

$\equiv \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}x = KA - \frac{1}{2}AP$, τῆς ἐς τὸ κέντρον Θ ἐς κατὰ τὸ μέσον Θ τῆ κατὰ τὸδε τὸ τμήμα ὕψους AP ἐντεῦθεν ἐπαγαγεῖν ἐγγύει δυνάμεθα „ ἀπάσης σφαιρικῆς ζώνης ἀπολαμβανομένης ὑπὸ δυοῖν παραλλήλων ἐπιπέδων τῆς ἐπιφανείας τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον ἐς κατὰ τὸ μέσον τῆ τῆς ζώνης ὕψους. “

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Περὶ τῆ κέντρου τῆς βαρύτητος τῶν σφαιρῶν.

454. ΘΕΩΡΗΜΑ. Κέντρον βαρύτητος παντὸς πρίσματος ἢ κυλίνδρου ἐς τὸ μέσον τῆς εὐθείας τῆς ἐπιζευγνύσης τὰ κέντρα τῆς βαρύτητος τῶν βάσεων τῆς τε ὑπερθεν ἢ τῆς ἐνερθεν.

ΔΕΙΞΙΣ. Πᾶν πρίσμα, ἢ κύλινδρος ἅπας, ἐπισηθῆναι δύναται συγκείμενος ἐξ ἀπειραριθμῶν εἰσβάδων ἰσοβαρῶν, παραλλήλων, ἢ ἴσων ταῖς βάσεσι τῆ ὑπερθεν ἢ τῆ ἐνερθεν· εὐθεῖα δὲ ἀγομένη ἀπὸ τῆ κέντρου τῆς βαρύτητος τῆς ὑπερθεν βάσεως ἐπὶ τὸ τῆς ἐνερθεν, προδήλως διήξει διὰ πάντων τῶν κέντρων τῆς βαρύτητος τῶν παραλλήλων εἰσβάδων· ἔσαι ἔν αὕτη ζυγὸς ἰσομερῶς κατασπώμενος δι ὅλη αὐτῆ τῆ μήκους, ἢ τὸ μέσον ἔσαι ἐπομένως κέντρον τῆς βαρύτητος τῆ πρίσματος, ἢ τῆ κυλίνδρου. Ο.Ε.Δ.

455. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἀπάσης πυραμίδος τριγωνικῆς τῆς $AB\Gamma\Delta$ (χ. 37) κεῖται ἐν τῷ ι κέρατι τῆ δι τεταρτημορίου τῆ $\delta\Lambda$ ἀποσήματος τῆ κέντρου τῆς βαρύτητος δ τῆς $B\Gamma\Delta$ βάσεως ἀπὸ τῆς κορυφῆς A .

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐπιεννεύσω ἡ πυραμὶς συγκειμένη ἐξ ἀπειραριθμῶν τριγωνικῶν σιβάδων, παραλλήλων τῇ ΒΓΔ βάσει, μειμμένων κατὰ πρόοδον ἀριθμητικὴν μέχρι τῆς κορυφῆς Α (Γεωμ. 420. Τόμ. Β'). σαφές δὲ, ὡς πάντων τέτων ὁμοίων ὄντων, ἔστι ὁμοίως κειμένων, ἡ εὐθεῖα δὲ ἡ διὰ τῆ δ κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς βάσεως διήκῃσα, διήξει ἔτι διὰ τῶν κέντρων τῆς βαρύτητος πατῶν τέτων τῶν σιβάδων, ἔτι δὲ ἔτι διὰ τῆ κέντρον τῆς βαρύτητος ὅλης τῆς πυραμίδος.

Ἐπιεννεύσω πύβις ἡ πυραμὶς συγκειμένη ἐξ ἀπειραριθμῶν σιβάδων τριγωνικῶν παραλλήλων τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ, μειμμένων ἐς γε τὸ Γ· εἴαν ἔν ἐκ τῆ τῆς βαρύτητος τῆ ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τ μέχρι τῆ Γ εὐθεῖα ἀχθῆ ἡ τΓ, διήξει διὰ τῆ ἰδιαιτέρου κέντρον τῆς βαρύτητος πατῶν τῶν παραλλήλων τῷ ΑΒΔ σιβάδων, εἴτ' ἔν διὰ τῆ κέντρον αὐτῆς τῆς πυραμίδος· δῆλον ἔν ὡς τὸ σημεῖον, καθ' ὃ τέμνεται αἱ εὐθεῖαι Αδ, ΙΓ, ἔστι τὸ κέντρον αὐτῆς τῆς πυραμίδος· φημι δὲ ὡς ἔστι $\delta\iota = \frac{1}{3}$ τῆς δΑ· ἡχθωσαν γὰρ ἐκ τῆ μέσου σημείον Θ τῆς ΒΔ πλευρᾶς αἱ ΘΑ, ΘδΓ· ἔκῃν ἔσαι $\Theta\delta = \frac{\Theta\Gamma}{3}$ (439)· ἄρα, ἐπεὶ ἔστι $\Theta\delta :$

$\Theta\tau :: \Theta\Gamma : \Theta\Lambda$ (Συμβ. Λογ. 234. Τόμ. Α'), ἔτι ἡ Θ γωνία, κοινὴ, τὰ Θδτ, ΘΓΑ τρίγωνα εἰσὶν ὁμοία (Γεωμ. 337. Τόμ. Β')· ἐπεὶ ἔν ἡ τ γωνία, ἡ ὑπὸ τῆς τδ συνισαμένη, ἔστιν ἴση τῇ Α γωνία, ἡ εὐθεῖα τδ ἔσαι παράλληλος τῇ ΑΓ (Γεωμ. 137. Τόμ. Β') ἄρα τὸ δτ τρίγωνον ὁμοίον ἔστι τῷ ΙΑΓ (Γεωμ. 220. Τόμ. Β')· ἔκῃν ἔν τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις Θδτ, ΘΓΑ ἔστι $\delta\tau : \Gamma\Lambda :: \Theta\delta : \Theta\Gamma$ · ἀλλὰ $\Theta\delta = \frac{\Theta\Gamma}{3}$, ὡς ἤδη εἶδομεν· ἄρα $\delta\tau =$

$\frac{\Gamma\Lambda}{3}$ · ἐν δὲ τοῖς ὁμοίοις τριγώνοις ὅτι, $\iota\Lambda\Gamma$ ἔσι δι: $\iota\Lambda$::

$$\delta\tau: \Gamma\Lambda \cdot \text{ὅκων } \delta\iota = \frac{\iota\Lambda}{3} \cdot \text{ἄρα } \delta\iota = \frac{\delta\Lambda}{4} \cdot \text{Ο. Ε. Δ.}$$

456. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὐρεῖν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῶν ἐκ περιαγωγῆς ἐπιφανείας ἀπογεννωμένων σφαιρῶν.

ΛΥΣΙΣ. Νοηθῆτω πᾶν τοιοῦτο σφαιρὸν (σφ. 34) συγκείμενον ἐξ ἀπειροσῶν ἢ παραλλήλων σιβάδων · ἐκάστης ἔν τύτων γενικὸς τῆς ἐπιφανείας ἔσι τύπος ὁ $\frac{\pi\nu^2}{2\eta}$ (Α'πειρ.

293), ἢ ἐκάστης σιβάδος ὁ $\delta\chi \frac{\pi\nu^2}{2\eta}$ · τῆς δὲ ῥοπῆς ἐκά-

στης τύτων ἀναφερομένης πρὸς ἐπίπεδον παράλληλον ταῖς σιβάσι, ἢ ἀπέχον τῆς κορυφῆς Α ἀποσήμετι = β, ἔσι $\frac{\pi\nu^2}{2\eta} (\beta - \chi) \delta\chi$ · καλυμένης ἔν Σ τῆς ὅλης σφαιρότητας

τῆ προκειμένης σφαιρῆς, τὸ τῆ κέντρον τῆς βαρύτητος ἀπὸ τῆ εἰρημένης παραλλήλης ἐπιπέδου ἀπόσημα ὁηλώσει ἐν

$$\circ \frac{\pi\nu^2 (\beta - \chi) \delta\chi}{2\eta}$$

γένει ὁ τύπος $\frac{\pi\nu^2 (\beta - \chi) \delta\chi}{\Sigma} (425)$.

457. ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Α'. Κεῖθω εὐρεῖν τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον κώνου κολῆρου ὀρθοῦ (σφ. 38) · ἔστω μ ἡ ἀκτὶς ΒΔ τῆς μείζονος βάσεως, ἢ ν ἡ ἀκτὶς ΑΓ τῆς ἐλάσσουτος · ἐὰν ἔν ἐπινοηθῇ ἡ ΑΞ παράλληλος τῷ ὕψει ΓΔ συναντῶσα κατὰ τὸ Ο τῇ ἀκτίνι ΠΜ τῆς σιβάδος ΜΑΜ' ἔστω ἐπὶ τῆ ἐπιπέδου τῆ τραπεζῆς ΑΓΔΒ, ἔσαι ΑΞ, ἢ ΓΔ: ΒΞ :: ΑΟ, ἢ ΓΠ: ΜΟ, τῆτ' ἔσι, κληθεισῶν τῆς

112 ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΚΕΝΤΡ. ΤΗΣ ΒΑΡΤΗΤ.

μὲν ΓΔ, υ, τῆς δὲ ΓΠ, χ, τῆς δὲ ΠΜ, υ, υ:μ—ν

$$\therefore \chi : \nu - \nu \cdot \text{ἄρα } \chi = \frac{\upsilon}{\mu - \nu} \cdot (\nu - \nu), \text{ ἔ } \delta\chi = \frac{\upsilon\delta\nu}{\mu - \nu}$$

ἄλλ' ἔσιν ἐνταῦθα β=υ. ἄρα β—χ=υ— $\frac{\upsilon}{\mu - \nu}(\nu - \nu)$

$$- \nu) = \frac{\upsilon}{\mu - \nu}(\mu - \nu) \cdot \text{ἄρα } \delta \cdot \frac{\pi\nu^2(\beta - \chi)\delta\chi}{2\eta} =$$

$$\frac{\pi\upsilon^2}{2\eta(\mu - \nu)^2} \cdot \delta\nu^2(\mu - \nu)\delta\nu = \frac{\pi\upsilon^2}{2\eta(\mu - \nu)^2} \left(\frac{\mu\nu^3}{3} - \frac{\nu^4}{4}\right)$$

$$+ \Gamma = \frac{\pi\upsilon^2}{24\eta(\mu - \nu)^2} (4\mu\nu^3 - 3\nu^4) + \Gamma.$$

Εἰς δὲ διορισμὸν τῆς ἀμετατρέπτου ποσότητος Γ, παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ ὀλόκληρον, εἴτ' ἔν τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν, ἐξυδενῶσαι ὀφείλει πρὸς τῷ σημείῳ Γ, τῆτ'

$$\text{ἔσιν, ὅταν ἢ } \nu = \nu \cdot \text{ἔσιν ἄρα } \frac{\pi\upsilon^2}{24\eta(\mu - \nu)^2} (4\mu\nu^3 - 3$$

$$\nu^4) + \Gamma = 0 \text{ εἴτ' ἔν } \Gamma = \frac{-\pi\upsilon^2}{24\eta(\mu - \nu)^2} (4\mu\nu^3 - 3$$

$\nu^4)$. ἄρα τὸ τῶν ῥοπῶν ἄθροισμα, ἐκ τῷ Γ μέχρι παντὸς

$$\text{σημεῖου τῷ Π, ἔσι } \frac{\pi\nu^2}{24\eta(\mu - \nu)^2} \cdot (4\mu\nu^3 - 3\nu^4 - 4\mu$$

$\nu^3 + 3\nu^4)$, ἔ } ἐπομένως ἐκ τῷ Γ μέχρι τῷ Δ, ἔσι

$$\frac{\pi\upsilon^2}{24\eta(\mu - \nu)^2} (4\mu^4 - 3\mu^4 - 4\mu\nu^3 + 3\nu^4), \text{ εἴτ' ἔν}$$

$$\frac{\pi\upsilon^2}{24\eta(\mu - \nu)^2} (\mu^4 - 4\mu\nu^3 + 3\nu^4), \text{ εἴτ' ἔν } \frac{\pi\upsilon^2}{24\eta} (\mu^2$$

+ 2μν + 3ν²). ἔδεν ἔν ἄλλο λοιπὸν, ἢ διελεῖν ταύτην τὴν ποσότητα διὰ τῆς τῷ κολύρου κῶνυ σερειότητος, ὅπερ ῥαδίως ἐκπεραίνεται.

458. ΠΡΟΔΕΓΜΑ Β'. Κείθω εύρειν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος σφαιρικῆς τμήματος· τῆς τοίνυν διαμέτρου ἕως α, ἔ τῆς ἀποτετμημένης ΑΠ = χ (χ. 39), ἔ τῆς τεταγμένης ΠΜ = υ, ἔσιν υυ = αχ — χχ· τοιγαρῶν τὸ ἄθροισμα τῶν κατὰ τὰς στοιχειώδεις σιβάδας τῆς τμήματος ΑΜΛΜ'Α ῥοπῶν, ἀναφερομένων πρὸς ἄξονα τὸν

NN', ἔσαι $O \frac{\pi}{2\eta} (\beta - \chi) (\alpha\chi - \chi\chi) \delta\chi$ · ἄρα, ὡς

πρὸς τὸ κέντρον, ἔ β = $\frac{1}{2} \alpha$, ἔσαι $\frac{\pi}{2\eta} O (\frac{1}{2} \alpha - \chi) (\alpha$

$\chi - \chi\chi) \delta\chi = \frac{\pi}{2\eta} \cdot O (\frac{1}{2} \alpha\alpha\chi - \frac{1}{2} \alpha\chi\chi + \chi^3) \delta\chi =$

$\frac{\pi}{2\eta} (\frac{1}{2} \alpha\alpha\chi^2 - \frac{1}{2} \alpha\chi^3 + \frac{1}{2} \chi^4)$, ὅπερ ἀναχθῆναι δύναται

εἰς $\frac{\pi}{8\eta} \chi^2 (\alpha - \chi)^2$ · ἀλλαγὴν $\frac{\pi}{8\eta} \chi^2$ ἐμφαίνει ἐπιφά-

νειαν κύκλου, ἔ διάμετρος τὸ τῆς τμήματος ὕψος ΑΠ· ἄρα ΚΠ² χ κυκλ. ΑΠ ἔσιν ἡ ῥοπή τῆς τῆς τμήματος, ἀναφερομένη πρὸς τὸ κέντρον Κ· ταύτης ἔν διαιρουμένης διὰ τῆς σφαιρότητας τῆς τμήματος, ἣτις εὐχερῶς πορίζεται (*), εύρεθήσεται τὸ τῆς κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς σφαιρικῆς τμήματος ἀπὸ τῆς Κ σφαιρικῆς κέντρον ἀπόστημα.

459. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἄλλως ἔχει τὰ εἰρημένα πρὸς τῆς βαρύτητος κέντρον παντὸς σφαιρῆ· ἄλλως

(*) Εἴσι γὰρ εύρειν τὸν σφαιρικὸν τομέα κατὰ τὰ εἰρημένα (Γεωμ. 464. Τόμ. Β'.), ἀσκύτως ἔ τὸν κῶνον (Γεωμ. 459). ὅς, μέρος ὡν τῆς σφαιρικῆς τομέως, βάσιν ἔχει τὸν κύκλον τὸν ἀποκερατῶντα τὸ σφαιρικὸν τμήμα· εἰάν ἔν ὁ Κῶνος τῆς τομέως ἀφαιρῆσθῆ, κατάλοιπον ἔσαι τὸ σφαιρικὸν τμήμα.

τε, ἐπεὶ πᾶν σῶμα ἐννοηθῆναι ἔχει συγκείμενον ἐκ πολλῶν τριγωνικῶν πρίσμάτων ἢ πυραμίδων, λαμβανομένων τῶν κέντρων τῆς βαρύτητος ἐκάσθι πρίσματος, ἢ ἐκάσθι πυραμίδος (457, 458), ἢ ἐπιζευγνυμένων εὐθείαις, εὐρεθήσεται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῆ ὅλης σώματος.

460. ΠΡΟΒΛΗΜΑ. Εὐρεῖν μηχανικῶς τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὸς σώματος ἀκανονίσεως τῆ Ἀδεῆ (9. 17).

ΛΥΣΙΣ. Ἄ. Προσηρτήσω μίτῳ τῷ ΒΖ διέτινος τῶν αὐτῆ σημείων δ, ἢ σημειωθῆτω ἐπ' αὐτῆ ἡ εὐθεῖα δζ ἐμφαίνουσα τὴν κάθετον, τὴν ἀπηωρισμένην ἐκ τῆ ἴλης Β· β'. προσηρτήσω εἴτα τὸ αὐτὸ σῶμα τῷ αὐτῷ μίτῳ ΒΖ δι' ἄλλης τινὸς σημείων, ὃ μὴ εἴη ἀντιθετον τῷ προτέρῳ δ, διὰ τῆ ε, ἢ σημειωθῆτω αὐτῆς ἐπ' αὐτῆ ἡ εὐθεῖα εη, ἢ ἐμφαίνουσα τὴν κάθετον· αὕτη ἔν διατεμεῖ τὴν προτέραν κατὰ τὸ Γ, ὃ ἔσται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος αὐτῆ τῆ σώματος (412).

461. ΟΡΙΣΜΟΣ. Βάσις παντὸς βαρύος καλεῖται τὸ τῆ ὀριζοντίου ἐπιπέδου μέρος, ᾧ ἀντιστοιχεῖ ἡ τῆ βαρύος ἐπιφάνεια, ἢ καθαπτομένη αὐτῆ τῆ ἐπιπέδου· οἷον ὁ ἄνθρωπος ἴσεται ἐπὶ τῶν ἑαυτῆ πόδων· ἢ κεν τὸ ὀριζόντιον διάστημα τὸ ὑπὸ τῆς πόδας, ἢ μεταξύ τῶν πόδων αὐτῆ κείμενον, καλεῖται βάσις τῆ ἀνθρώπου.

462. ΘΕΩΡΗΜΑ. Ἐὰν μὲν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος τῆς βάσεως ἐντὸς ἢ, τὸ σῶμα ἴσεται, ἐὰν δ' ἐκτὸς, πίπτει.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἐπεὶ ἡ βαρύτης πάντων τῶν μερῶν τῆ σώματος συνηθροισμένη ἐστὶ ἐπὶ τῆ τῆς βαρύτητος κέντρον (411)· ἐὰν μὲν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐντὸς ἢ τῆς βάσεως, βασιάζεται πᾶσα ἡ βαρύτης τῆ σώματος· ἢ ἐπεὶ βαρὺ ἅπαν πίπτει κινούμενον ὑπὸ μόνης τῆς βαρύτητος,

δῆλον, ὡς τὸ σῶμα ἔπίπτει· τὸναντίον δὲ, εἰάν τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ἐκτὸς ἢ τῆς βάσεως, πᾶσα ἡ βαρύτης τῆς σώματος ἀφεθήσεται· ἢ τὸ σῶμα ἀναγκαίως καταπεσεῖται. Ο. Ε. Δ.

463. ΠΟΡΙΣΜΑ ΓΕΝΙΚΟΝ. Τὸ σῶμα οὐ μὴ πεσεῖται, ἕως ἢ εὐθεῖα τῆς εὐθύσεως διήκῃ διὰ τῆς βάσεως· εἰάν δ' ἐκτὸς τῆς βάσεως, πεσεῖται τὸ σῶμα· ἢ γὰρ ἐκεῖνος μὲν, ἐπεὶ ἡ εὐθεῖα τῆς εὐθύσεως ἐκ τῆς κέντρον τῆς βαρύτητος ἐς τὸ τῆς γῆς νοεῖται διήκῃσα, ἢ δι' αὐτῆς μόνῃς τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος κατελθεῖν ἐπιγεται, εἰάν αὕτη διήκῃ διὰ τῆς βάσεως, τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος βασιάζεται ὑπὸ τῆς βάσεως· ἢ δὲ ἢ μὴ πεσεῖται τὸ σῶμα· ἔτω δὲ, τῆς τῆς βαρύτητος κέντρον μὴ βασιζομένον ὑπὸ τῆς βάσεως, τὸ σῶμα ἀναγκαίως πεσεῖται.

464. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Κατανοεῖται ἐντεῦθεν, δι' ὅ,τι πύργου ἐντῆ Ἰταλίᾳ, ὡς ἐν Πίσᾳ, ἢ καταπίπτουσι, καίτοι τῆς ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς πύργου τῷ ὀρίζοντι καθιεμένης πρὸς ὀρθὰς, ἀπεχέσης τῆς πύργου πόδας πολλὰς· τοῖς γὰρ οἰκοδομῆσι τὰ τοιαῦτα πυργώματα ἐμέλησε βάρη τοῖς ἐναντίοις μέρεσιν ἐνθεῖναι ἰκανὰ, ὡς τὴν ἀπὸ τῆς κέντρον τῆς βαρύτητος καθιεμένην πρὸς ὀρθὰς τῷ ὀρίζοντι ἐπιπίπτειν αὐτῶν τῆ βάσει.

465. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Ὅσῳ μείζων ἢ βᾶσις τῆς σώματος, τοσούτω δυσχερέστερον περιτραπήναι τὸ σῶμα· ἢ γὰρ εὐθεῖα τῆς εὐθύσεως πολὺ διατρέξει διάστημα, ἔστ' ἂν ἐκτὸς γένηται τῆς βάσεως.

466. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Δῆλον ἄρα, δι' ὅ,τι τὸ ζωϊκὸν σῶμα νῦν μὲν πίπτει, νῦν δ' ἐδράζεται ἐπὶ τῆς ἑαυτοῦ πόδας, κατὰ τὰς διαφόρους κινήσεις· ἐν γένει γὰρ τὸ

σῶμα τῶν ζώων ἴσεται ἐδραίως ἐπὶ τὴς ἑαυτῆ πόδας, ἕως ἢ εὐθεία τῆς εὐθύσεως διήκη, ἢ δι' ἑνὸς, ἢ διὰ μέσῃ τῶν αὐτῆ ποδῶν· τὴναντίον δὲ, ὅταν πίπτῃ ἐκτὸς (463).

Οὐκ ἔσται ἄπειρον ζῶον δίπυον, ὁ ἄνθρωπος φέρει, αἰεὶ ἴσεται ὀρθίως, τῆς εὐθείας τῆς εὐθύσεως ἕως ἐντὸς τῶν ποδῶν αὐτῆ· εἰ δὲ τύχῃ νεύσῃ τὸ σῶμα αὐτῆ πρὸς δεξιὰν τοχὴν, ἐκτείνει πρὸς ἀριστεράν τὴν χεῖρα, ἢ μέρος ἄλλο τῆ σώματος, τὴς πόδας τυχόν, τὴν κεφαλὴν, ἢ ἢ ἐκτραπέυσα εὐθεία τῆς εὐθύσεως ἐκπέλλῃ ἐπὶ τὴν προτέρην αὐτῆς θέσιν· διὰ ταῦτα οἱ χοινοβάται ῥαβδίον τι φέρουσι, κλίνοντες αὐτὸ πρὸς τὴναντία τοῖς, ἐφ' ἃ πεσεῖν κινδυνεύουσι· διὰ ταῦτα δὲ καὶ οἱ δρόμω θέοντες, εἰ δὲ οἱ πόδες αὐτῶν λιθῶ, ἢ ἐτέρῳ τοιούτῳ προσκόψωσιν, ἐκείπερ τὸ μὲν σῶμα αὐτῶν ἐστὶ τὸ ἐνδύσιμον ἔχει τῆς κινήσεως, ἴσονται δ' οἱ πόδες, τῆς εὐθείας τῆς εὐθύσεως τῶν ποδῶν πρὸς τὰ ἔμπροσθεν ἐξίεσης, ἐπὶ κεφαλὴν πίπτουσι· πρὸς τὰ ὀπίσω δὲ ἀναγκαίως πεσῶνται, εἰ δὲ πατήσωσιν ἐπὶ σώματος, ξύλε φέρει, ἠρεμῆντος μὲν τὸ πρῶτον, ἄφνω δὲ πρὸς τὰ ἔμπροσθεν κινήεντος· τῶν γὰρ αὐτῆ ποδῶν ἐκπεριεθέντων τῷ κινήεντι ξύλω, καὶ εἰς τὰ ἔμπροσθεν χωρησάντων, τῆ λιπῆ σώματος ἠρεμῆντος, ἢ εὐθεία τῆς εὐθύσεως ἐξελεύσεται τῆς βάσεως ὀπίωθεν τῶν ποδῶν· καίτοι δυνατόν τάχις τὸν πόδα μεταγαγεῖν πρὸς τὴναντία τῆς νεύσεως, καὶ τὴν εὐθείαν τῆς εὐθύσεως μετακομίσαι πάλιν ἐπὶ τὴν βάσιν· καὶ μὴ ὑποστῆναι τὴν πτώσιν.

β'. Οἱ κεκυφότες, οἱ κατωμαδόντι ἄχθος φέροντες, καὶ οἱ κεκλιμένον ἐπίπεδον ἀνιόντες, μέρος ἰκανὸν τῆ ἑαυ-

τῶν σώματος εἰς τὰ ἔμπροσθεν πλίνυσι, χωρῆντες αἶψι κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἥττον κεκαμπυλωμένοι.

γ. Ὅτε τὸ δίπυον αἶρει τὸν ἕτερον πόδα, ἐπεὶ ὅλη αὐτῆ ἡ βᾶσις τμηκαῦτα ἐστὶ τὸ ὀριζόντιον διάστημα, ἔφ-
άπτεται ἄτερος πῦς, ἀνάγκη ὅλον τὸ σῶμα μετενεχ-
θῆναι καὶ ἐπερειωθῆναι τῷ πατρῆτι ποδί, ὡς τὴν εὐθεταν
τῆς εὐθύσεως διήκειν δι' αὐτῆ, βάσεως γενομένη· ἐπεὶ
δὲ ἐν τῷ περιπατεῖν ἑκάτερον αἶρῃσι τὸν πόδα ἀμειβα-
δόν, τῆτι χάριν ἐκ δεξιῶν πρὸς ἀρισερὰ καὶ ἀνάκαλιν
συνδόνῃσι τὸ σῶμα· ἐὰν δὲ πλείστον ἀλλήλων ἀπέχωσιν
οἱ τῆ δίποδος πόδες, ὡς οἱ τῶν χηνῶν, καὶ νησσῶν, ἢ ἀ-
μοιβαία συνδόνησις μᾶλλον καταφαίνεται.

ε. Τὰ δὲ τετράποδα πορευόμενα κινῶσι τὰς πόδας
κατὰ διάμετρον (*). μετὰ γὰρ τὸν δεξιὸν τῶν ἔμπροσθεν,
τὸν ἀρισερὸν τῶν ὀπίσθεν κινῶσιν· εἶτα τὸν ἀρισερὸν τῶν
ἔμπροσθεν, μετὰ δὲ τῆτι τὸν δεξιὸν τῶν ὀπίσθεν· ἔτω
γὰρ μέρος τῆ σώματος αὐτῶν μεταφέρεται πρὸς τὸν ἔτι
ἐπερειδόμενον τῇ γῆ πόδα, ἵνα τὸ κέντρον τῆς βαρύτη-
τος τῆ σώματος αὐτῶν μετενεχθῆ ἐπὶ τὴν διάμετρον τῶν

(*) Παντὸς τετράποδος, ἵππου, φέρι, ἐπὶ τοῖς τίς-
σαρσιν αὐτοῦ ποσὶν ἰσαμένου, ἢ βάσις αὐτοῦ παραλλη-
λόγραμμον τοιεῖ· γραμμὴ δὲ εὐθεία ἐπιζευγυῖσα τὸν δε-
ξιὸν τῶν ἔμπροσθεν, καὶ τὸν ἀρισερὸν τῶν ὀπίσθεν πο-
δῶν, ἢ καὶ τὸναντίον, ἴσαι, ἥπου δῆλον, τοῦ παραλλη-
λογραμμοῦ διαγώνιος (Γεωμ. 237, 238. Τόμ. Β').
ἴδει τοίνυν καὶ ἐσταῦδα, κατὰ διαγώνιον, ἀλλὰ μὴ κατὰ
διάμετρον κινῆσθαι τοὺς τετράποδων ζώων πόδας ἐντῆ αὐ-
τῶν βαδίσει φάναι· ἐπιδὲ Ἀριστοτέλης (περὶ ζώων πορ.)
ἰχρήσατο τῇ φράσει, κατὰ διάμετρον, φάσκων, κινῆ τὰ

118 ΠΕΡΙ ΚΕΝΤΡ. ΒΑΡΥΤΗΤ. ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ.

ἔτι ἡρέμων δύο ποδῶν· ὅτως ἔν πορευομένῃ τῆ ζωῆ, τὸ μὲν ἐμπροσθεν αὐτῆ μέρος ἐκ δεξιῶν ἐπ' ἀριστερὰ τρέπεται, τὸ δ' ὀπίσθεν ἐξ ἀριστερῶν ἐπὶ τὰ δεξιὰ, εἶτα τ' ἀνάπαλιν, ἢ ἐξῆς ὡσαύτως.

σιτράτοδα τοὺς πόδας, ἐμμησάμην καὶ αὐτὸς τὸν ἐκ Σταγείρων, καὶ εὐδὺς μὴ δοκοίη συνήδης τις οὕσα καὶ πρόσφορος ἢ ἔκφρασις.



Μ Η Χ Α Ν Ι Κ Η Σ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Προλεγόμενα.

1. ΟΡΙΣΜΟΣ. Μηχανική ἐστὶν ἐπιστήμη τῶν νόμων, οἷς ὑπόκεινται αἱ ἐνέργειαι ἔξ κινήσεις τῶν ἐν ταῖς μηχαναῖς σωμάτων.

2. α'. Διὰ τῆς ἐμαυτῆ ἰσχύος ἄραι δύναμις σώμα, βάρος ἔλκον 100 λιτρῶν· ἔλκει δὲ τὸ Α (σχ. 40) βάρος 1000 λιτρῶν, καί μοι βύλησίς ἐστιν ἀνακινήσαι αὐτὸ ἔξ πρὸς τὰ ἄνω βασάσαι· μεταχειρίζομαι τοίνυν τὸν ΒΓ μοχλὸν, ἔξ τὸ ἄκρον αὐτῆ ὑποτιθεὶς τῷ Α, ἐπερείδω αὐτὸν τῷ ἐγγυὲς τῆ Α σημείῳ Δ· ἐκ δὲ τῆς ἀπάσης τῆ 100 λιτρῶν δυοῖς καταβλίβων τὸ ἄκρον Β, αἶρω τὸ Α, εἰ μόνον τὸ τῆ μένοντος σημείῳ Δ ἀπ' ἐμῆ ἀπόστημα δεκαπλάσιον εἶη, καί τι πρὸς, τῆ ΔΓ, καθ' ὃ ἀπέχει τῆ Δ τὸ τῆ Α μέσον σημείον· ὃ δὲ τῆς λόγος φανήσεται ὕψερρον.

3. β'. Τὴναντίον δὲ τῆς σώματος σώματι ἐπίδρασιν ἐπὶ πολὺ βέλομαι διαρκεῖν· οἷον βαρὺ σώμα περιστρέφον τὸ κρέας περὶ τὸν ὀβελόν, ἐπὶ πολὺν χρόνον τῆτο παιεῖν, μηδεμίᾳς δεόμενον ἀναβάσεως· μεταχειρίζομαι ἔν βαρὺ σώμα ἀσυγκρίτως μείζον τῆ, ὃ ἂν ἐκίνηι τὸ κρέας, λίθον φέρ' εἶπειν μέγαν, ἔξ τῆτον παρσκευάζω καταβαί-

νειν βραδύτατα, ἐπενεργῶντα τῷ ὀβελῷ ἐμμέσως διὰ τῆ πολυτροχίᾳ, ὃ καλεῖται ὀβελοτρόφιον.

4. γ'. Βέλωμαι ἐλατῆρα ἀναπτυσσόμενον, ἢ βραχὺ σῶμα καταφερόμενον κινεῖν τὸν δείκτην, ὅς δείκνυσι τὰς ἄρας τῆς ἡμέρας, τὰς ἡμέρας τῶν μηνῶν, τὴς μῆνας τῆ ἐνιαυτῆ, ἢ τὴς ἐνιαυτῆς τῆ αἰῶνος· ἐφαρμόζω ἔν τὸν ἐλατῆρα ἢ τὸ βᾶρος τῷ πολυτροχίῳ ἢ ὃ καλεῖται ἄρολόγιον ἢ ὠροσκόπιον, ἵν' ἀναπτυσσομένη τῆ ἐλατῆρος, ἢ τῆ βάρους κατιόντος βραδύτατα ἔ κανονικῶς, ἀποτελεῖται τὸ σκοπούμενον.

5. δ'. Βέλωμαι ἀναγαγεῖν πολλὰ ἐξῆς βαρῆα σώματα τὰ Γ (σ. 41.) ἕως τῆ Α· χρῶμαι ἔν πρὸς τῆτο τῆ ἀπλῆ τροχιλίδι Β.

6. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἡ ἄρα Μηχανικὴ ἐ ποιεῖ μόνον τὴν ζητούμενην κίνησιν δι' ἐλάττος ἰσχύος, ἔ ἐν βραχυτέρῳ χρόνῳ, ἢ ἀπητεῖτο ἄνευ τῶν μηχανῶν· ἢ, ἄλλως, ἐκ αὖξει τὴν ἐνέργειαν τῆς δυνάμεως, μείζωνος κινήσεως γινόμενη παρ' αἰτίας· τῆτο γὰρ ἐν μόνῳ τῷ Α' ὑποδ. ἀληθεύει λεγόμενον· ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς δυσὶ τὲναντίον ἐπιβραδύνει τὴν κίνησιν τῆς δυνάμεως, ἐνισταμένη τῆ κινήσει· ἐπὶ δὲ τῆ Δ, ὑποδείγ. ἔτ' αὖξει, ἔτ' ἐλαττοῖ τὴν ἐνέργειαν· ὃ γὰρ ἂν ἢ χεὶρ Ζ ἐνεργεῖη, τῆτο ἀποτελεῖ τὸ προσαρτώμενον βᾶρος, τῆς τριβῆς ἔ τῆ βάρους τῆ καλωδίου ἐξαιρημένων κατ' ἐπινοίαν.

7. ΣΧΟΛΙΟΝ. Πῶς ἄρα ἢ Μηχανὴ αὖξει τὴν ἰσχύον τῆς δυνάμεως; γίνεται γὰρ ἢ ἰσχύς ἐκ τῆς ταχύτητος ἔ τῆς μάζης· ἢ δὲ μηχανὴ ἐπιεικῶς ἐκ αὖξει τὴν μάζαν τῆς δυνάμεως· ἀλλὰ, πῶς ἐμποιῆσει τῆ δυνάμει, ἢν ἐκ ἔχει ταχύτητα, ὕλη ἔσα ἀδρανῆς ἔ ἥρεμης; ἢ ἐκ ἔσαι τὸ ἀποτέλεσμα μείζον τῆς αἰτίας; ἐμὲ γὰρ ἔσι δύνამις

αἶρειν λίτρας 100· αἶρω δὲ διὰ τῆ μοχλῆ, ᾧ ἐκ ἔσιν ἕδεμία ἰοχὺς, ἕδεμία ἀρχὴ κινήσεως, βάρους λίτρῶν 1000·

Ἀλλὰ τάληθῆς φάναι ἕδὲ ποτε ἡ μηχανὴ ἕδ' αὔξει τὴν ἰοχὺν τῆς δυνάμεως· ἔτε μὲν, ἐξαιρημένων τῆ βάρους τῆς μηχανῆς, ἢ τῆς τριβῆς, ἐλάττωι· αἰ γὰρ τὸ ἀποτέλεσμα ἀνάλογον γίνεται τῆ αἰτίᾳ· τὰ δὲ προτεθέντα ὑποδείγματα διαλευκανῆσι τὸ λεγόμενον (φ. 40).

Ἐλέκτω γὰρ πρῶτον τὸ Α λίτρας 100· ἔλκων ἔν ἐγὼ ἀμέσως εἰς τὰ ἄνω ἀπάσῃ τῆ ἐμαυτῆ δυνάμει, ἣτις ἔσιν 100, δύναμαι ἄραι αὐτὸ εἰς τὰ ἄνω πόδα ἕνα ἐν ἐνὶ λεπτῷ δευτέρῳ.

Β. Ἐλέκτω εἶτα τὸ Α λίτρας 1000, ἢ ἔσω ΒΔ = 10 ΔΓ· ἐπενεργῶν ἔν τῷ Β ἀπάσῃ τῆ ἐμαυτῆ δυνάμει 100, κατάγω τὸ ἄκρον Β ἐν ἐνὶ λεπτῷ πόδα ἕνα, ὥσπερ πρῶτον ἑκατοντάλιτρον ὑποτεθέντος τῆ βάρους, πόδα ἕνα ἐν ἐνὶ λεπτῷ αὐτὸ ἀνίψωσα· ἀλλὰ γὰρ (Φυσ. 416) τῆ ἄκρου Β πόδα ἕνα καταχθέντος, ἐπεὶ περ ἔσι ΒΔ = 10 ΔΓ, τὸ βάρους Α ἤρται ποδὸς τῆ· ἐπάναγκες ἄρα ἐν λεπτοῖς δευτέροις 10 κατάγεσθαι τὸ Β πέρασ, ἵν' ἔχη τὸ Α πόδα ἀνάγεσθαι· α'. ἄρα, ἵνα βάρους, ἑκατὸν ἔλκων λίτρας, τὸ Α πόδα ἕνα ἀρθῆ, δέκα ὠθήσεων χρεῖα, εἴτ' ἔν ἐν ἐκάσῳ δευτέρῳ λεπτῷ καινῆς ὠθήσεως ἴσης τῆ· ἢ περ ἐχρησάμεθα διὰ χειρὸς ἀνέλκοντες ἐπὶ τὰ ἄνω ἀμέσως τὸ βάρους Α, ἑκατοντάλιτρον ὑποτεθέν· εἰν ἔν βάρους χιλιόλιτρον ἔτις ὑψὲ ἀνάγωσιν ὠθήσεις δέκα, ὡς ἄθῃσις μία ἀνάγει βάρους ἑκατοντάλιτρον· ἕδὲν ἐντεῦθεν συμβαίνει καινὸν ἕδ' ἀπεικός· ἀνάγκη γὰρ ἔτω γίνεσθαι, ἵνα τὸ ἀποτέλεσμα τῆ αἰτίᾳ κατ' ἀναλογίαν ἔποιτο· β'. δῆλον ἐντεῦθεν, ὅτι τὸ ἄκρον τῆ μοχλῆ ἕδὸλως ἤυξησε, κυρίως εἰπεῖν, τὴν ἐμὴν ἰοχὺν· ἔδει γὰρ ἐν λεπτοῖς δέ-

κα ἐπενεργῆσαι, ὃ ἔκ ἀν' ἐγένετο ἐν ἐνί, διὰ τῶν ἐμῶν χειρῶν· διὰ δὲ τῆ μοχλῆς καὶ μάλα· δ'. ἐντεῦθεν συνάγεται τὸ ἀξιῶμα.

9. „Ἐν ταῖς μηχαναῖς, ὅπερ ἀπόλλυσιν ὁ χρόνος, τῆτο τῆ ἰσχύϊ προσγίνεται“· δεῖ γάρ μοι δευτέρων λεπτῶν δέκα, ἵνα πόδα βάρος χιλιόλιτρον ἄρω, δέσιν λεπτῆ μόνῃ, ἵνα δίχα μοχλῆ τῆ χειρὶ δηλονότι μόνῃ πρὸς προδιαστοῦ ὕψος βάρος ἑκατοντάλιτρον ἄρω· ἐκ τῶν εἰρημένων καταδήλον γίνεται, ὅτι ἡ μηχανὴ ἐντε τῷ δευτέρῳ καὶ τῷ τρίτῳ τῶν προεκτεθέντων ὑποδεγμάτων αἰδέλως ἀπομειοῖ τὴν ἰσχύν τῆς δυνάμεως· τὸ ὄβελος ἑρῶφιον ἔστιν ἡ μόνῃ αἰτία τῆ μὴ τὸ βαρὺ σῶμα, ὃ χρώμεθα πρὸς κινήσεως ἐκτέλεσιν, ἐμπαιεῖν τῷ ὀπτωμένῳ κρέατι πᾶσαν τὴν ἑαυτῆ ἰσχύν ἐν ἐνί λεπτῷ, ἀλλὰ μόνον φέρε τὸ τριακὸσὸν μέρος τῆς ἐν ἐνί λεπτῷ ἐμποιηθείσης ἂν κινήσεως· διὸ πᾶσαν τὴν ἰσχύν ταύτην ἐμποιῆσαι δυνήσεται ἐν λεπτοῖς τριάκοντα· ἀλλὰ τὸ ἄθροισμα τῶν κινήσεων, ἃς ἐνεργάσεται τῆ ἐνστάσει ἐπὶ λεπτῶν 30, ἰσωθήσεται αἰεὶ τῆ ὅλη κινήσει, ἣν ἂν αὐτῆ ἐμποιῆσει ἐν ἐνί λεπτῷ, εἴπερ ἀμέσως ἐπενεργοίη τῆ ἐνστάσει, ἄρα α'. ἡ μηχανὴ ἤκιστα τὴν ἰσχύν τῆς δυνάμεως ἐλάττω· β'. τὸ ἀποτέλεσμα γίνεται ἀνάλογον τῆ αἰτίας· γ'. εἴπερ ἡ τῆς δυνάμεως ἰσχύς ἠλαττώτο ἐφ' ἐκάστῃ χωρὶς λεπτῆ, ἡ δύναμις τῆνικαῦτα προσεκτάτο τι ἐκ τῆ χρόνου, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ· ἐπεὶ δὲ ἡ τῆ ἐνστάσει ἐμπαιεμένη δύναμις ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῆ ἔστιν ἕως τῆς ἐμποιηθείσης ἂν ἐν ἐνί λεπτῷ κατὰ πᾶσαν τὴν ἑαυτῆς ἰσχύν ἐπενεργησάσης, δύναται τὴν μηχανὴν κινήσαι ἐν λεπτοῖς 30, ἀντὶ τῆ κινεῖν αὐτὴν ἐν ἐνί· ἐντεῦθεν τὸ „μεγεθύνεται ὁ χρόνος, ὃ ἐλάττωται ἡ ἰσχύς“.

10. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐκ πάντων τῶν ἤδη εἰρημένων καταφαίνεται, ὅτι πᾶτε νοεῖν χρῆ, ἀκύντας ὡς αὖξει, ἢ ἔλαττοι, τὴν τῆς δυνάμεως ἰσχύν ἢ μηχανή.

Τῶν δὲ μηχανῶν, αἱ μὲν εἰσὶν ἀπλαι, αἱ δὲ σύνθετοι· καὶ τῶν μὲν ἀπλῶν εἶδη δύο· α'. ὁ μοχλός, ᾧ τινι προσανήκει καὶ ὁ τροχός, καὶ ὁ ἐντρόχιος ἄξων, καὶ ἡ τροχιλαία· β'. τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ᾧ τινι προσανήκει ὅτε σφύλι, καὶ ὁ κοχλίας.

Αἱ δὲ σύνθετοι ἐκ δύο ἢ πλείονων ἀπλῶν μηχανῶν συναπτομένων γίνονται, καὶ ἐπ' ἀπειρον ἔχουσι ποικίλλεσθαι· ἀλλ' ἐν ἀπάσαις ὁ τῶν ἰσχύων λογισμὸς θεωρίαν ἄλλην ἢκ ἀπαιτεῖ· τὸ γὰρ σύνθετε μηχανῆς ἀποτελεσμα ἕδέν ἐσιν, ἀλλ' ἢ τὸ ἄθροισμα τῶν μερικωτέρων ἀποτελεσμάτων, ὅπερ ἂν ἀποτελέσειαν αἱ ἀπλαι, ἐξ ὧν ἢ σύνθετος· τὸ δὲ λεγόμενον ὀψόμεθα τηλαυγῶς ἐν τῷ περὶ Πολυτροχιῶν κεφαλαίῳ.

Ἐπινοήσομεν δὲ τὰς μηχανὰς, πρῶτον μὲν βάρος παντός, καὶ πάχος, ἀμοίρους, καὶ τριβῆς ἀνεπίδεκτους· ἐπεὶ μέντοι τιαύτας εἶναι τῷ ὄντι ἀνένδεκτον, ἐξ ξύλων γινομένας, καὶ ἄλλης ὕλης, τὰς εἰρημένας ιδιότητες μὴ ἔχειν ἤκιστα δυναμένης, ἀποδώσομεν ὑπερὸν κανόνας, καθ' ὃς ἂν ἔχοιμεν ἰδίᾳ ἐκάστην ὑπολογίζεσθαι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ Μοχλῶ.

11. Μοχλός ἐστὶ ράβδος ἢ ΠΡ, ἀκαμπτος, ἀβαρῆς, καὶ πυκνότητος ἀμοίρους (χ. 42)· τὸ δὲ σημεῖον Α,

ἐφ' ἧ ἐπισηρίζεται, καλεῖται Ἦ πομόχλιον· παντὶ δὲ
μοχλῶ πέντε τᾶντα ἐνθεωρεῖται· ἡ δύναμις Π, ἡ ἀντί-
στασις Ρ, τὸ ὑπομόχλιον Α, καὶ τὰ ἀποσήματα ΠΑ, ΡΑ,
καθ' ἃ ἢτε δύναμις καὶ ἡ ἀντίστασις ἀπέχουσι τῷ ὑπομοχλίῳ.

12. Σημειωτέον μέντοι, ὅτι τὰ τῆς δυνάμεως καὶ
τῆς ἀντίστασεως (*) ἀπὸ τῷ ὑπομοχλίῳ ἀποσήματα με-
τρῶνται ὑπὸ καθέτε ἀγομένης ἐκ τῷ ὑπομοχλίῳ τῆ τῆς
δυνάμεως, ἢ τῆς ἀντίστασεως φορᾶ· ἐν ἀπάσῃ δὲ μηχανῇ,
ἐφ' ἧς ἡ τῆς δυνάμεως ἐνέργεια μεταδίδεται τῇ ἐν-
στάσει διὰ καλωδίων, πρὸς ὧν τῷ ἄκρῳ ἐνὸς ἡ δύναμις
ἐφαρμόζεται, τῆς ἀντίστασεως στατέρῳ προσηρτημένης, ἢ
δὲν ὅλως ἐστὶ διάφορον, ἐπινοία τῷ βάρει ἀφαιρημένῳ τῶν
καλωδίων, ὅσον ἂν εἴη ἑκατέρῃ τὸ μήκος· ἔσω γὰρ τὸ
καλώδιον ΔΖ (α. 41), δι' ἧς ἡ Ζ δύναμις ἔλκει τὴν ἀντί-
στασιν Γ, >, ἢ < ΑΓ· ἕδεν ἔν ἐκ τούτων παρέφεται
τὸ διάφορον· τὸ γὰρ τῆς Ζ δυνάμεως ἀπὸ τῷ ἐν τῇ ἀπλῇ
τροχιλαίᾳ ὑπομοχλίῳ Β ἀπόσημα, ἔστιν αἰεὶ ἢ ἀπὸ τῷ
ὑπομοχλίῳ τῆ τῆς δυνάμεως φορᾶ ΔΖ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη
ΒΔ· εἴγε πᾶσα ἡ τῆς δυνάμεως ἰσχύς συνελλεταὶ κα-
τὰ τὸ Δ πέρας τῷ ΔΑ μοχλῷ, εἴτ' ἔν τῷ τῆς τροχι-
λαίας ἄξονος, ἢ περ ὑπομόχλιόν ἐστὶ τὸ Β.

13. Ὅταν μὲν τὸ ὑπομόχλιον Α (α. 42, 43) με-

(*) Ἀντίστασιν, ἢ ἔνστασιν, ὀνομάζομεν ἐν γένει τᾶν
στάσια, ὅ ἢ μηχανῇ, ἢ τοὶ ἀναστάσαι, ἢ μετακινῆσαι, ἢ περι-
αγαγεῖν, διορίζεται, οἷον λίθος, ὕδωρ, φορτία, κτλ. δύνα-
μιν δ' ἐν γένει τὴν κινῆσαν τὴν μηχανῇ, ὅ,τι ποτ' αὖ ἢ αὐ-
τῇ, εἴτε ἔμφυχος, οἷον ἄνθρωπος, ἵππος, κτλ. εἴτε ἄψυ-
χος, οἷον λίθος ἀντιταλαντευόμενος, ἄνεμος ἰμπνίαν, ὕδωρ
φερόμενον κτλ.

ταξὺ κέηται τῆς δυνάμεως Π ἢ τῆς ἀντιστάσεως P , ὁ μοχλὸς καλεῖται πρωτογενής· ὅταν δὲ ἢ μεταξὺ τῆ ὑπομοχλίου A ἢ τῆς ἀντιστάσεως P ἢ δυνάμεις Π (σχ. 44), δευτερογενής· τριτογενής δὲ, ὅταν ἢ δυνάμεις Π (σχ. 45) μεταξὺ κέηται τῆ ὑπομοχλίου A καὶ τῆς ἀντιστάσεως P (*).

14. ΣΧΟΛΙΟΝ. Μάζα ονομάζομεν ἐν τῇ Μηχανικῇ τὴν ἰσχύν τῆς βαρύτητος, καθ' ἣν σῶμα ἕτερον σῶμα εἰς κίνησιν κατεπείγει· ἐσι γὰρ ἐπιεικῶς αὕτη τῇ μάζῃ ἀνάλογος (Φυσ. 163)· ὅταν ἔν ἐν μηχανῇ κατιῆ ἢ δυνάμεις π , ἢ ἄρη τὴν ἀντίστασιν P (σχ. 42, 43), τὴν μάζαν εὐθέως τυτὶ ποιεῖν ἐκλογιζόμεθα· ἀλλ' ὅταν ἢ δυνάμεις φορὰν ἄλλην, ἢ τὴν ἐκ τῆς βαρύτητος, φέρουσα ὀφείλη, ὥσπερ ἐν 45, ἢ 46 σχήματι, ἐνθα δεῖ τὴν δυνάμιν Π ἀνελεθῆναι, ἢ ἄρη ὑψῆ τὴν ἀντίστασιν P , μάζαν τμηκαῦτα ἐκλυπτεόν ἰσχύν ἰσχυμένην τῇ, ἢν ἂν ἐνεργάσαιτο μάζα βάρους διωρισμένου πρὸς κατέλευσιν ἢ κῆν, εἰν

(*) Ἄλλοι δὲ τὸν μὲν ἡμῖν δευτερογενῆ πληθέοντα μοχλὸν, ὁμόδρομον πρῶτον ὀνομάζουσι· τὸν δὲ τριτογενῆ, ὁμόδρομον δεύτερον· τὸν δ' ἡμέτερον πρωτογενῆ ὀνομάσαι ἠξίωσαν ἑτερόδρομον, ὅτι τῶν μὲν, φασίν, ἢτε δυνάμεις ἢ ἢ ἀντίστασις ἐπὶ τὰ αὐτὰ φέρεται· ἀνασπασμένη γὰρ συνασπάζεται ἢ κατασπασμένη συγκατασπάζεται τῇ δυνάμει ἢ ἀντίστασι· τῆ δ' ἑτεροδρόμου ἐναντίας ἢ δυνάμεις τῆ ἀντιστάσει φέρεται· ἐκείνης γὰρ ἀνασπασμένης, αὕτη κατασπάζεται, ἢ τῆ ἐναντίου· ἐκ τῆ αὐτῆ ἔν, ἢ τῆ ἑτέρου τῶν δρόμων, ἀφασίωται τοῖς μοχλοῖς τὰ ὀνόματα· ἡμεῖς δὲ τὰυτα ἀφίντες, τὸ πρωτογενής, δευτερογενής, τριτογενής, διὰ βραχυλογίαν, καὶ ἄλλας, ἢς ἐπισησασί δῆλον, προσφυῶς ἔχοντα τοῖς πράγμασιν, ἀνδειλόμεθα.

εἰπωμεν, ὅτι ἐν τῷ δευτερογενεῖ μοχλῷ (9. 44) ἡ μάζα τῆς δυνάμεως Π πρὸς τὴν τῆς ἀντιστάσεως Ρ ἀντιπεποιθότως ἀνάλογον ἔχειν ὀφείλει πρὸς τὰ ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ἐκατέρας αὐτῶν ἀποσήματα ΠΑ, ΡΑ, ἵνα γένηται ἰσορροπία, εἴπερ ἀνθρωπίνη εἶη χεὶρ φέρε, ἢ προσηρμοσμένη τῷ Π, ἐθέλοι τὴν δύω λιτρῶν ἀντίστασιν Ρ ἀνυψῶσαι, εἴ ἡ μὲν ἀντίστασις πύδα ἕνα τῆ ὑπομοχλίου ἀπέχει, ἡ δὲ χεὶρ δύω· ἡ τῆς χειρὸς ἰσχύς ἰσοδυναμεῖν ὀφείλει ἰσχυρῷ βάρει λίτρας, ἵνα γένηται ἰσορροπία.

15. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ὅταν αἱ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως φορὰι κάθετοι ὡς τῷ μοχλῷ, ἔσαι ἀντιρροπία, α΄. εἴαν, τῶν ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ἐκατέρας αὐτῶν ἀποσημάτων ἰσαλλήλων ὄντων, εἴ αἱ μάζαι αὐτῶν ἰσαλλήλαι ὡς· β΄. εἴαν τῶν ἀποσημάτων ὄντων ἀνίσων, αἱ αὐτῶν μάζαι ἐν ἀντιρροφῷ λόγῳ ὡς τῶν ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ἀποσημάτων.

ΔΕΙΞΙΣ. Ἡ μὲν γὰρ ἀντιρροπία ἡρεμία ὑπάρχει τῶν ἀντιθέτων εἴ ἴσων ἰσχυῶν (Φυσ. 410)· αἱ δὲ ἰσχύς ἢ ποσότης ἐστὶ τῆς κινήσεως, εἴτ' ἐν τῷ γινόμενῳ ὑπὸ τῆς μάζης εἴ τῆς ταχυτήτος (Φυσ. 115), ἐντεῦθεν ἄρα ἐν οἰωδῆποτε μοχλῷ ἰσορροπία ἐκ ἔσαι, εἴμῃ τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς μάζης εἴ τῆς ταχυτήτος τῆς δυνάμεως ἴσῳ τῷ γινόμενῳ ὑπὸ τῆς μάζης εἴ τῆς ταχυτήτος τῆς ἀντιστάσεως· ἀλλὰ μὲν ἐν τῷ πρωτογενεῖ μοχλῷ, ἰσμενων τῶν ἀπὸ τῆ ὑπομοχλίου ἀποσημάτων ΑΠ, ΑΡ (9. 42) τῆς δυνάμεως εἴ τῆς ἀντιστάσεως, ἰσῆνται αἱ αὐτῶν ταχυτήτες (Φυσ. 416)· ἄρα εἴ τὰς μάζας αὐτῶν ἐπάναγκες ἰσῶσαι, ἵν' εἶη ἰσορροπία· ἀλλὰ τῶν ΑΠ, ΑΡ ἀποσημάτων ἀνίσων ὄντων (9. 43), αἱ ταχύτητες αὐτῶν εἰσὶν ὡς τὰ ἀποσήματα· ἄρα τὰς μάζας ἐν ἀντιπεποθῷ λό-

γῶ τῶν ἀποσημάτων ὑπάρχειν ἀνάγκη, ὡς ἂν γένηται ἰσορροπία.

Περὶ δὲ τῆ δευτερογενῆς ἢ τριτογενῆς τῶν μοχλῶν (σ. 44, 45) δέδεικται ὡσαύτως (Φυσ. 416), ὅτι δύο σωμάτων, ἅπερ ἐνταῦθα εἰσιν ἡ δύναμις ἢ ἡ ἀντίσασις, περιστρεφόμενων περί τι σημεῖον, ὡς περὶ κινήσεως κέντρον, ἔπερ νῦν ὑπάρχει τὸ ὑπομόχλιον, αἱ ταχύτητες εἰσὶν ὡς τὰ ἀπὸ τῆ σημείου τέττα ἀποσήματα· ἢ ἄρα γένηται ἰσορροπία, τὰς μάζας αὐτῶν ἐπάναγκες ἔχειν ἀντιπεπονηθῶς, ἢ ὡς τὰ ἀποσήματα. Ο. Ε. Δ.

16. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ὅσον πότε ἂν εἴη ἄρα τὸ βᾶρος, μικροτάτη δύναμις, δραχμὴ φέρε, κινήσῃ δύναται, εἴπερ δοθῆι ὑπομόχλιον τὸ Α, ἢ μοχλὸς ὁ ΠΡ ἐπιμήκης, ἐφ' ἧ τὸ τῆς δραχμῆς ἀπὸ τῆ Α ἀπόσημα πρὸς τὸ τῆ βάρους βραχύτι μείζον εἴη, ἢ ὡς εἶναι ἔχειν ἀντιπεπονηθῶτα λόγον τῆς μάζης Ρ πρὸς τὴν τῆς δραχμῆς. „ Δύο μοι πᾶ ἡμῶν, Ἀρχιμήδης ἔλεγε, ἢ τὸ πᾶν κινήσω. “

17. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ὁ πρωτογενὴς μοχλὸς, νῦν μὲν αἰξεί τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως (7. κτλ.), νῦν δὲ σμικρύνει, ἄλλοτε δὲ ὑδέτερον τέττων δρᾶ· α'. ὅταν μὲν γὰρ τὸ ὑπομόχλιον μεταξὺ κένται τῆς δυνάμεως ἢ τῆς ἀντιστάσεως (σ. 43), τὸ δ' ἀπόσημα $ΑΠ$ ἢ $> ΑΡ$, ἢ δύναμις καταγράφει τόξον μείζον, ἢ ἐπομένως τάχιον φέρεται, ἢ ἡ ἀντίσασις, ἢ ἡ ἰσχὺς αὐτῆς αἰξεται· β'. ὅταν δ' ἐπὶ τῆ αὐτῆ σχήματος, ἢ μὲν $Π$ ἢ ἐν τῷ χώρῳ τῆς Ρ, ἢ δὲ ἐν τῷ τῆς $Π$, ἢ ἰσχὺς τῆς δυνάμεως μειῦται· γ'. τελευταῖον δὲ, τῆ ὑπομοχλίῳ κειμένῃ ἀκριβῶς κατὰ τὸ μέσον τῆς δυνάμεως $Π$ ἢ τῆς ἀντιστάσεως Ρ (σ. 42), ὁ μοχλὸς, ἢ πρὸ δῆλον, ἔτε μεγαλύνει, ἔτε σμικρύνει τὴν ἰσχὺν τῆς δυνάμεως.