

τὸ μετὰ τῆτο ἀναβαίνειν ἄρξεται· καὶ γὰρ καταθλίψει τὴν γῆν, τὸ ὕδωρ κτ. διὰ ταύτης τῆς ὀριζοντίου κινήσεως, καὶ ἐνθάσει ἀπαντῶν ἥττονι πρὸς τὰ ἄνω, ἢ πρὸς τὰ κάτω, καὶ τισέτω μᾶλλον, ὅσω ἥττόν ἐσιν ἐμβεβαμμένον, εὐρήτει πρὸ ἑαυτῆ ὡς περ ἐγκεκλιμένον τι ἐπίπεδον, πρὸς ὃ ἀναλύον τὴν ἑαυτῆ κίνησιν τὴν ὀριζόντιον, βήσεται τὴν διαγώνιον, εἴτ' ἐν αὐτὸ τὸ ἐπίπεδον, ὃ ἀναβήσεται· ἐντεῦθεν ἀποτελεσθήσεται ἄλμα.

386. Τὸ ἄλμα γίνεσθαι δύναται ἕκ τε τῆς ἐλαστικότητος καὶ τῆς θραυστένης κινήσεως· εἴγε ἐνθεν μὲν ἕδεν, ὃ ἄμοιρον ἐλαστικότητος κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἥττον πέφυκε (368)· εἴθεν δὲ τὰ ἐπίπεδα, ἐφ' ὧν ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον γίνονται τὰ ἄλματα, οἷον ὕδωρ, γῆ κτ., εἰσὶν εὐθλιπτα, καὶ ἡ κίνησις θραύεται, τῷ μὴ ἐμβάπτεσθαι λίαν τὸ προβαλλόμενον, καὶ αὐθις ἀναγκασίως ἀνεγείρεσθαι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ κινήσεως τῶν σωμάτων φερομένων διὰ μέσθιν ἀνδισαμένων.

387. Μῆχρι μὲν τῆδε κινέμενα τὰ σώματα ἐν κενῷ ὑπεθέμεθα, ἀφελόντες κατ' ἐπίνοιαν τὰς ἐξωτερικὰς αἰτίας, τὰς τὴν κίνησιν ἀλλοιέσας, ἵνα γενικὴν αὐτῆς τὴν θεωρίαν ἀποδοίημεν· πάντα μὲντοι τὰ γήινα σώματα, πραγματικῶς κινῶνται ἐν ἀέρι, ἐν ὕδατι, κτ. Ἀἷρ δὲ καὶ ὕδωρ, καὶ ἐν γένει πᾶν ῥευστὸν, εἰσὶν ὕλη· πᾶσα δὲ ὕλη ἀδράνειαν ἔχει τῇ ἑαυτῆς μάζῃ ἀνάλογον (85, 89) παντὶ ἄρα σώματι κινουμένῳ ἐνθήσεται τὸ, δι' ὃ κινεῖται,

ῥευσόν· ἔκῃν ἢ τῷ ῥευσῷ ἔνστασις πρὸς τὴν κίνησιν τῷ Α
 λόγον ἔπέχει σερεῦ ἔνισταμένῃ, ὅτι δεῖ τὸ Α μεταδῆναι
 τῆς κινήσεως τοῖς τῷ ῥευσῷ μέρεσιν, οἷς ἀμέσως συγκρέ-
 ει, ἢν αὐτῷ ὑποχωρήσωσιν, ὡσπερ ἐν σώματι σερεῦ συγκ-
 κρομένῳ· τῷ δὲ διάφορον ἔχει τὸ ῥευσόν πρὸς τὸ συγκ-
 κρομένον σερεῦ, ὅτι διὰ τὴν συνάφειαν τῶν μερῶν τῷ
 σερεῦ, τὸ συγκροῦσαν διανέμει πᾶσαν τὴν ἑαυτῷ κίνησιν
 τῷ τε αὐτῷ μάζῃ, ἐν τῷ συγκροθέντῳ· τὰ δὲ τῷ ῥευσῷ
 μέρη ἀσύνδετα ὄντα ἔκινῶνται ὀλικῶς ὑπὸ τῷ συγκρο-
 τῳ, μόνῃ δὲ τὰ πρὸ αὐτῷ ἀπαντῶντα, ἃ εἴσα ἀποχω-
 ριζόμενα τῶν τε ἐκ δεξιῶν ἐν τῶν ἐξ ἀριστερῶν, ἐν γέ-
 νει τῶν περίξ, προβαίνει ὑποχωρῶντα τῷ κατόπιον φερο-
 μένῳ σώματι.

388. ΑΡΧΗ. Ὅσῳ μᾶλλον διαιρεῖται τι σῶμα, το-
 σῶν αὖξιν ἢ ὀλικὴ ἐπιφάνεια τῶν ἐκ τῶν διαιρέσεων
 προϊόντων μερῶν ὑπερέχουσα τῆς πρὸ τῆς διαιρέσεως ἐ-
 πιφανείας τῷ σώματι· ὁ δὲ λόγος σαφής· διαιρεμένη
 γὰρ σώματός τινος, πάντα τὰ ἀνακαλυπτόμενα αὐτῷ
 μέρη, τὰ πρὶν ἀφανῆ, καινὰς ἐπιφανείας ἔξουσιν· ὅσῳ δὲ
 μᾶλλον διαιρεῖται, τοσῶν μᾶλλον καινὰ μέρη ἀνακαλύ-
 πτεται· διηρώθῃ γὰρ σφαῖρα εἰς δύο ἡμισφαίρια· ἐ-
 κάτερον ἔν, παρὰ τὸ ἡμισυ τῆς κατὰ τὴν σφαῖραν ἐπιφα-
 νείας, ἔξει ἐν τὴν ἐπιφάνειαν τῷ μεγίστῳ τῶν ἐν τῇ σφαι-
 ρᾷ κύκλῳ, ὃν ἀνεκάλυψεν· ἔκῃν τῷ πρώτῃ ταύτῃ διαι-
 ρήσει ἡυξήται ἢ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ταῖς τῶν δύο με-
 γίστων κύκλων· ἐπεὶπερ ἢ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τε-
 τραπλασία ἐστὶ τῷ αὐτῆς μεγίστῳ κύκλῳ (Γεωμ. 452.
 Τόμ. Β'), ἢ ἐκ ταύτης τῆς διαιρέσεως προϊοῦσα ἐπιφά-
 νεια ὑπερέχει τῆς κατὰ τὴν σφαῖραν τῷ ἡμίσει αὐτῆς·
 εἰ δὲ ἐν ἐκάτερον τέτων δίχα αὐτῷ τμηθῇ, ἀποληφθήσονται

ται ἔτι δύο μέγιστοι κύκλοι, ἔδῃ ἡ ἐπιφάνεια τῶν τεσσάρων τεταρτημορίων τῆς σφαίρας διπλασία ἔσαι τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς τῆς σφαίρας.

389. ΠΟΡΙΣΜΑ. Σῶμα ἔλαττον μείζω ἔχει ἐπιφάνειαν, ἢ μείζον, παραβαλλομένων ἀλλήλοις τῶν κατ' αὐτὰ πάχων· τῆσιν ἡ ἐπιφάνεια τῆ ἐλάττονος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆ μείζονος μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πάχος τῆ μείζονος πρὸς τὸ πάχος τῆ ἐλάττονος· ὁ γὰρ λόγος τῆ σφαιρικῆς τεταρτημορίου πρὸς τὴν ὅλην σφαίραν κατὰ μὲν τὸ πάχος ἐστὶν ὡς 1 : 4, κατ' ἐπιφάνειαν δὲ ὡς 1 : 2, ὡς ἤδη εἴρηται.

Εἰλήφθωσαν δύο ὅμοια σφερα, τὸ μὲν μείζον, τὸ δ' ἔλαττον, ἔστω γενέσθω ἐκάστη πλευρὰ ἐλάσσονος τῆ ἐκάστης ὁμολόγου πλευρᾶς τῆ μείζονος· ἔκῃν αἱ μὲν ἐπιφάνειαι τῶν δύο σωμάτων ἔσονται ὡς 1 : 100 (Γεωμ. 454. Τόμ. Β΄.) τὰ δὲ πάχη, ἢ αἱ σφερότητες, ὡς 1 : 1000 (Γεωμ. 466. Τόμ. Β΄.)· ἐστὶν ἦν ὁ λόγος τῶν ἐπιφανειῶν τῆσ τῆ τῶν σφερατήτων λόγος τῆσ δεκαπλάσιος (Συμβ. Λογ. 259. Τόμ. Α΄.).

390. ΣΧΟΛΙΟΝ. Ἡ τῆ ἐκτεθείσα ἀρχὴ ἔστω τὸ ἐξ αὐτῆς πόρισμα εἰσὶν, ὡς αὐτίκα δῆλον γενήσεται, χρησιμώματα ἐν τῇ Φυσικῇ· ἀπείρων γὰρ φαινυμένων τὸν λόγον παρέχεται.

391. ΘΕΩΡΗΜΑ Α΄. Ἡ ἔντασις τῶν μέσων ἐν λόγῳ γίνεται συνθέτῳ ἐκ τῶν ἐπιφανειῶν, πυκνοτήτων, ἔστω τῶν ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνων. (α. 15).

ΔΕΞΙΣ. Κύβος ὁ ΑΔ κινεῖσθω ἀρισερόθεν ἐπὶ τὰ δεξιὰ κατὰ φοράν τὴν ΤΗ, κάθετον τῷ ἐπιπέδῳ ΓΔΕΖ, παρισῶντι τὸ δὲ ἔκινεῖται μέσον, τὸν αἶρα τυχόν, τὸ ἕδωρ κτ.· εἰάν ἔν διαίρεθῇ τὸ ΓΔΕΖ εἰς ἀπειρα παραλ.

ληλόγραμμα $EZ\sigma\chi$ ἀπειροσὰ τὸ πλάτος χZ , ἕκασον παραλληλόγραμμον τῆ κύβου, διαιρημένον κακείνῃ τῇ ἐπινοίᾳ ὡσαύτως, προσβαλεῖ εἰβάδι τινὶ τῆ ῥευσῆ ἴση τῷ $EZ\sigma\chi$. ἢ διὰ τὸ ἀπειροσὸν πλάτος χZ , ἕκασον παραλληλόγραμμον τῶν τῆ ῥευσῆ ἐκληφθῆναι δύναται ὡς νημάτιόν τι τῶν μερῶν τῆ ῥευσῆ τῶν ἐκκειμένων κατὰ μῆκος τῆ παραλληλογράμμου, εἴτ' ἔν ὡς εὐθεῖα γραμμὴ EZ . ἢ ἐνστάσις ἔν τῆ κατὰ τὸν κύβον ἀπειροσῆ παραλληλογράμμου πρὸς τὸ ἀφανίσαι τὸ μέσον κατὰ τὴν φερὰν $\tau\eta$ ἔσαι μεθ' ἕκασον διάβημα τὸ νημάτιον EZ , ὅπερ ἐπὶ τῷ ἔμπροσθεν ἀκωδῆναι ἐπάγκεσ, ἢ κατὰ πλευρὰν ὑποσαλῆναι. ὁ δὲ ἀριθμὸς πάντων τέτων τῶν παραλληλογράμμων, ἢ δὴ πάντων τῶν νηματίων, ἐμφανῶς ἐκτεθήσεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς ΔZ . ἢ ἔν τὸ ἀθροισμα πασῶν τῶν ἐνστάσεων, εἴτ' ἔν ἡ ὅλη ἐνστάσις, ἔσαι τὸ παραλληλόγραμμον $Z\epsilon\sigma\chi$ ἐκλαμβανόμενον ἀντ' εὐθείας πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ τὴν ΔZ . ἀλλ' ἔστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆ ἐπιπέδου $\Gamma\Delta E Z = E Z \times \Delta Z$. ἄρα ἡ ἐνστάσις, ἢ ἐνίσταται τὸ ῥευσὸν τῇ τῆ κύβου $A\Gamma B\Delta$ κινήσει ἐν ἀκαρεῖ χρόνῳ, δηλωθήσεται δὲ αὐτῆς τῆς ἐπιφανείας τῆ ἐπιπέδου, ὁ ὁ κύβου εὐθέως ἐνεισάγει τῷ ῥευσῶ.

β'. Ἐὰν δὲ ὁ κύβου κινήται διὰ δύο μέσων ἀνισοπύκνων, αἶρος φέρε ἢ ὕδατος, ὁ ἀριθμὸς τῶν μερῶν ἐκείνῃ ἐκκειμένων κατὰ τὸ μῆκος τῆ παραλληλογράμμου $Z\epsilon\sigma\chi$ ἔσαι πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν τέτων μερῶν ἐκκειμένων ἢ αὐτῶν κατὰ τὸ μῆκος τῆ αὐτῆ παραλληλογράμμου, ὡς ἡ πυκνότης τῆ πρώτου πρὸς τὴν πυκνότητα τῆ δευτέρου 1 (79). ἄρα ἡ ἐνστάσις, ἢ ἐνίσταται ὁ κύβου ἐν τῷ αἰερί ἔσαι $\Gamma\Delta E Z \times 1$, ἢ δὲ, ἢ ἐν τῷ ὕδατι $\Gamma\Delta E Z \times 950$. ἄρα ἡ ἐνστάσις, ἢ ἐνίστανται διάφορα ῥευσὰ τῇ

τῆ κύβου κινήσει, ἔσαι ἢ ἐπιφάνεια ΓΔΕΖ πολλαπλασιασθεῖσα ἐπὶ τὴν πυκνότητα.

γ'. Ἐὰν ἔτι ὁ κύβος διὰ διαφόρων μέσων καὶ διαφόρων ταχυτήτων φέρεται, φημι ὡς ἔνσασις, ἢ ἀπαντᾶ, ἔσαι τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας καὶ τῆς πυκνότητος, καὶ δὴ καὶ τῆ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγώνου· ἢ γὰρ ἔνσασις αὕτη δηλεῖται τῇ τῆς κινήσεως ποσότητι, ἣν ὁ κύβος ὀφείλει ἐμποιῆσαι τῷ πρὸ αὐτῆ ῥευστῆ ΓΔΕΖ, ἢ ὑποχώρησιν μακρὰν· λέγω δὴ, ὅτι αὕτη ἔστιν ὡς περ τὸ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνου· ἵνα γὰρ ἢ ταχύτης διπλῆ εἴη, ἀνάγκη ἐν χρόνῳ τινὶ δεδομένῳ τὸ παραλληλόγραμμον ΓΔΕΖ ἀφανίζειν πρὸ ἑαυτῆ διπλᾶ νημάτια ῥευστῆ· τῆτο δὲ ἐκ ἂν γένοιτο, εἰ μὴ ἕκαστον νημάτιον βαίνοι ταχυτήτι διπλῇ· ἀλλὰ μᾶζα διπλῇ, ἔχουσα διπλὴν ταχυτήτητα, δίδωσι ποσότητα κινήσεως τετραπλῆν (Συμβ. Α. 310, Φυσ. 115) αἱ δὲ δύο ποσότητες τῆς κινήσεως εἰσὶν ὡς 1 : 4, ἢ ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνου· ὡσαύτως εἰ ἢ ταχύτης ἢ τριπλῆ, τὸ παραλληλόγραμμον ἀφανίσει ἐν ἐνὶ χρόνῳ δεδομένῳ τριπλᾶ νημάτια· ἕκαστον ἄρα χωρήσει ταχυτήτι τριπλῇ, καὶ αἱ δύο ποσότητες τῆς κινήσεως, καὶ δὴ αἱ ἔνσασεις τῆ ῥευστῆ ἔσονται ὡς 1 : 9· ἐν γένει ἄρα ἢ ἔνσασις, ἣν διάφορα ῥευστὰ ἐνίστανται τῷ ΑΒΓΔ κύβῳ ἴση ἐστὶ τῷ γινομένῳ ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας ΓΔΕΖ τῆς κατ' εὐθείαν παρισταμένης αὐτοῖς τοῖς ῥευστοῖς, καὶ τῶν κατ' αὐτὰ πυκνοτήτων, καὶ τῶν ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνων.

Αἱ ἄρα ἔνσασεις, ἃς ἐνίστανται διαφόροις σώμασι κινυμένοις διὰ ταχυτήτων διαφόρων ῥευστὰ διάφορα τὴν πυκνότητα, εἰσὶν ὡς τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κατ' εὐθείαν παρισταμένων, καὶ τῶν πυκνοτήτων, καὶ ἔτι τῶν ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνων· ἀλλὰ τὰ γινόμενα

είσιν ἐν λόγῳ συνθέτῳ τῷ ἀπὸ τῶν παραγόντων (Συμβ. Λογ. 291. Τόμ. Α΄.) ἄρα κ. τ. λ. Ο. Ε. Δ.

392. ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄. Ἐὰν ἴται ὡσιν αἱ ταχυτήτες ἢ αἱ πυκνότητες, αἱ ἐνστάσεις ἔσονται ὡς ἐπιφάνειαι (Συμβ. Λογ. 306)· ἰδὲ καί τινα ὑποδείγματα.

α. Ὅταν τὸ κινητὸν ἔχη ἐπιφανείας διαφόρες τὸ πάχος, ἥττον βραδύνει, εἰ προπορεύεται τις τῶν μικρῶν αὐτῆ ἐπιφανειῶν, ἢ εἴ τις μείζων· κέραμος γὰρ τετράγωνος, ἔχων πρὸς τὸ ὕδωρ τὸ μικρὸν παραλληλόγραμμον, κατελείπεται εἰς τὸν τῆ ὕδατος πυθμένα τάχιον, ἢ εἰ ἔχει πρὸς τὸ ὕδωρ τὴν τετράγωνον ἐπιφάνειαν, εἶγε ἢ τῆ ὕδατος ἐνστάσις ἀνάλογον ἔχουσα τῇ ἐπικειμένῃ τῷ κέραμῳ ἐπιφάνειᾳ, ἥττον μὲν ἐκείνως, μᾶλλον δὲ ἔτιως ἐνστήσεται· ὡσαύτως χάρτης ἐν αἰέρι θάπτον κάτεισι κατὰ κἀθετον, ἢ ὀριζοντίως· ἐκείνως μὲν γὰρ τῷ μικρῷ παραλληλόγραμμῳ ἐνίσταται ὁ αἶρ, εἴτ' ἔν μιᾷ τῶν τῆ χάρτε πλευρῶν, ἔτω δὲ, πάση τῇ τῆ χάρτε ἐπιφάνειᾳ.

393. β'. Τῶν ὁμογενῶν ἢ ἰσοβαρῶν ἢ δὴ ἢ ἰσοπαχῶν σωμάτων τοῖς ἥττον ερογγύλοις μᾶλλον ἐνίσταται τὰ ῥευσά· σφαιρίδιον μὲν γὰρ χρυσῆ κόκκῳ ἴσον τὸ βᾶρος κάτεισι τάχιον, ἢ φύλλον χρυσῆ ἰσοβαρές.

394. γ'. Τῶν ὁμογενῶν καὶ ὁμοίων εβρεῶν, δύο φέρε μολυβδίνων σφαιρῶν, τὸ ἐνιστάμενον μέσον μᾶλλον βραδύνει τὴν κίνησιν τῆ ἐλάσσονος, ἢ τῆ μείζονος· θηρευτῆς γὰρ ἐμβάλλει τῷ πυροβόλῳ 8 κόκκους μολυβδῆς ἕκαστον = $\frac{1}{2}$ τῆς ἐμβαλλομένης ἐπὶ τύττοις μολυβδίνης σφαιρας· ἐξωθόμενα ἔν ἅμα ὑπὸ τῆ ἀναφλεγομένου ῥευσῆ, διανείμασθαι ὀφείλουσιν, ἢν ἐδέξαντο κίνησιν, ἑαυτῶν ταῖς μάζαις· α. ἄρα ἢ σφαῖρα, ἢ οἱ 8 κόκκοι ἐξελεθῆν ὀφείλουσι τῇ αὐτῇ ταχυτήτι· β'. οἱ 8 κόκκοι ὁμῶ λαμβά-

νόμενοι τούταύτην ἔχουσι ποσότητα κινήσεως ἐξιώντες τῆ
 πυροβόλου ὄπλης, ὅσην τὸ ἄθροισμα τῶν 8 κόκκων, ἐξ
 ὧν σύγκειται ἡ σφαῖρα· γ'. ἐ δὴ ἄνευ τῆς τῆ αἰέρος ἐν-
 σάσεως ἡ σφαῖρα ἐ οἱ κόκκοι εἰς τ' αὐτὸν διαβιβασθήσυν-
 ται ἀπόσημα· ἡ γὰρ βεβρύτης ἐπίσης κατελθεῖν ἀναγ-
 κάζει τάτε πολλὴν ἐ τὰ ὀλίγην ἔχοντα μάζαν (162)·
 εἰ ἄρα ἡ σφαῖρα καθάπτηται τῆ ὀριζοντος μετὰ δύο λε-
 πτὰ δευτ. ἐ ἐν διαστήματι ὀριζοντίῳ πεδῶν 600, κατα-
 γράφει πάντως παραβολὴν, ἧς ὕψος μὲν 15 ποδ., πλά-
 τος δὲ 600 (168, 190)· δῆλον ἔν ὡς ἐ ὁ μολυβδῆς
 κόκκος, τὴν αὐτὴν ἔχων κάθετον ταχυτῆτα, ἢν ἐ ἡ σφαι-
 ρα, ἐ τὴν αὐτὴν ὀριζόντιον, ἢν ἐ ἡ σφαῖρα, ἐν τῷ αὐτῷ
 χρόνῳ ὀφείλει καταγράψαι τὴν αὐτὴν παραβολὴν, εἴτ'
 ἐν διανύσαι ἴσον ἐκεῖνη διάστημα.

Ταιγαρῶν ἐξαιρουμένης κατ' ἐπίνοιαν τῆς τῆ αἰέρος
 ἐνσάσεως, ὁ κόκκος χωρήσει, ὅσον ἐ ἡ σφαῖρα· ἀλλὰ
 γὰρ πείρα ὁ κόκκος ἦττον διανίει, ἢ ἡ σφαῖρα· ἄρα
 ὁ αἶρ βραδύνει μᾶλλον τὴν τῆ κόκκου κίνησιν, ἢ τὴν
 τῆς σφαίρας. Ἀλλὰ ἐ κατὰ τὰ ἤδη ἐκτεθειμένα ἐπά-
 ναγκες ἔτω γίνεσθαι· τῶν γὰρ σερεπτήτων τῆ κόκκου ἐ
 τῆς σφαίρας ἐσῶν ὡς 1 : 8, αἱ αὐτῶν ἀκτίνες ἐσονται
 ὡς 1 : 2 (Γεωμ. 468. Τόμ. Β'), ἐ δὴ αἱ αὐτῶν ἐπι-
 φάνειαι ὡς 1 : 4 (Γεωμ. 455. Τόμ. Β')· ἐκῆν ἡ ποσό-
 της τῆς κινήσεως, ἢν ὁ κόκκος τῷ αἰέρι μεταδίδωσιν, ἐσσι
 $\frac{1}{8}$ τῆς ποσότητος τῆς κινήσεως, ἢν αὐτῷ μεταδίδωσιν ἡ
 σφαῖρα· ἀλλ' ἡ αὐτῆ ποσότης τῆς κινήσεως ἐσιν $\frac{1}{2}$ τῆς
 κατὰ τὴν σφαῖραν, εἶγε, διὰ τὴν αὐτὴν ταχυτῆτα, αἱ
 ποσότητες τῆς κινήσεως εἰσιν ὡς αἱ μάζαι· ἄρα ὁ κόκκος
 πλείον ἢ ἡ σφαῖρα μεταδώσει τῷ αἰέρι, ἀναλόγως
 ταῖς ποσότησι τῶν κινήσεων, ὧν ἔχουσιν· ἄρα ἡ ἐκείνη

ὀριζόντιος κίνησις τάχιον ἀναλωθήσεται, ἢ ταύτης· ἀναβῆναι δὲ ἀνάγκη ἔς εἰς ὕψος ἕλαττον, ἔπει πλεόν ὁ αἶθρ ἐν ἐκάσῳ λεπτῷ ἐξαοθενίσει τὴν κάθστον αὐτῷ κίνησιν· ἄρα ἢ καταγραφομένη ὑπ' αὐτῷ παραβολὴ ἐλάττων ἔσαι τότε ὕψος ἔς τὸ πλάτος· ἔς μεταβιβαθήσεται ὕτως ἐπ' ἕλαττον ἀπόστημα, ἢ ἢ σφαιρα.

395. **ΠΡΟΔΕΙΓΜΑ Β΄.** Ἀπὸ πύργου κορυφῆς πιπτέτωσαν ἅμα λίθος παχύτατος, ἔς κόκκος ψάμμου· εἰ τοίνυν ἐκινήτο ἐν κενῷ, ἔπιπτον ἂν ἅμα ἐν τοῖς ποσὶ τῷ πύργου (162)· πίπτει δὲ τάχιον ὁ λίθος τῷ κόκκῳ· ἄρα ἢ ἐνσασίς τῷ αἰέρος βραδύνει πλεόν τὴν κίνησιν τῷ κόκκῳ τῆς ψάμμου, ἢ τὴν τῷ λίθῳ· ἔσι μὲν γὰρ ἐπιεικῶς ἢ τῷ αἰέρος ἐνσασίς ἀνάλογος τῇ ἐπιφάνειᾳ, ὁ δὲ κόκκος τῆς ψάμμου ἔχει πλείω ἐπιφάνειαν τῷ λίθῳ ὡς πρὸς τὴν βραχεῖαν αὐτῷ μάζαν.

396. δ΄. Ἐὰν σῶμα ἐπίμηκες, ὁμογενές, ῥάβδος φέρε, ἐκθεν μὲν ὀξυτέρα, ἐτέρωθεν δὲ παχυτέρα, ἀφεθῆ ἐν αἰέρι τῆς ὀξύτητος προχωρήσει· τὸ μὲν ὀξὺ ἐπιστρέψει χρόνῳ ὀπίσω, θάτερον δὲ πέρας κλίνει πρὸς τὰ ἔμπροσθεν· ἢ γὰρ ὀξύτης, ὡς πλείω ἐπιφάνειαν προσάγυσσα τῷ αἰέρι κατ' ἀναλογίαν τῆς ἑαυτῆς μάζης, ἔς δὴ ποσότητα κινήσεως πλείω, ἢ θάτερον πέρας, τάχιον παύσεται τῆς ἑαυτῷ κινήσεως, θάτερον δὲ εὐμοιρῶν ἔτι κινήσεως προχωρήσει.

397. ε΄. Ὄταν σῶμα δύο μέρη ἔχη ἐτερογενῆ θάτερον θάτερον πυκνότερον, τὸ πυκνότερον προχωρήσει εἰς τὰ ἔμπροσθεν, θάτερον δὲ ἐπιστρέψει εἰς τὰ ὀπίσω, κινήθέντος διὰ ῥευσῆ· διὸ ῥάβδος κορυφῆ σιδηρᾶ ἔσα, αἰεὶ εἰ κινήθῃ, ἢ κορυφῆ προχωρήσει.

398. **ΠΟΡΙΣΜΑ Β΄.** Ὄταν ἢ ἐπιφάνεια ἔς ἢ τα.

χυτής ὡσιν ἴσαι, αἱ ἐνσάσεις ἔσονται ὡς αἱ πυκνότητες (Συμβ. Λογ. 306. Τόμ. Α΄). ἔκῃν ἐπεὶ ἡ τῷ αἵρος πυκνότης αἰεὶ, προχωρῆντος εἰς τὴν κορυφὴν τῆς ἀτμοσφαιρας ἐκ τῷ ὀρίζοντος ἐλαττῆται, ἡ ἐνσασίς ἐν διαφόροις σιβάσιν ἐλαττῆται ἐκ τῶν κάτω ἐπὶ τὰ ἄνω, ὡς ἡ πυκνότης αὐτῶν· πρὸς κίλλεται δὲ κατὰ τὰς διαφόρους ὥρας ψυχομένη ἢ θερμαινομένη τῷ αἵρος, καὶ τύτου μεταβάλλουτος τὴν πυκνότητα· τελευταῖον δὲ ὁ αἴρ μαλλον τι ἐνσῆσεται τῇ κινήσει τῶν ἐν τοῖς πόλοις ρευσῶν, ἢ τῶν πρὸς τῷ ἰσημερινῷ (168).

β. Τῷ κοινῷ ὕδατος ἡ ἐνσασίς πρὸς τὴν τῷ περὶ τὸν ὀρίζοντα αἵρος λόγον ἔχει, ὅν 950 : 1· τῷ δ' ἀλικῷ ὕδατος πλείων, ἢ τῷ κοινῷ· τῷ δ' ἰδραργύρου πρὸς τὴν τῷ κοινῷ ὕδατος ἔστι ὡς 14 : 1 κτ.

399. ΠΟΡΙΣΜΑ Γ'. Τῶν ἐπιφανειῶν καὶ τῶν πυκνοτήτων ἔσῃν ἴσων, αἱ ἐνσάσεις τῷ μέσῃ ἔσονται ὡς τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα (Συμβ. Λογ. 306. Τόμ. Α΄).

α. Κατανοεῖται ἐντεῦθεν διὰ τί τὸ ὕδωρ, ρευστὸν ὄν, ἄσπτον ἐπομένως, γίνεται μέντοι ὡς σημεῖον σφρίγγματος τῇ κώπῃ. ἥς θάτερον πέρας πλήττει αὐτῷ μεγάλην ἐπιφάνειαν, ταχυτῆτι μεγάλη, ἣτις ἐμποιεῖται ὑπὸ τῷ βραχίονος τῷ ἐρέτῃ, καθημένῃ ἐν θάτέρῳ πέρατι· τὸ γὰρ ὕδωρ ἐνισάμενον τῇ κώπῃ κατὰ λόγον τῆς κατὰ τὴν κώπην ἐπιφανείας, πολλαπλασιαζομένης ἐπὶ τὴν πυκνότητα τῷ ὕδατος, ἣτις ἐστὶν ἰκανή, καὶ ἔτι ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτῆτος τετράγωνον, ὅ ἐστι μέγιστον, ἡ ἐπιφάνεια τῆς κώπης διατρέχουσα τῇ αὐτῇ ταχυτῆτι ὠρισμένοντι διάστημα ὕδατος, τάχιστα καταπαύεται τῆς ἐαυτῆς κινήσεως· ὁ δ' ἐρέτης ἐπαναλαμβάνων τὴν ἐαυτῷ δύναμιν ἐπὶ θάτέρῃ πέ-

ρατος, ἵνα κινήσεως αὐτῆς μεταδῶ τῇ κώπῃ, αἰεὶ ἐμποιεῖ κίνησιν τῷ τε πλοίῳ καὶ ταῖς σιβάσι τῆ ὑδατος, ὃ πλήττει ἢ ἐπιφάνεια τῆς κώπης.

400. β'. Κατὰ τῆτον τὸν λόγον ἵπτανται καὶ τὰ πετεινά· ἐκτείνοντα γὰρ τὰς πτέρυγας ὀριζοντίως, πολλὴν ἐπιφάνειαν τῷ αἰέρι παρισῶσιν· ἀνθ' ὅτε βραδέως κατίασιν, εἰ ἀφεθῶσιν ἑαυτῶν τῇ βαρύτητι· ἀλλὰ κατελεύσονται πάντως, ὅτι ἐν τῷ αὐτῷ ὕγκῳ βαρύτερά εἰσιν, ἢ αἰὴρ ἴσος αὐτοῖς τὸν ὄγκον· αἰωρηθῆναι ἄρα ἐν αἰέρι ἔδύνανται, ἐδ' ἀνελθεῖν εἰς αἶρα, εἰ μὴ πληττόντων αὐτῶν τὸν αἶρα, οὗτος ἀνθισαίτο αὐτοῖς κατὰ λόγον τῆς ἐπιφανείας τῶν πτερύγων αὐτῶν, πολλαπλασιασθείσης ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετράγωνον, καὶ δὴ αἱ πτέρυγες τὰ τῶν κωπῶν ἐκπληρῶσι, δι' ὧν ἐπισηρίζονται τῷ αἰέρι.

401. ΠΟΡΙΣΜΑ Δ'. Τὰ βαρέα σώματα, κτιόντα διὰ τῆ αἰέρος, διὰ τῆ ὑδατος κτ., ἕκ ἐπιταχύνουσιν ἰσομερῶς τὴν ἑαυτῶν ταχύτητα.

Καὶ γὰρ αἱ ταχύτητες τῶν βαρέων αὐξουσιν ἐν χρόνοις πεπερασμένοις ἐν λεπτοῖς δευτ. τυχόν, ὡσπερ οἱ φυσικοὶ ἀριθμοὶ 1, 2, 3, 4 κτ.· ἔτιωσ ἢ ὀλικὴ ταχύτης, ἢν ἡ βαρύτης προσθήσιν ἐν χρόνῳ πεπερασμένῳ, ἐν ἐνὶ λεπ. δευτ. φέρε, ἔσιν αἰεὶ ἢ αὐτῇ, εἴτ' ἢν ἢ 1 ἐπικρατῆσα διαφορὰ ἐν τῇ ἀριθμητικῇ προόδῳ ÷ 1, 2, 3 κτ.· ἀλλὰ ἢ τῆ μέσῃ ἔνστασις γινομένη αἰεὶ ἀνάλογος τοῖς ἀπὸ τῶν ταχυτήτων, ἃς κτάται τὸ κινητὸν ἐν τέλει ἐκάστῃ λεπτῆ, τετραγώνοις, αὐξεῖ ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῆ, ποσότητι αἰεὶ μείζονι· ἔσι γὰρ 1 μὲν ἐν τῷ τέλει τῆ πρώτῃ λεπτῆ, 4 δὲ ἐν τῷ τέλει τῆ δευτέρῃ, 9 δὲ ἐν τῷ τέλει τῆ τρίτῃ, καὶ ἐν γένει ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετράγωνον· ἐπεὶ τοίνυν ἀπὸ τῆς ποσότητος τῆς ταχύ-

τητος αει μενύσης τῆς αὐτῆς, ἢν ἡ βαρύτης προσίθῃσι τῇ πρὸ αὐτῆς ταχύτητι ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῷ, ἀφαιρεῖν δεῖ ἐφ' ἐκάστου λεπτῷ ποσότητα αει αὐξυσαν· εἰκὸς ἄρα τὴν πραγματικὴν αὐξῆσιν τῆς ταχύτητος αει ἐλάττω γίνεσθαι ἐν τῷδε τῷ λεπτῷ, ἢ ἐν τῷ ἠγησαμένῳ· ἕκῃν ἡ ταχύτης τῷ κινήτῳ ἠδέποτε αὐξεί ἰσομερῶς.

402. Ἐάν τὸ κινήτὸν ἰσχυρῶς καταβαίῃ, ἔσαι χρόνος, ἐν ᾧ ἕδεν ταχύτητος προσκλήσεται ἐν τῇ καθόδῳ· ἐπεὶ γὰρ, ἢ μὲν ποσότης τῆς κινήσεως, ἢν ὀφείλει δεῖναι ἐν ἐκάστῳ λεπτῷ τῷ ἐνισταμένῳ μέσῳ, αὐξεί αειποτε, ἢ δὲ ποσότης τῆς ταχύτητος, ἢν δέχεται ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῷ ἐκ τῆς βαρύτητος, ἔσαι ἡ αὐτὴ, ἔσαι χρόνος, καθ' ὃν τσαύτην τῷ ἐνισταμένῳ ῥευσῷ μεταδώσει κίνησιν, ὅσην ἐδέξατο ἐκ τῆς βαρύτητος· ἢ ἐνταῦθα ἐναπολειφθήσεται αὐτῷ μόνῃ, ἢν εἶχεν ἐν αὐτῷ τῷ λεπτῷ, ἢ ταχύτης, καθ' ἢν ἢ κινήσεται ἰσομερῶς.

403. Α' εἴρηται ἐπὶ τῶν δι' αἴρος κινημένων, νοητέον ἢ ἐν μείζονι λόγῳ ἢ ἐπὶ τῶν διὰ τῷ ὕδατος κτ.

404. Ὅταν βαρῦτι ἔχη ταχύτητα τοιαύτην, ὡς μεταδιδόναι τῷ μέσῳ, ὃ ἐδέξατο ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῷ ἐκ τῆς βαρύτητος, ἰσόσταθμον λέγεται τῷ μέσῳ· ὅσῳ δὲ πυκνότερόν ἐστι τὸ σῶμα, ἢ σφαιροειδέστερον, τσαύτῳ πλείονα χρόνον κάτεισι διὰ τῷ αἴρος, πρὶν αὐτῷ ἰσόσταθμον γένηται· τῆνικαῦτα γὰρ περιέχον πολλὴν μάζαν ἐν μικρᾷ ἐπιφανείᾳ, πολλὴν μὲν δέχεται κίνησιν ἐκ τῆς βαρύτητος, ὀλίγην δὲ δίδωσι τῷ αἴρι ἐφ' ἐκάστῃ λεπτῷ πεπερασμένῳ· εἰκὸς ἄρα κινήσῃναι πολλὰ λεπτὰ πρὶν ἀφίκηται εἰς ἐν, ἐν ᾧ, ὃ δίδωσι τῷ αἴρι, ἴσον ἂν εἴη τῷ, ὃ λαμβάνει ἐκ τῆς βαρύτητος· σφαῖρα γὰρ λιθίνη, ἢ μεταλλίνη κτῶνται σαφέστατα διὰ πολλῶν ἐξῆς λεπτῶν τα-

χυτῆτα ἰσομερῆ· ὅπερ ἐσὶν ἡ αἰτία, ἣν ἔδειξεν ἐπὶ τῶν σωμάτων ὁ νόμος τῆ Γαλιλαίου, „τὰ διατρεχόμενα ὑπὸ „τῶν βαρέων διαστήματα αὖξιν, κατὰ τὲς περιττὲς τῶν „ἀριθμῶν, τὸ δ' ὅλον διατρεχόμενον διάστημα, ὡς τὸ ἀπὸ „τῶν χρόνων τετραγώνον“· ἀλλὰ τὰ εἰδικῶς κηφότε-
ρα σώματα, ὡς ὑέτος, πάμβαξ, κτ.· εἰσὶ σχεδὸν ἐν ἀρχῇ ἰσόσταθμα τῷ αἔρι· κόκκος γὰρ χαλάζης αὖξει τὴν ἑαυτῆ ταχύτητα διὰ μακρῷ χρόνῳ, ἔϋ πλείονα ἔχει ἀφι-
κνέμενος εἰς τὸν ὀρίζοντα· ἀλλὰ νιφὰς χιόνος ἐν βραχυ-
τάτῳ χρόνῳ ἐσὶν ἰσόσταθμοι τῷ αἔρι· ὀρώμεν γὰρ, ὡς, καί τοι πίπτουσα ἀπὸ νεφέλης ὑψηλοτάτης, βραχυτάτην ταχύτητα ἔχει ἀφικνεμένη εἰς τὸν ὀρίζοντα.

405. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Ἡ σύγκρισις τῶν ῥευσῶν ἐσὶν ὡσαύτως ὡς τὸ γινόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν, ἔϋ τῆ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνῳ, ἔϋ τῆς πυκνότητος.

ΔΒΙΞΙΣ. Ἡ γὰρ ἔνστασις, ἣν τὸ ῥευσὸν ἐνίσταται τῷ ἐπιπέδῳ ΓΔΕΖ, ἔϋ ἐκ τῆ ἀκολούθῃ τὸ σερρεῖον ΑΒΓΔ τῷ ῥευσῷ, ἐσὶν ἐν λόγῳ συνθέτῳ ἐκ τῆς ἐπιφανείας ΓΔΕΖ, ἔϋ τῆς τῆ ῥευσῆ πυκνότητος ἔϋ τῆ ἀπὸ τῆς τῆ σερρεῖ ταχυ-
τήτος τετραγώνῳ, εἴγε τὸ ἐπίπεδον ΓΔΕΖ τῆ σερρεῖ προσβάλλει κατ' εὐθείαν μιᾶ σιβάδι, ἡ ἐπιπέδῳ ἴσῳ τῷ τῆ σερρεῖ, ἔϋ ἡ ἔνστασις ἐσὶ τὸ γινόμενον ὑπ' αὐτῆς τῆς σι-
βάδος τῆ ῥευσῆ, ἔϋ τῆς πυκνότητος αὐτῆ, ἔϋ τῆ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τῆ σερρεῖ τετραγώνῳ· ἀλλὰ προσβαλλέτω τῆ ναντίον τὸ ῥευσὸν τῷ τῆ σερρεῖ ἐπιπέδῳ ΓΔΕΖ· ἐκῦν ἡ ἴση τῷ ΓΔΕΖ ἐπιπέδῳ σιβάς προσβαλεῖ αὐτῷ κατὰ τὰ μέρη τὰ τεταγμένα ἐν τῷ νηματίῳ τῆ ἀπειροῦ παραλληλογράμμῳ οΒΧΖ πολλαπλασιασθέντος ἐπὶ τὸ πλάτος ΔΖ τῆς σιβάδος· ὁ παρίσησι τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σιβάδος ΓΔΕΖ· ἔϋ ὅσῳ πυκνότερον ἔσαι τὸ ῥευσὸν, τοσούτῳ πλείω

μέρη ἔσονται ἐν τῷ νηματίῳ ΕΖ, ἔ δὲ ἐν ἀπάσῃ τῇ σιβάδι ΓΔΕΖ· πολλαπλασιασέον ἄρα τὴν τῆ συγκρουθέντος ἐπιφάνειαν ΓΔΕΖ ἐπὶ τὴν τῆ ῥευσῆ πυκνότητα· τελευταίον δὲ, τῆς τῆ ῥευσῆ ταχυτήτος ἕσης διπλῆς, τριπλῆς κτ., δῖω, τρεῖς κτ. σιβάδες τῆ ῥευσῆ, ἴσαι τῷ ΓΔΕΖ προσβαλέσι τῷ ἐπιπέδῳ ἐν χρόνῳ δεδομένῳ· ἔσαι ἄρα ἡ ὅλική αὐτῶν σύγκρουσις 2 μάζης πολλαπλασιασθέντα ἐπὶ 2 ταχύτητος, ἢ 3 x 3 κτ· ἔ συνελόντι φάναι ἐπὶ τὰ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετράγωνα πολλαπλασιασέον τὴν ἐπιφάνειαν ΓΔΕΖ πολλαπλασιασθεῖσαν ἐπὶ τὴν πυκνότητα. Ο. Ε. Δ.

406. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ ἄρα ῥευσῶν πρὸς σερεᾶ σύγκρουσις γίνεται κατὰ τὸν αὐτὸν νόμον, καθ' ὃν ἔ ἡ σερεῶν πρὸς σερεᾶ.

Ἐὰν φέρε ῥυᾶξ κατ' εἰθείαν συγκρούσῃ τὴν σερεῆ ἐπιφάνειαν ΓΔΕΖ, παρασβήσεται ἡ σύγκρουσις τῷ γινομένῳ ἐκ τῆς ΓΔΕΖ ἐπιφανείας, ἔ τῆ ἀπὸ τῆς ταχυτήτος τετραγώνῃ, ὑποτιθεμένης τῆς πυκνότητος = 1.

Ἐὰν ἔν παραβληθῆ ἡ ἀνέμῃ πρὸς αὐτὴν τὴν ἐπιφάνειαν σύγκρουσις τῆ τῆ ῥυᾶκος, ἴσων ὑποτιθεμένων τῶν ταχυτήτων, ἔ ἐπινοία ἀφαιρεμένης τῆς τῆ ἀνέμῃ ἐλασικότητος, αἱ συγκρούσεις ἔσονται ὡς αἱ πυκνότητες· εἴτ' ἔν περίπε ὡς 1 : 950 (Ἀριθμ. 162), τῆ αέμῃ μηδὲν ὄντος, ἡ ῥεῦμα αέρος ἐκ τόπου εἰς τόπον ἄλλον τῆς ἀτμοσφαιρας μεταβαίνοντος.

407. Φημί: ἐπινοία ἀφαιρεμένης τῆς ἐλασικότητος τῆ αέμῃ· ἔ γὰρ συγκρούσεως γινομένης ἐλασικοῖς σώμασι πρὸς ἐλασικά, ἡ ἔνσασις τῶν ῥευσῶν ἔσι τὸ διπλῆν γινομένοι ἰπὸ τῶν ἐπιφανειῶν, τῶν πυκνοτήτων, ἔ τῆ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνῃ· ἔ γὰρ τὸ συγκρούον σερεῶν

ἢ ῥευσὸν ἐπενεργεῖ τῷ συγκρομένῳ ἐπίσης διὰ τε τῆς ἐλασικότητος, καὶ διὰ τῆς συγκρίσεως, καὶ ἢ ἔντασις, ἢ ἐνίσταται τὸ συγκροτῶν τῷ συγκρούσαντι, καὶ αὐτὴ διπλασιασθήσεται ἐκ τῆς ἐλασικότητος.

ΣΧΟΛΙΟΝ Α΄. Ἰδὲ δὴ ὁ λόγος, δι' ὃν ὁ αἶρ, καὶ τοὶ μὴ πάνυ πυκνοὶ, ἔχει δύναντα, ὡς σῶμα ἐλασικόν, ἀνακλασθῆναι ἐκ τῶν οἰκοδομημάτων, οἷς προσβάλλει, καὶ τὰ πολλὰ συνθραύειν ἀγάλματα λίθινα κτ.

408. ΣΧΟΛΙΟΝ Β΄. Παρὰ τὸς ἐκτεθέντας τρεῖς παράγοντας εἰσι καὶ ἄλλαι αἰτίαι δυνάμεναι ποικίλλειν τὴν ἔντασιν, ἢ τὴν σύγκρουσιν τῆ μέσου, οἷον ἢ γλιχρότης τῆ ῥευσῆ, εἴτ' ἢν ἢ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἢ ἥττον ἰσχυρὰ συσχὴ τῶν μερῶν, ἢ διάφορος τριβὴ κτ. ταύτας δὲ τὰς αἰτίας μέχρι πόσου ἐπενεργῶσιν εἰδέναι ἔδυναμεθα. ἔδὲ ἔν βεβαίως ἐναρμόσαι λογισμῶ τῶν ῥευσῶν τὴν ἔντασιν.

Καὶ ἢ ἐλασικότης αὐτὴ τῶν σωμάτων ποικίλλεται ὡσαύτως κατὰ τὰς διαφόρους ὥρας· ἐν γὰρ θερεί, τῆ αἶρος ἀτμῶν πλήρης ὄντος, ἐλάττων, μείζων δὲ χειμῶνος, τῆς ἀτμοσφαιρας καθαρυνύσης, ὡς ὀψόμεθα.

409. Ἐκ πάντων τῶν εἰρημένων δῆλον καθίσταται, τὸς ἀποδοθέντας κανόνας εἰς εὐρεσιν τῶν λόγων τῶν ἐντάσεων, ἢ συγκρίσεων τῶν ῥευσῶν, μὴ ἔχειν ἐκλογίζεσθαι, ὡς ἀπολύτως ἀκριβεῖς, παρὲξ τῆ περὶ τῆ ἀπὸ τῶν ταχυτήτων τετραγώνου· καὶ οἱ ἄλλοι δὲ κανόνες ἐν διαφοραῖς τῶν φυσιολογῶντων ἀποπειραῖς σπανιάκις εὐρέθησαν τοῖς πειράμασιν ἀκριβῶς αἰεὶ συμφθεγγόμενοι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΤΡΙΑΚΟΣΤΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Περὶ τοῦ κέντρου τῆς τῶν σωμάτων βαρύτητος.

410. Ἀντίρροπα ἔσιν ἡρεμία ἀποτελεσμένη ἐκ δυνάμεων ἀναντίων ἢ ἰσῶν· εἰ δὲ δύο βαρῆ A, B (σχ. 16) ἰσάλληλα αἰωρῶνται ἐκ τῆ ζυγῆ $AB\Gamma$, ὡς εἶναι τὴν τῆ A δύναμιν ἰσην τῆ τῆ B · ἐπεὶ τὸ A ἐδύναται κατελθεῖν, εἰ μὴ ἀνεγείρω τὸ B , ἢ τὴναντίον, δῆλον, ὅτι εἰσὶν ἐναντία αὐτῶν αἱ δυνάμεις· ἐπεὶ δὲ διὰ τῆτο καθηρεμῶσιν, ἀντίρροπα εἶναι λέγεται.

Ἐν γένει κέντρον καλεῖται κινήσεως πᾶν σημεῖον K , περὶ ὃ ὑποτίθενται δύο σώματα A, B κινέμενα· εἰ δὲ τὰ σώματα A, B ἀντίρροπα ᾗσι, τὸ K καλεῖται κέντρον ἀντίρροπίας· ἡνίκα δὲ λόγος γίνεται περὶ σωμάτων μὴ κινυμένων, μηδὲ σπευδόντων ἄλλως κινεῖσθαι, ὅτι μὴ κατὰ τὴν ἑαυτῶν βαρύτητα, τὸ K , περὶ ὃ εἰσὶν ἐν ἡρεμίᾳ, καλεῖται κέντρον τῆ βάρους.

411. Κέντρον βαρύτητος παντὸς σώματος καλεῖται τὸ σημεῖον, περὶ ὃ πάντα αὐτῆ τὰ μέρη εἰσὶν ἀντίρροπα.

Ἐντεῦθεν ἄρα ἔπεται, ὅτι ἐπεὶ τὰ A, B μέρη εἰσὶν ἀντίρροπα, ἢ δύνανται κατελθεῖν, εἰ μὴ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος K , ᾧ ὑποτίθενται προσκεκολλημέναι, συγκατέλθω· α'. ἐκληφθῆναι δύναται τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος παντὸς σώματος ὡς σημεῖον, περὶ ὃ ἀθροίζονται πᾶσαι αἱ βαρύτητες τῶν αὐτῆ μερῶν· β'. ἐκληφθῆναι ὡσαύτως δύναται ἅπαν σῶμα ὡς σημεῖον, πρὸς ὃ συνάπτεται πᾶσα αὐτῆ ἡ βαρύτης.

412. Εὐθεία τῆς εὐθύσεως λέγεται εὐθεία ἢ ΚΓ (σχ. 17), ἢ ἀπὸ τῆς κέντρου παντὸς σώματος πρὸς τὸ κέντρον τῆς γῆς ΓΚ ἐπιζευγνυμένη, καθ' ἣν ἂν εἰ ἀφείη κατέλθοι· ἄρα α'. εἰν τὸδε τὸ σῶμα μίτω προσαρτηθῆ τῷ Βδ, ἐπεὶ τείνει κατὰ τὴν φοράν τῆς ἑαυτῆ βαρύτητος, ὁ Βδ μίτος ἐμφανεῖ τὴν εὐθεῖαν τῆς εὐθύσεως τῶν βαρέων σωμάτων· β'. εἰν, τῆ Α βάρους προσαρτηθέντος, εἰ ἐπ' αὐτῆ σημειωθείσης τῆς εὐθείας δξ ἐκ τῶν ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω, προσαρτηθῆ εἶτα τὸ αὐτὸ ἀφ' ἐνὸς τῶν αὐτῆ σημείων τῆ ε, ἢ εὐθεία δζ, ἢ κατ' ἀρχῆς σημειωθείσα, ἀπαντηθήσεται κατὰ τὸ τῆς βαρύτητος κέντρον Κ τῆ εὐθεία τῆς εὐθύσεως, γινόμενη τμηκαῦτα ΒεΓ.

413. Σαφές ἐντεῦθεν, ὡς εὐθεία τῆς εὐθύσεως τῶν σωμάτων ἔσιν αἰεὶ ἢ, ἣν ἀποτελεῖ μίτος μολύβδω τεινόμενος, ὃς καλεῖται εὐθεῖα κἀθετος τῷ ὀρίζοντι.

414. Κέντρον μεγέθους παντὸς σώματος ἔστι τὸ σημεῖον, καθ' ὃ δίχα διαιρεῖται τὸ σῶμα· εἰν ἢν τὸ σῶμα ἢ ὁμογενές, εἴτ' ἢν πανταχῶ ἰσόπυκνον, τὸ κέντρον τῆς μεγέθους ἔσαι τὸ αὐτὸ, εἰ κέντρον τῆς βαρύτητος· εἰ δὲ μὴ, τὸ τῆς μεγέθους διίσαται αἰεὶ παντοίως ἀπὸ τῆς βαρύτητος· ἐπεὶ ἢν σπανιώτατόν ἐστιν ἅπαν σῶμα ἀπολύτως εἶναι πανταχῶ ὁμογενές· τὸ τῆς μεγέθους ἔδεποτε σχεδὸν συμπέκει τῷ τῆς βαρύτητος κέντρῳ.

415. Εἰν πολλὰ σώματα τὰ Α, Β, Γ, Δ (σχ. 18), περιάγωνται περὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον Π, ῥοπή καλεῖται τῶν σωμάτων τὸ γινόμενον ὑφ' ἐκάστου τύτων, εἰ τῆ, ὃ τῆ Π ἕκασον ἀπέχει ἀπόσημα, γινόμενον· ῥοπή ἢν τῆ Α ἔστιν = Α × ΠΑ, τῆ δὲ Β = Β × ΠΒ, κτλ.

416. ΘΕΩΡΗΜΑ Α'. Ηνίκα πολλά σώματα Α, Β, Γ, Δ, προσηρτημένα ὡς τῇ εὐθείᾳ ΠΔ, τῇ περι-
αγομένῃ περὶ τὸ σημεῖον Π, αἱ ταχύτητες τῶν σωμά-
των εἰσὶ πρὸς ἀλλήλας, ὡς τὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου Π αὐτῶν
ἀποσήματα ΑΠ, ΒΠ, ΓΠ, ΔΠ.

ΔΕΙΞΙΣ. Τῆς εὐθείας περιαγομένης περὶ τὸ Π, ἕ-
κασον τῶν σημείων Α, Β, Γ, Δ, καταγράφει περὶ τὸ
Π ὅμοια τόξα κυκλικὰ Αα, Ββ, Γγ, Δδ (Γεωμ. 29.
Τόμ. Α'). εἰσὶ δὲ ταῦτα ὡς αἱ περιφέρειαι (Συμβ. Λογ.
234. Τόμ. Α'). ἀλλ' αἱ περιφέρειαι εἰσὶν ὡς αἱ ἀκτῖνες
ΠΑ, ΠΒ, ΠΓ, ΠΔ (Γεωμ. 393. Τόμ. Β'), εἴτ' ἔν
τὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀποσήματα τῶν σωμάτων ἑκάστου· ἄρα
αἱ ταχύτητες τῶν σωμάτων Α, Β, Γ, Δ, ἔσονται ὡς τὰ
τόξα Αα, Ββ κτ. τὰ ἐν ἴσοις χρόνοις διατρεχόμενα, ἔ-
σονται ὡς τὰ ἀποσήματα ΠΑ, ΠΒ, κτ.

Ταῦτόν δ' ἔσται, κὰν ὑποθεθῇ τὴν εὐθεῖαν περιάγε-
σαι περὶ τὸ σημεῖον Π (σχ. 19), λαμβανόμενοι κατὰ τὸ
δοκῶν μεταξὺ τέτων τῶν σωμάτων· ἔγ γὰρ ἐν ᾧ τὸ Δ
τυχρὸν κατιὸν καταγράφει τὸ τόξον Δδ, τὸ Γ καταγρά-
φει τὸ Γγ, τὰ δὲ Α, Β τὰ Αα, Ββ· ἔπει μὲν ἡ γω-
νία $I = 0$, πάντα ταῦτα τὰ τόξα ἔσονται ὅμοια (Γεωμ.
29)· ἄ εἰσὶν ὡς αἱ περιφέρειαι· αἱ δὲ, ὡς αἱ ἀκτῖνες
ΔΠ, ΓΠ, ΑΠ, ΒΠ· αἱ ἄρα τῶν σωμάτων ταχύτητες,
ἔσονται ὡς τὰ τόξα Δδ κτ. τὰ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον δια-
τρεχόμενα, ἔσονται ὡς τὰ ἀποσήματα ΔΠ κτ· ἄρα ἐν
γένει κτ. Ο. Ε. Δ.

417. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ἡ εὐθεῖα ΠΔ, ἥ προσκεκολ-
λημένα ἐννοῶνται τὰ σώματα Α, Β, Γ, Δ, καλεῖται
ἄξων τῶν ῥοκῶν. ὅταν δὲ δύο, ἢ πολλά σώματα,
προσηρτημένα ὡς ζυγῶ περιαγομένῳ περὶ ὅτιεν σημεῖον,

αὶ αὐτῶν ἰσχύς, ἢ αὶ αὐτῶν ποσότητες τῶν κινήσεων, ἴσως θύσονται ταῖς αὐτῶν ῥοπαῖς· ἐπεὶ γὰρ αὶ ἰσχύς, ἢ αὶ ποσότητες τῶν κινήσεων, ἔσονται τὰ παραγόμενα ὑπὸ τῶν μαζῶν ἐπὶ τῶν ταχυτήτων (115. Τόμ. Δ'). ἀλλ' αὶ αὐτῶν ταχύτητες ἔσονται ὡς τὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτῶν ἀποσήματα (416). ἄρα αὶ αὐτῶν ἰσχύς ἔσονται ὡς τὰ γινόμενα ὑπὸ τῶν μαζῶν, ἐπὶ τῶν ἀπὸ τοῦ Π κέντρου ἀποσμημάτων αὐτῶν· καλεῖται δὲ ῥοπή τὸ γινόμενον ὑπὸ τῆς ἐκάστη μάζης ἐπὶ τῆ ἀποσμήματος τῆδε (415). αὶ ἄρα ἰσχύς τῶν σωμάτων ἴσαι ἔσονται ταῖς αὐτῶν ῥοπαῖς.

418. ΠΟΡΙΣΜΑ Β'. Ἡ ῥοπή ἄρα, ἢ ἰσχύς, ἢ ποσότης τῆς κινήσεως παντὸς σώματος τῆ Α, αὐξοῦται μὲν, ὅσον ἀποχωρεῖ τὸ κέντρο, μειῦται δὲ, ὅσον αὐτῷ προχωρεῖ· εἰσὶν ἄρα ἐν λόγῳ ὀρθῷ τῶν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς κινήσεως Π ἀποσμημάτων αὐτῶν.

419. ΘΕΩΡΗΜΑ Β'. Πολλῶν σωμάτων Α, Β, Γ, Δ (σχ. 18), προσηρημένων ζυγῶ, περιεγχομένων περὶ σημείου τοῦ Π, ὃ εἶσιν ἐκτὸς τοῦ διαστήματος, ἐφ' ᾧ κείνται τὰ σώματα, ἐν ληφθῆ τὸ πασῶν τῶν ῥοπῶν κεφάλαιον $A \times ΠΑ + B \times ΠΒ + Γ \times ΠΓ + Δ \times ΠΔ$ (κ), ἐπιαιρεθῆ διὰ τοῦ τῶν μαζῶν κεφαλαίου $A + B + Γ + Δ$, πηλίκον προκύψει ἡ εὐθεῖα ΠΞ, πρὸς ἣς τῷ πέρατι Ξ εἰτεθείη πάντα ταῦτα τὰ σώματα, τὸ κεφάλαιον πασῶν τῶν κατ' αὐτὰ ῥοπῶν $A \times ΠΞ + B \times ΠΞ + Γ \times ΠΞ + Δ \times ΠΞ$ (τ) ἴσωθήσεται τῷ ἀθροίσματι τῶν ῥοπῶν αὐτῶν, ἃς εἶχον ἐν τῷ προτέρῳ χώρῳ ἕκαστον.

ΔΕΙΞΙΣ. Κατὰ τὴν φύσιν τῆς διαιρέσεως τὸ πηλίκον ΠΞ, πολλαπλασιασθὲν ἐπὶ τὸ ἀθροισμα τῶν μαζῶν, ἀποδώσει τὸ ἀθροισμα τῶν προτέρων ῥοπῶν, αἳ ἦσαν ἐν.

τὸ διαιρετέον (Ἀριθμ. 107)· ἀλλὰ $\Pi\Xi \times (A + B + \Gamma + \Delta) = \tau$ ἄρα $\tau = K$. Ο.Ε.Δ.

Ἐςω $A = 1$, ἢ $B = 2$, ἢ $\Gamma = 3$, ἢ $\Delta = 4$.

Ἐςω $A\Pi = 1$, ἢ $B\Pi = 2$, ἢ $\Gamma\Pi = 3$, ἢ $\Delta\Pi = 4$.

ἔσαι ἄρα $K = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 = 30$ ·

ὡκὺν $\frac{1}{3} = 3 = \Pi\Xi = 3\Pi A$ · ἐπεὶ δὲ $\Gamma\Pi = 3A$ ἐξ ὑπο-

θέσεως· ἄρα $\Pi\Xi = \Gamma\Pi$ · εἰν τῶν πᾶντων τὰ σώματα τε-

θεῶσιν ἐπὶ τῷ Γ , τὸ ἄθροισμα τῶν αὐτῶν ῥοπῶν ἔσαι =

30 · καὶ γὰρ $\Gamma\Pi \times A + \Gamma\Pi \times B + \Gamma\Pi \times \Gamma + \Gamma\Pi$

$\times \Delta = 3 \times 1 + 3 \times 2 + 3 \times 3 + 3 \times 4 = 30$.

420. ΠΟΡΙΣΜΑ. Ἐάν τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων A, B , αὐξή, τεθέντων ἐπὶ τῷ Ξ , τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν σωμάτων Γ, Δ , ἐλαττωθήσεται τῇ αὐτῇ ποσότητι, μετατεθέντων ἢ αὐτῶν ἐπὶ τῷ Ξ · τὸ γὰρ ὅλκον ἄθροισμα τῶν σωμάτων $A + B + \Gamma + \Delta$, μένει τὸ αὐτὸ μετὰ τὰς αὐξομειώσεις, ὃ ἦν κειμένον ἐκάστῃ κατὰ τὴν ἰδίαν ἐαυτῷ χώρην.

421. ΘΕΩΡΗΜΑ Γ'. Ὅταν δύο, ἢ πολλὰ σώματα, κέωνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δυνατὸν εὑρεῖν τὸ κοινὸν αὐτοῖς κέντρον τῆς βαρύτητος, λαμβάνουσι τὸ ἄθροισμα ἀπασῶν τῶν κατ' αὐτὰ ῥοπῶν, ἀναφερομένων πρὸς τι σημεῖον Π , κατὰ τὸ δοκὺν εἰλημμένον ἐπ' αὐτῆς τῆς εὐθείας, ἐκτὸς τῆς, ὃ κατέχουσι, διαστήματος $A\Delta$, ἢ διαίρῃσιν αὐτὸ διὰ τῷ ἄθροισματος τῶν μαζῶν, ἢ τὸ πηλίκον ἐφαρμόζουσιν ἐκ τῷ Π ἐπὶ τὴν $\Pi\Delta$, ὃ ὑποτίθεται = $\Pi\Xi$.

ΔΕΙΞΙΣ. Αἱ ῥοπαὶ τῶν A, B ἀναφερόμεναι πρὸς τὸ σημεῖον Ξ , εἰς ὃ ἀφικνεῖται τῆτο τὸ πηλίκον, εἰσὶν $A \times A\Xi + B \times B\Xi$, ποσότης, ἢ ἠνξήνται αἱ ῥοπαὶ τῶν A, B κατ' ἀναφορὰν τῷ Π , μετενεχθεῖσαι ἐπὶ τὸ Ξ ·

αί δὲ ῥοπαι τῶν Γ, Δ κατ' ἀναφορὰν τῆ Ξ , εἰπὶ $\Gamma \times \Gamma\Xi + \Delta \times \Delta\Xi$, ποσότης, ἢ ἠλάττωνται αἱ ῥοπαι τῶν Γ, Δ κατ' ἀναφορὰν τῆ Π μετενεχθέντων ἐπὶ τὸ Ξ . ἀλλ' ἢ αὐξήσις τῶν κατὰ τὰ A, B ῥοπῶν ἔσιν ἴση τῇ μειώσει τῶν κατὰ τὰ Γ, Δ (420). ἄρα $A \times A\Xi + B \times B\Xi = \Gamma \times \Gamma\Xi + \Delta \times \Delta\Xi$. ἄρα καὶ τῶν ῥοπῶν τούτων αἱ ἰσχύς ἴσαι, εἴτ' ἔν $A + B = \Gamma + \Delta$ ἀναφερόμεναι πρὸς τὸ Ξ . ἄρα τὸ Ξ , ἔ ἐφικνεῖται τὸ ἐκ τῆς διαιρέσεως πηλίκον $\Pi\Xi$, ἔστι τὸ τῆς ἰσοσταθμίας κέντρον (410), ἢ τὸ κέντρον τῆς βαρύτητος ὑπὲρ τῶν σωμάτων A, B, Γ, Δ .
Ο. Ε. Δ.

422. ΠΟΡΙΣΜΑ Α'. Ὄταν ζητῆται τὸ μεταξὺ δύο μόνων σωμάτων A, B (χ. 20) κέντρον τῆς βαρύτητος, δυνατόν αἰεὶ ὑποθέσθαι $\Pi A = \omega$, καὶ $AB = 1$. δυνατόν δὲ καὶ τὴν μὲν ἐλάσσονα ποσότητα A ὑποθέσθαι $= 1$, καὶ ν τὸν λόγον αὐτῆς πρὸς τὴν μείζονα B . ὅθεν $B = 1 \times \nu = \nu$. τούτων τεθέντων α'. τὸ A γινόμενον κέντρον τῆς κινήσεως, δι' αὐτὸ τούτο, ὅτι $\Pi A = \omega$, ἢ ῥοπὴ αὐτῆ ἔσται $1 \times \omega = 1 \times \theta = \theta$. ἢ δὲ ῥοπὴ τῆ B ἔσται $= B \times AB = \nu \times 1 = \nu$. τὸ ἄρα ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν ἔσται $\nu + \theta = \nu$. τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν μαζῶν ἔσται

$$A + B = 1 + \nu. \text{ ἄρα } \frac{\nu}{\nu + 1} \text{ ἀποδώσει τὸ τῆ κέντρον}$$

τῆς κινήσεως τῆ σώματος A ἀπὸ τῆ κέντρον τῆς βαρύτητος Ξ ἀπόστημα (421).

423. Βυλομένης ἄρα εὐρεῖν τὸ μεταξὺ δύο σωμάτων A, B , κέντρον τῆς βαρύτητος, ληπτέον τῆς ὅλης

εὐθείας AB μέρος τὸ $A\Xi = \frac{\nu}{\nu + 1}$, ὃ ἐμφανεῖ τὸ τῆ ἐ-

λάττονος σώματος A ἀπὸ τῆ τῆς βαρύτητος κέντρον ἀπό-