



ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.

Αί ἀπλῆσεραι καὶ σοικειώδεις πασῶν τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν, ἀριθμητικὴ, ἢ γεωμετρία ὑπάρχουσιν· ἐνασχολεῖται δὲ, ἢ μὲν περὶ τὸ διωρισμένον, ἢ δὲ περὶ τὸ συνεχὲς ποσόν, δι' ἀρχῶν αὐτοπίσων τὰ ἴδια πάθη κατὰ τῆς οἰκείας ἐπιστητῆς ἑκατέρωθεν συνάγασα· αἷς περὶ οἰονεὶ δυσὶ πτέρυξι, κατὰ τὸν θεῖον Πλάτωνα ὁ ἀνθρώπινος νῆς πρὸς τὴν ἀλήθειαν φέρεται· ὅς δὲ καὶ διάτοι τῆτο τὸν ἀνθρώπου σοφώτατον εἶναι τῶν ἄλλων ζώων ἔλεγεν, ὅτι οἶδεν ἀριθμεῖν. τέτων εὐρετάς οἱ πάλαι κοινότερον παραδιδόασιν Αἰγυπτίους, ἢ Φοινίκας· τοῖς μὲν γὰρ Αἰγυπτίοις διὰ τὴν ἀνοδὸν τῆς Νείλου, τὴν γῆν αὐτῶν πελαγίζοντο, ἢ τῆς τῶν χωρίων ὄρεος ἀφανίζοντος, γεωμετρίας ἢ γεωδαισίας περὶ τῶν ἄλλων ἐδέησε· τοῖς δ' αὖ Φοινίκῃν ἀριθμητικῆς διὰ τὰς ἐμπορίας, ἢ τὰ συναλλάγματα· εἰμήπερ τις εἶπη τέτους τε κἀκείους ἐκιδάχθῃναι ταύτας ὑπὸ τῆς Πατριάρχου Ἀβραάμ, ἐκ γῆς Χαλδαιῶν ἐκεῖσε μεταναστεύσαντος, ὡς ἰσορεῖ ὁ Παμφίλος Εὐσέβιος· ἐξ Αἰγύπτου δὲ, ἢ Φοινίκης διὰ Θαλῆ, ἢ Πυθαγόρου διέβησαν ἢ εἰς Ἑλλήνας· ἀλλ' ἔστοι πολλῶ τῷ μέτρῳ ἐκεῖ·

νης ὑπερηκόντισαν, καὶ σὺν πολλῷ τόκῳ τὸ δάνειον ἀποδεδώκασιν· ταῦτ' ἄρα εἰκότως τοῖς πλείοσι πατέρες τέτων, καθὰ δὴ καὶ τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν, καὶ ἐνομιόθησαν, καὶ ὠνομάθησαν· οἱ μὲν ἔν ἀρχαίοι καὶ τὰ ἀναλυτικῆς μεθόδου ἐχόμενα, τῆς πατέρας οἱ πλείοσι Πυθαγόραν, καὶ Πλάτωνα ἀνακηρύττεσιν, ἀριθμητικὰ προσηγόρευον, ὡς δηλοῖ τὰ τῆ Διοφάντη, ὅσα σώζεται, τὰ λοιπὰ μετὰ καὶ ἄλλων πολλῶν τῆς πικρᾶς τυραννίδος, καὶ τῆ τῆς δελείας ζυγῆ, οἰμοί, ἐξαφχνίσαντος, ἢ τῆ φθόνου ἐν παραβύσῳ περὶ κείῳ παρασκευάσαντος· οἱ δὲ νεώτεροι τῶν ἐσπερίων γενῶν, οἷς τῆς μεθόδου ταύτης ἐμέλησε, καίτοι τῆ τῆς ἀναλύσεως ὀνόματος ἐπιλαθέσθαι ἔκ ἔχοντες, ἀλλ' ὅταν δέη, καὶ τέτω χρώμενοι, κοινότερον μὲν τοι ἐκ φύλῳ ὀνόματι ἠξίωσαν ἀποκαλεῖν Ἀλγγεβραν. Φασὶ γὰρ πρὶν ἀπιδεῖν σφᾶς εἰς τὰ τῆ Διοφάντη, ἐκ τῶν Ἀράβων παραλαβεῖν ταύτην τὴν μέθοδον, ἠνίκα ἐγκρατεῖς ἐκεῖνοι τῆς Ἰσπανίας ἐγένοντο, καὶ ὡς πολὺ παραλλάττεσαν τῆς τῶν ἑλλήνων ἀναλυτικῆς μεθόδου, τὸ ἀραβικὸν ἐκεῖνο διατηρῆσαι ὄνομα· ὃ σημαίνει μέθοδον ἀναγωγικὴν. διὰ τῶν γὰρ ἰσώσεων, καὶ προαφαιρέσεων ἀνάγει τὰς μετιόντας αὐτὴν εἰς εὐρεσιν τῆ ζητημέου, καὶ θήσαν τῆ ἀληθείας, ἢ περὶ τὸ διωρισμένον μόνον καταγινομένη ποσὸν, ὡς περὶ ἢ ἀριθμητικῆ· ἀλλὰ περὶ τὸ ἀπλῶς ποσὸν, καὶ ὅσα ὑπὸ τὸ ποσὸν ὑπάγεται, οἷον εἶπεῖν γραμμᾶς, ἐπιφανείας, διαστήματα, καὶ συνελόντα φᾶναι, ὅσα αὐξήσιν, καὶ μείωσιν ἐπιδέχεται. ἦν δὴ καὶ λίαν ἐξαιρέσιν οἱ πλείοσι αὐτῶν, θείαν ἐπονομάζοντες, καὶ κολοφῶνα τῆς ἀνθρωπίνης μαθήσεως.

Τέως μὲν ἐν τὰς πράξεις διὰ τῶν ἀριθμητικῶν
 χαρακτήρων ἐπέβαινον· ἕως Φραγγίσκος Βιέτης κελ-
 τὸς τὸ γένος ἀντὶ τῶν τοῖς τῆ ἀλφαβήτῃ στοιχείοις
 ἐχρήσατο, διὰ τὸ γίνεσθαι ἐν αὐτῇ τὰς πράξεις διὰ τῶν
 στοιχείων εὐχερέστερον τε καὶ ἀπρονώτερον. Περὶ ταύ-
 τῃς τοίνυν τῆς ἐπισήμης, ὡς ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς ἔχει
 χρόνοις, κἀμοὶ πρόκειται, βραχέα τινὰ περὶ ἀριθ-
 μῶν προανακησαμένῳ, στοιχείωδῃ τινὰ τοῖς μαθη-
 τιῶσι παραδῆναι διδασκαλίαν, ὡς ἐνι, συντετμημένως
 ἢ σαφῶς, ἢ εἰσαγωγικοῖς μᾶλλον προσήκυσαν. τοῖς
 δ' ἀκορῆσως ἔχουσι περὶ τὰ τοιαῦτα ἔξουσι τὰ πλείω
 ἀναλέξασθαι παρ' ἄλλων, πλατύτερον, καὶ τελεώτερον
 περὶ τῆς ἐπισήμης ταύτης διεληφῶτων.

Ὅσον δὲ τὸ χρήσιμον, ἢ χαλεπὸν ἐσι κατιδεῖν.
 Εἰ γὰρ ἀπλῶς ἡ ἀριθμητικὴ πρὸς τὰς λοιπὰς ἐπισή-
 μας ὑπάρχει λυσιτελής· πρὸς πάσας γὰρ ἢ κατ' αὐ-
 τὴν χρῆσις ἐκκέχυται· ἐτι δὲ ἢ πρωτίτη ἀπασῶν, δι'
 ὃ ἢ ἀ' εἰς διδασκαλίαν προτίθεται. ἐδὲν ἦττον, εἰ-
 μὴ ἢ μᾶλλον τοιαύτη ἐσι, περὶ ἧς ὁ λόγος ἐνταῦθα,
 ἅ τε δὴ ἢ μόνον, ὅσα ἢ ἡ ἀριθμητικὴ, χορηγῆσα ἡ-
 μῖν, ἀλλὰ ἢ ὧν ἐκ ἐξικνεῖται αὐτῇ, ἢ ἐπ' ἐκεῖνα εὐ-
 χερῶς ποδηγετῆσα, ἢ ἀναβιβάζουσα.

Μονάς ἐσι, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται·

Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

Περὶ τῆς κατ' εἶδος σημασίας.

Διχῶς σημαίνονται οἱ ἀριθμοί, ὀνόμασι δηλοῖόντι,

καὶ χαρακτηῖσι· ἢ ὀνόματα μὲν εἰσι τὸ ἓν, δύο, τρία, ἢ τὰ λοιπὰ ἀριθμητικὰ ὀνόματα. χαρακτηῖρες δὲ ὁ 1, ὁ 2, ὁ 3, ἢ οἱ λοιποὶ, δέκα ὅτιες οἱ πάντες, ἢ κοινότερον Κύφραι καλέμεναι· ἰδίᾳ δὲ ὁ α'. ζῆρος, ὡς ἐξᾶς, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9· ὧν ὁ μὲν 0, ἕδενός ἐστι σημαντικὸς, εἰ καὶ προσκείμετος τοῖς ἄλλοις, συσημαϊτικὸς γίνεται ὁ 1, τῆς μονάδος, ἢ τῆς ἐνός, ὁ 2, τῶν δύο, ὁ 3, τῶν τριῶν, ἢ ἕτερός τις ἄλλῃ τινός μέχρι τῆς ἐννέα, τῆς δὲ δέκα ὁ 1, μετὰ τῆς 0, τῆς εἴκοσι ὁ 2, τῆς τριάκοντα ὁ 3, ἢ ἄλλῃ ἄλλος, τὸν αὐτὸν 0, ἔχοντες αὐτοῖς προσκείμενον· τῆς ἑκατὸν ὁ αὐτὸς 1, δις τὸν 0, ἔχων προσκείμενον, τῆς χίλια, τρεῖς, καὶ ἕτερος τινός, πλεονάκις. Ἐπεὶ οὖν τάτε πρῶτα ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν, ἢ αἱ κύφραι, ἔχῃ ὑπερβαίνουσι τὸν δέκα· τὰ γὰρ εἰδέκα, ἕδεν ἄλλο εἰσὶν, ἢ δέκα ἢ ἓν, τὰ δώδεκα δέκα ἢ δύο, ἢ ἐπὶ τῶν ἐξῆς τὸ τοῖστων σαφέστερον· ὡσαύτως τὰ εἴκοσι δεκάδες δύο, τὰ τριάκοντα τρεῖς, τὰ ἑκατὸν δεκάδες δέκα, τὰ χίλια ἑκατὸν, διὰ τοῦτο τῆτο δοκεῖ τοῖς πλείοσι, ὅτι οἱ πρῶτοι ἄνθρωποι τοῖς δακτύλοις τῶν χειρῶν ἐπὶ τῆς ἀριθμήσεως ἐχρήσαντο· τεκμήριον δὲ τῆτο, ὅτι πάντα τὰ ἔδνη μέχρι τῆς δέκα δέκοντα, οἱ ἐπαναλήψεως ἀριθμῶσιν ἐφεξῆς.

ὑποσημείωσις ἢ Σχόλιον.

Τὰς κύφρας ταύτας εἰδήματα τῶν Ἰνδῶν οἱ πλείους εἶναι ἐθέλουσι, παραλαβεῖν τε ἐξ αὐτῶν τῆς Ἀραβας, ἢ ἀγαγεῖν εἰς τὴν Ἰσπανίαν· περὶ δὲ τὸ

ἐννακοσιοςὸν ἐννενηκοσὸν ἑνατον ἔτος τὸ σωτήριον εἰσαχθῆναι α'. εἰς τὰς Γαλλίας διά τινος μοναχῆ, Γελβέρτου καλεμένου, τῷ ὑπερον εἰς τὸν Παπικὸν ἀναχθέντος θρόνον, καὶ δι' αὐτὸ τῆτο κατὰ τι ἐπικρατῆσαν ἔθος Σιλβέστερ μετονομασθέντος, καὶ κεῖθεν ἀφικέσθαι εἰς τὴν Ἰταλίαν ὑπ' ἄλλων, ἔσχατον δὲ καὶ εἰς ἡμᾶς· ἃς πάντες ἵσπασαντο, ἀφέντες τὰς πατρίδας ἕκαστοι χαρακτηῆρας τῶν ἀριθμῶν, διὰ τὸ εὐχρίστες εἶναι περὶ τὰς πράξεις τὰς ἀριθμητικάς.

Περὶ τῆς κατὰ ποσότητα σημασίας τῶν Κυφῶν.

Ἄλλ' εἰ καὶ ἡ κατ' εἶδος σημασία τῶν κυφῶν κατὰ τὰ πρόθεν εἰρημένα ὤρισται· ἀόριστος μὲν τοι τυγχάνει ἡ κατὰ ποσότητα σημασία τῶν αὐτῶν· ἥτις λαμβάνεται ἀπὸ τῆς τάξεως, καὶ τῆς κατὰ τόπον θέσεως· ἢ γὰρ τὸ αὐτὸ καὶ ἴσον σημαίνει, τῆδε καὶ κεῖσε κεκμένη ἕκαστη τῶν κυφῶν· ἀλλ' ἡνίκα ἦτο· καθ' ἑαυτὴν κεῖται, ἢ τὸν α'. κατέχει τόπον, δεξιόθεν γινομένης τῆς ἀρχῆς, μονάδων ἐς σημαντικῆ, τὸν β'. δέ, δεκάδων, τὸν δὲ γ'. ἑκατοντάδων, τὸν δὲ δ'. χιλιάδων, καὶ ἐφεξῆς ἀναλόγως. οἷον κείθω ἢ β'. κύφρα, σιγηδὸν προϊούσα δωδεκάκις. καὶ ἔσαι κατὰ συνθήκην τῶν ταξαμένων αὐτὰς, ἐν μὲν τῷ πρώτῳ τόπῳ μονάδος σημαντικῆ, ἐν δὲ τῷ β'. δεκάδος, ἐν δὲ τῷ γ'. ἑκατοντάδος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἄλλε τινὸς μέχρι τῆ ἐσχάτης, ἐν ᾧ ἑκατοντάδος χιλιάδος τῶν χιλιάκις χιλίων, ἢ ὡς ἕτεροι, ἑκατοντάδος χιλιάδος τῆ μιλιο-

νία εὐρίσκεται σημαντική, ὡς ἐπὶ τῆ ὑπ' ὄψιν καθο-
 ρᾶται σχηματισμῶ, ἢ ὡς ἐπὶ τῆς παρῆσης καθορᾶ-
 ται τάξεως. τινὲς δὲ προϊόντες διλλιόνια, ἢ τριλλιό-
 νια ἀριθμῶσιν ἡμεῖς δὲ τῇ ἄξει τῆ δώδεκα ἀρκεοθη-
 σόμεθα προῦδω, μηδ' ὀλως τὰ περαιτέρω πολυπραγμο-
 νοῦντες.

Ι	Ι	Ι	Ι	Ι	Ι	Ι	Ι	Ι	Ι	Ι
Ἐκατοντάς χιλιάδος τῶν χιλιάκισ χιλίων, ἢ ἑκατοντάς χιλιάδος μιλιοῦν.	δεκάς χιλιάδος τῶν χιλιάκισ χιλίων, ἢ δεκάς χιλιάδος μιλιοῦν.	μονάς χιλιάδος τῶν χιλιάκισ χιλίων, ἢ μονάς μιλιοῦν.	ἑκατοντάς τῶν χιλιάκισ χιλίων.	δεκάς τῶν χιλιάκισ χιλίων.	μονάς τῶν χιλιάκισ χιλίων.	ἑκατοντάς χιλιάδος.	δεκάς χιλιάδος.	μονάς χιλιάδος.	ἑκατοντάς.	δεκάς.

Η" ἢ ἔτω.

ταττομένης
 τῆς γ' καὶ δ'.
 κύφρας.

2	3	2	2	2	3
.	τρία
.	εἴκοσι.
.	διακόσια.
.	δύο χιλιάδες.
.	τριάκοντα χιλιάδες.
.	διακόσιαι χιλιάδες.

Τῶν τοίνυν ἕτω κειμένων, ῥάδιον τὰς κατὰ πο-
σότητα σημασίας τῶν κυφρῶν εὐρεῖν, ἢ τὸν δοθέν-
τα ἑρμηνεῦσαι ἀριθμόν. ἐπὶ γὰρ τῆ προεκτεθέντος
ἀριθμῆ ἑρεῖς συγκεῖσθαι αὐτὸν ἐκ διακοσίων τριάκοντα
δύω χιλιάδων, ἢ διακοσίων εἴκοσι τριῶν μονάδων.

Περὶ συνάψεως ἀριθμητικῆς.

Σύναψις ἀριθμητικὴ ἐστὶ δύω, ἢ πλειόνων ἀριθ-
μῶν εἰς ἓνα ἀριθμὸν ἔνωσις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄.

Δύω, ἢ πλειόνων δοθέντων ἀριθμῶν, τὸν ἐξ αὐ-
τῶν συγκείμενον εὐρεῖν.

Ἐσωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ὁ α , ἢ β , καὶ
γραφήτωσαν σιχηδόν, ὡς τὰς ταυτοσημάντους κύ-
φρας συσσιχεῖν ἀλλήλαις, λέγω τὰς σημαντικὰς τῶν
μονάδων ταῖς τῶν μονάδων σημαντικαῖς, τὰς τῶν δε-
κάδων ταῖς τῶν δεκάδων, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.
εἶτα συναπτέσθωσαν αἱ μονάδες ταῖς μονάσι, αἱ δε-
κάδες ταῖς δεκάσι, ἢ ἕτως ἑξῆς. καὶ μὲν τὸ συμπο-
σούμενον ἐκ τῶν μονάδων ἔχῃ ὑπερεκπίπτῃ τῆ δέκα,
καὶ τὸ ἐκ τῶν δεκάδων τοῦ ἑκατὸν, ἢ τῶν ἄλλων
ἑκασον τῆ πρὸ αὐτῆ, ὡς ἐπὶ τῆ α . ὑποδείγματ Ⓢ .
Γραφήτωσαν αἱ μὲν μονάδες ὑπὸ τῷ σίχῳ τῶν μο-
νάδων, αἱ δὲ δεκάδες ὑπὸ τῷ τῶν δεκάδων, ἢ αἱ ἑκα-
τοντάδες ὑπὸ τῷ τῶν ἑκατοντάδων. εἶδὲ ὑπερεκπίπτει,
ὡς ἐπὶ τῆ β , ἢ μὲν ὑπεροχὴ γραφήτω ἐν τῷ οἰκείῳ
τόπῳ, τὸ δὲ λοιπὸν συναφθήτω τῷ πρὸ αὐτοῦ,

οἶον ἐπεὶ 2, ἢ 6, ποιῶσιν 8, γρα- ὑπόδειγμα α'.
 φήτω ἐν τῷ α'. σίχῳ ὁ 8· αὖθις 4356. α.
 ἐπεὶ 1, καὶ 5, ποιῶσιν 6, γραφήτω 3312. β.
 ἐν τῷ β'. ὁ 6, διὰ τὸν αὐτὸν λόγον 7068. γ.
 ἔτι ἐν τῷ γ'. ὁ 6, ἢ ἐν τῷ δ'. ὁ 7, ἵνα γένηται ὁ
 γ. ἑπτὰ χιλιάδων, ἢ ἑξακοσίων ἑξήκοντα ὀκτῶ σιμαν-
 τικὸς, ὑπὸ τῶν α.β. συγκείμενος.

Αὖθις ἐπὶ τῷ β'. ὑποδείγματος ἐπεὶ 4, καὶ 9,
 ποιῶσι τὸν 13, ὁ δὲ 13, ὑπερεκπίπτει τῷ 10, ἢ μὲν
 ὑπεροχὴ ὁ 3, γραφήτω ὑπὸ τὰς μονάδας, ὁ δὲ δέκα,
 ὁ αὐτὸς ὢν μιᾷ δεκάδι, συναφθήτω ταῖς δεκάσι, ἢ
 ἐπεὶ 1, καὶ πέντε ἢ 8, ποιῶσι δεκατέσσαρας δεκάδας,
 γραφήτω ὁ 4, ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὁ δὲ 10, ἦτοι αἱ
 δέκα δεκάδες, ἴσαι ἔσονται μιᾷ ἑκατοντάδι, συναφθή-
 τωσαν ταῖς ἑκατοντάσι, ἐξ ὧν συμ- ὑπόδειγμα β'.
 ποσούμενων 15, ἑκατοντάδων, αἱ μὲν 4689. δ.
 πέντε ἑκατοντάδες τεθήτωσαν ὑπὸ 3854. ε.
 ταῖς ἑκατοντάσι, αἱ δὲ δέκα, τῆτέσι 8543. ζ.
 χιλιάς μία συναφθήτω ταῖς χιλιά-
 σι, ἢ γενήσεται ὁ ζ. ἀριθμὸς, ὀκτῶ χιλιάδων, ἢ πεν-
 τακοσίων τεσσαράκοντα τριῶν μονάδων περιεκτικὸς.

Ἐὰν δὲ τὸ συμποσόμενον ἔτε ἑλλείπει, ἔτε ὑπε-
 ρέχει τῷ 10, τεθήτω ζῆρος, ἢ δὲ μονὰς συναφθή-
 τω ταῖς πρὸ αὐτῆς, οἶον ἐπὶ τῷ γ'. ὑπο- ὑπόδειγμα γ'.
 δείγματος. ἐπεὶ 5, καὶ 5, ἀποτελῶσι 1545. η.
 τὸν δέκα, γραφήτω ζῆρος ὑπὸ τὰς μο- 8455. θ.
 νάδας· τὰς γὰρ συμποσωθείσας δέκα, 10000. κ.

ὡς ἴσας ἕσας μιᾷ δεκάδι, δεόν ἐστὶ συνάπτειν ταῖς δεκάσι, τὸ αὐτὸ συμβάντος ἐπίτε τῶν δεκάδων, ἑκατοντάδων, καὶ χιλιάδων, τέθειται ἐν ἅπασιν ζή-
 ρος πλὴν τῆ ἐσχάτη, ἐν ᾗ ὀλόκληρος γέγραπται ὁ 10, διὰ τὸ μὴ ἔχειν τὴν χιλιάδος σημαντικὴν κύ-
 φραν ἐτέρας πρὸ αὐτῆς κύφρας χιλιάδων συμαντι-
 κὰς, ὡς συναφθῆναι αὐταῖς, καὶ γέγονεν ὁ κ, ἀριθ-
 μὸς μυριάδος σημαντικός.

Περὶ Ἀφαιρέσεως.

Ἀφαίρεσις ἐστὶν ἔυρεσις διαφορᾶς δύο ἀριθμῶν,
 ἢ διαφέρει ὀμείζων τῆ ἐλάττονος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄.

Δύο ἀνίστων δοθέντων ἀριθμῶν, ἀπὸ τῆ μείζο-
 νος τὸν ἐλάττω ἀφελεῖν.

Κεῖσθωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ α, β, ὡς καὶ ἐπὶ
 τῆς συνάψεως, ὁ ἐλάττων μέντοι ὑπὸ τὸν μείζονα,
 καὶ ἀφαιρεθῆτωσαν α΄ αἱ μονάδες ἀπὸ τῶν μονάδων,
 ἢτοι ὁ 4, ἀπὸ τῆ 7, καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος 3, τα-
 χθήτω ὑπὸ τὰς μονάδας. εἶτα ἐφεξῆς αἱ δεκάδες ἀπὸ
 τῶν δεκάδων, καὶ αἱ ἑκατοντάδες ἀπὸ τῶν ἑκατοντά-
 δων, καὶ οἱ ἐναπολειπόμενοι ἀριθμοὶ ταχθῆτωσαν κα-
 ταλλήλως, ὡς ἐνταῦθα ὁ 2, καὶ 4, ὁ μὲν ὑπὸ τὰς
 δεκάδας, ὁ δὲ ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας. ὁ δὲ ἐξ ἁπάν-

των συγκείμενος, οἷος ὁ γ, διαφο- ὑπόδειγμα α'.
 ρὰ ἔσαι τῆ α, πρὸς τὸν β, τετρακο- 737. α.
 σίων, εἴκοσι κ, τριῶν ὑπάρχων σημαν- 314. β.
 τικός. κ τῆτο μὲν ἡνίκα αὐ τῆ ἀφαι-
 ρημένῃ ἀριθμῷ κύφρῃ ἐλάττονος ὡσι 423. γ.
 σημαντικαὶ τῶν κυφρῶν τῆ, ἢ ἀφαιρεῖται. ὁπηνίκα
 δέ τινες ὡσι πλείονος σημαντικαί. ἔδέποτε γὰρ πᾶ-
 σαι, ὅτι ἔδέποτε τὸ μείζον ἀπὸ τῆ ἐλάττονος ἀφαι-
 ρεῖται. προσήκει ἀφαιρεῖν ἀπὸ τῆς προσεχῶς κύφρας
 τῆ ἐπινοία μονάδα, καὶ προσιδέναι ταύτην δυνάμει
 τῆ ἐλάττονοι κύφρα τῆ μείζονος τῶν ἀριθμῶν, καὶ
 ἔτω ποιεῖν τὴν ἀφαίρεσιν. ἐχομένως δὲ τὸ ἀφαιρε-
 θέν προσιδέναι τῆ β' κύφρα τῆ ἐλάττονος, τὴν ἀφαι-
 ρεσιν συνεχίζοντας. κἂν ἔκ ἐγγωρῆ κ ἐπὶ ταύτης
 τῆς κύφρας γενέσθαι ἀφαίρεσιν, τὸ αὐτὸ ποιεῖν, ὃ κ
 πρότερον. οἷον δεδόσθωσαν οἱ δ, ε, ὑπόδειγμα β'.
 ἀριθμοί. καὶ ἐπεὶ ἐν τῆ χώρᾳ τῶν 472. δ.
 μονάδων ἐπὶ μὲν τῆ δ, κεῖνται δύο, 146. ε.
 ἐπὶ δὲ τῆ ε, ἕξ, καὶ ἔκ ἂν ἀφαιρε-
 θεῖη ὁ β, ἀπὸ τῆ 2, ἐλάττονος, ἀφαι-
 ρεθήτω τῆ ἐπινοία ἀπὸ τῆ 7, μονάς, καὶ προσεθήτω
 τῷ 2, ἵνα γένηται ὁ 12, ἐξ ἧ ἀφαιρουμένου τῆ 6,
 ἕναπολείπε) ὁμοίως 6, ὅς γραφήτω ὑπὸ τὰς μονά-
 δας. ἀφαιρεθήτωσαν δὲ κ αὐ δεκάδες ἀπὸ τῶν δε-
 κάδων, ἦτοι ὁ 4, ἀπὸ τῆ 6, ἔχι δὲ ἀπὸ τῆ 7, διὰ
 τὴν ἀφαιρεθεῖσαν πρότερον μονάδα, κ προσεθεῖσαν
 τῷ 2. ἀλλ' ἐπεὶ ἡ τοιαύτη ἀφαίρεσις τῆ ἐπινοία ἐγέ-
 νετο, διὸ κ ἡ ἀφαιρεθεῖσα μονάς μένει ἐνεργεῖα,
 ἕξ ἂν ἀφαιρεθεῖη κύφρας, τῆτο δὲ ὁμοίως οἰεφεύ-

γει τὴν μνήμην ἐπὶ τῆς πράξεως, διά τοι τῆτο προσε-
 θήτω τῷ 4, ἢ ἀφαιρεθεῖσα μονὰς, ἵνα γένηται ὁ
 5, ὅς καὶ ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ 7, καὶ ὁ λειπόμενος
 δύο ταχθήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας. τινὲς δὲ ἄλλως ποιῶ-
 σι τὴν πράξιν. σιγμὴν γὰρ ἐπιτιθέοντες τῇ κύφρᾳ, οἷον
 τῷ 7, καὶ ἠλαττωμένον αὐτὸν λογιζόμενοι μονάδι
 διὰ τὴν ἀφαιρεθεῖσαν μονάδα, ἀφαιρῶσι τὸν 4, ἀπὸ
 τῆ 6. ἀλλὰ τὸ αὐτὸ ἐναπολειφθήσεται, εἴτε ὁ 4,
 ἀπὸ τῆ 6, εἴτε ὁ 5, ἀπὸ τῆ 7, ἀφαιρεθῆ. τελευ-
 ταῖον ἀφαιρεθείσης καὶ τῆς ἑκατοντάδος ἀπὸ τῶν
 ἑκατοντάδων, ἐναπολειφθήσεται ὁ ζ, ἀριθμὸς τῶν
 δ, ε ἀριθμῶν διαφορά.

Εἰς τρανωτέραν δὲ τῶν εἰρημένων κατάληψιν
 κείδωσαν ἔτι οἱ η, θ, ἀριθμοὶ, καὶ ἐπεὶ τὸν ἐν τῷ
 θ, 2. ἔκ ἐνὶ ἀφελεῖν ἀπὸ τῆ ἐν τῷ ὑπόδειγμα γ'.
 η, ζήσῃ, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ προσεχῶς 4, μονὰς καὶ προσεθεθήτω τῷ
 2340. η.
 1582. θ.
 ζήσῃ, ἵνα γένηται ὁ 10, ἀπὸ δὲ τοῦ
 0758. κ.
 10, ἀφαιρεθήτω ὁ 2, καὶ ὁ λειπόμε-
 νος 8, ταχθήτω ὑπὸ τὰς μονάδας· προσεθεθήτω δὲ
 τῷ 8, μονὰς, ἵνα γένηται ὁ 9, καὶ ἐπεὶ πάλιν ἔκ ἐνὶ
 τῆτον ἀφελεῖν ἀπὸ τῆ 4, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ 3,
 μονὰς, ἣτις ἰσοδυναμεῖ μιᾷ ἑκατοντάδι, διὰ τὸ εἶναι
 τὸν 3, ἑκατοντάδων σημαντικὸν, ἣτις προσκειμένη τῷ
 4, ποιήσει τὸν 14, ἀφ' ἧ ἀφαιρεθήτω ὁ 9, καὶ ὁ λει-
 πόμενος 5, γραφήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας. τῆτε γενο-
 μένου καὶ ἐπὶ τῶν ἑκατοντάδων, ἐναπολειφθήσεται ὁ
 7, ἐπὶ δὲ τῶν χιλιάδων ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν εἰς ἑκατέρας.

καὶ ἐδέντι ἐναπολείφθησεται, κείσεται	314.	β.
ζῆρος ὑπ' αὐτάς, καὶ ἔσαι διαφορὰ τῶν	423.	γ.
η, θ, ο κ, ἀριθμός.	<hr/>	
	737.	α.

Βάσανος.

Βασανίζεται δὲ ἡ μὲν ἀφαιρέσεις	7668.	γ.
διὰ τῆς συνάψεως, ἡ δὲ σύναψις ἀν-	3312.	β.
τισερόφως διὰ τῆς ἀφαιρέσεως. ἐπὶ γὰρ	<hr/>	
τῆ ἀνωτέρω ὑποδείγματος ἐὰν συνα-	4356.	α.

φθῶσιν οἱ β, γ, ἀριθμοὶ, καὶ γένηται ὁ α, ἔυδηλον ὅτι ἡ πρᾶξις ὑγιής ἐστὶ ἐπὶ τῆς ἀφαιρέσεως. ὁ γὰρ ἐλάττων ἀριθμὸς μετὰ τῆς διαφορᾶς ἴσος ἐστὶ τῷ μείζονι. ἐπὶ δὲ τῆς συνάψεως ἐὰν ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τῆ ὅλη ὅποιο- ὅθεν τῶν μερῶν, καὶ ἡ διαφορὰ ἴση ἢ τῷ λοιπῷ. οἷον ἐπὶ τῆ α. ὑποδείγματος τῆς συνάψεως ἐπει ἀφαιρε- θέντος τῆ β, ἀπὸ τῆ γ, ἐναπελείφθη ὁ α, ὁρῶντος ἐγένετο ἡ πρᾶξις. εἰ γὰρ ὁ γ, ἴσος ἐστὶ τοῖς β, καὶ α, ὅσισθ' ἄτων ἀπὸ τῆ γ, ἀφαιρεθῇ, ὁ ἕτερος πάν- τως ἐναπολείφθησεται.

Πόρισμα.

Ἐκ τῆτων δῆλον, πῶς ἄντις συνάψειεν, ἢ ἀφέ- λοι ἀπ' ἀλλήλων καὶ τὰ ἕτεροειδῆ. ὁ γὰρ λόγος ἔως ἄρτι ἐγένετο περὶ τῶν ὁμοειδῶν. Εἶγε ἐπὶ μὲν τῆς συνάψεως ἀναγάγῃ τὰ ἐλάττω ἐπὶ τὰ μείζω. ἐπὶ δὲ τῆς ἀφαιρέσεως ἀφαιρῶντι ἐκ τῶν μειζόνων τῆ ἐπινοία, ἥνικα ἔκ ἐγγωρεῖ γίνεσθαι ἀφαιρέσεις, προσθῆ- τῆτο τοῖς ἐλάττωσιν. Ἐσω γὰρ τρία εἶδη νομισμάτων, ὅς εἰπεῖν μιναῖ, ὄραγμα, ὀβολοί, ὧν ἡ μὲν μιναῖ

ἑκατονταπλασίων ὑπέκειται τῆς δραχμῆς, αὕτη δὲ δεκαπλασίων τῆ ὀβολῆ. ταῦτα συναφθῆσονται, καὶ ἀφαιρεθῆσονται παραπλησίως τοῖς ἄλλοις, ὡς ἔστιν ἰδεῖν ἐπὶ τῶν ὑποκειμένων ὑποδειγμάτων.

ὑπόδειγμα συνάφσεως.

μναί,	δραχμαί,	ὀβολοί.
6,	7,	8,
5,	6,	4,
4,	4,	2,

ὑπόδειγμα ἀφαιρέσεως.

μναί,	δραχμαί,	ὀβολοί.
7,	3,	2,
6,	5,	4,
0,	7,	8,

Περὶ Πολλαπλασιάσεως.

Πολλαπλασίασις ἐστὶ λήψις ἀριθμῶν, ὅσακις ἐν ἑτέρῳ ἀριθμῷ περιέχεται ἡ μονάς. τέσσαρες γὰρ ὄροι ἐφ' ἑκάστης εὑρίσκονται πολλαπλασιάσεως, ἡ μονάς, ὁ πολλαπλασιάζων, ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν παραγόμενος, ὅς καὶ γινόμενος καλεῖται, ἔχων πρὸς τὸν πολλαπλασιαζόμενον, ὡς ὁ πολλαπλασιάζων πρὸς τὴν μονάδα. ἀλλ' ἵνα εὐχερῶς ὁ τυχὼν ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν τυχόντα πολλαπλασιάζεται, προκείμενός ἐστιν ὁ πυθαγόρειος

πίναξ, ἐν ᾧ κεῖν οἱ γινόμενοι ἐκ τῶν ἀπὸ μονάδος μέχρι τοῦ ἑννέα ἀριθμῶν, πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζομένων.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Δύω ἀριθμῶν δοθέντων, πρὸς ἀλλήλους τέτους πολλαπλασιάσαι.

Εἶγε ἐκάτερος τῶν δοθέντων ἀριθμῶν ὑπὸ μιᾶς σημαίνεται κύφρας, ἕδεμιᾶς χρεία πράξεως. ὁ γὰρ ὑπ' αὐτῶν γινόμενος ῥαδίως εὐρεθήσεται ἐν τῷ πυθαγορείῳ πίνακι, ἔνθα ἂν συντρέχοιεν οἱ δοθέντες ἀριθμοί. εἶδε ὁ μὲν ὑπὸ μιᾶς, ὁ δὲ ὑπὸ δύο, ἢ ἐκάτερος ὑπὸ δύο, ἢ καὶ πλειόνων, τάττειν προσήκει τὸν ἐλάττω ὑπὸ τὸν μείζονα, πολλαπλασιάζειν τε ἐκάστην κύφραν ἐφ' ἐκάστην, τὰς δὲ γινομένης καταλλήλως γράφειν, καὶ τελευταῖον συνάπτειν, ὅπως γε χρεία συνάξῃ εως.

Α'.

Δοθήτωσαν οἱ α, β. πολλαπλα-	25. α.
σιασάτω τοῖνον ὁ 3, τὸν 5, καὶ ἐπει	3. β.
γίνεται ὁ 15, αἱ μὲν πέντε μονάδες	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>
ταχθήτωσαν ὑπὸ τὸν 3. μονάδων ἴδ	75. γ.

ὁ 3. σημαντικός· αἱ δὲ δέκα, τέττασι μία δεκάς τηρηθήτω, ἵνα συναφθῇ ταῖς δεκάσιν. αὖθις ὁ αὐτὸς 3, πολλαπλασιασάτω καὶ τὴν β' κύφραν τῆ α. καὶ ἐπει γίνεται ὁ 6, ἥτοι δεκάδες ἕξ, συναφθήτω ταύταις ἢ τηρημένη μονάς, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν συμποσέμενος ὁ 7, ταχθήτω ὑπὸ τὴν β' κύφραν τῆ α· δεκάδων γὰρ ἔστι παρασατική· καὶ ὁ γενόμενος γ, ἐστὶν ὁ ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῶ τῶν δοθέντων ἀριθμῶν παραγόμενος. δείκνυται. κείδω γὰρ α'. 1, 3, 25, 75, εἶτα

ὁ 3, μεθ' ὃν ὁ 25, ἐφεξῆς δὲ τέτρα ὁ 75. καὶ ἐπειὶ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἔτσι ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται κατὰ τὴν ιθ'. τῆ ζ'. τῆ σοικειωτῆ. ἔσιν ἄρα ὡς 1, πρὸς 3, ὁ 25, πρὸς 75, καὶ ἀνάπαλιν.

B'.

Δοθήτωσαν οἱ δ, ε, ἐκ δύο κυφρῶν συνιστάμενοι, καὶ ἐπειὶ ἡ μονὰς τὸν 3, πολλαπλασιάζουσα, αὐτὸν δὴ τὸν 3, ποιεῖ, ταχθήτω ὁ 3, ὑπὸ τὰς μονάδας, ὁμοίως καὶ τὸν 4, ἐπειὶ ποιεῖ τέσσαρα, ταχθήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὡς δεκάδων σημαντικός. ὁ δὲ 2, ἦτοι ἡ β'. κύφρα τῆ ε, ἐπειὶ πολλαπλασιάζων τὸν 3, ποιεῖ τὸν 6, ταχθήτω τέως ὁ 6, ὑπὸ τὰς δεκάδας, συναφθῆσόμενος ἐτύσερον ταῖς ἐν τῷ ζ, δεκάσι, ὡς δεκάδων σημαντικός. καὶ γδ ὁ 3, εἰκοσάκις λαμβανόμενος, ποιεῖ τὸν ἐξήκοντα, ὃ δὴ ἀναλογεῖ ὁ 6, ὁ αὐτὸς δὲ 2, ἐπειὶ πολλαπλασιάζων τὸν 4, ποιεῖ τὸν 8, ταχθήτω ὁ 8, ἐφεξῆς τῆ 6, πρὸς τὰ ἀρισερά. τελευταῖον συναφθήτωσαν οἱ ζ, η, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν συμπεσόμενος θ, ἐστὶν ὁ ὑπὸ τῶν δ, ε, γινόμενος.

43. δ.

21. ε.

43. ζ.

86. η.

903. θ.

Τὸν αὐτὸν τρόπον γενήσεται ἡ πολλαπλασίασις καὶ ἐπὶ τῶν ἐκ πλειόνων, ἢ δύο κυφρῶν συνισταμένων ἀριθμῶν.

Γ'.

Κεῖσθωσαν γὰρ οἱ κ, λ, ἀριθμοὶ, καὶ ταχθήτωσαν

ὑπάλληλοι. ὡσε συσοιχεῖν τὰ ὁμοειδῆ, δηλονότι τὰς
 μονάδας ταῖς μονάσι, τὰς δεκάδας
 ταῖς δεκάσι, ἢ τὰ λοιπὰ ὡσαύτως τοῖς
 ὁμοειδέσιν. εἴαν γὰρ πολλαπλασια-
 σθῆ ἑκάστη κύφρα τοῦ κ, ἐφ' ἑκάστην
 κύφραν τοῦ λ, γειγῆσονται οἱ μ, ν,
 ξ. τούτων δὲ συναπτομένων, παρα-
 χθίσειται ὁ π.

1432.	κ.
123.	λ.
4296.	μ.
2864.	ν.
1432.	ξ.
176136.	π.

Ἐπισημασθέντα δὲ ὁ διὰ τῆς πολλαπλασιάσεως γινόμενος δεκαδικὸς ἢ ἀριθμὸς, προσήκει ὑπὸ τὸν συσοιχῆντα τάττειν ζῆρον, τρίτον δὲ συνάπτειν τῷ προσεγγῶς γινομένῳ.

Δ.

Ἐσωσαν γὰρ οἱ ρ, π. ἢ, ἐπεὶ ὁ
 2, ὁ ἐν τῷ π. πολλαπλασιάζων τὸν
 2, τὸν ἐν τῷ ρ, ποιεῖ τὸν 4, γραφήτω
 ὑπὸ τὸν 2, ὁ 4. αὖθις ὁ 2, πολλα-
 πλασιάζων τὸν 5, ἐπεὶ παρέχει 10,
 τεθήτω ὑπὸ τὸν 5, ζῆρος, ἢ δὲ δεκάς
 συναφθήτω τῷ 4, πολλαπλασιασθέντι ἐπὶ τὸν 2, ἤτοι
 τῷ 8, ἵνα γένηται ὁ 9, ὅς ταχθήτω ὑπὸ τὸν 4. ὁ-
 μοίως ἐπεὶ ὁ 4, πολλαπλασιάζων τὸν 2, ποιεῖ τὸν 8,
 ταχθήτω ὑπὸ τὸν 4, 8, ἐπεὶ δὲ πολλαπλασιάζων ἢ
 τὸν 5, ποιεῖ τὸν εἴκοσι, τεθήτω ὑπὸ τὸν 9, ζῆρος,
 ἢ δὲ εἰκοσὰς συναφθήτω τῷ 4, ἐπὶ τὸν 4, πολλα-
 πλασιασθέντι, ἤτοι τῷ 16, ἵνα γένηται ὁ 18, ὅς ἢ
 γραφήτω προσεγγῶς. οἱ δὲ γενόμενοι σ, τ. συνα-
 φθήτωσαν

452.	ρ.
42.	π.
904.	σ.
1808.	τ.
18984.	φ.

Φθήτωσαν εἰς ἓνα τὸν φ, ἢ αὐτὸς ἔσαι ὁ ὑπὸ τῶν
ρ, ἢ π, γινόμενος.

Καὶ ἕτος μὲν ἐστὶν ὁ κοιότερος, καὶ ἐν χερίσει
τῶν πολλῶν τῆς Πολλαπλασιάσεως τρόπος, εἰσι δὲ
παρὰ τῆτον καὶ ἄλλοι, ἕς διὰ τὸ συντομώτερον παρέ-
λιπον. προδήσω μέντοι ἐκ πάντων τὸν εὐχερέστερον,
ὅς μάλιστα ἐπὶ τῶν δεκαδικῶν μεθοδεύεται ἀριθμῶν.

Ε.

Ληφθήτωσαν γὰρ δύο δεκαδικοί ἀριθμοί, ὁ 10,
ἢ 20. ἐν τέτοις τοίνυν ἀπόχρη τὰς κύφρας πολλα-
πλασιάσαντας προδεῖναι τῷ ὑπ' αὐτῶν γινομένῳ δύο
ζήρας, ἐπεὶ δύο κείνῳ ἐν αὐτοῖς, ἵνα σχῶμεν τὸν ὑπ'
αὐτῶν γινόμενον· τὸ αὐτὸ ἔσαι ἢ ἐπὶ πάντων τῶν
δεκαδικῶν ἀριθμῶν, οἷον 100, ἢ 1000, 2000, ἢ
20000, ἢ τῶν ὁμοίων· τὸ αὐτὸ γὰρ ἂν γένοιτο, εἴτε
ἐκάστην κύφραν τῆς πολλαπλασιαζομένης ἐφ' ἐκάστην τῆς
πολλαπλασιάζοντος, εἴτε τὰς ζήρας παριδόντες, τὰς
κύφρας μόνας πολλαπλασιάσωμεν. ἢ τῷ Γινόμενῳ
τὰς ζήρας προδῶμεν, ὅπερ ἔλασα ἄντις κατίδοι ἐπὶ
τῆς 10, ἢ 20. κείδωσαν γὰρ ἕτοι ὑπάλλη-
λοι, ἢ ἐπεὶ ζῆρος ζῆρον, ἢ κύφραν πολ-
πλασιάζων, ζῆρον ποιεῖ, εὐδῆλον ὅτι ὁ ἐν
τῷ 10, ζῆρος, τὸν ἐν τῷ 20, ἢ τὴν ἐν
αὐτῷ κύφραν πολλαπλασιάσας, παρέξει
ζήρας· Γραφήτωσαν ὑπὸ τὸν 10, δύο
ζῆροι, ἐπεὶ ὁ ἐν τῷ 10, κύφρα, πολλαπλασιάζου-
σα τὸν ἐν τῷ 20, ζῆρον ἢ κύφραν, δίδωσι ζῆρον ἢ
κύφραν τὸν 2, ταχθήτωσαν ἢ ταῦτα καταλλήλως.

20
10

00
20

200.

ῶν συναπτομένων γενήσεται ὁ 200, ὅς ἂν γένοιτο, καὶ εἶγε τὸν 2, πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὴν 1, προδῶμεν δύο ζήρας.

Τῆτ' αὐτὸ ποιητέον καὶ μὴ ὡσιν οἱ ἀριθμοὶ δεκαδικοί, τύχῳσι δὲ ζῆροι ἐν αὐτοῖς μεταξύ τῶν κύφρων· ἦτοι παροπτέον τὰς ζήρας, καὶ μόνας τὰς κύφρας πολλαπλασιασέον· ὡς ἐπὶ τῶν α, β, παροφθέντων τῶν ζήρων, πεπολλαπλασιάσαι ἐκάστη κύφρα τῆ α, ἐπὶ τὰς ἐν τῷ β, 2, καὶ 3, καὶ παρῆνται ὁ γ, ὅς ἂν παραχθῆι, εἶγε καὶ ἐκάστη κύφρα καὶ ζῆρος τῆ β, πολλαπλασιάσῃ ἐκάστην κύφραν τῆ α, καὶ γένωνται οἱ δ, ε, ζ, η, καὶ ἐξ αὐτῶν ὁ θ, ὁ αὐτὸς ὡν τῷ γ.

3122	α.
2003	β.
6253366	γ.
9366	δ.
0000	ε.
0000	ζ.
6244	η.
6253366.	θ.

Περὶ Διαιρέσεως.

Διαίρεσις ἀριθμητικὴ ἐστὶν εὐρεσις πηλικότητος τῆ ἐν ἀριθμοῖς λόγῳ· ἢ εὐρεσις ἀριθμῶν παρισῶντος διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων, ποσάκις ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα ἦτοι καταμετρῆ, ἢ μετρῆ· λέγεται δὲ ὁ μὲν ἐλάττων Διαιρέτης, ὁ δὲ μείζων Διαιρέμενος, ὁ δὲ παραγόμενος διὰ τῆς διαιρέσεως Πηλικότης, ἢ Πηλίκον· οἷον διαιρημένῳ τῆ 15, ἐπὶ τὸν 3, παράγεται ὁ 5, ὅς καὶ παρίσῃσι διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων, ὅτι ὁ 3, καταμετρῆ πεντάκις τὸν 15. ὅθεν ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸ Πηλίκον, ὡς ὁ Διαιρέτης πρὸς τὸν Διαιρέμενον.

εἶγε ἰσάκῃς μετρεῖ ἢ, τε μονὰς τὸ πηλίκον, ἢ ὁ διαι-
ρέτης τὸν διαιρέμενον, καὶ ἀνάπαλιν, ἢ ἐναλλάξ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ΄.

Δύω δοθέντων ἀριθμῶν τὸν μείζονα ἐπὶ τὸν
ἐλάττω διελεῖν, διὰ τὸ ἐπὶ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν
ἕδέποτε τὸν ἐλάττω ἐπὶ τὸν μείζονα διαιρεῖσθαι.

Α΄.

Ἐσώσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ὁ α, ἢ β. ἀφο-
ριοθήτω ὁ β, ἐκατέρωθεν γραμμαῖς, ἵνα μὴ συ-
ναφθῇ τῷ α, ἐγγύς αὐτῷ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς κειμέ-
νω· ἢ εὐρεθήτω ποσάκῃς ὁ 2, τὸν 13, μετρεῖ (ὅς
ἢ ἀφοριοθήτω διὰ τὸ ἀσύγχυτον ἀπὸ τῶν ἄλλων κυ-
φῶν ὑποδιασολῆ,) ἐπεὶ τὸ διὰ τῆς πρώτης κύφρας τῷ
β, σημαινόμενον, ὁ 2, ἢ μετρεῖ, καὶ ἐπεὶ εὐρί-
σκεται ἐξάκῃς, γραφήτω ἐφεξῆς τῷ β, ἐν τοῖς δε-
ξιοῖς ὁ 6, πρώτη κύφρα ὧν τῷ ζητούμενος πηλίκος· εἶτα
πολλαπλασιασθήτω ὁ 6, ἐπὶ τὸν 2, ἢ ὁ ἐξ αὐτῶν
12, ταχθήτω ὑπὸ τὸν 13, ἢ ἀφαιρεθήτω ἀπὸ
αὐτῷ, ἢ τὸ λειπόμενον γραμμῆς ἀχθείσης, γραφήτω
ὑπὸ αὐτήν· προσθεμένους δὲ τῷ λειπομένῳ τῷ 5, ἢ
συνισαμένους ἐξ αὐτῶν τῷ 15, ζητηθήτω ποσάκῃς ὁ
2, μετρεῖ τὸν 15, ἢ ἐπεὶ εὐρίσκεται δις, ταχθή-
τω ἐφεξῆς τῷ 6, ὁ 7, ὡς δευτέρα τῷ Πηλίκος κύ-
φρα. πολλαπλασιασθήτω τε ἐπὶ τὸν 2, ἢ ὁ ὑπὸ αὐ-
τῶν 14 τεθήτω ὑπὸ τὸν 15, ἢ ἀφαιρεθήτω ἀπὸ
αὐτῷ, ἢ τὸ λειπόμενον γραφήτω ὑπὸ τὴν γραμμὴν.
τῷ ποιοῦντες ἢ ἐπὶ τῆς λοιπῆς κύφρας τῷ β, ἢτοι

προσιθύντες αὐτὴν τῷ ἑναπο-
λειφθέντι ἐκ τῆς Ἀφαιρέσεως
τῆ 14, εὐρήσομεν τρίτην τῆ Πη-
λικῆς κύφραν τὸν 6. πολλα-
πλασιάσαντες δὲ αὐτὸν ἐπὶ τὸν
2, καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆ
12, ἀφελόντες, ἐπεὶ ἕδέντι
ἑναπολείπεται, γινώσκομεν ὅτι
ὁ α, καταμετρεῖ τὸν β, κατὰ τὸν γ, ἢ ἔσιν ὁ γ,
Πηλίκον τῆ β, Διαιρημένον ἐπὶ τὸν α.

$$\begin{array}{r} 2\alpha(13,5,2)\beta, 676\gamma. \\ \underline{12.} \\ 15. \\ \underline{14.} \\ 12. \\ \underline{12.} \\ 0. \end{array}$$

B.

Ἐὰν δὲ ἐπίτινος Ἀφαιρέσεως ἕδεν ἑναπολείπεται,
ὑπαχθῆτω διαιρεθρομένη ἢ ἐφεξῆς κύφρα, καὶ
ἢ αὐτὴ ἐλάττων εἴη τῆς τῆ Διαιρέτης, ἐν μὲν τῷ Πη-
λικῷ ταχθῆτω ζῆρος, αὐτῇ δὲ προσεθῆτω ἢ ἐξῆς τῆ
Διαιρημένον κύφρα, ἢ τὰ λοιπὰ γινέσθω ὡς πρότερον·
οἷον ἐπὶ τῆ δ, ἢ ε, ἐπεὶ ὁ δ, τετράκις μετρεῖ τὸν ἐν τῷ ε,
8, ταχθῆτω ἔνθα τὸ ζ, ὁ 4, πρώτη κύφρα τῆ Πηλικῆς ἐπεὶ δὲ
ἐπὶ τὸν 2, πολλαπλασιαζομέ-
νη, ἢ τῆ Γινομένη, ἀπὸ τῆ
8, ἀφαιρημένου, ἕδέντι ἑναπολείπεται, τακτέον ὑπὸ
τὸν 8, ζῆρον· ὑπαγομένης δὲ τῆς δευτέρας κύφρας τῆ ε,
ἐπεὶ ἕ μετρεῖ ταύτην ὁ 2, τεθῆτω ἐφεξῆς τῆ 4,
ζῆρος. προσκειμένης δὲ αὐτῇ ἢ τῆς λοιπῆς κύφρας
τῆ ε, ἢ συναμένον ἐξ αὐτῶν τῆ 13, ἐπεὶ μετρεῖ
αὐτὸν ὁ 2, ἐξάκις, ταχθῆτω ἐν τῷ Πηλικῷ ὁ 6, τῆ

$$\begin{array}{r} \delta 2(813)\epsilon, 406\frac{1}{2}\zeta. \\ \underline{8} \\ 013 \\ \underline{12} \\ 1. \end{array}$$

τα πολλαπλασιαζομένης ἐπὶ τὸν 2, ἢ τῆς Γινομένης 12, ἀφαιρεμένου ἀπὸ τῆς 13, ἐπεὶ ἐναπολείπεται μονάς, ἧς ἐλάττων ἐστὶ τῆς 2, ὁ 2, ἀριθμὸς μετὰ τῆς προσκειμένης αὐτῷ κλάσματος, περὶ ὧν ἐν τοῖς ἔπειτα ἐρεῖμεν, ἐστὶ Πηλίκον τῆς 2, ἐπὶ τὸν 2, διαιρεμένης.

Τὸν αὐτὸν τρόπον διέλοι τις ἂν τὰς προεκτεθέντας, ἢ ἄλλον τινὰ τῶν ἀριθμῶν ἐπὶ ἀριθμὸν ἐκ πλειόνων, ἢ μιᾶς συνισάμενον κύφρας· κειμένων γὰρ ὡς ἢ πρότερον τῶν δίδομένων ἀριθμῶν, ἀφορισέον πρῶτον ἀριστερόθεν ἀπὸ τῆς διαιρεμένης κύφρας ἰσοπληθεῖς ταῖς τῆς διαιρέτης, ἢ τῆτο ἤνικα τὸ ἀφοριζόμενον μέρος μείζον ἢ τῆς διαιρέτης, ἄλλως γὰρ ἐκ ἐγχωρεῖ γενέσθαι τὴν Διαίρεσιν· ἀνθ' ὅτι ὅταν ἐλάττων ἢ, πλείους τῶν τῆς διαιρέτης ἀφορισέον· εἶτα ἰτέον ἐπὶ τὴν πρᾶξιν ὡς πρότερον.

Γ'.

Δεδόσθω γὰρ διαιρέτης ὁ α, διαιρέμενος ὁ β'. ἢ ἐπεὶ ἀφορισθεῖσιν ἀπὸ τῆς β, δύο κυφρῶν, ὅσαι δηλονότι εἰσὶ ἢ ἐν τῷ α, ἐλάττων ἐστὶ ὁ 12, τῆς 15, ἢ ἐκ ἐγχωρεῖ γενέσθαι Διαίρεσιν, ἀφορισέον ἀπὸ τῆς β, τὸν 121. ἢ ἐπεὶ μετρεῖ αὐτὸν ὁ 15, ὀκτάκις, γραφήτω, ἔνθα τὸ γ, ὁ 8. πολλαπλασιαζομένης δὲ ἐπ' αὐτὸν τῆς 15, ἢ τῆς Γινο-

15, α (1212060)β, 80804. γ.

$$\begin{array}{r}
 120 \\
 \hline
 120 \\
 120 \\
 \hline
 60 \\
 60 \\
 \hline
 0.
 \end{array}$$

μέν 120, γραφομένον ὑπὸ τὸν 121, καὶ ἀφαιρη-
 μένον ἀπ' αὐτῆς, καὶ τῆς λειπομένης προσθεμένης τῆς
 2, τῆς ἐν τῷ β, ἐπεὶ συνίσταται ὁ 12, ὅς ἐλάττων
 ἐστὶ τῆς διαιρέτης λέγω τῆς 15, καὶ διὰ τῆτος ἔκ ἐγχο-
 ρεῖ πάλιν γενέσθαι Διαίρεσιν, γραφήτω ἔνθα τὸ γ,
 ἐφεξῆς τῆς 8, ζῆρος, ὑπαχθήτω δὲ καὶ ὁ ἐν τῷ β,
 ἵνα γένηται ὁ 120, τῆτον δὲ τῆς 15, καταμετρεῖν-
 τος ὀκτάκις, γραφήτω αὐθις, ἔνθα τὸ γ, 8, εἶτα
 πολλαπλασιαζομένης τῆς 15, ἐπὶ τὸν 8, καὶ τῆς γε-
 νομένης, ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆς 120, ἀφαιρημένης, ἐπεὶ
 ἕδεν τι ἑναπολείπεται, ὑπαχθήτω καὶ ὁ 6, ἀλλὰ διὰ
 τὸ μηδὲ ἀπαξ τῆτον μετρεῖν τὸν 15, ὡς ἐλάττω-
 να, γραφήτω αὐθις ἐν τῷ γ, ζῆρος, καὶ προσεθήτω τῷ
 αὐτῷ 6, ὁ ἐν τῷ β, ζῆρος, ἵνα γένηται ὁ 60. τε-
 τράκις δὲ τῆτον καταμετρεῖντος τῆς 15, τιθήτω ἐν
 τῷ γ, ὁ 4, ἐπὶ τὸν 4, δὲ τῆς 15, πολλαπλασιαζομένης, καὶ
 τῆς ὑπ' αὐτῶν ἀφαιρημένης ἀπὸ τῆς 60, ἐπεὶ τελευ-
 ταῖον ἕδεν ἑναπολείπεται, ὁ γ, ἐστὶ Πηλίκον τῆς β,
 διαιρημένης ἐπὶ τὸν α.

Μεθοδεύσεται ἔμπης ἢ πρᾶξις καὶ ἀπονώτερον, εἰ
 τύχωσι εἷς, ἢ δύο, ἢ καὶ πλείους ζῆροι προσκείμενοι ἐν ἑ-
 κατέρῳ, ἢ ἐν θατέρῳ μόνον τῶν δεδομένων ἀριθμῶν, ἢτοι
 τῷ Διαιρέτῃ. εἰ μὲν ἔν τῆτος συμβῆ, ἀποβλητέον τῆς ζῆ-
 ρος, καὶ διαιρετέον ἐπὶ τὸ λειπόμενον τὸν προσκείμενον ἀ-
 ριθμόν· εἶτα ἐκ τῆς δοθέντος Πηλίκης ἀφαιρετέον κύ-
 φρας Ἰσαριθμοῦ τοῖς ἀποβληθεῖσι ζῆροις, ἃς τακτέον
 ὑπεράνω τῆς μονάδος ἐχέσης προσκειμένης αὐτῇ ἰσο-
 πληθεῖς ζῆρος τοῖς ἀφαιρεθεῖσιν. οἷον διδόσθω ὁ ε,

ἀριθμὸς διαιρέμενος ἐπὶ τὸν δ. Ἀποβληθέντων τοί-
 νων τῶν ζήρων ἀπὸ τῆ δ, ἐπεὶ λείπεται ὁ 4, διαι-
 ρεθήτω ὁ ε, ἐπὶ τὸν 4, τὸ δὲ Πηλίκον τέτρεσι ὁ 321, γρα-
 φήτω ἕτως, ὥστε τὰς δύο αὐτῆ κύφρας, ὡς ἐνταῦ-
 θα τὸν 21, κεῖσθαι ὑπεράνω τῆς μονάδος καὶ δύο
 ζήρων, τὸν δὲ 3, μεταξύ αὐτῶν ὅπερ τὸ η, καὶ ὁ
 3τ²ε, ὡδὲ γραφόμενος ἔσαι Πηλίκον τῆ ε, διαιρε-
 μένος ἐπὶ τὸν δ. δ. 400. ε. (1284) η. 3τ²ε
 καὶ τὸ ἑξαχθὲν
 Πηλίκον διὰ τῆς δ. 400. ς. (1285) λ. 3τ²ε ζ
 διαιρέσεως προ-

σκειμένον αὐτῷ ἔχη κλάσμα, τῶν ἀφαιρεθεισῶν
 κυφρῶν ἢ δευτέρᾳ, καὶ τὸ κλάσμα ἀντὶ μιᾶς λογιζονται
 κύφρας· διαιρέμενος γὰρ τῆ ς, ἐπὶ τὸν αὐτὸν δ,
 καὶ ἑξαγομένῳ Πηλίκῳ τῆ λ, τὸ ζ, μετὰ τῆ 1, ἢ
 δύο, ἀλλὰ μία λογισθήσονται κύφρα. ὁ δὲ λόγος
 τῆς ἐπιτομωτέρας ταύτης πράξεως τὸ πισὸν ἔχει ἐκ
 τῆ ὁμοίᾳ δι' ἐπαγωγῆς ἐπὶ τῶν κατ' ἑκάστα ἀριθμῶν·
 τὸ αὐτὸ γὰρ ἔσαι εἴτε ὀλόκληρον τινὰ ἀριθμὸν διέ-
 λωμεν ἐφ' ἕτερον ἀριθμὸν, ὅς εἰπῆν τὸν 24, ἐπὶ
 τὸν 6, εἴτε διαλύσαντες πρῶτον τὸν διαιρέτην εἰς τὰς ὑφ'
 ὧν πολλαπλασιαζομένων πρὸς ἀλλήλους γίνεται ἀριθ-
 μὸς, ὡς τὸν 6, εἰς τὸν 2, καὶ 3, διέλωμεν ὑπερον
 ἐφ' ἕνα αὐτῶν, ὅς εἰπῆν τὸν 2, τότε 24, καὶ αὐ-
 θις τὸ ἑξαχθὲν Πηλίκον τὸν 12, ἐπὶ τὸν ἕτερον
 οἶος ὁ 3. ἔσαι γὰρ ἑκατέρωθεν τὸ αὐτὸ Πηλίκον ὁ
 4, ὅπερ καὶ ἀνωτέρω ἐπὶ τῶν δ, καὶ ε, ἐγένετο· δια-
 λυθέντος γὰρ τῆ δ, ἐπὶ τὸν 4, καὶ 100, διήρηται
 πρῶτον ὁ ε, ἐπὶ τὸν δ, εἶτα τὸ ἐκ τῆς Διαιρέσεως Πη-

λίκον ἐπὶ τὸν 100, πλὴν ὅτι ἀκαίρεωθέντος τῆ κλάσματος, γέγραπται ἀντὶ τῆ $\frac{3}{4}$ τὸ $3\frac{3}{4}$.

Ἄλλως.

Αὐτὸ δὲ τῷτο καὶ καθ' ἕτερον τρόπον γένησεται, εἴαν ἀφελόντες ἢ ἀπὸ τῆ Διακριμῆν κύφρας ἰσαριθμῶς τοῖς ζήροις τῆ Διακρίτης, διελωμεν ἐχομένως ἐπὶ τὰς ἐναπολειφθεῖσας κύφρας, τὰς ἀφαιρέθεισας πρότερον κύφρας ἀπὸ τῆ Διακριμῆν. τῷτο γὰρ γενομένῃ, εἰ μετὰ τὴν Διακρίσιν ἐναπολειφθεῖται προσθέντες τῷτο τὰς ἀφαιρέθεισας κύφρας, ἢ ἐπὶ τὸν ἰξ αὐτῶν συνισάμενον, εἰ β, ἢ δὲν ἐναπολειφθεῖται, ἢ ἐπὶ τὰς α, κύφρας μόνας, τιθέντες τὸν Διακρίτην, ἔχομεν τὸ ζητούμενον Πηλίκον. οἷον διακριμῆνου τῆ 1384, ἐπὶ τὸν 400, γενομένης τῆς Ἀφαιρέσεως ἑκατέρωθεν, ἐναπολειφθεῖσεται ὁ 4, ἢ 13, τῷτου διακρίθέντος ἐπὶ τὸν 4, ἔσαι Πηλίκον μὲν ὁ 3, ἐναπολειφθεῖσεται δὲ 1, ταύτη προσκειμένη τῆ 84, συσαθήσεται ὁ 184, ὑφ' ὃν κειμένου τῆ 500, γενήσεται ὁ $3\frac{3}{4}$, τὸ ζητούμενον Πηλίκον. αὐθις διακριμῆνου ἐπὶ τὸν αὐτὸν 400 τῆ 1284, ἐπεὶ διακριμῆν τῶ 12, ἐπὶ τὸν 4, ἢ ἐναπολειπεται, Πηλίκον ἔσαι ὁ $3\frac{3}{4}$.

Εἰ δὲ ἐν ἑκατέρῳ τῶν δοθέντων ἀριθμῶν εὔρεθῶσι προσκειμένοι ζήροι, ἔτι ἀπονώτερον τῆ Πηλίκου τευξόμεθα, ἀφαιρῶντες πρῶτον ἑκατέρωθεν ζήρους ἰσοπληθεῖς, εἶτα διακρίντες τὸ λειπόμενον ἐπὶ τὸ λει-

πόμμενον, οἶον Διαιρουμένου τῷ 12000, ἐπὶ τὸν 400, εἰάν ἀφέλητις ἀπό τε τῷ 400, καὶ ἀπὸ τῷ 12000, δύο ζήεις, καὶ τὸ λειπόμμενον ἦτοι τὸν 120, διέλη ἐπὶ τὸ λειπόμμενον τὸν 4, ἔξει Πηλίκον τὸν 30, ὃς ἂν παραχθεῖη, εἶγε καὶ ὀλόκληρος ὁ 12000, ἐφ' ὀλόκληρον τὸν 400, διαιρεθῆ.

Βάσανος.

Βασανιθῆσεται δὲ ἡ Διαίρεσις Πολλαπλασιάσει, καὶ αὕτη ἀντιζρόφως διαιρέσει· ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ μὲν τῆς Πολλαπλασιάσεως εἰν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Πολλαπλασιάζοντα, ἔτως ὁ Πολλαπλασιαζόμενος πρὸς τὸν Γινόμενον, ἐπὶ δὲ τῆς Διαιρέσεως ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ Πηλίκον, ἔτως ὁ διαιρέτης πρὸς τὸν διαιρέμενον, εὐδῆλον εἰ κατὰ τὴν 13. τῷ ζ'. τῷ σοιχειωτῷ, ὅτι εἰάν μετὰ τὴν Πολλαπλασίαν διελόντες τὸν γινόμενον ἐπὶ τὸν πολλαπλασιάσα:τα, εὐρωμεν τὸν πολλαπλασιαθέντα, ἢ καὶ ἀνάπαλιν· μετὰ δὲ τὴν Διαίρεσιν, εἰάν πολλαπλασιαθέντος τῷ Διαιρέτῃ ἐπὶ τὸ Πηλίκον, γένηται ὁ Διαιρέμενος, ἔδεμία πάντως ἀπάτη περὶ τὴν

πρᾶξιν συμβέβηκεν. Ἐσω γὰρ Πολλαπλασιάζων ὁ α, Πολλαπλασιαζόμενος ὁ β, Γινόμενος ὁ γ· ἔσω δ' αὖθις Διαιρέτης ὁ ε, Διαιρέμενος ὁ ζ, Πηλίκον ὁ η, ἐπεὶ διαιρεμένον τῷ γ, ἐπὶ τὸν α, πρόεισιν ὁ β, πολλαπλασιαζόμενον δὲ τῷ ε, ἐπὶ τὸν η, γίνεται ὁ ζ, ὡς

1	3	4	12
	α	β	γ

1	3	5	15
	η	ε	ζ.

ἔχει τὰ τῶν πράξεων· ὁ γὰρ ὑπὸ τῶν αβ, ἴσος τῷ γ, καὶ ὁ ὑπὸ τῶν ηε, ἴσος, τῷ ζ.

Ἐπιστάσεως δὲ ἄξιον ὅτι οἱ πλείστοι βασανίζουσι τήν τε Συναψιν καὶ τὴν Πολλαπλασίαν δι' ἀποβολῆς τῆ γ, ἀλλ' ἀδόκιμος ἢ τοιαύτε βίαστος ὡς ἀπάτης παρεκτικῆ, καί τοι ἐν πολλοῖς ἀληθεύουσα, ὡς δῆλον ἐκ τῆδε τῆ ὑποδείγματος.

α,β, ἀριθμοὶ συναφθιζόμενοι· φανερόν	358 α.
τῷ καὶ μικρόν ἐπισήσαντι ὅτι συναφθιζόντων τῶν, γενήσεται ὁ 592, ἀριθμός·	234 β.
	835 γ.

ἀλλ' εἴτις σφαλὲς ἐπὶ τῆς πράξεως, ἄλλας κύφρας γράψῃ ὑπὸ τῆς α,β. καὶ γένηται ὁ γ, εἴτα βασανίσῃ τὴν πράξιν διὰ τῆς ἀποβολῆς τῆ γ, εὐρήσει ἑκατέρωθεν ἢ τοι καὶ ἀπὸ τῶν α,β, ἢ τοι καὶ ἀπὸ τῆ γ, λειπόμενον τὸν 7, καὶ οἴησεται μὲν τὸν ὑπὸ τῶν α,β συμποσέμενον εἶναι τὸν 835, ἀπατηθήσεται δὲ διὰ τὸν ὡς ἀληθῶς ὑπ' αὐτῶν συμποσέμενον ὑπάρχειν τὸν 592. ὁ δὲ ἐφ' ἐνὸς συμβέβηκε, δυνατόν συμβῆναι καὶ ἐπὶ ἄλλων πολλῶν· ταῦτ' ἄρα τὸν τρόπον τῆτον ἀποδοκιμάσαντες, τῇ δὲ ἀντιπροφῆς βασάνῳ ἐπὶ πασῶν χρησόμεθα.

