

δόξας ἐρεῖμεν, τὴν ὁμοιαληθεσέραν ἡμῖν δοκῆσαν προεκ-
δηλῶντες· ἵνα δὲ μὴ τῷ μετιόντι σύγχυσίς τις ἐγγένη-
ται, τὴν δόξαν ὡς ἐπισημνὴν ἐκδεξαμένῳ, καὶ τὸ πιθανὸν
ὡς ἤδη βέβαιον ὄν, μελήσει ταῦτα διακρίνειν ἀλλήλων,
μόναις ταῖς ἀποδεικτικαῖς ἐκτιθεμέναις τῶν ἀληθειῶν, καὶ
ἀναντιρρήτως ἐχέσαις, τὸ ὄνομα τὸ τῷ θεωρήματος ἀπο-
νέμῃσι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ φωτὸς καὶ τῶν ἰδιοτήτων αὐτοῦ.

8. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Τὸ φῶς ἐστὶ σῶμα.

ΔΕΙΞΙΣ. α. Πλήττει γὰρ τὸ ὄργανον τῆς ὀράσε-
ως· ἀπλετον δ' ὄν, καὶ τὸν ἀμφιβληστροειδῆ λυμβίνεται
χιτῶνα· β. σώματι δ' ἐπιπίπτον κερῶν, ἀνακλᾶται,
καθὰ καὶ τὰλλα, ὅσα εἰσὶν ἐλασικά· γ. πλαγίως δὲ
διῆκον διὰ μέσων πυκνωτέρων, ἢ μανωτέρων, θραύεται· δ.
τὸ ἡλιακὸν φῶς, διὰ τῶν καυσικῶν φακῶν συλλεγόμενον,
τὰ ἐν τῇ ἐσία τιθέμενα σώματα ἐμπίπτει, ὡς ὁψόμε-
θα· πάντα δὲ ταῦτα σώματι προσιδιάζει· τὸ ἄρα φῶς
ἐστὶ σῶμα. Ο. Ε. Δ.

9. ΘΕΩΡΗΜΑ Β΄. Τὸ φῶς ἐστὶ σῶμα κινούμενον.

ΔΕΙΞΙΣ. Κινεῖ γὰρ τὸ αἰσθητήριον τῆς ὀράσεως,
καὶ ἀνακλᾶται καὶ θραύεται κτλ. ἀλλὰ μὴν ἤρεμον σῶμα
ἐκ ἔχει τοιαῦτα ἀποτελεῖν· ἄρα κτλ. Ο. Ε. Δ.

10. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ΄. Ἡ προπέκτασις τοῦ φωτὸς
ἐν χρόνῳ γίνεται, ἐκ ἀκαριαίως, ὅ ἐστιν ἐν ἀκαρεῖ τὸ
φῶς ἐκ ἐπεκτείνεται εἰς πεπερασμένον χωρίον.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ κίνησις ἐν τούτῳ κείται, ἵνα σώμα ἐκ διαδοχῆς διατρέχη πολλά μέρη τῆς τόπῃ· ὥστε ἀδυνατεῖν εἶναι ἐν ἀκαρεῖ ἐπὶ πλείονων τῆς τόπῃ μερῶν· φύσει ἄρα ἡ κίνησις ἀπαιτεῖ διαδοχὴν χρόνου· παρὰ ταῦτα δὲ, ὅταν τὸ φῶς τὸ ἐμὸν αἰσθητήριον πλήττη, ἦτοι ἀπειροσὴν ὅσῃν αὐτῷ ἐμποιεῖ ταχυτῆτα, ἢ πεπερασμένην· καὶ εἰ μὲν ἐκεῖνο, ταχυτῆς ἀπειροσῆς ἐστὶν ἀνεπαίδητος, καὶ οὐδὲν ἀποτελεῖται ἐν τοῖς φυσικαῖς πράγμασι, ἕδεικται δὲ ἐκ τῆς ἀκολούθῃ προάγει ἐνέργειαν· ἀλλὰ τῶν τῆς ὀράσεως αἰσθημάτων ἐκ ἀντιλαμβανόμεθα, εἴμῃ ἢ ἐκ τῆς φωτὸς τῷ ὀφθαλμῷ γινομένη προσβολῆ ἕσγε τὸν ἐγκεφαλον ἀφίκοιτο· ταχυτῆς δὲ ἀπειροσῆς κατὰ τὴν νόμον τῆς συγκρίσεως ἐξυδενῆται· ταχύγ' ἂν ἀφίκετο μέχρι τῆς ἐγκεφαλῆ· ἐκ ἑστὶν ἄρα ἀπειροσῆ· εἰ δὲ εἴη πεπερασμένη, καὶ ἐν πεπερασμένῳ δήτῃ χρόνῳ ἐκτελεσθήσεται· ταχυτῆτα γὰρ πεπερασμένην ἐκλαμβάνομεν ἐνταῦθα, δι' ἧς τὸ πληγὲν τῷ ὀφθαλμῷ διανύσει πεπερασμένον διάστημα· τὸ δὲ, διαιρεθῆναι ἔχει εἰς ἀπειρὰ μέρη, καὶ τὸ πληγὲν ἐκ διαδοχῆς διανύσει, καὶ ἐν ἀπείροις ἀκαρεῖσιν· ἢ ἄρα τῷ ἐμῷ ὀφθαλμῷ ἐκ τῆς φωτὸς προσγυνομένη πληγὴ ἐκ ἑστὶν ἀκαριαία, ἀλλ' ἐκ διαδοχῆς γίνεται· καὶ τὸ φῶς ἄρα, ὑφ' ἧς ἢ ἡ πληγὴ, πράγεται, εἴτ' ἐν ἐπεκτείνεται ἐκ διαδοχῆς.

11. Ἀλλὰ γὰρ ἔχεις καὶ δεῖξιν τῆς θεωρήματος, τῆς πείρας ἀμέσως ἐκποριζομένην· ἔσω γὰρ ἡ $\Gamma\tau\rho$ τροχιά τῆς γῆς (σ. 20) εἴτ' ἐν, ἣν περὶ τὸν ἥλιον γράφει ἡ καμπύλη, καὶ $\Gamma\beta\Delta$ ἢ τῆς Διὸς, καὶ $\Pi\xi\rho$, ἣν ὁ πρῶτος τῆς Διὸς δορυφόρος περὶ αὐτὸν τὸν Δία φέρεται· τῷ δὲ ταύτην γράφοντι τὴν καμπύλην ἐν ὥραις περίπε 24 συχνάκις ἐκλείπειν συμβαίνει, τὸν ἑαυτῆ ἀρχικὸν παραμείβοντι

πλανήτην, τῆτ' ἐσὶν ἐμπεσεῖν τῆ σκιά, ἧς ὁ Ζεὺς προί-
εῖσιν ἐπὶ τὰντίθετα τῆ ἡλίου.

12. Κάσσινος, μὴ προχῶν ὅλως τὸν νῦν τῆ ἐκ δια-
δοχῆς τῆ φωτὸς προεπεκτάσει, κατεσκευάσσε πίνακας, δι-
ῶν ἄντις τὰς ἐκλείψεις ταύτας προῖδοι· ὅ,τι τοίνυν πα-
ρατηρηκότες εἰσὶν ἕκτοτε οἱ ἀστρονομῶντες, τῆτό ἐσὶν.
Τῆς μὲν γὰρ γῆς ἐν τῷ τ ἕσσης, ἢ τῆ πρώτῃ δορυφόρῃ
τῆ Διὸς ἐκλείψις τεταρτημορίῳ περίπε ὥρας βραδύτερον
γίνεται, ἢ ὅτε ὑποσημανῶσιν οἱ πίνακες· ἐν δὲ τῷ Γ,
ἐδέποτε πράγματι συμβαίνει ἡ ἐκλείψις.

Ὁ μὲν ἔν Κάσσινος ἕδεν ἔοικε παρατηρηκῶς ἐν
τοῖς ἑαυτῆ πίναξιν, ἢ μόνην τὴν τῆ πρώτῃ δορυφόρῃ κί-
νησιν, ἢ ταύτην ὡς κυκλικὴν θέμενος· παντοῖαι δὲ αἰ-
τίαι παντοίως αὐτὴν ἀλλοιῶσι, ἢ ἐπομένως, νῦν μὲν ἐ-
πιταχύνουσι, νῦν δὲ βραδύνουσι, καί ποτε ἕδ' ἐπιτρέψουσιν
ὅλως τὴν τῆ δορυφόρῃ ἐκλείψιν, ὡς ἂν εἶεν ἀμέλει αἰ-
αίτια, ἢ τοι συντρέχουσαι, ἢ ἀντιβαίνουσαι τῷ ἀποτελέ-
σματι, ἢ ἢ εξαφανίζουσαι ὅλον, ἢ γέν μέρος αὐτῆ· τῶν
δ' ἀνωμαλιῶν τῆς τῆ δορυφόρῃ κινήσεως αἰτία, ἀ. ὅτι πε-
ρὶ τὸν Δία ἐκλείψιν, ἀλλ' ἢ κύκλον, γράφων, ἢ τῷ αὐ-
τῷ τάχει φέρεται ἐν ἅπασιν τοῖς σημείοις τῆς ἑαυτῆ πε-
ριόδου· β. ὁ δεῦτερος ἢ τρίτος οἱ δορυφόροι διαφόρως ἐφ-
ελκύοντες τὸν πρῶτον, ὡς ἂν ἔχοιεν θέσεως, πικίλ-
λουσιν αὐτῆ τὴν κίνησιν· γ. ὅ,τε ἡλίου, καὶ οἱ ἄλλοι
πλανῆτες, ἐπενεργῶντες αὐτῷ, παντοίως τρέψουσιν· ἀλλὰ
γὰρ ἐπισησάντες ἐν τοῖς πίναξιν οἱ μετὰ ταῦτα τῆ ἐκ
διαδοχῆς προεπεκτάσει τῆ φωτὸς, τῆ τεταρτημορίου ὥρας
ἐπιβραδύνουση τὴν τῆ δορυφόρῃ ἐκλείψιν, τῆς γῆς ἕσσης
ἐν τῷ τ, ἢ ταῖς ἄλλαις συμπιπτέσαις αἰτίαις τῶν με-
ταβολῶν, ἐσημειώσαντο τὰς ἐκλείψεις συμφώνως ταῖς

πραγματικῶς ἐπισυμβαίνουσais. Ἐντεῦθεν ἔν δῆλον, ὅτι, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων, ἢ τῆ πρώτῃ δορυφόρῃ ἐκλειψίς αἰείποτε συμβαίνει τεταρτημορίῳ ὥρας βραδύτερον, τῆς γῆς ἕσης ἐν τῷ τ, ἢ ἐν τῷ Τ. Ἀλλὰ μὴν ἢ τῆς ἐκλείψεως ἐπιβράδυνσις δι' ἑδὲν γίνεται ἄλλο, ἢ ὅτι, τῆς γῆς ἕσης ἐν τῷ τ, τὸ φῶς, ἴν' ἐκ τῆ δορυφόρου εἰς τὴν γῆν ἀφίκηται, ὀφείλει διελθεῖν ὅλην τὴν εὐθείαν Ττ, εἴτ' ἔν τὴν διάμετρον τῆς ἐκλειπτικῆς πλείον, ἢ ὅτε ἐσὶν ἐν τῷ Τ· τὸ φῶς ἄρα, ἵνα διέλθῃ τὴν τῆς ἐκλειπτικῆς διάμετρον, δαπανᾷ τεταρτημόριον περίπε τῆς ὥρας· ἢ ἄρα προπέκτασις τῆ φωτὸς ἐν χρόνῳ τελείται Ο. Ε. Δ.

13. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐκ τῆς ἀνωτέρω γενομένης παρατηρήσεως καταφαίνεται, ὅτι τὸ ἡλιακὸν φῶς, ὑπὸ πλανήτῃ ἀνακλώμενον, τεταρτημόριον περίπε ὥρας δαπανᾷ εἰς τὸ διανύσαι τὴν τῆς ἐκλειπτικῆς διάμετρον, εἴτ' ἔν τὸ διπλὴν τῆς γῆς ἀπὸ τῆ ἡλίου ἀπόστημα, ὅ ἐσι περίπε 68 μιλλιόνια λευγῶν· δαπανᾷ ἄρα σχεδόντι $7\frac{1}{2}$ λεπτὰ εἰς τὸ διελθεῖν τὴν ἀκτῖνα τῆς ἐκλειπτικῆς, εἴτ' ἔν τὸ τῆς γῆς ἀπὸ τῆ ἡλίου ἀπόστημα, ὅ ἐσι περίπε 34 μιλλιόνια λευγῶν· ἢ ταχυτῆς ἄρα τῆ ἡλιακῆ φωτὸς ἐσὶν οἷα διανύειν ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῆ σχεδόντι τέσσαρα μιλλιόνια, ἢ πεντακοσίας χιλιάδας λευγῶν.

14. ΘΕΩΡΗΜΑ Δ'. Ἡ τῆ ἡλιακῆ φωτὸς ταχυτῆς ἢ αὐτῆ ἐσι, κἂν ἀμέσως ἐκ τῆ ἡλίου προβάλλοιτο, κἂν ἀνακλώτο.

ΔΕΙΞΙΣ. Πείρα γὰρ κατὰδηλον αἰείποτε τό,τε ἐκ τῆ ἡλίου ἀμέσως προϊέμενον φῶς, ἢ τὸ ὑπὸ τῶν πλανητῶν ἀνακλώμενον, τὴν αὐτὴν φραῦσιν ὑφίσταται, διὸν ἀπὸ μέσου ἐπὶ μέσον διάφορον· ἀλλὰ μὴν ἐκ ἂν ἔχοι τυτὶ

γενέσθαι, εἰμὴ ἐκότερα τῷ αὐτῷ τάχει φέροιτο· ἢ γὰρ ἐπίτασις τῆς θραύσεως ἀνάλογον ἔχειν ὀφείλει τῷ χρόνῳ, ἐφ' ᾧ τῷ φωτὶ ἐπιδρᾷ ἡ θραύσις τῆ μετὰ ἰσχύος· τοσούτῳ δ' ἐν ἡττοῖσι χρόνῳ ἐπιδρᾷ, ὅσῳ τάχιον φέρεται τὸ φῶς· ἢ πρὸς θραύσις τῆ ἐκ τῆ ἡλίου πριεμένη φύτος ἢ δύναται εἶναι ἡ αὐτὴ τῆ τῆ ἀνακλωμένη ὑπὸ τῶν πλανητῶν, εἰ μὴ τῷ αὐτῷ τάχει ἐκότερα φέροιτο τὰ φῶτα. Ο. Ε. Δ.

15. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐντεῦθεν δῆλον, ὅτι ἐκ τῶν ἀπλανῶν ἀσέρων φῶς ἐν ταῖς αὐταῖς περιστάσεσι τὴν αὐτὴν ὑπομένον θραύσιν, ἢν ἐκ τῶ ἡλιακόν, τὸ αὐτὰ ἔχει τάχος.

16. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τὰ δὲ προβαλλόμενον τῶν γηίνων σωμάτων φῶς, τὴν αὐτὴν καὶ τῆτο ὑφιστάμενον θραύσιν ὡς πρὸς αἰώθησιν, ἢν ἐκ τῶν ἕρανίων, ἰσοταχὲς ἐκείνοις ὡς πρὸς αἰώθησιν δείκνυται· τῆτ' ἔστιν ἐν γένει, ἢ ταχυτῆς τῆ φωτὸς αἰέποτε ὡς πρὸς αἰώθησιν ἔστιν ἡ αὐτὴ, ἐκ οἷα διανύειν σχεδόντι ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῆ 4500000 λεύγας.

17. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Κἂν ἐξαισίον τι εἴη τὸ τῆ φωτὸς τάχος, ἐπεὶ μέντοι πεπερασμένα χωρία ἐν χρόνῳ πεπερασμένῳ διανύει, ἔπεται ἐντεῦθεν, ὅτι τῆς ἀσέρας, ταῦτὸ δ' ἂν εἴη ῥητέον ἀναλόγως ἐκ περὶ τῶν ἄλλων ἕρανίων σωμάτων, ἃ ἡμεῖς ὀρώμεν ἐν τῷ Ζηνίθ, δυνατόν ὑπάρχειν τῆνικαῦτα ἐν τῷ κατ' ἡμᾶς Ναδίρ.

18. Εἰλήφθω γὰρ εἰς ὑπόδειγμα ὁ τῶν ἄλλων ἡμῖν προσεχέςερος ἀσὴρ ὁ Σείριος· δείκνυται τοίνυν ἐκ τῶν ἀστρονομικῶν παρατηρήσεων, ὅτι τὸ τῆτε ἀφ' ἡμῶν, πρὸς τὸ τῆ ἡλίου ἀφ' ἡμῶν ἀπόσημα, λόγον ἔ-

χει :: 200000 : 1 (*)· ἐπεὶ ἔν τὸ φῶς ἡμιτεταρτη-
μόριον ὥρας δαπανᾷ, ἴν' ἐκ τῆ ἡλίου ὡς ἡμᾶς γένηται·

(*) Καὶ γὰρ, ὡς ὀψόμεθα ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ, περὶ τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων τῆς λόγος ποιούμενοι, λεπτῆ δευτέρῃ ἐκτιμᾶται ἢ τῆ Σειρίε ἐνιαύσιος παράλλαξις, ὅ ἐστιν ἐκ τῆ Σειρίε ἴδοι αὐτὴς τὴν τῆς ἐκλειπτικῆς ἀκτῖνα ἐν γωνίᾳ λεπτῆ δευτέρῃ ἐνός· ἢ δὲ τῆ ἡλίου ἡμερήσιος παράλλαξις ἐκτιμᾶται λεπτῶν δευτέρων $8\frac{1}{2}$, τῆτ' ἐστιν ἐκ τῆ κέντρο τῆ ἡλίου ἴδοι αὐτὴς τὴν τῆς γῆς ἀκτῖνα ὑπὸ γωνίας λεπτῶν δευτέρων $8\frac{1}{2}$ · ὑποθεσάμεθα ἔν πρώτον τὸ ἀπὸ τῆ Σειρίε ἐν γωνίᾳ λεπτῆ δευτέρῃ ὁρώμενον μέγεθος τ' αὐτὸν ὑπάρχειν τῷ ἀπὸ τῆ ἡλίου ἐν γωνίᾳ $8\frac{1}{2}$ λεπτῶν δευτέρων ὁραμένῳ· ἐπεὶ δὲ τὸ ὁρώμενον μέγεθος ἐν λόγῳ ἐστὶν ἀντιστρόφῳ τῶν ἀποσημάτων (Γεωμ. 179. Τόμ. Β'.)· ἐντεῦθεν ὁ τῷ Σειρίῳ ἐνυποτιδόμενος διαστής, τὴν γῆνην ἀκτῖνα ὁρᾷ ὡς μέγεθος φαινόμενον ὑπὸ γωνίᾳ λεπτῆ δευτέρῃ ἐνός, ὑποκαταλαβὴ χεῖδὸν τῆς, ἐν ᾗ ὁ ἐν τῷ ἡλίῳ ὁρᾷ τὴν αὐτῆς γῆνην ἀκτῖνα· τὸ ἄρα τῆ Σειρίε ἀπὸ τῆς γῆς ἀπόσημα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αὐτῆς τῆ ἡλίου λόγον ἔχει :: 8 : 1· εἴτ' ἔν ἐστιν = λεύγαις 272000000· Ἀλλὰ γὰρ τῆ ἀπὸ τῆ Σειρίε ἐν γωνίᾳ ἐνός λεπτῆ δευτέρῃ ὁραμένῳ μεγέθους ἐκ ὄντος τῆς κατὰ τὴν γῆν ἀκτίνος, ἀλλὰ τῆς κατὰ τὴν ἐκλειπτικὴν, τῆ δὲ μεγέθους τῆς ἀκτίνος τῆς γῆς λόγον ἔχοντος πρὸς τὸ μέγεθος τῆς κατὰ τὴν ἐκλειπτικὴν :: 1 : 23700, τὸ τῆ Σειρίε ἀπὸ τῆς γῆς ἀπόσημα μείζον ἔσται, ἢ ὅσον εὐρομεν, ὀποτιδίντες τὸ ἀπὸ τῆ Σειρίε ὁρώμενον αὐτὴν ὑπάρχειν τὴν τῆς γῆς ἀκτῖνα· ἐπιπολλαπλασιασθέν ἄρα τὸν 272000000 ἐπὶ 23700, ὅθεν προέισι γινόμενον, ἐξ ᾗ ἐκπορίζεται τὸ τῆ Σειρίε ἀπὸ ἡμῶν ἀπόσημα πρὸς τὸ τῆ ἡλίου λόγον ἔχει :: 200000 : 1.

Ἰνα δὲ ὁ ὑπολογισμὸς ἕτος, ὅς ἀληθῆς ἴοικεν ὑπάρχειν ἀξιολογώτατος, ἔτι ευληπτότερος γένηται, ἑτέρῳ τρόπῳ διαπραχθήσεται ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ, τὰ περὶ τῶν ἀπλανῶν ἀστέρων ἐκτιδιμένοις.

ἐξ ἄρα τῆ Σειρίου δαπανήσει $\frac{1}{2} \times 200000 =$ περίπου τρισὶν ἑνιαυτοῖς· οἱ δὲ γε ἄλλαι ἀσέρες ἢ παρέχουσιν ἐπαιωθητὴν παράλλαξιν· τινὲς δὲ τῶν ἀστρονομόντων παρατηρήσαι ἔδοξαν μίαν ὑποδιπλάσιον περίπου τῆς τῆ Σειρίου· ὅθεν καταφαίνεται, ὅτι δις τοσούτον ἀπέχουσιν, ἢ ὅσον ἡ Σείριος· ἄρα τὸ φῶς αὐτῶν δαπανήσει σχεδόντι 6 ἔτη, ἢ ἐκείθεν εἰς ἡμᾶς γένηται.

19. Οἱ τοίνυν ἀσέρες, οἱ ἡμῖν ἀσυγκρίτως δοκῦντες τῆ Σειρίου ἐλάττωτες, τῷ ὄντι δὲ μείζους αὐτῆ ὑπάρχοντες, τοῖστοι δοκῦσι, διὰ τὸ ἀσυγκρίτως ἡμῶν μάλλον ἢ ὁ Σείριος διίσασθαι. Διευθυμύμενα δὲ τὰ ἀπέραντα χωρία, ἐν οἷς ὁ Δημιουργὸς ἐνδόξως ἔμ μεγαλοπρεπῶς τὸ πανθενὲς ἑαυτῆ διεστράνωσεν, ὑπονοεῖν ἀναγόμεθα μήπε γε τοῖς ἕρηνίοις διαστήμασι τῆς ἀσέρας ἅπαντας ὡσπερ ἡλίου τινὰς ἐγκατέσπειρεν, ἀπέχοντας ἀλλήλων, ὅσον ὁ ἡμέτερος ἡλίου τῆ οἱ προσεχεσάτε Σειρίου· ἔπομένως ἐπέκεινα τῆ Σειρίου ἀσέρα ὑπάρχειν τοσούτον τῆ Σειρίου διέχοντα, ὅσον ὁ Σείριος τῆ ἡλίου· ἔπομένως τὸ αὐτῆ ἀφ' ἡμῶν ἀπόστημα πρὸς τὸ τῆ Σειρίου λόγον ἔχειν :: 200000 : 1· ἔτος ἓν δεύτερος τῷ μεγέθει φανήσεται, ἔμ τὸ ἐκείθεν ἀπαυγάζον φῶς, ὡς ἡμᾶς γενήσεται μετ' ἑνιαυτῆς 600000 περίπου. οἱ δ' ἀσέρες, οἱ τηλεσκοπίοις κατοπτευόμενοι ἐπέκεινα τῆ πρὸς τῷ Σειρίῳ τεθέντος, ἴσως ὑπάρχουσιν τοσούτον αὐτῆ διέχοντες, ὅσον ἐκεῖνος τῆ Σειρίου· τὸ δ' ἐκείθεν προβαλλόμενον φῶς εἰς τὴν καθ' ἡμᾶς γῆν ἀφικνεῖται μετὰ ἔτη 120000000000, εἴτ' ἓν αἰῶνας 1200000000.

20. Τὰ δὲ τῶν ὑπολογισμῶν τέτων ἀποτελέσματα ἀδύνατα, ἢ γὰρ ἀπίθανα δόξουσιν, ὅτῳ μηδὲ ἴσως ἐπιστήσαντι, ὅτι τῆ ἀπολύτη μεγέθους τὴν ἰδέαν μὴ ἔχον-

τες μόνῃ ἐξαρκύμεθα τῇ τῷ σχετικῷ (Φυσ. 58. Τόμ. Δ'), κρίνειν ἐς βυλομένῳ τὸν μέγαν τῷ σύμπαντος κύκλον διὰ τῷ μεγέθους τῆς, ἣν περ αἰκῶμεν σφαίρας, καίτοι ταύτης πρὸς τὸ σύμπαν σημεῖον ἀμερῶς λόγον ἐχούσης.

21. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἐντεῦθεν δῆλον, ὅπως συμβαίνει νέως ἀσέρας ἀνακαλύπτεσθαι, οἱ πρὶν ὑπῆρχον ἀγνωστοί, καί περ τὰς ἑαυτῶν ἀκτῖνας ἀπὸ τῆς αὐτῶν δημιουργίας ἡμῖν προσεπέπεμψαν· μεταβολῆς δέ τινος ἀσέριτινι ξυμβάσης, ἢ ἐν τῇ λάμπει, ἢ ἐν τῷ μεγέθει αὐτῷ, δῆλον ὅτι μετ' ἐνιαυτῶν πλείους ταῦτα ἡμῖν εἶσαι καταδήλα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ τῆς τῷ φωτός προεξεκτάσεως.

22. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Τὸ φῶς προίεται ἐν σχήματι σφαίρας, ἧς κέντρον ἐστὶ τὸ φωτοβόλον σημεῖον.

ΔΕΙΞΙΣ. α'. Λαμπάδος γὰρ τεθείσης ἐν μέσῳ θαλάμου, δυνατόν πανταχόθεν αὐτὴν ἰδεῖν· ἀλλὰ μὴν τῷ το γενέσθαι οὐ δύναται, εἰ μὴ ἡ λαμπὰς προβάλλῃ πανταχόσε φωτισικὰς ἀκτῖνας· ἄρα τῆς λαμπάδος ὡς σημεῖον φωτοβόλου ἐκληφθείσης, καὶ ἀκτίνων πρὸς ἅπαντας τὰς θαλάσσης χώρους τῷ θαλάμῳ ἐξ αὐτῆς ἀγομένων, ὡς περ σφαῖρα ἐντεῦθεν συσπαθήσεται, ἧς κέντρον εἶσαι τὸ φωτοβόλον σημεῖον.

β'. Ἐκδεξώμεθα τὸν ἥλιον ὡς περ φωτοβόλον σημεῖον κείμενον ἐν τῷ ἀδιορίστῳ διαστήματι· πανταχόθεν ἔνθα ὁραθήσεται καὶ ἀπὸ μεγίστης ἀποστήματος, οἷον φέρε διλλιο-

νίε λευγῶν· ἀλλὰ δῆλον, ὅτι ἰδεῖν ἀδύνατόν ἐστιν ἄλλως τὸν ἥλιον ἐντεῦθεν, εἰ μὴ δι' ἀκτίνος ἐκ τῆς ἡλίου προβαλλομένης· τὸ ἄθροισμα ἄρα πασῶν τῶν ἀκτίνων, τῶν ἐκ τῆς ἡλίου προϊεμένων καὶ περὶ αὐτὸν εἰς ἀπόσημα διλλιονίε λευγῶν ἐξικνεμένων, ἀποτελεῖ προδήλως σφαιραν, ἧς κέντρον μὲν ὁ ἥλιος, ἀκτὶς δὲ ἴση διλλιονίε λευγῶν. Ο. Ε. Δ.

23. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Τὸ φῶς προϊέμενον, ἐξαφαινεῖ ἐν λόγῳ τῶν ἀπὸ τῶν διασημάτων τετραγώνων, ἢ ὁ αὐτὸν, ἢ τῆς φωτὸς πυκνότης, φωτοβόλη σώματος προΐεσα, ἐστὶν ἐν λόγῳ ἀντιτρόφῳ τῆς τῶν ἀπὸ τῶν διασημάτων τετραγώνων.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐὰν τεθεῖ ἐν τόπῳ τινὶ λαμπρὰς φωτίζουσα σῶμα ὁποιοῦν τὸ σχῆμα, τὸ ἄθροισμα τῶν ἀπὸ τῆς φωτοβόλης προΐεμένων ἀκτίνων σημείε, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σώματος ἐπιπιπτουσῶν, συστήσεται πυραμίδα, ἧς κορυφή μὲν τὸ φωτοβόλον σημεῖον, βᾶσις δὲ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σώματος, ἢ ἀπέναντι κειμένη τῆς φωτοβόλης σημείε· ἔσαι δὲ παντοία ἢ πυραμὶς, καθ' ἣν ἂν προβάλοι τῷ φωτὶ ἐπιφάνειαν τὸ σῶμα.

Ἐποτεθεῖσθω ἐν τῷ τῷ φωτοβόλῳ σημείῳ Α (σχ. 21) φωτιζόμενον, κύκλον ὑπάχειν τὸ ΒΓΔΤ· τὸ τοίνυν ἄθροισμα τῶν ἀκτίνων, τῶν ἐκ τῆς φωτοβόλης σημείε τῷ ἐπιπέδῳ τῷ τῷ προσπιπτουσῶν, ἔσεται κῶνος ὁ ΑΒΓΔΤ· ἢ δὲ δέσμη τῆς φωτὸς ΑΒΓΔΤ, πρῶτον μὲν ἐπέχει τὸν ἀπειροσὸν κύκλον Α, ὅς ἐστι τῆς κῶνος ἢ κορυφῆ· προΐεσα δὲ, καὶ ἐπεκτεινομένη ἐκ διαδοχῆς, ἐπέχει τὰ κυκλικὰ χωρία ΡηΠΞ, ΙΜΟΖ, ΒΓΔΤ, κτλ., ἅπερ εἰσὶ τὰ τῆς κῶνος σοιχεῖα· δῆλον δὲ, ὅτι τὸ φῶς τοσούτον ἐστὶν ἀφενέσερον, καὶ ἐπομένως ἀραιότερον, ὅσῳ μείζω εἰσὶ τὰ

κυκλικὰ χωρία· ἀλλὰ μὴν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν κύκλων Ρη Πξ, κτλ.· εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ΡΠ, ΙΟ, ΒΓ τετράγωνα (Γεωμ. 398. Τόμ. Β΄).· αἱ δὲ διαμέτραι, ὡς τὰ ἀπὸ τῆς Α κορυφῆς τῶν κύκλων ἀποσήματα Αξ, ΑΖ, ΑΔ, εἴγε, τῶν τριγώνων ΑξΠ, ΑΖΟ, ΑΔΓ ὁμοίων ὄντων, αἱ βάσεις αὐτῶν ξΠ, ΖΟ, ΔΓ ἀνάλογον ἔχουσι τοῖς ὑψέσιν Αξ, ΑΖ, ΑΔ (Γεωμ. 326. Τόμ. Β΄).· αἱ ἄρα τῶν κύκλων τέτων ἐπιφάνειαι εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων Αξ, ΑΖ, ΑΔ τετράγωνα· αἱ πυκνότητες ἄρα τῆ φωτὸς κτλ. Ο. Ε. Δ.

24. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἐὰν ἄρα ληφθῶσι τρία ἀποσήματα ξ, Ζ, Δ, ὧν τὸ δεύτερον μὲν ΑΖ εἴη τῆ πρώτου Αξ διπλῆν, τὸ δὲ ΑΔ τριπλῆν τῆ Αξ, τὸ φῶς ἐν τῷ Ζ κατὰ τὸ τετραπλάσιον ἀφενθήσει, ἢ ἐν τῷ ξ· ἐν δὲ τῷ Δ κατὰ τὸ ἑνεαπλάσιον, ἢ ἐν τῷ ξ, εἰ ἐφεξῆς ὡσαύτως.

25. ΣΧΟΛΙΟΝ. Δυνατὸν δὲ βασανίσαι τὸ θεωρημα εἰ κατὰ τῆτον τὸν τρόπον· εἰάν γὰρ ὀπή διανοιχθῆ κυκλικὴ πρὸς τῆ θύρα σκοτεινῆ τινος θαλάμου, εἰ λαμπὰς τεθῆ πρὸς τῆ ὀπή ἔξωθεν, εἰσελεύσεται εἰς τὸν θαλαμον κῶνος φωτοφυῆς, ἢ ἡ μὲν κορυφὴ ἔσαι πρὸς τῷ μέσῳ τῆς λαμπάδος, ἢ δὲ βᾶσις κύκλος λαμπρὸς ἐπὶ χάρτι, ὃν ἂν θείημεν ἐπέναντι τῆ κῶνε πρὸς ὀρθὰς αὐτῆ τῷ ἄξονι, συνισάμενος· εἰάν ἔν τεθῆ ὁ χάρτης πόδα ἕνα ἀπὸ τῆς κορυφῆς, μετὰ δὲ, δύο, εἰ ἑξῆς τρεῖς, εἰ ἔτιωσ ἐπομένως, ἢ διάμετρος τῆ ἐπὶ τῆ χάρτι κύκλου διπλῆ μὲν ἔσαι ἐν ἀποσήματι δυοῖν ποδῶν, τριπλῆ δὲ ἐν τριῶν, εἰ ἐφεξῆς ὡσαύτως· καίτοι ἔν ὀφθαλμοῖς ἢ δυνάμεθα πειθῆναι, ὅτι τὸ ἐπὶ τῶν ἀλληλοδιαδόχων κύκλων φῶς εἴη κατὰ τὸ τετραπλάσιον ἀφενθέσερον ἐν διαστήματι διπλα-

σίω, ἢ κατὰ τὸ ἐνεαπλάσιον ἐν τριπλασίῳ κτλ., ῥᾶ-
 εα μέντοι τῆτο κατανοήσομεν, ὁρῶντες, ὅτι ἐν διάσηματι
 διπλασίῳ χωρίον φωτίζει τετραπλάσιον, ἐν δὲ τριπλα-
 σίῳ ἐνεαπλάσιον, ὅτι αἱ τῶν κύκλων διάμετροι εἰσὶν
 ὡς 1, 2, 3, κτλ. (Γεωμ. 398. Τόμ. Β').

26. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν με-
 νόντων, τετραπλῆ δυσχερεία ἀναγνωσθήσεται δέλτος ἀ-
 πό ἀποσήματος τῆς λαμπάδος διπλῆ, ἢ ἀπὸ ὑποδιπλα-
 σίε, ἢ ἐνεαπλῆ ἀπὸ τριπλασίε, ἢ ἀπὸ ὑποτριπλασίε,
 κτλ. φημί δὲ, τῶν ἄλλων τῶν αὐτῶν μενόντων· εἰ γὰρ
 ἡ βίβλος ἐγγίσα τῆς λαμπάδος τεθῆ, τὸ ἄπλετον φῶς
 σφοδρῶς πλήττον τὴν ὄρασιν ἀμαυροῖ, ἢ κωλύει αὐτὴν
 τῆς εὐχερῆς ἀναγνώσεως.

27. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Πᾶν φωτοδόλον σῶμα, ὅσον
 ἂν ᾖ μέγα, ἀπὸ πεπερασμένε τινὸς ἀποσήματος, ἔσαι
 ἀόρατον· εἰλήφθω γὰρ εἰς ὑπόδειγμα ὁ ἡμέτερος ἥλιος·
 ἐπεὶ ἔν τὸ φῶς ἀφενεὶ ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τε-
 τράγωνα, εἰ ἀπὸ τῆ φωσῆρος τέρματος ἀνευ ἀχθῆ εἰθεῖα
 εἰς τὸ ἀδιόρισον διάσημα, δῆλον ὅτι ἀφίξεται τελευτατον
 εἰς σημετον, ὅθεν ἔσαι ἀόρατος· ἐς τοσῦτον γὰρ αὐτόθι
 ἐξαφενήσει τὸ φῶς, ὡς μηδεμίαν ἐπαιωθητὴν προσβολὴν
 ἔχειν ἐμποῖῆσαι τῷ τῆ θεατῆ ὀφθαλμῷ.

28. Εἰ ἂν ἔν ἐν τέτρω τῷ σημείῳ ὁ θεατῆς τηλε-
 σκοπίῳ χρήσηται, κατόψεται τὸν ἥλιον, ὡσπερ ἀμέλει ἢ
 γῆθεν διὰ τηλεσκοπίε τῆς ψιλοῖς ὀφθαλμοῖς ἀοράτης κα-
 θορᾶ ἀσέρας, διὰ τὴν, ἣν ὀψόμεθα, ιδιότητα τῶν ἐν
 τῷ τηλεσκοπίῳ ὑελίνων φακῶν· ἀλλ' εἰ ἔτι πορῶ-
 τέρω γένηται ἐπὶ τῆς εἰρημένης ἀπεράντε εὐθείας κατ'
 ἐπίνοιαν, ἀφίξεται τελευτατον εἰς σημετον, ὅθεν ἀθέατος
 ἔσαι ἢ διὰ τηλεσκοπίε ὁ φωσῆρ, εἴγε τοσῦτον ἀφενεῖς

ἔσονται αὐτῆ αἱ ἀκτῖνες, ὡς ἔξ̄ δια τηλεσκοπίῃ μὴ ἔχει
 κινεῖν ἐπαιφθητῶς τὸ τῆς ὀράσεως ὄργανον· ἐντεῦθεν ἄρα
 κατάδηλον γίνεται, ὅτι δυνατόν ὑπάρχειν ἐν τῷ ἕρανῳ
 ἔξ̄ αἰέρας ἄλλης, οἱ μὴδὲ διὰ τηλεσκοπίῃ κατοπτεύονται,
 διὰ τὸ οἶον ἄπειρον αὐτῶν ἀπὸ τῆ ὀφθαλμῷ ἡμῶν ἀπόσημα.

29. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Δῆλον δὲ, ὅτι ὁ ἥλιος ἔξ̄ τὸ
 θερμαίνον εἰς τὸ ἀπέρακτον διάστημα προίησιν, ὡσπερ ἔξ̄
 τὸ φῶς, ὡς πανταχόσε προίεσθαι σφαιροειδῶς πυρῶδη με-
 ρίδια, τὸ θερμὸν πανταχόσε μεταβιβάζοντα· μένει ἄρα
 δεδειγμένον ὅτι, τὸ τῆ ἡλίου θερμὸν, ἐπεκτεινόμενον, ἀφαι-
 ρεῖται κατὰ τὰ ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγῶνα¹⁶. εἰάν
 ἐν κληθῆ 1 τὸ ἀπὸ τῆ ἡλίου τῆ Ἑρμῆ ἀπόσημα, ἐπεὶ
 σχεδόντι ἐστὶ, 2 μὲν τὸ τῆς Ἀφροδίτης, 3 δὲ τὸ τῆς Γῆς,
 4 δὲ τὸ τῆ Ἄρειος, 13 δὲ τὸ τῆ Διός, ἔξ̄ 24 τὸ τῆ
 Κρόνου, ὡς ἐν τοῖς ὕστερον εἰσόμεθα, εὐρεθήσεται, ὅτι ὁ ἥ-
 λιος φωτίζειτε ἔξ̄ θάλπει τὸν Ἑρμῆν, τετραπλασίως μὲν,
 ἢ τὴν Ἀφροδίτην, ἑννεαπλασίως δὲ, ἢ τὴν Γῆν, ἑκ-
 καιδεκαπλασίως δὲ ἢ τὸν Ἄρην, ἔξ̄ ἑκατονβεξηκοντεννεα-
 πλασίως ἢ τὸν Δία, ἔξ̄ τελευταῖον κατὰ τὸ 576 πλείον,
 ἢ τὸν Κρόνον· ἐντεῦθεν δὲ συναγαγεῖν ἔξ̄εσι τὸν λόγον
 τῆτε θάλπει ἔξ̄ τῆ φωτὸς, ἃ δέχεται ἐκ τῆ ἡλίου ἢ ἡ-
 μετέρα Γῆ, πρὸς τὰ, ἅπερ ἐπιδέχονται οἱ ἄλλοι πλάνητες.

30. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τὰ δὲ εἰρημένα περὶ τῆ ἡλικῆ
 θερμῆ ἀκριβῶς ἔ μεταφέρονται ἐπὶ τὰ γῆϊνα πυρᾶ· ὕψω
 μὲν γὰρ ἀποδιῶ τὸν ἑμαυτῆ δάκτυλον ἀπὸ λαμπάδος
 φεγγύσης, τοσέτω ἦττονος αἰσθάνομαι τῆ θερμῆ· ἀλλ'
 ἔξ̄ τὸ θερμὸν, ὡσπερ ἔξ̄ τὸ φῶς, πανταχόσε προβάλλε-
 ται· τέτα μὲν γὰρ τὰ μερίδια, ἐλάχισα ὄντα, ἕδεμίαν
 λαβὴν τῷ βάρει τῆ αἰέρος παρέχεται· τῆ δὲ θερμῆ πολ-
 λά ἀθρόα προίεμενα κατὰ πλευρὰν ἔ προεκτείνονται, ἔ-

δεμὴν ἀνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω· εἰδικῶς γὰρ ὄντα τῶν αἰρίων κυφίτερα, ἀνίστασθαι εἰς τὰ ἄνω καταναγκάζονται· τέ-
ταις πρῶτες, ὅτι ἢ τὴν λαμπάδα φέρει εἶπεν περικυκλῶ-
σα αἰριος σήλη, μανυμένη καὶ κυφοτέρα γινομένη τῶν οἰ-
προσεχῶν, παρ' ἐκείνων ἐξάιρεται· ὅθεν ρεῦμα αἰρος κά-
τωθεν ἐπὶ τὰ ἄνω συνίσταται, ὅπερ, συνεπιστῶν πολλὰ τυ-
φώδη μερίδια, κωλύει ταῦτα τῷ πανταχόσε φέρεσθαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ Ε΄. Ἡ πείρα βεβαίως ἐμπεδοί, ὅτι καὶ ὁ ἦχος ἐπίσης πανταχόσε σφαιροειδῶς προεκτείνεται· ἔσαι ἔν ἐντεῦθεν ὡς δεδειγμένον ὑπὲρ τῶν ὕπερον εἰρησο-
μένων, ὅτι καὶ ὁ ἦχος αἰθενεῖ ὡσπερ τὰ ἀπὸ τῶν ἀποση-
μάτων τετραγώνων.

32. ΣΧΟΛΙΟΝ. Νοητέον δὲ ταῦτα, ὅταν τότε φῶς καὶ ὁ ἦχος μηδενὶ συναπτῶσι κωλύματι· συναπτήσαν-
τα δὲ, ὁ μὲν ἦχος φέρεται κατὰ καμπύλην, περικυκλῶν, ἔτω φᾶναι, τὸ κώλυμα· τὸ δὲ φῶς μόνον κατ' εὐθείαν ἐπεκτείνεται, ὡς ὁψόμεθα αὐτίκα· διὸ καὶ ἀνακλᾶται.

33. ΠΟΡΙΣΜΑ Σ΄. Ἐκ τῆς προεκτεθείσης δείξεως κατὰδηλον, ὡς εἰ τὴναντίον αἱ ἀπὸ φωτοβόλου σημείων ὡς ἀπὸ σφαιρικῆς κέντρος προιέμεναι ἀκτίνες, καὶ ἀλλήλων ἀ-
ποκλίνουσαι, συγκλίνουσαι ἀποτελεωθεῖεν, ὡς δεῖν αὐτὰς συλλέγεσθαι ἐν ἐσίᾳ τινὶ, ὡς συμβαίνει ταῖς διὰ ὑελίνων φακῶν συλλεγομέναις ἡλιακαῖς ἀκτίσιν, ἢ πυκνότης τῶν φωτιστικῶν τέτων ἀκτίνων, εἴτ' ἔν ἡ ἰσχύς τῆ φωτός, αὐ-
ξήσει ἐν λόγῳ ἀντιτρόφῳ τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων, καθ' ἃ ἀπέχει ὁ φακὸς ἀπὸ τῆς ἐσίᾳς, ἢ ἐν ἡ συλλέγονται.

34. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ταῦτα δὲ ἤδη δεδειγμένα περίτε τῆς πυκνότητος, καὶ δὴ καὶ τῆς προεκτάσεως τῆ φωτός, ἐπί-
σης ἐκληπτέον, εἴτε αὐτόφωτον εἴη τὸ φωτοβόλον ση-

μειον, εἴτε ἑτερόφωτον· λευκὴν γὰρ σφαιραν χαρτίνην, ἐν μέσῳ θαλάμῃ κειμένην, ἐπεὶ πανταχόθεν ὁρῶμεν, ἀνακλᾷ δὴπε πανταχόσε ἐ σφαιροειδῶς, ὅπερ ἐδέξαστο εἴτε ἡλιακόν, εἴτε ὅποιον ἦν φῶς, ὡς εἶπερ εἶη αὐτόφωτος.

35. ΘΕΩΡΗΜΑ ΣΤΟΙΚΕΙΩΔΕΣ. Τὸ φῶς προεκτείνεται κατ' εὐθείαν γραμμὴν.

ΔΕΙΞΙΣ. α'. Εἰ γὰρ μοι τις προσδιαλέγοιτο, σήλης τινὸς ὀπίθεν ἐσῶς, τὴν μὲν φωνὴν αὐτῆ ἀκῶ, αὐτὸν δὲ ἔχ' ὁρῶ· ἐνώπιον δὲ αὐτῆ γινόμενος τῆς τε φωνῆς αὐτῆ ἀκῶ, ἐ αὐτὸν τὸν λαλῶντα βλέπω· ἑκατέρως ἔν αὐτῆ τὴν φωνὴν ἀκήκασα, ὅτι ὁ ἦχος, ἐ κατὰ καμπύλην ἔχων προάγειται, ἐ κατ' εὐθείαν, πρῶτον μὲν καμπύλην γράψας περὶ τὴν σήλην, εἶτα κατ' εὐθείαν ἐνεχθεὶς, ἑκατέρως εἰς τὰ ἐμὰ ὦτα εἰσελήλυθεν· ἀλλὰ γὰρ, ἐπεὶ ὀπίθεν ὄντα τὸν λαλῶντα ἔχ' ὁρῶ, ἅμα δὲ τῷ τῆς σήλης προσελθεῖν ἐ δὴ ὁρατός μοι καθίσταται, δῆλον, ὅτι τὸ ἀπ' αὐτῆ προιέμενον φῶς ἐ πέφυκε φέρεσθαι κατὰ καμπύλην, ἀλλὰ κατ' εὐθείαν.

β'. Ἡ φωνὴ τῆ λαλῶντος πρὸς τῆ ὀπῆ ἔξωθεν τῆ σκοτεινῆ θαλάμῃ ἐν τῷ προεκτεθέντι πειράματι (25) πανταχόσε τῆ θαλάμῃ ἀκῶσται· ἔκῃν αἱ ἡχητικαὶ ἀκτίνες, αἱ ἐκ τῆ σώματος αὐτῆ προιέμεναι, διασκεδάννυνται εἰς ὅλον τὸν θαλάμον, ἐπεκτεινόμεναι καὶ κατὰ καμπύλας γραμμὰς· ἔχ' ἔτω δὲ ἐ τὸ φῶς τῆς λαμπάδος· μόνοι γὰρ οἱ τόποι φωτίζονται, οἱ κατ' εὐθείαν τῆ ὀπῆ ἀντιστοιχῶντες· ἐκ δὲ τῆ ἀθροίσματος τῶν εἰσερχομένων ἀκτίνων κῶνος, ὡς ἤδη εἴρηται, συνίσταται, τὴν μὲν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῆ ὀπῆ, τὴν δὲ βάσιν πρὸς τῷ ἀπέναντι τῆς ὀπῆς τοίχῳ τῆ θαλάμῃ, εἰ μὴ παρεμποδίζοι τὴν τῶν ἀκτίνων πρῶσιν σῶμά τι ἑτερόφωτον, μεταξὺ κείμενον· ὁ μὲν ἔν

ἦχος ἅπαντα πληροῖ τὸν θάλαμον, τὸ δὲ φῶς μόνος τῆς χώρης, εἰ; ἐς ἂν ἀχθεῖεν εὐθείαι ἀπὸ τῆς ὀπῆς, ἧς ἡ λαμπρὰς κείται ἔξωθεν.

γ'. Καίπερ τὸ φῶς, ὃ ἀμέσως τῆ ἡλίῳ προίεται ἐς τοσούτον ἐστὶ λαμπρὸν, ὥστε τὴν ὄψιν ἀμαυρῆσαι τὸ πρῶτον, ἡ δὲ σελήνη ἐλαχίστη ὑπάρχει, πρὸς τὸν ἥλιον παραβαλλομένη· εἰάν μὲντοι παρεμπέσῃ μεταξὺ τῆ ἐμῆ ὀφθαλμοῦ καὶ τῆ ἡλίῳ, ὡς μὴ ἔχειν εὐθείαν ἐπιζευχθῆναι ἐκ τῆ ὀφθαλμοῦ πρὸς τὸν ἥλιον, ὃ ἐν ταῖς κεντρικαῖς τῆ ἡλίῳ ἐκλείψει γίνεται, τῆ μὲν ἡλίῳ ἀπογείῃ, τῆς δὲ σελήνης προσγείῃ ἀποβαινόντων, τῆνικαῦτα, καὶ εἴη σαθερὰ μεσημβρία, τὸ ἡλιακὸν φῶς ἐμὴ ἀφίξεται εἰς τῆς ἐμῆς ὀφθαλμῆς· ἀλλ' εἴπερ καὶ κατὰ καμπύλας, ὡς ὁ ἦχος ἐκταθῆναι εἶχε, ἡ μεταξὺ τῆ ἡλίῳ καὶ τῆ ἐμῆ ὀφθαλμοῦ παρεμπίπτουσα σελήνη ἐδόλως ἂν παρενεπόδιζε τὸ φῶς, ἐδ' ἂν ἐγίνετο ποτὲ ἡλιακὴ ἐκλείψις· τὸ ἄρα φῶς δῆλον ἐκ τούτων, ὅτι κατ' εὐθείαν μόνον προάγεται. Ο. Ε. Δ.

36. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐν ὠτινίῳ χώρῳ τῆ σκοτεινῆ θάλαμῳ σταθεῖς, ὁρῶ τὸν φωτοφυῆ κῶνον, περὶ ἧ ἤδη εἴρηται· ἀλλ' ἐ συμβαίνει τῆτο, διὰ τὸ ἐπεκτείνεσθαι τὸ φῶς καὶ κατὰ καμπύλας· ἀλλ' ὅτι, ἐπιπίπτου τοῖς ἀεροφυέσι μεριδίῳις, καὶ τοῖς ἄλλοις θερρῶν σωμάτων μορίῳις, τοῖς τῷ ἀέρι ἐννηχομένῳις, ἀνακλώμενον ἀνακάμπτει, καὶ ὁρατὸν ἡμῖν παρεμφαίνει τὸν φωτοφυῆ κῶνον· εἰ γὰρ ἐν τῷ μέσῳ τῆ φωτοφυῆς κῶνε τὸ ἕλενον τῆς πνευματικῆς ἀντλίας τεθῆ δοχείον, ἧ προεξήντλητο ὁ ἀήρ, ὁ φωτοφυῆς κῶνος, ἐκατέρωθεν ὡν ὁρατὸς, ἐνθά ἐστὶ τὸ δοχείον, ἀόρατος γενήσεται.

37. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἐπεὶ τὸ ἡλιακὸν φῶς ὡς ἡμῶς κατ' εὐθείαν προεπεκτείνεται, ἔδει βαθεῖαν νύκτα ε-

πιπετάνυσθαι ἅμα τῷ τὸν ἥλιον ὀλοχεῶς δύναι, ἢ διαρκεῖν, μέχρις ἂν ἔωθεν ὑπὲρ τὸν ὀρίζοντα ἐξαρθῇ· ἢ συμβαίνει δὲ τῆτο, ἀλλὰ ἢ μετὰ τὴν δύσιν, ἢ πρὸ τῆς ἀνατολῆς αὐτῆ δι' ὥρας περί τε φωτὸς ἀπολαύμεν, ἐκεῖ μὲν κατὰ βραχὺ ἀπομεινόμεν, ἐνταῦθα δὲ αὐξήσας· τὸ γὰρ ἡλιακὸν φῶς, διήκον διὰ τῆς ὑπὲρ τὸν ὀρίζοντα ἀτμοσφαιρας, ἀνακλᾶται, ὡς εἰσόμεθα ὑστερον· αἱ δ' ἀνακλιόμεναι ἀκτίνες φωτίζουσιν ἡμᾶς.

38. Ἄρτι δὲ δευκίτος τῆ ἡλίῳ, τὸ φῶς ἔτι αὐγάζει ὅλην τὴν ὑπὲρ ἡμᾶς ἀτμοσφαῖραν· πολλαὶ δὲ φωτοφεῖς ἀκτίνες, τοῖς ἐν τῇ ἀτμοσφαίρα σερρόις σωματίοις ἐπιπίπτουσαι, ἀνακλῶνται πρὸς τὸν καθ' ἡμᾶς ὀρίζοντα· ἢ τῆνικαῦτα φῶς ὑποφώσκει τὸ καλύμενον λυκαυγῆς. Ἀναλόγως δὲ τῇ ὑπὸ τὸν ὀρίζοντα τῆ ἡλίῳ ταπεινώσει, τὸ φῶς αἰεὶ ἔλαττον αὐγάζει μέρος τῆς καθ' ἡμᾶς ἀτμοσφαιρας, ἢ μόνον αὐτῆς τὰ ὑπέρτατα, ἐνθα ἐλάττους εἰσὶν οἱ ἀτμοί, οἱ ἀνακλᾶν τὸ φῶς δεξιῶς ἔχοντες· αἰεὶ ἄρα ἢ ἡλιακαὶ ἀκτίνες πρὸς ἡμᾶς ἀνακλασθήσονται ἐλάττους, ἢ ἀσθενεσέρη ἀπολαύσομεν φωτὸς, ὡς κείρα ἀδιαλείπτῳ παιδευόμεθα· ἐπεὶ δὲ ἢ καθ' ἡμᾶς ἀτμοσφαῖρα εἰς ὕψος περί τε λευγῶν εἰκοσιν ἐξαίρεται (Ἄερολ. 53.), ἔσαι ὑπὸ τὸν ὀρίζοντα σημεῖον, ἐνθα γενόμενος ὁ ἥλιος ἢ μὴ δυνήσεται τῆς ἡμετέρας ἐπιφάσσαι ἀτμοσφαιρας, δι' ἕδεμιᾶς τῶν ἐαυτῆ ἀκτίνων, ἀμέλειτοι, ὡς παρατηρηκότες εἰσὶν οἱ ἀστρονομῶντες, 18 μοίρας ἐνερθεν τῆ ὀρίζοντος καταβάς· τῆνικαῦτα τοίνυν παντὸς λυκαυγῆς παυόμεν, νυκτὶ παχεῖα περικαλυπτόμεθα.

Τῆ ἐπαύριον δὲ, τῆς γῆς περιαγομένης κατὰ συνεχεῖαν, ἢ, ὃ δὴ περὶ τάντων εἰς ἀνάπτυξιν τῆδε τῆ φαινομένου, τῆ ἡλίῳ ἐνδελεχῶς περιπατῆντος δυσμῶθεν πρὸς

ἀνατολᾶς, ἔσαι τόπος, ἐνθ' ὃ ἥλιος ὑπὸ τὸν ἡμέτερον ὀρίζοντα 18 μοίραις ὑποκείται· καὶ δὴ τῆνικαὺτα αἱ ἡλιακαὶ ἀκτίνες φωτίζου ἀρχονται τὴν κορυφὴν τῆς κατ' ἡμᾶς ἀτμοσφαιρας· ὅθεν φῶς πρὸς ἡμᾶς ἀσθενὲς ἀνακλᾶται, κατὰ βραχὺ μέχρι τῆς φωστῆρος ἀνατολῆς ἐπιτεινόμενον, ὃ ἰδίῳ ὀνόματι καλεῖται ἠώσ.

39. ΣΧΟΛΙΟΝ. Τῷ προεκτεθέντος θεωρήματος ἔχ' ὅπως ἡ πᾶσα μονὸν τῷ φωτὸς θεωρία ἐξήρτεται, ἀλλὰ δὴ καὶ ἡ τῆς σκιάς τῆ Μαθηματικῆς Ἀστρονομίας πρὸ ἔργου γινομένης, περὶ ἧς ἡμῖν καὶ δὴ εἰρήσεται ἐν τῷ ἐφεξῆς κεφαλαίῳ.

40. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ὄταν τὸ φῶς διὰ μέσεσ ὁμογενῆς, οἷον ἰέλε, ὕδατος κτλ. διήκη, ἡ πυκνότης αὐτῆ ἀπομειῦται κατὰ γεωμετρικὴν πρόοδον.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐποτεθείσθω γὰρ τὸ μέσον διηρημένον εἰς πολλὰς παραλλήλους σιβάδας, αἵτινες ὡς ὁμογενεῖς ἔσονται καὶ ἰσόπυκνοι· δι' ἑκάστης ἄρα τούτων διῖον τὸ φῶς, ἀποτιθεται ἴσα μέρη τῆς ἑαυτῆ πυκνότητος· κληθήτω ἔν

τὸ ἀποτιθέμενον μέρος $\frac{1}{y}$, καὶ τὸ ἐπιπίπτον τῇ πρώτῃ

σιβάδι φῶς ἔσω = 1· τὸ ἄρα μετὰ ταύτην ἔσαι $1 -$

$\frac{1}{y} = \frac{y-1}{y}$ · διῖον δὲ διὰ τῆς δευτέρας, ἀποτιθεται αὐθις

$\frac{1}{y}$ τῆς ποσότητος $\frac{y-1}{y}$, εἴτ' ἔν (Ἀριθμ. 199) $\frac{y-1}{y^2}$ ·

καὶ δὴ ὑπολείπεται αὐτῷ πυκνότης $\frac{y-1}{y} - \frac{y-1}{y^2} =$

$\frac{y^2 - 2y + 1}{y^2} = \frac{(y-1)^2}{y^2}$ · διῖον δὲ διὰ τῆς τρίτης,

ἀποβάλλει εἰς αὐθις $\frac{1}{y}$ τῆς ποσότητος $\frac{(y-1)^2}{y^2}$, εἴτ' ἔν

$\frac{(y-1)^2}{y^2}$ εἰ δὴ τὴνικαῦτα ἔξει πυκνότητα τὴν $\frac{y^2-2y+1}{y^2}$

$$\frac{y-2y+1}{y^2} = \frac{y^2-2y+1}{y^2} = \frac{(y-1)^2}{y^2},$$

εἰ ἐφεξῆς ὡσαύτως ἀπομειῖται ἄρα ἡ τῆ φωτὸς πυκνό-
της κατὰ τὴν ἐφεξῆς ἀναλογίαν $\frac{(y-1)}{y} : \frac{(y-1)^2}{y^2} ::$

$$\frac{(y-1)^2}{y^2} : \frac{(y-1)^3}{y^3} \text{ κτλ. εἰ δὲ αὕτη γεωμετρικὴ}$$

ἄρα κτλ.

41. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἐὰν δ' ἅμα εἰ ἀποκλίνωσιν αἱ ἀκτίνες, ἡ γεωμετρικὴ πρόοδος ἤδη πολλαπλασιασθεῖσαι ἐπὶ τὴν $1 : 4 : 9 : 16$ κτλ. (24) εἰ δὴ τὸ φῶς ἀπομειωθῆσεται ὡς $\frac{y-1}{y} : \frac{(y-1)^2}{4y^2} : \frac{(y-1)^3}{9y^3} :$

$$\frac{(y-1)^4}{16y^4} \text{ κτλ.}$$

42. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Τὸ ἄρα ἡλιακὸν φῶς, τὴν ἀτμοσφαίραν διήκον, μᾶλλον ἐξαθνεῖ τῆ ἡλίου τὴν πρὸς τῷ ὀρίζοντι σαδιεύοντος, ἢ ἐξαρθέντος ὑπὲρ τὸν ὀρίζοντα· ἐκείνιος γὰρ πλείον διατρέχει διάστημα, ἢ περ ἔτως· ἐν γὰρ τῷ 22 γήματι, ἐνθα τὸ μὲν Γ τὴν γῆν ἐμφαίνει, τὰ δὲ αβγδε τὴν ἀτμοσφαίραν, αἱ δὲ Ηζ τὰς ἡλιακὰς ἀκτίνας, εἰ βζ > εζ, ἢ περ ῥαδίως συνάγεται.

43. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α'. Δυσὸν φωτοβόλων σημείων ἰσοθνεῖται αὐγαζόντων φωτὶ, εἰ ἴσον ἀπεχόντων ἀπὸ δυσὸν

ἑτεροφώτων, ἐν διαφόροις κειμένων τόποις, εὐρεῖν τὸν τῷ
 θένος λόγον, καθ' ὃν ἑκάτερον φωτίζεται.

ΛΤΣΙΣ. Ἐῶσαν δύο ἀκτινοβόλα σημεῖα Α, Β
 (σ. 23). ἢ ἀπεχέτωσαν ἀπὸ μὲν τῷ ἑτεροφώτε σώμα-
 τος Γ τῷ ΕΓ, ἀπὸ δὲ τῷ Δ τῷ ΕΔ, ἢ ἔσω ΕΓ = α,
 ἢ ΕΔ = β, ἢ τὸ μὲν ἀπὸ τῷ Α ἐπὶ τῷ Γ πίπτει φῶς
 κληθῆτω μ, τὸ δ' ἐκ τῷ Β ἐπὶ τῷ αὐτῷ Γ, ν· τοιγα-
 ρῶν, ἐκ μὲν τῷ Α κηγάζοντος τῷ φωτός, τὸ ἐν τῷ Γ
 πρὸς τῷ ἐν τῷ Δ ἔσαι :: β² : α² (23), εἴτ' ἔν μ : Δ

: β² : α² ἄρα Δ = $\frac{\mu\alpha^2}{\beta^2}$. ἐκ δὲ τῷ Β αὐγάζοντος

τῷ φωτός, ἔσαι ν : Δ :: β² : α², ἢ Δ = $\frac{\nu\alpha^2}{\beta^2}$. ἔδει

Γ : Δ :: μ + ν : $\frac{\mu\alpha^2 + \nu\alpha^2}{\beta^2}$, ἢ Γ : Δ :: (μ + ν) β²

: (μ + ν) α², ἢ Γ : Δ :: β² : α², τῷτ' ἔστιν, ἢ εἰν Α
 ἢ Β, ὡσι δύο φωτοβόλα σημεῖα τῷ αὐτῷ φωτισικῷ σώ-
 ματος, οἷς ἐπικέμπει τὰς ἀκτῖνας, τὰ σώματα φωτι-
 ζήσεται ἐν ἀντιπεπονητότι λόγῳ τῶν ἀπὸ τῶν ἀποση-
 μάτων τετραγώνων.⁶⁵

44. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β'. Σώματος ἀφειγγῆς μετα-
 ξὺ δυσὶν φωτοβόλων σημείων, ἀλλ' ἑκάτῃ τὸ μέσον, κει-
 μένῃ, εὐρεῖν, ὄντε λόγον ἐστὶ πυκνὸν τὸ φῶς κατὰ τὸ μέσον,
 ἢ ὄν κατὰ τὸ φωτιζόμενον σῶμα.

ΛΤΣΙΣ. Ἐῶσαν Α, ἢ Β δύο σώματα ἴσον αὐγά-
 ζόντε (σ. 24). ἢ τὸ μὲν Δ φωτιζέτω, Γ δὲ ἔσω τὸ
 μέσον σημεῖον· ἢ τὸ ἀφ' ἑκατέρῃ κατὰ τὸ Γ ἐπικίπτει
 φῶς κληθῆτω φ, ἢ τὸ ἀπόσημά ΑΓ = ΒΓ = α, καὶ
 2ΑΔ = β, ἢ ΔΒ = γ· τῷ μὲν ἔν Α ἐκληφθέντος ὡς

φωτισικῆ σημείῳ, τὸ ἐν τῷ Δ φῶς πρὸς τὸ ἐν τῷ Γ ἀντιπεπονητότα λόγον ἔξει, ἢ ὄν τὰ ἀπὸ τῶν ἀποσημάτων τετραγώνων (23), εἴτ' ἔν Δ : φ :: α² : β² · ἄρα Δ = $\frac{\phi x^2}{\beta^2}$ · τῆ δὲ Β φωτίζοντος, ἔσαι Δ : φ :: α² : γ² · ἄρα

$$\Delta = \frac{\phi x^2}{\gamma^2} \cdot \text{ἀμφοτέρων δ' ἄμα, ἔσαι } \Delta : \Gamma :: \frac{\phi x^2}{\beta^2} + \frac{\phi x^2}{\gamma^2}$$

$$: 2\phi \cdot \text{ὅθεν } \Delta : \Gamma :: \phi x^2 \gamma^2 + \phi x^2 \beta^2 : 2\phi \beta^2 \gamma^2, \text{ καὶ}$$

$$\text{(τῆ δευτέρου λόγου διαιρεθέντος διὰ } \phi) \Delta : \Gamma :: \alpha^2 \gamma^2 +$$

$$\alpha^2 \beta^2 : 2\beta^2 \gamma^2, \text{ ἢ } \Delta : \Gamma :: (\gamma^2 + \beta^2) : 2\beta^2 \gamma^2 \cdot$$

ἄρα, τὸ ἐν τῷ Δ φῶς πρὸς τὸ κατὰ τὸ μέσον Γ λόγον ἔχει, ὄν τὸ γινόμενον ἐκ τῆ ἀθροίσματος τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ Δ ἐξ ἑκατέρου ἀποσημάτων,

ἢ τῆ τετραγώνου τῆ ἀπὸ τῆ ἀποσηματος τῆ μέσου, πρὸς

τὸ διπλῆν γινόμενον ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῶν τῷ Δ ἀποσημάτων

τετραγώνων.⁶⁶

ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ. Ἐστω α = 5, ἢ β = 2 · ἔκιν ἔσαι γ = 8 · ἢ τὸ μὲν ἐν τῷ Δ φῶς ἔσαι = (64 + 4)

$$25 = 2700, \text{ τὸ δὲ κατὰ τὸ μέσον } \Gamma = 2 \times 4 \times 64 =$$

$$512 \cdot \text{ τοιγαρῶν } \Delta : \Gamma :: 675 : 512.$$

45. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐὰν ῥηθῆ ἈΓ = α, ἢ ΔΓ = δ,

$$\text{ἔσαι } \Delta\Delta = \alpha - \delta, \text{ ἢ } \Delta\text{B} = \alpha + \delta \cdot \text{ ἢ } \delta\eta \beta^2 = \alpha^2 -$$

$$2\alpha\delta + \delta^2, \text{ ἢ } \gamma^2 = \alpha^2 + 2\alpha\delta + \delta^2, \text{ ἢ } (\beta^2 + \gamma^2) \alpha^2$$

$$= (\alpha^2 - 2\alpha\delta + \delta^2 + \alpha^2 + 2\alpha\delta + \delta^2) \cdot \alpha^2 = (2\alpha^2 +$$

$$2\delta^2) \alpha^2 = 2\alpha^4 + 2\alpha^2\delta^2 \cdot \text{ ἢ } 2\beta^2\gamma^2 = 2(\alpha^2 - 2\alpha\delta$$

$$+ \delta^2) \times (\alpha^2 + 2\alpha\delta + \delta^2) = 2(\alpha^4 - 2\alpha^3\delta + \alpha^2\delta^2 +$$

$$2\alpha^3\delta - 4\alpha^2\delta^2 + 2\alpha\delta^3 + \alpha^2\delta^2 + 2\alpha\delta^3 + \delta^4) = 2(\alpha^4$$

$$+ 2\alpha^2\delta^2 - 4\alpha^2\delta^2 + \delta^4) = 2\alpha^4 + 4\alpha^2\delta^2 - 8\alpha^2\delta^2 +$$

$$2\alpha\delta^4 = 2\alpha^4 - 4\alpha^2\delta^2 + 2\delta^4 \cdot \text{ ἄρα } \Delta : \Gamma :: 2\alpha^4 +$$

$$2\alpha^2\delta^2 : 2\alpha^4 - 4\alpha^2\delta^2 + 2\delta^4 :: \alpha^4 + \alpha^2\delta^2 : \alpha^4 -$$

$\alpha^2 \delta^2 + \delta^2$ · ἐπεὶ τοίνυν αἰεὶ ἔσται $\alpha > \delta$, αἰεὶ ἔσται $\alpha^2 \delta^2 > \delta^2$ · ὅθεν ἐξ $\Delta > \Delta$, ἐξ ἐπομένως ὁ ἐν τῷ Γ μέσῳ σημείῳ φωτισμὸς ἐλάττων τῷ ἐν τῷ Δ .

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

Περὶ Σκιάς.

46. ΟΡΙΣΜΟΣ. Σκιά μὲν ἐστὶν ἔλλειψις φωτὸς ἀπὸ σώματος ἑτεροφώτου, ἀποτελεσμένη ἐκ παρεμπύπτοντος δευτέρου ἑτεροφώτου σώματος μεταξύ σώματος αὐτοφώτου καὶ τοῦ πρώτου ἑτεροφώτου · σκότος δὲ, παντελὴς τῷ φωτὸς ἀπουσία.

47. ΠΟΡΙΣΜΑ. Σκιά ἄρα καὶ σκότος ἔννοιαί εἰσιν ἀποφατικάι, μηδὲν τῷ ὄντι κατὰ φύσιν ἡμῶν παρεμφαίνουσαι.

48. ΘΕΩΡΗΜΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΣ. Πᾶν ἑτερόφωτον, ἀπέναντι αὐτοφώτου κείμενον, ὅπισθεν ἑαυτῷ σκιάν ἐκπέμπει.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐστω γὰρ αὐτόφωτος μὲν ἡ AB (χ. 25) σφαῖρα, ἑτερόφωτος δὲ ἡ $\Gamma\Delta$ · ἐπεὶ δὲ τὸ φῶς κατ' εὐθεΐαν προεκτείνεται (35), ἕδεμῖα τῶν φωτοφυῶν ἀκτίνων $B\Gamma$, κτλ. ἄς προΐησιν ἡ AB σφαῖρα εἰς τὸ $E\Delta Z\Theta$ χωρίον, ἐκεῖ ἀφικέσθαι δυνήσεται · πᾶσαι δὲ παρεμπυδιθήσονται ὑπὸ τῆς ἑτεροφώτου σφαίρας $\Gamma\Delta$ · ἄρα κτλ. Ο. Ε. Δ.

49. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Τὸ σχῆμα, ὃ ἔσται βάσις $ΕΘ$ τῷ ἐσκιασμένῳ χωρίῳ, λαμβανομένη ἐπὶ τῷ ἑτεροφώτῳ σώματι, συμποικιλεῖται παντοίως τῷ σχήματι ἢ τῷ με-