

Παιδιά μου ! ἐπειδὴ ἀποστηθήσατε πλέον καλὰ τὸν Πίνακα τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ , καὶ μὲ ἀποκρίνεσθε ἐλεύθερα καὶ κατὰ σειρὰν , καὶ ἔξω τῆς σειρᾶς (*), θέλω τὴν νῦν βεβαιωθῆναι , ἂν ἠξεύρητε καὶ νῦν τὸν ἐφαρμύσητε εἰς τὰ ὅποια θὰ σᾶς κάμω προβλήματα.

Εἰς τὸν κήπον τοῦ κυρίου Ἀνδρέα εἶναι 8 σειραὶ δένδρα κισσοφόρα , καὶ ἐκάστη ἀπ' αὐτὰς ἔχει 9 δένδρα. Πόσα δένδρα εἶναι ἔλα μαζί ;

Πρέπει ν' ἀποκριθῆτε. Ἐὰν εἰς κάθε σειρὰν ἐνυπάρχουν 9 δένδρα , ἄρα εἰς τὰς 8 σειρὰς εἶναι 8 φορές 9 δένδρα , καὶ 8 ἐπὶ 9 γίνονται 72.

Γυμνάσματα.

Πόσους παράδες κάμνουσιν

6 λιανὰ ;	15 λιανὰ ;
9 λιανὰ ;	18 λιανὰ ;
12 λιανὰ ;	27 λιανὰ ;
3 λιανὰ ;	30 λιανὰ ;
24 λιανὰ ;	

Πόσους παράδες κάμνουσιν

7 τριάρια ;	4 τριάρια ;
2 τριάρια ;	6 τριάρια ;
5 τριάρια ;	8 τριάρια ;
3 τριάρια ;	1 τριάρι ;
9 τριάρια ;	10 τριάρια ;

(*) Δὲν ἔρχετ' ἄλλο μόνον νὰ ἠξεύρωσι τὰ παιδιά τὸν πίνακα κατὰ σειρὰν ὡς παπαιγάλλοι , ἀλλ' ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ τὰ γυμνάξῃ καὶ ἔξω τῆς σειρᾶς , καὶ νὰ φρονιτίζῃ διὰ νὰ ἐνδύῃ τὰ προβλήματα πάντοτε εἰς παραδείγματα ἀνάλογα μὲ τὴν ἡλικίαν τῶν παιδίων.

Πόσους παράδες κάμνουνσι

4	πεντάρια ;	8	πεντάρια ,
9	πεντάρια ;	3	πεντάρια ;
2	πεντάρια ;	7	πεντάρια ;
10	πεντάρια ;	5	πεντάρια ;
6	πεντάρια ;	1	πεντάρι ;

Πόσας ημέρας κάμνουνσι

3	εβδομάδες ;	8	εβδομάδες ;
7	εβδομάδες ;	5	εβδομάδες ;
2	εβδομάδες ;	9	εβδομάδες ;
10	εβδομάδες ;	6	εβδομάδες ;
1	εβδομάς ;	4	εβδομάδες ;

Πόσα λιανὰ κέμνουνσιν

1	παράς ;	8	παράδες ;
6	παράδες ;	3	παράδες ;
4	παράδες ;	10	παράδες ;
9	παράδες ;	2	παράδες ;
5	παράδες ;	7	παράδες ;

Εἰς ἓν σχολεῖον εὐρίσκονται 9 θρανία , καὶ εἰς
κάθε θρανιον κάθονται 6 παιδία. Πόσα εἶναι ὅλα τὰ
παιδία ;

Τὰ 4 παράθυρα τοῦ σχολείου μας ἔχουσιν 8 φύλλα,
καὶ κάθε φύλλον ἔχει 8 ὑαλία. Πόσα εἶναι ὅλα τὰ
ὑαλία ;

Ποῖα εἶναι περισσότερα τὰ 10 τριάρια, ἢ, τὰ 6 πεντάρια ; — Ἐάν 1 ὀκά κραιὸ ἀξίζῃ 4 παράδες, πόσους ἀξίζουσιν 7 ὀκ : — Θωμᾶ ! εἰν ἡ μήτηρ σου ἐξοδύῃ τὸν μῆνα 5 ὀκάδες ἔξυδι, καὶ ἀγοράζῃ τὴν ὀκά πρὸς 7 παράδες, πόσους παράδες πρέπει νὰ πληρώσῃ ;

Ἐάν μία πήχη ταινία ἀξίζῃ 4 τριάρια, πόσα ἀξίζουσιν αἱ 5 πήχαι ;

Πόσα δάκτυλα ἔχουσιν 9 παιδία ;

Ἐάν ἡ ὀκά φισούλια ἀξίζῃ 9 παράδες, πόσα πρέπει νὰ πληρώσω διὰ 5 ὀκάδες ;

Μίαν ἡμέραν εἶπεν ὁ Νικόλιος πρὸς τὸν πατέρα τε πατέρα, μετὰ 8 ἡμέρας πατῶ εἰς τὰ 7 ἔτη. Ναὶ, τέκνον μου, ἐγὼ ὅμως εἶμαι ἤδη 6 φορὰς μεγαλήτερός σου.—

Πόσων ἐτῶν λοιπὸν εἶναι ὁ πατήρ ;

Τοιαῦτα παραδείγματα πρέπει νὰ καταγίνηται ὁ διδάσκαλος νὰ ἐυρίσκῃ πολλὰ, καὶ νὰ γυμνάξῃ τοὺς μαθητάς του ἀρκετὸν καιρὸν.

Ἀπὸ ποῖες Πολλαπλασιασὰς καὶ Πολλαπλασιασέες γίνεται τὸ παραγόμενον 9, 25, 49, 64, 81 ;

Τὸ παραγόμενον 9 γίνεται ἀπὸ 3×3 .

Τὸ παραγόμενον 25 γίνεται ἀπὸ 5×5 .

Τὸ παραγόμενον 49 γίνεται ἀπὸ 7×7 .

Τὸ παραγόμενον 64 γίνεται ἀπὸ 8×8 .

Τὸ παραγόμενον 81 γίνεται ἀπὸ 9×9 .

Ἀπὸ ποῖες Πολλαπλασιασὰς καὶ Πολλαπλασιασέες γίνεται τὸ παραγόμενον 14, 15, 21, 27, 28, 32, 35, 42, 45, 48, 50, 54, 56, 60, 63, 70, 72 ;

Τὸ 14 γίνεται ἀπὸ 2×7 , ἢ — 7×2 .

Τὸ 15 γίνεται ἀπὸ 3×5 , ἢ — 5×3 .

Tò 21 . . .	ἀπὸ	3 × 7,	ἢ—	7 × 3.
Tò 27 . . .	ἀπὸ	3 × 9,	ἢ—	9 × 3.
Tò 28 . . .	ἀπὸ	4 × 7,	ἢ—	7 × 4.
Tò 32 . . .	ἀπὸ	4 × 8,	ἢ—	8 × 4.
Tò 35 . . .	ἀπὸ	5 × 7,	ἢ—	7 × 5.
Tò 42 . . .	ἀπὸ	6 × 7,	ἢ—	7 × 6.
Tò 45 . . .	ἀπὸ	5 × 9,	ἢ—	9 × 5.
Tò 48 . . .	ἀπὸ	6 × 8,	ἢ—	8 × 6.
Tò 50 . . .	ἀπὸ	5 × 10,	ἢ—	10 × 5.
Tò 54 . . .	ἀπὸ	6 × 9,	ἢ—	9 × 6.
Tò 56 . . .	ἀπὸ	7 × 8,	ἢ—	8 × 7.
Tò 60 . . .	ἀπὸ	6 × 10,	ἢ—	10 × 6.
Tò 63 . . .	ἀπὸ	7 × 9,	ἢ—	9 × 7.
Tò 70 . . .	ἀπὸ	7 × 10,	ἢ—	10 × 7.
Tò 72 . . .	ἀπὸ	8 × 9,	ἢ—	9 × 8.

Ἐκ τῶν ἀπὸ ποίως Πολλαπλασιασῆς καὶ Πολλαπλασιασέως γίνεται τὸ παραγόμενον 4, 6, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 24, 30, 36, 40;

Tò 4 γίνεται	ἀπὸ	2 × 2,	ἢ—	1 × 4.
			ἢ—	4 × 1.
Tò 6 . . .	ἀπὸ	2 × 3,	ἢ—	3 × 2.
	ἢ—	1 × 6,	ἢ—	6 × 1.
Tò 8 . . .	ἀπὸ	2 × 4,	ἢ—	4 × 2.
	ἢ—	1 × 8,	ἢ—	8 × 1.
Tò 12 . . .	ἀπὸ	3 × 4,	ἢ—	4 × 3.
	ἢ—	2 × 6,	ἢ—	6 × 2.
Tò 10 . . .	ἀπὸ	2 × 5,	ἢ—	5 × 2.
	ἢ—	1 × 10,	ἢ—	10 × 1.
Tò 16 . . .	ἀπὸ	4 × 4,	ἢ—	2 × 8.
			ἢ—	8 × 2.

Τὸ 18 γίνεται	ἀπὸ	2×9 ,	ἢ—	9×2 .
			ἢ—	3×6 , ἢ— 6×3 .
Τὸ 20 . . .	ἀπὸ	4×5 ,	ἢ—	5×4 .
			ἢ—	2×10 , ἢ— 10×2 .
Τὸ 24 . . .	ἀπὸ	4×6 ,	ἢ—	6×4 .
			ἢ—	3×8 , ἢ— 8×3 .
Τὸ 30 . . .	ἀπὸ	5×6 ,	ἢ—	6×5 .
			ἢ—	3×10 , ἢ— 10×3 .
Τὸ 46 . . .	ἀπὸ	4×9 ,	ἢ—	9×4 .
			ἢ—	6×6 .
Τὸ 40 . . .	ἀπὸ	5×8 ,	ἢ—	8×5 .
			ἢ—	4×10 , ἢ— 10×4 .

Ἐκ τῶν προλεχθέντων παραδείγματα εἶδετε παιδία μου, ὅτι ἀπὸ διαφόρους Πολλαπλασιαστὰς καὶ Πολλαπλασιαστῆς γίνεται τὸ αὐτὸ Παραγόμενον, καὶ ὅτι δὲν εἶναι καμμία διαφορὰ ἂν συναλλάξῃτε τὸν Πολλαπλασιαστὴν, ἢ τὸν Πολλαπλασιαστῆν, δηλαδὴ ὅτι τὸ αὐτὸ Παραγόμενον γίνεται ἂν εἴπητε 2 ἐπὶ 9, ἢ 9 ἐπὶ 2.

Ἐπειδὴ λοιπὸν τώρα ἐμάθετε νὰ εὐρίσκητε τὸ Παραγόμενον δύο ἀπλῶν ἀριθμῶν, θὰ σᾶς δεῖξω πῶς νὰ εὐρίσκητε τὸ Παραγόμενον καὶ δύο, τῶν ὁποίων ὁ ἓνας εἶναι ἀπλοῦς, καὶ ὁ ἄλλος σύνθετος.

Ὅταν θέλητε νὰ πολλαπλασιάσῃτε δύο ἀριθμούς, ἀπὸ τοὺς ὁποίους ὁ μὲν ἓνας εἶναι ἀπλοῦς, ὁ ἕτερος δὲ σύνθετος πρέπει

1. Νὰ λαμβάνητε πάντοτε τὸν μὲν ἀπλοῦν ἀριθμὸν ὡς Πολλαπλασιαστὴν, τὸν δὲ σύνθετον ὡς Πολλαπλασιαστῆν.

2. Νὰ πολλαπλασιάσετε πρῶτον μὲ τὸν Πολλαπλασιαστικὴν τὰς δεκάδας τῆ Πολλαπλασιαστικῆς, κ' ἔπειτα τὰς μονάδας.

3. Ἐὰν εἰς τὸ παραγόμενον τῶν μονάδων ἐμπεριέχονται καὶ δεκάδες, προσθέτετε αὐτὰς εἰς τὰν δεκάδων τὸ Παραγόμενον, καὶ οὕτω ἐκβαίνει ὀρθῶς τὸ ζητούμενον. Ἦ ἀκόλουθα παραδείγματα θὰ σᾶς σαφηνίσωσι τὴν πρῆξιν καλῆτερα.

1. Πόσα κάμνουσι 2 ἐπὶ 13 ; — Εἶπατε 2 ἐπὶ 10 γίνονται 20, καὶ 2 ἐπὶ 3 γίνονται 6· ἄρα 20 καὶ 6 γίνονται 26.

2. Πόσα γίνονται 3 ἐπὶ 18 ; — Εἶπατε 3 ἐπὶ 10 γίνονται 30, καὶ 3 ἐπὶ 8 γίνονται 24· ἄρα 30 καὶ 24 γίνονται 54· διότι 30 καὶ 20 γίνονται 50· προσθέτοντες δὲ καὶ 4 μονάδας ἔχομεν 54.

3. Πόσα γίνονται 4 ἐπὶ 17 ; — Εἶπατε 4 ἐπὶ 10 γίνονται 40, καὶ 4 ἐπὶ 7 γίνονται 28· ἄρα 40 καὶ 28 γίνονται 68· διότι 40 καὶ 20 γίνονται 60· προσθέτοντες δὲ καὶ 8 μονάδας ἔχομεν 68.

4. Πόσα γίνονται 6 ἐπὶ 19 ; — Εἶπατε 6 ἐπὶ 10 γίνονται 60, καὶ 6 ἐπὶ 9 γίνονται 54· ἄρα 60 καὶ 54 γίνονται 114· διότι 60 καὶ 50 γίνονται 110· προσθέτοντες δὲ καὶ 4 μονάδας ἔχομεν 114.

5. Ἐνας ἄνθρωπος ἐφύτευσεν εἰς τὸν κήπὸν του σειρὰς δένδρων, καὶ ἐκάστη σειρὰ ἔχει 96 δένδρα. Πόσα εἶναι ὅλα τὰ δένδρα ; — Εἶπατε (πολλαπλασιάζοντες πρῶτον τὰς δεκάδας) 8 ἐπὶ 9 γίνονται 72 δεκάδες, καὶ 8 ἐπὶ 6 μονάδας γίνονται 48, ἥτοι 4 δεκάδες καὶ 8 μονάδες. Προσθέσατε τώρα τὰς 4 δεκάδας εἰς τὰς ἀνωτέρω 72 καὶ γίνονται 76 δεκάδες, ἥτοι 760.

προσθέσατε εἰς αὐτὰ καὶ τὰς 3 μονάδας, καὶ γίνεται τὸ Παραγόμενον τῶν 8 ἐπὶ 96=768.

6. Πόσους παράδες περιέχουσι τὰ 74 τριάρια; —
Εἶπατε 3 ἐπὶ 7 γίνονται 21 δεκάδες, καὶ 3 ἐπὶ 4 μονάδας γίνονται 12, ἤτοι 1 δεκάς καὶ 2 μονάδες · ἄρα 21 δεκάδες καὶ 1 δεκάς γίνονται 22 δεκάδες, ἤτοι 220 · προσθέτοντες δὲ καὶ τὰς 2 μονάδας ἔχουμν 222 παράδες.

Γυμνάσματα.

Πόσους παράδες περιέχουσι τὰ

- | | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 20 | τριάρια ; | 21 | τριάρια ; |
| 11 | τριάρια ; | 26 | τριάρια ; |
| 18 | τριάρια ; | 30 | τριάρια ; |
| 13 | τριάρια ; | 22 | τριάρια ; |
| 16 | τριάρια ; | 28 | τριάρια ; |
| 19 | τριάρια ; | 24 | τριάρια ; |
| 14 | τριάρια ; | 27 | τριάρια ; |
| 17 | τριάρια ; | 23 | τριάρια ; |
| 12 | τριάρια ; | 25 | τριάρια ; |
| 15 | τριάρια ; | 29 | τριάρια ; |
| | | 32 | τριάρια ; |

Πόσους παράδες περιέχουσι τὰ

- | | | | |
|----|------------|----|------------|
| 16 | πεντάρια ; | 20 | πεντάρια ; |
| 12 | πεντάρια ; | 15 | πεντάρια ; |
| 17 | πεντάρια ; | 19 | πεντάρια ; |
| 11 | πεντάρια ; | 14 | πεντάρια ; |
| 13 | πεντάρια ; | 18 | πεντάρια ; |

καὶ ἄλλα τοιαῦτα γυμνάσματα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΠΕΤΡΟΣ

"Ενας χωριάτης ἔφερεν εἰς τὴν ἀγορὰν 29 κοιλὰς σιτάριον, καὶ ἐπώλησε τὸ κοιλὸν πρὸς 9 γρόσια. Πόσα γρόσια ἐσύνυξεν;

"Ενας οἰκοκύρης ἐξοδεύει τὸν μῆνα δι' ὅλα τὰ χρειώδη εἰς τὴν οἰκογένειάν του γρόσια 47. Πόσα θὰ ἐξοδεύσῃ τὸν ἥμισυ χρόνον;

"Ενας ἄνθρωπος ξεπληρώνει κάθε χρόνον 75 γρόσια χρέος, καὶ λογουριάζει, ὅτι εἰς 4 χρόνους θὰ ξεπληρώσῃ ὅλον τὸ χρέος τς. Πόσα χρεωστεῖ ὅλα ὅλα;

"Ενας ἄνθρωπος πωλήσας πρᾶγμα ἔλαβε πρὸς πληρωμὴν 3 χρυσὰ Βενέτικα. Πόσα γρόσια κάμνουν αὐτά;

"Ενας οἰκοκύρης χρειάζεται νὰ κάψῃ ὅλον τὸν χειμῶνα 16 φορτία ξύλα. Πόσα θὰ ἐξοδεύσῃ, ἂν ἀγοράσῃ τὸ φορτίον πρὸς 5 γρόσια;

"Ενας ῥάπτης ἐπαράγγειλε νὰ τὸν φέρωσιν ἀπὸ τὴν πανήγυριν ἓν κομμάτι ροῦχον. Τὸ ροῦχον ἐκβῆκε 32 πήχας, καὶ ἠγοράσθη πρὸς 7 γρόσια ἢ πήχη. Πόσα γρόσια πρέπει νὰ πληρώσῃ;

Ἐφύτευσεν ἓνας κηπουρὸς 8 σειρὰς δένδρα, καὶ ἡ πᾶσα μιὰ σειρὰ ἔχει 94 δένδρα. Πόσα συμποσῶνται ὅλα;

"Ενας χωριάτης ἔχει 9 ἀγελάδας, καὶ ἀγόρασε τὴν καθεμίαν πρὸς 82 γρόσια. Πόσα ἐπλήρωσε διὰ ὅλας;

"Ενας φούρναρης ἔκαψε τὸν χειμῶνα 75 φορτία ξύλα, καὶ ἀγόρασε τὸ καθεμὸν φορτίον πρὸς 6 γρόσια. Πόσα ἐπλήρωσε διὰ ὅλα;

"Οταν ὁ Πολλαπλασιαστέος ἦναι μὲν σύνθετος, δὲν ἔχη ὅμως μονάδας, τότε πολλαπλασιάζεις τὰς δεκάδας αὐτοῦ μὲ τὸν Πολλαπλασιαστὴν, ὡς νὰ

ἦσαν ἀπλᾶι μονάδες, καὶ νὰ μὴ εἶχαν μηδενικὸν.
 Π. χ. ἀγόρασέ τις 70 κοιλὰ σιτάρι πρὸς 4 γρόσια τὸ
 κοιλὸν, καὶ θέλεις νὰ μάθῃς, πόσα γρόσια πρέπει νὰ
 πληρώσῃς. Εἶπε 4 ἐπὶ 7 δεκάδας γίνονται 28 δεκάδες,
 ἢ 280, ὡς νὰ ἔλεγες 4 ἐπὶ 70 γίνονται 280.

Αἱ 28 δεκάδες κάμνουσι 280· διότι 10 δεκάδες
 κάμνουσι 1 ἑκατοντάδα, καὶ 2 ἐπὶ 10 δεκάδας, ἦτοι
 20 δεκάδες, κάμνουσι 2 ἑκατοντάδας· εἰάν προσθέ-
 σωμεν καὶ τὰς ἐναπολειφθεῖσας 8 δεκάδας, γίνον-
 ται 2 ἑκατοντάδες καὶ 3 δεκάδες, ἦτοι 280. Θὰ σοῦς
 κάμω ἀκόμη ὀλίγα τινὰ παραδείγματα, διὰ νὰ
 ἴδητε, ὅτι ὁ κανὼν οὗτος δὲν ἐφαρμόζεται μόνον
 εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν τῶν δεκάδων, ἀλλὰ καὶ
 τῶν ἑκατοντάδων καὶ χιλιάδων.

3 ἐπὶ 4 γίνονται 12. Οὕτω καὶ 3 ἐπὶ 40 γίνονται 12
 δεκάδες, ἦτοι 120.

Καθὼς 3 ἐπὶ 4 γίνονται 12 μονάδες, οὕτω καὶ 3
 ἐπὶ 4 δεκάδας γίνονται 12 δεκάδες, ἦτοι 1 ἑκατοντάς
 καὶ 2 δεκάδες, τὰ ὅποια κάμνουσιν 120.

6 ἐπὶ 6 γίνονται 36 | 6 ἐπὶ 60 γίνονται 360 | 6 ἐπὶ 600
 γίνονται 3600 | 6 ἐπὶ 6000 γίνονται 36000.

Γυμνάσματα.

Πόσα γίνονται

Πόσα γίνονται

6 ἐπὶ 50 ;

4 ἐπὶ 30 ;

3 ἐπὶ 20 ;

8 ἐπὶ 70 ;

7 ἐπὶ 60 ;

5 ἐπὶ 40 ;

9 ἐπὶ 80 ;

2 ἐπὶ 90 ;

Πόσα γίνονται

40 ἐπὶ 2 ;
 60 ἐπὶ 4 ;
 30 ἐπὶ 9 ;
 80 ἐπὶ 6 ;

Πόσα γίνονται

50 ἐπὶ 3 ;
 70 ἐπὶ 5 ;
 20 ἐπὶ 8 ;
 90 ἐπὶ 7 ;

Πόσα γίνονται

5 ἐπὶ 200 ;
 8 ἐπὶ 500 ;
 6 ἐπὶ 300 ;
 4 ἐπὶ 900 ;

Πόσα γίνονται

2 ἐπὶ 700 ;
 9 ἐπὶ 600 ;
 7 ἐπὶ 400 ;
 3 ἐπὶ 800 ;

Πόσα γίνονται

600 ἐπὶ 2 ;
 400 ἐπὶ 8 ;
 700 ἐπὶ 3 ;
 900 ἐπὶ 5 ;

Πόσα γίνονται

300 ἐπὶ 7 ;
 800 ἐπὶ 4 ;
 200 ἐπὶ 6 ;
 500 ἐπὶ 9 ;

Πόσα γίνονται

9 ἐπὶ 8000 ;
 5 ἐπὶ 3000 ;
 8 ἐπὶ 4000 ;
 2 ἐπὶ 7000 ;

Πόσα γίνονται

7 ἐπὶ 9000 ;
 3 ἐπὶ 5000 ;
 6 ἐπὶ 2000 ;
 4 ἐπὶ 6000 ;

Πόσα γίνονται

2000 ἐπὶ 9 ;
 4000 ἐπὶ 8 ;
 6000 ἐπὶ 4 ;
 5000 ἐπὶ 6 ;

Πόσα γίνονται

8000 ἐπὶ 3 ;
 3000 ἐπὶ 5 ;
 7000 ἐπὶ 2 ;
 9000 ἐπὶ 7 ;

"Ένας χωριάτης αγόρασε 2 βώδια, τὸ καθέν πρὸς 80 γρόσια. Πόσα ἐπλήρωσε καὶ διὰ τὰ δύο ;

Μία πήχη ρούχων ἀξίζει 3 φλωρία Ὑλλανδικά. Πόσα φλωρία ἀξίζουν 90 πήχαι ;

"Ένας μισθωτὸς λαμβάνει τὸν καθέμιστον μῆνα 50 γρόσια. Εἰς 9 μῆνας πόσα θὰ λάβῃ ;

"Ένας χρεωφειλέτης ἐξεπλήρωσε κατ' ἔτος 300 γρόσια ἀπὸ τὸ χρέος του, καὶ οὕτω εἰς 5 ἔτη ἐξεπλήρωσεν ὅλον τὸ χρέος του. Πόσα ἦσαν ὅλα ;

"Ένας Ἡγεμὼν χρειάζεται διὰ τὸ ἱππικόν τε 700 κοιλὰ βρώμην τὸν μῆνα. Εἰς 6 μῆνας πόσα κοιλὰ θὰ χρειασθῇ ;

"Ένας πατὴρ ἄρῃσεν εἰς 5 υἱούς του κληρονομίαν ἀπὸ 900 γρόσια τὸν καθένα. Πόσα ἦσαν ὅλα ;

"Όταν θέλητε νὰ πολλαπλασιάσητε ἓνα Πολλαπλασιαστὸν σύνθετον ἀπὸ τρεῖς ἀριθμοὺς μὲ Πολλαπλασιαστὴν ἀπλοῦν, πρέπει πρῶτον νὰ πολλαπλασιάσητε τὰς ἑκατοντάδας χωριστὰ, ἔπειτα τὰς δεκάδας, καὶ τελευταῖον τὰς μονάδας, καὶ συνάπτοντες τὰ τρία Παραγόμενα εὐρίσκετε τὸ ζητούμενον ἄθροισμα. Παραδείγματός χάριν

Πόσα γίνονται 3 ἐπὶ 743 ;

1. Λέγετε 3 ἐπὶ 7 ἑκατοντάδας γίνονται 21 ἑκατοντάδες.

2. 3 ἐπὶ 4 δεκάδας γίνονται 12 δεκάδες, ἤτοι 1 ἑκατοντὰς καὶ 2 δεκάδες. — Προσθέσατε τώρα τὰ δύο Παραγόμενα, δηλαδή 21 ἑκατοντάδας καὶ 1 ἑκατοντὰδα μαζὶ μὲ 2 δεκάδας, καὶ γίνονται 22 ἑκατοντάδες καὶ 2 δεκάδες, ἤτοι 2220.

3. Πολλαπλασιάσατε τελευταῖον καὶ τὰς μονάδας, δηλαδή 3 ἐπὶ 3 γίνονται 9 μονάδες.

Ἄφ' οὗ λοιπὸν προσθέσητε τὰς 9 μονάδας εἰς τὰ 2220, γίνεται τὸ γενικὸν Παραγόμενον 2229.

Γυμνάσματα.

Θωμά! εἰάν ὁ πατήρ σου ἐξοδεύῃ κατ' ἔτος διὰ 112 γρόσια, εἰς 9 ἔτη πόσα γίνονται;

Ἐάν ἐν κοιλὸν γέννημα ἀξίξῃ 192 πεντάρια, 4 κοιλὰ πόσα θὰ ἀξίσωσι;

Λαμβάνει τις ἐνοίκια κατ' ἔτος 311 γρόσια, εἰς 5 ἔτη πόσα θὰ λάβῃ;

Ἐξοδεύει τις κατ' ἔτος 621 γρόσια, εἰς 8 ἔτη πόσα θὰ ἐξοδεύσῃ;

Ἐμοιρασθήσαν 6 σύντροφοι τὰ κέρδη των, κ' ἐπῆ-
ρεν ἕκαστος ἀνὰ 432 γρόσια. Πόσα ἦσαν τὰ κέρδη ὅλα;

Ὅταν θέλητε νὰ πολλαπλασιάσητε κανένα Πολλαπλασιαστὸν ἀπλοῦν, εἴτε σύνθετον ἀπὸ δύο, τρεῖς, ἢ καὶ περισσοτέρους ἀριθμοὺς μὲ τὸν Πολλαπλασιαστὴν 10 προσθέτετε μόνον εἰς τὸν Πολλαπλασιαστὸν ἐν μηδενικόν, κ' ἔχετε τὸ κύριον Παραγόμενον· διότι μὲ τὴν πρῶξιν ταύτην, αἱ μὲν ἑκατοντάδες τοῦ Πολλαπλασιαστῆς γίνονται χιλιάδες, αἱ δεκάδες ἑκατοντάδες, καὶ αἱ μονάδες δεκάδες. Π. χ. πόσα γίνονται 10 ἐπὶ 75;

Ἀπόκρισις — 750.

Λύσις. Ἐδῶ, παιδιά μου! καθὼς εἶδετε, ἐπροσθέσαμεν μόνον εἰς τὸν Πολλαπλασιαστίον 75, ἐν μηδενικόν, κ' ἔγεινε τὸ ὀρθὸν Παραγόμενον 750· διότι μὲ τὴν πρόσθεσιν τοῦ μηδενικοῦ, οἱ δύο ἀριθμοὶ ἀναβιβάσθησαν ἓνα βαθμὸν πρὸς τὸ ἀριστερὸν μέρος, καὶ οὕτως αἱ μὲν 7 δεκάδες ἐμεταβάλλθησαν εἰς 7 ἑκατοντάδας, αἱ δὲ 5 μονάδες εἰς 5 δεκάδας· καὶ τοῦτο ἔπρεπεν ἀφεύκτως νὰ γείνη, διὰ νὰ ἐυρεθῇ τὸ ὀρθὸν Παραγόμενον.

Τὸ αὐτὸ κάμνετε, καὶ ὅταν ὁ Πολλαπλασιαστής ᾖναι 100, 1000, ἢ 10000· δηλαδή, προσθέτετε εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ Πολλαπλασιαστέου, ὅσα μηδενικὰ ἔχει ὁ Πολλαπλασιαστής.

Γυμνάσματα.

Ἐὰν ἓνας ὑπηρέτης λιμβάνη μηνιαῖον μισθὸν 21 γρόσια, εἰς 10 μῆνας πόσαι θὰ λάβῃ;

Ἀγόρασέ τις ἓνα ἵππον διὰ 10 φλωρία Βεν-, πόσαι γρόσια κάμνουσιν;

Ἐνας πλούσιος ἐξοδεύει ἐτησίως 3735, εἰς δέκα χρόνους πόσα θὰ ἐξοδεύσῃ;

Ἐνας ταξειδιώτης ἐταξειίδευσεν 12 ἡμέρας, καὶ καθ' ἑκάστην ἡμέραν διέτρεχε 10 μίλια· πόσα μίλια ἐταξειίδευσεν;

Ὅταν θέλητε νὰ πολλαπλασιάσητε ἓνα σύνθετον ἀπὸ δύο ἀριθμούς: Πολλαπλασιαστίον μὲ 11, συν-

ἀπτετε τοὺς δύο ἀριθμοὺς τοῦ Πολλαπλασιαστές ;
καὶ, ἂν τὸ ἄθροισμα δὲν ὑπερβυῖνῃ τὸν 9, τὸ
βάλλετε μεταξὺ τῶν δύο συναφθέντων ἀριθμῶν,
καὶ τὸ Παραγόμενον εἶναι ὀρθόν. Π. χ.

Ἐνα; ἄνθρωπος ἀγόρασεν ἓνα ἵππον διὰ 27
φουντεκλιὰ, πόσα γρόσια πρέπει νὰ πληρώσῃ;

Ἀπόκρισις — 297 γρόσια.

Λύσις. Διὰ νὰ εἶρῃς τὴν ὀρθὴν ἀπόκρισιν, σύν-
αψε τοὺς δύο ἀριθμοὺς 27 τοῦ Πολλαπλασιαστές
(δηλαδὴ 2 καὶ 7 κάμνουσιν 9) καὶ πρόσθεσε τὸ
ἄθροισμα 9 εἰς τὸν Πολλαπλασιαστέον μεταξὺ τοῦ
2 καὶ 7, καὶ οὕτω γίνεται τὸ Παραγόμενον 297.

Τὸ αἷτιον δὲ εἶναι τὸ ἀκόλουθον· ὁ ἀριθμὸς 11
συνίσταται ἀπὸ 10 καὶ 1· εἰν πολλαπλασιάζῃτε
τὰ 27 μὲ 10 γίνονται 270, πολλαπλασιάζοντές τα
καὶ μὲ ἓν γίνονται 27, συνάπτετε λοιπὸν τὰ δύο
ἄθροίσματα 270 καὶ 27, καὶ γίνεται τὸ Παραγόμε-
νον 7 μονάδες, 9 δεκάδες, καὶ δύο ἑκατοντάδες.

Πόσα γρόσια κάμνουσι τὰ 1/4 φουντεκλιὰ ;

Λύσις. Συνάπτετε πρῶτον τοὺς 2 ἀριθμοὺς τοῦ
Πολλαπλασιαστέου 14, ἔπειτα προσθέτετε τὸ ἄθροι-
σμα εἰς τὸν τόπον, ἔπου ἔχω γραμμένην τὴν στιγ-
μὴν, γίνεται τὸ Παραγόμενον ὀρθόν.

1 . 4 ὁ Πολλαπλασιαστέος.

Τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμῶν 1 καὶ 4 εἶναι 5.
Προσθέσατε λοιπὸν τὸ ἄθροισμα τοῦτο εἰς τὸν
τόπον τῆς στιγμῆς, καὶ ὁ ἀριθμὸς λαμβάνει τὴν
ἀκόλουθον μορφήν, ἣ ὁποία εἶναι τὸ ὀρθὸν Παρα-
γόμενον, ἦγουν,

154 γρόσια τὸ Παραγόμενον.

Διατί δὲ οἱ δύο ἀριθμοὶ τοῦ Πολλαπλασιαστέου συνάπτονται, καὶ τὸ ἄθροισμα προσθέτεται εἰς τὴν μέσῃ αὐτῶν, σαφηνίζεται ἀπὸ τὰ ἀκόλουθα. Ὁ ἀριθμὸς 14 λαμβάνεται 11 φορές, ἤτοι πολλαπλασιάζεται μὲ 11, καὶ ἔχει τὴν αὐτὴν δύναμιν ὡς νὰ ἔλεγε 10 ἐπὶ 14, καὶ 1 ἐπὶ 14, καὶ νὰ ἐσύναιπτε ἔπειτα τὰ ἐκ τούτων δύο παραγόμενα εἰς ἓν ἄθροισμα. Διὰ χαρακτηριστῆρων δὲ ἔχει τὴν ἀκόλουθον μορφήν

$$14 \times 11 = \begin{pmatrix} 14 \times 10 = 140 \text{ τὸ δεκαπλοῦν} \\ 14 \times 1 = 14 \text{ τὸ μονὸν} \end{pmatrix}$$

154, τὸ ἐνδεκαπλῆν, ἢ Παραγόμενον.

Ἡ ἀλλέως·

$$14 \times 11 = \begin{pmatrix} 14 \text{ τὸ δεκαπλοῦν} \\ 14 \text{ τὸ μονὸν} \end{pmatrix}$$

154 τὸ ἐνδεκαπλῆν, ἢ τὸ Παραγόμενον.

Γυμνάσματα.

Πόσα γρόσια κέμνουσι τὰ

11	Φουντεκλιὰ ;	17	Φουντεκλιὰ ;
21	φουντεκλιὰ ;	72	φουντεκλιὰ ;
13	φουντεκλιὰ ;	53	φουντεκλιὰ ;
32	φουντεκλιὰ ;	54	φουντεκλιὰ ;
24	φουντεκλιὰ ;	63	φουντεκλιὰ ;
61	φουντεκλιὰ ;	43	φουντεκλιὰ ;

Ἐὰν ὅμως οἱ δύο ἀριθμοὶ τῆ Πολλαπλασιαστέου συναπτόμενοι δώσωσιν ἄθροισμα ὑπερβαῖνον τὸν 9, ἢ τὸ ὅποιον περιέχει δεκάδα, τότε τὴν μὲν δεκάδα προσθέτεις εἰς τὰς ἀριστερὰ κειμένας τοῦ Πολλαπλασιαστέου δεκάδας, τὰς δὲ μονάδας βάλλεις εἰς τὴν μέσην τῶν δύο ἀριθμῶν ὡς ἀνωτέρω ἐρρέθη. Π. χ.

Πόσα κάμνουσιν 11 ἐπὶ 48 ;

Λύσις. Ἐὰν ἐκλάβητε τοὺς δύο ἀριθμοὺς 48 ὡς μονάδας, καὶ τὰς συνάψητε, γίνεται τὸ ἄθροισμα 12 (διότι 4 καὶ 8 κάμνουσι 12). τὰ δὲ 12 περιέχουσι 1 δεκάδα καὶ 2 μονάδας. Προσθέσατε λοιπὸν τὴν δεκάδα εἰς τὰς ἀριστερὰ κειμένας 4 δεκάδας, καὶ τὰς 2 μονάδας εἰς τὴν μέσην, δηλαδή μεταξὺ 5 καὶ 8, καὶ γίνεται τὸ Παραγόμενον 528. Διὰ χαρακτήρων ἔχει τὴν ἀκόλουθον μορφήν.

$$14 \times 48 = \begin{array}{l} (48 \text{ τὸ δεκαπλοῦν.} \\ 48 \text{ τὸ μονόν.} \end{array}$$

528, τὸ ἐνδεκαπλῆν, ἢ Παραγόμενον.

Γυμνάσματα.

Πόσα γρόσια κάμνουσι τὰ

37 Φουντεκλιά;	57 Φουντεκλιά;
49 φουντεκλιά;	38 φουντεκλιά;
66 φουντεκλιά;	98 φουντεκλιά;
78 φουντεκλιά;	55 φουντεκλιά;
87 φουντεκλιά;	75 φουντεκλιά;

Όταν θέλητε νὰ πολλαπλασιάσητε δύο ἀριθμοὺς, συνθέτετε καὶ τοὺς δύο ἀπὸ δύο ἀριθμοὺς, ἀκολουθεῖτε τὴν ἀκόλουθον πράξιν. Πρῶτον πολλαπλασιάζετε τὸν Πολλαπλασιαστὴν μὲ τὰς δεκάδας, κ' ἔπειτα μὲ τὰς μονάδας τῆ Πολλαπλασιασῆ, καὶ τὰ δύο Παραγόμενα συνάπτετε εἰς ἓν ἄθροισμα, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ζητούμενον κύριον Παραγόμενον. Π. χ. Πόσα γίνονται 23 ἐπὶ 32 ;

Εἶπατε 2 ἐπὶ 32 δεκάδας γίνονται 64 δεκάδες, ἤτοι 640 — καὶ 3 ἐπὶ 32 μονάδας γίνονται 96 μονάδες. Ἐπειτα προσθέτετε τὰ δύο Παραγόμενα 640 καὶ 96, καὶ γίνεται τὸ γενικὸν Παραγόμενον 736.

Πόσα γίνονται 30 ἐπὶ 65 ;

Πολλαπλασιάσατε πρῶτον τὸν Πολλαπλασιαστὴν 65 μὲ 3, καὶ προσθέσατε εἰς τὸ Παραγόμενον ἓν μηδενικὸν—ἤγουν 3 ἐπὶ 6 δεκάδας γίνονται 18 δεκάδες, ἤτοι 180, καὶ 3 ἐπὶ 5 μονάδας γίνονται 15 μονάδες· προσθέσατε αὐτὰς εἰς τὰ 180, καὶ γίνονται 195· προσθέσατε τώρα δεξιὰ καὶ τὸ μηδενικὸν, καὶ γίνεται 1950 τὸ γενικὸν Παραγόμενον.

Πόσα γίνονται 13 ἐπὶ 46 ;

Προσθέσατε εἰς τὸν Πολλαπλασιαστὴν 46 ἓν μηδενικὸν, καὶ τὸν ἔχετε πλέον πολλαπλασιασμένον μὲ 10· τὸ δὲ ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ τέτου Παραγόμενον εἶναι 46 δεκάδες, ἢ 460. Ἐπειτα πολλαπλασιάσατε τὰ 46 καὶ μὲ τὰς 3 μονάδας, λέγοντες : 3 ἐπὶ 4 δεκάδας, γίνονται 12 δεκάδες, ἢ 120· καὶ 3 ἐπὶ 6 μονάδας γίνονται 18. Προσθέσατε τὰ 18 εἰς τὰ 120, καὶ γίνονται 138. Συνάψατε τώρα καὶ τὸ πρῶτον Παραγόμενον 460 μὲ τὰ 138, καὶ γίνονται 598· καὶ τέτο εἶναι τὸ γενικὸν Παραγόμενον.

Πόσα γίνονται 24 ἐπὶ 75 ;

Πολλαπλασιάσατε πρῶτον τὰ 75 μὲ 20 ἢ μὲ 2, προσθέτοντες εἰς τὸ τέλος ἕν μηδενικόν· ἤγουν ; 2 ἐπὶ 70 γίνονται 140, καὶ 2 ἐπὶ 5 γίνονται 10· 140 καὶ 10 γίνονται 150 δεκάδες, ἤτοι (μὲ τὴν πρόσθεσιν τῆ μηδενικῆ) 1500. " Ἐπειτα πολλαπλασιάσατε τὰ 75 καὶ μὲ 4 μονάδας ; ἤγουν ; 4 ἐπὶ 7 δεκάδας, γίνονται 28 δεκάδες, ἤτοι 280 καὶ 4 ἐπὶ 5 μονάδας γίνονται 20· 280 καὶ 20 γίνονται 300. Συνάψατε τώρα καὶ τὸ πρῶτον Παραγόμενον 1500 μὲ τὸ δεύτερον 300, καὶ γίνονται 1800· καὶ τῆτο εἶναι τὸ γενικὸν Παραγόμενον.

Γυμνάσματα.

Πόσα γίνονται

22	ἐπὶ	74 ;	53	ἐπὶ	66 ;
12	ἐπὶ	38 ;	41	ἐπὶ	52 ;
48	ἐπὶ	89 ;	37	ἐπὶ	45 ;
50	ἐπὶ	68 ;	16	ἐπὶ	84 ;
27	ἐπὶ	39 ;	67	ἐπὶ	92 ;
34	ἐπὶ	76 ;	33	ἐπὶ	72 ;
18	ἐπὶ	27 ;	70	ἐπὶ	94 ;
19	ἐπὶ	31 ;	29	ἐπὶ	49 ;

καὶ ἄλλα πολλὰ τοιαῦτα παραδείγματα.

Παιδιά μου ! τώρα εἶναι ἀνάγκη ν' ἀποστηθίσητε καὶ τὸν ἀκόλουθον Πίνακα, ὁ ὁποῖος ἔχει μόνον εἰς τὸν πολλαπλασιασμόν, ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν θὰ σᾶς φέρῃ μεγάλην εὐκολίαν.

Πίναξ.

1	ἐπὶ	11	γίν-	11
2	ἐπὶ	11	γίν-	22
3	ἐπὶ	11	γίν-	33
4	ἐπὶ	11	γίν-	44
5	ἐπὶ	11	γίν-	55
6	ἐπὶ	11	γίν-	66
7	ἐπὶ	12	γίν-	77
8	ἐπὶ	11	γίν-	88
9	ἐπὶ	11	γίν-	99
10	ἐπὶ	11	γίν-	110

1	ἐπὶ	12	γίν-	12
2	ἐπὶ	12	γίν-	24
3	ἐπὶ	12	γίν-	36
4	ἐπὶ	12	γίν-	48
5	ἐπὶ	12	γίν-	60
6	ἐπὶ	12	γίν-	72
7	ἐπὶ	12	γίν-	84
8	ἐπὶ	12	γίν-	96
9	ἐπὶ	12	γίν-	108
10	ἐπὶ	12	γίν-	120

1	ἐπὶ	13	γίν-	13
2	ἐπὶ	13	γίν-	26
3	ἐπὶ	13	γίν-	39
4	ἐπὶ	13	γίν-	52
5	ἐπὶ	13	γίν-	65
6	ἐπὶ	13	γίν-	78
7	ἐπὶ	13	γίν-	91
8	ἐπὶ	13	γίν-	104
9	ἐπὶ	13	γίν-	117
10	ἐπὶ	13	γίν-	130

1	ἐπὶ	14	γίν-	14
2	ἐπὶ	14	γίν-	28
3	ἐπὶ	14	γίν-	42
4	ἐπὶ	14	γίν-	56
5	ἐπὶ	14	γίν-	70
6	ἐπὶ	14	γίν-	84
7	ἐπὶ	14	γίν-	98
8	ἐπὶ	14	γίν-	112
9	ἐπὶ	14	γίν-	126
10	ἐπὶ	11	γίν-	140

1	ἐπὶ	15	γίν-	15
2	ἐπὶ	15	γίν-	30
3	ἐπὶ	15	γίν-	45
4	ἐπὶ	15	γίν-	60
5	ἐπὶ	15	γίν-	75
6	ἐπὶ	15	γίν-	90
7	ἐπὶ	15	γίν-	105
8	ἐπὶ	15	γίν-	120
9	ἐπὶ	15	γίν-	135
10	ἐπὶ	15	γίν-	150

1	ἐπὶ	16	γίν-	16
2	ἐπὶ	16	γίν-	32
3	ἐπὶ	16	γίν-	48
4	ἐπὶ	16	γίν-	64
5	ἐπὶ	16	γίν-	80
6	ἐπὶ	16	γίν-	96
7	ἐπὶ	16	γίν-	112
8	ἐπὶ	16	γίν-	128
9	ἐπὶ	16	γίν-	144
10	ἐπὶ	16	γίν-	160

ΠΑΝΤΙΣΤΗΜΙΟΝ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
 ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΝ ΜΕΤΕΜΑΤΗΜΑΤΟΣΟΦΙΑΣ
 ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΕΠΙΘΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΤΙΟΣ

E.Υ.Δ.Π.Σ.Κ.Τ.Π.
 ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2006

1	ἐπὶ	17	γίν-	17
2	ἐπὶ	17	γίν-	34
3	ἐπὶ	17	γίν-	51
4	ἐπὶ	17	γίν-	68
5	ἐπὶ	17	γίν-	85
6	ἐπὶ	17	γίν-	102
7	ἐπὶ	17	γίν-	119
8	ἐπὶ	17	γίν-	136
9	ἐπὶ	17	γίν-	153
10	ἐπὶ	17	γίν-	170

1	ἐπὶ	20	γίν-	20
2	ἐπὶ	20	γίν-	40
3	ἐπὶ	20	γίν-	60
4	ἐπὶ	20	γίν-	80
5	ἐπὶ	20	γίν-	100
6	ἐπὶ	20	γίν-	120
7	ἐπὶ	20	γίν-	140
8	ἐπὶ	20	γίν-	160
9	ἐπὶ	20	γίν-	180
10	ἐπὶ	20	γίν-	200

1	ἐπὶ	18	γίν-	18
2	ἐπὶ	18	γίν-	36
3	ἐπὶ	18	γίν-	54
4	ἐπὶ	18	γίν-	72
5	ἐπὶ	18	γίν-	90
6	ἐπὶ	18	γίν-	108
7	ἐπὶ	18	γίν-	126
8	ἐπὶ	18	γίν-	144
9	ἐπὶ	18	γίν-	162
10	ἐπὶ	18	γίν-	180

1	ἐπὶ	24	γίν-	24
2	ἐπὶ	24	γίν-	48
3	ἐπὶ	24	γίν-	72
4	ἐπὶ	24	γίν-	96
5	ἐπὶ	24	γίν-	120
6	ἐπὶ	24	γίν-	144
7	ἐπὶ	24	γίν-	168
8	ἐπὶ	24	γίν-	192
9	ἐπὶ	24	γίν-	216
10	ἐπὶ	24	γίν-	240

1	ἐπὶ	19	γίν-	19
2	ἐπὶ	19	γίν-	38
3	ἐπὶ	19	γίν-	57
4	ἐπὶ	19	γίν-	76
5	ἐπὶ	19	γίν-	95
6	ἐπὶ	19	γίν-	114
7	ἐπὶ	19	γίν-	133
8	ἐπὶ	19	γίν-	152
9	ἐπὶ	19	γίν-	171
10	ἐπὶ	19	γίν-	190

1	ἐπὶ	32	γίν-	32
2	ἐπὶ	32	γίν-	64
3	ἐπὶ	32	γίν-	96
4	ἐπὶ	32	γίν-	128
5	ἐπὶ	32	γίν-	160
6	ἐπὶ	32	γίν-	192
7	ἐπὶ	32	γίν-	224
8	ἐπὶ	32	γίν-	256
9	ἐπὶ	32	γίν-	288
10	ἐπὶ	32	γίν-	320

Περὶ Ἀφαιρέσεως.

Ἡ Ἀφαίρεσις, ἢτοι ὁ ἔφειλμος, εἶναι πράξις, διὰ τῆς ὁποίας ἀφαιροῦμεν μίαν μικρὴν ποσότητα ἀπὸ ἄλλην μεγαλητέραν τῆς αὐτῆς φύσεως.

Καὶ ἡ μὲν μεγαλητέρα ποσότης, ἀπὸ τὴν ἐποίειν ἀφαιροῦμεν τὴν μικροτέραν λέγεται: Μειωτέος ἀριθμὸς.

Ἡ δὲ μικροτέρα, τὴν ὁποίαν ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὴν μεγαλητέραν, λέγεται: Ἀφαιρετέος ἀριθμὸς.

Καὶ ὁ διὰ τῆς ἀφαιρέσεως ἐυρισκόμενος τρίτος ἀριθμὸς λέγεται: Κατάλοιπον. Π. χ. ἔχεις τρία μῆλα, δίδεις τὸ 1 τὸν ἀδελφόν σου, σὲ μένουσιν ἀκόμη 2. Αὐτὰ λοιπὸν τὰ 2 εἶναι τὸ Κατάλοιπον.

Κυττάξατε μὲ προσοχὴν τὰς δύο ταύτας ποσότητας

4 • Μειωτέος

3 • Ἀφαιρετέος.

κατὰ πόσα εἶναι ὁ 4 μεγαλητέρος ἀπὸ τὸν 3; ἢ ὁ 3 μικρότερος ἀπὸ τὸν 4; — Βέβαια κατὰ τὸν μόνον· καὶ αὐτὸ τὸ . . . 1 εἶναι τὸ Κατάλοιπον· διότι ἀφαιρέσατε τὸ 1 ἀπὸ τὰ 4, καὶ θὰ ἴδητε, ὅτι ἀπὸ τὰ 4 μένουσι μόνον 3· μεταξύ δὲ τῶν 3 καὶ 3, καμμία διαφορὰ δὲν εἶναι.

Παιδιά μου! καὶ εἰς τὴν Ἀφαίρεσιν πρέπει νὰ γυμνασθῆτε καλὰ, καθὼς ἐγυμνάσθητε καὶ εἰς τὴν Πρόσθεσιν καὶ εἰς τὸν Πολλαπλασιασμόν, διότι ὁ ἄνθρωπος εἶναι πολλάκις ἀναγκασμένος καὶ νὰ δίδῃ μέρος ἀπ' ὅσα ἔχει, καὶ ὄχι πάντοτε νὰ τὰ πολλαπλασιάσῃ.

Όταν λοιπόν θέλητε ν' αφαιρέσετε μίαν μικροτέραν ποσότητα ἀπὸ ἄλλην μεγαλύτεραν, πρέπει πρὸ πάντων νὰ προσέχητε διὰ νὰ ἦναι καὶ αἱ δύο ποσότητες ὁμοειδεῖς, ἤγουν, τῆς αὐτῆς φύσεως. Διότι ἐυκόλως ἤμπορεῖτε νὰ καταλάβητε, ὅτι ποτὲ δὲν εἶναι δυνατὸν ν' αφαιρέσῃ τις μέτρα ἀπὸ γρόσια, λίτρας ἀπὸ πήχας κ. τ. λ. ἀλλὰ πάντοτε γρόσια ἀπὸ γρόσια, λίτρας ἀπὸ λίτρας, πήχας ἀπὸ πήχας, κ. τ. λ. Διὰ τοῦτο, ὅσα εἰς τὴν πρόσθεσιν εἶπαμεν περὶ ὁμοειδῶν καὶ ἑτεροειδῶν, ἀρμόζουσι καὶ ἐνταῦθα.

Διὰ ν' ἀποκτήσῃτε δὲ καὶ εἰς τὴν Ἀφαίρεσιν μεγάλην ἐτοιμότητα, πρέπει ν' ἀποστηθίσῃτε τὸν τὸν ἀκόλουθον Πίνακα, καὶ νὰ τὸν ἐντυπώσῃτε καλὰ εἰς τὸν νοῦν σας.

Καλὸν ἦτον, ἂν ἐδοκιμάζετε καὶ μόνοι σας νὰ σχεδιάσῃτε ἓνα τοιοῦτον Πίνακα, καὶ νὰ τὸν μελετᾶτε τὸ πρωῖ, ὅταν ἐξυπνῆτε, καὶ τὸ ἑσπέρας, ὅταν ἐτοιμάζῃσθε νὰ κοιμηθῆτε (*).

(*) Ἐπειδὴ εἰς τοὺς ἀρχαίους καὶ τὰ πλέον ἱσχυροὶ εἶναι δύσκολα, διὰ τοῦτο ὁ διδάσκαλος ἔχει χρέος νὰ τοὺς παραστήσῃ τὸν τρόπον τῆς ἀφαιρέσεως ἐπαισθητῶς, καὶ πρὸς τοῦτο τὸ τέλος ἤμπορεῖ πάλιν νὰ μεταχειρισθῇ λιθαράκια. Π. χ. μετρᾷ πρῶτον δέκα λιθαράκια, ἔπειτα ἔρωτᾷ; ἂν ὑπὸ αὐτὰ τὰ 10 λιθαράκια ἀφαιρέσω 3; (ἢ 4; ἢ 5; ἢ 6; ἢ 7; ἢ 8; ἢ 9;) πόσα μένουσι; — Τότε διορῶζει ἓν παιδίον νὰ ἐπάρῃ ἀπὸ τὰ 10, τὰ 3 (ἢ ὅσα προβάλλῃ), καὶ μετρῶν τὰ ἀναπολειφθέντα εὐὰ τὰ δεξιά; ὅτι ἔμιναν μόνον 7. κ. τ. λ.