

9 ἀπὸ 13 μένουσι 4
 8 ἀπὸ 13 μένουσι 5
 7 ἀπὸ 13 μένουσιν 6
 6 ἀπὸ 13 μένουσιν 7
 5 ὀπὸ 13 μένουσιν 8
 4 ἀπὸ 13 μένουσιν 9

9 ἀπὸ 14 μένουσι 5
 8 ἀπὸ 14 μένουσιν 6
 7 ἀπὸ 14 μένουσιν 7
 6 ἀπὸ 14 μένουσιν 8
 5 ἀπὸ 14 μένουσιν 9

9 ἀπὸ 15 μένουσιν 6
 8 ἀπὸ 15 μένουσιν 7
 7 ἀπὸ 15 μένουσιν 8
 6 ἀπὸ 15 μένουσιν 9

9 ἀπὸ 16 μένουσιν 7
 8 ἀπὸ 16 μένουσιν 8
 7 ἀπὸ 16 μένουσιν 9

9 ἀπὸ 17 μένουσιν 8
 8 ἀπὸ 17 μένουσιν 9

9 ἀπὸ 18 μένουσιν 9

Μελετήσατε, παιδία μου, καλὰ τὸν Πίνακα τοῦτον, καὶ σὰς βεβαιώνω, ὅτι θὰ ἐυκολυνθῆτε πολὺ ὄχι μόνον εἰς τὴν ἀφαίρεσιν ἀπλῶν μονιάδων ἀπὸ συνθέτους ἀριθμοὺς, ἀλλὰ καὶ εἰς τοὺς ἀριθμοὺς, οἱ ὅποιοι εἶναι σύνθετοι ἀπὸ πλειοτέρας δεκάδης.

Γυμνάσματα.

Ποῖον Κατάλοιπον μένει, εἰ ἀφαιρέσης 8 ἀπὸ 9, 10, 11; — 7 ἀπὸ 10, 8 ἀπὸ 11, 9 ἀπὸ 12;

6 ἀπὸ 10, 7 ἀπὸ 11, 8 ἀπὸ 12, 9 ἀπὸ 13;

5 ἀπὸ 10, 6 ἀπὸ 11, 7 ἀπὸ 12, 8 ἀπὸ 13, 9 ἀπὸ 14;

4 ἀπὸ 10, 5 ἀπὸ 11, 6 ἀπὸ 12, 7 ἀπὸ 13, 8 ἀπὸ 14, 9 ἀπὸ 15;

3 ἀπὸ 10, 4 ἀπὸ 11, 5 ἀπὸ 12, 6 ἀπὸ 13, 7 ἀπὸ 14, 8 ἀπὸ 15, 9 ἀπὸ 16;

2 ἀπὸ 10, 3 ἀπὸ 11, 4 ἀπὸ 12, 5 ἀπὸ 13, 6 ἀπὸ 14, 7 ἀπὸ 15, 8 ἀπὸ 16, 9 ἀπὸ 17;

1 ἀπὸ 10 , 2 ἀπὸ 11 , 3 ἀπὸ 12 , 4 ἀπὸ 13 , 5 ἀπὸ 14 ,
6 ἀπὸ 15 , 7 ἀπὸ 16 , 8 ἀπὸ 17 , 9 ἀπὸ 18 ;

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

1

ἀπὸ

10 , 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 , 90 , 100 ,
200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ;

2

ἀπὸ

10 , 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 , 90 , 100 ,
100 , 200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ;

3

ἀπὸ

10 , 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 , 90 , 100 ,
200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ;

4

ἀπὸ

10 , 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 , 90 , 100 ,
200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ;

5

ἀπὸ

10 , 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 , 90 , 100 ,
200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ;

6

ἀπὸ

10 , 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 , 90 , 100 ,
200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ;

(101)

7

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

8

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

9

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

10

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

20

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

30

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

40

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

(102)

50

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

60

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

70

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

80

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

90

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

2

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91;

3

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91;

4

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91;

(103)

5

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

6

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

7

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

8

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

9

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

3

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

4

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

5

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

(104)

6

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

7

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

8

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

ἀπὸ

9

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

Πόσα μένουσιν , εἰν ἀφαιρέσει

4

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93 ;

5

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93 ;

6

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93 ;

7

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93 ;

(105)

8

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93;

9

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93;

Πέσα μένουσιν, ἐὰν ἀφαιρέσῃς

5

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

6

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

7

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

8

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

9

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

(106)

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

6

ἀπὸ

25 , 35 , 45 , 55 , 65 , 75 , 85 , 95 ;

7

ἀπὸ

25 , 35 , 45 , 55 , 65 , 75 , 85 , 95 ;

8

ἀπὸ

25 , 35 , 45 , 55 , 65 , 75 , 85 , 95 ;

9

ἀπὸ

25 , 35 , 45 , 55 , 65 , 75 , 85 , 95 ;

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

7

ἀπὸ

26 , 36 , 46 , 56 , 66 , 76 , 86 , 96 ;

8

ἀπὸ

26 , 36 , 46 , 56 , 66 , 76 , 86 , 96 ;

9

ἀπὸ

26 , 36 , 46 , 56 , 66 , 76 , 86 , 96 ;

(107)

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

8

ἀπὸ

27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97 ;

9

ἀπὸ

27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97 ;

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

9

ἀπὸ

28, 38, 48, 58, 68, 78, 88, 98 ;

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

20 ἀπὸ 110 ;

30

ἀπὸ

110, 120 ;

40

ἀπὸ

110, 120, 130 ;

50

ἀπὸ

110, 120, 130, 140 ;

(108)

60

ἀπὸ

110, 120, 130, 140, 150;

70

ἀπὸ

110, 120, 130, 140, 150, 160;

80

ἀπὸ

110, 120, 130, 140, 150, 160, 170;

90

ἀπὸ

110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180;

Πόσα μένουσιν, εἰάν ἀφαιρέσῃς

20 ἀπὸ 210;

30

ἀπὸ

310, 320;

40

ἀπὸ

410, 420, 430;

50

ἀπὸ

510, 520, 530, 540;

60

ἀπὸ

610 , 620 , 630 , 640 , 650 ;

70

ἀπὸ

710 , 720 , 730 , 740 , 750 , 760 ;

80

ἀπὸ

810 , 820 , 830 , 840 , 850 , 860 , 870 ;

90

ἀπὸ

910 , 920 , 930 , 940 , 950 , 960 , 970 , 980 ;

“Οταν καὶ οἱ δύο ἀριθμοὶ , δηλαδή ὁ Μειωτέος καὶ ὁ Ἀφαιρετέος , ἦναι σύνθετοι ἀπὸ δεκάδας καὶ μονάδας , καὶ αἱ μονάδες τοῦ Ἀφαιρετέου εἶναι πλειότεραι παρὰ τὰς μονάδας τοῦ Μειωτέου , τότε πρέπει ν’ ἀφαιρῆτε πρῶτον τὰς δεκάδας , καὶ ἔπειτα ἀπὸ τὸ Κατάλοιπον αὐτῶν ν’ ἀφαιρῆτε καὶ τὰς μονάδας. Π. χ.

Ἐχρεωσιούσέ τις 75 γρούσια , καὶ ἐπλήρωσε μόνον 27. Πόσα χρεωστεῖ ἀκόμη ;

Λύσις. Ἀφαίρεσε πρῶτον τὰ 20 ἀπὸ τὰ 70 ἤγουν τὰς 2 δεκάδας ἀπὸ τὰς 7 δεκάδας , καὶ μένει ἑκατάλοιπον 50. Πρόσθεσε καὶ τὰς 5 μονάδας , καὶ γίνεται 55 γρούσια. Ἀπὸ τὸ Κατάλοιπον τοῦτο 55

ἀφαιρέσει τώρα τὰς 7 μονάδας, λέγων, 7 ἀπὸ 55 (ὡς ἡ ἀπὸ 10) μένει γενικὸν Κατάλοιπον 48 γρόσια.

Τὸ ἴδιον ἀκολουθεῖτε καὶ εἰς ἄλλας πολυσυνθέτους ποσότητας, ἀρχίζοντες πάντοτε τὴν ἀφαίρεσιν ἀπὸ τὸ ἀριστερὸν μέρος· ἤγουν, εἰάν ἦναι ἑκατονταίδες, ἀπὸ τὰς ἑκατοντάδας· καὶ εἰάν ἦναι χιλιάδες, ἀπὸ τὰς χιλιάδας. Παραδείγματα δὲ εἶναι ἀνάγκη νὰ εὐρίσκητε τώρα μόνοι σας.

Ἐφ' οὗ γυμνασθῶσιν οἱ μαθηταὶ ἀρκετὸν καιρὸν καὶ εἰς τὴν ἀφαίρεσιν πολυσυνθέτων ποσοτήτων, ἅς τοὺς διορίσῃ ὁ διδάσκαλος τὸν ἀκόλουθον τρόπον πρὸς πλειοτέραν γύμνασιν. Π. χ. Ποῖος ἤμπορεῖ νὰ μὲ ἀποκριθῇ χωρὶς ἄργητα, ποῖον εἶναι τὸ Κατάλοιπον τῶν 100 πλὴν 3, καὶ πλὴν 3, καὶ πλὴν 3; (ἕως ὅτου νὰ φθάσωσιν εἰς τὰς 3 μονάδας.) Ἔπειτα 100 πλὴν 7, 100 πλὴν 6, 110 πλὴν 7, 120 πλὴν 8, κ. τ. λ. (ἕως ὅτου νὰ καταβαίνωσιν εἰς τὰς μονάδας.)

Περὶ τῆς Διαιρέσεως, ἢ τῆς δευτέρας μεθόδου τῆς Ἀφαιρέσεως.

Ἡ Διαιρέσις εἶναι πρῶξις, διὰ τῆς ὁποίας ἐξετάζομεν πᾶσιν μία μικροτέρα ποσότης ἐμπεριέχεται εἰς ἀλλὴν μεγαλυτέραν· ἢ διὰ τῆς ὁποίας ἀφαιροῦμεν ἓνα μικρότερον ἀριθμὸν ἀπὸ ἄλλον μεγαλύτερον, ὅσάκις ἠμποροῦμεν.

Ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς, τὸν ὁποῖον διαιροῦμεν εἰς ἄρισμένα ἰσάλληλα μέρη, λέγεται Διαιρετέος.

Ὁ δὲ μικρότερος, διὰ τοῦ ὁποῖου διαίροῦμεν τὸν μεγαλύτερον, ἢ ἐξετάζομεν πόσας αὐτὸς ἐμπεριέχεται εἰς τὸν μεγαλύτερον, λέγεται Διαιρέτης.

Καὶ ὁ ἀπὸ τῆν Διαιρέσιν ταύτην πηγάζων τρίτος ἀριθμὸς, ὁ ὁποῖος μᾶς φανερόναι πόσας ἢ μικρότερος ἀριθμὸς ἐμπεριέχεται εἰς τὸν μεγαλύτερον, λέγεται Πηλίκον.

Παιδιά μου! Ἐὰν θέλητε νὰ γίνητε καλοὶ Ἀριθμητικοὶ, πρέπει νὰ ἐπιμεληθῆτε διὰ ν' ἀποκτήσετε καὶ εἰς αὐτὴν τὴν πράξιν, τὴν ὁποῖαν ἔχετε ἐτοιμότητα εἰς τὰς ἄλλας.

Ἡ πράξις αὕτη δὲν εἶναι, εἰμὴ μέθοδος συντομωτέρα καὶ ευχερεστέρα τῆς Ἀφαιρέσεως.

Εἰς τὴν Ἀφαίρεσιν, καθὼς σᾶς εἶναι γνωστὸν, ἢμπορεῖτε μόνον μίαν φοράν ν' ἀφαιρέσητε τὸν μικρότερον ἀριθμὸν ἀπὸ τὸν μεγαλύτερον. Εἰς τὴν Διαιρέσιν ὅμως γίνεται τοῦτο, ὅσας εἶναι δυνατόν. Π. γ. Ἐὰν σᾶς ἐρωτήσω, πόσας ἢμπορεῖ ν' ἀφαιρεθῆ ὁ ἀριθμὸς 3 ἀπὸ τὸν 12; θὰ ἀποκριθῆτε ἀναμφιβόλως κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον·
 $12 - 3$ μένουσιν 9· $9 - 3$ μένουσιν 6· $6 - 3$ μένουσι 3· $3 - 3$ μένει 0. Πιὲ τὴν διαδοχικὴν ταύτην ἀφαίρεσιν ἐγνωρίσατε, ὅτι ὁ ἀριθμὸς 3 ἀφαιρέθη τετράκις ἀπὸ τὸν 12 ἢ, ὅτι ὁ ἀριθμὸς 3 ἐμπεριέχεται τετράκις εἰς τὸν 12. Ἡ μέθοδος αὕτη μᾶς ὀδηγεῖ μὲν εἰς τὴν ἐλήθειαν· διὰ νὰ εὑρωμεν ὅμως τὸ ζητούμενον γρηγορώτερα, ἀκολουθοῦμεν τὸν ἐπόμενον τρόπον· ἤρουν, ἀντὶ ν' ἀφαιρέσωμεν τὸν 3

ἀπὸ τὸν 12 τετράκις κατὰ διαδοχὴν, τὸν ἀφαι-
 ροῦμεν ἅπασιν μόνον, λέγοντες ὅ ὅ ἐμπεριέχεται εἰς
 τὸν 12 τετράκις, διότι 4 φορές — 3 κάμνουσι 12.
 Διὰ τὰ ἠμποροῦντε λοιπὸν, παιδιά μου, νὰ ἐυρί-
 σκητε τὸ Πηλίκον τῆς Διαιρέσεως χωρὶς δυσκολίαν,
 εἶναι ἀνάγκη ν' ἀποστηθίσητε τὸν ἀκόλουθον Πίνακα,
 καὶ νὰ γυμνασθῆτε εἰς αὐτὸν ἀρκετὸν καιρὸν.

Πίναξ,

εἰς τὸν ὁποῖον φαίνεται πόσας ἑνας ἀριθμοὺς
 ἐμπεριέχεται εἰς ἄλλον.

| | | | | | | | |
|---|-----|----|----|---|-----|----|----|
| 1 | εἰς | 1 | 1 | 3 | εἰς | 3 | 1 |
| 2 | εἰς | 2 | 1 | 3 | εἰς | 6 | 2 |
| 2 | εἰς | 4 | 2 | 3 | εἰς | 9 | 3 |
| 2 | εἰς | 6 | 3 | 3 | εἰς | 12 | 4 |
| 2 | εἰς | 8 | 4 | 3 | εἰς | 15 | 5 |
| 2 | εἰς | 10 | 5 | 3 | εἰς | 18 | 6 |
| 2 | εἰς | 12 | 6 | 3 | εἰς | 21 | 7 |
| 2 | εἰς | 14 | 7 | 3 | εἰς | 24 | 8 |
| 2 | εἰς | 16 | 8 | 3 | εἰς | 27 | 9 |
| 2 | εἰς | 18 | 9 | 3 | εἰς | 30 | 10 |
| 2 | εἰς | 20 | 10 | | | | |
| 4 | εἰς | 4 | 1 | 5 | εἰς | 5 | 1 |
| 4 | εἰς | 8 | 2 | 5 | εἰς | 10 | 2 |
| 4 | εἰς | 12 | 3 | 5 | εἰς | 15 | 3 |
| 4 | εἰς | 16 | 4 | 5 | εἰς | 20 | 4 |
| 4 | εἰς | 20 | 5 | 5 | εἰς | 25 | 5 |
| 4 | εἰς | 24 | 6 | 5 | εἰς | 30 | 6 |
| 4 | εἰς | 28 | 7 | 5 | εἰς | 35 | 7 |
| 4 | εἰς | 32 | 8 | 5 | εἰς | 40 | 8 |
| 4 | εἰς | 36 | 9 | 5 | εἰς | 45 | 9 |
| 4 | εἰς | 40 | 10 | 5 | εἰς | 50 | 10 |

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 6 | εις | 6 | 1 |
| 6 | εις | 12 | 2 |
| 6 | εις | 18 | 3 |
| 6 | εις | 24 | 4 |
| 6 | εις | 30 | 5 |
| 6 | εις | 36 | 6 |
| 6 | εις | 42 | 7 |
| 6 | εις | 48 | 8 |
| 6 | εις | 54 | 9 |
| 6 | εις | 60 | 10 |

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 7 | εις | 7 | 1 |
| 7 | εις | 14 | 2 |
| 7 | εις | 21 | 3 |
| 7 | εις | 28 | 4 |
| 7 | εις | 35 | 5 |
| 7 | εις | 42 | 6 |
| 7 | εις | 49 | 7 |
| 7 | εις | 56 | 8 |
| 7 | εις | 63 | 9 |
| 7 | εις | 70 | 10 |

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 8 | εις | 8 | 1 |
| 8 | εις | 16 | 2 |
| 8 | εις | 24 | 3 |
| 8 | εις | 32 | 4 |
| 8 | εις | 40 | 5 |
| 8 | εις | 48 | 6 |
| 8 | εις | 56 | 7 |
| 8 | εις | 64 | 8 |
| 8 | εις | 72 | 9 |
| 8 | εις | 80 | 10 |

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 9 | εις | 9 | 1 |
| 9 | εις | 18 | 2 |
| 9 | εις | 27 | 3 |
| 9 | εις | 36 | 4 |
| 9 | εις | 45 | 5 |
| 9 | εις | 54 | 6 |
| 9 | εις | 63 | 7 |
| 9 | εις | 72 | 8 |
| 9 | εις | 81 | 9 |
| 9 | εις | 90 | 10 |

Διὰ τὰ ὠφέληθῆτε ἀπὸ τὸν Πίνακα τοῦτον, παι-
 δία μου, δὲν ἀρκεῖ τὰ τὸν ἡξείρητε μόνον κατὰ
 σειρὰν, ἀλλὰ ν' ἀποκρίνησθε χωρὶς ἄργητα, καὶ
 ὅταν σᾶς ἐρωτῶ ἔξω τῆς σειρᾶς· π. χ. Ποσὶς
 ἐμπεριέχεται ὁ 6 εἰς τὴν 48, ὁ 7 εἰς τὸν 35, ὁ 2 εἰς
 τὸν 14; κ. τ. λ.

Γυμνάσματα.

Ποσὶς ἐμπεριέχεται ὁ 1 εἰς 1, 2 εἰς 2, 3 εἰς 3;
 4 εἰς 4, 5 εἰς 5, 6 εἰς 6, 7 εἰς 7, 8 εἰς 8, 9 εἰς 9;
 Διατί; —

Υ. IV.

Ποῖος ἀριθμὸς ὀνομάζεται Διαιρετέος; ποῖος Διαιρέτης; ποῖος Πηλίκον; Τί φανερόναι ὁ Διαιρέτης; τί τὸ Πηλίκον;

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 2, 2 εἰς 4, 3 εἰς 6, 4 εἰς 8, 5 εἰς 10, 6 εἰς 12, 7 εἰς 14, 8 εἰς 16, 9 εἰς 18; Διατί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 3, 2 εἰς 6, 3 εἰς 9, 4 εἰς 12, 5 εἰς 15, 6 εἰς 18, 7 εἰς 21, 8 εἰς 24, 9 εἰς 27; Διατί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 4, 2 εἰς 8, 3 εἰς 12, 4 εἰς 16, 5 εἰς 20, 6 εἰς 24, 7 εἰς 28, 8 εἰς 32, 9 εἰς 36; Διατί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 5, 2 εἰς 10, 3 εἰς 15, 4 εἰς 20, 5 εἰς 25, 6 εἰς 30, 7 εἰς 35, 8 εἰς 40, 9 εἰς 45; Διατί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 6, 2 εἰς 12, 3 εἰς 18, 4 εἰς 24, 5 εἰς 30, 6 εἰς 36, 7 εἰς 42, 8 εἰς 48, 9 εἰς 54; Διατί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 7, 2 εἰς 14, 3 εἰς 21, 4 εἰς 28, 5 εἰς 35, 6 εἰς 42, 7 εἰς 49, 8 εἰς 56, 9 εἰς 63; Διατί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 8, 2 εἰς 16, 3 εἰς 24, 4 εἰς 32, 5 εἰς 40, 6 εἰς 48, 7 εἰς 56, 8 εἰς 64, 9 εἰς 72; Διατί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 9, 2 εἰς 18, 3 εἰς 27, 4 εἰς 36, 5 εἰς 45, 6 εἰς 54, 7 εἰς 63, 8 εἰς 72, 9 εἰς 81; Διατί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 10, 2 εἰς 20, 3 εἰς 30, 4 εἰς 40, 5 εἰς 50, 6 εἰς 60, 7 εἰς 70, 8 εἰς 80, 9 εἰς 90; Διατί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Μὲ 12 παράδες πόσας ὀκάδας κραισὶ ἀγοράζομεν, εἰάν ἡ ὀκάῃ πωλῆται πρὸς 4 παράδες ; —

Ὅσάκις ἐμπεριέχεται τὰ 4 εἰς 12, τόσους ὀκάδας ἀγοράζομεν. Τὰ 4 λοιπὸν ἐμπεριέχονται εἰς τὰ 12 τρὶς, διότι 3×4 γίνονται 12. Ἄρα τρεῖς ὀκάδες ἀγοράζομεν.

Πόσα τριάρια κάμνουσιν οἱ 27 παράδες, ἐνῶ οἱ 3 παράδες κάμνουσιν 1 τριάρι ;

Ὅσάκις ἐμπεριέχονται 3 παράδες εἰς 27 παράδες, τόσα τριάρια κάμνουσι. Τὰ 3 ἐμπεριέχονται λοιπὸν εἰς τὰ 27 ἐννεάκις, ἄρα 9 τριάρια κάμνουσιν οἱ 27 παράδες.

Πόσα τριάρια κάμνουσιν

| | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 24 | παράδες ; | 9 | παράδες ; |
| 18 | παράδες ; | 15 | παράδες ; |
| 30 | παράδες ; | 6 | παράδες ; |
| 12 | παράδες ; | 21 | παράδες ; |
| 27 | παράδες ; | 3 | παράδες ; |

Πόσα πεντάρια κάμνουσιν

| | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 10 | παράδες ; | 30 | παράδες ; |
| 25 | παράδες ; | 50 | παράδες ; |
| 35 | παράδες ; | 20 | παράδες ; |
| 15 | παράδες ; | 45 | παράδες ; |
| 40 | παράδες ; | 5 | παράδες ; |

Πόσα γρόβια κάμνουσιν

| | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 4 | δεκάρια ; | 25 | δεκάρια ; |
| 8 | δεκάρια ; | 50 | δεκάρια ; |
| 12 | δεκάρια ; | 40 | δεκάρια ; |
| 16 | δεκάρια ; | 35 | δεκάρια ; |
| 20 | δεκάρια ; | 50 | δεκάρια ; |

Πόσα γρόσια κάμνουσιν

| | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 8 | πεντάρια; | 40 | πεντάρια; |
| 16 | πεντάρια; | 48 | πεντάρια; |
| 24 | πεντάρια; | 56 | πεντάρια; |
| 32 | πεντάρια; | 64 | πεντάρια; |

Το Πηλίκον δὲν μᾶς φανερόντι μόνον ποσάκις ἓνας ἀριθμὸς ἐμπεριέχεται εἰς ἄλλον μεγαλύτερον, ἀλλὰ καὶ τὸ ποσαπλοῦν μέρος τοῦ διαιρετέου εἶναι ὁ Διαιρέτης. Ἀπὸ τ' ἀκόλουθα δὲ θὰ κυταλάβητε καλήτερα τὰ ὅσα σᾶς λέγω.

Κυτάξαιτε, παιδία μου! ἡ κλωστή αὕτη εἶναι μᾶς πήχης. Ἐὰν τὴν κίψω εἰς δύο ἴσα μέρη, γίνονται δύο κομμάτια, καὶ τὸ καθὲν ἔχει ἡμίσειαν πήχην.

Ὀλόκληρος λοιπὸν ἡ πήχη, καθὼς βλέπετε, ἔχει δύο ἡμίσεια ἰσάλληλα. — Τὸ ἡμισυ δὲ ὑποιοιδήποτε πράγματος γράφεται κατ' αὐτὸν τὸν τρίπον $\frac{1}{2}$, καὶ ὀνομάζεται κλάσμα.

Ἐὰν ὁμοῦ κίψω τὴν κλωστὴν εἰς τρία ἰσάλληλα μέρη, τότε καθὲν ἀπ' αὐτὰ εἶναι τὸ τριτημόριον, ἢ τὸ τρίτον τῆς πήχης· διότι ὀλόκληρος ἡ πήχη ἔχει τρία κομμάτια. Τὸ τοιοῦτον δὲ τρίτον γράφεται οὕτως $\frac{1}{3}$ · δύο δὲ ἀπὸ τὰ τρία κομμάτια λέγονται δύο τρίτα, καὶ γράφονται οὕτω $\frac{2}{3}$ · καὶ τὰ τρία δὲ κομμάτια λέγονται τρία τρίτα, καὶ γράφονται οὕτω $\frac{3}{3}$.

Ἐὰν δὲ κίψω πρῶτον τὴν πήχην εἰς δύο ἡμίσεια, καὶ τὴν ἡμίσεια πάλιν εἰς ἄλλα 2 μέρη, τότε γίνονται

4 ἰσάλληλα κομμάτια , καὶ ὀνομάζονται τέταρτα .
Καθὲν ἀπ' αὐτὰ τὰ τέταρτα γράφεται οὕτως $\frac{1}{4}$ ·
δύω τέταρτα μὲζι γράφονται οὕτω $\frac{2}{4}$ · τρία τέταρτα
μαζὶ γράφονται οὕτω $\frac{3}{4}$ · καὶ τὰ 4 δὲ τέταρτα μαζὶ
γράφονται οὕτω $\frac{4}{4}$, καὶ κάμνουσι μίαν ἰλοκλήρον
πήχην .

“Οταν πάλιν κόψῃς καὶ τὰ τέταρτα εἰς ἄλλα δύο
ἰσάλληλα μέρη , γίνονται 8 ἰσάλληλα κομμάτια καὶ
καθὲν ἀπ' αὐτὰ ὀνομάζεται ὄγδοον , καὶ γράφεται
οὕτω $\frac{1}{8}$ · 5 τοιαῦτα κομμάτια λέγονται πέντε ὄγδοι ,
καὶ γράφονται οὕτω $\frac{5}{8}$ · ἑπτὰ δὲ λέγονται ἑπτὰ ὄγδοα,
καὶ γράφονται οὕτω $\frac{7}{8}$ · κ. τ. λ.

“Οταν δὲ κόψῃς καὶ τὸ τρίτα εἰς δύο ἰσάλληλα μέρη,
γίνονται 6 ἰσάλληλα κομμάτια , καὶ καθὲν ἀπ'
αὐτὰ λέγεται ἕκτον , καὶ γράφεται οὕτω $\frac{1}{6}$ · δύο μὲζι
λέγονται δύο ἕκτα $\frac{2}{6}$ · τρία ἕκτα $\frac{3}{6}$, κ. τ. λ.

Ἐὰν δὲ κόψῃς τὴν πήχην εἰς 12 ἰσάλληλα μέρη ;
ὀνομάζεται τὸ καθὲν μέρος δωδέκατον $\frac{1}{12}$. — Καὶ
ἐὰν εἰς 16 ἰσάλληλα μέρη , ὀνομάζεται δέκατον
ἕκτον $\frac{1}{16}$ · κ. τ. λ.

Καθὼς ἐδιδαιρέσαμεν τὴν πήχην εἰς πολλὰ ἰσάλληλα
μέρη . ἤμποροῦμεν παρομοίως νὰ διαιρέσωμεν καὶ τὸ
χαρτίον , καὶ τὸ μῆλον , καὶ τὸν χρόνον , καὶ τὸ ψω-
μίον καὶ τοὺς ἀριθμοὺς , καὶ ἄλλα τοιαῦτα . Τὰ 3 εἶ-
ναι τὸ ἥμισυ τῶν 6 · διότι 2 ἐπὶ 3 γίνονται 6 · τὰ 2
εἶναι τὸ 3^{τον} τῶν 6 · διότι 3 ἐπὶ 2 γίνονται 6 . Ἐν, ἤτοι
πολλὰ ἰσάλληλα μέρη ἐνὸς ἰλοκλήρου λέγονται κλά-
σμα . Ὁ ἀκόλουθος δὲ Πίναξ θὰ σῶς σαφηνίσῃ τὸ
πρᾶγμα καλῆτερα .

Πίναξ.

| | | | | | |
|---------------------|----------|-----------|-------|---------|-----|
| Τὸ ἡμισυ τῶν | 2 εἶναι | 1, διότι | 2 ἐπὶ | 1 γίν- | 2. |
| | 4 εἶναι | 2, διότι | 2 ἐπὶ | 2 γίν- | 4. |
| | 6 εἶναι | 3, διότι | 2 ἐπὶ | 3 γίν- | 6. |
| | 8 εἶναι | 4, διότι | 2 ἐπὶ | 4 γίν- | 8. |
| | 10 εἶναι | 5, διότι | 2 ἐπὶ | 5 γίν- | 10. |
| | 12 εἶναι | 6, διότι | 2 ἐπὶ | 6 γίν- | 12. |
| | 14 εἶναι | 7, διότι | 2 ἐπὶ | 7 γίν- | 14. |
| | 16 εἶναι | 8, διότι | 2 ἐπὶ | 8 γίν- | 16. |
| | 18 εἶναι | 9, διότι | 2 ἐπὶ | 9 γίν- | 18. |
| | 20 εἶναι | 10, διότι | 2 ἐπὶ | 10 γίν- | 20. |

| | | | | | | |
|----------------------------|---|----------|-----------|-------|---------|-----|
| Τὸ τρίτον μέρος τῶν | } | 3 εἶναι | 1, διότι | 3 ἐπὶ | 1 γίν- | 3. |
| | | 6 εἶναι | 2, διότι | 3 ἐπὶ | 2 γίν- | 6. |
| | | 9 εἶναι | 3, διότι | 3 ἐπὶ | 3 γίν- | 9. |
| | | 12 εἶναι | 4, διότι | 3 ἐπὶ | 4 γίν- | 12. |
| | | 15 εἶναι | 5, διότι | 3 ἐπὶ | 5 γίν- | 15. |
| | | 18 εἶναι | 6, διότι | 3 ἐπὶ | 6 γίν- | 18. |
| | | 21 εἶναι | 7, διότι | 3 ἐπὶ | 7 γίν- | 21. |
| | | 24 εἶναι | 8, διότι | 3 ἐπὶ | 8 γίν- | 24. |
| | | 27 εἶναι | 9, διότι | 3 ἐπὶ | 9 γίν- | 27. |
| | | 30 εἶναι | 10, διότι | 3 ἐπὶ | 10 γίν- | 30. |

| | | | | | |
|--------------------------|---|----------|-----------------|---------|-----|
| Τὸ τέταρτον μέρος τῶν | } | 4 εἶναι | 1, διότι 4 ἐπὶ | 1 γίν- | 4. |
| | | 8 εἶναι | 2, διότι 4 ἐπὶ | 2 γίν- | 8. |
| | | 12 εἶναι | 3, διότι 4 ἐπὶ | 3 γίν- | 12. |
| | | 16 εἶναι | 4, διότι 4 ἐπὶ | 4 γίν- | 16. |
| | | 20 εἶναι | 5, διότι 4 ἐπὶ | 5 γίν- | 20. |
| | | 24 εἶναι | 6, διότι 4 ἐπὶ | 6 γίν- | 24. |
| | | 28 εἶναι | 7, διότι 4 ἐπὶ | 7 γίν- | 28. |
| | | 32 εἶναι | 8, διότι 4 ἐπὶ | 8 γίν- | 32. |
| | | 36 εἶναι | 9, διότι 4 ἐπὶ | 9 γίν- | 36. |
| | | 40 εἶναι | 10, διότι 4 ἐπὶ | 10 γίν- | 40. |



| | | | | | |
|-------------------------|---|----------|-----------------|---------|-----|
| Τὸ πέμπτον μέρος τῶν | } | 5 εἶναι | 1, διότι 5 ἐπὶ | 1 γίν- | 5. |
| | | 10 εἶναι | 2, διότι 5 ἐπὶ | 2 γίν- | 10. |
| | | 15 εἶναι | 3, διότι 5 ἐπὶ | 3 γίν- | 15. |
| | | 20 εἶναι | 4, διότι 5 ἐπὶ | 4 γίν- | 20. |
| | | 25 εἶναι | 5, διότι 5 ἐπὶ | 5 γίν- | 25. |
| | | 30 εἶναι | 6, διότι 5 ἐπὶ | 6 γίν- | 30. |
| | | 35 εἶναι | 7, διότι 5 ἐπὶ | 7 γίν- | 35. |
| | | 40 εἶναι | 8, διότι 5 ἐπὶ | 8 γίν- | 40. |
| | | 45 εἶναι | 9, διότι 5 ἐπὶ | 9 γίν- | 45. |
| | | 50 εἶναι | 10, διότι 5 ἐπὶ | 10 γίν- | 50. |



| | | | | | |
|-----------------------|---|----------|----------------|--------|-----|
| Τὸ ἕκτον μέρος τῶν | } | 6 εἶναι | 1, διότι 6 ἐπὶ | 1 γίν- | 6. |
| | | 12 εἶναι | 2, διότι 6 ἐπὶ | 2 γίν- | 12. |
| | | 18 εἶναι | 3, διότι 6 ἐπὶ | 3 γίν- | 18. |
| | | 24 εἶναι | 4, διότι 6 ἐπὶ | 4 γίν- | 24. |
| | | 30 εἶναι | 5, διότι 6 ἐπὶ | 5 γίν- | 30. |
| | | 36 εἶναι | 6, διότι 6 ἐπὶ | 6 γίν- | 36. |

| | | | | | | | | |
|----|-------|-----|-------|---|-----|----|------|-----|
| 42 | εἶναι | 7, | διότι | 6 | ἐπὶ | 7 | γίν- | 42. |
| 48 | εἶναι | 8, | διότι | 6 | ἐπὶ | 8 | γίν- | 48. |
| 54 | εἶναι | 9, | διότι | 6 | ἐπὶ | 9 | γίν- | 54. |
| 60 | εἶναι | 10, | διότι | 6 | ἐπὶ | 10 | γίν- | 60. |

| | | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-----|-----|------|------|-----|
| Τὸ ἑβδομον } μέρος τῶν } | 7 | εἶναι | 1, | διότι | 7 | ἐπὶ | 1 | γίν- | 7. |
| | 14 | εἶναι | 2, | διότι | 7 | ἐπὶ | 2 | γίν- | 14. |
| | 21 | εἶναι | 3, | διότι | 7 | ἐπὶ | 3 | γίν- | 21. |
| | 28 | εἶναι | 4, | διότι | 7 | ἐπὶ | 4 | γίν- | 28. |
| | 35 | εἶναι | 5, | διότι | 7 | ἐπὶ | 5 | γίν- | 35. |
| | 42 | εἶναι | 6, | διότι | 7 | ἐπὶ | 6 | γίν- | 42. |
| | 49 | εἶναι | 7, | διότι | 7 | ἐπὶ | 7 | γίν- | 49. |
| | 56 | εἶναι | 8, | διότι | 7 | ἐπὶ | 8 | γίν- | 56. |
| | 63 | εἶναι | 9, | διότι | 7 | ἐπὶ | 9 | γίν- | 63. |
| 70 | εἶναι | 10, | διότι | 7 | ἐπὶ | 10 | γίν- | 70. | |

| | | | | | | | | | |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-----|-----|------|------|-----|
| Τὸ ὄγδοον } μέρος τῶν } | 8 | εἶναι | 1, | διότι | 8 | ἐπὶ | 1 | γίν- | 8. |
| | 16 | εἶναι | 2, | διότι | 8 | ἐπὶ | 2 | γίν- | 16. |
| | 24 | εἶναι | 3, | διότι | 8 | ἐπὶ | 3 | γίν- | 24. |
| | 32 | εἶναι | 4, | διότι | 8 | ἐπὶ | 4 | γίν- | 32. |
| | 40 | εἶναι | 5, | διότι | 8 | ἐπὶ | 5 | γίν- | 40. |
| | 48 | εἶναι | 6, | διότι | 8 | ἐπὶ | 6 | γίν- | 48. |
| | 56 | εἶναι | 7, | διότι | 8 | ἐπὶ | 7 | γίν- | 56. |
| | 64 | εἶναι | 8, | διότι | 8 | ἐπὶ | 8 | γίν- | 64. |
| | 72 | εἶναι | 9, | διότι | 8 | ἐπὶ | 9 | γίν- | 72. |
| 80 | εἶναι | 10, | διότι | 8 | ἐπὶ | 10 | γίν- | 80. | |

| | | | | | |
|------------------------------------|---|----------|-----------------|---------|-----|
| Τὸ 9 ^{τον} μέ- ρος τῶν | } | 9 εἶναι | 1, διότι 9 ἐπὶ | 1 γίν- | 9. |
| | | 18 εἶναι | 2, διότι 9 ἐπὶ | 2 γίν- | 18. |
| | | 27 εἶναι | 3, διότι 9 ἐπὶ | 3 γίν- | 27. |
| | | 36 εἶναι | 4, διότι 9 ἐπὶ | 4 γίν- | 36. |
| | | 45 εἶναι | 5, διότι 9 ἐπὶ | 5 γίν- | 45. |
| | | 54 εἶναι | 6, διότι 9 ἐπὶ | 6 γίν- | 54. |
| | | 63 εἶναι | 7, διότι 9 ἐπὶ | 7 γίν- | 63. |
| | | 72 εἶναι | 8, διότι 9 ἐπὶ | 8 γίν- | 72. |
| | | 81 εἶναι | 9, διότι 9 ἐπὶ | 9 γίν- | 81. |
| | | 90 εἶναι | 10, διότι 9 ἐπὶ | 10 γίν- | 90. |



Παιδιά μου! εἰς μελετήσητε τὸν Πίνακα τοῦτον καλὰ, ὅτι ἠμπορεῖτε νὰ εὐρίσκητε χωρὶς δυσκολίαν τὸ ἥμισυ, τὸ τρίτον, τὸ τέταρτον, τὸ πέμπτον, τὸ ἕκτον κ. τ. λ. καὶ μεγαλητέρων ἀριθμῶν. Π χ.

Τὰ ἡμίσεα τῶν 642 εἶναι 321· διότι ὁ ἀριθμὸς 642 εἶναι σύνθετος ἀπὸ τρία μέρη, ἤγουν: 600, 40 καὶ 2. Λάβετε λοιπὸν τὰ ἡμίσεα τῶν 600, τῶν 40 καὶ τῶν 2, καὶ θὰ εὕρητε, ὅτι γίνονται 321, διότι ἥμισυ τῶν 600 εἶναι 300, τῶν 40 εἶναι 20, καὶ τῶν 2 εἶναι 1.

Παρομοίως εὐρίσκεται καὶ τὸ τρίτον τῶν 963, διότι 300 εἶναι τὸ 3^{τον} τῶν 900, 20 τὸ 3^{τον} τῶν 60, καὶ 1 τὸ 3^{τον} τῶν 3.

Τὸ 4^{τον} τῶν 848 εἶναι 212· διότι 200 εἶναι τὸ 4^{τον} τῶν 800, 10 τὸ 4^{τον} τῶν 40, καὶ 2 τὸ 4^{τον} τῶν 8. Ἐὰν λοιπὸν τέσσαρες ἄνθρωποι θελήσωσι νὰ μοιρασθῶσι τὰ 848 γρ- πρέπει νὰ λάβῃ ὁ καθεὶς 212 γρόσια.

Ἀπὸ τὰ ἀκόλουθα δὲ θὰ ἐννοήσητε τοῦτο καλύτερα.

Γυμνάσματα.

Δύω παιδιά θέλουν νὰ μοιράσωσι 18 μῆλα · πόσα θὰ πάρη τὸ καθέν;

Ὁ Νικόλαος καὶ ὁ Θωμᾶς θέλουν νὰ μοιράσωσι 24 καρτέδια εἰς δύο ἰσάλληλα μέρη · πόσα θὰ λάβῃ ὁ καθείς;

3 ἄνθρωποι ἐνρῆκαν 12 γρόσια · πόσα θὰ πάρη ὁ καθείς;

8 πῆχαι ροῦχον ἀγοράσθησαν διὰ 48 γρόσια · πόσα ἀξίζει ἡ μία;

6 ὀκάδες ἀγιοκῆριον ἀγοράσθησαν διὰ 42 γρόσια · πόσα ἀξίζει ἡ μία; (καὶ ἄλλα πολλὰ τοιαῦτα παραδείγματα.)

Δύω παιδιά νὰ μοιρασθῶσιν 1 μῆλον · πόσον θὰ πάρη τὸ καθέν;— Ἀπόκρισις Ἡμισυ μῆλον ἥτοι $\frac{1}{2}$.

Δύω παιδιά εἰάν μοιράσωσι 5 μῆλα, πόσα θὰ λάβῃ τὸ καθέν;

Εἶπατε · πέντε μῆλα εἶναι ἴσα με 4 καὶ ἓν μῆλον, τὸ ἥμισυ τῶν 4 εἶναι 2 τὸ δὲ ἥμισυ τοῦ 1 εἶναι $\frac{1}{2}$. Ἄρα τὸ καθέν παιδίον θὰ λάβῃ $2\frac{1}{2}$ μῆλα.

3 παιδιά θέλουν νὰ μοιρασθῶσιν 8 παράδες · πόσους θὰ λάβῃ τὸ καθέν;

3 παιδιά θέλουν νὰ μοιρασθῶσι 2 μῆλα · πόσα θὰ λάβῃ τὸ καθέν;

Εἶπατε τὸ τρίτον μέρος τοῦ 1 μήλου εἶναι $\frac{1}{3}$ τῶν 2 $\frac{2}{3}$.

Πόσον εἶναι τὸ 5^{τον} μέρος τῶν 5 μήλων;

Εἶπατε τὸ 3^{τον} μέρος τῶν 3 μήλων εἶναι 1 μήλον; τὸ δὲ 3^{τον} τῶν λοιπῶν 2 μήλων εἶναι $\frac{2}{3}$.

4 πήχαι πανὶ ἀγορεύθησαν 24 τριάκια· πᾶσους παράδωξ ἀξίζει ἡμία;

Ἐὰν ἔχων 2 ψωμῖα μεγάλα, κόψῃς τὸ ἓν εἰς 8 κομμάτια καὶ τὸ ἄλλο εἰς 16, ποῖα κομμάτια ἴσα ἦναι μεγαλήτερα τὸ 8, ἢ τὰ 16; —

Λοιπὸν ποῖα μέρη εἶναι μεγαλήτερα, τὰ ὄγδοα, ἢ τὰ δέκατι ἕκτα;

Ἐὰν παρατηρήσῃτε καλὰ τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, θὰ ἴδητε, ὅτι ὅσον ολιγώτερα εἶναι τὰ μέρη τοῦ ὅλου, τόσον εἶναι μεγαλήτερα, καὶ ὅσον πλειότερα, τόσον μικρότερα.

Πόσα ὄγδοα μιᾶς πήχης εἶναι ἴσα μὲ ἓν τέταρτον αὐτῆς;

Ἡξεύρετε ἤδη ὅτι 4 τέταρτα μιᾶς πήχης εἶναι ἴσα μὲ 5 ὄγδοα· ἄρα πρέπει νὰ ἰσολογῇ μὲ $\frac{2}{8}$.

Πόσα ἕκτα μιᾶς πήχης εἶναι ἴσα μὲ ἓν τρίτον αὐτῆς;

Πόσα δέκατι ἕκτα ἐνὸς ὅλου εἶναι ἴσα μὲ ἓν ὄγδοον τοῦ ἰδίου ὅλου;

Πόσα ἔννατα εἶναι ἴσα μὲ ἓν τρίτον;

Πόσα εἰκοστὰ ἑβδομα εἶναι ἴσα μὲ ἓν ἔννατον;

Πόσα εἰκοστὰ εἶναι ἴσα μὲ ἓν πέμπτον;

Πόσα εἰκοστὰ πρῶτα εἶναι ἴσα μὲ ἓν ἑβδομον;

Πόσα τεσσαρακοστὰ δεύτερα εἶναι ἴσα μὲ ἓν ἕκτον;

"Ιδετε ; παιδία μου , πόσην ὠφέλειαν σᾶς ἐπροξένη-
σεν ἡ μελέτη τοῦ Πίνακος. Τώρα δὲ αἶς δοκιμάσω-
μεν καὶ εἰς προβλήματα μεγαλητέρων ποσοτήτων.

Ποῖον εἶναι τὸ ἥμισυ τῶν

2, 20, 200, 2 000, 20 000, 200 000,
4, 40, 400, 4 000, 40 000, 400 000,
6, 60, 600, 6 000, 60 000, 600 000,
8, 80, 800, 8 000, 80 000, 800 000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ τρίτον τῶν

3, 30, 300, 3 000, 30 000, 300 000,
6, 60, 600, 6 000, 60 000, 600 000,
9, 90, 900, 9 000, 90 000, 900 000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ τέταρτον τῶν

4, 40, 400, 4 000, 40 000, 400 000,
8, 80, 800, 8 000, 80 000, 800 000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ πέμπτον τῶν

5, 50, 500, 5 000, 50 000, 500 000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ ἕκτον τῶν

6, 60, 600, 6 000, 60 000, 600 000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ ἑβδομον τῶν

7, 70, 700, 7 000, 70 000, 700 000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ ὀγδοον τῶν

8, 80, 800, 8 000, 80 000, 800 000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ ἔννατον τῶν

9, 90, 900, 9 000, 90 000, 900 000 ;

Δύω παιδιά θέλουν να μοιρασθῶσιν εἴκοσι δαμάσκηνα· πόσα θὰ πάρη τὸ καθέν; — Τὸ ἥμισυ τῶν 20 εἶναι 10· διότι $2 \text{ ἐπὶ } 10 = 20$.

Ἐνας πατὴρ ἄφησεν εἰς τρεῖς υἱοὺς 6000 γρ· κληρονομίαν· πόσα θὰ πάρη ὁ καθείς; — Ἀπόκ. Τὸ τρίτον τῶν 6 χιλιάδων, καὶ τοῦτο δὲν περιέχει μήτε ἑκατοντάδας, μήτε δεκάδας, μήτε μονάδας, ἀλλὰ δύο μόνον χιλιάδας· διότι αἱ δύο χιλιάδες πολλαπλασιαζόμεναι μὲ 3 γίνονται ἕξ χιλιάδες.

Ποῖον εἶναι τὸ 4^{τον} τῶν 80 000; — Ἀπόκ. 20 000, διότι 4 ἐπὶ 20000 γίνονται 80000.

Ποῖον εἶναι τὸ ἥμισυ τῶν 1200; — Ἀποκρίσις 600, διότι 2 ἐπὶ 600 γίνονται 1200.

Ἐὰν γυμνασθῆτε εἰς ταῦτα τὰ προβλήματα καλῶς, θὰ ἠμπορεῖτε νὰ μ' ἀποκρίνησθε καὶ εἰς τὰ ἀκόλουθα μὲ μεγάλην ἐτοιμότητα.

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 2 εἰς τοὺς ἀκολουθοῦντας ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ἥμισυ τῶν

100, 120, 140, 160, 180,

1000, 1200, 1400, 1600, 1800;

10 000, 12 000, 14 000, 16 000, 18 000,

100 000, 120 000, 140 000, 160 000, 180 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 3 εἰς τοὺς ἀκολουθοῦντας ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ τρίτον τῶν

120, 150, 180, 210, 240, 270,

1200, 1500, 1800, 2100, 2400, 2700,

12 000, 15 000, 18 000, 21 000, 24 000, 27 000,

120 000, 150 000, 180 000, 210 000, 240 000,

270 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 4 εἰς τοὺς ἀκολουθοῦντας ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον τὸ τέταρτον τῶν

120, 160, 200, 240, 280, 320, 360,
1200, 1600, 2000, 2400, 2800, 3200, 3600,
12 000, 16 000, 20 000, 24 000, 28 000, 32 000,
36 000,
120 000, 160 000, 200 000, 240 000, 280 000,
320 000, 360 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 5 εἰς τοὺς ἀκολουθοῦντας ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ πέμπτον τῶν

100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450,
1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500,
10 000, 15 000, 20 000, 25 000, 30 000, 35 000,
40 000, 45 000,
100 000, 150 000, 200 000, 250 000, 300 000,
350 000, 400 000, 450 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 6 εἰς τοὺς ἀκολουθοῦντας ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ἕκτον τῶν

120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540,
1200, 1800, 2400, 3000, 3600, 4200, 4800, 5400,
12 000, 18 000, 24 000, 30 000, 36 000, 42 000,
48 000, 54 000;
120 000, 180 000, 240 000, 300 000, 360 000,
420 000, 480 000, 540 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 7 εἰς τοὺς ἀκολουθίους ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ἕβδομον τῶν

140, 210, 280, 350, 420, 490, 560, 630,
1400, 2100, 2800, 3500, 4200, 4900, 5600, 6300,
14 000, 21 000, 28 000, 35 000, 42 000, 49 000,
56 000, 63 000,

140 000, 210 000, 280 000, 350 000, 420 000,
490 000, 560 000, 630 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 8 εἰς τοὺς ἀκολουθίους ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ὄγδοον τῶν

160, 240, 320, 400, 480, 560, 640, 720,
1600, 2400, 3200, 4000, 4800, 5600, 6400, 7200,
16 000, 24 000, 32 000, 48 000, 56 000, 64 000,
72 000,

160 000, 240 000, 320 000, 400 000, 480 000,
560 000, 640 000, 720 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 9 εἰς τοὺς ἀκολουθίους ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ἕννατον τῶν

180, 270, 360, 450, 540, 630, 720, 810,
1800, 2700, 3600, 4500, 5400, 6300, 7200, 8100,
18 000, 27 000, 36 000, 45 000, 54 000, 63 000,
72 000, 81 000,

180 000, 270 000, 360 000, 450 000, 540 000,
630 000, 720 000, 810 000;

Γυμνάσματα.

Ἄγоруσέ τις διὰ ἕξο γρόσια πρᾶγμα. κ' ἐπλήρωσε διὰ τὴν ὀκτῶν 8 γρόσια. πόσαι ὀκάδες ἦτον ὄλον τὸ

πραγμα ; — Ἐποὶ Τόσαι ὀκτάδες , ὅσας τὰ 8 γρό-
σαι ἐμπεριέχονται εἰς τὰ 560 (ἤτοι 56 δεκάδες)
ἤγουν 70 ὀκτάδες (7 δεκάδες).

Ἐποὶ τὸ παράδειγμα τοῦτο βλέπετε , ὅτι διὰ τὰ δι-
αιρέσει τις μίαν ποσότητα μὲ πλειοτέραν ἐυκολίαν ,
πρέπει τὰ καταβάσει τὸν ἀριθμὸν τοῦ ἀνωτέρου
βαθμοῦ , ἕνα βαθμὸν παρακάτω · π. χ. τὰς δεκά-
δας τοῦ ἀριθμοῦ 500 , εἰς τὰς δεκάδας τοῦ ἀριθ-
μοῦ 60 , λέγων : τὰ 500 περιέχουσι πενήντα δεκάδας,
καὶ τὰ 60 , 6 δεκάδας · ἄρα μὲτὶ 56 δεκάδας. Τὸ
αὐτὸ κίμνεται καὶ εἰς τ' ἀκόλουθα παραδείγματα.

Ἐποὶ τέσσαρες χιλιάδες καὶ ἐννεακόσκιαι ἡμέραι πόσαι
ἐβδομάδες κίμνουσιν ;

Ἐὰν μοιρασθῶσιν 8 ἄνθρωποι 3200 , πόσαι λαμβάνει
ὁ καθέτις ;

3·0·000 ἐν μοιρασθῶσιν εἰς 8 ἄνθρώπους , πόσαι
λαμβάνει ὁ καθέτις ;

(καὶ ἄλλα πολλὰ τοιαῦτα παραδείγματα.)

Ἐποὶ ὅταν καὶ οἱ δύο ἀριθμοὶ , ἤγουν καὶ
ὁ Διαιρέτέος καὶ ὁ Διαιρέτης , εἶναι τοῦ αὐτοῦ βαθ-
μοῦ , τοὺς θεωρεῖτε ὡς ἁπλᾶς μονάδας. Π. χ.

Ἐὰν εἰς ἕν κομμάτιον πανίον ἐμπεριέχονται εἴ-
κοσι πῆχαι , ἐξήντα πῆχαι εἰς πόσαι κομμάτιαι ἐμ-
περιέχονται ; Ἐποὶ — εἰς τόσαι , ὅσας ὁ εἴκοσι ἐμ-
περιέχεται εἰς τὴν 60 , ἢ ὅσας ὁ 2 εἰς τὸν 6.

(καὶ ἄλλα πολλὰ ὅμοια παραδείγματα.)

Ἐποιοιανδήποτε ποσότητα καὶ ἂν θέλητε νὰ διαί-
 ρήσητε, πρέπει ν' ἀρχίζητε πρῶτον ἀπὸ τὰς μονάδας
 τῶν ἀνωτέρων βαθμῶν, κ' ἔπειτα νὰ καταβαίνητε
 βαθμηδὲν εἰς τὰς μονάδας τῶν κατωτέρων. Π. χ.

Ποσάκις ἐμπεριέχονται 7 γρόσια εἰς 70 γρόσια; —
 Ἀπόκ- 2 γρόσια ἐμπεριέχονται εἰς 60: 30 φορές, καὶ
 2 εἰς τὰ ἐναπολειφθέντα 10: 5 φορές. Ἄρα τὰ 2 εἰς
 τὰ 70 ἐμπεριέχονται 35 φορές.

Σὰς ἐπρόβαλα τοῦτο τὸ παράδειγμα διὰ νὰ ἴδητε,
 ὅτι, ἴσάκις δὲν ἠμπορεῖτε νὰ διαιρῆτε τὰς μονάδας
 τοῦ ἀνωτέρου βαθμοῦ, πρέπει νὰ καταβαίνητε παρα-
 κάτω εἰς τὸν πλησιέστερον ἀριθμὸν, καὶ τὰ ἐναπο-
 λειπόμενα νὰ τὰ διαιρῆτε χωριστά.

Διὰ νὰ γυμνασθῆτε δὲ, εἶναι ἀνάγκη νὰ εὔρητε
 μόνοι σας παραδείγματα, ὡς —

Πέντε ἄνθρωποι νὰ μοιράσωσιν 75 γρόσια· πῶσα
 θὰ λάβῃ ὁ καθείς; καὶ τὰ τοιαῦτα.

Ὅταν δὲ ὁ Διαιρέτης ἦναι ἰ σύνθετον μὲ μηδενικὰ,
 τότε κόπτεται μὲ τὸν νοῦν σας ἀπὸ τοῦ Διαιρετέου
 τὸ δεξιὸν μέρος τόσους χαρακτῆρας, ὅσα μηδενικὰ
 ἔχει ὁ Διαιρέτης, καὶ τὰ ἐναπολειπόμενα εἰς τὸ ἀρι-
 στερὸν μέρος εἶναι τὸ Πηλίκον· π. χ.

10 ἄνθρωποι νὰ μοιράσωσι 1730 γρόσια· πόσα λαμβάνει ἕκαστος; — Ἀπόκρ- 173 γρόσια.

Δίσις. Κατὰ τὸν κανόνα πρέπει νὰ κίψωμεν μὲ
 τὸν νοῦν μας ἀπὸ τὰ δεξιὰ τοῦ Διαιρετέου τόσους
 χαρακτῆρας, ὅσα μηδενικὰ ἔχει ὁ Διαιρέτης. Ὁ δι-
 αιρέτης 10 ἔχει ἓν μηδενικόν, ἐκόψαμεν λοιπὸν κατὰ

ἀπὸ τὸν Διαιρετίον ἓνα χαρακτηῆρα , ὅς τις εἶναι
μηδενικόν , καὶ μένουσιν ἀπὸ τὰ 1730 μόνον 173 (ο.

Γυμνάσματα.

Ποῖον εἶναι τὸ δεκατημόριον τῶν

10 , 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 , 90 ,
100 , 200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ,
1000 , 2000 , 3000 , 4000 , 5000 , 6000 , 7000 , 8000 , 9000 ,
10 000 , 20 000 , 30 000 , 40 000 , 50 000 , 60 000 ,
70 000 , 80 000 , 90 000 ;

Ἀπὸ τὰ προεχθέντα ἐγνωρίσατε , ὅτι ὁ Διαιρέτης
10 κίμνει τὸν Διαιρετίον δεκάκις μικρότερον : ἤγουν ,
τὰς δεκάδας , μονάδας· τὰς ἑκατοντάδας , δεκάδας·
τὰς χιλιάδας , ἑκατοντάδας· κ. τ. λ.

Ποῖον εἶναι τὸ ἑκατοστημόριον τῶν

100 , 200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ,
1000 , 2000 , 3000 , 4000 , 5000 , 6000 , 7000 , 8000 , 9000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ χιλιοστημόριον τῶν

1000 , 2000 , 3000 , 4000 , 5000 , 6000 , 7000 , 8000 , 9000 ,
10 000 , 20 000 , 30 000 , 40 000 , 50 000 , 60 000 ,
70 000 , 80 000 , 90 000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ δεκαχιλιοστημόριον τῶν

10 000 , 20 000 , 30 000 , 40 000 , 50 000 , 60 000 ,
70 000 , 80 000 , 90 000 ;

Ἐὰν ἐκατατάβετε τὰ ῥηθέντα καλῶς , δὲν θὰ δυσκο-
λευθῆτε νὰ εὐρίσκητε καὶ τὸ 20^{τον} , 30^{τον} , 40^{τον} , 50^{τον} ,
60^{τον} , 70^{τον} , 80^{τον} , 90^{τον} , ὁποιοῦδήποτε ἀριθμοῦ. Π. γ.

Ποῖον εἶναι τὸ 30^{τον} τῶν 9000 γροσίων ;

Λύσεις. Λέγεις· τὸ 10^{τον} τῶν 9000 εἶναι 900, τὸ δὲ 3^{τον} τῶν 900 εἶναι 300. ἼΙ καὶ ἄλλον τρόπον: 3 ἐπὶ 10 μέρη γίνονται 30 μέρη τοῦ ὅλου. Τὸ τρίτον λοιπὸν τῶν 9000 εἶναι 3000, τὸ δὲ δέκατον τῶν 3000 εἶναι 300.

Ὅταν δὲ ὁ Διαιρέτης εἶναι σύνθετος ἀπὸ μόνον δεκάδας, καὶ τῶς εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, τότε διαιρεῖς τὸν Διαιρετέον μόνον μὲ ἓνα ἀριθμὸν κλάτων τὰ μηδενικά· π. χ. Ποσάκις ἐμπεριέχεται ὁ 70 εἰς τὸν 913; Ἐπειδὴ ὁ Διαιρέτης 70 ἔχει δεξιόθεν ἓν μηδενικόν, πρέπει νὰ κόψῃς καὶ ἀπὸ τὸ δεξιὸν μέρος τοῦ Διαιρετέου τὸν πρῶτον χαρακτήρα 3, καὶ νὰ εἴπῃς 91 διὰ 7—13 καὶ τὰ $\frac{1}{7}$. Τὰ τρία ταῦτα, τὰ ὅποια δὲν ἔμποροῦσι νὰ διαιρεθῶσι μὲ τὰ 70, ἐγράψησαν, κατῶς βλέπετε, ἐπάνω, καὶ ὁ Διαιρέτης ὑποκάτω μιᾶς Ὁριζοντίου γραμμῆς ὡς κλάσμα.

Διὰ νὰ γυμνασθῆτε λοιπὸν καλὰ, παιδιά μου! εἶναι ἀναγκαῖον νὰ εὐρίσκητε μόνοι σας παραδείγματα. Ἄφ' οὗ δὲ καταλάβητε καλὰ τὰ ῥηθέντα, θὰ ἠξέυρητε νὰ διαιρῆτε καὶ κάθε ἄλλον ἀριθμὸν· διότι μεταξὺ τούτου καὶ ἄλλων προβλημάτων εἶναι μεγάλη συμφωνία, πολλάκις δὲ καὶ ὁμοιότης.

Τ Ε Λ Ο Σ.