ΣΕΙΡΑΣ

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ

ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΡΑΓΜΑΤΕΙΩΝ

ΕΚ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΣΥΓΓΡΑΦΕΩΝ ΣΥΛΛΕΧΘΕΙΣΩΝ

ΥΠΟ Κ. Μ. ΚΟΥΜΑ

ΛΑΡΙΣΣΑΙΟΥ

ΤΟΜΟΣ ΕΒΔΟΜΟΣ

Περιέχων Σύνοψιν τῆς Σφαιρικῆς Τριγωνομετρίας, ϗ τὰ Στοιχεῖα τῆς Ἀστρονομίας.

ΕΝ ΒΙΕΝΝΗ ΤΗΣ ΑΥΣΤΡΙΑΣ

ΕΚ ΤΗΣ ΤΥΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΒΕΝΔΩΤΟΥ.

ΑΩΖ.

Σ Ε Ι Ρ Α
ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗΣ
ΤΩΝ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΕΙΩΝ.

Σ Υ Ν Ο Ψ Ι Σ

Τῆς Σφαιρικῆς Τριγωνομετρίας.

1. Τοῖς τὰ Ἀστρονομικὰ μετελευσομένοις ἀνάγκη πᾶσα τῆς Σφαιρικῆς Τριγωνομετρίας τὰ κυριώτατα προειληφότας εἰδέναι· τούτων γὰρ ἄνευ ἀτελεσφόρητος ἡ περὶ ἐκεῖνα καταβαλλομένη σπουδὴ οὐδέν τι ἧττον, ἢ ἡ περὶ τὰ Γεωμετρικὰ, ἀμοιροῦσα τῶν τῆς Ἐπιπέδου (Γεωμ. 480 κτ. Τόμ. Γ΄.)· ἔστι τοίνυν ἡ, περὶ ἧς ἐνταῦθα ὁ λόγος, Τριγωνομετρία, ἐπιστήμη ἐπιλύουσα, εἴτ᾽ οὖν ὑπολογιζομένη, τρίγωνα, ὧν αἱ πλευραὶ οὐκ εὐθεῖαι γραμμαὶ, ἀλλὰ σφαίρας εἶεν τόξα· πρὶν οὖν τῆς τῶν Ἀστρονομικῶν θεωρίας ἐφάψασθαι, τὰς γενικωτέρας καὶ βασιμωτέρας ταύτης ἀρχὰς, ὡς οἷόν τε, ἐν ἐπιτομῇ ἐκθησόμεθα.

2. ΟΡΙΣΜΟΣ. Σφαίρας κύκλος καλεῖται,

ἡ ὅλη ἡ περιφέρεια ἐπὶ τῆς σφαιρικῆς ἐςὶν ἐπιφανείας· ἀεὶ ἄρα τομὴ ἐπὶ τῆς σφαίρας (Γεωμ. 431. Τόμ. Β΄.).

3. Κἂν μὲν τὸ τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας διήκῃ, ἡ τομὴ καλεῖται μέγιςος κύκλος τῆς σφαίρας· ἐὰν δὲ μή, ἐλάσσων.

4. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ὁ μέγιςος κύκλος τῆς σφαίρας ςοιχεῖόν ἐςιν αὐτῆς, τὴν περιφέρειαν ἔχον ἐπὶ τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας, καὶ διὰ τοῦ κέντρου διῆκον· τέμνει ἄρα τὴν σφαῖραν εἰς δύω τμήματα ἰσάλληλα· ἐπεὶ δ' ἐν τῇ σφαιρικῇ ἐπιφανείᾳ σημεῖά εἰσιν ἄπειρα, δι' ὧν ἑκάςου ἐπίπεδον τέμνον διελθόν, καὶ κατ' εὐθεῖαν ἐνεχθέν, διαβῆναι δύναται διὰ τοῦ κέντρου· ἐντεῦθεν ἄρα σφαίρας ἄπειροι μέγιςοι κύκλοι ὑπάρχουσιν· τούτων δὲ τέσσαρες μόνοι ἐν τῇ τὸ Πᾶν παριςώσῃ σφαίρᾳ ἱκανοῦσι πρὸς ἔκθεσιν τῶν ἐν ταῖς τῶν ἀςέρων κινήσεσιν, ὡς ὀψόμεθα, φαινομένων.

5. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Δυνατὸν ἀπείρους κύκλους ἐλάσσονας ἐννοῆσαι διακριδὸν ἐν ἁπάσῃ σφαίρᾳ· ἐπινοηθήτω γὰρ σφαῖρα διῃρημένη εἰς δύω ἡμισφαίρια διὰ κύκλου μεγίςου· δῆλον οὖν, ὅτι τούτου ἑκατέρωθεν ἄπειροι κύκλοι παράλληλοι αὐτῷ τε καὶ ἀλλήλοις ταχθῆναι δύνανται, οἵτινες, ὡς μὴ διὰ τοῦ κέντρου διήκοντες, ἐλάσσονες ὑπάρχουσι (3).

6. Ὀψόμεθα μέντοι, ὡς ἐν τῇ τοῦ Κόσμου ἐκφαντορικῇ σφαίρᾳ τέσσαρες ἐλάσσονες εἰς χρῆσιν ἥκουσι τοῖς Ἀςρονομοῦσι.

7. ΟΡΙΣΜΟΣ. Διάμετρος τῆς σφαίρας, κάθετος ἐφιςαμένη τῷ ἐπιπέδῳ ἑνὸς τῶν μεγίςων κύκλων, ἄξων ἀκούει τοῦ κύκλου· τὰ δὲ πέρατα τοῦ ἄξονος, πόλοι τοῦ κύκλου· σφαιρικὸν δὲ τρίγωνον τὸ ΖΔυ

(σχ. 1) ἐςὶν, ἐ αἱ μὲν δύω πλευραὶ τόξα εἰσὶ μεγίςων κύκλων, ἀλλήλοις καθ' ἓν σημεῖον τὸ Δ διατεμνόμενα, ἡ δὲ τρίτη ἤτοι μεγίςε, ἢ ἐλάσσονος.

8. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Μέτρον τῆς σφαιρικῆς γωνίας ἐςὶ τόξον τὸ ΗΙ μεγίςε κύκλε τῷ ΕΙΗ, πόλον ἔχοντος τὴν κορυφὴν τῆς γωνίας Δ, ἤ, ὃ ταὐτὸν, ἀπέχοντος ἀπὸ τῆς κατὰ τὴν γωνίαν κορυφῆς Δ μοίρας 90· δῆλον γάρ, ὅτι ὁ τῦ τόξυ ΙΗ πρὸς τὴν περιφέρειαν τῦ μεγάλυ κύκλυ, ᾧ προσαγήκει, λόγος τῷ τῆς γωνίας ΖΔη διανοίγματι συμμεταβάλλεται.

9. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἐπεὶ αἱ περιφέρειαι δυοῖν μεγίςων κύκλων σφαίρας ἀεί εἰσιν ἐν τῇ τῆς σφαίρας ἐπιφανείᾳ· ἀνάγκη ἄρα, α΄. δύω μεγίςυς κύκλυς ἀεὶ κατὰ διάμετρον τέμνεσθαι: β΄. κύκλοι διήκοντα διὰ τῦ πόλυ θατέρυ ὀρθὸν ἐκείνῳ ἐφίςασθαι, ἐ ἀνάπαλιν.

10. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Καίτοι τὸ εὐθύγραμμον τρίγωνον μίαν ἔχειν μόνην ὀρθὴν γωνίαν δύναται (Γεωμ. §10. Τόμ. Β΄.): τὸ μέντοι σφαιρικὸν τρίγωνον δύω δύναται ἔχειν, ἢ ἐ τρεῖς γωνίας ὀρθάς· τὸ γὰρ ΗΕΖ δύω γωνιῶν ὀρθῶν εὐμοιρεῖ τῶν Η, Ζ, εἰ ἐκληφθεῖεν, ὅπερ ἀεί ἐςι δυνατὸν, τὰ ἐπίπεδα τῶν κύκλων ΕΖ, ΕΗ πρὸς ὀρθὰς ἐφεςῶτα τῷ τῦ ΗΔ κύκλυ ἐπιπέδῳ· ἐὰν μέντοι ὑποτεθῇ ἐ τὸ τόξον ΗΖ τὸ τὴν Ε γωνίαν μετρῦν $=90°$, ἐ ἡ Ε ἔςαι ὀρθή· τὸ δὲ τρίγωνον ΗΕΖ ἕξει γωνίας ὀρθὰς τρεῖς.

11. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ἐν παντὶ σφαιρικῷ τριγώνῳ ΖΔν ὀρθογωνίῳ κατὰ τὸ Ζ τὰ ἡμίτονα τῶν γωνιῶν ἀνάλογον ἔχυσι τοῖς τῶν τόξων τῶν τὰς γωνίας ταύτας ὑποτεινόντων, τῦτ' ἔςι τῶν ὑπὸ τὰς γωνίας ὑποτεινυσῶν πλευρῶν.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἔϛω μέγιϛος κύκλος ὁ ΕΗ, ȣ̃ πόλος ἡ κορυφὴ Δ τῆς ὑπὸ νΔΖ γωνίας, ϗ ἑπομένως ὀρθὸς κατὰ τὸ Η τῷ τȣ̃ ΔΗΘ κύκλȣ ἐπιπέδῳ (9)· τὸ τοίνυν ΙΗ τόξον αὐτȣ̃ μετρεῖ τὴν ὑπὸ νΔΖ γωνίαν· ϗ ἡ ντ, κάθετος τῇ ΓΖ ἀκτῖνι, ἔϛιν ἡμίτονον τȣ̃ τόξȣ νΖ, ὅ ἐϛι πλευρὰ ὑποτείνȣσα τὴν Δ γωνίαν· ἡμίτονον δὲ τῆς ΔΖν ὀρθῆς γωνίας ἔϛιν ἡ ἀκτὶς ΓΙ, εἴγε μετρεῖται κυκλικῷ τεταρτημορίῳ, ȣ̃ ἡμίτονον ἡ ἀκτὶς ΓΙ· τελευταῖον δὲ ἡ νΚ, κάθετος τῇ ἀκτῖνι ΓΔ, ἔϛιν ἡμίτονον τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν Ζ ὑποτεινȣ́σης Δν· φημὶ δὴ, ὡς ἐν τῷ τριγώνῳ ΖΔν, τὸ ΙΟ ἡμίτονον τῆς Δ γωνίας πρὸς τὸ ντ ἡμίτονον τῆς ὑποτεινȣ́σης αὐτὴν πλευρᾶς λόγον ἔχει, ὃν τὸ ΓΙ ἡμίτονον τῆς Ζ γωνίας πρὸς τὸ νΚ ἡμίτονον τῆς αὐτὴν ὑποτεινȣ́σης πλευρᾶς.

Τȣ̃ γὰρ ἐπιπέδȣ ΕΓΗ πρὸς ὀρθὰς ἐφεϛῶτος τῷ ΔΓΗ ἐπιπέδῳ, ὡσαύτως δὲ ϗ τȣ̃ ΕΓΖ, ἡ ΙΟ, κάθετος τῇ ΓΗ εὐθείᾳ, τῇ κοινῇ τῷ τε ἐπιπέδῳ ΕΓΗ, καὶ τῷ ΓΔΗ, πρὸς ὀρθὰς ἐϛήξει τῷ ΓΔΗ ἐπιπέδῳ· ἡ δὲ ντ, κάθετος τῇ ΓΖ εὐθείᾳ, τῇ κοινῇ τοῖς ἐπιπέδοις ΕΓΖ, ΓΔΗ, πρὸς ὀρθὰς ἐϛήξει τῷ ἐπιπέδῳ ΓΔΗ (Γεωμ. 406. Τόμ. Β'.)· ἄρα (Γεωμ. 417. Τόμ. Β'.) αἱ εὐθεῖαι ΙΟ, ντ εἰσὶ παράλληλοι· ὡσαύτως, ἐπεὶ ἡ ΕΗ κάθετός ἐϛι τῷ ἐπιπέδῳ ΔΗΙΘ, ϗ ἑπομένως τῇ διαμέτρῳ ΔΘ, ἡ ἐν τῷ ΕΓΗ ἐπιπέδῳ εὐθεῖα κάθετός ἐϛι τῇ ΔΘ· ἄρα (ἐπεὶ ϗ νΚ ἐϛι κάθετος τῇ ΔΘ) ΓΙ, νΚ εἰσὶ παράλληλοι· τὰ ἄρα ἐπίπεδα ΓΙΟ, Κντ, ἔχοντα δύω πλευρὰς ἀντιϛοίχȣς ΓΙ, νΚ, ΙΟ, ντ παραλλήλȣς, εἰσὶ ϗ ταῦτα παράλληλα· ὡσαύτως ϗ ἡ πλευρὰ Κτ παράλληλός ἐϛι τῇ πλευρᾷ ΓΟ· ἄρα (Γεωμ. 220. Τόμ. Β΄. τὰ τρίγωνα ΓΙΟ, Κντ εἰσὶν ὅμοια· ἄρα Ι : ντ :: ΓΙ : νΚ. Ο. Ε. Δ.

12. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐκφέρειν δ᾽ εἰώθασι, γωνίας μὲν τὸ ἡμίτονον διὰ τῶν ταύτης ἐκφαντορικῶν γραμμάτων, πλευρᾶς δὲ διὰ τῶν τῆς πλευρᾶς· οἷον ἐν τῷ τριγώνῳ ΔΖν ἀντὶ τοῦ εἰπεῖν, τὸ ἡμίτονον τῆς Δ γωνίας πρὸς τὸ ἡμίτονον τῆς ταύτην ὑποτεινούσης πλευρᾶς νΖ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ἡμίτονον τῆς Ζ γωνίας πρὸς τὸ τῆς ταύτην ὑποτεινούσης Δν, γράφουσι Δ : νΖ :: Ζ : Δν.

13. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐν παντὶ σφαιρικῷ τριγώνῳ ΑΒΔ (σχ. 2) τὰ τῶν γωνιῶν ἡμίτονα ἀνάλογον ἔχουσι τοῖς τῶν ταύτας ὑποτεινουσῶν πλευρῶν, εἴτ᾽ οὖν Α : ΒΔ :: Β : ΑΔ (12)· ἀχθέντος γὰρ τοῦ τόξου ΔΓ πρὸς ὀρθὰς τῇ πλευρᾷ ΑΒ κατὰ τὸ Γ, ἐν μὲν τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ΑΓΔ πορίζεται (11), Α : ΓΔ :: Γ : ΑΔ· ἄρα Α × ΑΔ = Γ × ΓΔ· ἐν δὲ τῷ ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ΒΓΔ, Β : ΓΔ :: Γ : ΒΔ· ὅθεν Β × ΒΔ = Γ × ΓΔ· ἄρα Α × ΑΔ = Β × ΒΔ· ἄρα Α : ΒΔ :: Β : ΑΔ.

14. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Ἐν παντὶ σφαιρικῷ τριγώνῳ ΖΤΡ (σχ. 2), μίαν ὀρθὴν γωνίαν ἔχοντι τὴν Ζ, τὸ ἡμίτονον τῆς ὀρθῆς γωνίας πρὸς τὸ συνημίτονον πλευρᾶς, τὴν γωνίαν περιεχούσης, τῆς ΖΤ λόγον ἔχει, ὃν τὸ συνημίτονον τῆς ἑτέρας περιεχούσης πλευρᾶς ΖΡ πρὸς τὸ συνημίτονον τῆς τὴν ὀρθὴν ὑποτεινούσης ΤΡ.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἔστω σφαιρικὸν τεταρτημόριον τὸ ΙΝΖΑΘ· ἡμίτονον οὖν τῆς Ζ ἐστὶν ἡ ΖΘ ἀκτίς, παραπλήρωμα δὲ τῆς ΖΤ πλευρᾶς ἐστιν τὸ ΤΙ, οὗ ἡμίτονον τὸ ΤΗ· παραπλήρωμα δὲ τῆς ΖΡ πλευρᾶς ἐστιν τὸ ΖΝ, οὗ ἡμίτονον τὸ ΖΟ· τελευταῖον δέ, παραπλήρωμα τῆς ΤΡ ἐστὶ τὸ ΤΔ, οὗ ἡμίτονον τὸ ΤΛ· φημὶ δή, ὅτι ΖΘ : ΤΗ

:: ΖΟ : ΤΛ· ϗ γὰρ τὰ ἡμίτονα ΖΘ, ΤΗ εἰσὶ παράλληλα (11 ἐν τῇ δείξει)· ἀλλὰ διὰ τὸ ΘΝΖΡ ἐπίπεδον, τὸ πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ Ζ ἐφιστάμενον τῷ ἐπιπέδῳ ΙΖΑ, ϗ ἑπομένως τῷ ἐπιπέδῳ ΙΝΑ κατὰ τὸ Ν, ϗ διὰ τὸ κυκλικὸν τεταρτημόριον ΝΡΘ, τὸ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας σημεῖον Ρ ἐστι πόλος τοῦ ΙΝΑ (9)· ἄρα ἡ τοῦ κύκλου ΔΘΡ διάμετρος, ἡ εἰς τὸν πόλον Ρ τελευτῶσα, ἐφέστηκεν, ἅτε δὴ ἄξων, κάθετος τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ· ἄρα ϗ τὸ ἐπίπεδον ΘΔΡ, ἐφ᾽ οὗ κεῖται ἡ διάμετρος αὕτη, διῆκον διὰ τοῦ πόλου Ρ, πρὸς ὀρθὰς ἕστηκε κατὰ τὸ Δ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ΙΝΑ· ὥστε ΤΛ, πρὸς ὀρθὰς ἱσταμένη τῇ ΔΘ εὐθείᾳ, τῇ κοινῇ ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων ΘΔΡ, ΙΝΑ, πρὸς ὀρθὰς στήσεται τῷ ἐπιπέδῳ ΙΝΑ (Γεωμετ. 406. Τόμ. Β΄.)· ὡσαύτως ἡ ΖΟ, κάθετος τῇ ΝΘ κοινῇ ἑκατέρῳ τῶν ΘΝΡ, ΙΝΑ ἐπιπέδων, κάθετος ἐφέστηκε τῷ ΙΝΑ ἐπιπέδῳ· οὐκοῦν αἱ δύω εὐθεῖαι ΤΛ, ΖΟ, κάθετοι ἐφιστάμεναι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, εἰσὶ παράλληλοι· ἐπεὶ οὖν ϗ αἱ δύω εὐθεῖαι ΗΛ, ΘΟ κάθετοι ἐφεστήκασι ταῖς δυσὶ ταύταις εὐθείαις ΤΛ, ΖΟ (Γεωμ. 482. Τόμ. Γ΄.)· ϗ αὗται παράλληλοί εἰσιν· ὡσαύτως ϗ αἱ εὐθεῖαι ΗΤ, ΘΖ· ἐπεὶ τοίνυν ἐν τοῖς δυσὶν εὐθυγράμμοις τριγώνοις ΗΛΑ, ΖΟΘ, ἡ μὲν πλευρὰ ΗΤ παράλληλός ἐστι τῇ ΘΖ, ἡ δὲ ΛΤ τῇ ΟΖ, ἡ δὲ ΗΛ τῇ ΘΟ· ἄρα τὰ δύω ταῦτα τρίγωνα εἰσὶν ὅμοια· ἄρα ΖΘ : ΤΗ :: ΖΟ : ΤΛ, εἴτ᾽ οὖν τὸ ἡμίτονον τῆς ὀρθῆς γωνίας Ζ πρὸς τὸ συνημίτονον μιᾶς τῶν ταύτην περιεχουσῶν πλευρῶν λόγον ἔχει, ὃν τὸ συνημίτονον τῆς ἑτέρας πρὸς τὸ συνημίτονον τῆς τὴν ὀρθὴν ὑποτεινούσης Ο. Ε. Δ.

15. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐν παντὶ τοιούτῳ τριγώνῳ, γνωρίμων οὐσῶν δυεῖν ὡντινωνοῦν πλευρῶν, εὐμαρῶς ἡ τρίτη

προσευρίσκεται· ἐκ γὰρ τῆς ἀναλογίας ΖΘ : ΤΗ : : ΖΟ : : ΤΛ ἀποφέρεται ΖΘ × ΤΛ = ΤΗ × ΖΟ· ἐὰν μὲν οὖν ζητῆται ἡ ὑποτείνουσα ΤΡ, εὑρίσκομεν τοῦ αὐτῆς παραπληρώματος τὸ ἡμίτονον $ΤΛ = \frac{ΤΗ \times ΖΟ}{ΖΘ}$· ἐὰν δὲ ζητῆται τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν Ζ περιεχουσῶν μία τις πλευρὰ ἡ ΖΤ, εὑρίσκομεν τοῦ παραπληρώματος αὐτῆς τὸ ἡμίτονον $ΤΗ = \frac{ΖΘ \times ΓΛ}{ΖΟ}$· τοιγαροῦν τοῦ συνημιτόνου τόξου παντὸς γνωσθέντος, καὶ ἑπομένως τοῦ κατ' αὐτὸ παραπληρώματος, ῥᾶστα καὶ τὸ τόξον αὐτὸ γνώριμον γίνεται, ἀφαιρουμένου ἀπὸ 90° τοῦ γνωρίμου παραπληρώματος.

ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ τῆς Ὑδρογεΐε σφαίρας, ἐ τῆς Οὐρανίε, ἐ τῶν ἐν αὐτῇ σωμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Περὶ τῦ Ὁρίζοντος.

1. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ἀςρονομία ἐςὶν ἐπιςήμη περὶ τὸ Πᾶν ἀσχολεμένη, πάντων τῶν ἐρανίων σωμάτων κινήσεις τε ἐ τὰ ἐν αὐτοῖς φαινόμενα ἐξετάζεσα, ἐ τέτων τὰς αἰτίας ἀνερευνῶσα, ἐ ταῦτα λογισμῷ καθυποβάλλουσα.

2. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐπεὶ δὲ τέτων ἁπάντων ἡ τῆς σφαίρας ἀπαραιτήτως προαπαιτεῖται εἴδησις, φέρε, τὰ περὶ ταύτης σαφῶς ἅμα ἐ ἀνελλιπῶς παραθέμενοι, ἐχ᾽ ὅπως τοῖς τὰ Ἀςρονομικὰ, ἀλλὰ δὴ ἐ τοῖς περὶ τὰ Γεωγραφέμενα ἔχεσιν, ἡδίςην ταύτην ἐ ὀνησιμωτάτην πραγματείαν παρασκευάσωμεν.

3. Ἐὰν θεατὴς, ἐν εὐρυχωροτάτῃ πεδιάδι καθήμενος, ἢ ἐν μετεωροτάτῳ χώρῳ, κατὰ βαθεῖαν τὴν νύ-

κτα αἴθριον παρατηρῇ τὸν ὐρανὸν, κοῖλον δόξει ὁρᾷν ἡμισφαίριον, ὗ κέντρον μὲν ἕςηκεν αὐτὸς, τῇ δὲ περιφερείᾳ πάντα τὰ ἄςρα προσήλωνται· τῦτο μέντοι ὐ κατηγορεῖ τῦ ὐρανῦ τὸ ςρογγύλον, ὐδ' ὅτι ἴσον τῦ ὄμματος ἀπέχει τὰ ἄςρα· ἀλλ' αὐτόχρημα φαινόμενόν ἐςιν· ἐκ γὰρ τῦ μὴ παρεμπίπτειν, ἀναμέσον μὲν τῦ θεατῦ καὶ τῶν ἄςρων ἄλλο μηδὲν, ἢ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα· ἐναμέσον δὲ προσεχῦς ἀςέρος καὶ ἄλλυ ἀπέχοντος, σῶμα μηδὲν, κρίνει τὸ ὄμμα ἴσον ἅπαντα ἀπέχοντα τὰ ἄςρα, καὶ τῇ κοίλῃ προσπεφυκότα ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ἧς ἐςὶ κέντρον (Ὀπτ. 284. Τόμ. ς΄.). (*).

4. Πάντα δὲ πέριξ ὁρῶν τὸν ὐρανὸν ὁ θεατὴς ὗτος, θεωρεῖ τὸ εἰρημένον ὐράνιον ἡμισφαίριον περιοριζόμενον πρὸς τοῖς κάτω ὑπὸ κύκλυ, ὃς τὸν ὐρανὸν δοκεῖ συνάπτειν τῇ γῇ· καλεῖται δὲ ὁ κύκλος ὗτος Ὁρίζων· ὁρίοις γὰρ καὶ πέρασι περικλείει τὴν ὄψιν, ὡς τύτυ ἐπέκεινα μηδὲν ὁρᾷν τῦ ὐρανῦ δυναμένην, ὡσαύτως δὲ μηδὲν καὶ τῆς γῆς· τέμνει δὲ τὸν ὐρανὸν ὁ ὁρίζων εἰς ἡμισφαίρια δύω, τό, τε ἄνω δηλονότι καὶ φανερὸν, καὶ τὸ κάτω καὶ ἀφανές.

5. Ὁ ὁρίζων, ἐν τῷ ὐρανῷ θεωρύμενος, μέγιςος κύκλος ἐςὶ τῆς σφαίρας, καθ' ὅ, τι ὡς πρὸς αἴσθησιν διήκει διὰ τῦ κέντρυ τῆς γῆς, ἣν ὁ γῆθεν θεώμενος ὡς κέντρον

(*) Αὐτὸ δὲ τῦτο καὶ Γεμῖνος ἐν τοῖς Φαινομένοις ἔοικεν αἰτιᾶσθαι, ἐν οἷς φησιν „ὐ πάντας τὺς ἀςέρας ὑποληπτέον ὑπὸ μίαν ἐπιφάνειαν κεῖσθαι, ἀλλ' ὓς μὲν μετεωροτέρυς ὑπάρχειν, ὓς δὲ ταπεινοτέρυς· διὰ δὲ τὸ τὴν ὅρασιν ἐπὶ ἴσον ἐξικνεῖσθαι μῆκος, ἀνεπαίσθητος ἡ τῦ μήκυς διαφορά.“

τοῦ κόσμου κρίνει πρὸς αἴσθησιν· τοῦ γὰρ ἀποστήματος, ᾧπερ ὁ ἔναστρος οὐρανὸς ἀπέχει τοῦ θεατοῦ, ἀπειράκις ὄντος μείζονος, ἢ τὸ ἀπόστημα, ᾧ ἀπέχει τοῦ αὐτοῦ θεατοῦ τὸ τῆς γῆς κέντρον, τοῦτο πρὸς ἐκεῖνο μηδέν ἐστι· καὶ δὴ ὁ θεατὴς ἐκ τῆς κατὰ τὴν γῆν ἐπιφανείας τὸ ἥμισυ θεᾶται τοῦ οὐρανοῦ, ὡς εἴπερ ἦν ἐν αὐτῷ τῷ τῆς γῆς κέντρῳ· ἐὰν ἄρα ὁ τὰς ὄψεις αὐτοῦ περιορίζων κύκλος ἐν τῷ οὐρανῷ θεωρηθῇ, δύναται ἐκληφθῆναι ὡς διὰ τοῦ τῆς γῆς κέντρου διϊὼν, καὶ ἑπομένως ὡς μέγιστος κύκλος τῆς σφαίρας· τοῦτον οὖν τὸν κύκλον τῷ ὀνόματι τούτῳ σημαίνουσι, καὶ τούτῳ μόνῳ σχεδόν τι χρῶνται.

6. Ὁ ἄρα ὁρίζων, οὕτως ἐκληφθεὶς, ὁρισθείη ἂν κύκλος μέγιστος τῆς σφαίρας, διήκων διὰ τοῦ τῆς γῆς κέντρου, καὶ τὸν οὐρανὸν εἰς δύω τέμνων ἡμισφαίρια, τὸ μὲν φανερὸν, θάτερον δὲ ἀόρατον.

7. Ἀλλ' οὐκ αὐτὸ τοῦτο κρατεῖ κἀπὶ τοῦ ἐν τῇ γῇ ὁρίζοντος· οὗτος γὰρ βραχυτάτην περιέχει τῆς γῆς ἐπιφάνειαν, ἣν περὶ ἡμᾶς αὐτοὺς ὁρῶμεν, ἀκτῖνα ἔχων οὐ λεύγας 1432½, ὡς ἐχρῆν, εἰ διῆκε διὰ τοῦ κέντρου τῆς γῆς, ἧς ἰσοῦται τῷ εἰρημένῳ ποσῷ ἡ ἀκτὶς, ἀλλὰ μόλις δέκα λεύγας· κωλύεται γὰρ τὸ ὄμμα τῇ τῆς γῆς κυρτότητι τοῦ ὁρᾷν πορρωτάτω ταύτης τῆς σφαίρας· τοῦτον μὲν οὖν εἰώθασιν ἀποκαλεῖν α ἰ σ θ η τ ὸ ν ὁ ρ ί ζ ο ν τ α, τὸν δ' ἐν οὐρανῷ, ἀμέλει τὸν διὰ τοῦ τῆς γῆς κέντρου διερχόμενον, λ ό γ ῳ θ ε ω ρ η τ ὸ ν, ἢ ν ο η τ ό ν.

8. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ὁ αἰσθητὸς ὁρίζων παράλληλός ἐστι τῷ νοητῷ, ἀπέχων αὐτοῦ ὅλην σχεδὸν τὴν τῆς γῆς ἡμιδιάμετρον· τῆς γὰρ ἀκτῖνος τοῦ αἰσθητοῦ ὁρίζοντος οὔσης σχεδὸν = 10 λεύγ. τὸ τούτου ἀπόστημα ἀπὸ τοῦ τῆς γῆς κέντρου ἔσται ἡ ἀκτὶς τῆς γῆς πλὴν τοῦ παρημι-

τόνυ τόξυ = 10 λεύγαις περιφερείας = 9000 λεύγ.· τῆς δὲ τύτυ κοιλότητος οἷον ἀπειροςῆς ὕσης, τὸ ταύτην ἐκδηλῦν παρήμιτονον ἴσα μηδενὶ ἐκληφθῆναι δύναται.

9. ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄. Ἀπειροςόν τι τόξον τῦ ὁρίζοντος ἐκληφθῆναι δύναται ὡς ἁπτομένη τῆς ὑδρογείυ σφαίρας· ἐςὶ γὰρ παράλληλον τῇ τῦ νοητῦ ὁρίζοντος διαμέτρυ, ἥτις ἔρπυσα εἰς τὴν ταύτῃ κάθετον ἀκτῖνα, πρὸς τῷ πέρατι αὐτῆς, εἴτ᾽ ὖν τῷ τῆς ἀφῆς σημείῳ, ἀποτελεῖ τὴν ἁπτομένην (Γεωμ. 148. Τόμ. Β΄.)· ὥςε ά. ὅ,τε αἰσθητὸς ϗ νοητὸς οἱ ὁρίζοντες κάθετοι ἐφεςήκασι τῇ ἐκ τῶν ποδῶν τῦ θεατῦ πρὸς τὸ τῆς γῆς κέντρον ἐπιζευγνυμένῃ ἀκτῖνι· β΄. ἅπας θεατὴς, ἑςὼς ἐπὶ τῆς ὑδρογείυ σφαίρας, πατεῖ ὑπὸ τὺς ἑαυτῦ πόδας τόξον ὁρίζοντος ἐν ἄλλῳ τόπῳ, ὃς ἀπέχει 90°· ἐντεῦθεν ἄρα κατάδηλον, ὅτι ὁ ὁρίζων ἐκληφθῆναι δύναται ὡς τῆς ὑδρογείυ σφαίρας ἁπτομένη, ἧς τὸ σημεῖον τῆς ἀφῆς τοῖς τῦ εἰρημένυ θεατῦ ποσὶν ὑπόκειται.

10. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄. Καλεῖται μέντοι γραμμὴ ὁριζόντιος ἡ φορὰ, καθ᾽ ἣν τὸ εἰρημένον τόξον τέμνει τὴν τῆς γῆς ἡμιδιάμετρον· δυνάμεθα ἄρα εἰπεῖν, ὡς ἡ ὁριζόντιος ἅπτεται τῆς ὑδρογείυ σφαίρας, ϗ ἀνάπαλιν, ἁπτομένη πᾶσα τῆς ὑδρογείυ σφαίρας ἐςὶν ὁριζόντιος.

11. ΟΡΙΣΜΟΣ. Ἐὰν ὄρθιος ἑςὼς ὁ θεατὴς ἐπινοήσῃ, κατὰ μὲν τῦ ἀνωτέρυ ὐρανίυ ἡμισφαιρίυ σημεῖον κατὰ κάθετον ἀντιςοιχῦν ἑαυτῦ τῇ κορυφῇ, κατὰ δὲ τῦ κατωτέρυ ἕτερον κατὰ κάθετον ἀντιςοιχῦν ἑαυτῦ τοῖς ποσὶ, ϗ κατ᾽ εὐθεῖαν προαγόμενον τῇ κορυφῇ ἑαυτῦ συμπίπτον, τὸ μὲν πρῶτον σημεῖον καλεῖται κατὰ κορυφὴν, θάτερον δὲ ἀντικόρυφον· ἡ δὲ ταῦτα ἐπιζευγνῦσα εὐθεῖα, κορυφαία.

12. **ΠΟΡΙΣΜΑ Α'.** Ἡ ἄρα κορυφαία κάθετός ἐςι τῷ ὁρίζοντι· ἐπεὶ γὰρ ὁ θεατὴς ὄρθιος ἵςαται, εἴτ' οὖν κατὰ τὴν τῆς κορυφαίας φορὰν, ἡ κορυφαία οὐδέν ἐςιν ἀλλ' ἢ τῆς γῆς ἡμιδιάμετρος προεκβεβλημένη, καὶ διά τε τῶν ποδῶν καὶ τῆς κορυφῆς τοῦ θεατοῦ διήκουσα· ἀλλαμὴν ἡ τῆς γῆς ἀκτὶς κάθετος ἐφέςηκε τῷ τε αἰσθητῷ ὁρίζοντι καὶ τῷ νοητῷ (9)· ἄρα ἡ κορυφαία κάθετός ἐςι τῷ ὁρίζοντι.

13. **ΠΟΡΙΣΜΑ Β'.** Ἡ κορυφαία ἐςὶν αὐτὸς ὁ ἄξων τοῦ ὁρίζοντος· κύκλου γὰρ ἄξων ἐςὶ κάθετος τῷ κύκλῳ, διὰ τοῦ κατ' αὐτὸν κέντρου διερχομένη· ἀλλαμὴν α. ἡ κορυφαία ἐςι κάθετος τῷ ὁρίζοντι (12)· β'. διήκει διὰ τοῦ κατὰ τὸν αἰσθητὸν ὁρίζοντα κέντρου, ὅ ἐςιν οἱ τοῦ θεατοῦ πόδες· γ'. διὰ τοῦ κατὰ τὸν νοητὸν, εἴτ' οὖν αὐτοῦ τοῦ τῆς γῆς κέντρου· ἄρα, ἡ μὲν ὀρθὴ ἄξων ἐςὶ τοῦ ὁρίζοντος, πόλοι δὲ αὐτοῦ τό,τε κατὰ κορυφὴν σημεῖον καὶ τὸ ἀντικόρυφον.

14. **ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'.** Τῆς γῆς ὡς ςρογγύλης θεωρουμένης, ὥσπερ οὖν καὶ ἔςιν ὡς πρὸς αἴσθησιν, καθάπερ εἰσόμεθα· α'. τοσοίδε εἰσὶν ὁρίζοντες, ὅσ' ἂν διακριθείη ἐπὶ τῆς κατὰ τὴν γῆν ἐπιφανείας σημεῖα, καὶ ἑπομένως ἄπειροι· καὶ γὰρ τοῦ κατὰ τὸν ὁρίζοντα ἄξονος μεταβάλλοντος, καὶ ὁ ὁρίζων συμμεταβάλλεται· ἐπεὶ δὲ ὁ ἄξων τοῦ ὁρίζοντος οὐδέν ἐςιν ἄλλο, ἢ τῆς γῆς ἡμιδιάμετρος, προεκβεβλημένη ἑκατέρωσε, τοσοίδε ἄξονες ἔσονται, καὶ ἑπομένως τοσοίδε ὁρίζοντες, ὅσα τὰ τῆς ἐπιφανείας σημεῖα· β'. θεατοῦ περὶ τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν ὁδεύοντος διὰ τὸ τῆς γῆς κυρτὸν, ἅμα τῷ ςιγμιαίαν πάροδον ποιήσασθαι καθ' ὁποιονοῦν μέρος τοῦ κόσμου, μεταπίπτει ὁ ὁρίζων.

15. **ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'.** Ἐπεὶ ἄρα ὁ ὁρίζων τῷ θεα-

τῇ συμπεριςρέφεται περὶ τὴν γῆν, ἢ, ὃ ταὐτὸ, καθ' ἕκαςον τῶν τῆς γῆς χωρίων ἐςὶν ὁρίζων· ἀνάγκη πᾶσα, τὸν ὁρίζοντα παριςῶσι, δυοῖν θάτερον, ἤτοι πῆξαι τὴν σφαῖραν, ἣ ἐμφαίνει τὴν γῆν, ϗ τὸν, ὃς ἐμφαίνει τὸν ὁρίζοντα, κύκλον κινητὸν πανταχόσε περὶ τὴν σφαῖραν ἀπεργάσασθαι, ἢ ςῆσαι τὸν κύκλον, ὡς εἶναι τὴν σφαῖραν πανταχόσε κινητὴν ἐν αὐτῷ, ἵνα, παντὸς τόπȣ τῆς γῆς τεθέντος ἀπὸ τȣ͂ μένοντος τȣ́τȣ κύκλȣ μοίραις 90, τὸν τȣ́τȣ ἐμφαίνῃ ὁρίζοντα· προϊȣ͂σι δὲ δῆλον γενήσεται, δι' ὅ,τι ἐπὶ τῆς τεχνητῆς σφαίρας τὸ δεύτερον προκέκριται τȣ͂ πρώτȣ, τȣ͂τ' ἔςι μένων μὲν γέγονεν ὁ ὁρίζων, κινητὴ δὲ ἡ σφαῖρα.

16. **ΠΟΡΙΣΜΑ Ε'.** Ἄςρον (*), ἀνατέλλειν μὲν ἡμῖν λέγεται, ὅταν ἄρξηται φαίνεσθαι πρὸς τὸν ὁρίζοντα, δύειν δὲ, ὅταν τȣ͂ φαίνεσθαι παύσηται, μηδεμιᾶς ἄλλης αἰτίας τȣ͂ ἀφανὲς γίνεσθαι θεωρȣμένης, ἢ τῆς κατὰ τὴν γῆν κυρτότητος· ὁ τοίνυν ὁρίζων, τὸ ἥμισυ μὲν τῆς ȣ̓ρανίȣ σφαίρας φανερῶν ἡμῖν, κρύπτων δὲ θάτερον, τὰς ἀνατολὰς ϗ δύσεις τῶν ἄςρων ἡμῖν προσδιορίζει.

17. **ΟΡΙΣΜΟΣ.** Κ ο ρ υ φ α ῖ ο ς καλεῖται ἅπας μέγιςος κύκλος διήκων διὰ τȣ͂ κέντρȣ ἀςέρος τινὸς, ϗ διά τε τȣ͂ κατὰ κορυφὴν ϗ τȣ͂ ἀντικορύφȣ τȣ͂ τὸν ἀςέρα τȣ͂τον παρατηρȣ͂ντος.

(*) *Πᾶν ȣ̓ράνιον σῶμα ϗ ἄςρον ϗ ἀςὴρ ἀδιαφόρως καθ' ἡμᾶς ὀνομάζεται, καί τοι τοῖς πάλαι μετὰ διαφορᾶς ἐτίθετο τῶν ὀνομάτων ἑκάτερον· ϗ γὰρ „ἀςὴρ μὲν ὡς ἂν ὁ τȣ͂ „Κρόνȣ, ἢ τȣ͂ Ἑρμȣ͂, εἷς ἀριθμῷ, ἄςρον δὲ τὸ ἐκ πολλῶν „ἀςέρων σύςημα, ὡς ἡ Ἀνδρομέδα, ἢ ὁ Κένταυρος"*

Ἀχιλλ. Τάτ. εἰσαγ. εἰς τὰ Ἀράτȣ Φαινόμ.

18. **ΠΟΡΙΣΜΑ.** Κορυφαῖος ἄρα ἅπας ἐφέςηκε τῷ ὁρίζοντι κάθετος· ἐπεὶ γὰρ δίεισι διά τε τȣ̃ κατὰ κορυφὴν ϗ τȣ̃ ἀντικορύφȣ, ὁ τȣ̃ ὁρίζοντος ἄξων διάμετρος ἀποκαθίςαται τῷ κορυφαίῳ· ἐπεὶ τοίνυν αὕτη κάθετος ἐφέςηκε τῷ ὁρίζοντι· ἐφέςηκεν ἄρα τῷ αὐτῷ πρὸς ὀρθὰς ϗ τὸ τȣ̃ κορυφαίȣ ἐπίπεδον.

19. **ΟΡΙΣΜΟΣ.** Ὕψωμα ἢ ἔξαρμα ἀςέρος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα καλεῖται ἡ κατὰ κάθετον ἀπόςασις τȣ̃ κατὰ τὸν ἀςέρα κέντρȣ ἀπὸ τȣ̃ ὁρίζοντος· εὐθεία δὲ τȣ̃το μετρεῖν ἀδυνάτως ἔχει· ἐπεὶ γὰρ ἡ ἀληθὴς ἀπόςασις ἐςὶν ἄγνωςος, ἀμήχανον ἐκμετρῆσαι δι᾽ εὐθείας τὸ παντὸς ἀςέρος ὕψωμα· ἔςι δὲ τὸ κατὰ κορυφὴν τὸ ὑψηλότατον πρός γε τὸν ὁρίζοντα σημεῖον· εἴγε ἀπέχει αὐτȣ̃ 90°· ἀςὴρ ἄρα πᾶς τοσȣ́τῳ μᾶλλον ἀφεςηκὼς τȣ̃ ὁρίζοντος κριθήσεται, ἢ τῷ κατὰ κορυφὴν προσπελάζων, ὅσον ἂν εἴη μεῖζον τὸ τόξον κύκλȣ ὀρθȣ̃ πρὸς τὸν ὁρίζοντα, ϗ τὸ κατὰ κορυφὴν σημεῖον ϗ τὸ ἀντικόρυφον διήκοντος, εἴτ᾽ οὖν κορυφαίȣ, ἀπολαμβανόμενον ὑπὸ τȣ̃ ὁρίζοντος ϗ τȣ̃ κατὰ τὸ ἄςρον κέντρȣ.

20. **ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄.** Τὸ ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἄρα ὕψωμα παντὸς ἀςέρος μετρεῖται τόξῳ τȣ̃ κορυφαίȣ κύκλȣ, ἀπολαμβανομένῳ ὑπὸ τȣ̃ ὁρίζοντος ϗ τȣ̃ κατὰ τὸν ἀςέρα κέντρȣ.

21. **ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.** Ἵν᾽ ἄρα μετρηθῇ τὸ ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἔξαρμα παντὸς ἀςέρος· α΄. τὸ τȣ̃ γραφομέτρȣ ἐπίπεδον τεθήτω πρὸς ὀρθὰς τῷ ὁρίζοντι, τῆς διαμέτρȣ αὐτȣ̃ παραλλήλȣ ὔσης πρὸς τὸν ὁρίζοντα· β΄. διευθυνθήτω τὸ γωνιόμετρον πρὸς τὸ τȣ̃ ἀςέρος κέντρον· γ΄. παρατηρηθήτω, πόσαι μοῖραι περιέχονται ὑπὸ τȣ̃ γωνιομέτρȣ ϗ τῆς πρὸς τὸν ὁρίζοντα παραλλήλȣ διαμέτρȣ·

καὶ γὰρ τὸ τοῦ γραφομέτρου ἐπίπεδον, οὕτω τεθέν, καὶ κατ' ἐπίνοιαν προεκβληθὲν ἔστε τὸν κοῖλον οὐρανόν, παρίστησι τὸ τοῦ κορυφαίου κύκλου ἐπίπεδον· αἱ δὲ μοῖραι, αἱ ἀπολαμβανόμεναι ὑπὸ τοῦ κατὰ τὸν ἀστέρα κέντρου καὶ τοῦ ὁρίζοντος, ἐμφαίνονται ὑπὸ τῶν μοιρῶν τοῦ κορυφαίου κύκλου, τῶν ἀπολαμβανομένων ὑπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἀστέρος καὶ τοῦ ὁρίζοντος· ὁ γὰρ ἀριθμὸς τῶν ἐν διαφόροις ὁμοκέντροις κύκλοις μοιρῶν, τῶν ὑπὸ δυεῖν εὐθειῶν ἐκ τοῦ κέντρου ἀγομένων περιεχομένων, ὁ αὐτὸς μένει, ὅσον ἂν γένοιτο τὸ τῶν εὐθειῶν μῆκος (Γεωμ. 79. Τόμ. Β΄.)· ἐκλαβεῖν τοιγαροῦν δυνάμεθα τὸ τοῦ κορυφαίου κύκλου κέντρον ὡς συμπίπτον τῷ τοῦ γραφομέτρου, τοῦ, ᾧ ἀφέστηκε τοῦ αἰσθητοῦ ὁ νοητὸς ὁρίζων, παρορωμένου, ὃ ἀφορίζει ἀλλήλων τὰ κέντρα ταῦτα, ὡς πρὸς τὴν τῶν ἄστρων ἀπόστασιν.

22. **ΠΟΡΙΣΜΑ Γ΄.** Ἐπίπεδον ὁριζόντιον, εἴτ' οὖν παράλληλον πρὸς τὸν ὁρίζοντα, κρίνομεν, ὅτε ἡ κορυφαία εὐθεῖα, ἣν ἐμφαίνει ἀεί ποτε ἡ τεκτονικὴ κάθετος, ἐφίσταται πρὸς ὀρθὰς τῷ ἐπιπέδῳ· τουτὶ οὖν οὕτω βασανιοῦμεν· ἑνὸς τῶν τοῦ γνώμονος ποδῶν ἐφαρμοσθέντος τῷ ἐπιπέδῳ, ἅτερος ἑστάσθω ὄρθιος· ἐγγὺς δὲ τεθείσης τῆς τεκτονικῆς καθέτου τῷ ὀρθίῳ ποδί, παρατηρηθήτω, εἴπερ ἐστὶ πρὸς τοῦτον παράλληλος· οὕτω γὰρ τοῦ τε ὁρίζοντος καὶ τοῦ ἐπιπέδου ἐπὶ δυεῖν παραλλήλων εὐθειῶν, εἴτ' οὖν τοῦ ὀρθίου ποδὸς καὶ τοῦ γνώμονος καὶ τῆς τεκτονικῆς καθέτου, ποιούντων γωνίας ὀρθάς, εἰσὶν ἐντεῦθεν παράλληλοι (Γεωμ. 417. Τόμ. Β΄.).

23. **ΣΧΟΛΙΟΝ.** Ἔστι δὲ καὶ ἄλλως βασανίσαι, εἴπερ ἐπίπεδόν τι παράλληλον εἴη πρὸς τὸν ὁρίζοντα· α΄. δυνατὸν πρὸς τοῦτο χρήσασθαι τῇ χωροστάθμῃ (Γεωμ. 592. Τόμ. Γ΄.)· παραλλήλως γὰρ πρὸς τὸν ὁρίζοντα διατίθεται τὸ ὕδωρ

ἐν ἑκατέρῳ τῶν κοινωνίαν πρὸς ἄλληλα ἐχόντων ἀγγείων (Ὕδροσ. 41. Τόμ. Ε΄.)· β΄. εἴπερ ὕδωρ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου χυθὲν πανταχόσε ἐπίσης φέρεται, συνάγεται ἐντεῦθεν πρὸς αἴσθησιν παράλληλον εἶναι τὸ ἐπίπεδον τῷ ὁρίζοντι.

24. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ΄. Ἵνα δὲ τἀναντίον γνῶμεν, εἴπερ ἐπίπεδόν τι ὀρθόν ἐστιν εἴτ' οὖν κάθετον τῷ ὁρίζοντι, ἀπόχρη μαθεῖν, εἴπερ ἐστὶ παράλληλον πρὸς τὴν τεκτονικὴν κάθετον.

25. Τὸ δεύτερον ἐν τῷ οὐρανῷ φαινόμενον ἐστιν ἡ ἡμερήσιος κίνησις· ἐστάτω γὰρ ὁ θεατὴς ἐν ἑνὶ τῷ τυχόν τι σημείῳ ζ (σχ. 4) τῆς κατὰ τὴν ὑδρόγειον σφαῖραν ζμδ ἐπιφανείας· ϗ παρατηρείτω τὸν οὐρανὸν ἐν εὐρυχωροτάτῃ πεδιάδι, ϗ αἰθριωτάτῃ νυκτὶ, ἐφ' ἱκανὸν χρόνον· τοιγαροῦν α΄. ὁ κοῖλος οὐρανὸς ΜΟΔΡ δόξει αὐτῷ περιστρεφόμενος ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς περὶ τὸν ἄξονα ΜΔ· ϗ εἰ παρατείνοι τὸν τῆς παρατηρήσεως χρόνον, ὄψεται τὴν περιστροφὴν τελευτῶσαν ἐν ὥραις 23, ϗ λεπτ. 56, ϗ δευτέρ. 4· τὰ τοίνυν τοῦ ἄξονος σημεῖα Μ, Δ πόλοι ἔσονται τοῦ κόσμου.

26. β΄. Ὅπερ εἰρήκαμεν ἀναγκαίως συμβαῖνον ἑκάστῳ τῶν τὴν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν συντιθέντων σημείων (Γεωμ. 430. Τόμ. Β΄.), ὄψεται συμβαῖνον ἀκριβῶς ϗ τῇ οὐρανίῳ σφαίρᾳ, κινουμένῃ, ἢ κινεῖσθαι δοκούσῃ (διαφέρει γὰρ οὐδὲν) πρὸς τὸν ἑαυτῆς ἄξονα· οἷον ὁ μὲν πόλος Δ ἀκίνητος δόξει τῷ ἐπὶ τοῦ ζ θεατῇ, ϗ ἀεὶ ἡμέρας ϗ νυκτὸς ἴσον ἀπέχων τοῦ κατὰ κορυφὴν σημείου Α· ἀστὴρ δὲ ὁ Π, ἐγγὺς τοῦ πόλου Δ ὑποτιθέμενος, ἐκ τοῦ Π εἰς τὸ ξ μεταβαίνων ἐν 12 ὥραις, εἴτ' οὖν ἐξ ἀνατολῶν ἐπὶ δυσμὰς γράφων ἡμικύκλιον, οὗ διάμετρός ἐστιν ἡ μικρὰ εὐθεῖα Πξ, ϗ ἑπομένως ἐν 24 ὥραις ὁλόκληρον τὸν κύ-

κλον· ἐὰν δὲ ὁ ἀςὴρ Π ἔγγιςα ᾖ τȣ͂ πόλȣ, ὁ ἐν τῷ ζ θεατὴς δυσχερῶς αἰσθήσεται ϗ μετὰ 12 ὥρας τὴν περὶ τὸ η σημεῖον τῆς ΜΔ διαμέτρȣ κυκλικὴν τȣ͂ ἀςέρος κίνησιν.

27. Ἀςὴρ δ᾽ ἄλλος ὁ Ε, μᾶλλον ἀπέχων τȣ͂ πόλȣ Δ, δόξει τῷ ζ θεατῇ φερόμενος ἐν 12 ὥραις μεῖζον, ἢ τὸ ῥηθὲν, ἡμικύκλιον, ȣ͂ διάμετρος ἡ ΕΑ· ἔςαι μέντοι ȣ͂τος παράλληλος τῷ διαληφθέντι· τελευταῖον δὲ πάντες οἱ ἀςέρες, οἱ μεταξὺ τῆς μεγάλης διαμέτρȣ ΟΡ τῆς τῇ ΜΔ καθέτȣ, ϗ τȣ͂ πόλȣ Δ, δόξȣσι περιςρεφόμενοι περὶ τὰ σημεῖα η, λ, κτλ. τȣ͂ ΜΔ ἄξονος, ᾧ τινι πρὸς ὀρθὰς ἀντιςοιχȣ͂σι, παραλλήλȣς κύκλȣς ἀεὶ μεγεθυνομένȣς, ὅσῳ προσεχέςεροί εἰσιν οἱ ἀςέρες τῇ διαμέτρῳ ΟΡ· νοητέον δὲ αὐτὸ τȣ͂το ϗ περὶ πάντων τῶν ἀςέρων τῶν μεταξὺ τȣ͂ πόλȣ Μ ϗ τῆς διαμέτρȣ ΟΡ κειμένων, ϗ ὑπὸ τȣ͂ ἐν τῷ υ φέρ᾽ εἰπεῖν θεατȣ͂ θεωρȣμένων· Ἀλλὰ γὰρ ἀςὴρ ἐν τῷ Ο κείμενος δόξει τῷ θεατῇ ζ, ἢ τῷ υ, γράφων κύκλον ἁπάντων μέγιςον, τȣ͂τ᾽ ἔςιν, ȣ͂ ἡ διάμετρος ΟΡ τῇ τῆς σφαίρας ταυτίζεται· ȣ͂τος ȣ͂ν α΄. διήξει διὰ τȣ͂ τῆς σφαίρας κέντρȣ Κ, ϗ ἑπομένως ἔςαι μέγιςος τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ κύκλων· β΄. ἐπεὶ ἡ τȣ́τȣ διάμετρος ΟΡ τέμνει τὸν ΜΔ ἄξονα πρὸς ὀρθὰς τῷ κέντρῳ Κ, πανταχȣ͂ ἀποςήσεται ἴσον τῶν δυοῖν πόλων Μ, Δ, τȣ͂ κατ᾽ αὐτὸν ἀπὸ τῶν πόλων ἀποςήματος ὄντος τȣ͂ τόξȣ ΔΡ = ΡΜ = ΜΟ = ΟΔ, ὃ μετρεῖ τὴν ὀρθὴν γωνίαν· καλεῖται δὲ ȣ͂τος ὁ κύκλος ἰσημερινός· ἐπεὶ δ᾽ ἐν τῷ ȣ̓ρανῷ καταγράφεται ὑπὸ τȣ͂ Ο ἀςέρος, καλεῖται ȣ̓ράνιος ἰσημερινός· ἐκ δὲ τῶν παρατηρήσεων τȣ́των ὅ,τε τȣ͂ ἰσημερινȣ͂ ὁρισμὸς ἀναπηγάζει, ϗ ὅσα ἐξ αὐτȣ͂ παρέπεται, περὶ ὧν ϗ δὴ ζητέον.