Ἐξώδευσα, π. χ. τὸν Σεπτέμβριον μῆνα γρ. 200· 14, τὸν Ὀκτώβριον γρ. 150. 32, τὸν Νοέμβριον γρ. 130. 12, τὸν δὲ Δεκέμβριον γρ. 180. 37. Πόσον ἔρχεται ὁ μῆνας ἕνας μὲ τὸν ἄλλον; σύναψε τοὺς δοθέντας ἀριθμοὺς, καὶ τὸ κεφάλαιον διαίρεσε μὲ τὸν 4 ἀριθμὸν τῶν μηνῶν· ἔρχεται λοιπὸν καθεὶς μῆνας γρόσια 165 παρ. 22 καὶ $\frac{3}{4}$ παρᾶ.

$$
\begin{array}{rr}
\text{γρ. } 200 & .\ 14 \\
150 & .\ 32 \\
130 & .\ 12 \\
180 & .\ 37 \\
\hline
4 \mid 662 & 15 \mid 165,\ 22\frac{3}{4} \\
26 & \\
22 & \\
\end{array}
$$

$$2 \times 40 = 80 + 15 = 95 . \frac{95}{4}$$

Περὶ Λόγου καὶ Ἀναλογίας καὶ τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν.

§. 74. Ὅταν συγκρίνῃς δύω ἀριθμοὺς διὰ νὰ μάθῃς πόσαις φοραῖς περιέχεται ὁ εἷς εἰς τὸν ἄλλον, τότε λέγεις, ὅτι ζητεῖς νὰ μάθῃς Τίνα λόγον ἔχει ὁ εἷς εἰς τὸν ἄλλον. Λόγος λοιπὸν ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν εἶναι τὸ πηλίκον, τὸ ὁποῖον ἐκβαίνει ἀπὸ τὴν διαίρεσιν τοῦ ἑνὸς διὰ τοῦ ἄλλου.

§. 75. Εἰς πάντα λόγον ἀπαιτοῦνται δύω ἀριθμοὶ, οἱ ὁ ὁποῖοι ὀνομάζονται ὅροι· εἷς ἐξ αὐτῶν γράφεται πρῶτος καὶ ὀνομάζεται ἡγούμενος ὅρος· μετ᾽ αὐτὸν γράφεται τὸ σημεῖον τῆς διαιρέσεως (:), καὶ πρὸς δεξιὰν αὐτοῦ γράφεται ὁ ἄλλος ὅρος, ὅς τις λέγεται ἑπόμενος· ὁ λόγος λοιπὸν, τὸν ὁποῖον ἔχει ὁ 2 πρὸς τὸν 6 γράφεται οὕτω· 2 : 6. ἐδῶ ὁ λόγος εἶναι 3, ἐπειδὴ ὁ 2 περιέχεται εἰς τὸν 6 τρίς· ὁ ἀριθμὸς οὗτος λέγεται καὶ πηλίκον τοῦ λόγου.

§. 76. Δύω λόγοι λέγονται ἰσάλληλοι, ὅταν τὰ πηλίκα των εἶναι ἴσα· π. χ. ὁ λόγος 2 : 6 εἶναι ἴσος μὲ τὸν λόγον 7 : 21· διότι τὸ πηλίκον τοῦ πρώτου εἶναι $\frac{6}{2} = 3$, καὶ τὸ πηλίκον τοῦ δευτέρου εἶναι $\frac{21}{7} = 3$.

§. 77. Ὁ λόγος μένει ἀμετάβλητος, ἐὰν δὲν μεταβληθῆ τὸ πηλίκον του· τὸ δὲ πηλίκον δὲν μεταβάλλεται, ἐὰν καθεὶς ἐκ τῶν ὅρων πολλαπλασιασθῆ ἢ διαιρεθῆ μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμόν· διότι 3 : 6 εἶναι ὁ αὐτὸς λόγος καὶ $3 \times 2 : 6 \times 2$, ἤγουν 6 : 12, ἐπειδὴ τὸ πηλίκον εἶναι καὶ εἰς τοὺς δύω 2· καὶ 5 : 15 εἶναι ὁ αὐτὸς μὲ τὸν $\frac{5}{5} : \frac{15}{5}$, ἤγουν μὲ 1 : 3, ἐπειδὴ πηλίκον εἶναι καὶ εἰς τοὺς δύω 3.

§. 78. Ὅταν εἰς τὸν λόγον ὁ ἡγούμενος ὅρος εἶναι μεγαλήτερος παρὰ τὸν ἑπόμενον, ὁ λόγος λέγεται μ ε ι ο ύ μ ε ν ο ς, π. χ. 6 : 2· ὅταν δὲ ὁ ἡγούμενος εἶναι μικρότερος, ὁ λόγος λέγεται α ὔ ξ ω ν, π. χ. 2 : 6.

§. 79. Δύω λόγοι ἴσοι κάμνουν *ἀ ν α λ ο γ ί α ν*. Εἰς τὴν ἀναλογίαν λοιπὸν εἶναι τέσσαρες ὅροι· μεταξὺ δὲ τῶν δύω λόγων γράφεται τὸ σύμβολον τῆς ἰσότητος $=$, ἢ τὸ σύμβολον (: :)· Ἀναγινώσκεται δὲ ἡ ἀναλογία οὕτως· ὁ 3 ἔχει πρὸς τὸν 6 λόγον, τὸν ὁποῖον ἔχει ὁ 7 πρὸς τὸν 21· ἤ, συντομώτερον, ὁ 3 πρὸς 6 ὡς ὁ 7 πρὸς 21.

§. 80. Ἡ ἀναλογία ὀνομάζεται ὀ ρ θ ὴ, ἐὰν οἱ δύω ἴσοι λόγοι της εἶναι ἢ καὶ οἱ δύω αὔξοντες, ἢ καὶ οἱ δύω μειούμενοι· π. χ. $2 : 4 = 7 : 14$, ἢ 6 : 2 : : 18 : 6. Ἀντίστροφος δὲ, ὅταν ὁ εἷς λόγος εἶναι αὔξων, καὶ ὁ ἄλλος μειούμενος, π. χ. $3 : 6 = 8 : 4$. λέγοντες ὅμως ἀναλογίαν ἐννοοῦμεν πάντοτε τὴν ὀρθήν.

§. 81. Ο᾽ πρῶτος καὶ ὁ τέταρτος ὅρος τῆς ἀναλογίας λέγονται ἄκρα· ὁ δὲ δεύτερος καὶ ὁ τρίτος, μέσα· εἰς τὴν ἀναλογίαν π. χ. 2 : 4 : : 7 : 14, ὁ 2 καὶ 14 εἶναι ἄκρα, ὁ δὲ 4 καὶ 7 μέσα.

§. 82. Εἰς πᾶσαν ἀναλογίαν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἄκρων εἶναι ἴσον μὲ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν μέσων· διότι εἰς τὴν ἀναλογίαν 2 : 4 :: 7 : 14, τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἄκρων εἶναι $2 \times 14 = 28$· γινόμενον δὲ ὑπὸ τῶν μέσων, $4 \times 7 = 28$.

§. 83. Ἡ ἀντίςροφος ἀναλογία (§. 80.) μεταβάλλεται εἰς ὀρθὴν, ἐὰν μόνον ἀντιςραφῇ εἷς ἀπὸ τοὺς λόγους της· π. χ. 3 : 12 :: 8 : 2 γίνεται ὀρθὴ, ἢ ἐὰν ἀντιςρέψῃς τὸν πρῶτον λόγον, 12 : 3 :: 8 : 2, ἢ ἂν ἀντιςρέψῃς τὸν δεύτερον, 3 : 12 :: 2 : 8· ἐπειδὴ εἰς πᾶσαν μίαν ἀπὸ τὰς δύω ἀντιςροφὰς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἄκρων εἶναι ἴσον μὲ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν μέσων.

§. 84. Ἡ ἀναλογία μένει ἀμετάβλητος, ἐὰν οἱ δύω μέσοι ὅροι μεταβάλλουν τὸν τόπον των, καὶ γείνῃ ὁ δεύτερος τρίτος, καὶ ὁ τρίτος δεύτερος· ἐὰν π. χ. εἶναι ἀναλογία 2 : 4 :: 8 : 16, εἶναι ἀναλογία καὶ 2 : 8 :: 4 : 16. Ὡσαύτως δύναται ὁ πρῶτος ὅρος νὰ γείνῃ τέταρτος, καὶ ὁ τέταρτος πρῶτος, χωρὶς νὰ μεταβληθῇ ἡ ἀναλογία· ἐὰν π. χ. εἶναι ἀναλογία 2 : 4 :: 8 : 16, εἶναι ἀναλογία καὶ 16 : 4 :: 8 : 2. διότι καὶ εἰς τὰς δύω περιπτώσεις τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἄκρων εἶναι ἴσον μὲ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν μέσων (§. 82).

§. 85. Πολλάκις εἰς ἀναλογίαν τινα εἶναι ἄγνωςος ἕνας ὅρος, καὶ μάλιςα ὁ τέταρτος, οἱ δὲ ἄλλοι τρεῖς εἶναι γνωςοί· ὁ τέταρτος λοιπὸν ὅρος εὑρίσκεται, ἐὰν τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν μέσων διαιρεθῇ διὰ τοῦ πρώτου· ὁ ἄγνωςος ὅρος σημαίνεται μὲ τὸ χ, π. χ. 2 : 6 :: 8 : χ ὁ τέταρτος ὅρος χ εἶναι ἴσος μὲ τὸ $6 \times 8 = 48$ διαιρεθὲν διὰ τοῦ 2, ἤγουν εἶναι ὁ 24.

§. 86. Καθὼς εὑρέθη ὁ τέταρτος ὅρος τῆς ἀναλογίας, οὕτως ἐμπορεῖ νὰ εὑρεθῇ καὶ ἄλλος τις, ἐὰν οἱ λοιποὶ τρεῖς εἶναι γνωςοί. Εἰ μὲν ὁ ἄγνωςος εἶναι εἷς ἀπὸ τὰ ἄκρα, τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν μέσων διαιρούμενον μὲ τὸ ἄλλο γνωςὸν ἄκρον μᾶς δίδει πηλίκον τὸ ἄγνωςον ἄκρον· ἐὰν π. χ. εἶναι χ : 24 :: 3 : 8. τὸ γινόμενον 24×3=72, διαιρεθὲν διὰ 8, μᾶς δίδει πρῶτον ὅρον τὸν 9. Εἰ δὲ ὁ ἄγνωςος ὅρος εἶναι εἷς ἀπὸ τοὺς μέσους, τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἄκρων διαιρούμενον διὰ τοῦ ἄλλου μέσου τοῦ γνωςοῦ μᾶς δίδει τὸν ζητούμενον· π. χ. 3 : χ :: 4 : 12. 3 × 12=36. $\frac{36}{4}$=9. 9 λοιπὸν εἶναι ὁ δεύτερος ὅρος.

§. 87. Μέθοδος τῶν τριῶν ὀνομάζεται ἡ πρᾶξις, μὲ τὴν ὁποίαν ἀπὸ τρεῖς γνωςοὺς ὅρους τῆς ἀναλογίας εὑρίσκομεν τὸν ἄγνωςον τέταρτον. Καθὼς δὲ ἡ ἀναλογία εἶναι ἢ ὀρθὴ ἢ ἀντίςροφος (§. 80)· οὕτω εἶναι ὀρθὴ ἢ ἀντίςροφος καὶ ἡ εἰς αὐτὴν γινομένη μέθοδος τῶν τριῶν.

§. 88. Εἰς τὴν μέθοδον τῶν τριῶν πρέπει νὰ παρατηρήσωμεν τὰ ἑξῆς.

Οἱ τέσσαρες ὅροι πρέπει νὰ ἔχουν δύω ὀνόματα· ἓν ὄνομα οἱ δύω, καὶ ἓν ἄλλο οἱ ἄλλοι δύω· π. χ. 2 ὀκ. καφφέ : 8 ὀκ. καφφὲ :: 8 γρ. : χ. ἐδῶ ἓν ὄνομα εἶναι ὀκᾶ καφφὲ, καὶ ἄλλο γρόσια.

Διὰ νὰ ἐξεύρωμεν, ἂν ἡ μέθοδος εἶναι ὀρθὴ ἢ ἀντίςροφος, πρέπει νὰ ἐξετάζωμεν τὸ πρᾶγμα οὕτως· εἰ μὲν ἐμποροῦμεν νὰ εἴπωμεν, ὅσον πλειότερα — τόσον πλειότερα· ἢ ὅσον ὀλιγώτερα, τόσον ὀλιγώτερα· ἡ μέθοδος εἶναι ὀρθή· εἰ δὲ λέγομεν, ὅσον πλειότερα, τόσον ὀλιγώτερα, ἢ ὅσον ὀλιγώτερα, τόσον πλειότερα, ἡ μέθοδος εἶναι ἀντίςροφος. Διὰ νὰ καταλάβωμεν σαφέςερα τὸ λεγόμενον, πρέπει νὰ τὸ ἐξηγήσωμεν μὲ τὰ ἑφεξῆς.

§. 89. Ὀρθὴ ἀναλογία ἐμφιλοχωρεῖ.

α' Μεταξὺ τοῦ πλήθους τῶν ὠνίων καὶ τῆς τιμῆς των· διότι διπλάσιον ὤνιον ἀξίζει διπλῆν τιμήν· καὶ τριπλάσιον τριπλῆν κτλ. καὶ τὸ ἥμισυ, ἡμισεῖαν· καὶ τὸ τριτημόριον, τριτημόριον τιμῆς· ἐμποροῦμεν λοιπὸν ἐδῶ νὰ εἴπωμεν· ὅσον πλειότερα τὰ ὤνια, τόσον πλειοτέρα ἡ τιμή των· ἢ ὅσον ὀλιγώτερα, τόσον ὀλιγωτέρα.

β' Ὁ κόπος μὲ τὴν πληρωμὴν εἶναι εἰς ὀρθὴν ἀναλογίαν· διότι ὅσον πλειότερος εἶναι ὁ κόπος, τόσον πλειοτέρα καὶ ἡ πληρωμή· καὶ ὅσον ὀλιγώτερος, τόσον ὀλιγωτέρα κτλ.

γ' Τὸ καταβαλλόμενον κεφάλαιον εἶναι μὲ τὸ κέρδος εἰς ὀρθὴν ἀναλογίαν· διότι ὅσον μεγαλήτερον εἶναι τὸ κεφαλαιον, τόσον μεγαλήτερον εἶναι καὶ τὸ κέρδος κτλ. Παρεκτὸς τούτων εἶναι καὶ ἄλλαι περιστάσεις, ὅπου ἐμφιλοχωρεῖ ὀρθὴ μέθοδος τῶν τριῶν.

§. 90. Μεταξὺ τοῦ πλήθους τῶν ἐργατῶν καὶ τοῦ καιροῦ εὑρίσκεται ἀντίστροφος ἀναλογία· ὅσον πλειοτέρους ἐργάτας ἔχω νὰ μοῦ σκάψουν τὸν κῆπον, τόσον ὀλιγώτερον καιρὸν θέλουν ἐξοδεύσειν· καὶ ὅσον ὀλιγωτέρους, τόσον πλειότερος καιρὸς χρειάζεται. Παρεκτὸς τούτου, εὑρίσκονται καὶ ἄλλαι περιστάσεις, ὁπότε ἐμβαίνει εἰς χρῆσιν ἡ ἀντίστροφος μέθοδος.

§. 91. Ὅταν λοιπὸν εἰς πρᾶξιν ἀριθμητικὴν ἀναφαίνεται ἀναλογία μὲ τρεῖς γνωστοὺς ὅρους, ὁ τέταρτος ἐμπορεῖ νὰ εὑρεθῇ διὰ τῆς τῶν τριῶν μεθόδου. Πρέπει δὲ νὰ φυλάξῃς εἰς ταύτην τὴν μέθοδον τὰ ἐφεξῆς.

α' Βάλε τοὺς ἀριθμοὺς κατὰ τάξιν· εἰς τὸν κοινὸν βίον συνηθίζουν νὰ βάλλουν τρίτον ὅρον ἐκεῖνον, ὅπου γίνεται τὸ ζήτημα· πρῶτον τὸν ὁμώνυμόν του· δεύτερον, τὸν ὁμώνυμον μὲ τὸν ζητούμενον τέταρτον· ἀλλ' ἐπειδὴ, ἂν μετατεθοῦν οἱ μέσοι ὅροι, ἡ ἀναλογία δὲν χάνεται (§. 84)· διὰ τοῦτο τακτικώτερα, βάλε πρῶτον τοὺς δύω ὁμωνύμους, καὶ ἔπειτα τοὺς δύω ἄλλους (§. 88).

β' Ἐξέτασε, ἂν ἡ μέθοδος εἶναι ὀρθὴ ἢ ἀντίστροφος (§. 88)· ἂν εἶναι ἀντίστροφος, κάμε την ὀρθὴν (§. 83).

γ′ Πολλαπλασίασε τοὺς δύω μέσους, καὶ τὸ γινόμενον διαίρεσε διὰ τοῦ πρώτου (§. 85). Τὰ ἐφεξῆς παραδείγματα θέλουν σαφηνίσειν τοὺς κανόνας.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α Α′. Ἐὰν 3 αὐγὰ τιμῶνται 8 παράδες, πόσους παράδες ἀξίζουν 60 αὐγά; $3 : 60 :: 8 : \chi$. $60 \times 8 = 480$. $\frac{480}{3} = 160$ παράδες.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α Β′. Ἐὰν πέντε ἐργάται σκάπτουσι τὸ χωράφιον 4 ἡμέρας, πόσας ἡμέρας θέλουν τὸ σκάψειν ἐργάται 10; 5 ἐρ. : 4 ἡμ. :: 10 ἐργ. : χ. ἡ ἀναλογία εἶναι ἀντίστροφος (§. 90)· μετάβαλε λοιπὸν τοὺς ὅρους· $10 : 4 :: 5 : \chi$. $4 \times 5 = 20$· $20 : 10 = 2$.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α Γ′. Ἐὰν ἡμισεῖα δωδεκὰς μανδηλίων τιμᾶται 10 γρόσια, πόσον ἀξίζουν τρεῖς δωδεκάδες; ἡμισεῖα δωδεκὰς εἶναι 6 μανδήλια· καὶ 3 δωδεκάδες εἶναι 36· κάμε λοιπὸν τὴν ἐφεξῆς μέθοδον τῶν τριῶν· $6 : 36 :: 10 : \chi$.. $36 \times 10 = 360$· $360 : 6 = 60$ γρόσια.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α Δ′. Ἕνας λαμβάνει μηνιαῖον γρόσια 35, πόσα λοιπὸν θέλει λάβειν εἰς δύω χρόνους καὶ 4 μῆνας; ἐπειδὴ ὁ μὴν ἔχει δώδεκα μῆνας· λοιπὸν δύω χρόνοι καὶ 4 μῆνες κάμνουν μῆνας 28· κάμε τὴν ἐφεξῆς μέθοδον τῶν τριῶν· 1 μὴν : 35 γρ. :: 28 μῆνες : χ. καὶ θέλεις εὑρεῖν γρόσια 480.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α Ε′. Ἐὰν 100 ὀκάδες σάκχαρον τιμῶνται γρόσια 490, πόσον ἀξίζουν $4\frac{1}{2}$ ὀκάδες; $100 : 490 :: 4\frac{1}{2} : \chi$. $490 \times 4\frac{1}{2} = \frac{400}{1} \times \frac{9}{2} = \frac{4410}{2}$. $\frac{4410}{2} : 100 = \frac{4410}{200} = 22$ γρόσια.

§. 92. Ἐκ τούτων ἁπάντων γίνεται φανερὸν, ὅτι ἡ μέθοδος τῶν τριῶν ἀπαιτεῖ οὐσιωδῶς τὸν πολλαπλασιασμὸν καὶ τὴν διαίρεσιν. Ἡ δὲ δοκιμὴ τῆς μεθόδου ταύτης εἶναι, νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸν εὑρεθέντα τέταρτον ὅρον μὲ τὸν πρῶτον, καὶ τὸν δεύτερον μὲ τὸν τρίτον, καὶ ἂν τὰ δύω γινόμενα εἶναι ἴσα, ἡ πρᾶξίς μας εἶναι ἄσφαλτος (§. 82).

Περὶ Βαθμῶν καὶ Ῥιζῶν.

§. 93. Πρὶν τελειώσωμεν τὴν ἐπιτομὴν ταύτην, πρέπει νὰ εἴπωμεν ὀλίγα περὶ βαθμῶν καὶ ῥιζῶν καὶ ἄλλων τινῶν συμβόλων, ὡς χρησιμεύοντα εἰς τὴν Γεωμετρίαν.

§. 94. Πᾶς ἀριθμὸς πολλαπλασιαζόμενος μὲ τὸν ἑαυτόν του γίνεται βαθμὸς δεύτερος· αὐτὸς δὲ ὁ ἀριθμὸς εἶναι ῥίζα τοῦ δευτέρου βαθμοῦ, καὶ βαθμὸς πρῶτος· π. χ. 3 πολλαπλασιαζόμενος μὲ 3 γίνεται 9· ὁ 9 λέγεται βαθμὸς δεύτερος· ὁ δὲ 3 λέγεται βαθμὸς πρῶτος καὶ ῥίζα τοῦ 9· ἐὰν πάλιν ὁ 9 πολλαπλασιασθῇ μὲ τὴν ῥίζαν του, γίνεται βαθμὸς τρίτος· π. χ. $9 \times 3 = 27$· ὁ 27 λέγεται τρίτος βαθμὸς τοῦ 3.

§. 95. Ὁ δεύτερος βαθμὸς λέγεται καὶ τετράγωνος ἀριθμός, ἢ τετράγωνον ἁπλῶς· ὁ δὲ πρῶτος βαθμὸς ἀναφερόμενος πρὸς τὸν δεύτερον λέγεται ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα του· ὁ τρίτος βαθμὸς ὀνομάζεται καὶ κύβος· καὶ ὁ πρῶτος ἀναφερόμενος πρὸς αὐτὸν, λέγεται ἡ κυβικὴ ῥίζα του.

§. 96. Ὅταν παριστάνωμεν τὴν ῥίζαν βαθμοῦ τινος, μεταχειριζόμεθα τὸ σύμβολον $\sqrt{\ }$, τὸ ὁποῖον λέγεται ῥιζικόν· ὑποκάτω εἰς αὐτὸ γράφομεν τὸν βαθμὸν, καὶ ἐπάνω του γράφομεν 2, ἂν εἶναι ἡ ῥίζα τετραγωνική· 3 δὲ, ἂν εἶναι κυβική· π. χ. $\sqrt[3]{9}$ φανερόνει τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν τοῦ 9· $\sqrt[3]{27}$ φανερόνει τὴν κυβικὴν ῥίζαν τοῦ 27· καὶ εἰς τοὺς δύω σχηματισμοὺς ἐννοεῖται ὁ 3 (§. 94).

§. 97. Ὅταν θέλωμεν νὰ παραστήσωμεν βαθμὸν ἀριθμοῦ τινὸς, γράφομεν ἐπάνω του 2, ἂν ὁ βαθμὸς εἶναι δεύτερος, ἢ τετράγωνον· 3, ἂν εἶναι τρίτος ἢ κύβος· π. χ. $\overline{25}^2$ φανερόνει τὸ τεττάγωνον, τοῦ ὁποίου τετραγωνικὴ ῥίζα εἶναι ὁ 25· $\overline{25}^3$, τὸν κύβον, τοῦ ὁποίου ῥίζα κυβικὴ εἶναι ὁ 25· ὁ γραφόμενος ἐπάνω ἀριθμὸς ὀνομάζεται βαθμοδείκτης.

§. 98. Τὸ σύμβολον $>$, ἢ τὸ $<$ σημαίνει, ὅτι ὁ ἀριθμὸς, ὅςτις εἶναι εἰς τὸ ἀνοικτὸν μέρος εἶναι μεγαλήτερος ἀπὸ τὸν ἀριθμον, ὅςτις εἶναι εἰς τὸ γωνιῶδες μέρος· π. χ. $5>3$, θέλει νὰ εἴπῃ ὁ 5 εἶναι μεγαλήτερος ἀπὸ τὸν 3. $3<9$ θέλει νὰ εἴπῃ, ὅτι ὁ 3 εἶναι μικρότερος ἀπὸ τὸν 9.

Περὶ τοῦ Συμβολικοῦ Λογισμοῦ.

§. 99. Ὅταν ὀνομασθῇ ὁ ἀριθμὸς, π. χ. 5 γρόσια, δὲν ἐμπορεῖ νὰ σημάνῃ ἄλλα τινα πράγματα, εἰς μὴ μόνον τὰ γρόσια· ὅταν δὲ μείνῃ ἀκατονόμαςος, π. χ. 5, ἐμπορεῖ νὰ σημάνῃ ἢ 5 γρόσια, ἢ 5 φλωρία, ἢ 5 ἀνθρώπους κτλ. πάντοτε ὅμως σημαίνει 5, καὶ ὄχι πλειότερα ἢ ὀλιγώτερα.

§. 100. Ἐμπορεῖ ὅμως νὰ εὑρεθῇ καὶ χαρακτὴρ, ὁ ὁποῖος νὰ μὴ σημαίνῃ διωρισμένην τινὰ ποσότητα, ἀλλ' ἀπροσδιόριστον· π. χ. νὰ μὴ σημαίνῃ μόνον τὸν 5, ἀλλ' ἀπροσδιορίςως, ἢ αὐτὸν, ἢ τὸν 6, ἢ τὸν 7 κτλ. Ὡς τοιοῦτοι χαρακτῆρες παρελήφθησαν ἀπὸ τοὺς Μαθηματικοὺς τὰ γράμματα τοῦ Ἀλφαβήτου· α, π. χ. εἶναι ἀριθμὸς ἀπροσδιόριςος, ὡσαύτως καὶ β καὶ γ κτλ.

§. 101. Εἰς τοὺς χαρακτῆρας τούτους γίνονται ὅλαι αἱ πράξεις τῆς Ἀριθμητικῆς· καὶ ἡ ἐπιςήμη, ἥτις τὰς διδάσκει, ὀνομάζεται Συμβολικὸς λογισμός. Ἐδῶ λέγομεν ὀλίγα μόνον τινα περὶ αὐτῶν.

§. 102. Διὰ νὰ συνάψῃς δύω ἢ πλειοτέρους τοιούτους χαρακτῆρας, γράψε τὸν ἕνα μετὰ τὸν ἄλλον, καὶ μεταξὺ των τὸ σύμβολον $+$ τῆς συνάψεως (§. 59.)· διὰ νὰ συνάψῃς π. χ. τοὺς α, β, γ χαρακτῆρας, γράψε $\alpha+\beta+\gamma$, καὶ ἐτελείωσας τὴν σύναψιν.

§. 103. Διὰ νὰ ἀφαιρέσῃς τὸν β χαρακτῆρα ἀπὸ τὸν α, γράψε πρῶτον τὸν α, ἔπειτα τὸ τῆς ἀφαιρέσεως σύμβολον $-$, καὶ τελευταῖον τὸν β, οὕτως· $\alpha-\beta$.

§. 104. Διὰ νὰ πολλαπλασιάσῃς τὸ α μὲ τὸ β, γράψε μεταξύ των τὸ $\times$ σύμβολον τοῦ πολλαπλασιασμοῦ· οὕτως $\alpha\times\beta$· ἢ χωρὶς τὸ σύμβολον γράψε τὸ ἓν κατόπιν τοῦ ἄλλου οὕτως $\alpha\beta$· ἐὰν προκειται νὰ πολλαπλασιάσῃς τὸ $\alpha+\beta$ μὲ τὸ γ, πολλαπλασίασε καθὲν γράμμα μὲ τὸ γ, οὕτως $\alpha\gamma+\beta\gamma$· ἢ παρέθεσε τὸν πολλαπλασιαςέον καὶ μετ' αὐτὸν γράψε τὸν πολλαπλασιαςὴν, ἢ μὲ τὸ σύμβολον $\times$, ἢ καὶ χωρὶς αὐτό· οὕτως $(\alpha+\beta)\times\gamma$, ἢ $(\alpha+\beta)\gamma$· ὅ,τι σημαίνει τὸ πρῶτον, τὸ αὐτὸ σημαίνει καὶ τὸ δεύτερον.

§. 105. Εἰς τὴν διαίρεσιν μεταχειρίσθητι ἢ τοῦ λόγου τὸ σύμβολον, π. χ. $\alpha:\beta$, ἢ παράςησε τὴν διαίρεσιν εἰς εἶδος κλάσματος, π. χ. $\frac{\alpha}{\beta}$.

§. 106. α^2, β^2, σημαίνουν, ὅτι τὸ α ἐτετραγωνίσθη, ὡσαύτως καὶ τὸ β. $\sqrt[2]{\alpha^2}$, $\sqrt[2]{\beta^2}$ σημαίνουν νὰ ἐκβάλωμεν τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν ἀπὸ τὸ α^2, ἢ ἀπὸ τὸ β^2 (§. 95, 96).

§. 107. Ὅταν τέσσαρα γράμματα α, β, γ, δ, εἶναι εἰς ἀναλογίαν, τὰ παριςάνομεν οὕτως· $\alpha:\beta::\gamma:\delta$ (§. 79)· ὅθεν ἕπεται, ὅτι $\alpha\delta=\beta\gamma$ (§. 82)· καὶ $\alpha=\frac{\beta\gamma}{\delta}$, καὶ $\delta=\frac{\beta\gamma}{\alpha}$, καὶ $\beta=\frac{\alpha\delta}{\gamma}$, καὶ $\gamma=\frac{\alpha\delta}{\beta}$ (§. 85. 86).

Αἱ ὀλίγαι αὗται γνώσεις τοῦ Συμβολικοῦ λογισμοῦ θέλουν μᾶς χρησιμεύσειν εἰς τὴν Γεωμετρίαν.