Εἰς τὸν Πανιερώτατον καὶ ἐλλογιμώτατον ἅγιον Ἐλασσῶνος Κύριον Ἰωαννίκιον Ἐπίγραμμα Ἡρωελεγεῖον.

Λύχνον λαμπετόωντα, φαάντατον ὄμμα Σε, σῶμα
Εὐσεβέων, θεόφρων ἔλλαχεν Ἀρχιθύτα,
Καὶ φαενὸν βιότοιο τεοῦ Σέλας αἶψα φαάνθη,
Ὥς που Χριστὸς ἔφα, τοῦ λάτρις ἐσσὶ μέγας.
Τύνη γὰρ σοφίῃ φαίνεις μάλα, τὴν ῥα πιφαύσκων.
Χειρὶ ζαπλούτῳ δείμαο γυμνάσια.
Οἴκτῳ, θεσμοσύνῃ φαίνεις Μάκαρ, ἐν δέ τε Ναῶν
Κόσμῳ, τοῖσι λεὼς λάμπεται εὐσεβέων.
Ὥστε καὶ ἐκ κραδίης μέγα λίσσεται, ὄφρα σαώζοι
Ὄμματος ὡς γλήνην, ὄμμα Σε παντέφορον.

Τῆς Ὑμετέρας Πανιερότητος

εὐλαβὴς δοῦλος
Κωνσταντῖνος Ἱερεὺς
καὶ Οἰκονόμος τῆς Τζαριτζάνης.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

Εἰς τὸν Ἰατροφιλόσοφον Μεταφραστὴν

Ἡρωελεγεῖον.

Καὶ Διὸς ἀθανάτοιο Σὺ φέρτερος, ἠδέ τε Φοίβου
    Ἀτρεκέως τελέθεις, Διογενὲς Σπυρίδων.
Τῶν γὰρ, ὁ μὲν προέηκεν ἑοῖο ἀπὸ κρατὸς αὔτως
    Παλλάδ' Ἀθηναίην! τὴν τεῷ αὐτὸς ἔθου.
Αὐτὰρ ὅ, Μουσῶν, τὰς ῥ' ἀγέμεν λάχε, νόσφι λιασθεὶς
    Μείρακι θητεύει κάκτανεν, ὅν γε Πέτρῳ.
Αἳ δ' αὖ, αἳ ψάγ' ἵκοντο σέθεν κάρα, τὸν προλιποῦσαι.
    Τοὔνεκα Φοῖβος ἔῃς. Δεῖγμα δ' ἄρ' ἥδε Βίβλος.
Ἀλλ' Ἄνα ὑψιμέδων, τόδε μοι κρήηνον ἐέλδωρ.
    Ὑγρὰ κέλευθα βίου σῷς Ἀσάνης περάσαι!

ὁ Σπαρμιώτης

Πτ. Γερμανός.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

Τῶν
ΚΩΝΙΚΩΝ ΤΟΜΩΝ
ἈΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΡΑΓΜΑΤΕΙΑ.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΩΝ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΑΝ.ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ. Α.

Προϋπάρχουσαι γνώσεις τῶν Καμπύλων ἐν γένει, ϗ ὅπως ἀναλυτικῶς ἐκτίθενται τὰ ἀρχοειδέστερα αὐτῶν ἰδιώματα, ἡ μέθοδος.

§. 1.

Ὅ,τι οὖν στοιχεῖον τὸ α, φέρε, παρίστησι ποσότητα ἁπάσης ἄλλης, τῆς β, διακεκριμένην, ἥτις ἁπλῆν ἡμῖν ἔννοιαν διεγείρει· ἀλλ' ἡ $\frac{1}{3}$α, σύνθετον ἐκ δυεῖν ἁπλῶν, ὧν ἡ μὲν, ὅτι τὸ ποσόν ἐστιν α, οὐχὶ δὲ μεῖζον, ἢ ἔλασσον αὐτοῦ, ἡ δὲ, ὅτι τὸ $\frac{1}{3}$ον αὐτοῦ, ἀλλ' οὐ τὸ $\frac{1}{2}$, ἢ τὸ $\frac{1}{4}$ον, παριστάνουσιν· Ἀλλὰ ϗ αἱ ποσότη-

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

τες α^2, α^3, κτ. σύνθετον σημαίνεσιν ἔννοιαν. Δηλεσι γὰρ τὸ α ἐφ᾽ ἑαυτε πολλαπλασιάζεσθαι, ἢ ἐπὶ τρίτην αἴρεσθαι δύναμιν διὰ διπλε πολλαπλασιασμε. Σύνθετοι δὲ ὡσαύτως ἔννοιαι παρίσανται ϗ διὰ τῶν, $\sqrt{\alpha}$, $\sqrt[3]{\alpha}$, ϗ $\alpha+\alpha$, $\alpha+\alpha+\alpha$, ϗ $\alpha-\frac{1}{2}\alpha$, ϗ 5α, $\beta\alpha$, ϗ $\frac{\alpha}{5}$, $\frac{\alpha}{\beta}$. Ἐπεὶ τοίνυν ἑκάςη μὲν αὐτῶν ἔκθεσις διάφορος, ἅπασαι δὲ περὶ τὸ αὐτὸ ποσὸν α, ςρέφονται, τέτε χάριν ἡ διάφορος ἔκθεσις, α^2, $\sqrt{\alpha}$, $\alpha+\alpha$, $\alpha-\frac{1}{2}\alpha$, 5α, $\frac{\alpha}{5}$, κτ. κληθήσεται γενικῷ ὀνόματι ΣΥΝΕΚΘΕΣΙΣ τε α ποσε. Οἱ γὰρ ἐκθέται, τὰ ῥίζικὰ, οἱ συμποιηταὶ, κτ. Οὐκ ἐῶσιν ἁπλῶς θεωρεῖσθαι τὸ ποσὸν α.

§. 2.

Σημεῖον ἅπαν ἐν ἐπιπέδῳ κείμενον διωρισμένον τόπον κατέχει. Ἀπέχει γὰρ μᾶλλον, ἢ ἧττον τῶν τεσσάρων γραμμῶν, ὑφ᾽ ὧν περαττεται τὸ ἐπίπεδον, ἢ, ὅ δὴ ταὐτὸν, τῶν δυεῖν γραμμῶν, αἵ ὑπ᾽ ἀλλήλων διατεμνόμεναι παράλληλοί εἰσι τοῖς τε ἐπιπέδε πέρασιν. Ἔθος δὴ ἐν τοῖς γεωμετρεσιν ἐπὶ διορισμῷ σημείε τινὸς τοιῷδί τινι
Σχ. 1. χρῆσθαι μεθόδῳ. Ἔςω τεθῆναι τὸ σημεῖον Μ ὑπὸ τὴν εὐθεῖαν ΑΣ θέσει δοθεῖσαν, ἀπέχον αὐτῆς

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΡΕΥΝΑΣ ΝΕΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ: ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Θ. ΠΕΤΣΙΟΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

διαςήματι ἴσῳ τῇ ΔΕ, πρὸς δὲ τὰ λαιὰ ἀπέχον τῆς ΣΖ διαςήματι ἴσῳ τῇ ΒΓ· δῆλον ἦν, ὅτι δεησόμεθα κατασκευῆς τοιαύτης. Ἤχθω παράλληλος τῇ ΑΣ ἡ ΘΗ, διὰ καθέτε ἴσης τῇ ΔΕ· ἅπαν ἄρα σημεῖον τῆς ΘΗ ἀπέχει τῆς δοθείσης ΑΣ κατὰ διάςημα τὸ ΔΕ· ταῦτ' ἄρα τὸ Μ ἐπίτινος αὐτῆς σημεία κεῖσθαι ἀνάγκη. Ἤχθω δὲ προσέτι κατὰ τὰ λαιὰ τῆς ΣΖ παράλληλος αὐτῇ διὰ καθέτε ἴσης τῇ ΒΓ, ἡ ΚΙ· ἅπαν ἄρα σημεῖον τῆς ΚΙ ἀπέχει τῆς ΣΖ διαςήματι ἴσῳ τῇ ΒΓ· ταῦτ' ἄρα τὸ Μ ἐπί τινος αὐτῆς σημεία ὑπάρχει· ἐπάναγκες τοίνυν τὸ Μ πίπτειν ἐπὶ κοινῦ σημεία τῶν δύω εὐθειῶν ΘΗ, ΚΙ, εἶτ' ἦν ἐπὶ τῦ τῆς αὐτῶν ὑπ' ἀλλήλων διατομῆς.

§. 3.

Ἐάν, τῶν διαςάσεων τῦ Μ σημεία ἀπὸ τῶν εὐθειῶν ΑΣ, ΣΖ, δοθεισῶν, μὴ ἅμα προσδιορισθῇ πρὸς ὅ,τι μέρος αὐτῶν δέοι τεθῆναι, ἡ αὐτῦ θέσις ἔςαι ἀόριςος· εἴγε δυνήσεται τηνικαῦτα τεθῆναι παραπλησίως ἐφ' ἑνὸς τῶν τεσσάρων τόπων Μ, m, μ, ɱ. Ὅπως ἦν ἀμφιγνοίας εἴημεν ἐκτὸς, εἴθιςαι τοῖς Γεωμέτραις τὰς ἐναντίας τόπας τοῖς ἐναντίοις τῶν σημείων + — διαγνώσκειν. Καλῦνται δὲ ἐναντίοι τόποι τὸ ὕπερθεν, ϗ ἔνερθεν γραμμῆς ἧςτινοσῦν ὡς

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

ἀρχῆς θεωρεμένης, ἤ τό,τε πρὸς τὰ δεξιὰ, ϗ τὸ πρὸς τὰ λαιὰ αὐτῆς· οἷον, τεθείσης τῆς ΑΣ εἰς πέρας (καλεῖται δὲ πέρας. ἢ ϗ ἀρχὴ τῶν εὐθειῶν, αἵτινες ὕπερθεν, ἢ ἔνερθεν ἔχουσιν ἐπ' αὐτῆς ἀχθῆναι ἤτοι πρὸς ὀρθὰς, ἢ πλαγίως) ἐὰν πρὸς αὐτὴν παραβληθῶσιν αἵτε ὑπὲρ αὐτὴν, ϗ ὑπ' αὐτὴν ἀχθεῖσαι εὐθεῖαι, αἱ μὲν αὐτῶν *Θετικαὶ*, αἱ δ' *Ἀποφατικαὶ* κληθήσονται· ϗ ἢν αἱ ὕπερθεν κληθῶσι *Καταφατικαὶ*, τὸ ἀποφατικὸν ταῖς ἔνερθεν ἀπονεμηθήσεται ὄνομα, ϗ ἀνάπαλιν. Οὐδὲν δὲ διαφέρει τὸ κατ' ἀρχὰς, ὁποτέραν ἂν τούτων τῶν ἀντικειμένων τάξεων θῶμεν εἰς καταφατικὴν, ἢ ἀποφατικήν· ἀλλ' ἅπαξ προσδιορισαμένοις πρὸς τὸ δοκοῦν, ἐν τοῖς ἐφεξῆς μεταλλάττειν αὐτῶν τὴν κλῆσιν ϗ φύσιν ἐπὶ τῶν ὑπολογισμῶν τῶν ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι, ᾧ παρίσαται τὸ Πρόβλημα, οὐκ ἐπιτρέπεται. Ὡσαύτως δή. ἐὰν ἡ ΣΖ τεθῇ εἰς πέρας, ἢ ἀρχὴν τῶν δύω τάξεων τῶν εὐθειῶν τῶν ἀχθῆναι δυναμένων, τῆς μὲν, ἀπὸ δεξιῶν, τῆς δ', ἀπ' ἀριστερῶν, πρὸς ἀντιδιαστολὴν, αἱ μὲν, κληθήσονται Καταφατικαὶ, αἱ δ' ἕτεραι Ἀποφατικαί.

§. 4.

Ἐκ τῆς περαιτέρω παρατηρήσεως τοῦ ἐν (§. 2.) προβλήματος, ϗ τῆς κατασκευῆς συνάγεται, ὡς, ἵνα

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

διορισθῇ ὁ τȣ͂ σημείȣ Μ τόπος, ἐπάναγκες πρότερον ἀγαγεῖν τὰς ΘΗ, ΚΙ, παραλλήλȣς ταῖς δυσὶ πρωτευȣ́σαις, θέσει δοθείσαις ΑΣ, ΣΖ· ϗ, ἐὰν μεταξὺ μὲν τῶν παραλλήλων ΑΣ, ΘΠ, ἀχθῇ κάθετος ἡ ΜΤ, μεταξὺ δὲ τῶν ΣΖ, ΚΙ, ἡ ΜΡ, ἑκατέρα ἐκ τȣ͂ Μ σημείȣ, αὗται δὴ ἴσαι ἔσονται ταῖς δοθείσαις διαστάσεσι ΔΕ, ΒΓ. Ἐπεὶ δὲ ὀρθαί εἰσιν αἱ γωνίαι ΤΜΠ, ΥΜΡ, κοινῆ ἀφαιρεθείσης τῆς ΤΜΡ, καταλείπονται ἴσαι αἱ ΥΜΤ, ΡΜΠ· τὰ ἄρα ὀρθογώνια τρίγωνα ΥΤΜ, ΠΡΜ ὅμοιά εἰσι, ϗ δὴ ΜΥ: ΜΠ: :ΜΤ: ΜΡ, εἴτ' ȣ͂ν ὡς ΔΕ: ΒΓ· τὰ μέρη δηλονότι ΜΥ, ΜΠ τῶν παραλλήλων συντελȣ͂σι τῷ τȣ͂ Μ σημείȣ διορισμῷ, ὅσα δὴ ϗ αἱ κάθετοι· ἀλλ' ἐπεὶ ΣΠ=ΥΜ, ὁ λόγος ἄρα ΜΠ: ΣΠ συντείνει εἰς διορισμὸν τȣ͂ σημείȣ Μ, εἴτ' ȣ͂ν ὁ λόγος, ὃν ἔχει τὸ ΣΠ μέρος τῆς ἑτέρας τῶν πρωτευȣσῶν, τὸ μεταξὺ τῆς ἀρχῆς Σ, ϗ τῆς ΜΠ παραλλήλȣ θατέρᾳ τῶν πρωτευȣσῶν περιλαμβανόμενον, πρὸς αὐτὴν τὴν παράλληλον ΜΠ, συντελεῖ τῷ τȣ͂ σημείȣ Μ διορισμῷ· ϗ τȣτὶ δὲ δῆλον, ὅτι ἡ ἑτέρα τῶν πρωτευȣσῶν ΑΣ, ᾗ παραλλήλως ἄγεται ἡ ΘΠ ἐπὶ τῆς πρωτευȣ́σης ΣΖ, εἰς διορισμὸν τȣ͂ Μ ὅλως ἐστὶν ἀσυντελής.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

§. 5.

Καμπύλη ὁποιαδήποτε ἐν ἐπιπέδῳ καταγραφομένη, ὡς σειρὰ θεωρεῖται τῶν ἐκ τῶν ἀκαριαίων προβάσεων ἰχνῶν, ἄγε σημεῖον συνεχῶς κινȣμενον ἐν ἐπιπέδῳ σημειοῖ διά τινος ἀπαρατρέπτȣ κανόνος. Ἐφ' ᾧ ȣ̃ν συςῆναι τὴν φύσιν τῆς Καμπύλης, ϗ τὰ αὐτῆς ἰδιώματα, ἀνάγκη ταύτην τὴν σειρὰν, πρόοδον
Σχ.2. εἶναι σημείων Μ, Μ προσδιοριζομένων τῷ αὐτῷ τρόπῳ κατάγε τὴν σχέσιν, ἣν ἔχȣσι πρὸς εὐθείας δύω τινὰς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὑπ' ἀλλήλων διατεμνομένας, (§. 2.) οἷαι αἱ ΑΣ, ΣΠ. Ὁ δὲ κανὼν ȣ̔̃τος, ὃς ἀείποτε ἐν τῇ κινήσει τȣ̃ σημείȣ τηρεῖται, ἐκτίθεται διὰ ςαθερȣ̃ λόγȣ, ὃν ἔχει ὡρισμένη τις συνέκθεσις τῆς εὐθείας ΜΠ πρὸς ὡρισμένην τινα συνέκθεσιν τῆς συςοιχȣ́σης εὐθείας ΣΠ. Ἐπεὶ δὲ ἀπαράβατός ἐςιν ἀείποτε ὁ ἐν τῇ καταγραφῇ τῆς Καμπύλης τὸ κινȣ́μενον σημεῖον Μ διευθύνων κανὼν, ἐπάναγκες ταύτην παρεκτρέπεσθαι ἐν γωνίαις ἐλαχίςαις (§. 6 καὶ 82 Γεωμετρίας) (α)· ὁ δὲ ςαθερὸς λόγος ἐκδηλȣ̃ται δι' ἐξισώσεως.

(α) Ἡ τȣ̃ Συγγραφέως γεωμετρικὴ πραγματεία ἐκ τῆς τῶν Λατίνων εἰς τὴν Ἑλληνίδα δι' ἀνδρὸς ἐλλογίμȣ μεταφρασθεῖσα, ὑπὸ τȣ̃ καὶ τὰ παρόντα μεταφράσαντος Ἰατροφιλοσόφȣ, ἐκδοθήσεται ὅσον ȣ̓́πω, ἣν δῷ Θεός.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΜΕΑΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

Ἡ Ἀλγεβραϊκὴ ἐξίσωσις ἡ ἐκτιθεῖσα τὸν σαθερὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ αὐτὴ συνέκθεσις μιᾶς τινος εὐθείας ΜΠ, πρὸς τὴν αὐτὴν συνέκθεσιν τῆς συςοιχέσης εὐθείας ΣΠ, *Ἐπὶ τῆς Καμπύλης Ἐξίσωσις*, καλεῖται. Ἡ δ᾽ εὐθεῖα, ἐφ᾽ ἣν ἀποπερατοῦνται ἅπασαι αἱ παράλληλοι, *Γραμμὴ τῶν Ἀποτετμημένων* καλεῖται. *Ἀποτετμημέναι* δὲ τὰ αὐτῆς μέρη ΣΠ, ΣΠ τὰ ἐμπεριλαμβανόμενα μεταξὺ τοῦ σημείου Σ (ὃ ἈΡΧΗ τῶν *Ἀποτετμημένων* καλεῖται, προσδιοριζόμενον ὑπὸ τῆς συμβολῆς τῆς εὐθείας ΑΣ, καὶ τῆς Ἀποτετμημένης ΣΠ) καὶ τῶν τῇ αὐτῇ ΑΣ παραλλήλων ΜΠ, ΜΠ, αἳ δὴ ΤΕΤΑΓΜΕΝΑΙ καλοῦνται.

§. 6.

Ληφθήτω δὴ ἡ κυκλικὴ περιφέρεια εἰς παράδειγμα, διὰ τὸ εἶναι ταύτην ἁπλουςέραν πασῶν τῶν Καμπύλων, καὶ ἔςω σΜΣ ἡμικύκλιον, οὗ διάμετρος ἡ Σχ. 3.
σΣ· Δῆλον οὖν, ὡς, εἰ ἐξ οὑτινοσοῦν σημείου Μ καταχθῇ ἐπὶ τῆς διαμέτρου κάθετος ἡ ΜΠ, ἀεὶ ἔςαι $\text{ΜΠ}^2 = \text{ΣΠ}.\ \text{Πσ}$. Τιθεμένης ἄρα τῆς μὲν Σσ εἰς εὐθεῖαν τῶν Ἀποτετμημένων, τοῦ δὲ Σ σημείου, εἰς Ἀρ-

---

Εἰς ταύτης οὖν, τῆς Ἑλληνικῆς φημὶ, τοὺς Παραγράφους παραπέμπεται ὁ φιλεπιςήμων Ἀναγνώςης, ἐν ταῦθα τε, καὶ ἐν τοῖς ἐφεξῆς.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

χὴν αὐτῶν, ἡ ἐπὶ τȣ̃ κύκλȣ ἐξίσωσις ἐκφρασθήσεται ȣ̃τω. „ Τὸ ἀφ' οἱασδήποτε Τεταγμένης ΜΠ „ τετράγωνον ἐξισȣ̃ται τῷ ὑπὸ τῆς Ἀποτετμημένης „ ΣΠ, ϗ τȣ̃ τῆς διαμέτρȣ καταλοίπȣ μέρȣς Πσ, πα„ραγομένῳ". Ἐὰν δὲ τεθῇ $Σσ=α$, $ΜΠ=y$, $ΣΠ=χ$, ἔςαι $Πσ=α-χ$, ϗ δὴ ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις διαταχθήσεται ȣ̃τως $yy=αχ-χχ$, ἥτις ἐςιν ἡ ἐπὶ τȣ̃ κύκλȣ, εἴγε τὸ ἐπὶ τȣ̃ πρώτȣ μέλȣς τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς Τεταγμένης, εἴτ' ȣ̃ν (§. 5.) ἡ αὐτὴ συνέκθεσις τῆς Τεταγμένης ἐξισȣ̃ται ἀεὶ τῷ ὑπὸ τῆς Ἀποτετμημένης, ϗ τȣ̃ καταλοίπȣ τῆς διαμέτρȣ μέρȣς παραγομένῳ, εἴτ' ȣ̃ν ἀεὶ ἐξισȣ̃ται τῇ αὐτῇ συνεκθέσει τῆς Ἀποτετμημένης. Ἐπιτομῆς δὲ χάριν εἴθισαι τὰς μὲν Ἀποτετμημένας διὰ τȣ̃ $χ$, τὰς δὲ Τεταγμένας διὰ τȣ̃ y, παριςάνειν.

§. 7.

Ἐκ τῶν ῥηθέντων δῆλον, ὅτι τῇ ἐπὶ τȣ̃ κύκλȣ ἐξισώσει τρεῖς ἐνυπάρχȣσιν αἱ διάφοροι ποσότητες $α$, y, $χ$, ὧν ἡ μὲν $α$ ὡρισμένη τε, ϗ διδομένη ἐςι, ϗ ἀεὶ ςαθερὰ, ἐξ ȣ̃ ϗ τȣτὶ τὸ ςοιχεῖον κεκλήρωται· αἱ δὲ y, $χ$ ἐν διαφόροις τόποις τȣ̃ κύκλȣ διαφέρȣσιν ἑαυτῶν, δι' ὃ ϗ ἀόριςοί εἰσι, ϗ ζητȣ́μεναι· διὰ ταῦτ' ȣ̃ν, κατὰ τὴν φύσιν τῶν ἀορίςων προβλημάτων, τὴν ἑτέραν αὐτῶν

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

πρὸς τὸ δοκȣ̃ν προσδιορίσασθαι ἀνάγκη, ἵνα γνωσθῇ ἡ ἑτέρα. Ἐκ δὲ τȣ́τȣ ἕξεσι τὴν κυκλικὴν περιφέρειαν καταγράψασθαι, ὡσαύτως δὲ ϗ τὰς λοιπὰς τῶν Καμπύλων. Ἐν ȣ̃ν τῷ κύκλῳ, ȣ̃σης τῆς a ποσότητος ἀτρέπτȣ, ϗ ὑποτεθείσης $=10$ (ὡς εἴτις προβάλοιτο κύκλον καταγράψασθαι, ȣ̃ ἡ διάμετρος $=10$ ποσὶ, φέρε) ϗ τῆς Σσ γραμμῆς τῶν Ἀποτετμημένων, ἐν ὁποιῳδήποτε ἀριθμῷ Ἀποτετμημένων ΣΠ (εὐχερείας δὲ χάριν εἰς ἰσάλληλα μέρη διατέμνεται, ὥςτε συνεχῶς τὰς Ἀποτετμημένας πρόοδον ἀριθμητικὴν συνιςᾶν) ϗ τȣ̃ χ ἀντικατασαθέντος συνεχῶς ἀντὶ τῶν διαφόρων ΣΠ, εἴτ' ȣ̃ν $=0$, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ἐξευρίσκεται διὰ τῆς ἐξισώσεως $yy=a\chi-\chi\chi$ τὰ τῶν συςοιχȣσῶν Τεταγμένων μέρη. Πρῶτον δὴ, ἐὰν ὑποτεθῇ $\chi=0$, εἴτ' ȣ̃ν, ἐὰν χ ἐπὶ τȣ̃ αὐτȣ̃ τῆς Ἀρχῆς τῶν Ἀποτετμημένων σημείȣ ᾖ, τὸ δεύτερον τῆς ἐξισώσεως μέλος εἰς ο φέρεται· ἄρα ϗ τὸ πρῶτον $yy=0$, εἴτ' ȣ̃ν τὸ πρῶτον τῆς Καμπύλης σημεῖον ἐπάναγκες τῇ τῆς διαμέτρȣ ἀρχῇ συμπίπτειν. Ἐὰν δὲ $\chi=1$, ἡ ἐξίσωσις γίνεται $yy=10-1=9$, ϗ δὴ $y=\sqrt{9}=3$. ἐὰν δὲ $\chi=2$, ἔςαι $yy=20-4=16$, καὶ $y=\sqrt{16}=4$· ἐὰν δὲ $\chi=3$, ἔςαι $yy=30-9=21$, ϗ $y=\sqrt{21}$ (ἄῤῥητος). Ὡσαύτως δὲ ἐὰν $\chi=9$, ἔςαι

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

$yy = 90 - 81 = 9$, ϗ $y = \sqrt{9} = 3$, ϗ τελευταῖον ἐὰν $\chi = 10$ ὑποτεθῇ, ἔϛαι $yy = 100 - 100 = 0$, ϗ $y = 0$, εἴτ' ȣ̃ν θατέρῳ τῆς τῶν Ἀποτετμημένων γραμμῆς πέρατι δεῖ συνέρχεσθαι τὴν κυκλικὴν Καμπύλην, ϗ ἐν αὐτῷ περατȣ̃σθαι. Ἐὰν ἄρα ἐκ τῶν σημείων Π πρὸς ὀρθὰς ἐγερθῶσιν εὐθεῖαι, ὅσα τὰ Π, ϗ γένωνται ἴσαι τοῖς 3, 4, $\sqrt{21}$, κτ, ἀποληφθήσονται τοσαῦτα σημεῖα Μ, δι' ὧν καταγραφεῖσα ἡ Καμπύλη κύκλος ἔσεται τοσȣ́τῳ ἀκριβέϛερος, ὅσῳ ἂν ἀλλήλαις ἐγγύτεραι ὦσιν αἱ τεταγμέναι, εἴτ' ȣ̃ν ὅσῳ πλείω τὰ μέρη, εἰς ἃ ἡ διάμετρος διατέτμηται.

Φαίνεται δὴ, ὅτι ȣ̎σης $\chi = 5$, ἔϛαι ϗ $y = 5$, εἴτ' ȣ̃ν αἱ δύω εὐθεῖαι ἀλλήλαις ἐξισωθήσονται, ὃ δὴ ϗ ἐκ τῆς Γεωμετρίας κατάδηλον.

Φαίνεται ἔτι τὰς Τεταγμένας ἐν ἀρχῇ μὲν αὔξεσθαι, ὥϛε τὴν μεγίϛην, ϗ μεσαιτάτην εἶναι $y = 5$, εἶτα δὲ, μειȣ̃σθαι ȣ̎τως, ὥϛε ἑκάϛην τῶν ὕπερθεν τῆς μεγίϛης Τεταγμένων ἐξισȣ̃σθαι ἑτέρᾳ τῶν ἔνερθεν ἐπίσης τῆς μεγίϛης ἀφιϛαμένῃ. Ἀλλαμὴν τὸ ἄθροισμα ἁπασῶν τῶν Τεταγμένων τὴν τȣ̃ ἡμικυκλίȣ ἐπιφάνειαν, ἧς αὗται εἰσι τὰ Στοιχεῖα· ἐὰν ἄρα τὸ ἡμικύκλιον διὰ τῆς μεγίϛης $y = 5$ διατμηθῇ, ϗ τὰ μέρη ἐπιτεθῇ τοῖς ἑτέροις, ἐφαρμόσει

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008

αὐτοῖς, ϗ ἐξισωθήσεται, ὃ ϗ ἐκ τῆς Γεωμετρίας γνωςὸν, ὅτι τὸ ἡμικύκλιον εἰς ἰσάλληλα δύω τεταρτημόρια διαιρεῖται. Ἔτι τοίνυν, ἐπεὶ ὡς δῆλον, τῇ ἐξισώσει $yy = \alpha\chi - \chi\chi$ Ἀξίαι (α) ἔνεισιν Ἀποφατικαὶ, ὅσαι δὴ ϗ Καταφατικαὶ οἷον -3, -4, $-\sqrt{21}$, κτ. Ταῦτ' ἄρα προαχθεισῶν (§. 3.) τῶν εὐθειῶν ΜΠ ἐπὶ θάτερα τῆς Σσ, ϗ ληφθεισῶν τοσέτων καὶ ἴσων ἑκάςης ἑκάςῃ πμ, ἀπογεννᾶται ὁ ὁλικὸς κύκλος ΣΜμ.

Πρὸς δὲ τέτοις ϗ τετὶ φαίνεται, ὡς ἁπάσας τὰς Τεταγμένας ἐλαττἕσθαι ἀνάγκη τῆς εὐθείας Σσ, ἐπεὶ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς χ, καὶ $\alpha - \chi$ ἐκ ἂν ςαθείη ἄλλως γε. Ἔςω γὰρ $\chi > \alpha$, ἔςαι ἄρα ϗ $\alpha\chi < \chi\chi$, εἶτ' ἒν τὸ δεύτερον τῆς ἐξισώσεως μέλος ἀποφήσει, ϗ αἱ ῥίζαι ἀνύπαρκτοι, ϗ ἀδύνατοι ἔσονται. Ἐκ πάντων δὴ τέτων σαφὲς, ὅτι τὸ ἡμικύκλιον πρὸς τῷ σ περατἕσθαι ἐπάναγκες, ὃ ϗ ἀνωτέρω πε εἴρηται.

§. 8.

Ἐκ τῶν ῥηθέντων ἐν (§. 6 ϗ 7.) δῆλον ἐγέ-

(α) ἈΞΙΑΝ ἐνταῦθα ἔδοξέ μοι καλέσαι, ὃ ἐν τῇ προεκδοθείσῃ Ἀλγεβραϊκῇ πραγματείᾳ κατὰ τὸ αψγζ ἐν Βενετίᾳ ΕΠΙΒΑΛΛΟΝ ὠνόμασαν· εἰσὶν οἵ ϗ Σημασίαν αὐτὸ τἕτο καλέσαι ἠξίωσαν.

Ε.Υ.Δ της Κ.τ.Π
ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2008