσότησιν, ὥστε ἔχειν τὸ ἐξ ἀπάντων τῶν ποσοτήτων συγκείμενον πρὸς τὴν ποσότητα ἐκάστου, ὡς τὸ ὅλον κέρδος πρὸς τὸ ἀνήκον κέρδος ἐκάστη ποσότητι.

Ἐπόδειγμα ἐπὶ τῆς ἀπλῆς καὶ ὀρθῆς Ἑταιρείας.

Δεδόθω συνεμπόρος τρεῖς ἑταιρείαν ποιησαμένους καταθέσθαι τὸν μὲν ἀργύρια 24, τὸν δὲ 30, τὸν δὲ, 48, ἢ κερδήσαντας ἀργύρια 200, ζητεῖν τὸ ἀνήκον ἐκάσῳ κέρδος.

Εἰς εὐρεσιν τέτρας πολλαπλασιασέον τὸν 200, ἦτοι τὸ δοθέν κέρδος ἐπὶ τὸν 24, τὴν ποσότητα λέγω τῆ ἑνός, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρετέον ἀπὸ τὸν 100, δηλονότι τὴν ὅλην ποσότητα. ὁ γὰρ ἐκ τῆς διαιρέσεως παραγόμενος τῆ ἀνήκοντος αὐτῷ κέρδους, ἔσαι παρασατικός. τῆτ' αὐτὸ ποιητέον καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. ἔσαι γὰρ,

ὡς	100:	πρὸς	24	=	ἔτω	200:	πρὸς	48.
	100:		30			200:		60.
	100:		46			200:		92.

ἦτοι ὡς ἡ ὅλη ποσότης πρὸς τὰς ἐν μέρει ποσότητας τὸ ὅλον κέρδος πρὸς τὰ ἐν μέρει κέρδη.

Τὸ αὐτὸ ὑπόδειγμα κατὰ τὴν πλα- γίαν μέθοδον τῆς ἐταιρείας.

Ἐάν δὲ δοθείσης τῆς ὅλης ποσότητος, ἢ τῆς ὅλης κέρδους, ἢ τῶν τῆς μερῶν, ζητηθῆ δὲ ἡ ἐκά-
στη ποσότης, πολλαπλασιασέον τὸν 200, ἐπὶ τὸν 100,
τὸν δὲ ὑπὸ αὐτῶν διαιρετέον δὸς εἰπὲν ἐπὶ τὸν 24,
ἐπὶ τὸν 30, ἐπὶ τὸν 46, ἐν μέρει κατὰ τὸν β'. τρέ-
πην τῆς πλαγίας τῶν τριῶν. ἔσαι γάρ.

ὡς	100:	πρὸς	200	=	ἔτω	48:	24.
	100:		200			60:	30.
	100:		200			92:	46.

ἦτοι ὡς ἡ ὅλη ποσότης πρὸς τὸ ὅλον κέρδος, αἱ ἐν
μέρει ποσότητες πρὸς τὰ ἐν μέρει κέρδη.

Λήμμα.

Τὸ κινητικὸν πολλαπλασιασθήσε) ἢ ὑποπολλα-
πλασιασθήσε) τῷ λόγῳ τῆς κινητῆς, ἢ τῷ λόγῳ τῆς
ταχύτητος· εἶον ἔσω κινητικὸν σῶμα τὸ α, κινητὸν
δὲ τὸ β, καὶ κινεῖτω τῆτο ἐκεῖνο κατὰ τὴν τυχεῖσαν
ταχύτητα· διπλασιασθήτω τὸ β, ἀνάγκη ἢ τὸ κι-
νητικὸν διπλασιασθῆναι, εἰ μέλλει κινεῖν τὸ β, κατὰ

τὴν αὐτὴν ταχύτητα. καὶ δὲ κινεῖν αὐτὸ ἐν διπλασίονι τῆς προτέρας ταχύτητι, δεόν τὸ αὐτὸ τετραπλασιασθῆναι· εἰ δὲ τὸ μὲν κινητὸν διπλασιασθῆ, ἢ δὲ ταχύτης τριπλασιασθῆ, τὸ κινήτικόν εξαπλασιασθῆναι χρεὼν, καὶ ἀπλῶς πολλαπλασιασθῆναι, ἢ ὑποπολλαπλασιασθῆναι κατὰ τὸν λόγον ὅτε κινήτῃ πρὸς τὸ κινητὸν, καὶ τῆς ταχύτητος πρὸς τὴν ταχύτητα· ἥτοι ἔχειν λόγον τὸν συγκείμενον ἐκ τῆς λόγου τῶν τε κινήτων καὶ τῶν ταχυτήτων.

Ἰσχυρίζομαι γὰρ τὸ κινητὸν διτάλαντον, καὶ κεί-
 σθω ἀντ' αὐτῆς ὁ 2, ἀντὶ δὲ τῆς διπλασίας
 αὐτῆς ὁ 4, ἀντὶ δὲ τῆς ταχύτητος κατ' ἣν 2. 3.
 ἐκίνοι τὸ α, τὸ β, ὁ 3, καὶ ἀντὶ τῆς διπλα- 4. 6.
 σίας ταύτης ὁ 6, τούτων κειμένων, πρόδηλον τῷ καὶ
 μικρὸν ἐπιστάσαντι, ὅτι ὁ λόγος τῶν κινήτικῶν σύγκει-
 ται ἐκ τῆς λόγου τῆς 2, πρὸς τὸν 4, καὶ τῆς 3, πρὸς
 τὸν 6.

Πέρισμα.

Ἐκ τούτων συνάγεται, ὅτι ὁ λόγος τῶν κινήτικῶν
 ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ λόγῳ τῶν γινομένων ἀριθμῶν ἐκ τῆς
 πολλαπλασιασμῆς τῆς 3, ἐπὶ τὸν 2, καὶ τῆς 4, ἐπὶ τὸν
 6, οἵτινες ἐνταῦθα εἰσὶν ὁ 6, καὶ 24. ἐπεὶ γὰρ
 ἥτοι ἔχει λόγον τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν
 κατὰ τὴν ε'. τῆς η'. τῆς σοικειωτῆς, ἔχει ἄρα λό-
 γον τὸν ἐκ τῆς 2, πρὸς τὸν 4, καὶ τῆς 3, πρὸς τὸν 6,
 συγκείμενον· ἀλλὰ καὶ ὁ τῶν κινήτικῶν λόγος ἐκ τῶν

αὐτῶν λόγων ἐστὶ συγκείμενος, κατὰ τὴν ια'. ἄρα
 $\tau\bar{\epsilon}$ ε'. $\tau\bar{\epsilon}$ αὐτῆ ὁ λόγος τῶν κινήτικῶν ἐστὶν ὁ αὐτὸς
 τῷ λόγῳ τῶν γινομένων ἀριθμῶν ἐκ $\tau\bar{\epsilon}$ πολλαπλα-
 σιασμῆ $\tau\bar{\epsilon}$ 3, ἐπὶ τὸν 2, ἢ $\tau\bar{\epsilon}$ 4, ἐπὶ τὸν 6.

Περὶ Ὁρθῆς Μεθόδου τῶν 5.

Ἡ τῶν 5 Μέθοδος σύνθετός ἐστιν ἀναλογία,
 ἐφ' ἧς δίδομένων πέντε ἀριθμῶν ζητᾶται ὁ ἕκτος.

Τ' πὸδειγμα.

Ἐὰν πρὸς τροφήν 20, ἀνδρῶν ἐν ἡμέραις 2,
 ἱκανοὶ ἄρτοι 80, πρὸς τροφήν 30, ἀνδρῶν ἐν ἡμέραις
 6, πόσοι ἄρτοι ἔσονται ἱκανοί;

Ἐπεὶ αἱ τροφαὶ ἔχουσι λόγον τὸν συγκείμενον
 ἐκ $\tau\bar{\epsilon}$ λόγου τῶν ἀνδρῶν, ἢ $\tau\bar{\epsilon}$ λόγου τῶν ἡμερῶν,
 ὃν ἔχουσι ἢ οἱ γινόμενοι ἀριθμοὶ ἐκ $\tau\bar{\epsilon}$ πολλαπλασιασ-
 μῆ τῶν ἀριθμῶν τῶν παρασατικῶν τῶν ἀνδρῶν καὶ
 ἡμερῶν. πολλαπλασιασθήτω ὁ 20, ἐπὶ τὸν 2, καὶ ὁ
 30, ἐπὶ τὸν 6, ἵνα γένωνται ὁ 40, ἢ 180. ἔστι γάρ.
 ὡς $40:180 = 80:$ ἢ $\frac{1}{4} \frac{1}{6}$ ἢτοι 360.

Περὶ Συνθέτου Ἐταιρείας.

Τ' πὸδειγμα.

Τῇ αὐτῇ μεθόδῳ λύοιτο ἢ πάντα τὰ κατὰ τὴν σύν-
 θετον Ἐταιρείαν προβαλλόμενα. οἷον συνέμποροι τρεῖς

ἐκέρδησαν ἀργύρια 200, ὧν ὁ μὲν κατέθετο ἀργύρια
 20. πρὸ μηνῶν 3.
 ὁ δὲ 40. 2.
 ὁ δὲ 24. 6.

ζητεῖ δὲ ἕκαστος αὐτῶν τὸ ἀνήκον αὐτῷ ἐκ τῆ ὅλης
 κέρδους.

Ἐπεὶ τὰ ζητούμενα κέρδη ἔχουσι λόγον ἢ πρὸς
 τὰς ποσότητας, ἄς ἕκαστος τῶν κατέθετο, ἢ πρὸς
 τὰς μῆνας, πρόδηλον ὅτι ἔχουσι λόγον τὸν συγκεί-
 μενον ἐκ τῶν λόγων τῶν αὐτῶν, καὶ ἐπομένως
 ἔχουσιν, ὡς οἱ ὑπ' αὐτῶν γινόμενοι ἀριθμοί· πολ-
 λαπλασιασθήτω τοίνυν ἕκαστη ποσότης καταλλήλως
 τοῖς χρόνοις, ἢ γινέσθωσαν οἱ α, β, γ, ἀριθμοί,
 ἢ ἕκαστος τῶν ἔσαι παραστατικὸς τῆς ἐκά-
 στῶν συνεμπόρων συνθέτῃ ποσότητος. συ-
 ναφθήτωσαν δὲ οἱ αὐτοὶ ἀριθμοί, ἢ ὁ
 ἐξ αὐτῶν δ. παραστήσει τὴν ὅλην σύνθετον
 ποσότητα. τελευταῖον γινέσθω.

ὡς 284:	πρὸς 60	= ἕτω	200:	πρὸς ἄλλο τι.
284:	80		200:	
284:	144		200:	

Περὶ τῆς Πλαγίας τῶν 5.

Ἦ πρόδειγμα.

Εἴπερ σκαπανεῖς δέκα ἐν ἡμέραις τρισὶ διήρκε-
 σαν πρὸς σκαφὴν ὀργυιῶν εἴκοσι, πόσοι ἂν σκαπανεῖς

ἐν ἡμέραις ἕξ πρὸς σκαφὴν ἑτέρη εἴκοσιν ὀργυιῶν διαρκέσαιεν ;

Ἐπὶ τῆ παρόντος καὶ τῶν ὁμοίων, ἐπεὶ οἱ χρόνοι ἀντιπεπόνθασιν τοῖς σκαπανεῦσιν, ἀντισρεπτέον τὰς χρόνους, ἵνα γένηται οἱ σκαπανεῖς ἐν τῷ λόγῳ τῶν γινομένων ἀριθμῶν ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀργυιῶν, καὶ τῶν χρόνων. καὶ τὰ λοιπὰ ποιητέον ὡς πρότερον ἐπὶ τῆς ὀρθῆς.

σκ. ὀρ. ἢ οἱ ὄροι εὐτάκτως κείμενοι.

10. 20. 6.

5. 20. 3. ἕσαι γὰρ ὡς 120: πρὸς 60 = 10: πρὸς 5.

Περὶ τῆς μεθόδου τῶν 7.

Εἶδισαι κοινότερον τοῖς ἀριθμητικοῖς μετὰ τὴν μέθοδον τῶν πέντε ποιεῖσθαι τὸν λόγον, καὶ περὶ τῆς τῶν ἑπτὰ λεγομένης μεθόδου· διὸς διδομένων ἑπτὰ ἀριθμῶν θηρεῦε) ὁ ὄγδος. ἀλλὰ παραληπτέα αὕτη ὡς βραχύτι τῆς τῶν πέντε παραλλάττιστα, καὶ διὰ τῆτο ῥαδίως ἐπ' αὐτὴν ἀναγομένη ἵνα δὲ σαφέστερα γένηται τὰ λεγόμενα, ἐκθετέον ὑπόδειγμα τι τῶν κατ' αὐτὴν προβαλλομένων. Ἄνδρες 4, μετὰ ἀργυρίων 160, ἐν μηνσὶν 6, ἐκέρδησαν ἀργύρια 32, ἄνδρες 7, μετὰ ἀργυρίων 210, ἐν μηνσὶν 4, πόσα κερδήσασιν ἀργύρια. σημαίνει δὲ τὸ ἄνδρες 4. μετὰ ἀργυρίων 160, τὸ καταθεῖναι ἕκασον τῶν τεσσάρων ἀνὰ 160, ἀργύρια· ὁμοίως καὶ ἕκασον τῶν ἑπτὰ ἀνὰ

120, ὅπερ ταῦτόν ἐστὶ τῷ καταθεῖναι τινὰ 640, ἢ 1470, ἕτερον. εἶγε λαμβανόμενος ὁ 160, τετράκις καὶ ὁ 220, ἐπτάκις ποῖσι τὸν 640, καὶ 1470, ταῦτ' ἄρα λαμβανομένεσ ἀντὶ πρώτεσ τῆσ 640. Δευτέρησ δὲ τῆσ 6. καὶ Τρίτησ τῆσ 32. ἀντὶ Τετάρτησ 1470, καὶ Πέμπτησ τῆσ 4. πραγματευθήσεται ὡσὴ τῶν 5. δι' ὃ καὶ ἔμακρηγορητέον:

Περὶ ἀριθμητικῆσ Ἀναλογίασ.

Ἀριθμητικὴ ἀναλογία ἐστίν, ἐν ἣ πλείονων ἐκκειμένων προσῶν δὸσ δ' εἶπειν ἀριθμῶν, ἀλλὰ τετλάχισον ἢ τοι τριῶν, ἢ τεσσάρων ἢ αὐτὴ μεταξύ αὐτῶν εὐρίσκεται διαφορὰ. καὶ ἔστι διττὴ συνεχῆσ καὶ διεζευγμένη. συνεχῆσ μὲν ὅταν ὡσι τρεῖσ τετλάχισον οἱ ἀριθμοί, διεζευγμένη δὲ ὅταν τέσσαρεσ. ὡσ ἐπὶ τῶν α, β, γ, καὶ δ, ε, ζ, η, ἀριθμῶν. ἴδιον δὲ ταύτησ τὸν ἐκ τῶν ἀκρῶν συγκείμενον ἴσον εἶναι τῷ ἐκ τῶν μέσων ἐπὶ τῆσ διεζευγμένησ, καὶ διπλάσιον τῆσ μέσων ἐπὶ τῆσ συνεχῆσ.

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & 4 & 5 & 2 & 3 & = & 5 & 6 \\ \alpha & \beta & \gamma & \delta & \epsilon & & \zeta & \eta \end{array}$$

Περὶ ἁρμονικῆσ ἀναλογίασ.

Ἁρμονικὴ ἀναλογία ἐστὶ καθ' ἣν αἱ τῶν κειμένων προσῶν διαφοραὶ ἔχουσι λόγον, ὃν ἔχει τὸ πρῶτον αὐτῶν πρὸσ τὸ ἔσχατον, καὶ μὲν ἢ συνεχῆσ ἢ ἀναλογία. ἔστι δὲ τοιαύτη ἢ νῖκα οἱ διδόμενοι ὅσοι ὡσι

τρεῖς, ἔξαι ἡ διαφορά τῆ πρώτης παρὰ τὸν δεύτερον
 πρὸς τὴν διαφοράν τῆ δευτέρας παρὰ τὸν τρίτον,
 ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον. Εἰ δὲ τέσσαρες, ὡς
 ἡ διαφορά τῆ πρώτης παρὰ τὸν δεύτερον, πρὸς τὴν
 διαφοράν τῆ τρίτης παρὰ τὸν τέταρτον, ἕτως ὁ πρῶ-
 τος πρὸς τὸν τέταρτον. ὡς ἐπὶ τῶν η, θ, κ, λ, ζ,
 η, μ, ν. ἀριθμῶν.

15, 5, 3. 6, 8, 12, 18.
 θ κ ζ η μ ν.