

νετο, ὡς ἄρα Καμπύλης συνθετικῶς δοθείσης, εἴτ' ἐν ἐγνωσμένων γεωμετρικῶς τῶν κυριωτέρων ιδιωμάτων αὐτῆς διὰ σχήματος ἐν ἐπιπέδῳ καταγραφείσης,) ἐξείη Ἀλγεβραϊκὴν ἐξίσωσιν εὐρεῖν περιέχουσαν τὴν γέννησιν καὶ φύσιν αὐτῆς. Νυνὶ δὲ τὰνάκαλιν ἐκδηλεῖται, ὅτι δοθείσης ἀλγεβραϊκῆς τινος ἐξισώσεως, μιᾶ μὲν σαφερᾶ τε καὶ ἐγνωσμένη, δυσὶ δὲ τρεπταῖς ποσότησι συνισαμένης, δυνατόν Καμπύλην κατάλληλον τῇ ἐξισώσει ἐν ἐπιπέδῳ καταγράψασθαι, καὶ τὰ κατ' αὐτὴν ιδιώματα πάντα δι' ἐκείνης ἐξευρεῖν. Ἐπίτοιγε ἀόρισόν τι πρόβλημα ἢ τριάδε ἐξίσωσις παρίσῃσι, καὶ δεκτικὸν πολλῶν, ἢ καὶ ἀπείρων ἐπιλύσεων· εἴαν ἐν τῆς μὲν τῶν δυεῖν ἀγνώστων ἅπασαι αἱ δυναταὶ Ἀξίαι ἐν γραμμαῖς ἐκτεθῶσιν, ὡς σειρά τῶν Ἀποτετμημένων καμπύλης τινος, τῆς δὲ αἱ προκύψουσαι Ἀξίαι, ὡς σειρά Τεταγμένων, ἀπολαμβάνονται τοσαῦτα σημεῖα M , δι' ὧν διελθῶσα καταγραφῆσεται ἡ Καμπύλη· ἕκασον δὲ σημεῖον αὐτῆς παρίσῃσιν ἀκριβῶς τὴν ἐπίλυσιν τῆ δὲ ἐκείνης τῆς ἐξισώσεως παρισυμένον ἀόρισον προβλήματος.

§. 9.

Ἡ εἰς παράδειγμα ληφθεῖσα ἐπὶ τῆ κύκλου ἐξίσωσις $yy = ax - xx$ καλεῖται ἐν γένει

Δευτέρου Βαθμῶ, ὡς δῆλον· ἢ δ' ἐξ αὐτῆς δυναμένη καταγραφῆναι γραμμῇ, Δευτέρου Γένους, ἢ Δευτέρου Τάξεως· ὡσεὶ ὁ τῶν τρεπτῶν, καὶ ἀγνώστου τῆς ἐξισώσεως ποσοτήτων Ἐκθέτης παρονομάζει τὸν βαθμὸν αὐτῆς ταύτης τῆς ἐξισώσεως, καὶ τὰ γένη, ἢ τὰς τάξεις τῶν Καμπύλων.

Ἐπιτοίνου, ὅταν ἐν ταῖς ἐξισώσεσι διαφέρουσι μὲν ὡσιν αἱ τῶν κατὰ τὰς ἀγνώστους συνεκθέσεων καταστάσεις, ἀλλὰ βαθμὸς ὁ αὐτὸς, αὗται μὲν αἱ διαφωνίαι διασέλωσι τὰ ποικίλα εἶδη τῶν γραμμῶν, αἱ τῶν διὰ τῶν βαθμῶν τῆς ἐξισώσεως σημαινομένων γένει ὑπάγονται, ὁ δ' ἀριθμὸς τῶν δυνατῶν παραλλαγῶν ἀριθμεῖ καὶ τὰ ἀλλήλοις διαφέροντα εἶδη. Γραμμαὶ τοίνυν πρώτου μὲν γένους, ἢ πρώτης τάξεως καλεῖνται, ὧν ἡ ἐξίσωσις βαθμῶ ἐστὶ πρώτη· δευτέρου δὲ, ὧν ἡ ἐξίσωσις βαθμῶ δευτέρου· τρίτου δὲ γένους, αἷς περὶ τρίτου βαθμῶ ἡ ἐξίσωσις, καὶ ἔτι εφέξεως. Καὶ δὴ γραμμῇ μὲν πρώτου γένους ἐστὶ μόνη ἡ εὐθεΐα· δευτέρου δὲ, μόναι αἱ τέσσαρες τῶν Κωντομαί, Κύκλος ἀμέλειται, Παραβολή, Ἦ περβολή, καὶ Ἐλλειψις· καὶ αἱ μὲν τῶν τρίτου γένους γραμμαὶ δύο πρὸς τοῖς ἑβδομήκοντα ἀριθμῶνται· αἱ δὲ τῶν τετάρτου ἔτι πλείονες κτ. Καὶ ταῦτα μὲν περὶ τῶν καλεσμένων Γεωμετρικῶν Καμπύλων, αἰτινές εἰσιν, ὧν αἱ

ἀποτετμημένοι, καὶ τεταγμένοι εὐθείαι, γραμμαὶ ἴσαι, λόγον ἔχουσι πρὸς ἀλλήλας γεωμετρικῶς προσδιορισὸν, εἴτ' ἔν, ὧν αἱ ἀποτετμημένοι, καὶ τεταγμένοι παρίστανται διὰ ποσοτήτων δυναμένων προσδιορίζεσθαι γεωμετρικῶς. Ἐὰν δὲ αἱ ἀποτετμημένοι, καὶ τεταγμένοι ἀδυνάτως ἔχουσι προσδιορισθῆναι γεωμετρικῶς, ἤτοι εὐθείαι μὴ ἴσαι, ἢ εὐθείαι μὲν ὑπάρχουσαι, λαμβανόμεναι δὲ ἀντὶ τῶν ἴσων τόξων κύκλου, μηχανικῶς ἐξευρεθεῖται· εἴγε μηδέποτε ἔχει γεωμετρικῶ ὑπολογισμῶ εὐρεθῆναι εὐθεῖα γραμμὴ ἐξισομένη κύκλου τόξῳ (§. 235. Γεωμ.) μηχανικῶς δὲ ῥᾶς· ἂν ἐξευρεθεῖν· ἢ Καμπύλη μηχανικῶς κληθήσεται *Τ' περβαλική* (transiens)· εἰάν ἔτι ἢ Καμπύλη μὴ ἢ ἐπίπεδος, εἴτ' ἔν εἰάν τὸ καταγράφον αὐτὴν σημεῖον μὴ κινῆται αἰεὶ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἢ Καμπύλη καλεῖται *Διπλῆς Καμπυλόλογος*.

§. 20.

Σχ. 4. Ἐὰν ἐπίπεδος καμπύλη ἢ ΜΣμ, εἴτε γεωμετρικὴ, εἴτε μηχανικὴ, ἔτω φύσεως ἔχη, ὡσεὶ προαχθεῖσῶν τῶν τεταγμένων περαιτέρω τῆς τῶν ἀποτετμημένων γραμμῆς ΣΖ πρὸς τὸ συμβαλεῖν αὐτὰς τῇ Καμπύλῃ κατὰ τὸ μ, αἰεὶ ὑπάρχειν Πμ = ΠΜ, ἢ εὐθεῖα ΣΖ Διμέτρος τῆς Καμπύλης

καλεῖται· τὸ δὲ Z σημεῖον, δι' ἃ διέρχεται αὕτη, ἌΡΧΗ τῆς διαμέτρου. Τῆτ' αὐτὸ τὸ σημεῖον ὡς τὰ πολλά, ἔσιν ἅμα καὶ τῶν Α' ποτετμημένων ἀρχή. Ἐὰν δ' ἐπὶ τῆς διαμέτρου κάθῃται ἐσθήκωσιν αἱ Τεταγμένοι, αὕτη δὴ ἌΞΩΝ κυρίως τῆς Καμπύλης ἀκθεῖ.

§. 11.

Ἄ" πασαι αἱ Καμπύλαι, αἷς διάμετρος τε ἐσὶ, καὶ ἐπομένως ἑκατέρωθεν ταύτης κλόνες δύο οἱ ΣΜΜ, Σμμ ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐκτεινόμενοι, κοινὸν ἔχουσιν ἰδίωμα, τὸ τὴν Εὐθείαν ΣΑ ἡγμένην παραλλήλως ταῖς Τεταγμέναις διὰ τῆς Σ σημεία Ἄρχῆς τῆς διαμέτρου, ἐπιφαύειν τῆς Καμπύλης κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον Σ.

Δ Ε Ι Ξ Ι Σ.

Ἐὰν ἡ διπλῆ Τεταγμένη Μμ ἐπινοηθῆ φερομένη ἐπὶ τὸ Σ παραλλήλως ἑαυτῇ, αἰεὶ τὰ ἡμίση αὐτῆς ἔνθεν καὶ ἔνθεν τῆς διαμέτρου ἴσως ἀπομειωθήσεται· ἀλλὰ καὶ ἡ Ἀ' ποτετμημένη ΣΠ μᾶλλον, καὶ μᾶλλον καὶ αὕτη ἀπομειωθήσεται. Ἐὰν ἄρα ἀπειράκις ἐλαχίστη τεθῆ ἡ Ἀ' ποτετμημένη ΣΠ, ἔσαι ὡσαύτως ἀπειράκις ἐλαχίστη καὶ ἡ διπλῆ Τεταγμένη, εἴτ' ἔν τὰ πέρατα αὐτῆς Μ, μ συμπεσῶνται τῷ τῆς καμπύλης σημείῳ Σ, ὡσαύτως δὴ καὶ τὸ μεσαίτατον αὐτῆς σημεῖον Π. Ἐὰν ἄρα ἡ ἀπειρά-

κίς ἔλαχίση $M\mu$, εἴτ' ἔν τὸ σημεῖον Σ , ἐπ' εὐ-
 θείας προαχθῆ, παράλληλος μὲν ἔσαι ταῖς λοι-
 παῖς Τεταγμέναις $M\mu$, $M\mu$, μόνον δὲ τὸ Σ ση-
 μεῖον ἔξει κοινὸν τῇ Καμπύλῃ, εἴτ' ἔν ἐφάψεται
 αὐτῆς κατὰ τὸ Σ (α)

§. 12.

Σχ 5. **Ε**ἴαν ἀπὸ τῶ σημείου τῆς ἐπαφῆς M , κατ' ὃ
 χ 6. ἢ TM ἄπτεται τῆς Καμπύλης, ἀχθῆ τεταγμέ-
 νως ἐπὶ τῆς διαμέτρου ἢ MP , ἢ ἐπὶ τῷ ἄξονος
 προαχθέντος, τὸ μέρος TP τὸ μεταξύ τῶ σημείου

(α) Δείκνυται δὲ τῆτο χ τῇ εἰς ἀδύνατον ἐπαγω-
 γῆ. Ἐάν γὰρ κινήθῃ ἐπὶ τὸ Σ μὴ παράλλως ἑαυτῇ
 ἢ $M\mu$, ἢ διχοτομηθῆται ὑπὸ τῆς διαμέτρου κατὰ τὸ P ,
 χ δὴ ἔσαι, φέρε, $\mu P < PM$ ὅταν ἔν τὸ P ἀπειράκις
 ἔλαχίσω διχσῆματι ἀπέχη τῶ Σ , εἴτ' ἔν συμπίπτῃ τῶ
 Σ , χ ἢ μP ὡσαύτως ἀπειράκις ἔσαι ἔλαχίση, εἴτ' ἔν τὸ
 μ πέρασ αὐτῆς, χ ἄμα σημείου τῆς Καμπύλης συμπίπτει
 τῶ Σ . ἀλλ' ἐτέθη μP ἔλάσσων τῆς MP , ἄρα MP ἔκ
 ἔσαι ἀπειράκις ἔλαχίση, ἀλλὰ πεπερασμένη γραμμὴ, εἴτ'
 ἔν τὸ M πέρασ αὐτῆς, χ ἄμα σημείου τῆς Καμπύλης,
 διέσκηκε τῶ Σ . εἴαν ἄρα διὰ τῶν σημείων μ , M , εἴτ' ἔν
 Σ , M προαχθῆ εὐθεῖα, εἰς δύο αὐτῇ σημεία τὴν Καμ-
 πύλην τειεῖ, εἴτ' ἔν ἔκ ἐφάψεται αὐτῆς (§. 15.) ἢ ἄρα
 μὴ παράλληλος ταῖς Τεταγμέναις ἔκ ἐφάπτεται τῆς Καμ-
 πύλης. Ἐάν ἄρα ἢ AS μὴ ἐπιψαύῃ τῆς καμπύλης, ἔκ ἔσαι
 παράλληλος ταῖς τεταγμέναις· ἐτέθη δὲ εἶναι· ἄρα ἢ αὐ-
 τῇ AS ἔσαι χ παράλληλος ταῖς τεταγμέναις, χ μὴ ὅ-
 περ ἀδύνατον.

Τ, καθ' ὃν Ἐφαπτομένη ΜΤ συμβάλλει τῷ Ἀξονι προαχθέντι, καὶ τῆς τεταγμένως ἀχθείσης ΜΠ, καλεῖται ἮΦΑΠΤΟΜΕΝΗ. Ἐὰν δ' ἀπὸ τῆς σημείως τῆς ἐπαφῆς Μ ἐγερθῆ πρὸς ὀρθὰς ἢ ΜΝ ἐπὶ τῆς Ἐφαπτομένης ΜΤ, τὸ τῆς διαμέτρου μέρος ΠΝ τὸ ἐμπεριλαμβανόμενον μεταξύ τῆς σημείως Ν, καθ' ὃν ἢ Κάθετος συμβάλλει τῇ διαμέτρῳ, καὶ τῆς σημείως Π, καθ' ὃν ἢ ἀπὸ τῆς ἐπαφῆς Μ Τεταγμένη συμβάλλει τῇ αὐτῇ διαμέτρῳ, ἮΠΟΚΑΘΕΤΟΣ ἀκείει.

§. 13.

Ἐν Καμπύλῃ μὴ πεφυκείᾳ ἐπανακάμπτειν ἐπὶ τὴν ἑαυτῆς διάμετρον, τῆς ἑσιν, ἣς ἑκάτεροι οἱ κλῶνες ἔνθεν καὶ ἔνθεν προαγόμενοι, αἰεὶ μᾶλλον ἀφίστανται τῆς διαμέτρου, ἔνεσιν ἀγαγεῖν ἐξ ἀπάντων τῶν σημείων αὐτῆς Μ, Μ, παραλλήλους σχ.4. τῇ διαμέτρῳ ΣΠ, τὰς ΜΞ, ΜΞ ἐπὶ τῆς Εὐθείας ΣΞ τῆς διερχομένης διὰ τῆς σημείως Σ ἀρχῆς τῶν Ἀποτετμημένων, καὶ παραλλήλους ταῖς Τεταγμέναις ἕσσης. Ἀπασαὶ ἔναι ΜΞ ἐκτὸς ἔσονται τῆς Καμπύλης κείμεναι. καὶ δὴ συστήσονται Παραλληλόγραμμα ὅμοια τὰ ΠΞ, ΠΞ, καὶ ἀντὶ μὲν τῶν Ἀποτετμημένων ΣΠ, ΣΠ, τὰς Εὐθείας ΜΞ, ΜΞ ἐξέσαι λαβεῖν, ἀντὶ δὲ τῶν Τεταγμένων, τὰς ΣΞ, ΣΞ. Αὐταὶ ἔναι αἰΣΞ, ΣΞ, ΣΤΝΤΕΤΑΓΜΕΝΑΙ ἀκείεσι. τὰ δὲ ΠΞ, ΠΞ,

Παραλληλόγραμμα τῶν Συντεταγμένων· ἢ δὲ
ὑπὸ ΞΣΠ, Γωνία τῶν Συντεταγμένων.

§. 14.

Ἐπειδὴ ἐξ ὑποθέσεως (§. 5.), ἡ Καμπύλη
συνέχειά ἐστι τῶν ἴσῶν ἰχνῶν τῆ δι ἀκαριαίαν προ-
βάσεων κινημένῃ σημεῖς, καὶ ἅμα μετ' ἐκείνην πρό-
βασιν παρεκτρεπόμενα, ὡς ἐπὶ σακερῆτινος κα-
νόνο ἐν ἐκάσῃ παρεκτροπῇ πρὸς τρεπτὰς γωνίας
ἀπειράκις ἐλαχίστας, ἔπεται δὴ.

Α'. Τὰς πῆ μὲν ἐκ Καμπύλης, πῆ δὲ ἐξ Εὐ-
θείας συγκειμένας γραμμάς, ἐξ ἧ δὴ καὶ Μικ-
τὰς καλεμένας, μὴ καταγράφειν τῷ αὐτῷ σα-
κερῷ κανόνι ἐν πάσῃ τῇ γενέσει αὐτῶν τῇ διὰ τῆ
κινημένῃ σημεῖς, καὶ δὴ γεωμετρικῶς μὴ ἔχειν ἰ-
πολογίζεσθαι, μήτε μὴν γεωμετρικαῖς ὑπάγεσθαι
σκέψειςι.

§. 15.

Β'. Τὴν ἐπαφὴν, Καμπύλης καὶ Εὐθείας καθ'
ἐν μόνον γίνεσθαι σημεῖον, ὅπερ ἐστὶ, τὴν Εὐθεῖαν
μὴ δύνασθαι ἐπιψαύειν τῆς Καμπύλης ἐν δυσὶν, ἢ
τρισὶ διαφέρουσι σημείοις τῆ αὐτῆ συνεχῆς τόξῳ. Εἰ
γὰρ ἔψαυεν ἐν πλείουσι, ἢ ἐνὶ, τὸ τὴν Καμπύ-
λην καταγράφον σημεῖον ἀπαρεγκλίτως ἂν κατέ-
γραφε τὰ σημεῖα ἐκεῖνα, ὃ δὴ εἰάν γένηται, ἰ-

πάντα γὰρ τὸν σαφερὸν κανόνα τῆ παρεκτρέψαι μεθ' ἐκάστην ἀκαριαίαν πρόβασιν, ἀθετεῖσθαι τε καὶ διακόπτεσθαι.

§. 16.

Γ'. Τὴν καμπυλότητα τῶν διαφόρων Καμπύλων τοσούτω μεγεθύνεσθαι πλείον, ὅσῳ μείζους αἱ τῆς παρεκτροπῆς γωνίαι κατάγῃ τὰ μεγέθη τῶν ἀκαριαίων προβάσεων τῆ τὴν Καμπύλην καταγράφοντος σημείου, εἴτ' ἔν κατὰ τὰς ἀπειράκις ἐλάχισας αὐτῆς πλευράς. Κεῖσθω πρὸς παράδειγμα ὁ Κύκλος, ὡς Καμπύλη εἶσιν ἔτω καταγραφομένη ὑπὸ τῆ κινημένων σημείων, ὡσε μεθ' ἐκάστην ἴσην πρόβασιν αὐτῆ ἐν ἐκάσῳ ἀκαρεῖ διανουμένην ἴσως παρεκτρέψαι, ὁ εἶσιν, ἐν ἴση γωνία. Κύκλοι δὲ δύο, ὁ μὲν μείζων, ἄτερος δὲ ἐλάσσων, Πολύγωνά εἰσι δύο κανονικά ἐξ ἰσαρίθμων πλευρῶν τε καὶ γωνιῶν συγκροτούμενα (§. 82. Γεωμ.). Καὶ αἱ μὲν μείζους τῆ μείζονος κύκλου πλευραὶ πρὸς τὰς τῆ ἐλάσσονος λόγον ἔχουσιν, ὃν αἱ ἀκτίνες· αἱ δὲ τῆς παρεκτροπῆς γωνίαι (εἴτ' ἔν τὰ πρὸς δύο ὀρθὰς Παρακληράματα ἐκάστης τῶν ἐντὸς γωνιῶν τῶν περιεχομένων ὑπὸ δύο προσεγγιζουσῶν πλευρῶν) ἐν τῷ μείζονι κύκλῳ ἐξισθῆνται ταῖς τῆς παρεκτροπῆς γωνίαις ταῖς ἐν τῷ ἐλάσσονι. Ἐπεὶ ἔκ ἂν ἡ

σαν πολύγωνα ὅμοια. Τέτων τεθέντων, μάλα σαφές καθίσταται, ὡς ἐν φ ἀκαρεῖ τὸ σημεῖον καταγράφει τὴν ἀπειράκις ἐλαχίστην τῆ ἐλάσσονος κύκλε πλευρὰν ἀνευ παρεκτροπῆς, ἐν τῷ χ θά-
 τερον σημεῖον τὴν τῆ μείζονος κύκλε ἀπειράκις ἐ-
 λαχίστην πλευρὰν καταγράφει ἀνευ παρεκτροπῆς.
 Ἄλλὰ τὸ δεύτερον διάστημα μείζον τῆ πρώτου ἀρχὴ
 ἐν πλείονι διαστήματι κινεῖται ἐπ' εὐθείας τὸ τὸν
 μείζω κύκλον καταγράφον σημεῖον, ἢ τὸ τὸν ἐλάσ-
 σω, εἴτ' ἐν αἰ τῆ μείζονος κύκλε πλευρὰ αἰ με-
 ταξὺ τῶν παρεκτροπῶν τῶν ποισῶν τὰς γωνίας,
 μείζονές εἰσι τῶν τῆ ἐλάσσονος, καίτοι ἰσαρίθμων
 ἔστων τῶν τε ἴσων γωνιῶν, χ τῶν πλευρῶν ἐν ἑ-
 κατέροις (§. 82. Γεωμ.). Ὅσφ τοίνυν μείζονες οἱ
 κύκλοι, εἴτ' ἐν ὅσφ μείζονες αἱ αὐτῶν ἀκτίνες, το-
 σῆτφ τῆς εὐθείας παρεκτρέπονται ἥττον. Καὶ τοί-
 νυν ἢ τῆ Κύκλε καμπυλότης τοσῆτφ ἐσιν ἐλάσσων,
 ὅσφ μείζων ἢ ἀκτίς· ὅ ἐσιν, ἢ καμπυλότης ἐν λό-
 γφ ἀντιπεπονθότι ἐσι τῆς διαμέτρου. Ἐπισυνάγε-
 ται ἄρα τὸ μέγεθος τῆς κατὰ τὸν κύκλον ἀκτι-
 νος, ποσότητα εἶναι κατάλληλον εἰς παράστασιν τῆς
 αὐτῆ καμπυλότητος.

§. 17.

Τῶν προβλημάτων τὰ ἀρχοειδέερα, ὧν ἢ

λύσις ἐν τῇ σκέψει τῆς Καμπύλης ζητεῖται , εἰσί.

Α'. Δοθείσης τῆς ἐπὶ τῆς Καμπύλης ἐξίσω-
σεως , εὐρεῖν τὴν μέθοδον τῆ ταύτην καταγρά-
φειν· καὶ ἀνάπαλιν, τῆς Καμπύλης δοθείσης, τὴν
ἐπ' αὐτῆς ἐξίσωσιν προσευρεῖν.

Β'. Ε'φ' ὁποιοῦν σημεῖον αὐτῆς δοθὲν Ε'φα-
πτομένην ἀγαγεῖν , εἴτ' ἔν εὐρεῖν τὴν θέσιν, ἣν
ἔχει ἢ ἀπειράκισ ἐλαχίστη πλευρὰ ἔνθα δέοι τὴν
Ε'φαπτομένην ἀγαγεῖν, ἢ προσδιορίσασθαι δηλονό-
τι τὴν διεύθυνσιν, ἣν τὸ ῥέον σημεῖον διευθύνεται
ἐν τῷ καταγράφειν ἀκαριαίως τὴν ἀπειράκισ ἐλα-
χίστην ἐκείνην πλευρὰν. Αὗται ἔν αἱ τρισσαὶ ἐκ-
φράσεις καίτοι ταῖς λέξεσι διαφέρουσιν, ταῖς ἐν-
νοίαις μέντοι ἀλλήλαις συμπνέουσιν, ὅτι γε ἢ μὲν
διεύθυνσις τῆς πλευρᾶς παρίσῃσι τὴν αὐτῆς θέσιν,
ἢ δ' αὐτῆς θέσις προσδιορίζει τὴν τῆς Ε'φαπτομέ-
νης ἴασιν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται (§. 82. Γεωμ.)
τὴν Ε'φαπτομένην Καμπύλης οἶασθαι μηδὲν, ἀλλ' ἢ
προαγωγὴν εἶναι πεπερασμένην πλευρᾶς ἀπειρά-
κισ ἐλαχίστης, ὅ ἐσι, τὴν ἀπειράκισ ἐλαχίστην πλευ-
ρὰν, καίτοι ἀπειροσικὴν, μίαν τινὰ θέσιν φυλάτ-
τειν, (ὡσπερ δὴ καὶ πεπερασμένη πᾶσα εὐθεῖα τὴν
αὐτῆς θέσιν προσδιωρισμένην κατέχει) προηγμέ-

ΠΕΡΙ ΚΑΜΠΥΛΩΝ.

νης ἄρα αὐτῆς ἔνθεν καὶ ἔνθεν τέρματος ἄνευ, πε-
περασμένη ἀποφέρεται εὐθεΐα, ἣς ἅπαντα τὰ ση-
μεῖα πλὴν ἑνὸς κεῖνται ἐκτὸς τῆς Καμπύλης, δι-
ὃ καὶ ἐφάπτεται αὐτῆς καθ' ἑνὸν μόνον ἐκεῖνο τὸ ση-
μεῖον. Ἐκ δὲ τούτων ζητῶνται αἵ τε Ὑφαπτόμεναι, καὶ
αἱ Κάθετοι, καὶ αἱ Ὑποκάθετοι.

Γ'. Ζητεῖται ἡ καμπυλότης ἐν ἐλαχίσῳ δο-
θέντι τόξῳ. Εἰς παρασκευὴν δὲ ταύτης τῆς ἐπι-
λύσεως, ὑποτίθεται διὰ τριῶν πλησίον ἀλλήλων
κειμένων σημείων ἐλαχίστη τόξος τῆς Καμπύλης δι-
έρχεσθαι κύκλος περιφέρειαν. Ἐπεὶ ἔν ἐλάχιστον ὑ-
ποτίθεται τὸ τῆς Καμπύλης τόξον, ὡσαύτως δὲ
καὶ τὸ τῆς κύκλου, ἀλλήλοισι δήκεθεν συμπεσῶνται,
καὶ δὴ ἡ τῆς κύκλου καμπυλότης καταμετρήσει τὴν
τῆς Καμπύλης. Ἀλλὰ μὲν ἡ τῆς κύκλου λόγον ἔχει
ἀντίστροφον πρὸς τὴν αὐτῆς ἀκτίνα· ἐπιλυθήσεται
ἄρα τὸ πρόβλημα, εἴπερ ἡ ἀκτίς προσδιορισθῆ· ὅ-
περ ἔκτε τῆς δοθείσης ἐπὶ τῆς Καμπύλης ἐξισώ-
σεως, καὶ ἐκ τῶν αὐτῆς ιδιωμάτων ἀπολαμβάνε-
ται. Ἡ δὲ τῆς τοιούτου τόξου ἀκτίς πολλῶν εὐπορεῖ ὀ-
νομάτων: Ἀκτίς τῆς καμπυλότητος, Ἀκτίς
τῆς συμπίπτουτος τόξου, Ἀκτίς τῆς συμπτώ-
σεως, Ἀκτίς τῆς ἐκτετειλιγμένης, κ. τ.

Δ'. Ἐξετάζεται ὅς τις ἐστὶν ὁ τῆς Καμπύλης

τετραγωνισμὸς, εἴτ' ἔν ὅσον ἐσι τὸ ἔμβαδὸν, ἢ ἢ
 τῇ ὅλη Καμπύλῃ ἐμπεριεχομένη Ἐπιφάνεια, ἢ δε-
 δομένον τι αὐτῆς μέρος, οἷον ἐσι τὸ ἔγκλεισον χω-
 ρίον ΛΠ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆ κατὰ τὴν Καμ-
 πύλῃν μέρεος ΛΜ, καὶ τῆ κατὰ τὴν διάμετρον μέ-
 ρος ΓΠ, καὶ τῶν Τεταγμένων ΜΠ, ΓΛ, ὧν ἢ ἑ-
 τέρα ΓΛ διὰ τῆς τῶν Α' ποτετμημένων ἀρχῆς Γ δι-
 ἔρχεται. Εἰς προκατασκευὴν δὲ ταύτης τῆς ἐπι-
 λύσεως ὑποτίθεται τοσαῦτα Παραλληλόγραμμα
 πξμν ἔνθεν μὲν περατόμενα πρὸς τῇ Καμπύλῃ,
 ἔνθεν δὲ πρὸς τῇ τῶν Α' ποτετμημένων γραμμῇ,
 τας δὲ λοιπὰς τῶν πλευρῶν ἔχοντα παραλλήλους
 ταῖς τεταγμέναις ΓΛ, ΜΠ, ὅσα μεταξὺ τῆ Γ,
 καὶ Π ὑπάρχουσι τὰ σημεία. Ταῦτα ἔν τὰ Παρα-
 λληλόγραμμα ἀπειράριθμά τε, καὶ ἔτως ἐλάχισά
 εἰσιν, ὥσε τὰς αὐτῶν πλευρὰς πμ, ξν τὰς ἀ-
 πειράκεις ἀλλήλων ἔγγιστα λαμβάνεσθαι ἔχειν ἀν-
 τὶ τῶν ἐπὶ τῆς διαμέτρου ΓΠ Τεταγμένων. Ἐπεὶ ἔν
 ἢ ΓΠ ἐσιν ἢ ἐλάχιστη χ, ἅπασαι αὶ ἐκ τῆ Γ ἀρ-
 χόμεναι, καὶ συσσιχῆσαι ἐκάσῃ ἐκάσῃ τῶν Τεταγμέ-
 νων μεταξὺ τῆς ΓΛ, καὶ τῆς ΜΠ, αὖξουσιν ἐν ἀ-
 ριθμητικῇ προόδῳ τοιαῦτα· $1 \frac{\chi}{\infty}, 2 \frac{\chi}{\infty}, 3 \frac{\chi}{\infty}, 4 \frac{\chi}{\infty},$
 $5 \frac{\chi}{\infty} \dots \dots \dots \infty \frac{\chi}{\infty} = \chi.$ Ἡ γὰρ Τεταγμένη

ἢ ἀπειράκῃς ἐγγύσει τῇ πρώτῃ ΓΛ ἔχει συσσιχῆσαν Ἀ' ποτετμημένην μέρος τῆς εὐθείας ΓΠ ἀπειράκῃς ἐλάχισον, εἴτ' ἔν $1 \frac{\chi}{\infty}$. Τῆς δ' ἐφεξῆς τεταγμένης ἢ Ἀ' ποτετμημένης, ἐπεὶ ἀφικνεῖται εἰς τὸ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς Γ δευτερον σημεῖον (§. 7.) διπλασία ἐσι τῆς πρώτης, εἴτ' ἔν $2 \frac{\chi}{\infty}$. Ὡσαύτως ἢ τῆς τρίτης τεταγμένης Ἀ' ποτετμημένης ἐσι τριπλασία τῆς πρώτης, εἴτ' ἔν $3 \frac{\chi}{\infty}$, καὶ ἔτις ἐφεξῆς. Τὴν δ' ἐσχάτην Ἀ' ποτετμημένην (ΓΠ) ἐξ ἀπάντων δεῖ συγκροτεῖσθαι τῶν μερῶν, εἰς ἃ ἀποτέτμηται. Ἀλλ' ἐπεὶ περ ἕκασον τῶν μερῶν αὐτῆς ἐσιν ἀπειροσόν, ὁ δ' ἀριθμὸς τῶν τοιῶνδε μερῶν ἀπειρος, συστήσεται ἄρα ἐξ ἀπείρων ἀπειράκῃς ἐλαχίστων μερῶν, ὅ ἐσι, $\infty \frac{\chi}{\infty}$. Τῆτο δὲ τὸ σχῆμα ἐξισῆται τῇ χ , ὡς δέδεικται ἐν τοῖς κλάσμασι (§. 545. Ἀ' λγβ. (α)). Αὕτη ἀλλ' ἔν ἢ τῶν Ἀ' ποτετμημένων ἀριθμητικῇ πρόοδος ἔχει ἂν ἐκτεθῆναι καὶ ἔτις 1, 2, 3, 4, 5, 6 χ · ἐπεὶ τοιγε ὁμοίως καὶ τὰύτη

(α) Ὅρα τὰς ἀλγεβραϊκὰς Παραγράφους ἐν τῇ ἐλληνιστῇ ἐκδοθεῖσῃ Ἀλγεβραϊκῇ πραγματείᾳ κατὰ τὸ 1797, ἐν Βενετίᾳ· ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τοῖς ἐφεξῆς.

ἢ κοινή διαφορά ἐσι μονὰς, εἴτ' ἔν· ἢ δευτέρα Ἀ' πο-
 τετμημένη διπλασία ἐσι τῆς πρώτης, ἢ δὲ τρίτη
 τριπλασία, καὶ ἐφεξῆς ἔτις· ὁ δὲ ἔχρατος ὄρος, ὁ
 ἐσι τὸ διαιρεθὲν ὄλον, ἐσι χ. Τῆς ἔν ἐπὶ τῆς
 Καμπύλης ἐξισώσεως μὴ ἐχέσης ἀγνώστου ἄλλας
 καὶ ἀρίστου, ἢ τὰς γ, χ, ἐξέσαι λαβεῖν τοσαύτας
 ἀξίας τῆς γ, ὅσαι εἴτιν αἱ χ, εἴτ' ἔν ὅσοι εἴτιν οἱ
 κατὰ ταύτην τὴν πρόοδον ὄροι· ἄπειρος ἄρα ἀπο-
 ληφθήσεται σειρά τῶν Τεταγμένων τῶν μεταξὺ
 τῆς ΓΛ, καὶ ΠΜ. Τέτις χάριν, εἰ δυνατὸν τὴν σει-
 ρὰν ταύτην συνάψαθαι, εὐρεθήσεται τὸ ἐμβαδὸν
 ΓΛΠΜ, εἴτ' ἔν ὁ τετραγωνισμὸς τῆς ἐμβαδῶς, ὡς
 εἰώθασιν αὐτὸν ὀνομάζειν. Εἰ δὲ ἢ ταύτης σύναψις
 ἀδύνατος εἴη, δεῖ τάχιον συγκλίνεσαν αὐτὴν ἀ-
 περγάσαθαι (§. 569. Ἀ' λγβ.) καὶ ἔτιω συναφθεῖ-
 σης, εὐρεῖν τὸ ἐμβαδὸν μετὰ προσεγγίσεως, καὶ το-
 σῆτω ἀκριβέσερον, ὅσω πλείους ἂν ᾖσιν οἱ κατὰ τὴν
 τῶν Τεταγμένων σειράν ὄροι.

Πρὸς ἀπάντησιν καὶ λύσιν ἀπάντων τριτωνῶν
 τῶν προβλημάτων συντελεῖ ἐξ ἴσου δύο εἶδη ὑπο-
 λογισμῶν, ἢ κοινή ἀνάλυσις, καὶ ὁ τῶν Ἀ' πειροσῶν
 ὑπολογισμὸς.